



**ADRIANA MATHEUS DA COSTA SORATO**

**AJUSTE DE MODELO LOGÍSTICO AO ACÚMULO DE  
MASSA SECA DE CULTIVARES DE FEIJOEIRO VIA  
REGRESSÃO ISOTÔNICA**

**LAVRAS-MG**

**2017**

**ADRIANA MATHEUS DA COSTA SORATO**

**AJUSTE DE MODELO LOGÍSTICO AO ACÚMULO DE MASSA SECA DE  
CULTIVARES DE FEIJOEIRO VIA REGRESSÃO ISOTÔNICA**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutora.

Prof. Dr. Augusto Ramalho de Moraes  
Orientador

**LAVRAS-MG**

**2017**

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA,  
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Sorato, Adriana Matheus da Costa.

Ajuste de modelo logístico ao acúmulo de massa seca de cultivares  
de feijoeiro via regressão isotônica / Adriana Matheus da Costa  
Sorato. - 2017.

85 p.

Orientador: Augusto Ramalho de Moraes.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Lavras, 2017.  
Bibliografia.

1. Modelo não linear. 2. Feijoeiro. 3. Curva de crescimento. I.  
Moraes, Augusto Ramalho de. II. Título.

**ADRIANA MATHEUS DA COSTA SORATO**

**AJUSTE DE MODELO LOGÍSTICO AO ACÚMULO DE MASSA SECA DE  
CULTIVARES DE FEIJOEIRO VIA REGRESSÃO ISOTÔNICA**

***THE FIT LOGÍSTIC MODEL TO THE ACCUMULATION OF DRY MASS OF BEAN  
CULTIVARS BY WAY OF ISOTONIC REGRESSION***

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutora.

APROVADA em 26 de janeiro de 2017.

Profa. Dra. Damiany Pádua Oliveira	UFLA
Profa. Dra. Izabela Regina Cardoso de Oliveira	UFLA
Prof. Dr. Joel Augusto Muniz	UFLA
Dr. João Roberto de Mello Rodrigues	EPAMIG

Prof. Dr. Augusto Ramalho de Moraes  
Orientador

**LAVRAS-MG**

**2017**

*A Deus que me segurou nos braços e me disse para seguir em frente.  
Aos meus pais, Dioraci e Ângela, que me mostraram que mesmo sendo adulta ainda podem  
cuidar de mim.*

*A minha irmã, Patrícia, por estar ao meu lado e me defender de tudo e de todos.  
Em especial, ao meu Pedro (in memoriam), que mesmo não estando ao meu lado nesse  
momento foi meu maior incentivador.*

**DEDICO.**

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus, por me segurar nos braços, me mostrar que apesar de tudo ainda existe esperança e que a morte é só mais um passo rumo à felicidade eterna.

Ao professor Dr. Augusto Ramalho de Moraes, pela atenção, incentivo e orientação no decorrer desse curso.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, pelos conhecimentos adquiridos que colaboraram para meu crescimento pessoal.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao Departamento de Estatística, pela oportunidade de realizar o doutorado.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, pela concessão da bolsa de estudos.

À Josi e à Nádia, secretárias do Departamento de Estatística, pela atenção e disposição em ajudar sempre com um grande sorriso no rosto.

A minha linda psicóloga Cristiane, que me mostrou maneiras de alegrar o meu dia e organizar os meus pensamentos no momento em que menos acreditei que conseguiria terminar meus projetos.

Aos amigos, sempre dispostos a compartilhar os momentos bons e ruins dessa caminhada. Em especial, Thalita, Andreia, Vania, Suzana e Bruno; que me mostraram que o tempo e a distância não são nada quando se precisa da presença dos amigos. Sempre serei grata.

Ao Pedro (*in memoriam*), pelo amor dedicado, pelos três anos de nosso casamento e pelo apoio, e até mesmo pelos últimos anos de doutorado, que mesmo não estando presente, foi um grande incentivador.

Aos meus sogros, cunhados e cunhadas, pelo apoio e pela dedicação, sempre acreditando em minha vitória.

A minha irmã e meus sobrinhos, simplesmente por trazerem alegria a minha vida.

Aos meus pais, pelo amor incondicional, apoio e dedicação. Por me mostrarem que não importa a situação eles sempre estarão lá, me esperando e prontos a me socorrer caso seja necessário.

Muito obrigada a todos!

## RESUMO

Os modelos não lineares, dentre eles o modelo logístico, são amplamente utilizados no estudo da análise de crescimento vegetal. No caso do feijoeiro, que constitui grande importância nutricional e econômica para o país, conhecer sua forma de crescimento pode permitir detectar problemas no crescimento e aumentar a produção do grão. No entanto, em algumas situações, pode ocorrer a não convergência do modelo não linear, impossibilitando o conhecimento de tal crescimento. Dessa forma, aplicar técnicas que amenizem o problema da não convergência é necessário. Dentre essas técnicas se destaca a regressão isotônica, que se caracteriza como uma transformação de dados. Assim, o objetivo desse trabalho foi analisar o crescimento de duas cultivares de feijoeiro (Ouro Vermelho e Bolinha), em diferentes densidades de semeadura (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas ha<sup>-1</sup>), por meio do ajuste do modelo não linear logístico, aos dados de massa seca das diferentes partes da planta do feijoeiro, submetidos à aplicação da regressão isotônica. Incluíam-se nos objetivos, computar a taxa de crescimento da cultura que possibilita uma interpretação mais abrangente do crescimento do feijoeiro e estimação do acúmulo máximo de massa seca e idade da planta com crescimento máximo. Os resultados mostram que a aplicação da regressão isotônica (pesos iguais) aos dados de crescimento de feijoeiro, tanto na cultivar Ouro Vermelho quanto na Bolinha, e nas diferentes densidades de semeadura permite visualizar uma boa qualidade no ajuste do modelo não linear logístico; a curva da taxa de crescimento permite analisar os momentos de maior acúmulo de massa seca nas diferentes partes do feijoeiro. A cultivar Ouro Vermelho apresenta maior acúmulo assintótico de massa seca do que a cultivar Bolinha.

**Palavras-chave:** Curva de crescimento. Modelo de regressão. Mínimos quadrados. Regressão não linear. Densidade de semeadura. Transformação isotônica.

## ABSTRACT

The nonlinear models, among them the logistic model, are widely used in the study of plant growth analysis. In the case of bean, which is of great nutritional and economic importance for the country, knowing its way of growth can allow to detect problems in the growth and to increase the production of the grain. However, in some situations, the non-convergence of the non-linear model can occur, making it impossible to know about such growth. Thus, applying techniques that soften the problem of non-convergence are necessary. Among these techniques, we highlight isotonic regression, which is characterized as a data transformation. Thus, the objective of this work is to analyze the growth of two bean cultivars (Ouro Vermelho and Bolinha) at different sowing densities (75, 145, 215, 285 and 355 thousand plants  $\text{ha}^{-1}$ ) by adjusting the model nonlinear logistic analysis, to the dry mass data of the different parts of the common bean plant submitted to the application of isotonic regression. The objective of this study is to compute the growth rate of the crop that allows a more comprehensive interpretation of bean growth and to estimate the maximum accumulation of dry mass and age of the plant with maximum growth. The results show that the application of isotonic regression (equal weights) to bean growth data, both in the Ouro Vermelho and Bolinha cultivars, and in the different sowing densities, allows to visualize a good quality in the adjustment of the logistic nonlinear model. The growth rate curve allows to analyze the moments of greatest accumulation of dry mass in the different parts of the bean. The cultivar Ouro Vermelho presents greater asymptotic accumulation of dry mass than the cultivar Bolinha.

**Keywords:** Growth curve. Regression model. Least squares. Nonlinear regression. Density of sowing. Isotonic transformation.



## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
2	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	10
2.1	A cultura do feijoeiro .....	10
2.1.1	Produtividade do grão .....	10
2.1.2	Cultivares .....	11
2.1.3	Densidade de Semeadura .....	12
2.1.4	Época de Colheita .....	12
2.2	Análise de crescimento .....	13
2.2.1	Modelos lineares e não lineares .....	14
2.2.2	Métodos de estimação e convergência .....	16
2.3	Regressão isotônica .....	17
2.4	Processo de Normalização .....	19
2.5	Inovação da Pesquisa .....	21
3	<b>MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	23
3.1	Material .....	23
3.2	Métodos .....	25
4	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	30
4.1	Análise da variância .....	30
4.2	Ajuste do modelo logístico .....	31
4.2.1	Análise do peso de matéria seca da Haste .....	31
4.2.2	Análise do peso de matéria seca da haste + folha .....	37
4.2.3	Análise do peso de matéria seca da haste + folha + vagem .....	40
4.2.3.1	Interação cultivar x época .....	40
4.2.3.2	Interação densidade x época .....	43
4.2.4	Análise do peso de matéria seca da haste + folha + vagem + grão .....	47
4.2.4.1	Interação Cultivar x Época .....	48
4.2.4.2	Interação Densidade x Época .....	50
5	<b>CONCLUSÕES</b> .....	56
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	57
	<b>ANEXO A - ROTINAS ESPECÍFICAS DO SOFTWARE R PARA A ANÁLISE ESTATÍSTICA REALIZADA AO DECORRER DESSE TRABALHO</b> .....	62

## 1 INTRODUÇÃO

O feijão comum (*Phaseolus vulgaris* L.) é uma leguminosa de grande importância na cultura alimentar do país, já que é um componente presente no cotidiano da alimentação do brasileiro, considerado como um dos grãos mais conhecidos e amplamente estudados.

No entanto, a produtividade do feijoeiro ainda é considerada baixa no país, e dentre os principais fatores causadores estão a utilização de modo não adequado da densidade de semeadura, cultivar no plantio, época de colheita, entre outros. Assim, conhecer como ocorre o crescimento do feijoeiro pode auxiliar a detectar possíveis problemas no desenvolvimento da cultura e por ventura propor soluções para aumentar a produção do grão no Brasil.

Existem várias técnicas para se estudar o desenvolvimento vegetal ou animal, dentre as quais, a análise de crescimento se destaca, pois, fornece informações dos efeitos de fatores sobre os fenômenos envolvidos no processo, por meio de modelos lineares ou não lineares para descrever o processo.

O uso de modelos não lineares é mais adequado, em relação à modelagem de crescimento, por possuírem parâmetros com interpretação prática e de interesse biológico do pesquisador. Vários modelos não lineares estão disponíveis na literatura e podem ser utilizados para descrever o crescimento de um vegetal, e dentre esses, se destaca o modelo não linear logístico.

Contudo, na utilização deste último modelo proposto, corre-se o risco de ocorrer a não convergência dos parâmetros impossibilitando, desse modo, o estudo do crescimento da cultura e o conhecimento dos fenômenos envolvidos nesse processo. Dessa maneira é necessário buscar alternativas que possam garantir, sob certas circunstâncias, que essa convergência ocorra. Um método adequado para essa finalidade é a regressão isotônica, que leva em consideração a trajetória esperada da curva de crescimento da cultura.

Desse modo, o objetivo desse trabalho foi analisar o crescimento de duas cultivares de feijoeiro (Ouro Vermelho e Bolinha), em diferentes densidades de semeadura (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas ha<sup>-1</sup>), por meio do ajuste do modelo não linear logístico, aos dados de massa seca em diferentes partes da planta, submetidos à aplicação da regressão isotônica. Incluem-se nos objetivos, computar a taxa de crescimento da cultura, o que possibilita uma interpretação mais abrangente do crescimento do feijoeiro e estimar o acúmulo máximo de massa seca e idade da planta com crescimento máximo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo é apresentada uma revisão geral de literatura sobre a cultura do feijoeiro, os modelos de regressão não linear, a estimação de seus parâmetros e os avaliadores de qualidade de ajuste.

### 2.1 A cultura do feijoeiro

O feijoeiro comum (*Phaseolus vulgaris L.*) está presente na alimentação diária do brasileiro, sendo excelente fonte de proteínas, carboidratos, vitaminas, minerais, fibras e compostos fenólicos com ação oxidante que podem reduzir a ocorrência de doenças cardiovasculares, alguns tipos de câncer, Mal de Alzheimer e Mal de Parkinson (BUTTERFIELD et al., 2002).

O feijoeiro é uma planta exigente em nutrientes, possuindo sistema radicular superficial e ciclo vegetativo curto (ROSOLEM; MARUBAYASHI, 1994). Desse modo, é preciso que os nutrientes necessários ao seu crescimento estejam disponíveis no decorrer do desenvolvimento da planta, para que a produtividade não sofra limitações (SILVA; SILVEIRA, 2000).

Esse fato torna o feijoeiro uma cultura bastante sensível às práticas culturais; no entanto, essa cultura possui efeitos compensatórios quanto aos seus componentes de rendimento (CARVALHO et al., 2001).

A cultura do feijão também é susceptível às mudanças climáticas, de modo que a falta ou o excesso de chuva pode prejudicar o plantio e a produção de grãos (COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO, 2016). A cultura do feijoeiro é de grande importância no cenário nacional, pois o feijão é um dos grãos que apresenta destaque social e econômico na agricultura do país, sendo excelente alternativa para pequenos produtores e, com crescente cultivo por médios e grandes produtores.

#### 2.1.1 Produtividade do grão

O Brasil é considerado um dos maiores produtores e consumidores do grão, com semeadura ao longo do ano e concentrando-se em três épocas ou safras: safra das águas, da seca ou safrinha e irrigada. Para a primeira safra 2016/17, a estimativa de produção é de 1.314,9 mil toneladas, e a produtividade média da safra do ano anterior, de 1034,2 mil toneladas (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2017).

O Estado de Minas Gerais está entre os maiores produtores de feijão de primeira e segunda safra na região Centro Sul. Na primeira safra do ano de 2017 estima-se que a área de

plantio será de 181,8 mil hectares, e a produtividade média da última safra foi de 1268 kg/ha (COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO, 2016).

Como o feijoeiro pode ser cultivado sob diferentes sistemas de cultivo e em diversas épocas do ano, pode sofrer interferência dos diferentes manejos culturais. Por ser uma planta de ciclo vegetativo curto e, ainda, com sistema radicular superficial, torna-se muito sensível ao manejo inadequado dos tratos culturais, como o uso de densidade de semeadura inadequada, época de colheita tardia ou precoce e presença de plantas infestante, entre outros (MANABE et al., 2015; TEIXEIRA et al., 2009), o que pode acarretar em menor produtividade.

De forma geral, a produção do grão é considerada baixa no país, e dentre as principais causas estão a adubação inadequada, a baixa tecnologia utilizada pelos produtores, pouco controle de pragas, o uso de densidades de semeadura e épocas inadequadas, e o emprego de cultivares com baixo potencial genético (SANTOS et al., 2014). No entanto, a escolha da cultivar adequada apresenta maior peso no sucesso em relação à cultura (OLIVEIRA et al., 2012; PAULA et al., 2013).

### **2.1.2 Cultivares**

Na maior parte do estado de Minas Gerais predomina o cultivo do feijão cores, notadamente carioquinha (CONAB, 2016). Entretanto a inserção de novas cultivares pode representar para o produtor uma forma de agregar valor ao produto final.

As cultivares Ouro Vermelho e Bolinha, por exemplo, são cultivadas em menor escala pelos meios tradicionais (OLIVERIA et al., 2012). No entanto constituem-se oportunidade para a produção de grãos na região da Zona da Mata, com a possibilidade de agregar maior valor ao produto e proporcionar a geração de emprego e renda.

A cultivar Ouro Vermelho, considerada um nicho de mercado na Zona da Mata em Minas Gerais, é proveniente do cruzamento das cultivares AN9022180 e Vermelhinho (CARNEIRO et al., 2006). Ainda segundo os mesmos autores, apresenta flores brancas e vermelhas, vagens da cor rosa quando atinge a maturidade fisiológica e cor marrom ou púrpura na época da colheita, com grãos elípticos, vermelhos e brilhantes. Possui hábito de crescimento indeterminado do tipo II/III, porte semiereto, média floração e ciclo precoce a normal (entre 80 e 90 dias) (ALVES et al., 2009).

Assim como a cultivar Ouro Vermelho, a cultivar Bolinha pertence ao grupo comercial outros e possui grãos amarelos. Normalmente cultivada inicialmente por produtores

no Sul de Minas Gerais, possui hábito de crescimento do tipo II, e ciclo normal entre 90 e 100 dias (ALVES et al., 2009).

### **2.1.3 Densidade de Semeadura**

Na cultura do feijoeiro, a população de plantas é considerada fator determinante na produtividade do grão, já que a baixa densidade se destaca como uma das principais causas de baixo rendimento nas lavouras, e está associada com a fertilidade do solo (BUSO; SILVA; RIOS, 2014) e com o hábito de crescimento da planta (SHIMADA; ARF; SÁ, 2000). Desse modo, em solos com baixa fertilidade, nos quais as plantas enfrentam dificuldade de crescimento, é necessário maior densidade de plantas para garantir a produtividade, e o contrário para solos considerados férteis.

É válido mencionar que nem sempre as maiores densidades de semeadura resultam em altas produtividades, já que pode ocorrer competição dessas plantas por água, luz e nutrientes, restringindo em muitos casos a nutrição das plantas (KRANZ, 1989). Algumas cultivares, por sua vez, apresentam maior capacidade de compensação do rendimento de grãos nas maiores ou menores densidades, com interferência na produção por planta.

Assim, é natural concluir que empregar a densidade de plantas adequadas na cultura do feijoeiro é fundamental para obter maiores produtividades de grãos na cultura. Entretanto, a densidade deve ser adotada observando a resposta de cada hábito de crescimento em relação aos componentes de rendimento do grão (SANTOS et al., 2014; SOUZA et al., 2014).

Para grande parte das cultivares, densidades de plantas ligeiramente acima de 200 mil plantas por hectare são consideradas ideais. Particularmente, para as cultivares Ouro Vermelho e Bolinha, densidades em torno de 240 mil plantas por hectare proporcionam produtividade máxima de grãos (ALVES et al., 2009).

### **2.1.4 Época de Colheita**

A determinação da época adequada de colheita também é relevante, pois influencia no grau de dureza, em mudanças do sabor, na qualidade do grão e também no escurecimento do tegumento em algumas cultivares (RIOS; ABREU; CORRÊA, 2002).

Deve-se efetuar a colheita quando as plantas atingirem a maturidade fisiológica, a qual coincide com o momento em que cessa a transferência de nutrientes (matéria seca) da planta para o grão, pois nessa ocasião, o potencial fisiológico é mais elevado (BOTELHO et al., 2010). A maturação fisiológica varia conforme a cultivar utilizada. No caso do feijoeiro, grande parte das cultivares apresenta ciclo natural de 90 a 100 dias após a emergência

(ANDRADE et al., 2001), mas existem cultivares mais precoces com ciclo próximo aos dois meses.

No entanto, quando o feijoeiro atinge a maturação fisiológica, os grãos apresentam grau de umidade elevado e as plantas possuem algumas folhas verdes, o que dificulta a colheita mecanizada e pode ocasionar danos por injúria. A maturação se completa com a perda da umidade e máximo acúmulo de matéria seca da semente.

O atraso na colheita, a partir do ponto de maturidade fisiológica, gera vários inconvenientes, a maioria deles causada pela exposição ligeiramente prolongada às condições ambientes desfavoráveis (MARCOS FILHO, 2005). Desse modo, determinar o ponto exato de colheita é de extrema dificuldade e é fator relevante para manter a boa qualidade do grão.

Visando-se obter estratégias para estimação do comportamento ou modo de crescimento da cultura, encontram-se na literatura estudos sobre as curvas de crescimento, que ainda tem pouca aplicação no feijoeiro.

