



MÁRCIO CLÁUDIO MERCÊS BRITO

**REGRESSÃO ANTITÔNICA NA ESTIMAÇÃO
DO TAMANHO ÓTIMO DE PARCELA EM
MAMOEIRO**

**LAVRAS – MG
2013**

MÁRCIO CLÁUDIO MERCÊS BRITO

**REGRESSÃO ANTITÔNICA NA ESTIMAÇÃO DO TAMANHO ÓTIMO
DE PARCELA EM MAMOEIRO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras,
como parte das exigências do Programa de Pós-
Graduação em Estatística e Experimentação
Agropecuária, área de concentração em Estatística e
Experimentação Agropecuária, para a obtenção do
título de Doutor.

Orientador

Dr. Augusto Ramalho de Moraes

Coorientadora

Dr^a. Glucia Amorim Faria

**LAVRAS - MG
2013**

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Coordenadoria de Produtos e
Serviços da Biblioteca Universitária da UFLA**

Brito, Márcio Cláudio Mercês.

Regressão antitônica na estimação do tamanho ótimo de parcela em mamoeiro / Márcio Cláudio Mercês Brito. – Lavras : UFLA, 2013.

1090 p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2013.

Orientador: Lurimar Smera Batista.

Bibliografia.

1. Máxima curvatura modificada. 2. Modelo de regressão linear com resposta platô. 3. Planejamento experimental. 4. *Carica papaya* L. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.536

MÁRCIO CLÁUDIO MERCÊS BRITO

**REGRESSÃO ANTITÔNICA NA ESTIMAÇÃO DO TAMANHO ÓTIMO
DE PARCELA EM MAMOEIRO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras,
como parte das exigências do Programa de Pós-
Graduação em Estatística e Experimentação
Agropecuária, área de concentração em Estatística e
Experimentação Agropecuária, para a obtenção do
título de Doutor.

APROVADA em 14 de junho de 2013.

Dr. Francisco Adriano de Carvalho Pereira	UFRB
Dr. Jorge Luiz Loyola Dantas	EMBRAPA
Dr. Paulo Cesar Lima	UFLA
Dr. Renato Ribeiro de Lima	UFLA

Dr. Augusto Ramalho de Moraes
Orientador

**LAVRAS - MG
2013**

A DEUS, luz da minha vida.

Aos meus amados pais, Adalice e Firmino (sempre especial, com sua eterna categoria, in memoriam) por uma vida de honestidade, integridade e amor.

Aos meus queridos irmãos e sobrinhos.

A minha esposa, Fabiane pelo amor, dedicação e compreensão em todos os momentos.

As minhas amadas filhas Brenda e Bruna, por aceitarem a minha ausência.

DEDICO

À minha esposa, companheira de todas as horas, Fabiane, pelo apoio, carinho, compreensão e paciência a mim dedicados ao longo desses anos de caminhada.

OFEREÇO

AGRADECIMENTOS

Embora uma tese seja pela sua finalidade acadêmica, um trabalho individual, há contributivos de natureza diversa que não podem nem devem deixar de ser realçados. Por essa razão, desejo expressar os meus sinceros agradecimentos:

A DEUS, pela dádiva da vida, pelo seu amor incondicional que me fortalece todos o dias.

A Jesus, o mestre dos mestres, pelos ensinamentos que me ajudaram em todos os momentos da vida.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), em especial ao Departamento de Ciências Exatas (DEX), pela oportunidade de realização do Curso de Doutorado.

Ao professor, orientador, Dr. Augusto Ramalho, pela orientação, por toda dedicação e por todos os conselhos sempre repletos de sapiência.

À professora, coorientadora, Dra. Gláucia Amorim, pela competência, apoio, amizade e disposição sempre.

Agradeço aos professores Renato R. de Lima, João D. Scalon, Lucas Monteiro, Júlio Bueno, Paulo C. Lima, Daniel Furtado, Marcelo A. Cirillo, Mário Vivanco, Antonio Policarpo, Samuel Carvalho, Joel A. Muniz e Thelma Sáfadi, pelos ensinamentos prestados, colaboração e amizade.

A todos os professores e funcionários do programa de pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária da UFLA, e a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta tese, dando-me força e incentivo, em especial à Josi, sempre prestativa e atenciosa nos momentos mais difíceis.

Ao pesquisador Jorge Loyola, por ter cedido os dados que permitiram a realização desse trabalho.

Ao professor Ed Carlos que me dedicou boa parte do seu tempo a fim de transmitir informações imprescindíveis para esse estudo.

Ao sempre presente professor doutor, Francisco Adriano, professor e amigo, que desde o início de minha vida acadêmica me incentiva e apoia constantemente.

A todos os meus amigos e irmãos da Igreja Batista Betânia em Santo Antônio de Jesus- BA.

Às famílias, minha e de minha esposa, que mesmo à distância deram-me força em todos os momentos.

À direção, alunos e todos os colegas Instituto Federal Baiano, Campus Santa Inês, que sempre se disponibilizaram a certos necessários de dias e horários para que eu pudesse cumprir com todas as minhas obrigações profissionais e acadêmicas.

A todos os colegas da pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária da UFLA, em especial a Juracy, Juliano, Guido, Gilberto, Danilo, Mariana, Marcelo, Andreza, Ben Deivide, Jair e Ana Patrícia.

Aos meus companheiros de estudo e de muitas risadas do DINTER: Tânia, Azly, Norma, Isabel, Nelson, Valter, Vasquez, Jaime, Edmary, Cleide, Tânia, Otaviano (*in memoriam*), em especial os ILSONS: Jailson e Regilson, pela grande amizade, companheirismo, troca de conhecimentos e inúmeros momentos de alegria.

Ao professor Dr. Lurimar Batista, coordenador, pelo apoio e colaboração durante o período do projeto.

Aos membros da banca examinadora, pelas críticas e sugestões que tanto contribuíram para o engrandecimento deste trabalho.

Ao meu pai, que embora não esteja mais presente, sinto sempre a sua presença e felicidade na realização deste sonho e à minha mãe pelo exemplo de vida, força, incentivo e dedicação, que durante toda minha vida sempre estiveram disponíveis para ajudar quando fosse ou não preciso. Não posso deixar de mencionar, neste momento tão importante da minha vida, que eu os amo muito e que daria minha vida, se assim pudesse, como forma de demonstração desse imenso amor e carinho que sinto.

À minha esposa, acima de tudo, pelo inestimável apoio familiar que preencheu as diversas falhas que fui tendo por força das circunstâncias, pela paciência, compreensão revelada, companheirismo e suporte emocional, além dos sacrifícios e concessões ao longo desses anos, TE AMO!!!

Por último (mas os últimos são sempre os primeiros), às minhas filhas Brenda e Bruna, sentido de minha vida, motivo de minhas alegrias pela compreensão e ternura sempre manifestadas apesar do 'débito' de atenção.

... E A TODOS, NOMINADOS E NÃO NOMINADOS, MEUS
SINCEROS AGRADECIMENTOS POR FAZEREM PARTE DESTA
CONQUISTA!

RESUMO

Em função da crescente necessidade de mais tecnologia na cultura do mamoeiro tornam-se necessários experimentos mais precisos. Um planejamento experimental adequado depende de vários fatores e entre esses se destaca o tamanho da parcela. A adoção de tamanho ótimo de parcela é um dos modos de se reduzir o erro experimental e melhorar a qualidade das informações do experimento. O objetivo desse trabalho foi avaliar a viabilidade de se usar ou não a regressão antitônica, aplicado aos métodos da máxima curvatura modificada (MMC) e do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), na estimação do tamanho ótimo da parcela para a cultura do mamoeiro, cultivado em casa de vegetação, em diferentes estágios de desenvolvimento. Foi conduzido um ensaio de uniformidade com a cultivar Golden, do grupo Solo, sendo o ensaio formado por plantas em sacos de polietileno, dispostas em 10 fileiras, com 10 plantas em cada fileira. Do período do desbaste até o aparecimento da primeira flor funcional foram feitas 10 avaliações da variável altura de planta. Foram simulados diversos tamanhos de parcelas, onde cada planta foi considerada primeiramente como uma unidade básica (parcela) até 50 plantas por unidade básica. Para avaliar o desempenho do algoritmo de reamostragem *bootstrap* na verificação da estimação do tamanho ótimo da parcela foram utilizados os métodos da máxima curvatura modificada e do modelo de regressão linear com resposta platô, com e sem a utilização da regressão antitônica. A utilização da técnica da regressão antitônica não produziu diferença no tamanho ótimo da parcela em ambos os métodos nesse caso e a utilização dessa técnica possibilita aumento da qualidade no ajuste dos métodos. Para o método do MLRP, o valor encontrado para o tamanho ótimo de parcela para o mamoeiro, cultivar Golden, foi de 13 plantas e para o método da máxima curvatura modificada, o valor encontrado foi de 6 plantas. O método *bootstrap* de estimação permite que o cálculo do intervalo de confiança seja realizado de modo mais simples e abrangente para diversas estatísticas, mesmo quando as distribuições de probabilidades das mesmas são desconhecidas.

Palavras-Chave: Máxima curvatura modificada. Modelo de regressão linear com resposta platô. Planejamento experimental. *Carica papaya* L.

ABSTRACT

Due to the growing need for more technology in papaya crop become more precise experiments needed. A suitable experimental design depends on many factors and, among these, we highlight the portion size. The adoption of optimum plot size is one of the ways to reduce experimental error and improve the quality of information of the experiment. The aim of this study was to evaluate the feasibility of using or not antitonic regression, applied to the maximum curvature modified (MMC) and the linear regression model with response plateau (MLRP) in the estimation of optimum plot size for the culture of papaya, grown in a greenhouse at different stages of development of papaya. We conducted a test of uniformity with the cultivar Golden, Group Solo, being formed by the test plants in polyethylene bags, arranged in 10 rows, with 10 plants in each row. During the roughing up the appearance of the first flower functional assessments were made 10 plant height. We simulated plots of different sizes, each plant was considered primarily as a basic unit (portion) up to 50 plants per basic unit. To evaluate the performance of the bootstrap resampling algorithm to verify the estimation of optimum plot size were evaluated using the modified maximum curvature and the linear regression model with response plateau, with and without the use of antitonic regression. The use of the regression technique antitonic produced no difference in plot size in this case both methods and use the regression technique enables increased antitônica quality adjustment methods. For the method of MLRP, the value found for the optimum plot size for papaya cultivar Golden, was 13 plants and the method of modified maximum curvature, the value found was 6 plants. The bootstrap estimation method allows the calculation of the confidence interval is done in a more simple and comprehensive for various statistics, even when the probability distributions of the same are unknown.

Keywords: Maximum bending modified. Linear regression model with response plateau. Papaya. Experimental design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Curva característica do Método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima.....	33
Figura 2	Representação gráfica do Modelo de regressão linear com resposta Platô (MLRP).....	41
Figura 3	Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho da parcela (X) para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, pelos métodos do modelo de regressão linear com resposta platô (<i>a</i> e <i>b</i>) e máxima curvatura modificada, (<i>c</i> e <i>d</i>), sem (<i>a</i> e <i>c</i>) e com (<i>b</i> e <i>d</i>) utilização da regressão antitônica.	69
Figura 4	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta Platô (MLRP).....	79
Figura 5	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP).....	79
Figura 6	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do tamanho da parcela (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP).....	80

Figura 7	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC)	81
Figura 8	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC)	82
Figura 9	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC)	82
Figura 10	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização da regressão antitônica	84
Figura 11	Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição <i>bootstrap</i> , das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização da regressão antitônica.	84

- Figura 12 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do tamanho da parcela (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização da regressão antitônica..... 85
- Figura 13 Histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica..... 86
- Figura 14 Histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica..... 86
- Figura 15 Histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica..... 87

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 Tamanho da parcela (em unidades básicas), forma da parcela e número de parcelas totais para as diversas simulações no ensaio de uniformidade de plantas de mamoeiro, em casa de vegetação no município de Cruz das Almas, BA 57
- Tabela 2 Estimativas do coeficiente de variação (em %) para o caráter altura de planta, nas dez épocas de avaliação, em relação aos diferentes tamanhos de parcelas (em unidades básicas – UB), no experimento com mamoeiro, cultivar Golden 63
- Tabela 3 Estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1) com os respectivos erros padrão (ep), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), com e sem a utilização da regressão antitônica e respectivos coeficientes de variação (P) e coeficientes de determinação (R^2), para a característica altura de planta do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação..... 65
- Tabela 4 Estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0) em unidade básica, com os respectivos erros padrão (ep), obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), sem e com a utilização da regressão antitônica e respectivos coeficientes de variação (P) e coeficientes de determinação (R^2) para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação..... 67

Tabela 5	Intervalo de confiança assintótico (Ica) e intervalo de confiança <i>bootstrap</i> Percentil de 95% (Icb) das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	71
Tabela 6	Intervalo de confiança assintótico (Ica) e intervalo de confiança <i>bootstrap</i> Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1) obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	72
Tabela 7	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), para o tamanho da parcela (X_0) em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	73
Tabela 8	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança <i>bootstrap</i> Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0) em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	74

Tabela 9	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	74
Tabela 10	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança <i>bootstrap</i> Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	75
Tabela 11	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC) com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	76
Tabela 12	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança <i>bootstrap</i> Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	77
Tabela 13	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP) com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	77

Tabela 14	Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança <i>bootstrap</i> Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP) com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação.....	78
-----------	---	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1	O mamoeiro (<i>Carica papaya L.</i>)	22
2.2	Dimensionamento de parcelas	25
2.3	Métodos para a determinação do tamanho das parcelas experimentais	28
2.3.1	Método empírico de Smith	29
2.3.2	Método de inspeção visual da curvatura máxima	32
2.3.3	Método da máxima curvatura modificado (MMC)	34
2.3.4	Método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP)	37
2.4	Método de simulação bootstrap	42
2.4.1	Método bootstrap paramétrico	43
2.4.2	Método bootstrap não-paramétrico	44
2.4.3	Erro padrão bootstrap	44
2.4.4	Intervalos de confiança bootstrap	46
2.4.4.1	Intervalo de confiança bootstrap t	46
2.4.4.2	Intervalo de confiança bootstrap percentil	47
2.4.5	Propriedades desejáveis de um intervalo de confiança	49
2.5	Método da regressão antitônica	50
2.5.1	Regressão antitônica para o caso de uma ordem simples	51
2.5.2	Regressão antitônica para o caso de uma ordem parcial	53
2.5.3	O cálculo da regressão antitônica: o algoritmo PAVA	54
3	MATERIAL E MÉTODOS	56
3.1	Material	56
3.2	Métodos	58

3.2.1	Método da máxima curvatura modificado	58
3.2.2	Modelo de regressão linear com resposta platô	59
3.2.3	Regressão antitônica	60
3.2.4	Reamostragem bootstrap	60
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	62
4.1	Coefficiente de variação	62
4.2	Método da máxima curvatura modificado (MMC)	64
4.3	Método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP)	66
4.4	Reamostragem bootstrap	70
4.4.1	Intervalos de confiança	70
4.4.2	Análise gráfica	78
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	89
5	CONCLUSÕES	90
	REFERÊNCIAS	91
	ANEXOS	98

1 INTRODUÇÃO

A fruticultura apresenta inúmeras contribuições econômicas e sociais como elevação do nível de emprego, fixação do homem no campo, melhor distribuição de renda em nível regional, obtenção de produtos de alto valor comercial e excelentes perspectivas de mercado interno e externo. O mamoeiro (*Carica papaya* L.) é uma das frutíferas mais consumidas do mundo, sendo utilizado em dietas alimentares pelo seu valor nutritivo e digestivo.

Apesar do destaque que o Brasil tem nessa cultura, diversos fatores têm ocasionado grande perda em boa parte da produção, quer seja por doenças na fase de produção como por problemas relacionados ao transporte e armazenamento. Nesse âmbito, estudos têm sido realizados para fortalecer a cultura do mamoeiro de modo a aumentar a produção e qualidade do fruto destinado à comercialização nacional e exportação. Para auxiliar as pesquisas e garantir maior confiabilidade aos resultados encontrados, sugerem-se estudos que visem à redução do erro experimental, por meio de melhor planejamento experimental.

O sucesso desse planejamento depende da cultura, número de tratamentos, tamanho das unidades experimentais e das condições ambientais de cada experimento. Uma das maneiras de se reduzir o erro experimental é com a adoção de tamanho ótimo de parcelas, pois dessa forma é possível extrair o máximo de informações do experimento.

Para a estimação do tamanho de parcela são empregados vários métodos e a maioria deles se baseia na utilização de ensaios em branco ou ensaios de uniformidade, nos quais em toda a área experimental é realizado um único tratamento, utilizando-se as práticas de cultivo adequadas para aquele tratamento. As estimativas de tamanho de parcelas, efetuadas para diferentes culturas, possibilitam verificar a sua variação com espécie, cultivar, porte da

planta, local, idade, característica avaliada, número de plantas utilizadas na unidade básica, época da avaliação, forma da parcela e método utilizado nessa estimação.

A utilização de tamanho amostral adequado é fundamental em qualquer experimento, pois se o tamanho da amostra for menor que o necessário são obtidas estimativas pouco precisas, podendo até invalidar o trabalho; enquanto que amostras excessivamente grandes exigem dispêndio de recursos e tempo desnecessários. Em anos recentes, com o advento e aumento da eficiência dos recursos computacionais, os métodos de reamostragem, como *Jackknife* e *bootstrap*, têm sido utilizados em várias áreas científicas, em especial em genética e melhoramento de plantas. São técnicas computacionalmente intensivas de reamostragem, no próprio conjunto de dados, em que amostras sucessivas são retiradas do mesmo. Em cada amostra são obtidas as estimativas dos parâmetros de interesse, empregando os mesmos estimadores usados no conjunto de dados originais.

Diante da importância da cultura do mamoeiro e da necessidade de se caracterizar o tamanho adequado de parcelas, este trabalho teve como objetivo avaliar a viabilidade de se usar ou não a regressão antitônica, aplicada aos métodos da máxima curvatura modificada (MMC) e ao modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), na estimação do tamanho ótimo da parcela para a cultura do mamoeiro, cultivado em casa de vegetação em diferentes estágios de desenvolvimento.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O mamoeiro (*Carica papaya L.*)

O mamão é uma fruta com alto valor nutritivo. Um estudo comparativo do valor nutritivo de diversas frutas de regiões tropicais, subtropicais e temperadas, apontou o mamão como a primeira colocada do ranking (BURKE, 1992). Segundo esse estudo, duzentos gramas de mamão apresentam 61% da vitamina A recomendada para a dieta humana, além de 157% da vitamina C, 11% de potássio, 11% das fibras, 3% da niacina, 3% da tiamina, 3% da riboflavina, 1% do ferro e 4% do cálcio, sendo superior em termos nutritivos a uma laranja, a uma banana ou a uma maçã. Além disso, o mamoeiro também se destaca por ser uma fruteira capaz de produzir frutos o ano todo, sob irrigação. De fato, algumas plantas em fundo de quintal são suficientes para garantir uma fonte contínua de alimento suplementar de alto valor nutritivo para uma família de tamanho médio.

A primeira descrição sobre a origem do mamoeiro foi feita na Europa em 1535 pelo cronista G. H. de Oviedo, onde afirmava ter visto o crescimento dessas plantas entre o Sul do México e o Norte da Nicarágua. Há várias hipóteses sobre a origem do mamoeiro e a mais forte evidência é de que o centro de origem do mamoeiro é no noroeste da América do Sul (vertente dos Andes), localizado na parte alta da bacia Amazônica, onde ocorre a maior diversidade genética. Após o descobrimento das Américas o mamoeiro foi amplamente distribuído pela África e Ásia por navegadores espanhóis e portugueses e depois por comerciantes árabes.