## **2.2 Análise de crescimento**

A análise de crescimento é uma das metodologias mais acessíveis e altamente precisa que permite avaliar e inferir acerca do crescimento vegetal, além de descrever as mudanças na produção vegetal em função do tempo (URCHEI; RODRIGUES; STONE, 2000).

A partir de dados de crescimento, as causas do mesmo podem ser estimadas, o que permite avaliar o desenvolvimento vegetal e inferir sobre a contribuição de diferentes processos fisiológicos nos diferentes estádios culturais (BENINCASA, 2003).

A análise de crescimento é uma ferramenta que permite conhecer a planta como entidade biológica e contribuir no manejo das espécies cultivadas para determinar seu potencial de produção.

De modo geral, o início do crescimento do vegetal é lento, seguido de uma fase de crescimento mais acelerado até a planta atingir um tamanho definitivo, e nesse momento a planta paralisa a produção de matéria orgânica (fase de senescência) até que finalmente ocorre um decréscimo nessa produção (MAGALHÃES, 1986).

Como não necessita de dados complexos e não requer equipamentos sofisticados, apresenta vantagens em relação a outros tipos de análise. Tal análise de crescimento está fundamentada no fato de que, em média, 90% da matéria seca acumulada pelas plantas ao longo de seu crescimento resultam da atividade fotossintética e o restante resulta da absorção de nutrientes do solo (BENINCASA, 2003).

A área foliar e/ou o acúmulo de massa seca da planta ou de qualquer de seus componentes são as informações mais utilizadas e apropriadas para medir o crescimento e possibilitar a análise do mesmo (TAIZ; ZEIGER, 2004).

Para realizar uma análise de crescimento de maneira eficiente, vários tipos de modelos estatísticos podem ser usados, com o intuito de facilitar a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal, dentre os quais se destacam os modelos de crescimento lineares e não lineares.

### **2.2.1 Modelos lineares e não lineares**

Os modelos são funções matemáticas que expressam a relação entre duas ou mais variáveis, sendo que os modelos de regressão podem ser classificados como lineares, não lineares e linearizáveis (DRAPER; SMITH, 1998), em relação aos seus parâmetros. Os modelos classificados como lineares são aqueles em que quando as derivadas parciais com relação aos parâmetros do modelo não dependem de nenhum parâmetro.

Já, os modelos não lineares são aqueles em que pelo menos uma de suas derivadas parciais, em relação aos parâmetros, dependa de algum parâmetro do modelo. Por sua vez, o modelo de regressão é linearizável, quando ele é não linear em sua forma inicial, mas com alguma transformação pode se tornar linear.

Com relação aos parâmetros dos modelos lineares, os estimadores de mínimos quadrados ordinários apresentam propriedades ótimas, ou seja, são estimadores não viesados, normalmente distribuídos e com variância mínima dentre qualquer outro conjunto de estimadores. Essas propriedades são consideradas como as melhores que uma classe de estimadores pode apresentar (SEARLE, 1971).

Entretanto, os modelos não lineares são preferidos para o ajuste de curvas de crescimento, pois permitem resumir em poucos parâmetros as características de crescimento da população, ressaltando que tais parâmetros possuem interpretação biológica, permitem avaliar o comportamento dos tratamentos ao longo do tempo, estudar as interações entre fatores ao longo do tempo e identificar em uma população os melhores tratamentos (FREITAS, 2005). A explicação do crescimento biológico por meio de modelos não lineares contribui para o desenvolvimento e teste de teorias a respeito de algum fenômeno de interesse do pesquisador. Na área agrária são evidentes as vantagens econômicas e de manejo cultural, permitindo conhecer como a produção de massa cresce, o quão rápido a planta se desenvolve e como estes fatores reagem a essas condições de tratamento aplicadas.

Dentre os vários modelos não lineares disponíveis, o logístico é utilizado para descrever vários processos biológicos por meio da curva de crescimento dada pela equação do modelo. Essa apresenta comportamento sigmoidal, na qual a curva cresce lentamente no início do desenvolvimento, passa por um ponto de inflexão em que apresenta sua maior taxa de crescimento, e atinge um máximo em uma assíntota superior.

Uma das parametrizações do modelo não linear logístico que foi utilizada por Ratkowsky (1983) é:

$$y_i = \frac{a}{1 + be^{-kt_i}} + \varepsilon_i$$

em que:

$y_i$  é o  $i$  – ésimo valor observado da variável resposta no tempo  $t_i$ ;

$a$  é o parâmetro correspondente ao peso assintótico (ou valor assintótico da variável resposta);

$b$  é um parâmetro de locação, que não possui interpretação biológica;

$k$  é a taxa de crescimento, ou índice de maturidade fisiológica;

$t_i$  é o  $i$ –ésimo valor assumido pela variável explicativa (tempo);

$\varepsilon_i$  é o erro experimental associado à  $i$  – ésima observação, tal que,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

Para realizar uma análise de crescimento eficiente, utilizando a curva de crescimento do modelo logístico, é importante estudar os componentes do modelo de maneira individual, bem como as taxas de crescimento relacionadas ao modelo.

O parâmetro  $a$  é o peso assintótico máximo ou valor limite da variável resposta, ou seja, aplicando limite na expressão do modelo, tem-se que  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a}{1+be^{-kt}} = a$ ; podendo ser interpretado como o acúmulo máximo da massa seca ou tamanho máximo. Assim, quando o elemento ou indivíduo analisado não atinge a fase da colheita,  $a$  reflete uma estimativa da variável resposta com base nas últimas medições realizadas. O parâmetro  $b$ , apesar de não possuir interpretação biológica direta, é uma importante constante para modelar a curva sigmoidal desde o “início das medições” ( $t = 0$ ) até a “fase adulta” ( $t = \infty$ ), isto é,  $\lim_{t \rightarrow 0} y_t = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a}{1+be^{-kt}} = \frac{a}{1+b}$  e  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a}{1+be^{-kt}} = a$ , assim a constante  $b$  resulta em:  $\frac{a}{1+b} \leq y_t \leq a$ , e ainda, está associado ao ponto de inflexão.



O parâmetro  $k$ , conhecido como taxa de crescimento, indica o índice de maturidade fisiológica, sendo que maiores valores indicam um crescimento mais lento e menores valores estão associados ao crescimento precoce. Ao analisar a derivada de primeira e segunda ordem em relação a  $t$ , que não serão apresentadas aqui, nota-se que o modelo logístico atinge ponto de inflexão quando  $y = a/2$ . Ao atribuir esse valor ao modelo, tem-se que  $k = b/t$ , o que indica que a partir do ponto de inflexão ocorre um decréscimo na taxa de crescimento. Isto é, quando a metade do tamanho assintótico é atingida, a velocidade de crescimento também atinge seu valor máximo, e a partir desse ponto apresenta decréscimo e tende a zero.

Para modelos não lineares, as propriedades dos estimadores que foram vistas para os modelos lineares são válidas somente assintoticamente, isto é, quando a amostra apresenta um tamanho suficientemente grande, e em amostras consideradas pequenas, normalmente, tais propriedades não são satisfeitas. Isso ocorre porque essas estimativas para os modelos não lineares são obtidas por meio de métodos iterativos.

### **2.2.2 Métodos de estimação e convergência**

Para a estimação dos parâmetros em modelos de regressão não linear, em geral é utilizado o método de mínimos quadrados (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002), por meio de processo iterativo. Dentre os processos mais utilizados estão o método de Gauss-Newton, o método do Gradiente e o método de Marquardt (BATES; WATTS, 1988).

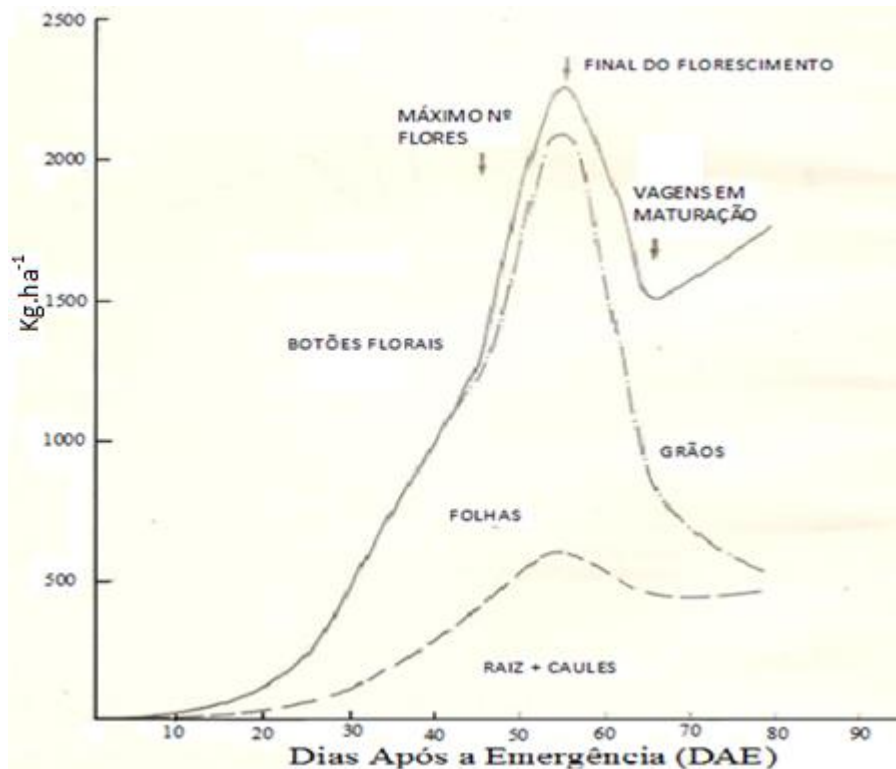
O método de Gauss-Newton, aplicado aos modelos não lineares, constitui uma generalização do método de mínimos quadrados, já que o mesmo permite obter estimativas dos parâmetros de maneira a minimizar a soma dos quadrados dos desvios (PIERINI; AVELAR, 2013), sendo necessária a utilização de métodos numéricos iterativos. Nesse processo, a partir de um vetor solução inicial, é obtida uma sequência de vetores solução, de modo que com o último deles ocorra a minimização da soma de quadrados dos erros.

Neste caso, considera-se que houve convergência do método de estimação. No entanto, isto nem sempre ocorre, e a não convergência do método de Gauss Newton constitui uma desvantagem de seu uso; de acordo com Espirito Santo (2001), a não convergência pode se originar quando os problemas em questão são razoavelmente não lineares ou quando possuem grandes resíduos.

Assim, ao utilizar processos iterativos, a verificação da sua convergência é vital, pois a não convergência impossibilita a obtenção das estimativas dos parâmetros do modelo não linear em questão, o que impede a caracterização do fenômeno com maior eficiência, como a curva de crescimento de uma cultivar.

Ao observar o crescimento do feijoeiro, conforme descrito por Rosolem (1987), e atentar-se à variável matéria seca dos componentes do vegetal (caule, folha, vagem e grão) (FIGURA 1), o comportamento não pode ser descrito em sua totalidade por uma curva sigmoide, isto é, ao analisar o crescimento do feijoeiro, este se caracteriza como um problema razoavelmente não linear.

Figura 1 - Acumulação de matéria seca pelo feijoeiro.



Fonte: Rosolem (1987).

Este fato pode acarretar em maior dificuldade de convergência de modelos não lineares propostos para estudar o crescimento do feijoeiro ou proporcionar uma convergência com baixa qualidade de ajuste.

É vastamente aceito que um organismo vegetal que recebe recursos suficientes cresce segundo uma curva sigmoide, e desse modo, aplicar técnicas estatísticas que consideram tal fato no processo de estimação dos parâmetros é de suma importância. Dentre as possíveis técnicas estatísticas a serem requisitadas, a regressão isotônica apresenta proeminência.

### 2.3 Regressão isotônica

Ao tratar do desenvolvimento do feijoeiro, existe um conhecimento “a priori”, de que sob condições ambientais favoráveis, os dados de crescimento, em relação ao tempo,

apresentam uma característica de ordenação, como é o caso do acúmulo em peso da massa seca das plantas desde a emergência até a maturação fisiológica e, em casos até a colheita. Desse modo, é desejável encontrar modelos ou metodologias que preservem tal característica, e o método que seleciona tais modelos é a regressão isotônica (BARLOW et al., 1972).

A palavra isotônica faz referência ao fato de que com o aumento da variável independente, a variável resposta também apresentará aumento, e para analisar esse evento, a teoria da regressão isotônica mostra-se adequada (RODRIGUES et al., 2010). A teoria da regressão isotônica foi descrita por Barlow et al. (1972) que está baseada de modo geral nas seguintes definições.

Definição 1: Seja um conjunto de valores  $X = \{x_1 < x_2 < \dots < x_n\}$  finito, em que a relação binária  $<$  em  $X$  é uma ordem simples se:

Apresenta propriedade reflexiva:  $x_i < x_j$ , com  $i \neq j, \forall x \in X$ ;

Apresenta propriedade transitiva: sejam  $x_i, x_j$  e  $x_k \in X$ , se  $x_i < x_j$  e  $x_j < x_k$  então  $x_i < x_k$ , com  $i \neq j \neq k$ ;

Apresenta propriedade antissimétrica: sejam  $x_i, x_j \in X$ , se  $x_i < x_j$  e  $x_j < x_i$ , então  $x_i = x_j$ ;

Dois elementos sempre podem ser comparados: sejam  $x_i, x_j \in X$ , segue que, ou  $x_i < x_j$  ou  $x_j < x_i$ .

Definição 2: Para o conjunto de valores  $X$  finito com uma ordem simples, uma função  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  é denominada isotônica, para  $x_i, x_j \in X$  ( $i \neq j$ ), se  $x_i < x_j$  implica em  $f(x_i) \leq f(x_j)$ .

Definição 3: Seja  $g$  uma função em um conjunto de ordem simples  $X$  e  $w$  uma função positiva sobre  $X$ . Uma função isotônica  $g^*$  sobre  $X$  é uma regressão isotônica de  $g$  com peso  $w$ ; se e, somente se, ela minimiza a soma

$$\sum_{x \in X} [g(x) - f(x)]^2 w(x),$$

em que  $f$  está na classe das funções isotônicas em  $X$ .

Com essas propriedades, a regressão isotônica pode ser utilizada com a finalidade de melhorar os problemas de convergência anteriormente citados, já que esse tipo de regressão se

caracteriza como uma transformação da variável dependente, sendo este processo de transformação chamado de normalização por Hussian et al. (2004). No caso de crescimento de plantas, na descrição do acúmulo de biomassa ao longo do ciclo de desenvolvimento da planta podem ocorrer certas oscilações na curva esperada, o que dificulta o ajuste de certos modelos. Nestas situações, a utilização da isotonização (transformação) dos dados tem-se mostrado eficiente no ajuste de modelos de regressão, como destacado em Gonçalves et al. (2012) e Rodrigues et al. (2010). A regressão isotônica pode ser utilizada nas situações em que a variável resposta aumenta com o incremento da variável independente (GONÇALVES et al., 2012).

Rodrigues et al. (2010) fizeram uso da regressão isotônica no estudo de curvas de crescimento, cujos dados apresentaram distúrbios nos pesos em certas faixas de idade. Eles concluíram que a metodologia de transformação de dados por meio da análise de regressão isotônica possibilitou aumentar a convergência e a qualidade de ajuste dos modelos de regressão não linear logístico, Von Bertalanffy e Gompertz aos dados de crescimento que apresentam certos distúrbios caracterizados por diminuição de pesos em determinadas idades. Essa técnica também foi utilizada por Gonçalves et al. (2012) no estudo de deposição de zinco na tíbia de aves, que garantiram melhora nos avaliadores de qualidade de ajuste.

Em caráter semelhante, Hussian et al. (2004) utilizaram a regressão monotônica para avaliar dados de qualidade de água e de normalização de concentração de mercúrio no músculo do peixe da espécie Bacalhau em relação ao seu comprimento.

## **2.4 Processo de Normalização**

Até o presente momento, a regressão isotônica foi exposta de forma teórica, contudo, nesse ponto da pesquisa é interessante mostrar como se procede ao cálculo da mesma. Para o caso trabalhado, tal cálculo foi realizado para o caso mais comum, que trabalha com a ordenação simples, a qual foi definida anteriormente.

O processo que encontra os valores da regressão é chamado de normalização ou isotonização. Para obter os valores da regressão foi utilizado o algoritmo Pool Advacent Violators – PAVA, que é um método de aproximações sucessivas que trabalha com o maior minorante convexo, teoria que não será abordada nesse trabalho.

A descrição desse processo de isotonização é embasada no trabalho de Ayer et al. (1955) e, será ilustrada a seguir.

O primeiro passo do algoritmo PAVA é subdividir o conjunto  $X$  em subconjuntos unitários do seguinte modo:  $\{x_1\}, \{x_2\}, \dots, \{x_n\}$ . Após essa divisão, considera-se a função em

questão  $g(x)$  caso essa função seja isotônica, então  $g(x_1) \leq g(x_2) \leq \dots \leq g(x_n)$ , e assim a regressão isotônica é a própria função  $g(x)$ .

Caso isso não ocorra, significa que existe algum índice  $i$  de modo que:

$$g(x_{i-1}) > g(x_i),$$

o que caracteriza  $g(x_{i-1})$  como um violador da ordem.

Assim, faz-se uma junção (pool) entre  $x_{i-1}$  e  $x_i$  em um novo bloco ordenado  $\{x_{i-1}, x_i\}$  e o valor da função  $g$  em ambos os pontos é substituído por:

$$M^* = \frac{g(x_{i-1}) \times w(x_{i-1}) + g(x_i) \times w(x_i)}{w(x_{i-1}) + w(x_i)},$$

a qual é claramente uma média ponderada.

Nesse ponto do processo, é feita uma conferência com a substituição dos valores, os blocos estão na ordem requerida pela regressão isotônica. Em resposta afirmativa, o processo é encerrado, mas, caso contrário, busca-se outro par de violadores e o processo é repetido até que a ordem da regressão isotônica seja alcançada.

Com intuito de elucidar melhor esse processo, far-se-á uso de um exemplo com dados fictícios, os quais são apresentados no quadro a seguir, juntamente com a regressão isotônica pronta.

Quadro 1 – Exemplo com dados fictícios para elucidação do processo de regressão isotônica

x	13	23	33	43	53	63
Pesos	1	1	1	1	1	1
$g(x)$	45,76	16,17	34,65	150,15	138,60	334,95
$g^*(x)$	30,96	30,96	34,65	144,37	144,37	334,95

Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Observa-se que  $g(13) > g(23)$  o que caracteriza esse par de valores como o primeiro violador, assim ambos os valores podem ser substituídos pela média ponderada dada por:

$$\begin{aligned}
 M^* &= \frac{g(13) \times w(13) + g(23) \times w(23)}{w(13) + w(23)} = \\
 &= \frac{45,76 \times 1 + 16,17 \times 1}{1 + 1} = 30,96.
 \end{aligned}$$

Desse modo, esse bloco de violadores é substituído pelo valor de sua média ponderada. Ao continuar a análise, o próximo grupo violador é  $g(43) > g(53)$ , e o processo é repetido, isto é, esse bloco é substituído pela média ponderada que é dada por:

$$\begin{aligned}
 M^* &= \frac{g(43) \times w(43) + g(53) \times w(53)}{w(43) + w(53)} = \\
 &= \frac{150,15 \times 1 + 138,60 \times 1}{1 + 1} = 144,37
 \end{aligned}$$

Nesse ponto, é possível observar que foi encontrado um conjunto de valores isotônicos e o processo é encerrado.

## 2.5 Inovação da Pesquisa

Estudos envolvendo a utilização da regressão isotônica para melhorar a qualidade de ajuste em dados de crescimento animal são abundantes na literatura científica. Na área vegetal, por sua vez, seu uso ainda é incipiente, demandando novas pesquisas nesse sentido.