Segundo a Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura - FAO (2013), a produção mundial de mamão representa 10% da produção mundial de frutas tropicais, girando em torno de 11 milhões de

toneladas, das quais 37% são produzidas na América Latina e Caribe. Os principais produtores mundiais são a Índia, Brasil, Indonésia, República Dominicana, Nigéria e México.

Conforme o Instituto Brasileiro de Geografia Estatística - IBGE (2012), em 2008 o Brasil produziu 1,9 milhão de toneladas em 36,5 mil hectares, com a produção estimada em R\$ 1 bilhão de reais. Desse total foram exportadas cerca de 30 mil toneladas (7% menos que em 2007), gerando uma receita de US\$ 38,6 milhões. Quanto à produção nacional, os principais Estados produtores são: Bahia (902 mil toneladas), Espírito Santo (630 mil toneladas), Rio Grande do Norte (106 mil toneladas) e Ceará (100 mil toneladas), sendo o Estado do Espírito Santo responsável por 50% do total de exportações, de acordo com o Instituto Brasileiro de Frutas - IBRAF (2012).

As cultivares de mamoeiros mais exploradas no Brasil são classificadas em dois grupos conforme o tipo de fruto, o Solo e o Formosa. O mamão Solo apresenta uma grande participação no mercado de frutas do Brasil, sendo a sua preferência justificada principalmente pelo seu ótimo sabor e tamanho reduzido. Esse grupo apresenta a maior parte das cultivares utilizadas no mundo, sendo comercializado tanto no mercado interno como no externo.

No Brasil, as duas cultivares do grupo Solo mais comercializadas são Sunrise Solo e Golden. A cultivar Sunrise Solo é uma das melhores cultivares comerciais, por possuir características muito apreciadas como coloração vermelho-alaranjada da polpa, tamanho pequeno de frutos, formato piriforme a ovalado e bom sabor (MARIN; GOMES; RIZZO, 2000), porém essa variedade apresenta polpa pouco consistente, o que tem limitado a expansão para mercados mais distantes, devido a reduzida resistência ao transporte e ao período pós-colheita.

A cultivar Golden é proveniente da seleção massal de plantas Sunrise Solo, sendo também chamado de Sunrise Golden (MARTINS; COSTA, 2003).

Essa cultivar se destaca pela maior resistência ao transporte e maior vida de prateleira, porém apresenta um teor de sólidos solúveis inferior ao das outras cultivares do grupo, o que lhe confere um sabor menos adocicado e menos apreciado.

As exportações de mamão são importantes na geração de receita para a economia interna, já que é uma fruta tropical brasileira importante para o comércio internacional do setor. Em 1995, as exportações de mamão foram da ordem de US\$ 4,02 milhões. A partir do ano de 1999, houve aumento significativo no valor exportado, passando para US\$ 13,57 milhões. Nos anos seguintes o valor exportado continuou aumentando, chegando em 2008 a US\$ 38,61 milhões (BRASIL, 2008). O volume de mamão exportado por via aérea aumentou 14% no primeiro semestre de 2011 em relação ao mesmo período de 2010, segundo dados da Secretaria de Comércio Exterior (BRASIL, 2008). Este crescimento esteve atrelado à maior oferta de mamão no Brasil neste ano, por conta do aumento da área cultivada – a melhor rentabilidade em safras anteriores fez com que agentes investissem no ano agrícola de 2011 (CAMPOLI, 2011).

Em relação ao ano de 2013, o envio de mamão ao mercado externo iniciou-se lento, apesar da oferta elevada e dos baixos preços internos. Em janeiro de 2013, as exportações brasileiras foram 5% inferiores em relação ao mesmo período do ano passado, segundo a Secretaria de Comércio Exterior (BRASIL, 2013). Contudo, em fevereiro, os embarques aqueceram levemente, registrando volume 32% maior que o do mesmo mês de 2012. No acumulado do ano (janeiro e fevereiro), as exportações de mamão totalizaram 4,3 mil toneladas, aumento de 11% frente ao mesmo período do ano passado. Em receita, exportadores brasileiros receberam US\$ 6,2 milhões, 19% a mais na mesma comparação. Boa parte dos exportadores espera que as vendas externas continuem aquecendo em março. Um problema que tem limitado o aumento nas

exportações, segundo agentes, é a dificuldade de produtores brasileiros em se adequarem às normas fitossanitárias exigidas.

2.2 Dimensionamento de parcelas

Estudos sobre tamanho de parcela têm contribuído para redução de recursos financeiros empregados na pesquisa de várias culturas (FREITAS et al., 2001). Em experimentos convencionais, independentemente dos seus objetivos, procura-se detectar diferenças significativas entre tratamentos, o que é fortemente afetado pela precisão experimental. A precisão experimental por sua vez é influenciada por vários fatores como tamanho e forma de parcelas, forma de bloco, número de repetições, delineamento experimental, falhas de plantas nas parcelas e forma de condução do experimento. Deste modo, o tamanho e a forma da unidade de coleta de dados ou parcela experimental, bem como o número de repetições, constituem preocupações de cunho prático quando se planejam experimentos. A caracterização adequada desses fatores contribui para aferir precisão nos ensaios experimentais (DONATO, 2007).

Segundo Viana et al. (2002), a adoção de tamanho de parcela adequado é uma das maneiras de reduzir o erro experimental. Esse tamanho ótimo da parcela é muitas vezes recomendado por meio de estudos empíricos feitos para uma região ou cultura específica. A parcela experimental e o delineamento estatístico muitas vezes são definidos de acordo com as necessidades e a experiência do pesquisador (SILVA et al., 2003).

Na avaliação de campo, a parcela corresponde geralmente a um conjunto de plantas cultivadas em uma faixa de terreno (STORCK et al., 2000), sendo a produtividade uma das principais características considerada pelo pesquisador na maioria das espécies vegetais. Em razão disso, as parcelas devem ter o número de plantas adequado que permita a estimação precisa da média dessa

característica. Todavia, outras características devem ser contempladas na seleção, a exemplo das características de crescimento como altura da planta, perímetro do pseudocaule e número de folhas vivas.

A mensuração de outras características exige tempo, mão de obra e recursos adicionais, sendo, portanto, necessário que as observações sejam tomadas em apenas parte da parcela.

Os experimentos devem ser planejados adequadamente, para terem alta precisão com menor área possível. A melhoria da precisão experimental pode ser obtida usando-se parcelas experimentais com dimensões adequadas e número de repetições apropriado para cada situação (STORCK et al., 2006).

Uma unidade experimental ou uma parcela experimental é a unidade do material que recebe a aplicação de um tratamento, geralmente determinada pela própria natureza do material experimental, constituindo a menor subdivisão do material experimental a qual é aplicado o tratamento. A parcela experimental é a unidade básica de informação sobre a qual a experimentação se fundamenta. No caso da experimentação vegetal, essa parcela pode ter diversos tamanhos, formas e, ainda, constituir-se de um número diferente de plantas ou partes de planta (BARROS; TAVARES, 1995).

Uma característica de todo material experimental é a variação. O erro experimental é uma medida da variação existente entre observações de unidades experimentais tratadas igualmente, isto é, que receberam o mesmo tratamento.

De acordo com Storck, Bisognin e Oliveira (2005), o erro experimental pode advir de várias fontes, como a heterogeneidade do material experimental, as competições intra e interparcelar e a heterogeneidade do solo.

O controle do erro pode ser realizado por meio do uso de observações simultâneas e delineamento experimental, adequando tamanho e forma de parcelas. O controle do erro pelo delineamento experimental consiste em

planejar o experimento visando ao controle da variação que ocorre na área experimental (ZANON; STORCK, 2000).

Os métodos de determinação do tamanho ótimo da parcela buscam estimar quais os tamanhos mais convenientes para reduzir o erro experimental (BARROS; TAVARES, 1995).

A forma da parcela também influencia na redução do erro experimental. Essa influência é mais significativa em parcelas maiores que em parcelas menores. A melhor forma da parcela será, para cada caso, a que melhor controlar as variações aleatórias e que se adapte aos tratamentos em estudo (FERREIRA, 2000).

Banzatto e Kronka (2006) afirmam que em geral o que se utiliza em planejamentos é um número grande de repetições aliado a pequenas parcelas, sendo que o mais utilizado são parcelas compridas e estreitas, com objetivo de aumentar a precisão do experimento e facilitar os tratamentos culturais e, afirmam ainda, que para parcelas pequenas a forma tem efeito praticamente nulo.

O tamanho de amostra é diretamente proporcional à variabilidade dos dados e ao grau de confiança desejado na estimação e inversamente proporcional ao erro permitido, fixado a priori pelo pesquisador.

A relação entre o erro experimental (variação entre as parcelas) e amostral (variação entre as plantas dentro da parcela) permite inferir quanto à adequabilidade do aumento do número de repetições ou do tamanho de amostra para melhoria da precisão experimental (BARBIN, 2003; RAMALHO; FERREIRA; OLIVEIRA, 2012; STORCK et al., 2006). Quando o erro experimental é significativamente superior ao erro amostral, o aumento do número de repetições do experimento é adequado. Caso contrário, pode-se melhorar a precisão experimental aumentando-se o número de indivíduos por parcela (tamanho de amostra) (STORCK et al., 2006).

Com o intuito de tentar estabelecer o tamanho ideal da parcela, vários métodos têm sido relatados na literatura. Ao longo dos anos, as metodologias foram se tornando mais eficientes e específicas, utilizando-se ferramentas estatísticas que possibilitam a estimação precisa dos parâmetros de interesse do pesquisador (LEITE; PETERNELLI; BARBOSA, 2006).

2.3 Métodos para a determinação do tamanho das parcelas experimentais

Na literatura são encontrados diversos métodos para a determinação do tamanho e forma das parcelas experimentais. Dentre os mais encontrados pode-se citar: Método de Smith; Método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima; Método da Máxima Curvatura Modificado; Método da Informação Relativa; Método da Regressão Múltipla; Método de Hatheway; Método de Pimentel Gomes; Método de Comparação de Variâncias; Eficiência Relativa; Modelo de regressão linear com resposta platô; Regressão Quadrática segmentado com Platô e outras.

Uma das formas clássicas utilizadas para estudar o tamanho de parcela é o ensaio em branco ou ensaio de uniformidade. Voysest (1985) considera que essa é uma das melhores formas para estudar o tamanho ótimo de parcelas. Segundo Lúcio et al. (2010), o experimento ou ensaio em branco é aquele cultivado em toda a sua extensão com uma determinada espécie, submetendo toda a área a práticas culturais idênticas. Em seguida, a área é dividida em pequenas parcelas de dimensões preestabelecidas chamadas unidades básicas (UB), nas quais a produção de cada parcela é medida separadamente, de tal maneira que o rendimento das parcelas próximas possa ser somado para formar parcelas de diferentes tamanhos e formas. Assim, pode-se avaliar e comparar a variabilidade do solo, além de outros fatores que atuam sobre o rendimento das plantas (STORCK et al., 2000).

A seguir serão abordados alguns métodos de obtenção de tamanho ótimo de amostra compostos pelos mais clássicos, os utilizados neste trabalho e os mais atuais da literatura para estudos de tamanho de parcelas experimentais.

2.3.1 Método empírico de Smith

A lei empírica de Smith (1938), que estabeleceu uma relação entre a variância e o tamanho de parcela, foi a primeira forma de determinar o tamanho ótimo da parcela com subsídios matemáticos, sendo precursora de vários métodos de determinação do tamanho de parcela. Essa relação é descrita pelo seguinte modelo.

$$V_{ux} = \frac{V_1}{X^b} \quad (1)$$

em que: V_{ux} dado por V_x/X^2 , com V_x igual à variância entre as parcelas de tamanho X UB, X_0 tamanho da parcela em UB, V_1 a variância entre as parcelas compostas de uma UB e b o índice de heterogeneidade do solo.

Para Smith (1938), as variações ocorridas na tomada dos dados experimentais tendem a elevar o valor do índice de heterogeneidade do solo (b), quando comparados a uma variação real de solo, pois esse é um fator difícil de ser isolado. Para o autor, o valor do índice descreve, além da heterogeneidade do solo, as variações naturais da produção das plantas, as condições climáticas, o manejo, entre outros fatores. Os valores próximos à unidade indicam alta heterogeneidade do solo ou baixa correlação entre as parcelas adjacentes (GOMEZ; GOMEZ, 1984). Lin e Binns (1986) citam que, para índices de heterogeneidade do solo superiores a 0,7, o tamanho da parcela deve ser grande,

com decréscimo do número de repetições; quando o valor de b foi inferior a 0,2, podem-se utilizar parcelas pequenas com maior número de repetições e nos casos de $0,2 \leq b \leq 0,7$, o pesquisador deve escolher a melhor combinação entre o tamanho de parcela e o número de repetições. Valores de b próximos à unidade indicam alta heterogeneidade da área ou baixa correlação entre parcelas adjacentes, o que indica a necessidade de parcelas maiores como tamanho ótimo (IGUE et al., 1991; PARANAÍBA et al., 2009; STORCK et al., 2006).

O índice de heterogeneidade foi obtido determinando-se uma regressão linear simples entre o logaritmo da variância de cada tamanho de parcela e o logaritmo do tamanho da parcela, em unidades básicas. Nessa equação (1), o coeficiente de regressão estima o índice de heterogeneidade, de acordo com Smith (1938), que demonstrou que a relação entre o logaritmo da variância da parcela e o logaritmo do tamanho da parcela é linear, podendo ser descrita pela equação

$$\log V_x = \log V_1 - b \log x \quad (2)$$

sendo: V_x a variância entre parcelas de x unidades básicas, V_1 a variância entre parcelas de tamanho igual a uma unidade básica, b o coeficiente de regressão (índice de heterogeneidade) e x o tamanho da parcela em unidades básicas.

Na realidade, b pode ser determinado de outras formas. Conforme Hatheway e Williams (1958), na estimação de b pode-se utilizar o método dos quadrados mínimos para modelos não lineares, por se tratar de um modelo essencialmente não linear. Alves e Seraphin (2004) apresentam alternativas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, a partir do coeficiente de correlação intraclasse, em diferentes estruturas de delineamentos experimentais,

já que consideram que a maioria dos métodos para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo é muito complexa.

Em seu trabalho, Smith (1938) cita em nota que tem ciência que o ajustamento de uma curva linear pressupõe independência entre as observações, o que não ocorre em sua proposta. Entretanto, comenta que como se trata de uma relação empírica entre a variância e o respectivo tamanho da parcela, os testes de significância para o índice de heterogeneidade são de interesse secundário. Menciona também que é impossível dissociar o efeito do solo da variabilidade da produção da cultura avaliada, o que é uma característica positiva, pois verifica a variabilidade do material experimental e do solo conjuntamente, auxiliando no planejamento experimental. Seu método de estimação do tamanho de parcela é baseado nos custos do experimento, dado por

$$X_0 = \frac{bK_1}{(1-b)K_2} \quad (3)$$

em que: b é o índice de heterogeneidade do solo, K_1 custo proporcional ao número de parcelas por tratamento e K_2 custo proporcional à área do tratamento. Devido à dificuldade de se quantificar exatamente os custos envolvidos na condução do experimento, há a alternativa de utilizá-lo com diferentes proporções de K_1/K_2 , como em Nagai et al. (1978) e Ribeiro, Silva e Freire Filho (1984), que simularam proporções de 50:50, 60:40, 70:30, 80:20, 90:10 para estimativa de tamanho ótimo de parcela.

Igue et al. (1991) relataram que, em diversas pesquisas relacionadas com o tamanho da parcela, os valores de K_1 e K_2 estão sendo usados de forma indevida, talvez pela dificuldade na avaliação dos valores desses termos nos ensaios de uniformidade. Pela dificuldade de determinação e relatividade dos

custos K_1 e K_2 , esse método dificilmente é utilizado integralmente. Sendo apenas o conceito de heterogeneidade do solo b , ainda utilizado e empregado em diversos outros métodos para determinação do tamanho ótimo de parcelas.

2.3.2 Método de inspeção visual da curvatura máxima

A origem e autoria desse método são desconhecidas. Chacim Lugo (1977) chega a caracterizá-lo como o primeiro método usado na obtenção de tamanho ótimo de parcelas experimentais. Sua metodologia consiste em utilizar ensaios em branco, calculando-se, então, os coeficientes de variação ($CV_{(x)}$) de cada tamanho (x) de parcela, sem considerar a sua forma, obtendo-se um conjunto de pontos do tipo $(x, CV_{(x)})$ que são relacionados num sistema de eixos coordenados. O CV pode ser calculado utilizando-se a seguinte equação

$$CV_{(x)} = \frac{s_x}{\bar{y}_x} \cdot 100 \quad (4)$$

em que: $CV_{(x)}$ é o coeficiente de variação entre parcelas de tamanhos X , dada em porcentagem, s_x o desvio padrão entre as parcelas formadas de X unidades básicas e \bar{y}_x a média das parcelas de X unidades básicas.

Originalmente, uma curva à mão livre é então traçada através das coordenadas resultantes e o seu ponto de máxima curvatura é localizado por inspeção visual, de forma subjetiva, adotando-se como tamanho ótimo de parcela o valor correspondente à abscissa do ponto de máxima curvatura (FEDERER, 1955). Desta forma, pode-se construir o gráfico do $CV_{(x)}$ em função de unidades básicas, como na Figura 1.

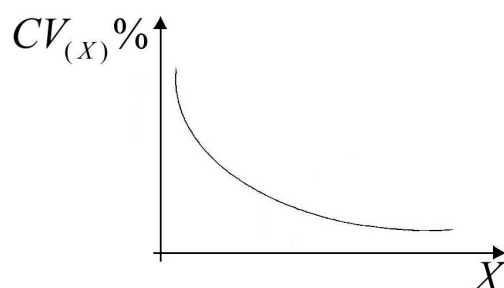


Figura 1 Curva característica do Método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima

Duas críticas são feitas ao método pelo próprio autor que o descreveu. Não considera o custo relativo dos diversos tamanhos das parcelas e o ponto de máxima curvatura não independe da unidade básica selecionada ou da escala que se utiliza, já que o tamanho arbitrário da unidade básica exerce influência no ponto de máxima curvatura. Ao mesmo tempo, pode-se considerar uma vantagem na utilização do método quando a unidade básica consiste em elemento natural, isto é, uma cova de plantio, um animal, uma árvore, uma leitura ou determinação de um aparelho. Segundo Silva et al. (2003), deve-se selecionar o valor em que o aumento no número de plantas na parcela não provoque mudanças drásticas na estimativa do coeficiente de variação.

Uma modificação neste método foi descrita por Barros e Tavares (1995), a partir de cálculos algébricos, eliminando a determinação do ponto de máxima curvatura por inspeção visual, o que levaria a erros quando analisados por pessoas diferentes, além de diferentes interpretações caso haja alteração da escala. O método não soluciona, porém, as restrições descritas por Federer (1955).

O método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima é bastante simples e de fácil utilização. Entretanto, o fato de o ponto correspondente ao tamanho ótimo da unidade experimental ser determinado visualmente constitui uma fonte

de erro e discrepância na estimação do tamanho de parcela por esse método, pois não existe um critério único no estabelecimento da localização desse ponto sobre a curva (PARANAÍBA, 2007).