Percebe-se que, quando é aplicada, a regressão isotônica na área vegetal, é garantido o pressuposto de que realmente o desenvolvimento daquele vegetal segue as regras impostas pela mesma. Isto é, as oscilações que ocorrem na curva de crescimento são consequências de interferências de fatores externos que impossibilitaram o comportamento natural que se esperava do desenvolvimento daquele vegetal.

No caso do feijoeiro, porém é diferente, visto que o comportamento natural do mesmo já conta com oscilações na curva de crescimento, como pode ser observado na Figura 1. Nela, é possível perceber que ao final do florescimento a curva decresce, no entanto, com o surgimento das vagens, a curva volta a crescer.

Desse modo, pretende-se com o atual estudo verificar se a regressão isotônica também serve para melhorar a qualidade de ajuste mesmo quando as oscilações na curva ocorrem de modo natural, ou seja, quando já é esperado que a curva não se comporte segundo as regras da regressão isotônica. E, além disso, se a regressão isotônica conseguir melhorar a qualidade de

ajuste e se os parâmetros do modelo não linear irão condizer com a realidade de crescimento dessa cultura.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

É apresentada a procedência dos valores de matéria seca das partes vegetativas aéreas do feijoeiro, a forma como foram obtidos e, a descrição dos métodos a serem utilizados para a análise dos mesmos.

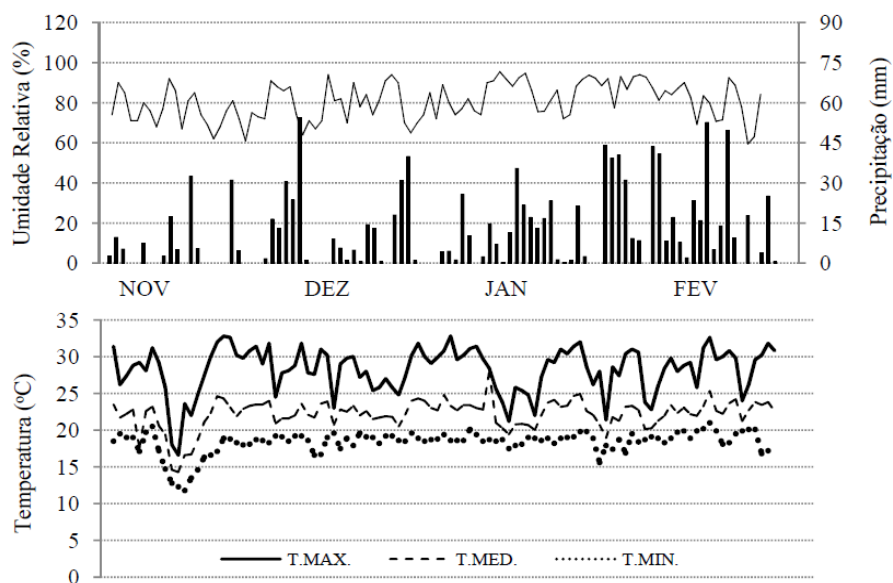
#### 3.1 Material

Os dados utilizados nesse trabalho são originados de um experimento realizado no campo experimental do Departamento de Agricultura (DAG), Setor de Grandes Culturas da Universidade Federal de Lavras (UFLA).

O município de Lavras está situado na região Sul de Minas Gerais, a uma altitude média de 918 metros, nas coordenadas 21°14' de latitude S e 45°00' de longitude W. O clima da região de Lavras é classificado como temperado chuvoso (mesotérmico) com inverno seco e verão chuvoso, subtropical (DANTAS; CARVALHO; FERREIRA, 2007). As condições climáticas da época de condução do ensaio são apresentadas na Figura 2.

O experimento foi conduzido na safra primavera-verão 2006/2007, em sistema de plantio convencional, com semeadura realizada no dia 21 de novembro de 2006, sendo que o preparo do solo constou de uma aração e duas gradagens. Um melhor detalhamento das condições desse experimento pode ser obtido em Vieira (2009).

Figura 2 - Variação diária das temperaturas máxima, média e mínima, umidades relativa do ar e precipitação pluvial em Lavras, de novembro de 2006 a fevereiro de 2007.



Fonte: Estação Climatológica de Lavras, situada no *campus* da UFLA



O experimento foi instalado no delineamento em blocos casualizados, com três repetições, sendo que os tratamentos foram dispostos em esquema fatorial 2x5x8, envolvendo duas cultivares de feijão, (Ouro Vermelho e Bolinha), cinco densidades de semeadura, (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas por hectare), e oito épocas de avaliação, (dos 13 aos 83 dias após a emergência DAE) do feijoeiro, medidas de 10 em 10 dias.

A parcela experimental foi constituída por quatro linhas de cinco metros, espaçadas entre si por meio metro. Como área útil foram utilizadas as duas linhas centrais da parcela (5 m<sup>2</sup>). A semeadura foi realizada manualmente, considerando a densidade de semeadura ideal para alcançar as densidades desejadas.

Todas as parcelas receberam adubação idêntica de acordo com a interpretação da análise de solo e, os tratos culturais foram os normalmente utilizados na cultura nessa região. O experimento não recebeu irrigação.

Em cada época das oito avaliações, cinco plantas foram amostradas por meio de corte a um centímetro do solo, na área útil da parcela, separando-se as partes das plantas, sendo o material posteriormente separado e seco em estufa com circulação forçada de ar a 65-70° C até peso constante. O material coletado foi pesado em balança de precisão, determinando-se o peso de matéria seca das partes da planta, transformando em acúmulo de matéria seca por hectare.

As variáveis mensuradas foram: o peso de matéria seca das hastes, a soma do peso de matéria seca das hastes e das folhas, a soma do peso de matéria seca das hastes, das folhas e das vagens e a soma de matéria seca das hastes, das folhas, das vagens e dos grãos ou massa seca total. As variáveis, acima citadas, foram avaliadas em oito épocas, dadas em dias após a emergência.

As cultivares de feijão comum utilizadas foram a Ouro vermelho e a Bolinha. A primeira apresenta habito tipo II/III, porte semiereto, com guias longas e ciclo de 80 a 90 dias, grãos vermelhos e brilhantes, e peso médio de 100 grãos de 24 a 26 gramas (PAULA JUNIOR et al., 2010).

Já a cultivar Bolinha apresenta hábito de crescimento tipo II, porte ereto, grãos amarelos, com cerca de 32 a 33 g por 100 grãos e ciclo de 90 a 100 dias (ALVES et al., 2009).

### 3.2 Métodos

#### *i) Análise de variância e pressupostos*

Os valores observados de massa seca das variáveis mensuradas foram inicialmente submetidos à análise de variância, cujo modelo linear adotado de acordo com Searle (1971) foi:

$$y_{ijkl} = \mu + b_l + \alpha_i + \beta_j + \delta_k + \alpha\beta_{ij} + \alpha\delta_{ik} + \beta\delta_{jk} + \alpha\beta\delta_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

Em que:

$y_{ijkl}$ : é o valor observado do peso de massa seca, referente ao nível  $i$  do fator época, combinado com o nível  $j$  de o fator cultivar e com o nível  $k$  do fator densidade, no bloco  $l$ ;

$\mu$ : é o efeito geral da média geral;

$b_l$ : é o efeito do bloco  $l$ ;

$\alpha_i$ : é o efeito do nível  $i$  do fator época;

$\beta_j$ : é o efeito do nível  $j$  do fator cultivar;

$\delta_k$ : é o efeito do nível  $k$  do fator densidade;

$\alpha\beta_{ij}$ : é o efeito da interação dupla entre época x cultivar;

$\alpha\delta_{ik}$ : é o efeito da interação dupla entre época x densidade;

$\beta\delta_{jk}$ : é o efeito de a interação dupla entre cultivar x densidade;

$\alpha\beta\delta_{ijk}$ : é o efeito da interação tripla época x cultivar x densidade;

$\varepsilon_{ijkl}$ : é o erro experimental associado à observação  $y_{ijkl}$ , considerado independente e identicamente distribuído como  $N(0, \sigma^2)$ .

As pressuposições foram avaliadas por meio de testes estatísticos adequados. Para testar a aditividade do modelo, foi utilizado o teste de aditividade de Tukey (FREITAS, 1986); para testar a homogeneidade de variâncias dos resíduos foi utilizado o teste F-máximo de Hartley (BANZATTO; KRONKA, 1995); para testar a normalidade dos resíduos foi utilizado o teste de Shapiro – Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965), e, para testar a independência dos resíduos, foi utilizado o teste de Durbin-Watson (TILMAN, 1975).

### **ii) Transformação isotônica**

Como o intuito é verificar a influência da regressão isotônica no comportamento esperado da curva de crescimento, e ainda estudar o efeito das épocas de avaliação e densidades de semeadura nas duas cultivares analisadas, em relação a cada variável, e por fim modelar o crescimento da planta por meio do acúmulo de matéria seca, procedeu-se a uma análise de regressão, posteriormente ao processo de normalização em cada desdobramento necessário

Para obter a regressão isotônica foi utilizado o algoritmo PAVA (*pool-adjacents-violators algorithm*) (SOUZA; CHAVES; MUNIZ, 2011), considerando pesos iguais a 1 para cada uma das observações. Tal procedimento foi aplicado para proceder aos desdobramentos necessários após realizar a análise de variância e posteriormente, os dados transformados foram analisados com base em um modelo não linear.

### **iii) Modelo não linear logístico**

O modelo não linear utilizado na análise de regressão para descrever o comportamento de crescimento do feijoeiro e suas componentes foi o modelo logístico, representado por:

$$y_i = \frac{a}{1 + be^{-kt_i}} + \varepsilon_i,$$

Em que:

$y_i$  é o  $i$  – ésimo valor observado da massa seca do feijoeiro no tempo  $t_i$ ;

$a$  é o parâmetro correspondente ao peso assintótico máximo quando  $t_i$  tende a mais infinito (deve ser interpretado como o peso de massa seca na maturação ou no final do ciclo vegetativo ou peso da planta adulta);

$b$  é um parâmetro de locação, que não possui interpretação biológica direta, está relacionado aos pesos iniciais da planta;

$k$  é a taxa de crescimento, ou índice de maturidade fisiológica ou velocidade de crescimento, que deve ser entendida como a mudança de peso em relação ao peso assintótico, é visto como indicador da velocidade com que a planta se aproxima de seu tamanho adulto;

$t_i$  é o  $i$  – ésimo valor assumido pelas épocas de avaliação (tempo), medido em dias após a emergência (DAE) das plantas;

$\varepsilon_i$  é o erro experimental associado à  $i$  – ésima observação, e tais que,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

O ajuste do modelo logístico foi realizado para analisar os desdobramentos das interações que apresentaram teste F significativo na análise de variância. Sendo que tal ajuste foi realizado posteriormente ao procedimento de normalização por meio da regressão isotônica.

#### *iv) Avaliação do ajuste*

Com o intuito de verificar a qualidade do ajuste do modelo logístico aos dados em cada desdobramento efetuado, fez-se uso do coeficiente de determinação ajustado, dado por:

$$R_{aj}^2 = 1 - \left[ \frac{(n-1)(1-R^2)}{(n-p)} \right]$$

Em que:

$R^2$  é o coeficiente de determinação não ajustado, estimado por  $R^2 = \text{SQReg}/\text{SQTotal}$ ;

$n$  é o número de observações;

$p$  é o número de parâmetros do modelo.

Tem-se que quanto maior for o coeficiente de determinação ajustado, melhor é a qualidade do ajuste do modelo, no entanto não se tem um valor mínimo para garantir ou servir de referência para um bom ajuste.

Também foi utilizado o desvio padrão residual (DPR), o qual é proporcional ao quadrado médio do erro, de modo que, menores valores indicam melhor qualidade de ajuste. O desvio padrão residual foi estimado por:

$$\text{DPR} = \sqrt{\frac{\text{QMErro}}{n-p}}$$

Em que

- QMErro é o quadrado médio do erro;
- $n$  é o número de observações;
- $p$  é a quantidade de parâmetros no modelo.

**v) Taxa de crescimento da cultura (TCC)**

A taxa de crescimento instantâneo da cultura ou simplesmente taxa de crescimento da cultura (TCC) estima o acréscimo no peso de matéria seca das partes do feijoeiro para cada unidade de tempo  $t$ .

Segundo Portes e Castro Junior (1991), a TCC é obtida por meio da derivada parcial de primeira ordem do valor observado do peso de matéria seca do modelo  $y_i$  em relação ao tempo  $t$ . No caso do modelo logístico adotado, a TCC é dada por:

$$TCC = \frac{\partial y_i}{\partial t} = \frac{a \times b \times k \times e^{-kt}}{(1 + e^{-kt})^2}$$

**vi) Índice de variação (I.V.)**

Toda a descrição acerca do índice de variação (IV) foi embasada no trabalho de Pimentel-Gomes (1991).

A ideia inicial do IV sobreveio ao perceber que o coeficiente de variação (CV), que é uma medida estatística que permite fornecer uma ideia acerca da precisão do experimento, não considera o número de repetições ( $r$ ), que influencia diretamente na precisão.

O estimador do índice de variação utilizado foi:

$$IV = \frac{CV}{\sqrt{r}}$$

Em que CV é o coeficiente de variação e  $r$  é o número de repetições do experimento.

Para compreender melhor o IV, procede-se ao cálculo do comprimento de um intervalo de confiança, dado por:

$$C = 2 \times t \times IV$$

Em que  $t$  é o valor crítico da distribuição de  $t$  de Student, ao nível de 5% de significância e em função do número de graus de liberdade do resíduo.

Assim, quanto maior for esse comprimento do intervalo de confiança, menor é a precisão do experimento em questão. Isto é, para determinar a precisão experimental do experimento é preferível o IV, que serve a esse propósito e é considerado mais adequado que o coeficiente de variação, já que considera além da variação residual, o número de repetições

utilizado no experimento (PIMENTEL-GOMES, 1991; STORCK et al, 2016), já que o número de repetições afeta a precisão da média e outras estatísticas.

***vii) Recursos computacionais***

Para efetuar a análise de variância, a análise de regressão, a regressão isotônica (procedimento de normalização), e o ajuste do modelo logístico, foram utilizadas rotinas específicas desenvolvidas no software livre R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2015). O mesmo software foi utilizado no ajuste dos gráficos referentes às variáveis estudadas, e para os demais testes estatísticos usados para verificar as pressuposições da análise de variância.

Após determinar os parâmetros do modelo logístico por meio da regressão isotônica, referentes às interações significativas de cada variável, os mesmos foram apresentados e discutidos conforme a sua interpretação biológica.

As rotinas específicas realizadas no R utilizadas no desenvolvimento desse trabalho estão disponibilizadas no Anexo I.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Análise da variância

Os pressupostos da análise de variância foram atendidos para as variáveis analisadas (TABELA 1), desse modo, a análise de variância realizada é válida, assim como as conclusões provenientes da mesma, e por isso deu-se prosseguimento aos estudos.

Tabela 1 - Valores p dos testes para verificar os pressupostos da análise de variância para o peso de matéria seca ( $\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$ ) das partes da planta do feijoeiro: haste (H), haste + folha (HF), haste + folha + vagem (HFV), total ou haste + folha + vagem + grão (HFVG)

Teste	Partes da Planta			
	H	HF	HFV	HFVG
<b>Aditividade de Tukey</b>	0,75	0,57	0,66	0,59
<b>F máximo de Hartley</b>	0,12	0,54	0,33	0,25
<b>Shapiro – Wilk</b>	0,06	0,09	0,12	0,08
<b>Durbin Watson</b>	0,31	0,21	0,23	0,21

Fonte: Elaborada pela própria autora (2016).

Os fatores Cultivar (C), Densidade de semeadura (D) e época de avaliação (E) influenciaram todas as características avaliadas (Tabela 2). Foram também significativas as interações duplas C x D e C x E, para todas as variáveis, não sendo registrado efeito da interação D x E apenas sobre a variável HF. Em contrapartida, a interação tripla afetou apenas a variável H.

A julgar pelo IV, foi boa a precisão experimental, com registros de pequenos intervalos de confiança. De fato, as estimativas do índice de variação (TABELA 2) para as variáveis analisadas estão em torno de 2,8%, o que sugere uma precisão experimental boa. Ao compilar o cálculo do comprimento do intervalo de confiança de C infere-se que o maior dentre eles é apresentado pela variável H com valor de 9,70%, e o menor apresentado pela variável HF, com valor de 8,84%; valores bem próximos um do outro, sugerindo que entre as partes da planta a precisão experimental pode ser considerada semelhante.

Tabela 2 - Resumo da análise de variância com fontes de variação (FV) números de graus de liberdade (GL), valores do quadrado médio com respectivo nível de significância do peso de matéria seca ( $\text{kg ha}^{-1}$ ) das partes da planta do feijoeiro: haste (H), haste + folha (HF), haste + folha + vagem (HFV), total ou haste + folha + vagem + grão (HFVG), e índice de variação (I.V.).

F.V.	G.L.	Partes da Planta			
		H	HF	HFV	HFVG
Bloco (B)	2	125808,4**	733978,8***	1484652,7***	2009779,9***
Cultivar (C)	1	1049237,1***	4473432,8***	6010778,1***	9050737,6***
Densidade (D)	4	1701276,2***	3954383,1***	7595374,9***	10650327,5***
Época (E)	7	991295,4***	3709481,3***	10771475,2***	21981304,4***
C x D	4	361482,2***	1311779,5***	2395012,6***	3138982,8***
C x E	7	223418,4***	581017,5***	1212289,7***	2190555,0***
D x E	28	57863,9***	126365,4 <sup>ns</sup>	337740,3**	598252,0***
C x D x E	28	37985,0*	98734,1 <sup>ns</sup>	196123,1 <sup>ns</sup>	319656,6 <sup>ns</sup>
Erro	158	24398,6	84171,2	172897,6	261440,7
I.V. (%)	-	2,94	2,68	2,78	2,82

Teste F: Não Significativo – NS; Significativo a 0,1% - \*\*\*, 1% - \*\* e a 5% - \* Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Com o intuito de analisar as interações significativas, avaliar como tal interação ocorre e também descrever o crescimento do feijoeiro, procedeu-se ao desdobramento das interações por meio da análise de regressão com ajuste do modelo não linear logístico em função das épocas de avaliação. Todas as análises foram realizadas após aplicação da transformação isotônica aos dados.

## 4.2 Ajuste do modelo logístico

Nesse tópico serão apresentados e discutidos os gráficos, valores dos parâmetros e dos pontos de inflexão com relação a todos os desdobramentos significativos.