2.3.3 Método da máxima curvatura modificado (MMC)

Com o objetivo de evitar a tendenciosidade, uma das restrições descritas por Federer (1955) ao método da máxima curvatura, Lessman e Atkins (1963) propuseram uma modificação a partir de uma combinação desse método com o de Smith (1938). O novo procedimento foi denominado Método da Máxima Curvatura Modificado.

Por esse método determina-se, mediante regressão, uma equação que relaciona coeficiente de variação ou desvio padrão entre parcelas com o tamanho da parcela, ou seja,

$$CV_{(x)} = \beta_0 X^{-\beta_1} \quad (5)$$

em que: $CV_{(x)}$ é o coeficiente de variação entre as parcelas com X UB de tamanho, X o correspondente tamanho da parcela em unidades básicas e β_0 e β_1 os parâmetros que podem ser estimados por meio de uma regressão linear ponderada pelos números de graus de liberdade e aplicada na linearização da Equação 5, ou pode-se utilizar o método dos quadrados mínimos para modelos não lineares de Gauss-Newton (ZANON; STORCK, 2000). Com o intuito de explicar a relação entre coeficiente de variação $CV_{(x)}$ e tamanho da parcela X, permitiu-se que o ponto que corresponde ao tamanho ótimo da parcela fosse determinado algebricamente, dando maior precisão aos resultados obtidos (VIANA et al., 2002).

Determina-se algebricamente a região da curvatura máxima buscando o maior valor do ângulo entre duas tangentes sucessivas à curva – maior taxa direcional de mudança na função, para incrementos iguais no valor das abscissas. Para se obter o ângulo entre duas retas tangentes a dois pontos X_1 e X_2 , os autores utilizaram a fórmula

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{M_2 - M_1}{1 + M_2 M_1} \quad (6)$$

em que: M_1 e M_2 são as inclinações das retas. Essa região foi determinada a partir de cálculos sequenciais, com incrementos fixos de X da ordem de 0,1 unidade básica. Em seguida, ponderaram o valor determinado pelo fator (quociente) dos custos, proporcional ao número de parcelas por tratamento e à área total por tratamento.

Para o método proposto por Lessman e Atkins (1963) o ponto de máxima curvatura pode ser determinado pela expressão

$$X_0 = 2\beta_1 + 2\sqrt{\frac{\beta_0^2 \beta_1^3}{\beta_1 + 1}} \quad (7)$$

em que X_0 é o valor da abscissa correspondente ao ponto de máxima curvatura.

Um erro foi apontado por Meier e Lessman (1971) ao calcular incrementos fixos nos valores da abscissa, que correspondem a comprimentos variáveis na curva, pois esta também é função do comprimento do arco considerado. Para os autores, a curvatura é máxima quando se atinge o ponto em

que a derivada da função de curvatura (Y) em relação a uma variável $Z = f(x)$ é igual a zero, em que

$$Y = \frac{Z''}{\sqrt{(1+Z'^2)^3}} \quad (8)$$

com Z' e Z'' derivadas de primeira e segunda ordem da função. No caso específico da função $Z = \beta_0 X^{-\beta_1}$, os autores determinaram que o ponto de máxima curvatura corresponde ao valor da abscissa

$$X_0 = \left[\frac{\beta_0^2 \beta_1^2 (2\beta_1 + 1)}{\beta_1 + 2} \right]^{\frac{1}{2+2\beta_1}} \quad (9)$$

em que X_0 é o valor da abscissa correspondente ao ponto de máxima curvatura e β_0 e β_1 são estimativas dos parâmetros β_0 e β_1 do modelo (5).

Segundo Silva et al. (2003), o método da máxima curvatura modificado de Meier e Lessman (1971) é um dos mais utilizados para determinar o tamanho das unidades amostrais. Entretanto, da forma como foi concebido ele pode apresentar um inconveniente. A propriedade do método consiste em determinar o ponto de máxima curvatura de forma algébrica, considerando a máxima curvatura e o vértice da curva, mas não o ponto de estabilização dos valores do coeficiente de variação experimental. Deste modo, o aumento no número de plantas na parcela promove ganho significativo na precisão experimental, visto que o vértice da curva do coeficiente de variação experimental tende a ocorrer sempre na região das pequenas parcelas. Assim, esse método tende a subestimar

o número ótimo de plantas por parcela, interferindo na análise e, conseqüentemente, na predição do desempenho do teste.

Uma das vantagens desse método é a independência da unidade de medida das determinações, visto que considera informação relativa à média dos tamanhos de parcela, nesse caso o coeficiente de variação (OLIVEIRA et al., 2006). Barros e Tavares (1995) apresentaram também um método para estimar o ponto da máxima curvatura algebricamente, entretanto sem impacto científico, visto que não foram encontrados trabalhos que o utilizaram.

2.3.4 Método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP)

O uso de modelos lineares segmentados com platô para estimativa do tamanho ótimo de parcelas experimentais é um dos mais atuais e foi proposto por Paranaíba et al. (2009). A Regressão linear de Plateau foi desenvolvida para a análise de modelos matemáticos descontínuos, sendo assim classificado como uma regressão segmentada. A segmentação do modelo se dá em um único ponto, o que proporciona a formação de um bi-segmento. A primeira parte do modelo, que é descrito por um segmento de reta crescente ou decrescente antes da divisão do segmento, é representada por um modelo linear simples ($Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$), já na segunda parte aparece o modelo de platô ($Y_i = P$). O modelo de platô apresenta apenas a constante (P) como parâmetro, o que proporciona a formação de uma reta contínua (platô), sem a influência de que confere a inclinação da reta, por isso forma-se um platô. O modelo geral possui um segmento de reta antes do ponto de junção (X_c) com o platô, como mencionado, e, segundo Ferreira (2013) o uso de uma variável binária (*Dummy*) é empregado para unir os dois modelos, sendo dado por

$$Y_i = (\beta_0 + \beta_1 X_i)Z_i + P(1 - Z_i) \quad (10)$$

em que: β_0, β_1 parâmetros que definem a equação da reta; P parâmetro que define a equação de platô; Y_i variável dependente (como coeficiente de variação); X_i variável independente (como o tamanho da parcela); Z variável indicadora *Dummy*, usada como mecanismo que aciona cada modelo. Logo, para o valor de $Z = 1$, ou seja, ($X_i < X_c$) o modelo linear é ativado e com o valor de $Z = 0$, isto é ($X_i \geq X_c$) o modelo de platô é acionado.

A teoria dos modelos lineares segmentados com platô foi utilizada por Peixoto, Faria e Morais (2011) como um novo método para o cálculo de tamanho ótimo de parcelas e utiliza o seguinte modelo de regressão

$$CV_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i & \text{se } X_i \leq X_c \\ P + \varepsilon_i & \text{se } X_i > X_c \end{cases}, \quad (11)$$

em que CV_i é o coeficiente de variação observado experimentalmente entre totais de parcela de tamanho de X_i unidades básicas; X_i é o tamanho da parcela em unidades básicas agrupadas; X_c é o tamanho ótimo de parcelas para o qual o modelo linear se transforma em um platô, em relação à abscissa; P é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô; ε_i é o erro associado ao $CV_{(x)}$ considerado normalmente e independentemente distribuídos com média 0 e variância σ_ε^2 constante. O tamanho ótimo da parcela foi estimado pela expressão

$$X_c = (\hat{P} - \hat{\beta}_0) / \hat{\beta}_1 \quad (12)$$

em que $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ e \hat{P} são estimativas dos parâmetros β_0, β_1 e P do modelo (11), obtidas por meio de métodos de regressão não linear, conforme Bates e Watts (1988), utilizando-se a função nls do software R.

O método usual para estimação dos parâmetros β_0 e β_1 é o de mínimos quadrados (MMQ), o qual consiste em adotar como estimadores dos parâmetros os valores que minimizam a soma de quadrados dos desvios (ou dos erros). Esses são dados por

$$\varepsilon_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i \quad (13)$$

e a função

$$Z = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \quad (14)$$

terá o mínimo quando suas derivadas parciais em relação a β_0 e β_1 forem nulas.

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\beta_0} = -2\Sigma(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \\ \frac{dz}{d\beta_1} = 2\Sigma[Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i](-X_i) \end{cases}, \quad (15)$$

Assim, os estimadores de β_0 e β_1 são definidos por

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_1 X_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_1 X_i) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Desenvolvendo as duas expressões de (16), pode-se escrever o seguinte sistema de equações normais na forma

$$\begin{cases} n\bar{\beta}_0 + \bar{\beta}_1 \sum_i X_i = \sum_i Y_i \\ \bar{\beta}_0 \sum_i X_i + \bar{\beta}_1 \sum_i X_i^2 = \sum_i X_i Y_i \end{cases} \quad (17)$$

Resolvendo o sistema de (17), obtêm-se os estimadores

$$\bar{\beta}_0 = \bar{Y} - \bar{\beta}_1 \bar{X}, \text{ logo } \bar{\beta}_0 = \frac{\sum_i Y_i}{n} - \bar{\beta}_1 \frac{\sum_i X_i}{n} \quad (18)$$

$$\text{e } \bar{\beta}_1 = \frac{\sum_i X_i Y_i - \frac{\sum_i X_i \sum_i Y_i}{n}}{\sum_i X_i^2 - \frac{\left(\sum_i X_i\right)^2}{n}} \quad (19)$$

Considerando um conjunto de dados com n pontos para a escolha do modelo de melhor ajuste, procede-se da seguinte forma:

Fazer as combinações dos pontos escolhendo 2 pontos para a reta e $n-2$ para a paralela, 3 pontos para a reta e $n-3$ para a paralela até $n-2$ para a reta e 2

para a paralela. Em cada combinação devem-se estimar os parâmetros da regressão β_0 e β_1 , e, eliminando as combinações dos pontos escolhidos, calculam-se a média dos pontos restantes e a soma de quadrado dos desvios de cada modelo ajustado. O modelo que tiver menor soma de quadrado dos desvios será o de melhor ajuste.

O modelo linear de resposta platô foi aplicado inicialmente em ensaios sobre fertilidade do solo (BRAGA, 1983) e hoje é utilizado nas mais diversas áreas. Sua principal vantagem é que na presença de doses muito elevadas de algum elemento se torna possível estimar a diminuição de desempenho ocasionada pelo excesso (REZENDE et al., 2007).

Segundo Coelho et al. (1987), o MLRP permite a comparação de combinações alternativas de retas e platô, possibilitando escolher como melhor opção de ajustamento a combinação que tenha apresentado a menor soma de quadrados dos desvios.

Segundo Gomide et al. (2005), o emprego de técnicas como a regressão linear de Platô é uma alternativa viável, porém deve-se utilizar com critérios, pois em alguns pontos pode-se chegar a uma falsa suficiência.

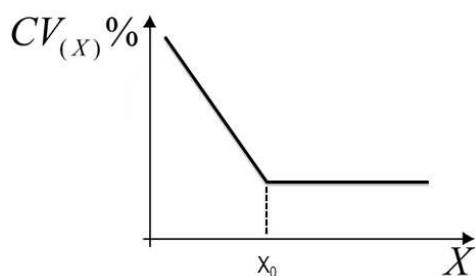


Figura 2 Representação gráfica do Modelo de regressão linear com resposta Platô (MLRP)

2.4 Método de simulação bootstrap

As metodologias para análises estatísticas, conhecidas como computacionalmente intensivas, vêm sendo cada vez mais utilizadas devido a atual capacidade de processamento das máquinas (“hardware”) e pelo desenvolvimento de programas de computadores (“software”), capazes de processar e armazenar grandes conjuntos de dados com qualidade, precisão e alta velocidade. Dentre essas metodologias pode-se destacar o “*bootstrap*”, apresentado por Bradley Efron em um influente artigo publicado no *Annals of Statistics*, em 1979. O método de *bootstrap* também pode ser utilizado, por exemplo, para estimar o viés e a variância de estimadores ou de testes de hipóteses calibrados. O método tem por base a ideia de que o pesquisador pode tratar sua amostra como se ela fosse a população que deu origem aos dados e usar amostragem com reposição da amostra original para gerar pseudoamostras. A partir destas pseudoamostras é possível estimar características da população tais como média, variância, percentis etc. Vários esquemas diferentes de simulação *bootstrap* têm sido propostos na literatura e muitos deles apresentam bom desempenho em uma ampla variedade de situações.

O *bootstrap* pode ser implementado tanto na estatística paramétrica quanto na não paramétrica, dependendo apenas do conhecimento do problema. No caso não-paramétrico, o método *bootstrap* reamostra os dados de acordo com uma distribuição empírica estimada, tendo em vista que não se conhece a distribuição subjacente aos dados. No caso paramétrico, quando se tem informação suficiente sobre a forma da distribuição dos dados, a amostra *bootstrap* é formada realizando-se a amostragem diretamente a partir dessa distribuição. A distribuição da estatística de interesse aplicada aos valores da amostra *bootstrap*, condicional aos dados observados é definida como a distribuição *bootstrap* dessa estatística (LAVORENTI, 2003).

A forma não paramétrica é a mais utilizada. Entretanto, quando a distribuição de probabilidades das estimativas dos parâmetros de interesse da população da qual a amostra mestre foi extraída for conhecida, outra forma de Bootstrap pode ser aplicada. Essa forma, denominada paramétrica, consiste em gerar reamostras baseadas na distribuição de probabilidades conhecidas, utilizando como parâmetros dessa distribuição a estimativa dos mesmos, obtida na amostra mestre. Neste caso, o interesse está em estimar o vício, intervalo de confiança, teste de hipóteses das estimativas dos parâmetros e, assim, efetuar as correções necessárias (NAVIDI, 2006).

Em experimentos com cana-de-açúcar, utilizando 20 plantas por parcela e com uma adaptação da técnica de reamostragem *bootstrap*, visando determinar o tamanho da amostra para avaliação de famílias de irmãos completos, Leite et al. (2009) também verificaram que as estimativas do tamanho da amostra variaram de acordo com a variável em estudo e afirmaram a necessidade de 16 plantas por parcela (96 indivíduos por família), como sendo suficientes para se obter estimativas fidedignas de todos os parâmetros avaliados em todas as variáveis estudadas.

2.4.1 Método bootstrap paramétrico

Esse método simula amostras de tamanho n a partir de uma distribuição $f(t|\hat{\theta})$ conhecida. Por exemplo, $f(t|\hat{\theta})$ pode ser a função densidade da distribuição normal com parâmetros $\hat{\theta} = (\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ em que $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}^2$ são os estimadores de máxima verossimilhança de μ e θ , respectivamente. O *bootstrap* paramétrico assume que $f(\cdot)$ é conhecida, exceto para um ou mais parâmetros desconhecidos. Por exemplo, $f(\cdot)$ poderia ser conhecida com distribuição Log-

Normal, sendo os parâmetros μ e θ desconhecidos. Frequentemente, os parâmetros da $f(\cdot)$ são obtidos via método de máxima verossimilhança.

2.4.2 Método bootstrap não-paramétrico

Como o próprio nome diz, no *bootstrap* não-paramétrico não se assume uma distribuição para os dados. As amostragens são feitas a partir da amostra original de tamanho n , sendo necessária a suposição de que cada dado tenha identicamente uma massa de probabilidade igual a $1/n$, designada também por uma suposta distribuição empírica \hat{F} . Nesse caso, a amostra *bootstrap* também será feita com reposição, retirando-se um conjunto de n observações da amostra original e que, seguindo a notação de Efron e Tibshirani (1993), também será denotada por $X^* = X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$.

Como o *bootstrap* não-paramétrico não depende da distribuição que os dados seguem (distribuição desconhecida), o mesmo pode ser usado para qualquer conjunto de dados, tendo então maior aplicabilidade que o *bootstrap* paramétrico.

Por exemplo, seja $t = (t_1, \dots, t_n)$ uma amostra contendo n observações. Constrói-se então B amostras $T^{*(1)}, \dots, T^{*(B)}$ independentes, onde cada amostra é obtida a partir da reamostragem da amostra finita inicial $t = (t_1, \dots, t_n)$. Para cada uma das $T^{*(1)}, \dots, T^{*(B)}$ amostras, estima-se os parâmetros de interesse.

2.4.3 Erro padrão bootstrap

O desvio padrão da distribuição *bootstrap* para a média (também chamado de erro padrão) é uma medida de variabilidade e é calculado da seguinte forma

$$SE_{bootstrap} = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum \left(\hat{\theta}_i^* - \frac{1}{B} \sum \hat{\theta}_i^* \right)^2}, \quad (20)$$

com $\hat{\theta}_i^*$ igual ao valor da estatística para cada reamostra e B igual ao número de reamostragens realizadas. O asterisco é usado para diferenciar a estatística das reamostras da estatística da amostra original, a qual é representada por $\hat{\theta}$. Pode-se, também, utilizar no primeiro valor do denominador apenas B ao invés de (B - 1), pois como o número de reamostragens é um valor muito alto, essa alteração acaba ficando praticamente insignificante.

A distribuição *bootstrap* geralmente tem a mesma forma e amplitude que a distribuição amostral da estatística, porém está centrada na estatística dos dados originais (amostra mestre), enquanto a distribuição amostral está centrada no parâmetro da população.

Segundo Montgomery e Runger (2003), uma estatística utilizada para estimar um parâmetro é viciada quando a distribuição amostral não estiver centrada no verdadeiro valor do parâmetro. A técnica *bootstrap* nos permite verificar o vício, olhando se a distribuição *bootstrap* da estatística está centrada na estatística da amostra mestre. O estimador do vício da distribuição *bootstrap* é

$$vício_{bootstrap} = \hat{\theta}^* - \hat{\theta}, \quad (21)$$

em que $\hat{\theta}^*$ é o valor da estatística para cada reamostra e $\hat{\theta}$ é o valor da estatística da amostra original.

2.4.4 Intervalos de confiança bootstrap

No processo de inferência de um determinado parâmetro θ não se pode valer simplesmente da utilização de uma estimativa pontual $\hat{\theta}$, pois essa estimativa não apresenta medidas de precisão e confiança decorrentes do processo de estimação. Já para construir os intervalos de confiança, a precisão do estimador e o erro de estimação são levados em consideração, possibilitando assim a obtenção de estimativas mais confiáveis. Utilizando-se reamostragem *bootstrap* torna-se possível a obtenção de estimativas intervalares dos parâmetros de interesse. Isso pode ocorrer sob diversas abordagens, produzindo diferentes intervalos.

Há diversas técnicas distintas para o cálculo de intervalos de confiança *bootstrap*. Entre as diferentes maneiras de calcular o Intervalo de Confiança pelo método *bootstrap* destacam-se o método *Bootstrap t* e o método Percentil, que pode ser obtido de duas formas diferentes. Essas técnicas serão apresentadas a seguir.

2.4.4.1 Intervalo de confiança bootstrap t

Calcula-se o intervalo de confiança *bootstrap t* para uma determinada estatística da seguinte maneira:

$$IC_{bootstrap\ t} = \left[estatística \pm t \times SE_{bootstrap} \right], \quad (22)$$

sendo n o tamanho da amostra mestre, t encontrado utilizando-se $(n-1)$ graus de liberdade, e $SE_{bootstrap}$ o desvio padrão *bootstrap* calculado utilizando-se a Equação (20) para a estatística em estudo. A flexibilidade é quase

automaticidade do cálculo de intervalo de confiança por esse método é muito boa, porém existe um problema que pode afetar sua eficácia. O intervalo de confiança *bootstrap t* realmente só funciona bem quando se sabe que a distribuição da estatística na distribuição *bootstrap* é aproximadamente normal e a estatística é pouco viciada. Respeitadas essas condições, o intervalo de confiança *bootstrap t* pode ser calculado na estimação de diversos parâmetros além da média populacional, como por exemplo, a proporção e o coeficiente de correlação.