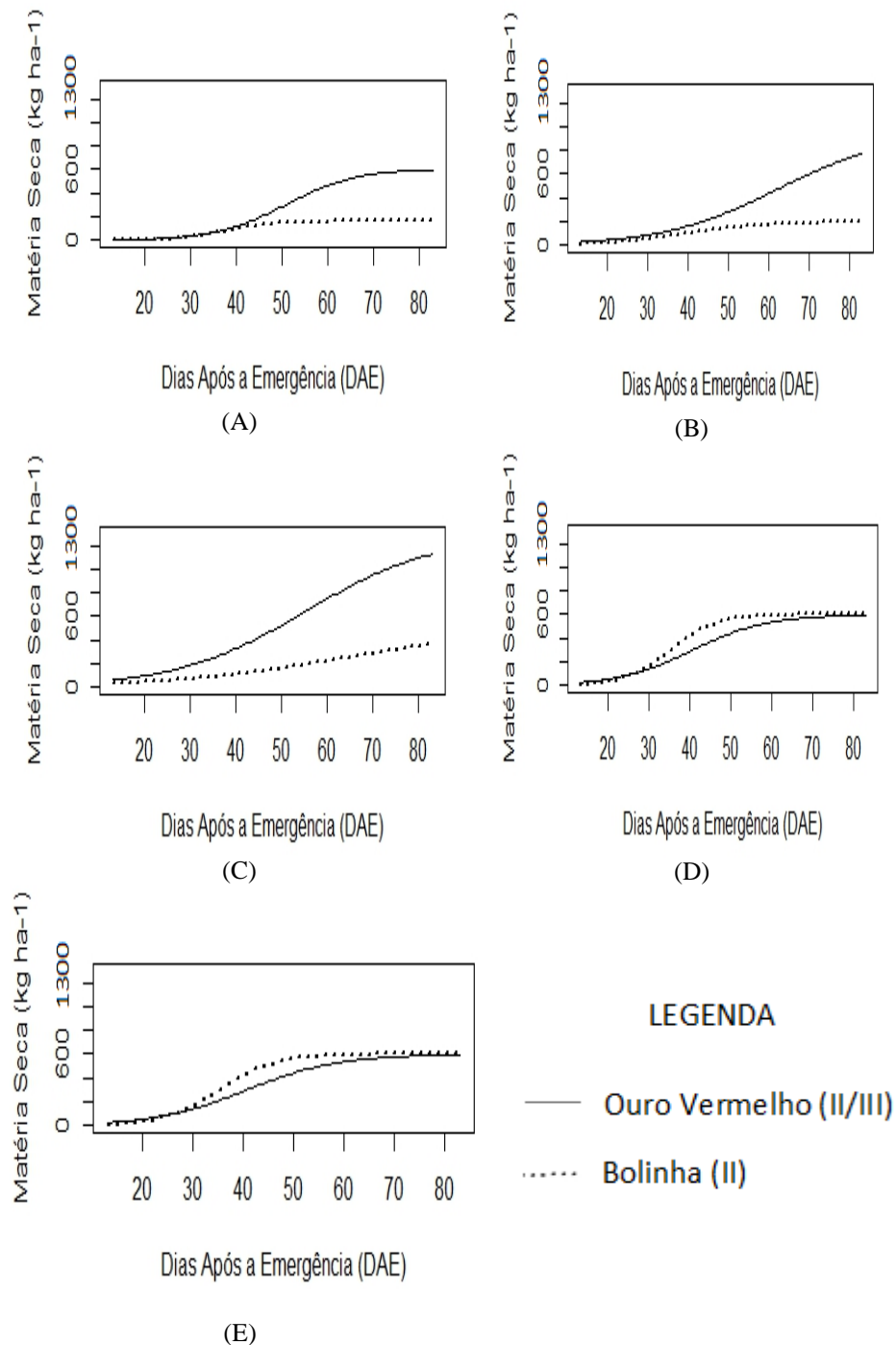
### 4.2.1 Análise do peso de matéria seca da Haste

Nota-se que o peso de matéria seca da cultivar Ouro Vermelho, após 40 DAE, aproximadamente, nas densidades 75, 145 e 215 mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , destoa em quantidade razoável de peso matéria seca em relação à cultivar Bolinha, indicando que em baixas densidades, a cultivar Ouro Vermelho apresenta maior desenvolvimento do caule (FIGURA 3 A, B, C).



Ainda ambas as cultivares apresentaram peso de matéria seca da haste muito próximos, nas densidades 285 e 355 mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , sem grandes diferenças no decorrer das épocas de avaliação (FIGURA 3 C, D).

Figura 3 - Ajuste de modelo não linear logístico aos dados de massa seca da haste, após aplicação da regressão isotônica, para as cultivares de feijoeiro, Ouro Vermelho e Bolinha, na densidade de 75 (A), 145 (B), 215 (C), 285 (D) e 355 (E) mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016)

A densidade de plantas é influenciada por inúmeros fatores, dentre os quais se destaca o porte, a arquitetura e o hábito de crescimento da planta (BEZERRA et al., 2009). E, além disso, esses fatores indicam o nível de competição e o período do desenvolvimento que isso se intensifica entre as plantas (AMARO et al., 2014).

Dessa forma, como as cultivares avaliadas apresentam hábito de crescimento diferente, o modo em que as mesmas se desenvolvem também é diferente. Assim, apesar de em baixas densidades a cultivar Ouro Vermelho apresentar maior peso de matéria seca da haste, não impossibilita que em altas densidades esse comportamento se modifique, como foi observado.

Nas tabelas 3 e 4 são apresentadas as estimativas dos parâmetros do modelo logístico, referentes ao desdobramento da interação tripla, para avaliar o comportamento do peso de matéria seca da haste em função das épocas de avaliação, em dias após emergência, nas diferentes densidades de semeadura para as cultivares: Ouro Vermelho (Tabela 3) e Bolinha (TABELA 4); juntamente apresentam-se as estimativas do desvio padrão residual (DPR) com o coeficiente de determinação ajustado, que são indicadores da qualidade de ajuste do modelo.

Além disso é possível observar nessas tabelas o erro padrão das estimativas dos modelos juntamente com sua significância.

Tabela 3 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, erro padrão dos parâmetros (EP), desvio padrão residual (DPR) e coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) para o peso de matéria seca da haste nas diferentes densidades de semeadura do feijoeiro na cultivar Ouro Vermelho.

Densidade Semeadura (mil plantas ha <sup>-1</sup> )	Parâmetros			DPR	R <sup>2</sup> ajustado
	a (EP)	B (EP)	K (EP)		
75	608,57 (12,15***)	742,52 (287,70*)	0,1272 (0,0081***)	3,19	99,28%
145	951,93 (78,06***)	77,66 (27,59*)	0,0739 (0,0088***)	7,57	97,32%
215	1287,32 (87,90***)	47,32 (12,15***)	0,0683 (0,0068***)	8,78	97,96%
285	600,62 (10,55***)	86,72 (21,54***)	0,1071 (0,0065***)	3,35	99,11%
355	1124,25 (59,37***)	40,23 (12,38**)	0,0755 (0,0082***)	9,81	97,22%

Valor significativo a \*5%, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%. Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Vale ressaltar que nas densidades de 75 e 285 mil plantas ha<sup>-1</sup> o peso assintótico foi menor que nas demais densidades (TABELA 3). Além disso, todas as estimativas dos parâmetros foram significativas.

Tabela 4 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, erro padrão dos parâmetros (EP), desvio padrão residual (DPR) e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) para o peso de matéria seca da haste nas diferentes densidades de semeadura para o feijoeiro na cultivar Bolinha.

Densidade Semeadura (mil plantas ha <sup>-1</sup> )	Parâmetros				
	a (EP)	b (EP)	K (EP)	DPR	R <sup>2</sup> ajustado
<b>75</b>	162,91 (1,70***)	1258,13 (519,30*)	0,1880 (0,0108***)	0,79	99,42%
<b>145</b>	199,96 (4,52***)	50,66 (14,91**)	0,1029 (0,0084***)	1,52	98,22%
<b>215</b>	530,76 (87,31***)	27,20 (4,82***)	0,0499 (0,0680***)	3,44	96,72%
<b>285</b>	602,33 (10,41***)	577,58 (367,64 <sup>NS</sup> )	0,1835 (0,0187***)	5,06	98,15%
<b>355</b>	923,54 (21,59***)	86,07 (32,86*)	0,1152 (0,0105***)	7,83	97,85%

Valor significativo a \* 5%, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%; e <sup>NS</sup> parâmetro não significativo. Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Já para a cultivar Bolinha a estimativa do parâmetro b para a densidade 285 mil plantas ha<sup>-1</sup> foi não significativa, sendo que as demais apresentaram significância (TABELA 4).

Ao observar os valores assintóticos de peso de matéria seca fornecidos pelo parâmetro *a*, para a cultivar Ouro Vermelho, os maiores valores ocorreram na densidade de 215 mil plantas ha<sup>-1</sup> (TABELA 3); já para a cultivar Bolinha os maiores valores ocorreram na densidade de 355 mil plantas ha<sup>-1</sup> (TABELA 4). Para a cultivar Bolinha, à medida que ocorreu aumento na densidade de semeadura, também se promoveu incremento no peso de massa seca assintótico, o que já não foi verificado na cultivar Ouro Vermelho.

Considerando a densidade de 215 mil plantas ha<sup>-1</sup> nas épocas iniciais de medição, há pouca diferença da cv. Ouro Vermelho para a cv. Bolinha; entretanto, com o desenvolvimento da planta essa diferença aumenta (FIGURA 3 C) e, assintoticamente a diferença de peso de matéria seca entre a estimativa do parâmetro *a* da variável haste da cultivar Ouro Vermelho e Bolinha é de 756 kg ha<sup>-1</sup> nessa densidade.

Quanto à qualidade de ajuste, para todas as densidades de ambas as cultivares, é possível observar valores altos de coeficiente de determinação ajustado, maiores que 95%, e baixos valores de desvio padrão residual, menores que 10 (TABELA 3 e 4).

Desse modo, o modelo logístico apresenta boa qualidade de ajuste e consegue descrever adequadamente o peso de matéria seca no desdobramento dessa interação, para ambas as cultivares.

Na Tabela 5 são apresentados os valores referentes ao ponto de inflexão, que segundo Florentino, Biscaro e Passos (2010), é momento no desenvolvimento que ocorre a taxa máxima de variação. As coordenadas do ponto de inflexão são caracterizadas nesse caso por  $(PI, Y_{pi})$ .

Tabela 5 - Valores estimados de ponto de inflexão (PI), da massa seca no ponto de inflexão ( $Y_{pi}$ ) e da derivada no ponto de inflexão ( $Y'_{pi}$ ).

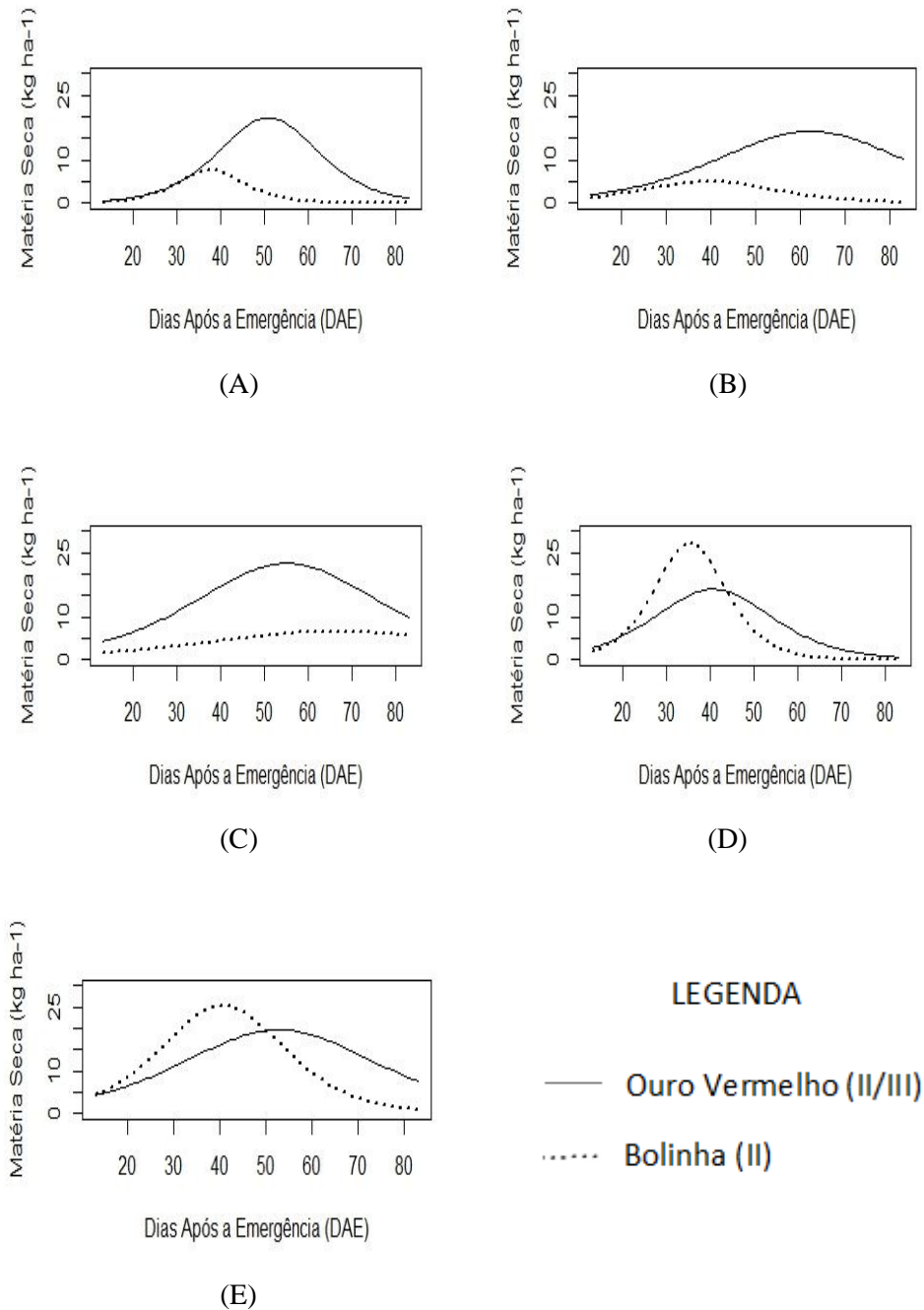
Densidade Semeadura (mil plantas ha <sup>-1</sup> )	Ouro Vermelho			Bolinha		
	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$
<b>75</b>	51,97	304,28	19,35	37,96	81,45	7,66
<b>145</b>	58,89	475,96	17,59	38,15	99,98	9,64
<b>215</b>	56,47	643,66	21,98	66,20	530,76	26,48
<b>285</b>	41,67	300,31	16,08	34,65	301,16	27,63
<b>355</b>	49,26	562,12	21,22	38,67	461,77	26,60

Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Verifica-se que o menor valor para o PI, da cv. Ouro Vermelho, ocorre na densidade 285 mil plantas ha<sup>-1</sup>, seguido pela densidade de 355 mil plantas ha<sup>-1</sup>, ponto no qual apresenta matéria seca de 562,12 kg ha<sup>-1</sup> (TABELA 5). No entanto, para essa cultivar, nessa densidade, a taxa de crescimento ( $Y'_{pi}$ ) é uma das maiores. Já para a cv. Bolinha, na densidade 285 mil plantas ha<sup>-1</sup> apresentam-se os menores PI e maiores taxa de crescimento, e a densidade 215 mil plantas ha<sup>-1</sup> apresenta maior PI, ponto no qual a matéria seca é estimada em 530,76 kg ha<sup>-1</sup>.

As Taxas de Crescimento da Cultura - TCC são apresentadas na Figura 4.

Figura 4 - Taxa de crescimento da cultura (TCC) para as cultivares de feijoeiro, Ouro Vermelho e Bolinha, na densidade de 75 (A), 145 (B), 215 (C), 285 (D) e 355 (E) mil plantas  $ha^{-1}$ , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Por meio da TCC da cultivar Ouro Vermelho é possível inferir que na densidade 215 mil plantas  $ha^{-1}$ , o incremento de matéria seca da haste é maior nos primeiros 50 DAE e que depois desse período ocorreu queda acentuada de desenvolvimento (FIGURA 3C). Já na cv.

Bolinha na densidade de 355 mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , o acúmulo de matéria seca é maior quando em torno dos 40 DAE, decaindo velozmente com seu desenvolvimento (FIGURA 3 E).

Esse comportamento da haste da cultivar Ouro Vermelho em relação à cultivar Bolinha pode estar associado ao respectivo hábito de crescimento. O maior peso da cv. Ouro Vermelho, por exemplo, certamente está associado à presença de guias mais longas e a maior ramificação, comuns em tipos II/III (ANDRADE, 2010), sobretudo quando comparada com a da cv. Bolinha, que apresenta hábito tipo II (FONSECA et al., 2013).

No entanto, ambas as cultivares apresentaram peso assintótico máximo e comportamento de crescimento bem próximos, conforme se observa na Figura 3 C e D e nas Tabelas 3 e 4, para as densidades de 285 e 355 mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , com diferença dos pesos assintóticos entre as duas cultivares de 201kg  $\text{ha}^{-1}$  para a maior densidade. Mas, é interessante ressaltar que a cv. Ouro Vermelho apresentou crescimento mais rápido e, no entanto, atingiu o peso assintótico mais tardiamente (FIGURA 3).

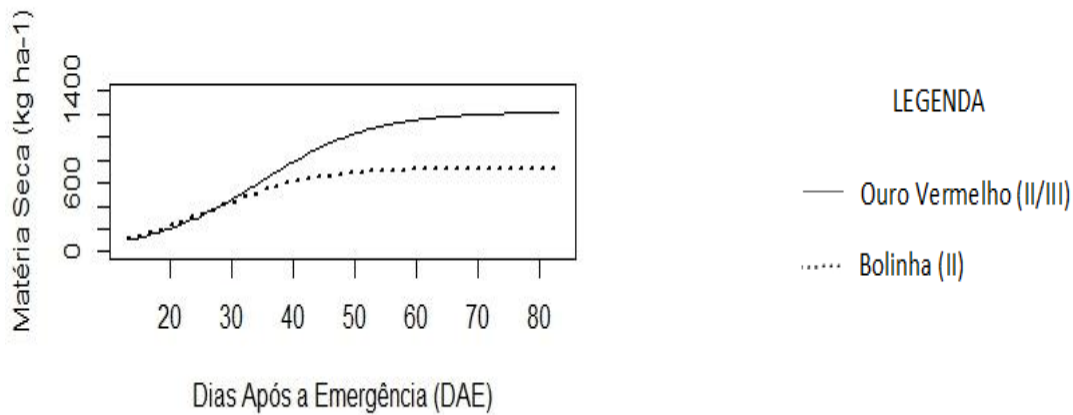
Ao passo que em ambas, nas densidades maiores, a haste pode se desenvolver mais, visto que, nessas densidades a possibilidade de sombreamento das mesmas é maior, e de acordo com Ballaré (1999), um vegetal sob efeito de sombra, geralmente, dispense maior quantidade de recurso para a haste, fazendo com que a planta atinja maior altura e adquira vantagem na competição de luz.

Assim, a proximidade dos valores assintóticos máximos do peso seco da haste nas densidades maiores entre as duas cultivares pode ter ocorrido por causa da competição por luz, e por conta disso, a cultivar Bolinha alcançou maior altura e conseqüentemente aumento no peso de matéria seca.

#### **4.2.2 Análise do peso de matéria seca da haste + folha**

A Figura 5 ilustra o crescimento em acúmulo de peso de matéria seca da HF para ambas as cultivares ao longo do ciclo da cultura. Nela observa-se que a cv. Ouro Vermelho apresentou maior crescimento e peso de matéria seca que a cultivar Bolinha após os 35 DAE.

Figura 5 - Ajuste de modelo não linear logístico aos dados de peso de matéria seca da haste + folhas (HF), após aplicação da regressão isotônica, para as cultivares Ouro Vermelho e Bolinha, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016)

A Tabela 6 apresenta os valores das estimativas dos parâmetros do modelo logístico, as medidas de qualidade de ajuste utilizadas nesse trabalho e o erro padrão das estimativas dos parâmetros, juntamente com a significância dos mesmos.

Tabela 6 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, erro padrão dos parâmetros (EP), desvio padrão residual (DPR) e coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) para o peso de matéria seca da haste + folha.

Cultivar	Parâmetros			DPR	$R^2$ ajustado
	a (EP)	b (EP)	K (EP)		
Ouro Vermelho	1221,56 (5,96***)	44,98 (3,52***)	0,1159 (0,0025***)	12,94	99,28%
Bolinha	731,64 (5,48***)	24,51 (3,14***)	0,1244 (0,0050***)	13,86	97,04%

Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Valor significativo a \* 5%, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%. Fonte: Elaborada pela própria autora.