2.4.4.2 Intervalo de confiança bootstrap percentil

O intervalo de confiança percentil pode ser calculado de duas maneiras. Segundo Efron (1979), para uma confiança $(1 - \alpha)100\%$, a primeira forma é encontrar o percentil $(1 - \alpha / 2)100\%$ e o percentil $(\alpha / 2)100\%$ da média das reamostras da estatística do parâmetro que se deseja estimar.

A segunda maneira de se obter o intervalo de confiança percentil é por meio dos percentis das diferenças dos valores das estatísticas das reamostras em relação ao valor médio dessa mesma estatística nas reamostras (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

Para estimar um intervalo de confiança para uma estimativa $\hat{\theta}$, calcula-se o valor dessas estatísticas para cada uma das “i” reamostras Bootstrap ($\hat{\theta}_i^*$) e a média dessas estimativas $\bar{\theta}^*$. Encontra-se então, para cada reamostra “i”, a diferença entre esses valores, isto é

$$diferença = \hat{\theta}_i^* - \bar{\theta}^*, \quad (23)$$

Para uma confiança de 95% encontram-se os percentis 97,5% e 2,5% dessas diferenças e calcula-se o intervalo de confiança Bootstrap Percentil da seguinte forma

$$IC_{bootstrap \text{ percentil}} = \left[\hat{\theta} - P_{97,5\%} \text{diferenças}; \hat{\theta} - P_{2,5\%} \text{diferenças} \right], \quad (24)$$

Para verificar se o intervalo de confiança t calculado é confiável deve-se compará-lo com o intervalo de confiança percentil. Se o vício for pequeno e a distribuição *bootstrap* for aproximadamente normal, os dois intervalos irão apresentar valores muito próximos. Segundo Hesterberg et al. (2003), caso os intervalos de confiança *bootstrap* calculados pela t e pelo percentil não tiverem valores próximos, nenhum desses métodos deve ser utilizado. Entretanto, Efron (1979) afirma que se a distribuição *bootstrap* não for aproximadamente normal, mas existir uma transformação monotônica possível que a torne normal, pode-se calcular o intervalo de confiança *bootstrap* Percentil para os dados transformados e, posteriormente desfazer a transformação para os limites do intervalo encontrado. Isso é possível uma vez que a transformação utilizada foi uma transformação monotônica, portanto o intervalo de confiança *bootstrap* pelo método Percentil, assim calculado, coincidirá com o intervalo de confiança *bootstrap* pelo método Percentil para os dados não transformados.

Rodriguez e Ruiz (2009) estudaram as propriedades dos intervalos de predição *bootstrap* percentílico para amostras finitas, com base no procedimento de previsão *bootstrap* não-paramétrico e as compararam com os intervalos assintóticos e com os intervalos obtidos no estudo de Wall e Stoffer (2002) para modelos de nível local, assim como os métodos de previsão utilizados em cada caso. Como resultado, eles mostraram que o procedimento de previsão *bootstrap* não-paramétrico apresentou propriedades melhores para amostras finitas quando comparados com o procedimento *bootstrap* utilizado por Wall e Stoffer (2002).

2.4.5 Propriedades desejáveis de um intervalo de confiança

Uma propriedade desejável para intervalos de confiança é a acurácia (cobertura dos intervalos). Seja por simplicidade, um intervalo de confiança unilateral para um parâmetro de interesse θ , cujo único limite de confiança é dado por $\hat{\theta}_{(\alpha)}$, sendo α a probabilidade de cobertura desse intervalo. Assim,

$$P\left[\theta \leq \hat{\theta}_{(\alpha)}\right] \approx \alpha, \quad (25)$$

Segundo Martinez e Louzada Neto (2001), um limite de confiança $\hat{\theta}_{(\alpha)}$ é dito acurado de primeira ordem se,

$$P\left[\theta \leq \hat{\theta}_{(\alpha)}\right] \approx \alpha + o\left(n^{-1/2}\right), \quad (26)$$

e, é dito acurado de segunda ordem se

$$P\left[\theta \leq \hat{\theta}_{(\alpha)}\right] \approx \alpha + o\left(n^{-1}\right), \quad (27)$$

sendo $o(\cdot)$ o resto. Em outras palavras, se $\hat{\theta}_{(\alpha)}$ é acurado de primeira ordem, a probabilidade de cobertura $P\left[\theta \leq \hat{\theta}_{(\alpha)}\right]$ é igual a α mais um termo cuja ordem de magnitude é, no máximo, de $n^{-1/2}$ para todo n suficientemente grande.

Quanto maior o intervalo de confiança maior o erro padrão da estimativa, ou seja, maior o erro experimental. Portanto, em uma situação ideal

deve-se obter um intervalo relativamente curto com alta confiança. Assim, referente à precisão dos intervalos de confiança, espera-se que essa seja a maior possível, mas sem afetar a acurácia dos mesmos.

Na maioria das publicações não técnicas em estatística, a forma de cálculo dos intervalos de confiança *bootstrap* não costuma ser apresentada. Segundo enquete realizada por Hall (1988), o método Percentil é utilizado em mais da metade dessas publicações.

A maioria dos procedimentos de intervalo de confiança se torna mais precisa quando o tamanho da amostra aumenta. Hesterberg et al. (2003) afirma que um problema que existe nos intervalos de confiança *bootstrap* t e Percentil é que essa melhora ocorre de forma mais lenta, necessitando de um grande aumento no tamanho da amostra para refletir uma melhora na precisão (na base de 10 para 1).

O tamanho de ensaio de uniformidade determinado a partir de intervalos de confiança de *bootstrap*, com reposição, é um procedimento adequado, principalmente por ser independente da distribuição de probabilidade dos dados (FERREIRA, 2009).

2.5 Método da regressão antitônica

Em algumas situações práticas, devido a alguma informação “a priori”, as observações e método de análise desses dados de interesse apresentam algum tipo de ordenação. Assim, deve-se buscar um modelo que preserve essa característica de ordem. Uma alternativa muito interessante é a abordagem denominada regressão isotônica, sendo que o termo isotônico (ou monotônica) refere-se ao fato de que um aumento na variável independente implique em um aumento na variável resposta. Se a variável resposta diminui com o aumento da variável preditora, utiliza-se o termo antitônica. Portanto, quando é razoável

supor que a variável resposta diminua com o aumento da variável independente, uma teoria adequada a ser utilizada é a da regressão antitônica (RODRIGUES et al., 2010). Esse comportamento ocorre em relação ao tamanho de parcelas, pois à medida que se aumenta o tamanho da parcela verifica-se uma redução no coeficiente de variação ou na variância entre parcelas. Nesse aspecto, uma alternativa que pode propiciar melhoria na qualidade de ajuste é a utilização da regressão antitônica.

Dentre os diversos tipos de conjuntos existentes, a regressão antitônica é feita em dois conjuntos particulares. Esses conjuntos são: os conjuntos com uma simples ordenação de dados e os conjuntos com uma quase ordenação de dados.

2.5.1 Regressão antitônica para o caso de uma ordem simples

Seja $X = \{x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_p\}$ um conjunto finito. A relação binária (\leq) entre os elementos de X é uma relação de ordem simples se são satisfeitas as seguintes propriedades:

- a) é reflexiva: $x \leq x$ para todo $x \in X$;
- b) é transitiva: $x, y, z \in X$, $x \leq y$ e $y \leq z$ então $x \leq z$;
- c) é antissimétrica: $x, y \in X$, $x \leq y$ e $y \leq x$ então $x = y$; e
- d) todo e qualquer elemento de X é comparável: $x, y \in X$ implica que $x \leq y$ ou $y \leq x$.

Assim, Robertson, Wright e Dykstra (1998) apresentam a seguinte definição para regressão antitônica, no caso de uma ordenação simples dos dados.

Seja $X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ um conjunto finito com uma ordem simples $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_p$. Uma função f , em X , é antitônica se $f(x_1) \geq f(x_2) \geq \dots \geq f(x_p)$, sendo que (\leq) indica a relação existente no conjunto da variável independente e (\geq) a relação existente no conjunto da variável dependente.

Sejam X e f como na definição anterior, g uma função em X e w uma dada função peso positiva em X . Uma função antitônica g^* em X é uma regressão antitônica de g com pesos w , se ela minimiza na classe das funções antitônicas f em X , a soma

$$\sum_{x \in X} [g(x) - f(x)]^2 w(x) \quad (28)$$

Portanto, encontrar a regressão antitônica de uma função é obter uma função não crescente que minimiza a soma de quadrados dos erros em (28), ou seja, utiliza-se o princípio de que dentre todas as funções não crescentes possíveis busca-se uma que torna a soma de quadrados dos erros a menor possível.

Suponha amostras aleatórias de p populações normais com médias $\mu(x_1)$, $\mu(x_2), \dots, \mu(x_p)$ e variância comum σ^2 . Para a i -ésima amostra, seja n_i a notação para o seu tamanho amostral, sejam $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in_i}$ as observações e $\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{Y_{ij}}{n_i}$, o estimador de máxima verossimilhança (EMV), sem restrição de $\boldsymbol{\mu} = (\mu(x_1), \mu(x_2), \dots, \mu(x_p))$, o vetor de médias populacionais. Suponha também que é conhecido que $\mu(x_1) \leq \mu(x_2) \leq \dots \leq \mu(x_p)$. Pode-se querer estimar essas médias e também satisfazer essa restrição, mas pela variabilidade amostral a amostra de

médias $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_p$ pode não estar ordenada, ou seja, não está obedecendo a restrição das médias populacionais.

Para se obter as estimativas que satisfazem essa restrição, toma-se o negativo do logaritmo da função de verossimilhança. Percebe-se que o EMV restrito minimiza $\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} [Y_{ij} - \mu(x_i)]^2$ sujeito a $\mu(x_1) \leq \mu(x_2) \leq \dots \leq \mu(x_p)$. Somando e subtraindo \bar{Y}_i , pode-se reescrever esse somatório da seguinte maneira

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)(\bar{Y}_i - \mu(x_i)) + \sum_{i=1}^p (\bar{Y}_i - \mu(x_i))^2 n_i, \quad (29)$$

Entretanto, a primeira soma não envolve $\mu(x_i)$ e a segunda soma é zero.

Assim, o EMV restrito minimiza $\sum_{i=1}^p (\bar{Y}_i - \mu(x_i))^2 n_i$ sujeito à condição de $\mu(x_1) \leq \mu(x_2) \leq \dots \leq \mu(x_p)$. Portanto, em um conjunto $X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ com $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_p$, g e w são definidas em X por $g(x_i) = \bar{Y}_i$ e $w(x_i) = n_i$, então está claro que o EMV restrito de $\boldsymbol{\mu} = (\mu(x_1), \mu(x_2), \dots, \mu(x_p))$, é fornecido pela regressão antitônica g^* de g com peso w .

2.5.2 Regressão antitônica para o caso de uma ordem parcial

A relação binária \lesssim em um conjunto $X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ é uma ordem parcial se são satisfeitas as propriedades de reflexão, transitividade e antissimétrica. Um conjunto X , com a relação binária \lesssim , ainda pode ser um conjunto quase ordenado se os elementos desse conjunto satisfizerem somente as propriedades de reflexão e transitividade, não sendo necessário que elementos

sejam antissimétricos e nem que sejam comparáveis. Assim, todo conjunto com ordem simples é um conjunto com ordem parcial e todo conjunto com ordem parcial é um conjunto com quase ordem.

Uma função f de valor real em X é antitônica com elementos quase ordenados \lesssim em X se $x, y \in X$ então $f(x) \geq f(y)$. Assim, seja g uma função dada em X e w uma outra função positiva em X . Uma função antitônica g^* é uma regressão antitônica de g com peso w se e somente se

$$\sum_{x \in X} [g(x) - g^*(x)]^2 w(x) \geq \sum_{x \in X} [g(x) - f(x)]^2 w(x), \quad (30)$$

para todas funções f em X que são antitônicas.

2.5.3 O cálculo da regressão antitônica: o algoritmo PAVA

Um algoritmo amplamente utilizado para calcular a regressão isotônica para uma ordem simples é o PAVA (*pool-adjacent-violators algorithm*). O algoritmo inicia-se com a função $g(x)$, e se $g(x)$ é isotônica, então $g(x) = g^*(x)$. Caso contrário deve existir algum índice i tal que $g(x_{i-1}) < g(x_i)$, sendo o valor $g(x_{i-1})$ denominado como violador. Esses dois valores são substituídos pelas suas médias ponderadas, as quais são denotadas por $Av(i-1, i)$, isto é

$$Av(i-1, i) = \frac{g(x_{i-1})w(x_{i-1}) + g(x_i)w(x_i)}{w(x_{i-1}) + w(x_i)}, \quad (31)$$

Após o cálculo dessa média ponderada, os pesos $w(x_{i-1})$ e $w(x_i)$ são substituídos pela soma $w(x_{i-1}) + w(x_i)$. Se esse novo conjunto, com $p-1$ valores é antitônico, então $g^*(x_{i-1}) = g^*(x_i) = (Av(i-1, i))$ e $g^*(x_j) = g(x_j)$, com $j =$

1, 2, ..., $k - 1$. Caso contrário, existe um violador e o processo precedente é repetido até que se obtenha um conjunto com valores antitônicos. Observe que os valores de g^* são as médias ponderadas dos blocos de valores para os quais existia um violador. Desta forma, a regressão antitônica é obtida por um procedimento simples, com significado estatístico, mediante uso de médias locais para os valores que apresentavam violadores.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Material

Foi conduzido um ensaio de uniformidade com mamoeiro, em casa de vegetação, na área experimental da Embrapa Mandioca e Fruticultura, em Cruz das Almas, Bahia. O município de Cruz das Almas está situado a 12°40'19'' de latitude sul, 39°06'22'' de longitude oeste de Greenwich e a 220 m de altitude, sendo o clima da região caracterizado como do tipo quente e úmido, Aw a Am, segundo a classificação de Köppen, com temperatura média diária de 24,5° C e umidade relativa de 80% (ALMEIDA, 1999).

O ensaio foi instalado no mês de dezembro de 2004, utilizando-se a cultivar Golden, do grupo Solo. Utilizaram-se 100 sacos de polietileno com substrato composto de 5 kg de terra vegetal e esterco bovino curtido na proporção de 2:1. Foram colocadas três sementes de mamoeiro por saco, sendo que as sementes foram cobertas com uma camada de 1 a 2 cm de terra fina peneirada e regada três vezes ao dia até a germinação, quando foi feito o desbaste, deixando-se uma planta por recipiente, conforme indicado por Trindade e Oliveira (1999). As plantas foram dispostas em 10 fileiras com 10 plantas em cada fila, no espaçamento de 0,50 m entre fileiras e 0,50 m entre plantas. Após o desbaste, realizado em janeiro de 2005, foram realizadas dez avaliações que ocorreram até maio de 2005, compreendendo o período entre o desbaste das plantas e o aparecimento da primeira flor funcional.

Os dados foram coletados após o desbaste, aos 18, 26, 32, 39 e 54 dias, período em que a muda se encontra apta para ir ao campo. Depois desse período, devido ao crescimento se tornar mais lento, as avaliações foram realizadas aos 69, 84, 99, 114 e 144 dias, após o plantio.

Em cada planta foi avaliada, conforme Dantas et al. (2000), a variável altura de plantas. A altura de plantas foi avaliada com o auxílio de uma trena, medindo-se a distância da inserção da folha mais nova ao colo da planta, expressa em cm. Foram simulados diferentes tamanhos de parcela (X), múltiplos do número de fileiras e de plantas por fileira. Os tamanhos de parcela foram constituídos pelo agrupamento das observações de unidades básicas (UB) adjacentes (plantas) na fileira de cultivo e entre as fileiras. Foram estabelecidos os tamanhos de parcela para X=1, 2, 4, 5, 10, 20, 25 e 50 UB, conforme pode ser observado na Tabela 1.

Tabela 1 Tamanho da parcela (em unidades básicas), forma da parcela e número de parcelas totais para as diversas simulações no ensaio de uniformidade de plantas de mamoeiro, em casa de vegetação no município de Cruz das Almas, BA

Simulações	Tamanho	Forma	Número de parcelas
1	1	1x1	100
2	2	2x1	50
3	2	1x2	50
4	4	2x2	25
5	5	1x5	20
6	5	5x1	20
7	10	1x10	10
8	10	10x1	10
9	10	2x5	10
10	10	5x2	10
11	20	2x10	5
12	20	10x2	5
13	25	5x5	4
14	50	5x10	2
15	50	10x5	2

Para cada tamanho e forma de parcela (X), em cada período de avaliação para a variável altura, foram estimados os parâmetros variâncias e coeficientes de variação entre totais de parcelas. Para as parcelas simuladas de diferentes formas, porém com o mesmo tamanho, foi considerada a média aritmética dos coeficientes de variação, provenientes de formas de diferentes parcelas.

3.2 Métodos

Para estimação do tamanho ótimo de parcelas foram utilizados os métodos da máxima curvatura modificada e o modelo de regressão linear com resposta platô. Em ambos os métodos os modelos foram ajustados nas dez épocas de avaliação, separadamente, calculando-se as estimativas dos parâmetros antes e depois do procedimento de regressão antitônica.

3.2.1 Método da máxima curvatura modificado

O método da máxima curvatura modificado, proposto por Lessman e Atkins (1963), consiste em determinar o tamanho de parcela no qual a curvatura é máxima na curva que relaciona o coeficiente de variação (CV) com o tamanho de parcela (X). Essa relação entre CV e tamanho de parcela (X), segundo Meier e Lessman (1971), pode ser representada pela equação geral

$$CV = \beta_0 X^{-\beta_1} \quad (32)$$

em que CV representa o índice de variabilidade, X o correspondente tamanho da parcela em unidades básicas e β_0 e β_1 os parâmetros a serem estimados. O ponto de máxima curvatura é estimado pela fórmula (MEIER; LESSMAN, 1971)

$$X_0 = \left[\frac{\beta_0^2 \beta_1^2 (2\beta_1 + 1)}{\beta_1 + 2} \right]^{\frac{1}{2+2\beta_1}} \quad (33)$$

em que X_0 é o valor da abscissa correspondente ao ponto de máxima curvatura e $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ são estimativas dos parâmetros β_0 e β_1 do modelo (32), obtidas por meio de métodos de regressão não linear, conforme Bates e Watts (1988), utilizando-se a função nls do programa R.

3.2.2 Modelo de regressão linear com resposta platô

O método do modelo de regressão linear com resposta platô foi utilizado por Peixoto et al. (2011) como um novo método para o cálculo de tamanho ótimo de parcelas e utiliza o seguinte modelo de regressão

$$CV_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i & \text{se } X_i \leq X_c \\ P + \varepsilon_i & \text{se } X_i > X_c \end{cases} \quad (34)$$

em que CV_i é o coeficiente de variação observado experimentalmente entre totais de parcela de tamanho de X_i unidades básicas; X_i é o tamanho da parcela em unidades básicas agrupadas, X_c é o tamanho ótimo de parcelas para o qual o modelo linear se transforma em um platô, em relação à abscissa; P é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô; ε_i é o erro associado ao $CV_{(x)}$ considerado normalmente e independentemente distribuídos, com média 0 e variância σ_ε^2 constante. O tamanho ótimo da parcela foi estimado pela expressão

$$X_c = (\hat{P} - \hat{\beta}_0) / \hat{\beta}_1 \quad (35)$$

em que $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ e \hat{P} são estimativas dos parâmetros β_0, β_1 e P do modelo (34), obtidas por meio de métodos de regressão não linear, conforme Bates e Watts (1988), utilizando-se a função `nls` do software R.