Assintoticamente, a diferença de peso de matéria seca entre as cultivares foi de 490 kg ha<sup>-1</sup> (TABELA 6), o qual é calculado pela diferença entre os valores assintóticos máximos do peso de matéria seca, entre ambas as cultivares.

Tal fato ressalta que o início do desenvolvimento de ambas as cultivares é semelhante. No entanto, a cultivar Ouro Vermelho, talvez por seu hábito de crescimento indeterminado,

deve possuir mais ramificações e maior quantidade de área foliar (ANDRADE, 2010), implicando maior quantidade de massa; assim, apresentou crescimento diferenciado após o surgimento das folhas, sobretudo por volta de 30 DAE.

Além disso, as cultivares de feijoeiro que apresentam hábito de crescimento do tipo III, podem apresentar maior capacidade de compensação (LIMA; NASCIMENTO; ANDREANI JUNIOR, 2016), o que mais uma vez justifica os valores maiores de matéria seca na cv. Ouro Vermelho.

Os valores observados para o  $R^2$  ajustado e DPR indicam melhor ajuste para a cultivar Ouro Vermelho, com maior  $R^2$  ajustado e menor DPR (TABELA 6).

Na Tabela 7 são apresentados os valores referentes às coordenadas do ponto de inflexão e também a estimativa da maior taxa de crescimento.

Tabela 7 - Valores estimados de ponto de inflexão (PI), da massa seca no ponto de inflexão ( $Y_{pi}$ ) e da derivada no ponto de inflexão ( $Y'_{pi}$ )

Cultivar	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$
<b>Ouro Vermelho</b>	32,84	610,78	35,39
<b>Bolinha</b>	25,72	365,82	22,75

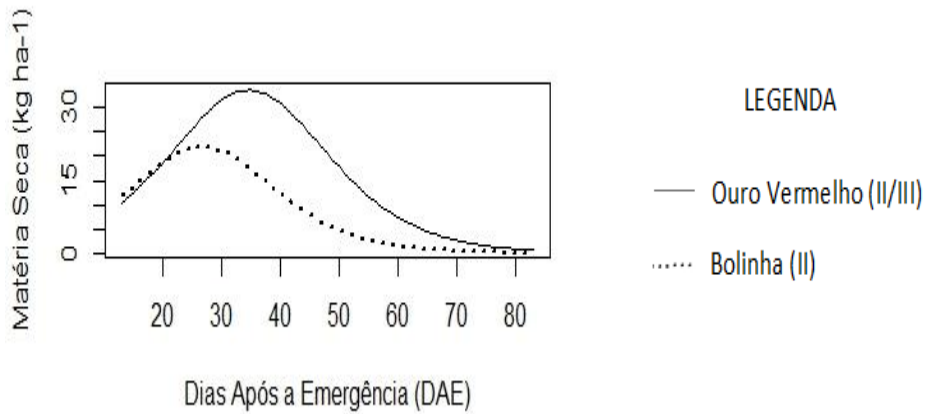
Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Quanto ao ponto de inflexão, a mudança na concavidade da curva sigmoide da cv. Bolinha ocorre antes que da cv. Ouro Vermelho, mas apesar disso é maior a estimativa da taxa de crescimento desta última (TABELA 7).

Na Figura 6 são apresentadas as curvas da TCC para ambas as variáveis, Ouro Vermelho e Bolinha, em função das épocas de avaliação.



Figura 6 - Taxa de crescimento da cultura (TCC) para as cultivares de feijoeiro, Ouro Vermelho e Bolinha em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Ainda quanto à TCC é possível verificar semelhança no comportamento do incremento de peso de matéria seca até os 20 DAE (FIGURA 6). No entanto, a cv. Bolinha atinge o ponto máximo de incremento de peso antes dos 30 DAE, e inicia o decréscimo de peso antes e de forma mais acentuada que o da cv. Ouro Vermelho.

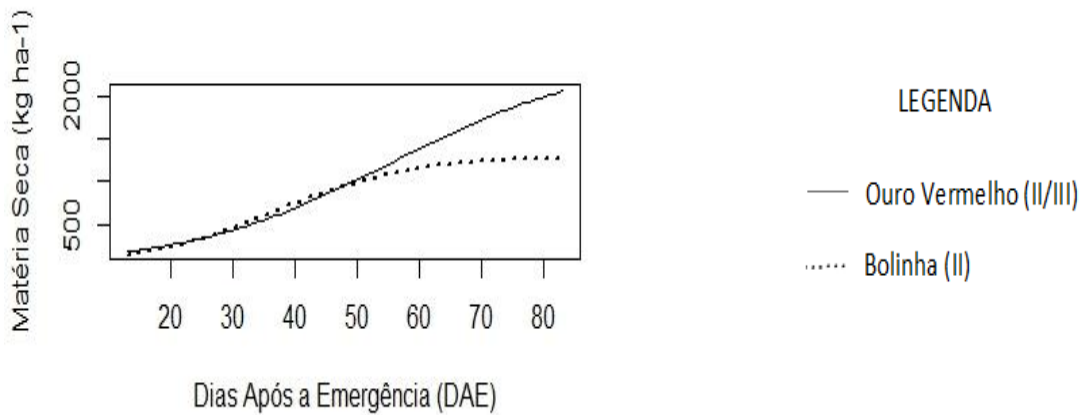
#### 4.2.3 Análise do peso de matéria seca da haste + folha + vagem

Nesse tópico é apresentado e discutido os desdobramentos significativos referentes a variável haste + folha + vagem.

##### 4.2.3.1 Interação cultivar x época

Para os dados de peso de matéria seca da haste + folha + vagem (HFV), primeiro procedeu-se ao desdobramento da interação cultivar x época (C x E), para estudar o comportamento de ambas cultivares em relação às épocas de avaliação (FIGURA 7).

Figura 7 - Ajuste de modelo não linear logístico aos dados de peso de matéria seca da haste + folha + vagem (HFV), após aplicação da regressão isotônica, para o feijoeiro cultivares Vermelho e Bolinha, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Ao observar a Figura 7 é possível inferir que as duas cultivares apresentaram HFV semelhantes até 50 DAE, e que após essa época de avaliação, as duas cultivares começam a diferir em relação ao peso de matéria seca. Nesse período ocorre o surgimento das vagens e, no caso desse trabalho, a cultivar Ouro Vermelho apresenta essas componentes do feijoeiro com maior peso de matéria seca que a da cultivar Bolinha.

Na Tabela 8 são apresentadas as estimativas dos parâmetros do modelo logístico quanto a esse desdobramento e também os valores referentes ao coeficiente de determinação ajustado e ao desvio padrão residual.

Tabela 8 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, erro padrão dos parâmetros (EP), e desvio padrão residual (DPR) e coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) para o peso de matéria seca da haste + folha + vagem (HFV) do feijoeiro nas cultivares Ouro Vermelho e Bolinha.

Cultivar	Parâmetros			DPR	$R^2$ ajustado
	a (EP)	b (EP)	k (EP)		
<b>Ouro Vermelho</b>	2452,30 (38,26***)	28,04 (1,60***)	0,0647 (0,0017***)	24,00	99,17%
<b>Bolinha</b>	1299,54 (17,24***)	26,95 (3,33***)	0,0874 (0,0037***)	26,56	97,10%

Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Valor significativo a \* %, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%. Fonte: Elaborada pela própria autora.

É possível observar, em ambas, que todos os parâmetros foram significativos e que o modelo logístico descreveu bem o comportamento dessa interação (TABELA 8).

Além disso, assintoticamente, a cv. Ouro Vermelho difere da cv. Bolinha, com diferença de 1153 kg ha<sup>-1</sup> (TABELA 8). Mesmo após os 50 DAE, provavelmente devido ao hábito de crescimento, a cv. Ouro Vermelho ainda continuou emitindo vagens e folhas, o que contribuiu para o aumento do peso de matéria seca.

Na Tabela 9 é possível observar os valores em que ocorrem as mudanças na concavidade da curva (PI), também a estimativa da matéria seca nesse ponto e a estimativa da maior taxa de crescimento.

Tabela 9 - Valores estimados de ponto de inflexão (PI), da massa seca no ponto de inflexão ( $Y_{pi}$ ) e da derivada no ponto de inflexão ( $Y'_{pi}$ )

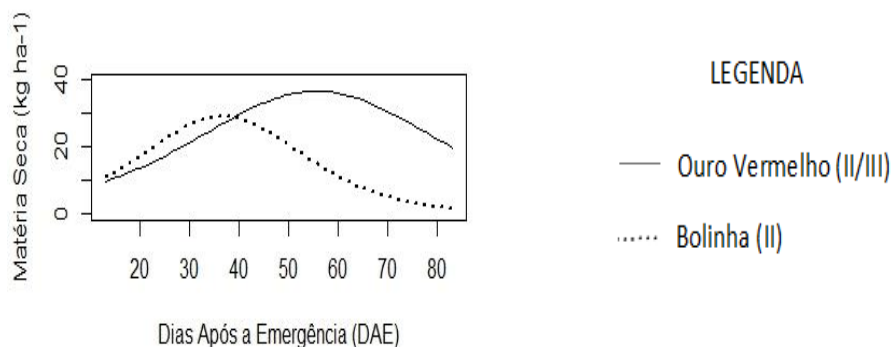
Cultivar	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$
<b>Ouro Vermelho</b>	51,52	1226,15	39,67
<b>Bolinha</b>	37,69	649,77	28,39

Fonte: Elaborada pela autora (2016).

A cultivar Ouro Vermelho apresenta mudança de concavidade mais tardia, no entanto apresenta maior quantidade de matéria seca nesse momento do desenvolvimento, e também valor superior quanto à estimativa da máxima taxa de crescimento (TABELA 9).

Na Figura 8 são apresentadas as curvas da TCC para esse desdobramento, conjuntamente para ambas as cultivares.

Figura 8 - Taxa de crescimento da cultura (TCC) para as cultivares de feijoeiro, Ouro Vermelho e Bolinha em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE),



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

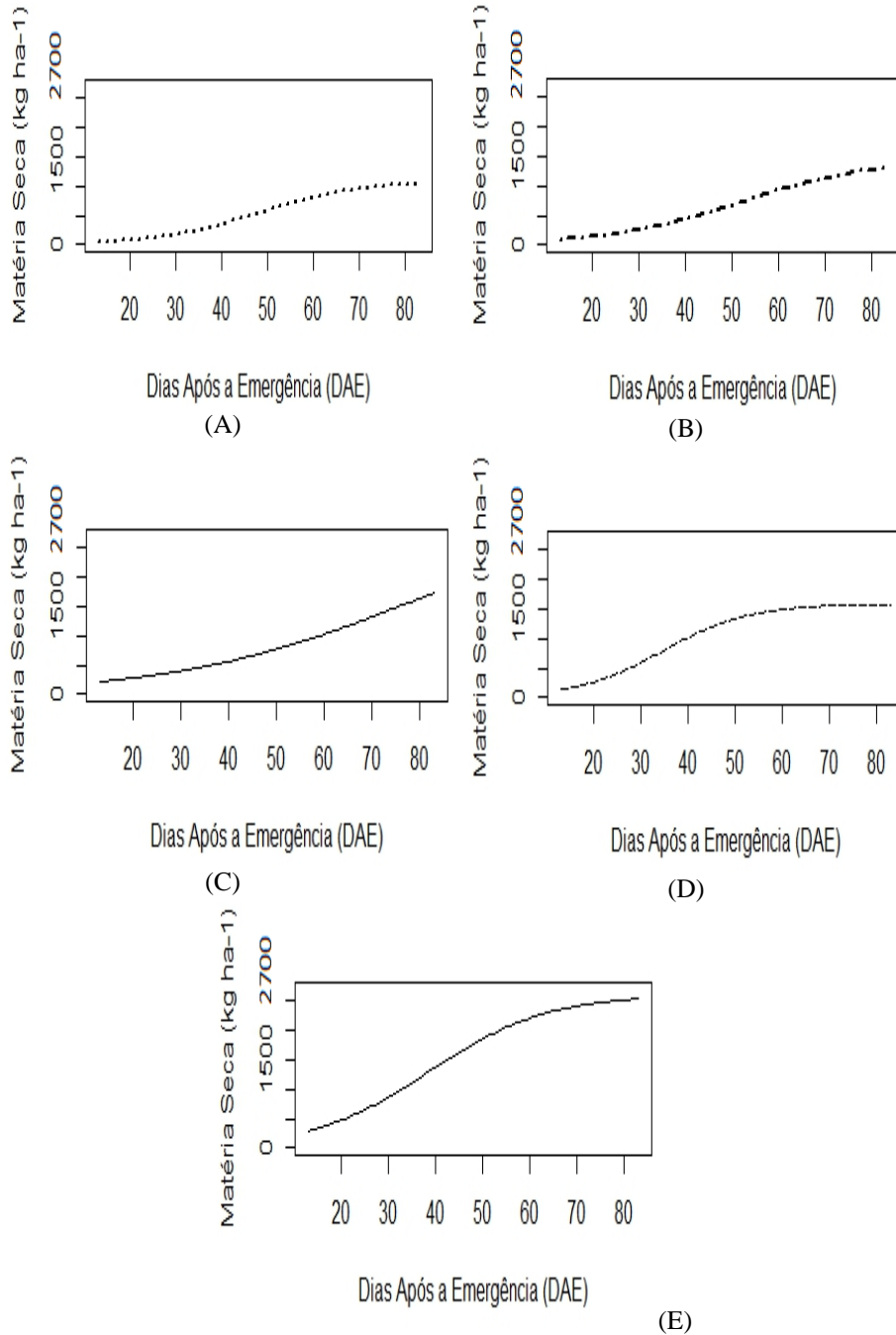
A cv. Bolinha atinge o máximo de incremento de peso antes dos 40 dias após a emergência, enquanto que a cv. Ouro Vermelho atinge esse máximo aproximadamente entre os 50 e 60 dias após a emergência. Esse fato já foi explicado anteriormente e provavelmente ocorre porque a cv. Ouro Vermelho continua emitindo vagens e folhas devido ao seu hábito de crescimento.

#### **4.2.3.2 Interação densidade x época**

Com relação à interação densidade x época, o ajuste do modelo logístico é apresentado para o peso de matéria seca em cada densidade de semeadura em relação às épocas de avaliação (FIGURA 9).

De modo geral, com o aumento da densidade nota-se que ocorrem maiores acúmulos de massa seca (FIGURA 9). Esses resultados estão coerentes com os de Souza et al. (2008) e de Souza et al. (2014). No atual estudo, os baixos pesos de HFV ocorreram nas três menores densidades e o maior valor foi observado na mais alta população.

Figura 9 - Ajuste de modelo não linear logístico aos dados de acúmulo de massa seca da haste + folha + vagem (HFV), após aplicação da regressão isotônica, na densidade de 75 (A), 145 (B), 215 (C), 285 (D) e 355 (E) mil plantas  $ha^{-1}$ , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

As densidades mais baixas (75, 145 e 215 mil plantas  $ha^{-1}$ ) apresentaram desenvolvimentos parecidos quanto ao acúmulo de matéria seca da HFV, em função dos dias após a emergência. E, a densidade de 355 mil plantas  $ha^{-1}$  apresenta maior peso de matéria seca em relação aos demais.

No entanto, deve-se prestar atenção na qualidade do solo, visto que em experimentos que estudam diferentes densidades, o ambiente é melhorado e o solo geralmente apresenta alta capacidade agrícola (SOUZA; ANDRADE; MUNIZ, 2003). Ainda segundo os mesmos autores, em solos com baixa fertilidade, à medida que se aumentou a população de plantas, o número de vagens por planta diminuiu.

Na Tabela 10 são apresentadas as estimativas dos parâmetros do modelo logístico, juntamente com as medidas de qualidade de ajuste utilizadas nesse trabalho.

Tabela 10 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, e desvio padrão residual (DPR) e coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) para o peso de matéria seca da haste + folha + vagem para as diferentes densidades de semeadura do feijoeiro.

Densidade Semeadura (mil plantas ha <sup>-1</sup> )	Parâmetros			DPR	R <sup>2</sup> ajustado
	a (EP)	b (EP)	k (EP)		
<b>75</b>	1092,92 (12,56***)	75,86 (16,16***)	0,1011 (0,0035***)	16,67	97,42%
<b>145</b>	1453,33 (36,48***)	37,62 (4,39***)	0,0706 (0,0032***)	10,20	99,01%
<b>215</b>	3187,33 (469,30***)	23,06 (2,70***)	0,0457 (0,0050***)	30,49	96,01%
<b>285</b>	1587,23 (45,43***)	44,83 (5,01***)	0,0848 (0,0079***)	20,20	97,42%
<b>355</b>	2613,31 (49,81***)	22,01 (3,10***)	0,0789 (0,0043***)	25,59	98,21%

Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Valor significativo a \* 5%, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%.

É possível observar que todos os parâmetros são significativos, e assintoticamente, as densidades de semeadura 145 e 285 mil plantas ha<sup>-1</sup> apresentam valores do parâmetro  $a$  próximos (TABELA 10). Já para a densidade de 215 mil plantas ha<sup>-1</sup>, a estimativa do peso assintótico foi superestimada, ou seja, a massa seca máxima da HFV não foi atingida no período avaliado.

O comportamento do peso de matéria seca na densidade de 75 mil plantas ha<sup>-1</sup>, apesar de destoar em relação ao crescimento do feijoeiro, nas densidades menores, apresentou peso assintótico máximo um pouco menor aos pesos da densidade de 145 mil plantas ha<sup>-1</sup>. Por fim, a densidade de 355 mil plantas ha<sup>-1</sup> apresentou maior desenvolvimento de peso de matéria seca em todas as épocas de avaliação, e sua estimativa do peso assintótico máximo está mais coerente.

Além disso, o modelo apresenta boa qualidade de ajuste, com coeficiente de determinação ajustado maiores que 97%, e DPR menores que 30 (TABELA 10).

Na Tabela 11, são apresentadas as coordenadas referentes ao ponto de inflexão, que inclui o próprio ponto de inflexão e a estimativa da matéria seca nesse ponto, além da estimativa da maior taxa de crescimento.

Tabela 11 - Valores estimados de ponto de inflexão (PI), da massa seca no ponto de inflexão ( $Y_{pi}$ ) e da derivada no ponto de inflexão ( $Y'_{pi}$ ).

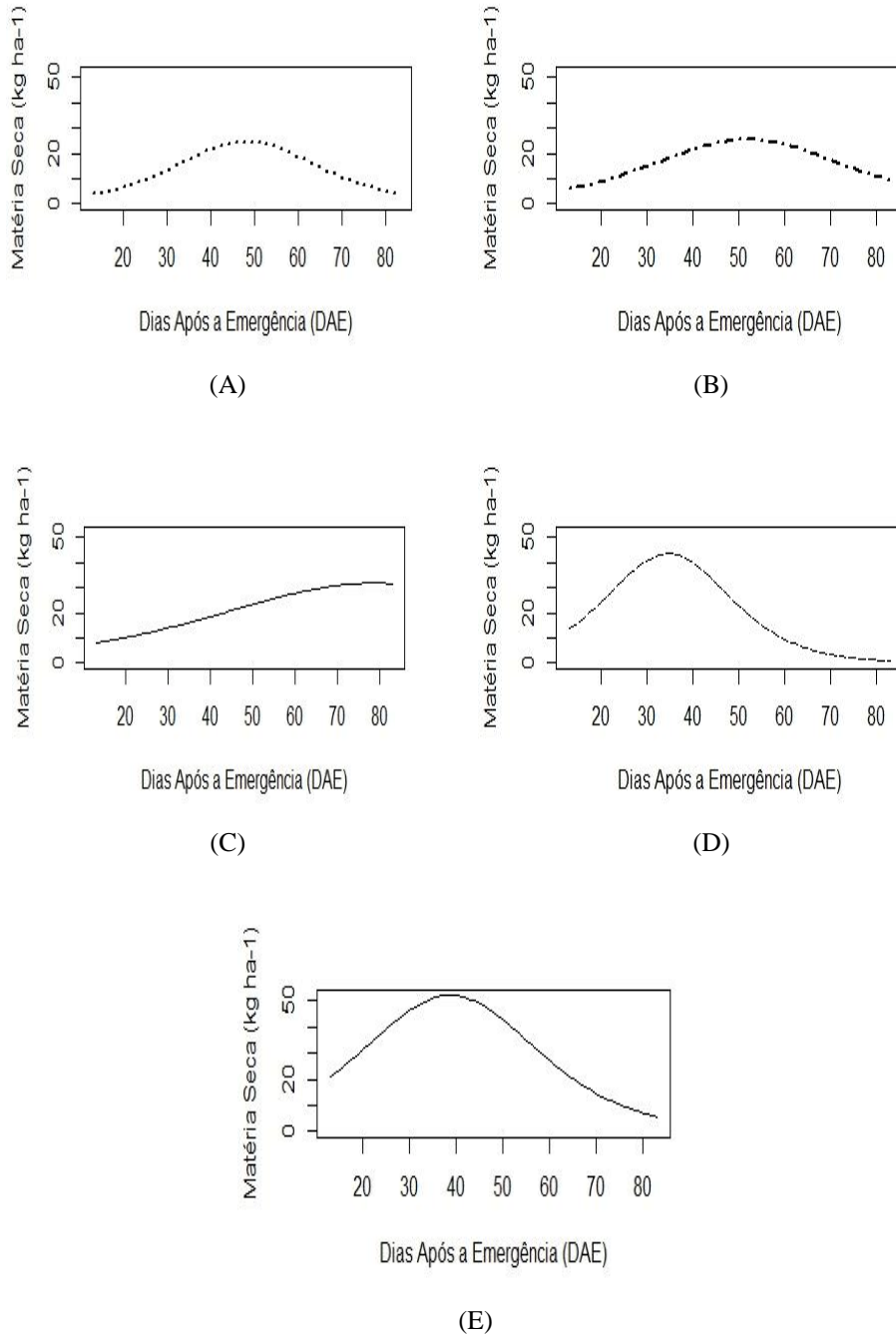
Densidade Semeadura	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$
75	42,82	546,46	27,62
145	51,38	726,66	25,65
215	68,67	1593,65	36,42
285	44,85	793,61	33,65
355	39,18	1306,65	51,55

Nesse caso, o ponto de inflexão é atingido mais rapidamente para a densidade 355 mil plantas  $ha^{-1}$ , e mais tardiamente para a densidade 215 mil plantas  $ha^{-1}$ . No entanto, a maior taxa de crescimento é apresentada pela densidade 355 mil plantas  $ha^{-1}$  (TABELA 11).

Na Figura 10, são apresentadas as TCC, para as densidades individualmente.

Na densidade de 285 e 355 mil plantas  $ha^{-1}$ , é possível observar que o incremento máximo de peso de matéria seca ocorre em torno dos 40 DAE, com queda acentuada após esse período. Contudo é válido ressaltar que nessas densidades o incremento de peso que ocorre é maior que o das demais densidades (FIGURA 10).

Figura 10 - Taxa de crescimento da cultura (TCC) para as densidades de 75 (A), 145 (B), 215 (C), 285 (D) e 355 (E) mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

#### 4.2.4 Análise do peso de matéria seca da haste + folha + vagem + grão

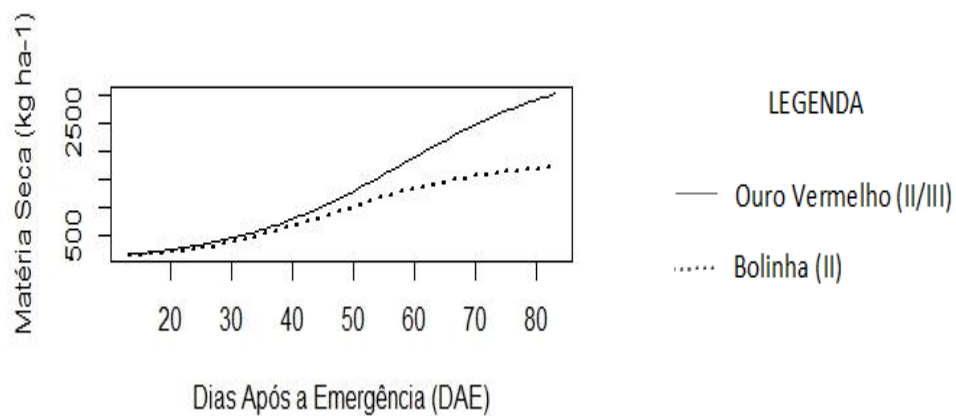
Nesse tópico é apresentado e discutido os desdobramentos significativos referentes a variável haste + folha + vagem + grão.



#### 4.2.4.1 Interação Cultivar x Época

Para o peso de matéria seca da haste + folhas + vagem + grão (HFVG) procedeu-se o desdobramento da interação cultivar x época (C x E), observando-se o comportamento das duas cultivares em relação às épocas de avaliação (FIGURA 11).

Figura 11 - Ajuste do modelo não linear logístico aos dados de massa seca total (haste + folha + vagem + grão), após aplicação da regressão isotônica, para as cultivares de feijoeiro Vermelho ( — ) e Bolinha ( ····· ), em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

A cv. Ouro Vermelho apresentou desenvolvimento inicial da HFVG, semelhante ao da cv. bolinha. Contudo, aproximadamente aos 40 DAE, tal desenvolvimento se destoou, e a cv. Ouro Vermelho passa a se destacar com maior peso de matéria seca (FIGURA 11).

Na Tabela 12 são apresentadas as estimativas dos parâmetros do modelo logístico, e também as medidas referentes à qualidade de ajuste, os quais são o coeficiente de determinação ajustado e o desvio padrão residual (DPR).

Tabela 12 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, erro padrão dos parâmetros (EP), e desvio padrão residual (DPR) e coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) para o peso de matéria seca da haste + folha + vagem + grão do feijoeiro cultivares Ouro Vermelho e Bolinha.

Cultivar	Parâmetros			DPR	$R^2$ ajustado
	A (EP)	b (EP)	k (EP)		
Ouro Vermelho	3553,83 (112,90***)	58,28 (6,79***)	0,0693 (0,003***)	54,13	97,92%
Bolinha	1803,26 (17,21***)	43,73 (3,46***)	0,0849 (0,002***)	20,76	99,10%

Fonte: Elaborada pela autora (2016).  
Valor significativo a \*5%, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%.

Todos os parâmetros foram significativos, além disso, a cultivar Ouro Vermelho apresenta peso de matéria seca próximo de 3500 kg ha<sup>-1</sup>, enquanto que, a cultivar Bolinha, 1800 kg ha<sup>-1</sup> (TABELA 12). No entanto, conforme se viu ao longo desse trabalho, a cultivar Ouro Vermelho se destaca quanto à haste, folha e vagem, então nesse ponto é esperado que ela também se destaque nessa soma de componentes do feijoeiro.

Assim, é possível afirmar que a cv. Ouro Vermelho apresenta padrão mais produtivo. Fonseca et al. (2013) mostraram que a cv. Ouro Vermelho apresenta maior quantidade de massa seca da parte área do feijoeiro que a cv. Bolinha. A cv. Ouro Vermelho, segundo Alves et al. (2009), apresentou maior quantidade de grãos por vagem que a cv. Bolinha.

Além disso, o valor do parâmetro  $a$  foi superestimado, já que o modelo não atinge esse valor nas épocas em que foi mensurado o experimento. Este fato, às vezes, ocorre nos modelos não lineares, pois o valor máximo assintótico do peso de massa seca é inferido que ocorra caso a planta permaneça um longo tempo no campo ou com um ciclo do tipo perene.

A taxa de crescimento, caracterizada como o parâmetro  $k$ , em ambas as cultivares foi semelhante, o que indica que a velocidade de desenvolvimento é praticamente a mesma, o que destoa ainda mais a quantidade de matéria seca produzida (TABELA 12).

Na Tabela 13 são disponibilizados os valores referentes ao ponto de inflexão e a maior taxa de crescimento para ambas as cultivares.

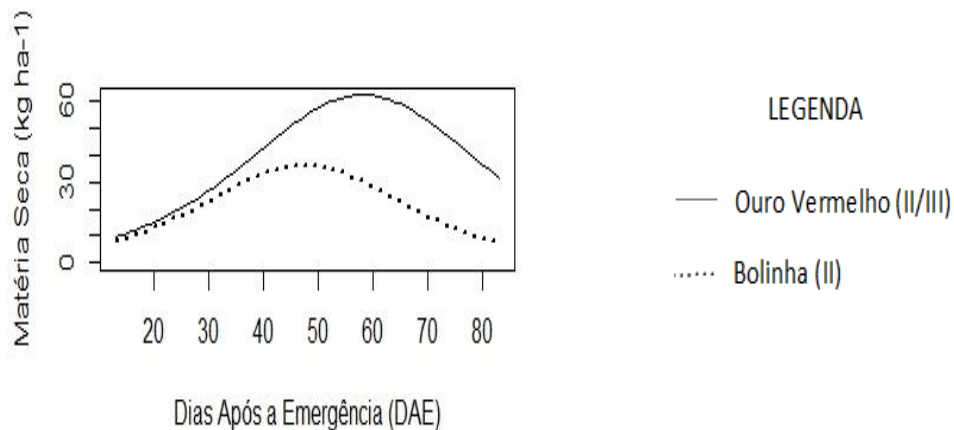
Tabela 13 - Valores estimados de ponto de inflexão (PI), da massa seca no ponto de inflexão ( $Y_{pi}$ ) e da derivada no ponto de inflexão ( $Y'_{pi}$ )

Cultivar	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$
Ouro Vermelho	58,66	1776,91	61,57
Bolinha	44,50	901,63	38,27

Fonte: Elaborada pela autora (2016).

A cultivar Ouro Vermelho, do mesmo modo que nas variáveis anteriores, apresentou ponto de inflexão mais tardio, com maior quantidade de matéria seca nesse momento do crescimento (TABELA 13) e, destacando-se também com o maior incremento de matéria seca (FIGURA 12).

Figura 12 - Taxa de crescimento da cultura (TCC) para as cultivares de feijoeiro, Ouro Vermelho e Bolinha em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE)



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

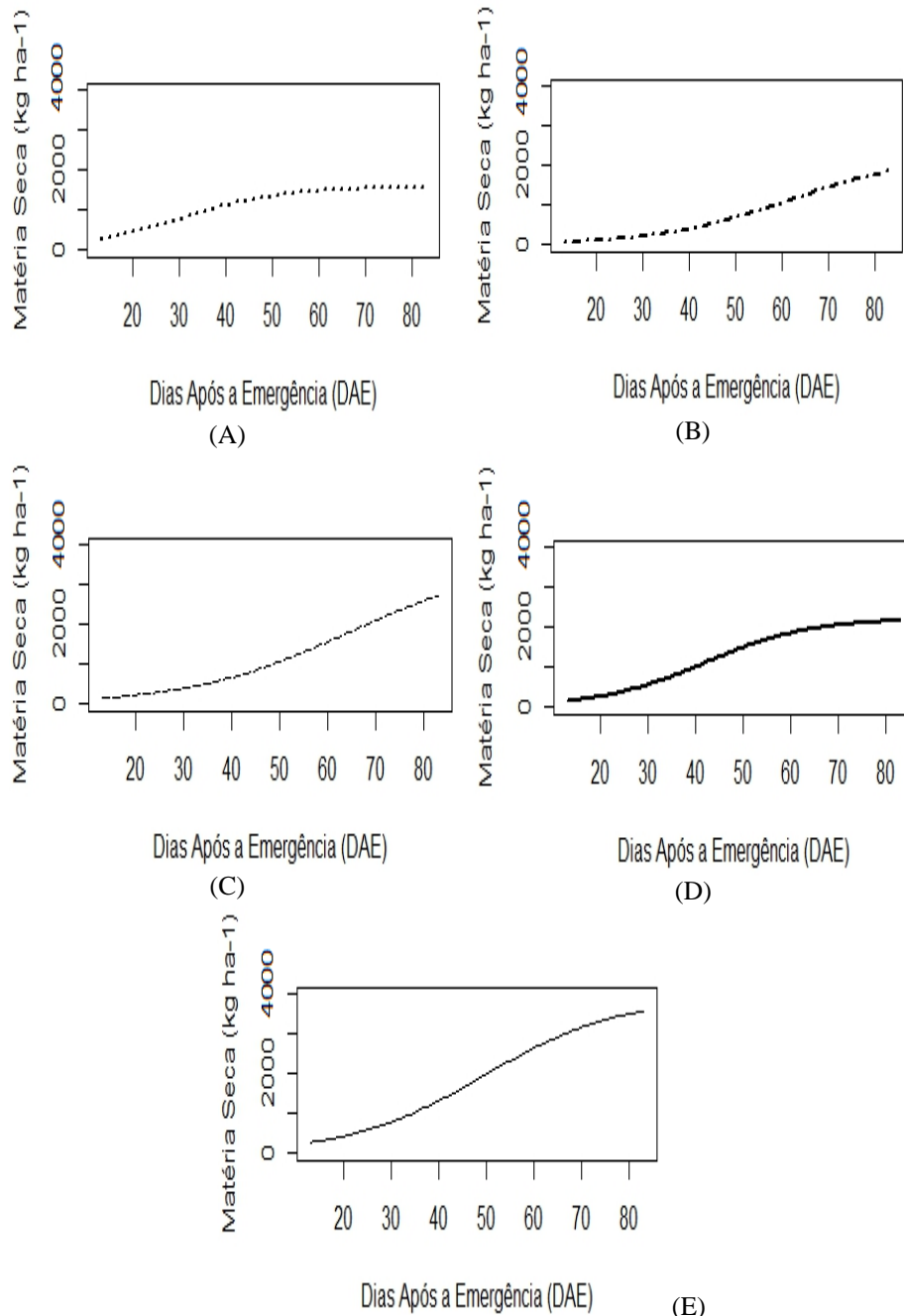
A cv. Ouro Vermelho apresenta máximo incremento de peso de matéria seca em torno dos 60 DAE, e a cultivar Bolinha, antes dos 50 DAE. No entanto a velocidade do decréscimo desse incremento de peso é maior para a cv. Bolinha.

#### 4.2.4.2 Interação Densidade x Época

Observa-se, na Figura 13, o desdobramento da interação densidade x época (D x E), que mostra o comportamento do peso de matéria seca da haste + folhas + vagem + grão (HFVG), nas diferentes densidades de semeadura em função das épocas de avaliação.

A interpretação desse desdobramento é a mesma para a variável HFV, observa-se que nas densidades mais baixas (75 e 145 mil plantas. $\text{ha}^{-1}$ ) o acúmulo de massa seca é menor que nas demais densidades. Na densidade de 215 mil plantas  $\text{ha}^{-1}$  observa-se ainda um incremento no peso de matéria seca, não atingindo uma estabilização de desenvolvimento.

Figura 13 - Ajuste de modelo não linear logístico aos dados de acúmulo de massa seca total, após aplicação da regressão isotônica, para as densidades de semeadura, de 75 (A), 145 (B), 215 (C), 285 (D) e 355 (E) mil plantas  $\text{ha}^{-1}$ , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Na Tabela 14 são apresentadas as estimativas dos parâmetros do modelo logístico, juntamente com as medidas da qualidade do ajuste do modelo.

Tabela 14 - Estimativas dos parâmetros do modelo não linear logístico, após aplicação da regressão isotônica, erro padrão dos parâmetros (EP), e Desvio Padrão Residual (DPR) e coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) para o peso de matéria seca da Haste + Folha + Vagem + Grão para o desdobramento de época x densidade.

Densidade Semeadura (mil plantas ha <sup>-1</sup> )	Parâmetros				
	a (EP)	b (EP)	k (EP)	DPR	R <sup>2</sup> ajustado
<b>75</b>	1592,29 (74,07***)	14,95 (26,36**)	0,0806 (0,0069***)	18,45	99,14%
<b>145</b>	2289,48 (126,50***)	75,80 (15,32***)	0,0711 (0,0051***)	21,50	97,94%
<b>215</b>	3631,16 (227,20***)	47,66 (8,22***)	0,0632 (0,0050***)	16,58	99,38%
<b>285</b>	2225,60 (25,85***)	42,60 (4,48***)	0,0876 (0,0029***)	13,42	99,39%
<b>355</b>	3938,07 (88,37***)	32,02 (3,31***)	0,0695 (0,0029***)	20,88	99,11%

Fonte: Elaborada pela autora (2016)

Valor significativo a \* 5%, \*\* 1% e \*\*\* 0,1%.

Todos os parâmetros são significativos, em específico, quanto ao parâmetro *a*, que representa o peso assintótico máximo (TABELA 14), se destacam as densidades de 215 e 355 mil plantas ha<sup>-1</sup>, com os maiores acúmulos de massa seca total. As densidades 145 e 285 mil plantas.ha<sup>-1</sup> além de apresentarem comportamento de crescimento bem semelhante (FIGURA 13), tiveram pesos assintóticos bem próximos. Já a densidade 355 mil plantas ha<sup>-1</sup> apresentou desenvolvimento inicial parecido com as demais densidades, no entanto a partir dos 40 dias após a emergência, diferiu dos demais, apresentando maior peso assintótico, com valor de 3938 kg/ha (TABELA 14).

No caso desse desdobramento também se nota uma excelente qualidade de ajuste em relação aos dados que foram submetidos à aplicação da regressão isotônica, visto que apresenta valores altos para o coeficiente de determinação ajustado e, valores razoavelmente pequenos para o desvio padrão residual (DPR).

Na Tabela 15 são apresentados os pontos de inflexão, juntamente com o valor da matéria seca nesse ponto do desenvolvimento e a maior taxa de crescimento para todas as densidades de semeadura nesse desdobramento.

Tabela 15 - Valores estimados de ponto de inflexão (PI), da massa seca no ponto de inflexão ( $Y_{pi}$ ) e da derivada no ponto de inflexão ( $Y'_{pi}$ ).