Para ajustar os modelos de platô de resposta foi utilizada a função `nls` do pacote `stats` do software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013), apropriado para ajuste de funções não lineares.

3.2.3 Regressão antitônica

Para o cômputo da regressão antitônica com uma ordenação simples pode ser usado um software estatístico, como por exemplo, o R Development Core Team, que já apresenta rotina pronta para esse tipo de análise. Leeuw, Hornik e Mair (2009) criaram um novo pacote para o cálculo da regressão antitônica, o pacote *isotone*. Esse pacote tem implementado o PAVA, bem como se utiliza de outros algoritmos mais sofisticados para o caso de alguns tipos de ordem parcial. A função principal para o uso do PAVA é *gpava()*. O pacote está disponível na página <http://CRAN.R-project.org/package=isotone>.

3.2.4 Reamostragem bootstrap

Com a finalidade de verificar as características dos parâmetros de cada método utilizado, tanto com ou sem o uso da regressão antitônica, utilizou-se a técnica de reamostragem para validar as estimativas, pois, pelo método de *bootstrap* pode-se reexaminar uma análise de regressão, comparando-se os resultados obtidos sob certas circunstâncias assumidas (DRAPER; SMITH, 1998).

Foram obtidas amostras considerando como unidade amostral cada planta. O processo baseou-se na técnica de reamostragem “*bootstrap*” não-

paramétrico, conforme Efron e Tibshirani (1993), e seguiu-se o seguinte algoritmo:

- a) os valores observados da variável, coletados em cada planta, formaram a amostra mestre. Foram considerados os tamanhos de parcela formados por 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25 e 50 unidades básicas (ou plantas);
- b) foram realizadas 5000 reamostragens com reposição, conforme Xie e Mosjidis (1999), seguindo o exposto no item (i), sendo que foram geradas 5000 novos conjuntos de dados da variável analisada;
- c) para cada conjunto de dados gerado, estimaram-se os parâmetros de interesse β_0, β_1, X_0 e P;
- d) com base nos valores obtidos para os parâmetros em cada uma das 5000 simulações foram calculados a média, a variância, o erro padrão e os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil para cada um dos parâmetros, com nível de confiança de 95%. Em adição fez-se a distribuição de frequência e histograma dos valores simulados de cada parâmetro. Além disso, para cada tamanho de ensaio simulado foram obtidas 5000 estimativas de *bootstrap* de β_0, β_1, X_0 e P e determinados os valores mínimo, percentil 2,5%, média, percentil 97,5% e máximo de β_0, β_1, X_0 e P.

Para a realização do processo de reamostragem e obtenção das estatísticas foi utilizado o software livre R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013), cujas rotinas podem ser encontradas anexas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Coeficiente de variação

As estimativas do coeficiente de variação estão apresentadas na Tabela 2, indicando os coeficientes de variação CV em porcentagens e os valores de unidades básicas da variável altura da planta (AP).

Os valores dos coeficientes de variação dos diferentes tamanhos e formas das parcelas planejadas, nas dez épocas de avaliação (Tabela 2), diminuíram à medida que se aumentou o tamanho da parcela (aumento da largura e/ou do comprimento), de acordo com a função ou lei empírica de Smith (1938). Além disso observou-se uma variação de 1,58% a 29,33% para o CV (UB=50) e o CV (UB=1), respectivamente. A redução do CV (%) não foi linear em relação ao aumento do tamanho da parcela. Esta, no início, foi mais acentuada e, mais adiante, teve uma tendência à estabilidade. Assim, existem variações nos valores máximos e mínimos e na forma de redução do CV com o aumento do tamanho das parcelas. Desta forma, considera-se que o conjunto das dez avaliações pode ser adequado para o estudo proposto.

Tabela 2 Estimativas do coeficiente de variação (em %) para o caráter altura de planta, nas dez épocas de avaliação, em relação aos diferentes tamanhos de parcelas (em unidades básicas – UB), no experimento com mamoeiro, cultivar Golden

Tamanho		Avaliação									
Parcela	11/jan	19/jan	25/jan	01/fev	16/fev	03/mar	18/mar	02/abr	17/abr	17/mai	
1	22,44	19,46	17,90	17,25	29,33	27,68	27,70	28,45	28,02	28,13	
2	17,26	14,05	12,90	12,50	22,49	20,80	19,96	21,05	20,8	20,38	
4	14,09	11,19	10,83	10,36	17,39	15,33	13,37	14,81	14,86	14,76	
5	15,33	11,46	10,37	10,21	18,16	16,25	14,90	15,78	15,75	15,71	
10	12,25	9,23	8,69	8,52	14,91	13,02	11,48	12,13	12,05	12,3	
20	9,03	7,11	6,92	6,78	11,43	9,52	7,50	7,57	6,62	7,25	
25	14,29	10,27	9,41	8,46	12,25	8,29	5,35	7,07	9,01	9,24	
50	11,14	8,40	7,80	5,42	10,24	6,35	1,58	2,11	3,62	4,10	

Oliveira et al. (2006) avaliaram a relação entre o coeficiente de variação das parcelas de uma cova e o índice de heterogeneidade do solo com o tamanho ótimo de parcela para experimentos com batata e concluíram que o tamanho ótimo de parcela, obtido em ensaios em branco com a cultura da batata é mais influenciado pelo valor do coeficiente de variação (CV) entre as parcelas de uma unidade básica do que pelo índice de heterogeneidade do solo.

4.2 Método da máxima curvatura modificado (MMC)

Para o ajuste do modelo MMC (Tabela 3), verificou-se que o procedimento da correção de dados originais, via regressão antitônica, não alterou de forma expressiva as estimativas dos parâmetros. Verificou-se, ainda, nessa tabela, para todos os parâmetros do modelo uma redução do erro padrão das estimativas à medida que o procedimento foi implementado. O índice de qualidade de ajuste, coeficiente de determinação (R^2) melhorou com o procedimento de regressão antitônica. É importante salientar que essa melhora na qualidade do ajuste é obtida sem o aumento de parâmetros no modelo e com o mesmo tamanho da amostra original, uma vez que o processo de correção de dados originais, via regressão antitônica, somente ordena os dados de forma não crescente.

Verificou-se que o tamanho da parcela variou de 2,5 UB até 5,3 UB, sendo que nas avaliações iniciais ocorreram os menores valores estimados para o tamanho da parcela, mas com coeficientes de variação maiores. Na fase inicial da cultura as plantas têm um desenvolvimento mais acelerado, podendo ocorrer maior variabilidade entre as alturas de plantas, sugerindo que nessas avaliações melhores cuidados se devem ter na amostragem das parcelas; e nas últimas avaliações as plantas já têm um desenvolvimento mais uniforme, de modo que afetou menos na estimação do tamanho da parcela, ficando esse próximo de 5,3 UB.

Tabela 3 Estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1) com os respectivos erros padrão (ep), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), com e sem a utilização da regressão antitônica e respectivos coeficientes de variação (P) e coeficientes de determinação (R^2), para a característica altura de planta do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Época de Avaliação	Regressão antitônica									
	Sem					Com				
	$\beta_0 \pm ep$	$\beta_1 \pm ep$	X_0	P(%)	R^2 (%)	$\beta_0 \pm ep$	$\beta_1 \pm ep$	X_0	P(%)	R^2 (%)
11/jan	20,71±1,62	0,19±0,04	2,64	17,17	77	20,81±0,92	0,20±0,02	2,68	17,16	92
19/jan	17,77±1,30	0,25±0,04	2,77	13,83	85	17,82±1,00	0,25±0,03	2,79	13,82	90
25/jan	16,36±1,10	0,24±0,39	2,54	13,08	86	16,39±0,89	0,24±0,03	2,55	13,08	91
01/fev	16,25±0,79	0,27±0,03	2,78	12,28	94	16,27±0,62	0,27±0,02	2,78	12,28	96
16/fev	28,24±0,85	0,28±0,02	4,36	18,61	98	28,27±0,71	0,28±0,02	4,37	18,60	98
03/mar	27,32±0,71	0,36±0,02	4,77	15,60	99	27,35±0,56	0,36±0,01	4,78	15,60	99
18/mar	27,93±1,51	0,47±0,04	5,30	12,78	96	27,29±1,36	0,47±0,04	5,31	12,76	97
02/abr	28,81±1,39	0,44±0,04	5,34	13,74	97	28,83±1,30	0,44±0,02	5,34	13,73	97
17/abr	28,10±1,25	0,42±0,03	5,15	14,22	97	28,14±0,90	0,42±0,02	5,15	14,22	98
17/mai	27,84±1,18	0,40±0,03	5,06	14,48	97	27,88±0,87	0,40±0,02	5,07	14,48	98

4.3 Método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP)

De forma semelhante ao ajuste do modelo MMC, as estimativas dos parâmetros obtidas por meio do modelo MLRP (Tabela 4), também não sofreram alterações expressivas para todos os parâmetros do modelo. No entanto, houve uma redução do erro padrão das estimativas à medida que o procedimento foi implementado e o índice de qualidade de ajuste e coeficiente de determinação (R^2) melhorou com o procedimento de regressão antitônica. Esses fatos sugerem que o processo de antitonização dos dados melhora a qualidade e precisão das estimativas obtidas.

Tabela 4 Estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0) em unidade básica, com os respectivos erros padrão (ep), obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), sem e com a utilização da regressão antitônica e respectivos coeficientes de variação (P) e coeficientes de determinação (R^2) para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Época de Avaliação	Regressão antitônica									
	Sem					Com				
	$\beta_0 \pm ep$	$\beta_1 \pm ep$	$X_0 \pm ep$	P(%)	R^2 (%)	$\beta_0 \pm ep$	$\beta_1 \pm ep$	$X_0 \pm ep$	P(%)	R^2 (%)
11/jan	22,49±2,38	1,73±0,70	6,22±1,58	11,68	79	22,68±1,36	1,80±0,40	6,11±0,85	11,68	92
19/jan	19,70±1,70	1,89±0,53	5,80±1,01	8,75	87	19,74±1,40	1,90±0,41	5,78±0,77	8,75	91
25/jan	18,14±1,50	1,71±0,44	5,80±0,93	8,20	88	18,14±1,24	1,71±0,37	5,80±0,77	8,21	92
01/fev	15,25±1,52	0,79±0,28	10,60±2,84	6,89	80	15,25±1,46	0,79±0,27	10,56±2,73	6,90	81
16/fev	26,38±2,21	1,35±0,41	11,19±2,58	11,3	86	26,41±2,16	1,35±0,40	11,15±2,51	11,31	86
03/mar	24,65±2,37	1,37±0,44	12,10±2,95	8,05	86	24,69±2,32	1,38±0,42	12,05±2,86	8,05	87
18/mar	24,12±3,01	1,51±0,56	12,80±3,63	4,81	84	24,17±2,94	1,52±0,54	12,71±3,84	4,81	85
02/abr	25,22±2,85	1,54±0,53	12,70±3,36	5,58	86	25,26±2,81	1,55±0,52	12,70±3,27	5,58	87
17/abr	24,93±2,69	1,51±0,50	12,30±3,10	6,42	86	24,97±2,58	1,57±0,48	12,23±2,95	6,42	87
17/mai	24,71±2,75	1,47±0,51	12,20±3,23	6,86	85	24,75±2,67	1,48±0,49	12,12±3,10	6,86	85

Para o método do MLRP, antes do procedimento antitônico, o valor encontrado para o tamanho ótimo foi de 12,8 (13 plantas) e após o procedimento esse valor foi alterado para 12,71 (13 plantas). Em ambos os casos o valor a ser indicado para o tamanho ótimo de parcela é de 13 plantas.

Para o método da máxima curvatura modificada os valores encontrados foram de 5,34 (6 plantas) para ambos os procedimentos, indicando que o tamanho ótimo de parcela é de seis (6) plantas.

Na estimação do ponto de máxima curvatura e do tamanho ótimo da parcela, considera-se a obtenção de valores algebricamente arredondados e essa opção de arredondar foi feita para cima. Na região superior do ponto de máxima curvatura ainda pode ocorrer decréscimo nos valores de coeficiente de variação, com o aumento do tamanho da parcela, que pode ser observado na Figura 4. Em casos como esse, conforme elucidaram Chaves (1985) e Henriques Neto et al. (2004), o valor da abscissa no ponto de máxima curvatura deve ser interpretado como um limite inferior de tamanho de parcela, em vez de tamanho ótimo.

Segundo Silva et al. (2003), o método da máxima curvatura modificada não considera o ponto de estabilização dos valores do coeficiente de variação. Deste modo, o aumento no número de plantas na parcela ainda promove ganho expressivo na precisão experimental. Assim, esse método tende a subestimar o número ótimo de plantas por parcela. Feijó et al. (2006), Henriques Neto et al. (2009) e Lima et al. (2007), também encontraram problemas de subestimação, utilizando esse método.

O procedimento da correção dos dados originais via regressão antitônica melhorou consideravelmente o ajuste dos modelos aos dados, suavizando os pontos em torno da curva (Figura 3). Entretanto, não houve mudanças expressivas nos valores encontrados para o tamanho ótimo de parcelas, mas ocorreu melhoria na qualidade de ajuste, visualizada por menores erros padrão e coeficiente de determinação igual ou maior, quando se utilizou o procedimento

de regressão antitônica. Esse resultado está de acordo com Rodrigues et al. (2010), que utilizaram uma transformação de dados, via análise de regressão isotônica, para estudos de curvas de crescimento e verificaram que o uso dessa metodologia possibilitou aumentar a porcentagem de convergência e menores erros quadráticos médios para os parâmetros dos modelos avaliados.

Gonçalves et al. (2012) ajustaram modelos de platô de resposta, via regressão isotônica, como uma forma alternativa para analisar dados de deposição de zinco (Zn) na tíbia de aves machos da linhagem Hubbar, e concluíram que a isotonização dos dados propiciou uma melhora em todos os avaliadores de qualidade de ajuste considerados no trabalho.

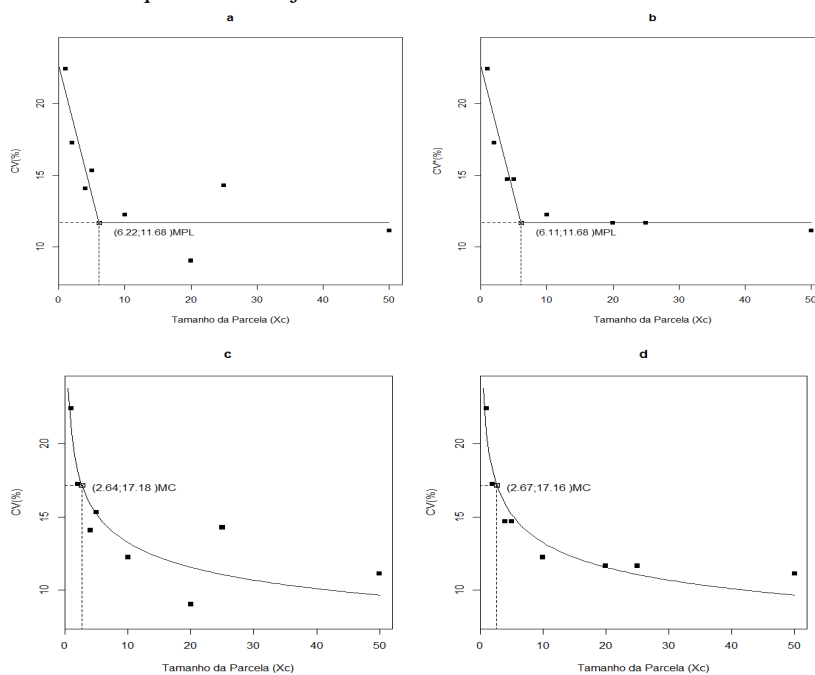


Figura 3 Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho da parcela (X) para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, pelos métodos do modelo de regressão linear com resposta platô (*a* e *b*) e máxima curvatura modificada, (*c* e *d*), sem (*a* e *c*) e com (*b* e *d*) utilização da regressão antitônica.

4.4 Reamostragem bootstrap

4.4.1 Intervalos de confiança

Pelos resultados apresentados nas Tabelas 5 e 6 verificou-se que os intervalos de confiança calculados, utilizando-se reamostragem *bootstrap*, apresentam uma forte similaridade com os intervalos de confiança assintóticos nas estimativas geradas, tanto para o método de máxima curvatura modificado como para o método do modelo de regressão linear com resposta platô.

Segundo Efron e Tibshirani (1993), intervalos *bootstrap* também são aproximados, entretanto oferecem melhor aproximação que os intervalos de confiança padrão.

Tabela 5 Intervalo de confiança assintótico (Ica) e intervalo de confiança *bootstrap* Percentil de 95% (Icb) das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro					
	β_0		β_1		X_0	
	Ica	Icb*	Ica	Icb*	Ica	Icb*
11/jan	[17.8; 27.2]	[17.4; 25.2]	[-3.1; -0.3]	[-2.8; -0.5]	[3.1; 9.3]	[4.9; 12.8]
19/jan	[16.2; 23.2]	[14.0; 22.2]	[-2.9; -0.8]	[-2.7; -0.5]	[3.8; 7.8]	[4.3; 11.8]
25/jan	[15.2; 21.1]	[12.2; 20.2]	[-2.6; -0.8]	[-2.3; -0.4]	[3.9; 7.6]	[4.9; 12.1]
01/fev	[12.3; 18.2]	[11.7; 19.5]	[-1.3; -0.2]	[-2.3; -0.3]	[4.9; 16.1]	[4.9; 13.8]
16/fev	[22.1; 30.7]	[21.9; 36.2]	[-2.1; -0.5]	[-6.8; -0.8]	[6.1; 16.2]	[3.2; 13.5]
03/mar	[20.1; 29.3]	[20.0; 31.8]	[-2.2; -0.5]	[-4.2; -0.8]	[6.3; 17.9]	[4.2; 15.0]
18/mar	[18.2; 30.1]	[19.3; 35.4]	[-2.6; -0.4]	[-7.7; -0.8]	[5.7; 19.9]	[3.3; 15.7]
02/abr	[19.6; 30.8]	[20.5; 33.0]	[-2.6; -0.5]	[-4.7; -0.9]	[6.2; 19.3]	[4.9; 14.9]
17/abr	[19.7; 30.2]	[20.1; 32.4]	[-2.5; -0.5]	[-4.5; -0.9]	[6.2; 18.3]	[4.9; 14.5]
17/mai	[19.3; 30.1]	[19.7; 35.9]	[-2.5; -0.5]	[-7.7; -0.8]	[5.8; 18.5]	[3.2; 14.6]

*Baseados nas 5000 reamostras

Tabela 6 Intervalo de confiança assintótico (Ica) e intervalo de confiança *bootstrap* Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1) obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro			
	β_0		β_1	
	Ica	Icb*	Ica	Icb*
11/jan	[16.7; 24.8]	[15.9; 22.5]	[0.08; 0.30]	[0.06; 0.29]
19/jan	[14.6; 21.1]	[13.5; 19.3]	[0.14; 0.36]	[0.11; 0.35]
25/jan	[13.6; 19.2]	[12.6; 17.8]	[0.14; 0.34]	[0.11; 0.34]
01/fev	[14.3; 18.2]	[12.8; 17.1]	[0.20; 0.35]	[0.15; 0.33]
16/fev	[26.1; 30.4]	[24.5; 29.3]	[0.24; 0.33]	[0.22; 0.33]
03/mar	[25.6; 29.1]	[24.7; 27.9]	[0.31; 0.40]	[0.30; 0.38]
18/mar	[24.3; 31.6]	[24.7; 29.3]	[0.37; 0.58]	[0.37; 0.50]
02/abr	[25.5; 32.2]	[26.5; 29.5]	[0.35; 0.54]	[0.37; 0.46]
17/abr	[25.1; 31.2]	[25.2; 29.3]	[0.34; 0.50]	[0.32; 0.46]
17/mai	[25.0; 30.7]	[24.2; 28.5]	[0.33; 0.48]	[0.30; 0.44]

*Baseados nas 5000 reamostras.

Sejam $\hat{\theta}_{LS}$ e $\hat{\theta}_{LI}$ os limites superior e inferior do intervalo de confiança para θ . A forma para o intervalo de confiança de θ , calculada por $F = \frac{(\hat{\theta}_{LS} - \hat{\theta})}{(\hat{\theta} - \hat{\theta}_{LI})}$,

mede a assimetria do intervalo em torno de $\hat{\theta}$; $F > 1$ indica maior distância entre $(\hat{\theta}_{LS} - \hat{\theta})$ que $(\hat{\theta} - \hat{\theta}_{LI})$; $F < 1$ indica menor distância entre $(\hat{\theta}_{LS} - \hat{\theta})$ que $(\hat{\theta} - \hat{\theta}_{LI})$. Como os intervalos de confiança assintóticos são simétricos, implica que $F = 1$ (EFRON; TIBSHIRANI, 1993).

A amplitude do intervalo será dada pela diferença entre o limite superior $\hat{\theta}_{LS}$ e o limite inferior do intervalo $\hat{\theta}_{LI}$, ou seja: $A = \hat{\theta}_{LS} - \hat{\theta}_{LI}$. Uma das utilidades dos intervalos é dar a ideia da dispersão ou variabilidade das estimativas. Um intervalo muito grande indica que a estimativa calculada não é tão acurada quanto outra com intervalo menor, ou seja, quanto maior a amplitude do intervalo menor a confiabilidade da estimativa.

Portanto, em uma situação ideal tem-se um intervalo relativamente curto com alta confiança. Assim, referente à precisão dos intervalos de confiança, deseja-se que essa seja a maior possível, mas sem afetar a acurácia dos mesmos.

Pelos resultados das Tabelas 7 e 8 pode-se observar, para os parâmetros β_0 e β_1 , que os intervalos de confiança assintóticos são bem mais precisos que os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil, pois a amplitude dos intervalos de confiança assintóticos é menor do que os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil. Para o tamanho de parcela X_0 observou-se que os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil são bem mais precisos, isto é, com menores comprimentos do que os intervalos de confiança assintóticos.

Tabela 7 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), para o tamanho da parcela (X_0) em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro					
	β_0		β_1		X_0	
	A	F	A	F	A	F
11/jan	9,4	1,0	2,80	1,0	6,2	1,0
19/jan	7,0	1,0	2,05	1,0	4,0	1,0
25/jan	5,9	1,0	1,80	1,0	3,6	1,0
01/fev	5,9	1,0	1,10	1,0	11,2	1,0
16/fev	8,6	1,0	1,60	1,0	10,1	1,0
03/mar	9,2	1,0	1,70	1,0	11,6	1,0
18/mar	11,9	1,0	2,20	1,0	14,2	1,0
02/abr	11,2	1,0	2,10	1,0	13,1	1,0
17/abr	10,5	1,0	2,00	1,0	12,1	1,0
17/mai	10,8	1,0	2,00	1,0	12,7	0,9

Tabela 8 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança *bootstrap* Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0) em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro					
	β_0		β_1		X_0	
	A	F	A	F	A	F
11/jan	7,8	0,5	2,30	1,1	7,9	5,1
19/jan	8,2	0,4	2,20	1,7	7,5	4,0
25/jan	8,0	0,3	1,90	2,2	7,2	7,0
01/fev	7,8	1,2	2,00	0,3	8,9	0,6
16/fev	14,3	2,2	6,00	0,1	10,3	0,3
03/mar	11,8	1,5	3,40	0,2	10,8	0,4
18/mar	16,1	2,3	6,90	0,1	12,4	0,3
02/abr	12,5	1,6	3,80	0,2	10,0	0,3
17/abr	12,3	1,5	3,60	0,2	9,6	0,3
17/mai	16,2	2,2	6,90	0,1	11,4	0,2

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 9 e 10 pode-se observar, para o parâmetro β_0 , que os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil são bem mais precisos que os intervalos de confiança assintóticos, pois a amplitude dos intervalos de confiança *bootstrap* Percentil é menor do que os intervalos de confiança assintóticos. Para o parâmetro β_1 observou-se que os intervalos de confiança assintóticos são bem mais precisos, isto é, com menores comprimentos do que os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil.

Tabela 9 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro			
	β_0		β_1	
	A	F	A	F
11/jan	8,1	1,0	0,22	1,0
19/jan	6,6	1,0	0,22	1,0
25/jan	5,6	1,0	0,20	1,0

“continua”

Tabela 9 “conclusão”

Épocas de Avaliação	Parâmetro			
	β_0		β_1	
	A	F	A	F
01/fev	3,9	1,0	0,16	1,0
16/fev	4,3	1,0	0,10	1,0
03/mar	3,5	1,0	0,08	1,0
18/mar	7,3	1,0	0,22	1,0
02/abr	6,7	1,0	0,18	1,0
17/abr	6,1	1,0	0,16	1,0
17/mai	5,7	1,0	0,16	1,0

Tabela 10 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança *bootstrap* Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro			
	β_0		β_1	
	A	F	A	F
11/jan	6,6	0,4	0,23	0,8
19/jan	5,8	0,4	0,24	0,7
25/jan	5,2	0,4	0,23	0,8
01/fev	4,3	0,2	0,18	0,5
16/fev	4,8	0,3	0,11	0,8
03/mar	3,2	0,2	0,08	0,3
18/mar	4,6	0,4	0,13	0,3
02/abr	3,0	0,3	0,09	0,3
17/abr	4,1	0,4	0,14	0,4
17/mai	4,3	0,2	0,14	0,4

Com os resultados apresentados nas Tabelas 11, 12, 13 e 14 pode-se observar, para os parâmetros β_0 , β_1 e para o tamanho da parcela X_0 , em unidade básica, obtidos pelos métodos do modelo da máxima curvatura modificado (MMC) e pelo modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), ambos com a utilização do procedimento de correção dos dados originais, via regressão antitônica, não ocasionaram mudanças expressivas nos intervalos de confiança assintótico e *bootstrap* Percentil. Observou-se, porém, que os intervalos de confiança *bootstrap* Percentil e os intervalos de confiança assintóticos reduziram

suas amplitudes para os parâmetros β_0 , β_1 e para o tamanho da parcela X_0 , em unidade básica, tornando-os bem mais precisos, isto é, com menores comprimentos do que os mesmos intervalos sem a aplicação da regressão antitônica para ambos os métodos.

Esse fato destaca a importância em se utilizar a transformação antitônica, a qual exige que os dados se comportem como uma função decrescente (RODRIGUES et al., 2010), o que se aplica à definição de variabilidade em função do tamanho da parcela, pois com esse aumento ocorre redução na variabilidade.

Tabela 11 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), obtidas pelo método de máxima curvatura modificado (MMC) com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro			
	β_0		β_1	
	A	F	A	F
11/jan	4,6	1,0	0,12	1,0
19/jan	5,0	1,0	0,17	1,0
25/jan	4,4	1,0	0,16	1,0
01/fev	3,1	1,0	0,12	1,0
16/fev	3,5	1,0	0,08	1,0
03/mar	2,7	1,0	0,08	1,0
18/mar	6,6	1,0	0,20	1,0
02/abr	6,3	1,0	0,18	1,0
17/abr	4,4	1,0	0,12	1,0
17/mai	4,3	1,0	0,12	1,0

Tabela 12 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança *bootstrap* Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), pelo método de máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro			
	β_0		β_1	
	A	F	A	F
11/jan.	4,4	0,5	0,13	1,2
19/jan.	4,9	0,4	0,18	1,1
25/jan.	4,3	0,4	0,17	1,1
01/fev.	3,7	0,3	0,15	0,7
16/fev.	3,9	0,3	0,07	1,3
03/mar.	2,5	0,2	0,07	0,4
18/mar.	3,3	0,3	0,12	0,2
02/abr.	2,7	0,5	0,07	0,0
17/abr.	2,1	0,1	0,07	0,0
17/maio	2,9	0,1	0,08	0,1

Tabela 13 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança assintótico (Ica) dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP) com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro					
	β_0		β_1		X_0	
	A	F	A	F	A	F
11/jan	5,4	1,0	1,57	1,0	3,3	1,0
19/jan	5,5	1,0	1,61	1,0	3,0	1,0
25/jan	4,9	1,0	1,44	1,0	3,0	1,0
01/fev	5,7	1,0	1,06	1,0	10,7	1,0
16/fev	8,5	1,0	1,57	1,0	9,8	1,0
03/mar	9,1	1,0	1,69	1,0	11,2	1,0
18/mar	11,5	1,0	2,13	1,0	13,7	1,0
02/abr	11,0	1,0	2,04	1,0	12,8	1,0
17/abr	10,1	1,0	1,87	1,1	11,6	1,0
17/mai	10,5	1,0	1,93	1,0	12,2	1,0

Tabela 14 Amplitude (A) e forma (F) para o intervalo de confiança *bootstrap* Percentil de 95% (Icb), das 5.000 estimativas dos parâmetros (β_0) e (β_1), do tamanho da parcela (X_0), em unidade básica, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP) com a utilização da regressão antitônica, para a característica altura do mamoeiro, cultivar Golden, em dez épocas de avaliação

Épocas de Avaliação	Parâmetro					
	β_0		β_1		X_0	
	A	F	A	F	A	F
11/jan	10,2	0,9	4,6	0,4	7,8	1,5
19/jan	7,6	0,3	1,9	2,8	5,9	5,9
25/jan	8,1	0,4	2,0	2,1	6,5	6,7
01/fev	10,3	1,9	4,4	0,1	10,0	0,3
16/fev	11,2	1,5	3,1	0,2	8,5	0,4
03/mar	11,5	1,5	3,2	0,2	9,9	0,4
18/mar	13,0	1,6	3,7	0,2	10,6	0,4
02/abr	12,2	1,6	3,5	0,2	9,5	0,2
17/abr	12,0	1,6	3,3	0,3	9,2	0,3
17/mai	12,6	1,6	3,5	0,2	9,4	0,3

Intervalos de confiança assintóticos impõem a condição de simetria. Essa condição parece não ser razoável se for observada a distribuição *bootstrap* de θ , conforme pode ser observado nas Figuras 4 a 15.

4.4.2 Análise gráfica

O comportamento das distribuições empíricas dos parâmetros β_0 , β_1 e X_0 são apresentados nas Figuras 4 a 15, nas quais têm-se os gráficos de probabilidade normal e os histogramas das estimativas dos parâmetros obtidos em cada reamostragem.

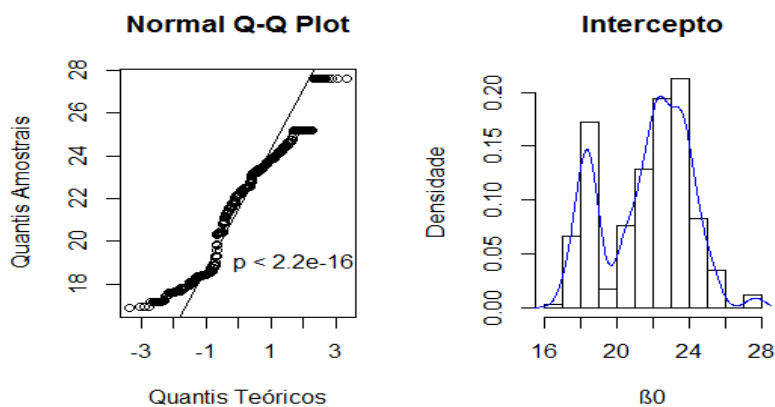


Figura 4 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta Platô (MLRP)

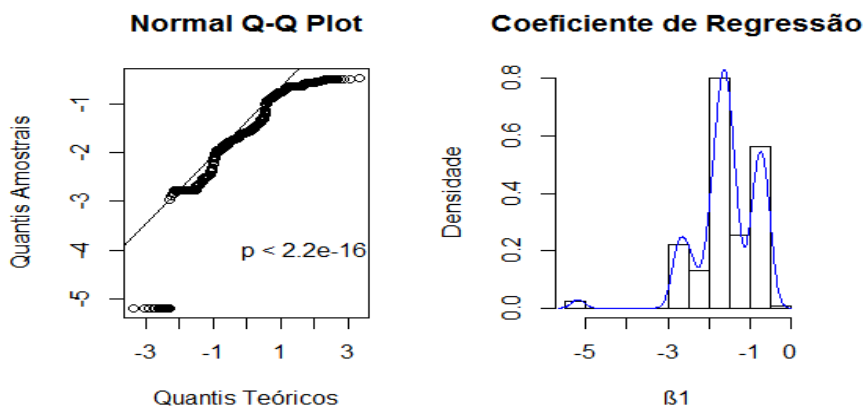


Figura 5 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP)

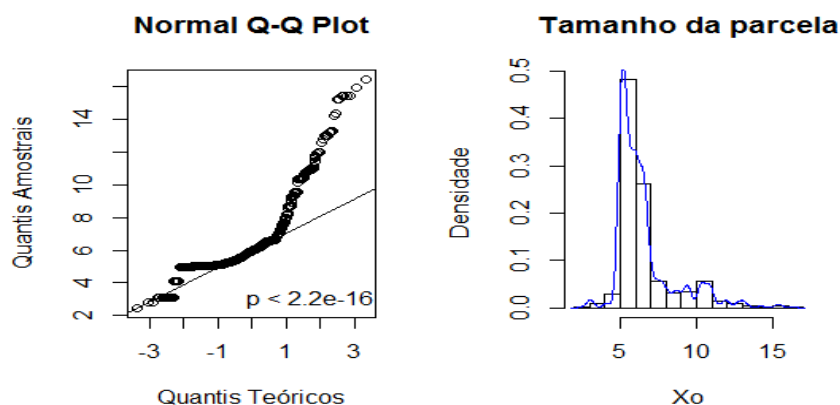


Figura 6 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do tamanho da parcela (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP)

Pelos resultados apresentados nos histogramas do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), sem a utilização do procedimento de correção dos dados originais, via regressão antitônica, observou-se a ocorrência de certa assimetria na distribuição por amostragem das estimativas em foco, apresentando uma forma diferente do esperado, nesse caso uma distribuição normal.

A não normalidade dos dados foi confirmada pelos gráficos de probabilidade normal, os quais mostram que os ajustes das estimativas *bootstrap's* não seguem uma distribuição normal padrão. Pelo valor do teste de aderência de Kolmogorov Smirnov notou-se que a hipótese de normalidade foi rejeitada, uma vez que o valor p calculado foi menor que o nível de significância adotado (0,05) para o teste.

A distribuição das estimativas do parâmetro coeficiente de regressão β_1 (Figura 5) mostra uma certa assimetria à esquerda, enquanto que para o tamanho

de parcela X_0 (Figura 6) a assimetria é à direita. Pode-se observar que o histograma de frequência do parâmetro β_0 (Figura 4) sugere a existência de se ter duas modas.

[P1] Comentário: dois modelos??

Pode-se observar o comportamento das distribuições empíricas dos parâmetros β_0 , β_1 e X_0 do modelo MMC a partir das Figuras 7,8 e 9 nas quais tem-se os gráficos de probabilidade normal e os histogramas das estimativas dos parâmetros obtidos em cada reamostragem.

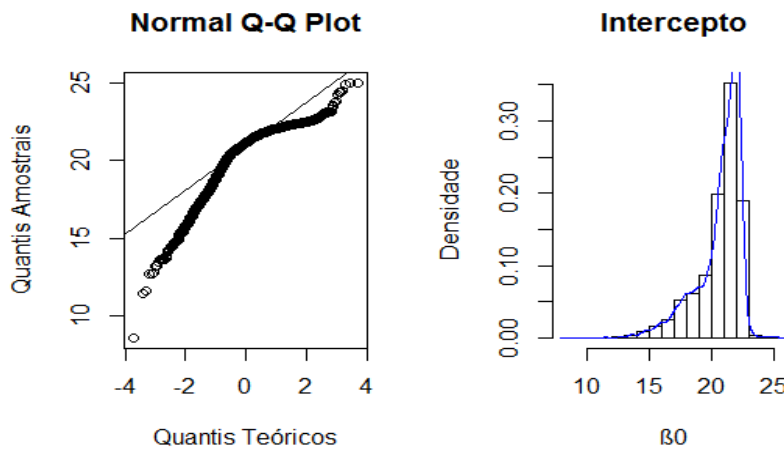


Figura 7 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC)

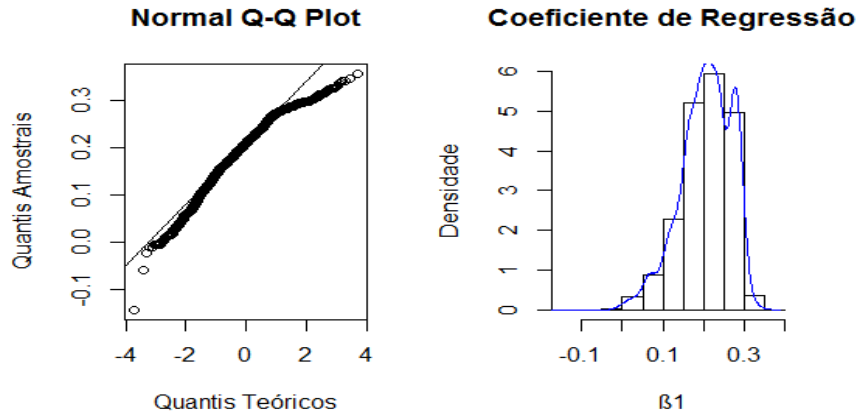


Figura 8 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC)

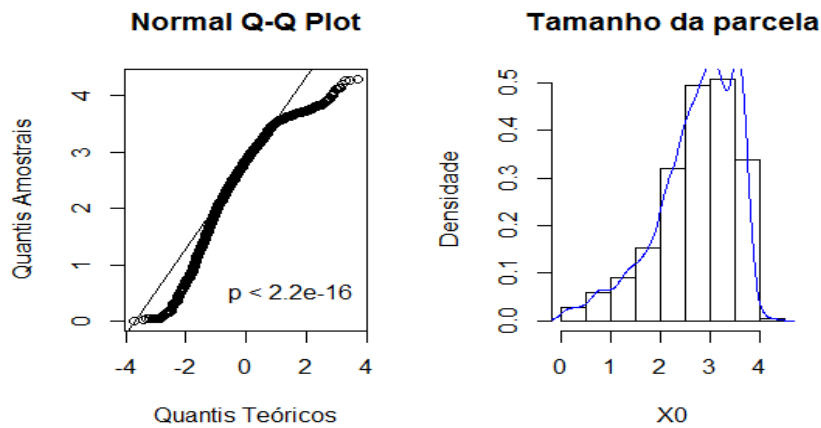


Figura 9 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC)

De forma semelhante ao modelo MLRP, pela observação dos histogramas do modelo máxima curvatura modificado (MMC) sem a utilização do procedimento de correção dos dados originais, via regressão antitônica, percebeu-se também a ocorrência de certa assimetria na distribuição por amostragem das estimativas em foco, apresentando uma forma diferente do esperado, que seria o caso de uma distribuição normal.