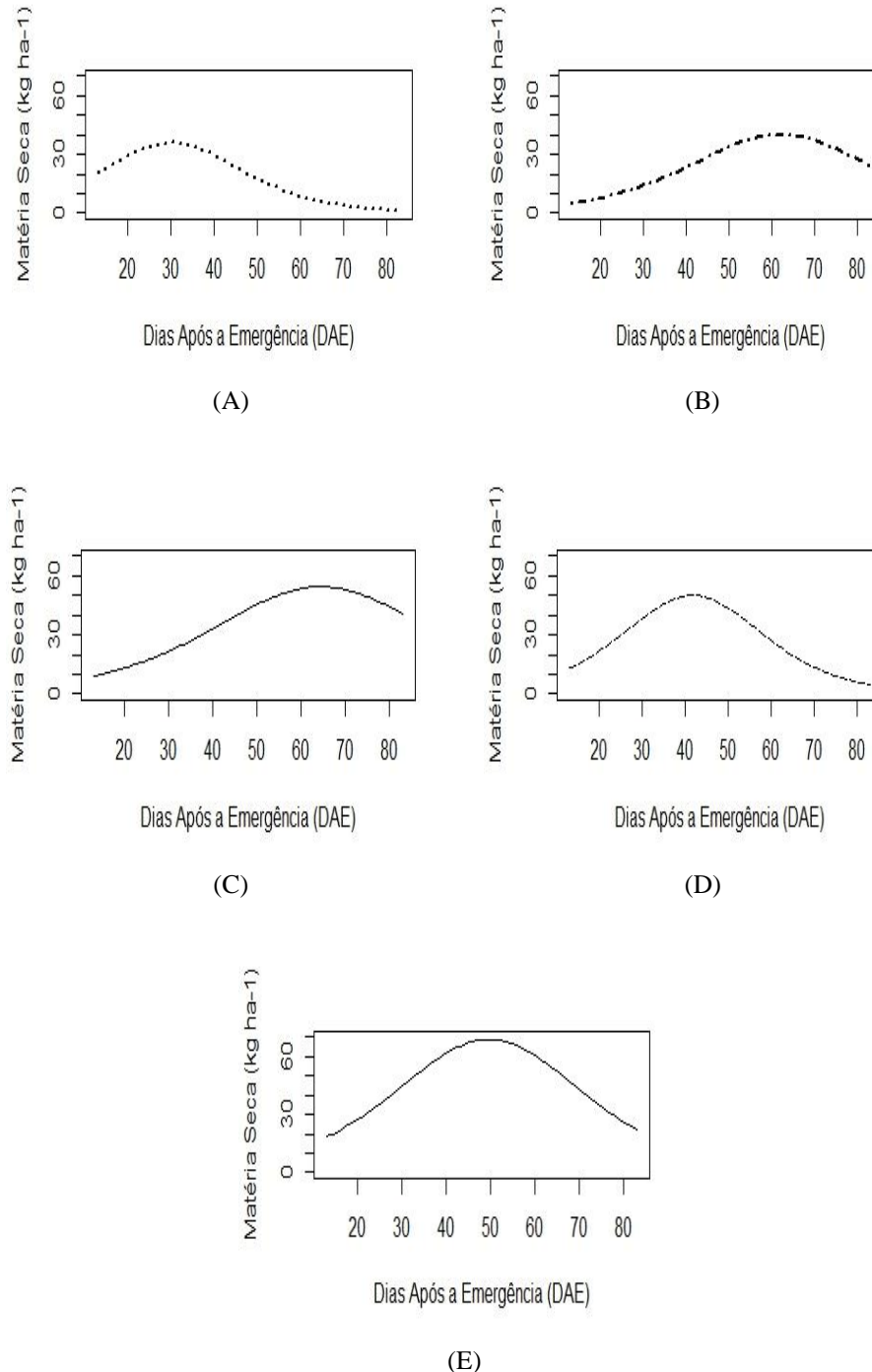
Densidade Semeadura (mil plantas ha <sup>-1</sup> )	PI	$Y_{pi}$	$Y'_{pi}$
<b>75</b>	33,56	796,14	32,08
<b>145</b>	60,87	1144,74	40,70
<b>215</b>	61,14	1815,58	57,37
<b>285</b>	42,83	1112,80	48,74
<b>355</b>	49,88	1969,03	68,42

Fonte: Elaborada pela autora (2016).

A densidade de 355 mil plantas ha<sup>-1</sup> apresentou valor superior da maior taxa de crescimento, com PI intermediário em relação às demais densidades, no entanto, com maior peso de matéria seca nesse ponto do crescimento da cultura (TABELA 15).

Na Figura 14, encontram-se as taxas de crescimento da cultura (TCC), para esse desdobramento, para todas as densidades de sementeira.

Figura 14 - Taxa de crescimento da cultura (TCC) para as densidades de 75 (A), 145 (B), 215 (C), 285 (D) e 355 (E) mil plantas ha<sup>-1</sup>, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE).



Fonte: Elaborada pela autora (2016).

Para a densidade de 355 mil plantas ha<sup>-1</sup>, cuja TCC está representada na Figura 14, observa-se que o peso máximo de matéria seca é atingido em torno dos 50 dias após a

emergência, que é o período do final do florescimento e surgimento dos grãos (ROSOLEM, 1987).

Contudo, contrário a esses resultados, Alves et al. (2009) afirmam que a cv. Bolinha, em Mocambinho, apresenta rendimento maior em  $\text{kg ha}^{-1}$  que a cv. Ouro Vermelho. No entanto, em Jaíba, o rendimento encontrado foi semelhante entre essas duas cultivares.



## 5 CONCLUSÕES

A regressão isotônica aplicada aos dados de peso de matéria seca possibilita bom ajuste do modelo logístico ao peso de matéria seca das partes aéreas do feijoeiro com melhor qualidade em ambas as cultivares, sendo adequada o seu uso com a finalidade de melhorar a qualidade de ajuste.

A cv. Ouro Vermelho apresenta maior peso de massa seca que a cv. Bolinha, mas independente do genótipo, esses valores são maiores quando adotadas as densidades de 215 e 355 mil plantas ha<sup>-1</sup>.

A curva da taxa de crescimento permite analisar os momentos de maior acúmulo de massa seca nas diferentes partes aéreas do feijoeiro. A taxa de crescimento do feijoeiro, cv. Ouro Vermelho supera a da cv. Bolinha, indicando que o incremento de massa seca é maior na representante de grãos vermelhos, exceto para a parte aérea da haste.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A. **Acúmulo de matéria seca e macronutrientes em diferentes órgãos de cultivares de feijoeiro em função de população de plantas e ambientes de cultivo.** 2006. 278 p. Tese (Doutorado em Agronomia/Fitotecnia) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.

ALVES, A. F. et al. Densidades populacionais para cultivares alternativos de feijoeiro do norte de Minas Gerais. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 33, n. 6, p. 1495-1502, nov./dez. 2009.

AMARO, H. T. R. et al. Qualidade fisiológica de sementes de cultivares de feijão em função de densidades populacionais. **Semina: ciências agrárias**, Londrina, v. 35, n. 3, p. 1241-1248, maio/jun. 2014.

ANDRADE, M. J. B. Cultura do feijoeiro. In: SCORSOLINI-COMIN, F. (Org.). **Aperfeiçoamento em agronegócio: volume 2.** Ribeirão Preto: INEPAD, 2010. p. 48-62.

ANDRADE, M. J. B. et al. Épocas de colheita em cinco cultivares de feijoeiro. II. Efeitos sobre a qualidade da semente. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 25, n. 3, p. 683-689, maio/jun. 2001.

AYER, M. et al. An empirical distribution function for sampling with incomplete information. **The Annals of Mathematical Statistics**, Amsterdam, v. 26, n. 4, p. 641-647, Dec. 1955.

BALLARÉ, C. L. Keeping up with the neighbours: phytochrome sensing and other signalling mechanisms. **Trends Plant Science**, Kidlington, v. 4, n. 3, p. 97-102, Mar. 1999.

BANZATTO, D. A.; KRONKA, S. N. **Experimentação agrícola.** Jaboticabal: FUNEP, 1995. 247 p.

BARLOW, R. E. et al. **Statistical inference under order restrictions: the theory and application of isotonic regression.** New York: John Wiley & Sons, 1972. 388 p.

BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications.** New York: John Wiley & Sons, 1988. 365 p.

BENINCASA, M. M. P. **Análise de crescimento de plantas (noções básicas).** 2. ed. Jaboticabal: Funep, 2003. 41 p.

BEZERRA, A. A. C. et al. Características de dossel e de rendimento em feijão-caupi em diferentes densidades populacionais. **Pesquisa agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 44, n. 10, p. 1239-1245, out. 2009.

BOTELHO, F. J. E. et al. Desempenho fisiológico de sementes de feijão colhidas em diferentes períodos do desenvolvimento. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 34, n. 4, p. 900-907, jul./ago. 2010.

BUSO, W. H. D.; SILVA, L. B.; RIOS, A. D. F. Componentes produtivos de feijão em duas épocas de plantio na região Central de Goiás. **Revista Agrarian**, Dourados, v. 7, n. 24, p. 205-210, 2014.

BUTTERFIELD, D. et al. Nutritional approaches to combat oxidative stress in Alzheimer's disease. **The Journal of Nutritional Biochemistry**, Stoneham, v. 13, n. 8, p. 444-461, Aug. 2002.

CARNEIRO, J. E. S. et al. Ouro Vermelho: new red bean cultivar for Minas Gerais. **Annual Report of the Bean Improvement Cooperative**, East Lansing, v. 49, p. 281-282, mar. 2006.

CARVALHO, M. A. C. et al. Produtividade e qualidade de sementes de feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) sob influencia de parcelamentos e fontes de nitrogênio. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 25, n. 3, p. 617-624, jul./set. 2001.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO - CONAB. **Acompanhamento da safra brasileira de grãos 2015/2016**. Brasília: Conab, 2016. Disponível em: <<http://www.conab.gov.br/conteudos.php?a=1253&t>> Acesso em: 1 jun. 2016.

DANTAS, A. A. A.; CARVALHO, L. G.; FERREIRA, E. Classificação e tendências climáticas em Lavras, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 6, p. 1862-1866, nov./dez. 2007.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1998. 593 p.

ESPIRITO SANTO, I. A. C. P. **Modelação e estimação de parâmetros**. Minho: Universidade do Minho, 2001. 81 p. Disponível em: <<http://www.norg.uminho.pt/iapinho/public/sintese.pdf>>. Acesso em: 27 de jun. 2016.

FLORENTINO, H. O.; BISCARO, A. F. V.; PASSOS, J. R. S. Funções sigmoidais aplicadas na determinação da atividade metanogênica específica AME. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 1, p. 141-150, 2010.

FONSECA, G. G. et al. Resposta de cultivares de feijoeiro-comum a inoculação das sementes com duas estirpes de rizóbio. **Bioscience Journal**, Uberlândia, v. 29, n. 6, p. 1778-1787, nov./dez. 2013.

FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 3, p. 786-795, maio/jun. 2005.

FREITAS, M. A. **Teste de não-aditividade para experimentos a dois fatores não replicados**: aplicação de um modelo multiplicativo geral. 1986. 88 p. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Universidade de Campinas, Campinas, 1986.

GONÇALVES, R. P. et al. Ajuste de modelos de platô de resposta via regressão isotônica. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 2, p. 354-359, fev. 2012.

HUSSIAN, M. et al. Monotonic regression of assessment of trends in environmental quality data. In: EUROPEAN CONGRESSO COMPUTATIONAL METHODS IN APPLIED

SCIENCES AND ENGINEERING, Linköping. **Proceedings...** Linköping: Linköping University, 2004. p. 24-28.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. **Indicadores IBGE**: estatística da produção agrícola: janeiro de 2016. Brasília: IBGE, 2017. 72 p.

KRANZ, W. M. População de plantas. In: FUNDAÇÃO INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **O feijão no Paraná**. Londrina: Iapar, 1989. p. 115-125.

LIMA, R. T.; NASCIMENTO, V.; ANDREANI JUNIOR, A. Densidade de plantas e fontes de nitrogênio no cultivo do feijoeiro. **Brazilian Journal of Biosystems Engineering**, São Paulo, v. 10, n. 3, p. 327-338, 2016.

LOPES, F. B. et al. Ajustes de curvas de crescimento em bovinos Nelore da região norte do Brasil. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Salvador, v. 12, n. 3, p. 607-617, jul./set. 2011.

MAGALHÃES, A. C. N. Análise quantitativa do crescimento. In: FERRI, M. G. **Fisiologia vegetal**. São Paulo: EDUSP, 1986. p. 331-350.

MANABE, P. M. S. et al. Efeito da competição de plantas daninhas na cultura do feijoeiro. **Bioscience Journal**, Uberlândia, v. 31, n. 2, p. 333-343, mar./abr. 2015.

MARCOS FILHO, J. **Fisiologia de sementes de plantas cultivadas**. Piracicaba: FEALQ, 2005. 495 p.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

OLIVEIRA, D. P. et al. Qualidade tecnológica de grãos de cultivares de feijão comum na safra das águas. **Semina**: ciências agrárias, Londrina, v. 33, n. 5, p. 1831-1838, set./out. 2012.

PAULA JÚNIOR, T. J. et al. **Cultivares de feijão-comum para Minas Gerais**. Belo Horizonte: EPAMIG, 2010. 21 p.

PAULA, L. M. et al. Germinação de sementes de feijoeiro “Ouro Vermelho” submetidas a diferentes períodos de exposição e concentrações de GA<sub>3</sub>. **Nucleus**, Ituverava, v. 10, n. 2, p. 257-264, out. 2013.

PEREIRA, A. R.; MACHADO, E. C. **Análise quantitativa do crescimento de comunidades vegetais**. Campinas: IAC, 1987. 33 p.

PIERINI, L. M.; AVELAR, F. G. Comparação da qualidade do ajuste da isoterma de Langmuir. **Sigmae**, Alfenas, v. 2, n. 2, p. 7-13, 2013.

PIMENTEL-GOMES, F. O índice de variação, um substituto vantajoso do coeficiente de variação. **Circular Técnico**, Brasília, n. 178, p. 01-05, maio 1991.

PORTES, T. A.; CASTRO JUNIOR, L. G. Análise de crescimento de plantas: um programa computacional auxiliar. **Revista Brasileira de Fisiologia Vegetal**, Londrina, v. 3, n. 1, p. 53-56, jun. 1991.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing.** Vienna: The R Foundation for Statistical Computing, 2015. 409 p.

RAMALHO, M. A. P. **Cultivo do feijão de primeira e segunda safra na região sul de Minas Gerais.** Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão; Campinas: Embrapa Informática Agropecuária, 2005. (Embrapa Arroz e Feijão. Sistemas de Produção, 6).

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling: a unified practical approach.** Nova York: Marcel Dekker, 1983. 288 p.

RIOS, A. O.; ABREU, C. M. P.; CORRÊA, A. D. Efeitos da época de colheita e do tempo de armazenamento no escurecimento do tegumento do feijão (*Phaseolus vulgaris*, L.) **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 26, n. 3, p. 550-558, maio/jun. 2002.

RODRIGUES, A. et al. Utilização da regressão isotônica em estudos de curvas de crescimento. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 4, p. 85-101, 2010.

ROSOLEM, C. A. **Nutrição e adubação do feijoeiro.** Piracicaba: Associação Brasileira para Pesquisa da Potassa e do Fósforo, 1987. 91 p.

ROSOLEM, C. A.; MARUBAYASHI, O. M. Seja o doutor do seu feijoeiro. **Informações Agronômicas**, Piracicaba, v. 68, p. 1-4, dez. 1994.

SANTOS, M. G. P. et al. Densidades de semeadura e safras de cultivo no desempenho produtivo de cultivares de feijoeiro-comum. **Semina: ciências agrárias**, Londrina, v. 35, n. 5, p. 2309-2324, set./out. 2014.

SEARLE, S. R. **Linear models.** New York: John Wiley & Sons, 1971. 532 p.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, London, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, Dec. 1965.

SHIMADA, M. M.; ARF, O.; SÁ, M. E. de. Componentes do rendimento e desenvolvimento do feijoeiro de porte ereto sob diferentes densidades populacionais. **Bragantia**, Campinas, v. 59, n. 2, p. 181-187, 2000.

SILVA, C. C.; SILVEIRA, P. M. Influência de sistemas agrícolas na resposta do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) irrigado a adubação nitrogenada em cobertura. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 30, n. 1, p. 86-96, jan./jun. 2000.

SOUZA, A. B.; ANDRADE, M. J. B.; MUNIZ, J. A. Altura de plantas e componentes do rendimento do feijoeiro em função de população de plantas, adubação e calagem. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, n. 6, p. 1205-1213, nov./dez. 2003.

SOUZA, A. B. et al. Densidades de semeadura e níveis de NPK e calagem na produção do feijoeiro sob plantio convencional em Ponta Grossa, Paraná. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 38, n. 1, p. 39-43, jan./mar. 2008.

\_\_\_\_\_. Populações de plantas e doses de nitrogênio para o feijoeiro em sistema convencional. **Bioscience Journal**, Uberlândia, v. 30, n. 4, p. 998-1006, jul./ago. 2014.

SOUZA, E. M.; CHAVES, L. M.; MUNIZ, J. A. Regressão isotônica aplicada a análise *probit* em ensaios de dose-resposta sequenciais. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 29, n. 1, p. 122-146, 2011.

STORK, L. et al. **Experimentação vegetal**. 3.ed. Santa Maria: Editora da UFSM, 2016. 198 p.

TAIZ, I.; ZEIGER, E. Crescimento e desenvolvimento. In: \_\_\_\_\_. **Fisiologia vegetal**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. Cap. 16.

TEIXEIRA, I. R. et al. Competição entre feijoeiros e plantas daninhas em função do tipo de crescimento dos cultivares. **Planta Daninha**, Viçosa, v. 27, n. 2, p. 235-240, abr./jun. 2009.

TILLMAN, J. A. The power of the Durbin-Watson test. **Econometrica**, Chicago, v. 43, n. 5/6, p. 959-974, Sept./Nov. 1975.

URCHEI, M. A.; RODRIGUES, J. D.; STONE, L. F. Análise de crescimento de duas cultivares de feijoeiro sob irrigação, em plantio direto e preparo convencional. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 3, p. 497-506, mar. 2000.

VIEIRA, N. M. B. **Acúmulo de nutrientes e desempenho agrônômico de cultivares de feijoeiro-comum, em diferentes populações e sistemas de cultivo**. 2009. 117 p. Tese (Doutorado em Agronomia/Fitotecnia) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2009.