A não normalidade dos dados foi confirmada pelos gráficos de probabilidade normal, os quais mostram que os ajustes das estimativas *bootstrap's* não seguem uma distribuição normal padrão. Pelo valor do teste de aderência de Kolmogorov Smirnov notou-se que a hipótese de normalidade foi rejeitada, uma vez que o valor p calculado foi menor que o nível de significância adotado (0,05) para o teste.

As distribuições das estimativas dos parâmetros β_0 (Figura 7) e coeficiente de regressão β_1 (Figura 8) mostraram uma certa assimetria à esquerda.

O comportamento das distribuições empíricas dos parâmetros β_0 , β_1 e X_0 do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização do procedimento de correção dos dados originais, via regressão antitônica, são apresentados nos gráficos de probabilidade normal e nos histogramas das estimativas dos parâmetros obtidas em cada reamostragem, Figuras 10 a 12.

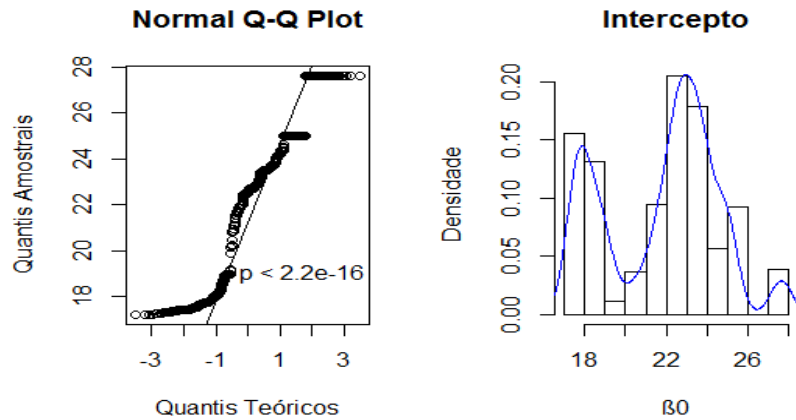


Figura 10 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização da regressão antitônica

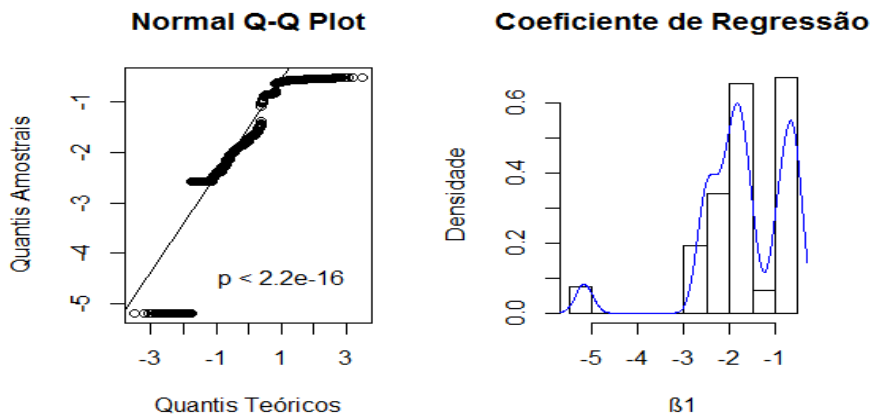


Figura 11 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização da regressão antitônica.

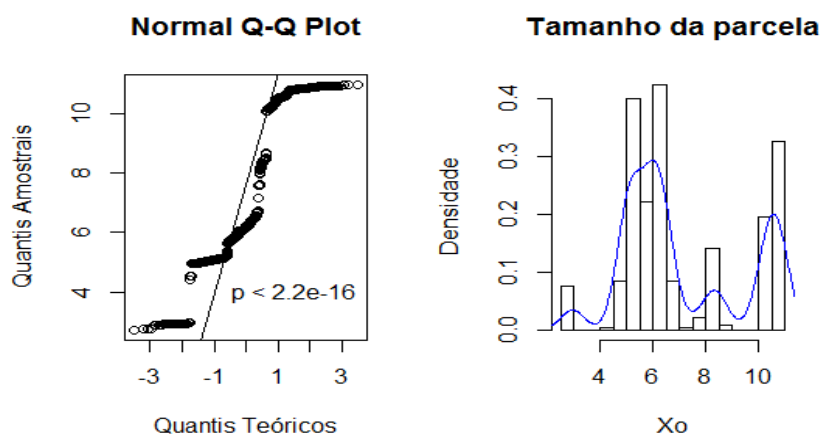


Figura 12 Gráfico de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do tamanho da parcela (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP), com a utilização da regressão antitônica

Com o uso da regressão antitônica a distribuição dos valores estimados de cada parâmetro, nas 5000 simulações, mudou muito de quando não se usou a regressão antitônica. Esse comportamento parece meio estranho, pois com o uso da regressão antitônica ocorre um melhor ajuste dos modelos aos dados e, pela simulação parece que isso não ocorreu. Esse fato despertou certas dúvidas em se recomendar a utilização da regressão antitônica como uma boa ferramenta. No entanto, com o uso da regressão antitônica as estimativas dos parâmetros não diferem muito daquelas onde não foi usada a transformação e, ainda, com intervalos de confiança assintóticos menores, sugerindo que a sua utilização propicia melhor qualidade de ajuste.

Pode-se observar o comportamento das distribuições empíricas dos parâmetros β_0 , β_1 e X_0 do modelo MMC com a utilização da regressão antitônica, a partir das Figuras 13, 14 e 15 nas quais têm-se os gráficos de

probabilidade normal e os histogramas das estimativas dos parâmetros obtidas em cada reamostragem.

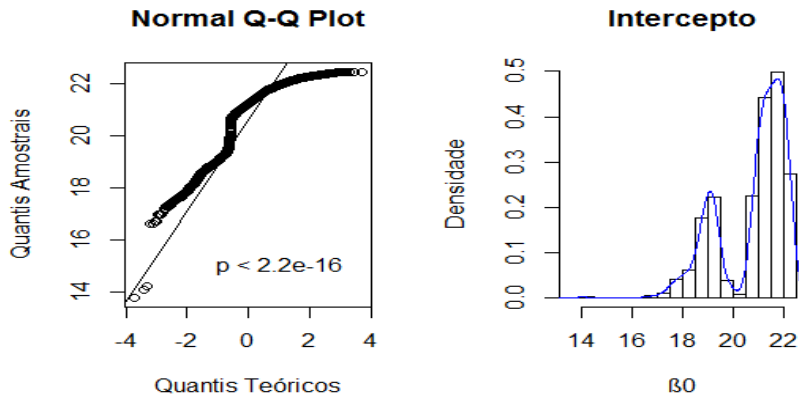


Figura 13 Histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica

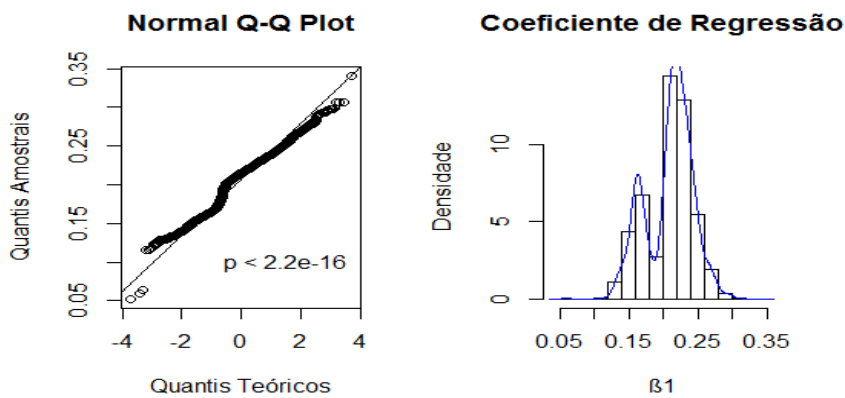


Figura 14 Histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (β_1), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica

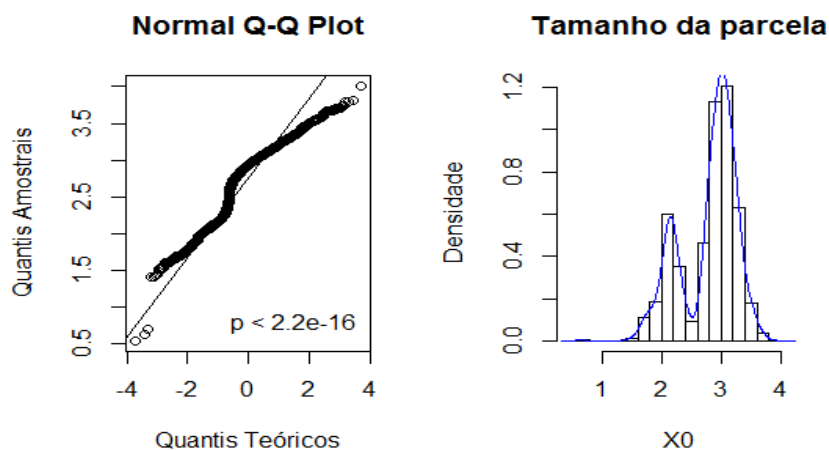


Figura 15 Histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas do parâmetro (X_0), para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo máxima curvatura modificado (MMC), com a utilização da regressão antitônica

De forma semelhante ao modelo MLRP, pela observação dos histogramas do modelo máxima curvatura modificado MMC, com a utilização do procedimento de correção dos dados originais, via regressão antitônica, a distribuição dos valores estimados de cada parâmetro nas 5000 simulações mudou muito em relação a quando não se usou a regressão antitônica.

Uma possível explicação para esse fato, mostrado nas Figuras 10 a 15, pode estar ligada ao tamanho da amostra padrão inicial, que pode ser pequena, para que cada uma das amostras *bootstrap* sejam obtidas de modo representativo. Assim, há evidências para afirmar que o procedimento *bootstrap* apresentou uma sensibilidade em relação ao efeito de assimetria observada no comportamento das estimativas *bootstrap*.

De modo geral, verificou-se que o método *bootstrap* de estimação permite que o cálculo do intervalo de confiança seja realizado de modo mais

simples e abrangente para diversas estatísticas, mesmo quando as distribuições de probabilidades das mesmas são desconhecidas.

Foi possível observar a generalidade de aplicação dessa técnica de estimação através da reamostragem, visto que a mesma pode-se adequar a qualquer situação, sendo seus cálculos rápidos e seus resultados muito eficientes, mesmo que sejam um pouco demorados.

Devido à falta de normalidade observada, por prudência, sugere-se que não seja indicada a utilização do intervalo de confiança *bootstrap* Percentil como uma boa alternativa para estimação do tamanho de parcela, até que novos estudos sejam feitos com essa finalidade.

4 CONDERAÇÕES FINAIS

Como perspectiva de trabalhos futuros, podemos citar

- a) ampliar os estudos com mamão;
- b) incluir variedades do grupo Formosa;
- c) definir tamanho de parcela para áreas experimentais sob condições de campo;
- d) analisar outros caracteres;
- e) efetuar um estudo comparativo entre os modelos trabalhados, aplicados em outras culturas;
- f) efetuar análises e aplicações dos outros métodos de intervalos de confiança *bootstrap* e utilizar o procedimento denominado BCa (*Bias-Corrected and accelerated*), para melhorar a precisão obtida com o método percentílico.

5 CONCLUSÕES

A utilização da técnica da regressão antitônica não produziu diferença no tamanho ótimo da parcela em ambos os métodos nesse caso.

A transformação de dados via análise de regressão antitônica, possibilita aumento da qualidade no ajuste dos métodos da máxima curvatura modificada (MMC) e do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP).

Para o método do MLRP, antes do procedimento antitônico, o valor encontrado para o tamanho ótimo de parcela para o mamoeiro, cultivar Golden, foi de 12,8 (13 plantas) e após o procedimento esse valor foi alterado para 12,71 (13 plantas). Em ambos os casos, o valor a ser indicado para o tamanho ótimo de parcela é de 13 plantas.

Para o método da máxima curvatura modificada, os valores encontrados foram de 5,34 (6 plantas) para ambos os procedimentos, indicando que o tamanho ótimo de parcela para o mamoeiro, cultivar Golden, foi de seis (6) plantas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, O. A. **Informações meteorológicas do CNP: mandioca e fruticultura tropical**. Cruz das Almas: EMBRAPA – CNPMF. 1999. 35 p. (Documentos, 34).
- ALVES, S. M. F.; SERAPHIN, J. C. Coeficiente de heterogeneidade do solo e tamanho de parcela. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 39, n. 2, p. 105-111, fev. 2004.
- BANZATTO, D. A.; KRONKA, S. N. **Experimentação agrícola**. 3. ed. Jaboticabal: FUNEP, 2006. 237 p.
- BARBIN, D. **Planejamento e análise estatística de experimentos agrônômicos**. Arapongas: Midas, 2003. 208 p.
- BARROS, I.; TAVARES, M. Estimativa do tamanho ótimo de parcelas experimentais através de cálculos algébricos. **Bragantia**, Campinas, v. 54, n. 1, p. 209-215, 1995.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: J. Wiley, 1988. 365 p.
- BRAGA, J. M. **Avaliação da fertilidade do solo: ensaios de campo**. Viçosa, MG: UFV, 1983. 101 p.
- BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Indústria e Comércio Exterior. Secretaria de Comércio Exterior. 2008. Disponível em: <www.mdic.gov.br/sitio/secex/secex/informativo>. Acesso em: 22 abr. 2010.
- BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Indústria e Comércio Exterior. Secretaria de Comércio Exterior. 2013. Disponível em: <www.mdic.gov.br/sitio/secex/secex/informativo>. Acesso em: 16 jun. 2013.
- BURKE, B. Papaya captures gold in nutritional olympics. **Star-Bulletin**, Honolulu, v. -, p. --, July 1992.
- CAMPOLI, J. **Mamão**. 2011. Disponível em: <<http://www.cepea.esalq.usp.br>>. Acesso em: 23 set. 2011.

CHACIM LUGO, F. Tamaño de parcela experimental y su forma. **Revista de La Facultad de Agronomía**, Maracay, v. 9, n. 3, p. 55-74, 1977.

CHAVES, L. J. **Tamanho da parcela para seleção de progênies de milho (Zeamays L.)**. 1985. 148 f. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1985.

COELHO, L. S. S. et al. Modelos para estimar exigências nutricionais em suínos. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 16, n. 1, p. 102-110, 1987.

DANTAS, J. L. L. et al. **Catálogo de germoplasma de mamão (Carica papaya L.)**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2000. 40 p. (Documentos, 94).

DONATO, S. L. R. **Estimativas do tamanho e forma de parcelas experimentais para avaliação de descritores fenotípicos em bananeira (Musa spp.)**. 2007. 188 f. Tese (Doutorado em Fitotecnia) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2007.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3th ed. New York: J. Wiley & Sons, 1998. 706 p.

EFRON, B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. **Annals of Statistics**, Hayward, v. 7, p. 1-26, 1979.

EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. **An Introduction to the bootstrap**. New York: Chapman & Hall, 1993. 436 p.

FEDERER, W. T. **Experimental design**. New York: MacMillan, 1955. 544 p.

FEIJÓ, S. et al. Heterogeneidade do solo e de tamanho de amostra antes e após cultivos com abobrinha italiana em estufa plástica. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 36, n. 6, p. 1744-1748, nov./dez. 2006.

FERREIRA, D. F. **Uso de recursos computacionais**. Disponível em: <<http://www.dex.ufla.br/~danielff/RC0.pdf>>. Acesso em: 1 maio 2013.

FERREIRA, D. F. **Estatística básica**. 2. ed. Lavras: UFLA, 2009. 664 p.

FERREIRA, P. V. **Estatística experimental aplicada à agronomia**. 3. ed. Maceió: EDUFAL, 2000. 419 p.

FREITAS, J. A. et al. Tamanho de amostra na parcela para caracterização da altura de plantas de algodoeiro herbáceo *Gossypium hirsutum*. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 31, n. 4, p. 583-587, 2001.

GOMEZ, K. A.; GOMEZ, A. A. **Statistical procedures for agricultural research**. 2nd ed. New York: J. Wiley, 1984. 680 p.

GOMIDE, L. R. et al. Uma nova abordagem para definição da suficiência amostral em fragmentos florestais nativos. **Cerne**, Lavras, v. 11, n. 4, p. 376-388, 2005.

GONCALVES, R. P. et al. Ajuste de modelos de platô de resposta via regressão isotônica. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 2, p. 354-359, fev. 2012.

HALL, P. Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals. **Annals of Statistics**, Hayward, v. 16, n. 3, p. 927-953, Sept. 1988.

HATHEWAY, W. H.; WILLIAMS, E. J. Efficient estimation of the relationship between plot size and the variability of crop yields. **Biometrics**, Washington, v. 14, p. 207-22, 1958.

HENRIQUES NETO, D. et al. Tamanho de parcelas em experimentos com trigo irrigado sob plantio direto e convencional. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 39, n. 6, p. 517-524, jun. 2004.

HENRIQUES NETO, D. et al. Tamanho de parcela para avaliação da produção em trigo irrigado, sob dois sistemas de plantio. **Ciência Agrônômica**, Jaboticabal, v. 40, n. 1, p. 86-93, jan./mar. 2009.

HESTERBERG, T. et al. Bootstrap methods and permutation tests. In: _____. **The practice of business statistics: using data for decisions**. New York: W. H. Freeman, 2003. cap. 18.

INSTITUTO BRASILEIRO DE FRUTAS. Disponível em: <<http://www.ibraf.org.br/x-es/festa>>. Acesso em: 25 abr. 2012.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Disponível em: <<http://www.sidra.ibge.gov.br/cgi-bin/prtabl>>. Acesso em: 25 abr. 2012.

- IGUE, T. et al. Tamanho e forma de parcela experimental para cana-de-açúcar. **Bragantia**, Campinas, v. 50, n. 1, p. 163-180, 1991.
- LAVORENTI, O. M. **Estabilidade e adaptabilidade fenotípica através da reamostragem “bootstrap” no modelo AMMI**. 2003. 166 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- LEEUW, J.; HORNIK, K.; MAIR, P. Isotone optimization in R: Pool – adjacent -violators algorithm (pava) and active set methods. **Journal Statistical Software**, Los Angeles, v. 32, n. 5, p. 1-24, 2009.
- LEITE, M. S. O. et al. Sample size for full-sib family evaluation in sugarcane. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 44, p. 1562-1574, 2009.
- LEITE, M. S. O.; PETERNELLI, L. A.; BARBOSA, M. H. P. Effects of plot size on the estimation of genetic parameters in sugarcane families. **Crop Breeding and Applied Biotechnology**, Londrina, v. 6, p.40-46, 2006.
- LESSMAN, K. J.; ATKINS, R. E. Comparisons of planning arrangements and estimates of optimum hill plot for grain sorghum yield tests. **Crop Science**, Madison, v. 3, p. 477-481, 1963.
- LIMA, J. F. et al. Tamanho ótimo de parcela para experimentos com plantas de mamoeiro em casa de vegetação. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 5, p. 1411-1415, set./out. 2007.
- LIN, C. S.; BINNS, M. R. Relative efficiency of two randomized block designs having different plot size and numbers of replications and of plots per block. **Agronomy Journal**, Madison, v. 78, p. 531- 534, 1986.
- LÚCIO, A. D. et al. Agrupamento de colheitas de tomate estimativas de tamanho de parcela em cultivo protegido. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 28, n. 2, p. 190-196, abr./jun. 2010.
- MARIN, S. L. D.; GOMES, J. A.; RIZZO, J. G. **Curso tecnologia de produção de fruteiras tropicais no Cerrado: cultura do mamão**. Brasília: Embrapa Cerrados, 2000. p. 4-13.
- MARTINEZ, E. Z.; LOUZADA NETO F. L. Estimación intervalar via bootstrap. **Revista de Matemática e Estatística**, São Paulo, v. 19, p. 217-251, 2001.

MARTINS, D. S. ; COSTA, A. F. S. **A cultura do mamoeiro: tecnologias de produção**. Vitória: Incaper, 2003. 497 p.

MEIER, V. D.; LESSMAN, K. J. Estimation of optimum field plot shape and size for testing yield in *Crambe abyssinica* Hochst. **Crop Science**, Madison, v. 11, p. 648-650, 1971.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

NAGAI, V. et al. Tamanho da parcela e número de repetições em experimentos com morangueiro. **Bragântia**, Campinas, v. 37, p. 71-81, 1978.

NAVIDI, W. C. **Statistics for engineers and scientists**. Boston: McGraw-Hill, 2006.

OLIVEIRA, S. J. R. et al. Índice de heterogeneidade, coeficiente de variação e tamanho ótimo de parcela em batata. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 36, n. 6, p. 1710-1716, 2006.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA AGRICULTURA E ALIMENTAÇÃO. Disponível em: <www.faostat.org.br>. Acesso em: 20 jun. 2013.

PARANAÍBA, P. F. et al. Tamanho ótimo de parcelas experimentais: proposição de métodos de estimação. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 27, p. 255-268, 2009.

PARANAIBA, P. F. **Proposição e avaliação de métodos para estimar o tamanho de parcelas experimentais**. 2007. 63 f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2007.

PEIXOTO, A. P. B.; FARIA, G. A.; MORAIS, A. R. Modelos de regressão com platô na estimativa do tamanho de parcelas em experimento de conservação in vitro de maracujazeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 41, n. 11, p. 1907-1913, 2011.

RAMALHO, M. A. P.; FERREIRA, D. F.; OLIVEIRA, A. C. **A experimentação em genética e melhoramento de plantas**. 3. ed. Lavras: UFLA, 2012. 305 p.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna, 2013. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 23 fev. 2013.

REZENDE, D. M. L. C. et al. Ajuste de modelos de platô de resposta para a exigência de zinco em frangos de corte. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 2, p. 468- 478, mar./abr. 2007.

RIBEIRO, V. Q.; SILVA, E. C.; FREIRE FILHO, F. R. Tamanho e forma de parcelas de culturas consorciadas e solteiro de caupi e milho. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 19, n. 11, p. 1365-1371, 1984.

ROBERTSON, T.; WRIGHT, F. T.; DYKSTRA, R. L. **Order restricted statistical inference**. New York: J. Wiley, 1988. 521p.

RODRIGUES, A. et al. Utilização da regressão isotônica em estudos de curvas de crescimento. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 4, p. 85-101, 2010.

RODRIGUEZ, A.; RUIZ, E. Bootstrap prediction intervals in state-space models. **Journal of Time Series Analysis**, Clevedon, v. 30, p. 167-178, 2009.

SILVA, R. L. et al. Determinação do tamanho ótimo da parcela experimental pelos métodos da máxima curvatura modificado, do coeficiente de correlação intraclasse e da análise visual em testes clonais de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 27, n. 5, p. 669-676, 2003.

SMITH, H. F. An empirical law describing heterogeneity in the yields of agricultural crops. **Journal Agricultural Science**, Cambridge, v. 28, p. 1-23, 1938.

STORCK, L.; BISOGNIN, D. A.; OLIVEIRA, S. J. R. Tamanhos dos ensaios e as estimativas do tamanho ótimo da parcela. In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA, 11., 2005, Londrina. **Anais...** Londrina: Moriá, 2005. p. 132-132.

STORCK, L. et al. **Experimentação vegetal**. Santa Maria: UFSM, 2000. 198 p.

STORCK, L. et al. Tamanho ótimo de parcela em experimentos com milho relacionado a metodologias. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, Sete Lagoas, v. 5, n. 1, p. 48-57, 2006.

TRINDADE, A. V.; OLIVEIRA, J. R. P. Propagação e plantio. In: SANCHES, N. F.; DANTAS, J. L. L. Coord. **O cultivo do mamão**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 1999. p. 17-26.

VIANA, A. E. S. et al. Estimativas de tamanho de parcela em experimentos com mandioca. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 20, n. 1, p. 58-63, mar. 2002.

VOYSEST, O. Tamaño de parcela. In: LÓPEZ, M.; FERNÁNDEZ, SCHOONHOVEN, A. VAN. (Ed.). **Frijol: investigation y producción**. Cali: CIAT, 1985. p. 409-417.

WALL, K. D.; STOFFER, D. S. A State-Space approach to bootstrapping conditional forecasts in ARMA models. **Journal of Time Series Analysis**, Clevedon, v. 23, n. 6, p. 733-751, 2002.

XIE, C.; MOSJIDIS, J. A. Influence of sampling on precision of genetic correlations in red clover. **Crop Science**, Madison, v. 39, n. 3, p. 863-867, 1999.

ZANON, M. L. B.; STORCK, L. Tamanho ótimo de parcelas experimentais para *Eucalyptus saligna* Smith em dois estádios de desenvolvimento. **Cerne**, Lavras, v. 6, n. 2, p. 104-111, 2000.

ANEXOS

ANEXO A

PROGRAMA 1A: Rotina R utilizada para a obtenção da representação gráfica da curva obtida da relação entre o coeficiente de variação plotado contra seu respectivo tamanho de parcela, pelo método modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP).

```
##### MODELO DE PLATÔ DE RESPOSTA 1º GRAU
# Dados altura 11-01
rm(list=ls(all=TRUE))
x<-c(1,2,4,5,10,20,25,50);x
y<-c(22.44,17.26,14.09,15.33,12.25,9.03,14.29,11.14);y

# Obtendo chutes iniciais
chute=lm(y~1+x) #considerando o modelo como se fosse linear (obter chutes)
vetor=as.vector(chute$coefficients)
chuteb0=vetor[1] # chute inicial para o b0
chuteb1=vetor[2] # chute inicial para o b1
chuteb2=5 # chute inicial para o b2

# ajustando o modelo não linear
qrp.fit=nls(y~(b0+b1*x)*(x<=X0)+(b0+b1*X0)*(x>X0),
start=list(b0=chuteb0, b1=chuteb1, X0=chuteb2),trace=F)
qrp.fit
qrp.coef=coef(qrp.fit) # armazenando somente os coeficientes
qrp.coef

# Encontrando a abscissa do platô
b0=qrp.coef[1]
b1=qrp.coef[2]
X0=qrp.coef[3]

# Obtendo o Platô
P=b0+X0*b1
P

# observando em detalhes os resultados do ajuste
summary(qrp.fit)
```

```

# Intervalo de confiança
confint.default(qrp.fit)
# valores preditos
fitted(qrp.fit)

# R2

SQE=summary(qrp.fit)$sigma^2*summary(qrp.fit)$df[2]
SQE
SQT=var(y)*(length(y)-1) # dúvida se é 1, 3 ou 4 graus de liberdade?
SQT
R2=1-SQE/SQT
R2

# Fazendo o gráfico
plot(x,y,xlim=c(0,2*X0),ylim=c(8,max(y)),
xlab="Tamanho da Parcela (Xc)",ylab="CV(%)",pch=15)
title("Platô de resposta linear")
curve((b0+b1*x)*(x<=X0)+(b0+b1*X0)*(x>X0),0,2*X0,add=T)
points(X0,P,pch=7)
segments(X0, -3, X0, P,lty=2)
segments(-3, P, X0, P,lty=2)
###(xo,o,xo,cv)
#identify(x,cv)
text(7.8,12,"(6.22;11.68)")
##(~xo,~x,(xo;cv)

```

PROGRAMA 2A: Rotina R utilizada para a obtenção da representação gráfica da curva obtida da relação entre o coeficiente de variação plotado contra seu respectivo tamanho de parcela pelo método da máxima curvatura modificada (MMC).

```

##maxima curvatura altura 11-01
rm(list=ls())
x<-c(1,2,4,5,10,20,25,50);x
y<-c(22.44,17.26,14.09,15.33,12.25,9.03,14.29,11.14);y
# Obtendo chutes iniciais

```

```

chute=lm(log(y)~1+log(x)) #considerando o modelo como se fosse linear (obter
chutes)
vetor=as.vector(chute$coefficients)
chutea=exp(vetor[1]) # chute inicial para o a
chuteb=-vetor[2] # chute inicial para o b1

# ajustando o modelo não linear
qrp.fit=nls(y~a*x^(-b),
start=list(a=chutea, b=chuteb),trace=F)
qrp.fit
qrp.coef=coef(qrp.fit) # armazenando somente os coeficientes
qrp.coef

a=qrp.coef[1]
b=qrp.coef[2]

# observando em detalhes os resultados do ajuste
(resul=summary(qrp.fit))

#Encontrando o R2
res=resul$residual
SQR=sum(res^2)
SQTcorrigida=sum((y-mean(y))^2)
R2 = 1 - SQR/SQTcorrigida
R2

# Intervalo de confiança
confint(qrp.fit, level=0.95)

# valores preditos
fitted(qrp.fit)

#Encontrando o ponto de maior curvatura
aux1=1/(2*b+2)
aux2=((a*b)^2)*(2*b+1)
aux3=b+2
X0=exp(aux1*log((aux2/aux3)))
X0

```

Coeficiente de variação correspondente ao ponto de máxima curvatura

```
P=a*X0^(-b)
```

```
P
```

```
# Fazendo o gráfico
```

```
plot(x,y,ylim=c(8,max(y)),
```

```
  xlab="Tamanho da Parcela (Xc)",ylab="CV(%)",pch=15)
```

```
title(" Máxima curvatura modificada(A)")
```

```
curve(a*x^(-b),0,max(x),add=T)
```

```
points(X0,P,pch=7)
```

```
segments(X0, -3, X0, P,lty=2)
```

```
segments(-3, P, X0, P,lty=2)
```

```
###(xo,o,xo,cv)
```

```
#identify(x,cv)
```

```
text(7,17,"(2.64;17.18 )MC")
```

```
##(~xo,~x,(xo;cv)
```

PROGRAMA 3A: Rotina R utilizada para a obtenção da representação gráfica de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas dos parâmetros β_0 , β_1 e para o tamanho de parcela X_0 para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método do modelo de regressão linear com resposta platô (MLRP).

```
##### MODELO DE PLATÔ DE RESPOSTA 1º GRAU COM BOOTSTRAP
```

```
# Dados altura 11-01
```

```
rm(list=ls(all=TRUE))
```

```
x<-c(1,2,4,5,10,20,25,50);x
```

```
y<-c(22.44,17.26,14.09,15.33,12.25,9.03,14.29,11.14);y
```

```
# Obtendo chutes iniciais
```

```
chute=lm(y~1+x) #considerando o modelo como se fosse linear (obter chutes)
```

```
vetor=as.vector(chute$coefficients)
```

```
chuteb0=vetor[1]
```

```

chuteb1=vetor[2]

chuteb2=5

amostra=cbind(y,x)

# ##### ajustando o modelo não linear #####

qrp.fit=nls(y~(b0+b1*x)*(x<=X0)+(b0+b1*X0)*(x>X0),start=list(b0=chuteb0,
b1=chuteb1, X0=chuteb2),trace=F)

qrp.coef=coef(qrp.fit) # armazenando somente os coeficientes

# Encontrando a abscissa do platô

b0=qrp.coef[1]

b1=qrp.coef[2]

X0=qrp.coef[3]

# Obtendo o Platô

P=b0+X0*b1

P
# ##### Início do bootstrap #####

b=5000

dist_cof=matrix(0,1,3)

amosb=matrix(0,1,2)

##### início do bootstrap #####

for (b in 1:b)
{
  ### Amostra bootstrap #####

```



```

amosb=matrix(0,1,2)

for (s in 1:nrow(amostra))
{
  u=trunc(runif(1,1,nrow(amostra)))

  amosb=rbind(amosb,amostra[u,])
}

amosb=amosb[2:nrow(amosb),1:2]

qrp.fit.b=try(nls(amosb[,1]~(b0+b1*amosb[,2])*(amosb[,2]<=X0)+(b0+b1*X0)
*(amosb[,2]>X0),start=list(b0=chuteb0,
b1=chuteb1,X0=chuteb2),trace=F))

if (!is.null(names(qrp.fit.b)))
{
  qrp.coef.boot=t(as.matrix(coef(qrp.fit.b))) # armazenando somente os
coeficientes

  dist_cof=rbind(dist_cof,qrp.coef.boot)

}

}
dist_cof=dist_cof[2:nrow(dist_cof),]

P=dist_cof[,1]+dist_cof[,3]*dist_cof[,2]

##### Intervalos Interpercentílicos ##### #

percentis=c(0.025,0.975)

qr_int=quantile(dist_cof[,1], probs = percentis);qr_int ##b0

qr_cr=quantile(dist_cof[,2], probs = percentis);qr_cr ##b1

```

```

qr_x0=quantile(dist_cof[,3], probs = percentis);qr_x0  ###xo

qr_P=quantile(P, probs = percentis);qr_P          ###p

library(nortest)
par(mfrow=c(1,2))
lillie.test(dist_cof[,1])###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>o.o5
normal
qqnorm(dist_cof[,1],xlab="Quantis Teóricos", ylab="Quantis Amostrais")
qqline(dist_cof[,1])
text(1.7,19,"p < 2.2e-16") # insere comentários no grafico
hist(dist_cof[,1],xlab=" β0", ylab="Densidade", main="Intercepto",prob=TRUE)
### para fazer o histograma
lines(density(dist_cof[,1]),col="blue")

lillie.test(dist_cof[,2])###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>o.o5
normal
qqnorm(dist_cof[,2],xlab="Quantis Teóricos", ylab="Quantis Amostrais")
qqline(dist_cof[,2])
text(1.7,-4,"p < 2.2e-16") # insere comentários no grafico
hist(dist_cof[,2],xlab="β1",ylab="Densidade",main="Coeficientede
Regressão",prob=TRUE) ### para fazer o histograma
lines(density(dist_cof[,2]),col="blue")

lillie.test(dist_cof[,3])###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>o.o5
normal
qqnorm(dist_cof[,3],xlab="Quantis Teóricos", ylab="Quantis Amostrais")
qqline(dist_cof[,3])
text(1.7,3,"p < 2.2e-16") # insere comentários no grafico
hist(dist_cof[,3],xlab="Xo", ylab="Densidade", main="Tamanho da
parcela",prob=TRUE) ### para fazer o histograma
lines(density(dist_cof[,3]),col="blue")

```

PROGRAMA 4A: Rotina R utilizada para a obtenção da representação gráfica de probabilidade normal e histograma do intervalo de confiança para a distribuição *bootstrap*, das 5.000 estimativas dos parâmetros β_0 , β_1 e para o tamanho de parcela X_0 para a característica altura da planta de mamoeiro, cultivar Golden, obtidas pelo método da máxima curvatura modificada(MMC).

```
##maxima curvatura altura 11-01
rm(list=ls())
x<-c(1,2,4,5,10,20,25,50);x
y<-c(22.44,17.26,14.09,15.33,12.25,9.03,14.29,11.14);y
shapiro.test(y) ###teste de normalidade
qqnorm(y)
qqline(y)
library(nortest)
lillie.test(y)###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>o.05 normal

# Obtendo chutes iniciais
chute=lm(log(y)~1+log(x)) #considerando o modelo como se fosse linear (obter
chutes)
vetor=as.vector(chute$coefficients)
chutea=exp(vetor[1]) # chute inicial para o a
chuteb=-vetor[2] # chute inicial para o b1

amostra=cbind(y,x)

# ajustando o modelo não linear
qrp.fit=nls(y~a*x^(-b),start=list(a=chutea, b=chuteb),trace=F)
qrp.fit
qrp.coef=coef(qrp.fit) # armazenando somente os coeficientes
qrp.coef

a=qrp.coef[1]
b=qrp.coef[2]

#Encontrando o ponto de maior curvatura
aux1=1/(2*b+2)
aux2=((a*b)^2)*(2*b+1)
```

```

aux3=b+2
X0=exp(aux1*log((aux2/aux3)))
X0

# Coeficiente de variação correspondente ao ponto de máxima curvatura

P=a*X0^(-b)
P

# ##### Início do bootstrap #####

d=5000

dist_cof=matrix(0,1,2)
amosb=matrix(0,1,2)

##### início do bootstrap #####

for (di in 1:d)

{

  ### Amostra bootstrap #####

  amosb=matrix(0,1,2)

  for (s in 1:nrow(amosb))

  {
    u=trunc(runif(1,1,nrow(amosb)))

    amosb=rbind(amosb,amosb[u,])
  }

  amosb=amosb[2:nrow(amosb),1:2]

  qrp.fit.b=try(nls(amosb[,1]~a*amosb[,2]^(-
b),start=list(a=chutea,b=chuteb),trace=F))
  if (!is.null(names(qrp.fit.b)))

  {

```

```

    qrp.coef.boot=t(as.matrix(coef(qrp.fit.b))) # armazenando somente os
coeficientes

    dist_cof=rbind(dist_cof,qrp.coef.boot)

}

}

dist_cof=dist_cof[2:nrow(dist_cof),]
# taxa de simulações válidas
tsp=nrow(dist_cof)/d
tsp
# cálculo do X0
aux1=1/(2*dist_cof[,2]+2)
aux2=((dist_cof[,1]*dist_cof[,2])^2)*(2*dist_cof[,2]+1)
aux3=dist_cof[,2]+2
X0=exp(aux1*log((aux2/aux3)))
P=dist_cof[,1]*X0^(-dist_cof[,2])

##### Intervalos Interpercentílicos ##### #

percentis=c(0.025,0.975)

qr_a=quantile(dist_cof[,1], probs = percentis);qr_a

qr_b=quantile(dist_cof[,2], probs = percentis);qr_b

qr_x0 = quantile(X0, probs = percentis);qr_x0
qr_P = quantile(P, probs = percentis);qr_P

par(mfrow=c(1,2))
library(nortest)
lillie.test(dist_cof[,1])###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>0.05
normal
qqnorm(dist_cof[,1],xlab="Quantis Teóricos", ylab="Quantis Amostrais")
qqline(dist_cof[,1])
text(2,7,"p < 2.2e-16") # insere comentários no grafico

```

```

hist(dist_cof[,1],xlab="  $\beta_0$ ", ylab="Densidade", main="Intercepto",prob=TRUE)
### para fazer o histograma
lines(density(dist_cof[,1]),col="blue")
#####

library(nortest)
lillie.test(dist_cof[,2])###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>o.o5
normal
qqnorm(dist_cof[,2],xlab="Quantis Teóricos", ylab="Quantis Amostrais")
qqline(dist_cof[,2])
text(1.5,-0.2,"p < 2.2e-16") # insere comentários no grafico
hist(dist_cof[,2],xlab="  $\beta_1$ ", ylab="Densidade", main="Coeficiente de
Regressão",prob=TRUE) ### para fazer o histograma
lines(density(dist_cof[,2]),col="blue")
#####3

library(nortest)
lillie.test(X0)###teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov, p>o.o5 normal
qqnorm(X0,xlab="Quantis Teóricos", ylab="Quantis Amostrais")
qqline(X0)
text(1.5,0.5,"p < 2.2e-16") # insere comentários no grafico
hist(X0,xlab="X0", ylab="Densidade", main="Tamanho da
parcela",prob=TRUE) ### para fazer o histograma
lines(density(X0),col="blue")

```