## ANEXO A - ROTINAS ESPECÍFICAS DO SOFTWARE R PARA A ANÁLISE ESTATÍSTICA REALIZADA AO DECORRER DESSE TRABALHO

### Variável Haste

#### #Análise de Variância

```
attach(augusto_h)
```

```
bl=factor(bloco); cult=factor(cultivar); dens=factor(pop); epk=factor(dae)
```

```
anava=aov(h~cult+dens+epk+cult:dens+cult:epk+dens:epk+dens:cult:epk+bl)
```

```
summary(anava)
```

#### # Normalização e ajuste de modelo não linear logístico

```
##dae no cultivar verm e na densidade 75
```

```
dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)
```

```
h=c(sort (c(4.62,6.93,8.47)),
```

```
  sort(c(16.17,34.65,29.26)),
```

```
  sort(c(34.65,101.64,61.60)),
```

```
  sort(c(167.09,150.15,149.38)),
```

```
  sort(c(138.60,465.85,268.73)),
```

```
  sort(c(334.95,646.03,586.74)),
```

```
  sort(c(633.71,425.81,656.04)),
```

```
  sort(c(519.75,507.43,716.10)))
```

```
f=h
```

```
###regressao isotonica (isonização ou normalização)
```

```
library(stats)
```

```
a=isoreg(dae,f)
```

```
haste=a$yf
```

```
haste
```

```
length(a$yf)
```

```
###Modelo não linear logistico
```

```
mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae))))),start=list(a=500,b=0.92,c=0.01),trace=T)
```

```

summary(mod1)

###dae no cultivar verm e na densidade 145

h=c(sort(c(13,11.7,13)),
     sort(c(53.30,36.40,50.70)),
     sort(c(140.4,76.70,110.50)),
     sort(c(284.70,292.50,280.80)),
     sort(c(317.2,343.2,422.5)),
     sort(c(416.5,737.10,282.10)),
     sort(c(924.3,932.1,815.1)),
     sort(c(685.1,807.3,539.5)))

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)

###regressao isotonica (isonização ou normalização)

b=isoreg(dae,h)

haste=b$yf

###Modelo não linear logistico

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae))))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###dae no cultivar verm e na densidade 215

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)

h=c(sort(c(21.24,18.88,23.6)),
     sort(c(101.48,87.32,82.60)),
     sort(c(212.40,151.04,207.68)),
     sort(c(372.88,601.80,469.64)),
     sort(c(585.28,514.48,377.60)),
     sort(c(790.60,868.48,738.68)),
     sort(c(1215.40,960.52,686.76)),
     sort(c(1210.68,1236.64,910.96)))

###regressao isotonica (isonização ou normalização)

```



```

c=isoreg(dae,h)

haste=c$yf

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae)))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###dae no cultivar verm e na densidade 285

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)

h=c(sort(c(15.00,25.00,25.00)),
     sort(c(70.00,77.50,67.50)),
     sort(c(97.50,165.00,200.00)),
     sort(c(167.50,550.00,325.00)),
     sort(c(287.50,562.50,497.50)),
     sort(c(602.50,392.50,692.50)),
     sort(c(337.50,820.00,437.50)),
     sort(c(522.50,1062.50,292.50)))

###regressao isotonica (isonização ou normalização)

d=isoreg(dae,h)

haste=d$yf

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae)))),start=list(a=400,b=300,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###dae no cultivar verm e na densidade 355

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)

h=c(sort(c(29.79,29.79,39.72)),
     sort(c(92.68,69.51,142.33)),
     sort(c(145.64,294.59,381.35)),
     sort(c(397.20,794.40,622.28)),
     sort(c(205.22,403.82,817.57)),
     sort(c(705.03,993.00,820.88)),
     sort(c(642.14,1549.08,1324.00)),

```

```
sort(c(562.70,1443.16,595.80)))
```

```
###regressao isotonica (isonização ou normalização)
```

```
e=isoreg(dae,h)
```

```
haste=e$yf
```

```
length(e$yf)
```

```
mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae)))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)
```

```
summary(mod1)
```

```
####dae no cultivar bolinha e na densidade 75
```

```
dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)
```

```
h=c(sort(c(6.82,4.96,8.68)),
```

```
sort(c(16.12,16.74,21.70)),
```

```
sort(c(21.70,44.02,58.90)),
```

```
sort(c(49.60,149.42,149.42)),
```

```
sort(c(112.22,185.38,217.62)),
```

```
sort(c(70.06,266.60,140.74)),
```

```
sort(c(145.08,270.32,207.70)),
```

```
sort(c(63.86,123.38,122.76)))
```

```
###regressao isotonica (isonização ou normalização)
```

```
k=isoreg(dae,h)
```

```
haste=k$yf
```

```
length(a$yf)
```

```
mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae)))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)
```

```
summary(mod1)
```

```
####dae no cultivar bolinha e na densidade 145
```

```
dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)
```

```
h=c(sort(c(9.20,9.20,13.80)),
```

```
sort(c(26.45,33.35,35.65)),
```

```

sort(c(34.50,69.00,108.10)),
sort(c(150.65,166.75,106.95)),
sort(c(105.80,173.65,159.85)),
sort(c(65.55,300.15,186.30)),
sort(c(141.45,177.30,420.90)),
sort(c(120.75,186.30,154.10)))

###regressao isotonica (isonização ou normalização)

b=isoreg(dae,h)

haste=b$yf

length(b$yf)

###modelo não linear logistico

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###dae no cultivar bolinha e na densidade 215

h=c(sort(c(23.52,15.12,20.16)),
sort(c(67.20,58.80,57.12)),
sort(c(124.32,72.24,72.24)),
sort(c(181.44,94.08,57.12)),
sort(c(159.60,265.44,168.00)),
sort(c(329.28,339.36,210.00)),
sort(c(199.92,288.96,238.56)),
sort(c(404.88,520.80,240.24)))

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)

###regressao isotonica (isonização ou normalização)

c=isoreg(dae,h)

haste=c$yf

length(c$yf)

###modelo não linear logistico

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)

```

```
summary(mod1)

##dae no cultivar bolinha e na densidade 285

h=c(sort(c(22.16,33.24,36.01)),
     sort(c(83.10,58.17,141.27)),
     sort(c(155.12,157.89,362.87)),
     sort(c(415.50,326.86,842.08)),
     sort(c(365.64,257.61,1288.05)),
     sort(c(551.23,249.30,839.31)),
     sort(c(493.06,531.84,570.62)),
     sort(c(839.31,418.27,698.04)))

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)
```

```
###regressao isotonica (isonização ou normalização)

d=isoreg(dae,h)

haste=d$yf

length(d$yf)

##modelo não linear logistico

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae)))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###dae no cultivar bolinha e na densidade 355

h=c(sort(c(42.24,45.76,56.32)),
     sort(c(183.04,186.56,228.80)),
     sort(c(274.56,235.84,327.36)),
     sort(c(563.20,380.16,640.64)),
     sort(c(841.28,904.64,1006.72)),
     sort(c(841.28,894.08,1284.80)),
     sort(c(777.92,644.16,570.62)),
     sort(c(633.60,1119.36,1024.32)))
```

```

dae=c(13,13,13,23,23,23,33,33,33,43,43,43,53,53,53,63,63,63,73,73,73,83,83,83)

###regressao isotonica (isonização ou normalização)

e=isoreg(dae,h)

haste=e$yf

length(e$yf)

###modelo não linear logistico

mod1=nls(haste~(a/(1+b*(exp(-c*dae))),start=list(a=700,b=200,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

####taxa de crescimento da cultura

##75

curve((608.57*742.52*0.13*exp(-0.13*x)/((1+742.52*exp(-0.13*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",

      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,30))

curve((162.91*1258.13*0.19*exp(-0.19*x)/((1+1258.13*exp(-0.19*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)

##145

curve((951.93*77.66*0.07*exp(-0.07*x)/((1+77.66*exp(-0.07*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",

      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,30))

curve((199.96*50.66*0.1*exp(-0.1*x)/((1+50.66*exp(-0.1*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)

###215

curve((1287.32*47.32*0.07*exp(-0.07*x)/((1+47.32*exp(-0.07*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",

      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,30))

curve((530.76*27.20*0.05*exp(-0.05*x)/((1+27.20*exp(-0.05*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)

###285

curve((600.62*86.72*0.11*exp(-0.11*x)/((1+86.72*exp(-0.11*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",

      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,30))

curve((602.33*577.58*0.18*exp(-0.18*x)/((1+577.58*exp(-0.18*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)

###355

```

```
curve((1124.25*40.23*0.07*exp(-0.07*x)/((1+40.23*exp(-0.07*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",
```

```
ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,30))
```

```
curve((923.54*86.07*0.11*exp(-0.11*x)/((1+86.07*exp(-0.11*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)
```

### **Variável Haste + Folha**

#### **#Análise de Variância**

```
attach(augusto_hf)
```

```
bl=factor(bloco); cult=factor(cultivar); dens=factor(pop); epk=factor(dae)
```

```
anava=aov(hf~cult+dens+epk+cult:dens+cult:epk+dens:epk+dens:cult:epk+bl)
```

```
summary(anava)
```

#### **# Normalização e ajuste do modelo logístico**

```
#desdobramento época dentro de cultivar
```

```
##cultivar vermelho
```

```
epk=c(13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,
```

```
23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,
```

```
33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,
```

```
43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,
```

```
53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,
```

```
63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,
```

```
73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,
```

```
83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83)
```

```
hf=c(sort(c(35.42,68.90,96.76,115.00,125.78,37.73,57.20,92.04,127.50,139.02,40.81,66.30,113.28,12
5.00,198.60)),
```

```
sort(c(91.63,261.30,500.32,302.50,387.27,184.80,184.60,450.76,370.00,370.72,151.69,265.20,413.00,
325.00,635.52)),
```

```
sort(c(150.92,474.50,788.24,375.00,549.46,390.39,349.70,632.48,625.00,1079.06,257.18,382.20,658.
44,705.00,1212.16)),
```

```
sort(c(520.52,696.80,974.68,470.00,1012.86,492.80,653.90,1767.64,1455.00,2012.48,485.87,770.90,1
213.04,757.50,1539.15)),
```

```
sort(c(451.99,794.30,1668.52,722.50,536.22,829.29,945.10,1276.76,1570.00,1122.09,823.13,968.50,9
51.08,1145.00,2048.89)),
```

```

sort(c(742.28,820.30,1628.40,1215.00,1287.59,1432.20,1742.00,1829.00,707.50,1949.59,1218.91,695
.50,1489.16,1312.50,1611.97)),
sort(c(1166.55,1478.10,1958.80,482.50,827.50,848.54,1613.30,1611.88,1422.50,2714.20,1015.63,153
4.00,1458.48,907.50,2095.23)),
sort(c(686.07,848.90,1323.96,567.50,618.97,596.75,1010.10,1394.76,1572.50,1790.71,798.49,643.50,
951.08,327.50,648.76))

##isotonização ou normalização

a=isoreg(epk,hf)

HF=a$yf

length(a$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(HF~(a/(1+b*(exp(-c*epk))))),start=list(a=500,b=0.92,c=0.01),trace=T)

summary(mod1)

###cultivar bolinha

epk=c(13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83)

hf=c(sort(c(38.44,55.20,105.84,110.80,207.68,27.90,46.00,75.60,157.89,246.40,40.30,60.95,90.72,17
4.51,207.68)),
sort(c(81.22,129.95,263.76,351.79,753.28,86.80,157.55,253.68,246.53,795.52,97.96,178.25,235.20,59
8.32,978.56)),
sort(c(73.16,111.55,398.16,512.45,978.56,171.74,162.15,253.68,479.21,739.20,217.00,251.85,213.36,
1066.45,1140.48)),
sort(c(143.84,400.20,443.52,1041.52,1298.88,456.94,433.55,260.40,900.25,1094.72,397.42,264.50,15
6.24,1961.16,1580.48)),
sort(c(285.20,248.40,414.96,644.71,1855.04,513.98,425.50,698.88,750.67,1851.52,489.18,257.60,425
.04,2462.53,1978.24)),
sort(c(143.22,133.40,693.84,1088.61,1531.20,538.78,600.30,730.80,659.26,1735.36,319.92,366.85,49
7.28,1739.56,2298.56)),
sort(c(191.58,185.15,292.32,747.90,925.76,417.26,173.65,524.16,747.90,925.76,400.52,625.60,448.5
6,853.16,1415.04)),

```

```

sort(c(83.70,125.35,430.08,927.95,788.48,146.94,204.70,688.80,576.16,1207.36,152.52,247.25,304.0
8,767.29,1108.80)))

##isotonização ou normalização

a=isoreg(epk,hf)

HF=a$yf

length(a$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(HF~(a/(1+b*(exp(-c*epk))))),start=list(a=500,b=0.92,c=0.01),trace=T)

summary(mod1)

##TCC

###época X cultivar

curve((1221.56*44.98*0.11*exp(-0.11*x)/((1+44.98*exp(-0.11*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",

      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)")

curve((731.64*24.51*0.12*exp(-0.12*x)/((1+24.51*exp(-0.12*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)

```

### **Variável Haste + Folha + Vagem**

#### **#Análise de Variância**

```

attach(augusto_hfv)

bl=factor(bloco); cult=factor(cultivar); dens=factor(pop); epk=factor(dae)

anava=aov(hfv~cult+dens+epk+cult:dens+cult:epk+dens:epk+dens:cult:epk+bl)

summary(anava)

```

#### **# Normalização e ajuste do modelo logístico**

```
##desdobramento de época dentro de cultivar
```

```
##epk no cultivar vermelho
```

```

epk=c(13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,

```



53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,  
 63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,  
 73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,  
 83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83)

```
hfv=c(sort(c(35.42,68.90,96.76,115.00,125.78,37.73,57.20,92.04,127.50,139.02,40.81,66.30,113.28,1
25.00,198.60)),
sort(c(91.63,261.30,500.32,302.50,387.27,184.80,184.60,450.76,370.00,370.72,151.69,265.20,413.00,
325.00,635.52)),
sort(c(151.69,477.10,790.60,377.50,552.77,391.16,351.00,634.84,630.00,1085.68,258.72,383.50,663.
16,710.00,1215.47)),
sort(c(531.30,728.00,1000.64,487.50,1052.58,504.35,674.70,1798.32,1492.50,2055.51,500.50,786.50,
1257.88,800.00,1585.49)),
sort(c(478.17,847.60,1817.20,875.00,602.42,949.41,1072.50,1510.40,1622.50,1194.91,874.72,1128.4
0,1184.72,1342.50,2356.72)),
sort(c(957.88,1108.90,1897.44,1737.50,1621.90,1805.65,2143.70,2350.12,915.00,2532.15,1504.58,88
7.90,1947.00,1720.00,2035.65)),
sort(c(1603.91,2056.60,2487.44,750.00,1290.90,1183.49,2215.20,2246.72,2005.00,3511.91,1469.16,2
016.30,2020.16,1162.50,2992.24)),
sort(c(1534.61,1886.30,2069.72,1445.00,1549.08,1585.43,2138.50,3615.52,3037.50,4442.02,1875.72,
1303.90,3492.80,887.50,2105.16)))
```

##isotonização ou normalização

```
a=isoreg(epk,hfv)
```

```
HFV=a$yf
```

```
length(a$yf)
```

###Modelo não linear logístico

```
mod1=nls(HFV~(a/(1+b*(exp(-c*epk))))),start=list(a=500,b=0.92,c=0.01),trace=T)
```

```
summary(mod1)
```

###epk em cultivar bolinha

```
epk=c(13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,
23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,
33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,
43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,
53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,
63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,
```

73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,

83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83)

```
hfv=c(sort(c(38.44,55.20,105.84,110.80,207.68,27.90,46.00,75.60,157.89,246.40,40.30,60.95,90.72,1
74.51,207.68)),
sort(c(81.22,129.95,263.76,351.79,753.28,86.80,157.55,253.68,246.53,795.52,97.96,178.25,235.20,59
8.32,978.56)),
sort(c(75.02,115.00,409.92,523.53,1003.20,173.60,165.60,258.72,490.29,767.36,220.10,259.90,218.4
0,1094.15,1161.60)),
sort(c(153.14,439.30,483.84,1132.93,1422.08,484.84,455.40,287.28,963.96,1151.04,429.04,280.60,16
2.96,2127.36,1696.64)),
sort(c(381.30,403.65,641.76,816.45,2671.68,615.66,621.00,991.20,914.10,2805.44,622.48,412.85,651
.84,3265.83,2548.48)),
sort(c(208.32,218.50,1026.48,1653.69,2161.28,740.28,832.60,1033.20,977.81,2368.96,478.64,534.75,
684.08,2340.65,3175.04)),
sort(c(340.38,342.70,514.08,1185.56,1555.84,672.08,280.60,794.64,1124.62,1284.80,693.16,1007.40,
646.80,1265.89,2333.76)),
sort(c(204.60,483.00,1295.28,1817.12,2178.88,409.20,450.80,2113.44,1124.62,3446.08,447.64,1132.
75,813.12,2099.66,2495.68)))
```

##isotonização ou normalização

b=isoreg(epk,hfv)

HFV=b\$yf

length(b\$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(HFV~(a/(1+b\*(exp(-c\*epk)))),start=list(a=500,b=0.92,c=0.01),trace=T)

summary(mod1)

###desdobramento de época dentro de densidade

##densidade 75

epk=c(13,13,13,13,13,13,

23,23,23,23,23,23,

33,33,33,33,33,33,

43,43,43,43,43,43,

53,53,53,53,53,53,

63,63,63,63,63,63,

73,73,73,73,73,73,

```

83,83,83,83,83,83)
hfv=c(sort(c(35.42,37.73,40.81,38.44,27.90,40.30)),
      sort(c(91.63,184.80,151.69,81.22,86.80,97.96)),
      sort(c(151.69,391.16,258.72,75.02,173.60,220.10)),
      sort(c(531.30,504.35,500.50,153.14,484.84,429.04)),
      sort(c(478.17,949.41,874.72,381.30,615.66,622.48)),
      sort(c(957.88,1805.65,1504.58,208.32,740.28,478.64)),
      sort(c(1603.91,1183.49,1469.16,340.38,672.08,693.16)),
      sort(c(1534.61,1585.43,1875.72,204.60,409.20,447.64)))

##isotonização ou normalização
a=isoreg(epk,hfv)
HFV=a$yf
length(epk)

###Modelo não linear logístico
mod1=nls(HFV~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)
summary(mod1)

##densidade 145
epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)
hfv=c(sort(c(68.90,57.20,66.30,55.20,46.00,60.95)),
      sort(c(261.30,184.60,265.20,129.95,157.55,178.25)),
      sort(c(477.10,351.00,383.50,115.00,165.60,259.90)),
      sort(c(728.00,674.70,786.50,439.30,455.40,280.60)),

```

```

sort(c(847.60,1072.50,1128.40,403.65,621.00,412.85)),
sort(c(1108.90,2143.70,887.90,218.50,832.60,534.75)),
sort(c(2056.60,2215.20,2016.30,342.70,280.60,1007.40)),
sort(c(1886.30,2138.50,1303.90,483.00,450.80,1132.75)))

##isotonização ou normalização

b=isoreg(epk,hfv)

HFV=b$yf

length(b$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(HFV~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

##densidade 215

epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)

hfv=c(sort(c(96.76,92.04,113.28,105.84,75.60,90.72)),
      sort(c(500.32,450.76,413.00,263.76,253.68,235.20)),
      sort(c(790.60,634.84,663.16,409.92,258.72,218.40)),
      sort(c(1000.64,1798.32,1257.88,483.84,287.28,162.96)),
      sort(c(1817.20,1510.40,1184.72,641.76,991.20,651.84)),
      sort(c(1897.44,2350.12,1947.00,1026.48,1033.20,684.08)),
      sort(c(2487.44,2246.72,2020.16,514.08,794.64,646.80)),
      sort(c(2069.72,3615.52,3492.80,1295.28,2113.44,813.12)))

##isotonização ou normalização

```

```

c=isoreg(epk,hfv)

HFV=c$yf

length(c$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(HFV~(a/(1+b*(exp(-c*epk))))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###densidade 285

epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)

hfv=c(sort(c(115.00,127.50,125.00,110.80,157.89,174.51)),
      sort(c(302.50,370.00,325.00,351.79,246.53,598.32)),
      sort(c(377.50,630.00,710.00,523.53,490.29,1094.15)),
      sort(c(487.50,1492.50,800.00,1132.93,963.96,2127.36)),
      sort(c(875.00,1622.50,1342.50,816.45,914.10,3265.83)),
      sort(c(1737.50,915.00,1720.00,1653.69,977.81,2340.65)),
      sort(c(750.00,2005.00,1162.50,1185.56,1124.62,1265.89)),
      sort(c(1445.00,3037.50,887.50,1817.12,1124.62,2099.66)))

##isotonização ou normalização

d=isoreg(epk,hfv)

HFV=d$yf

length(d$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(HFV~(a/(1+b*(exp(-c*epk))))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

```

```

summary(mod1)

####densidade 355

epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)

hfv=c(sort(c(125.78,139.02,198.60,207.68,246.40,207.68)),
      sort(c(387.27,370.72,635.52,753.28,795.52,978.56)),
      sort(c(552.77,1085.68,1215.47,1003.20,767.36,1161.60)),
      sort(c(1052.58,2055.51,1585.49,1422.08,1151.04,1696.64)),
      sort(c(602.42,1194.91,2356.72,2671.68,2805.44,2548.48)),
      sort(c(1621.90,2532.15,2035.65,2161.28,2368.96,3175.04)),
      sort(c(1290.90,3511.91,2992.24,1555.84,1284.80,2333.76)),
      sort(c(1549.08,4442.02,2105.16,2178.88,3446.08,2495.68)))

##isotonização ou normalização

e=isoreg(epk,hfv)

HFV=e$yf

length(e$yf)

####Modelo não linear logístico

mod1=nls(HFV~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

#TCC

####época X cultivar

curve((2452.30*28.04*0.06*exp(-0.06*x)/((1+28.04*exp(-0.06*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a
Emergência (DAE)",

```

```

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,40))
curve((1299.54*26.95*0.09*exp(-0.09*x)/((1+26.95*exp(-0.09*x))^2)),13,83,lty=3,lwd=2,add=T)
##época x densidade
###75
curve((1092.92*75.86*0.09*exp(-0.09*x)/((1+75.86*exp(-0.09*x))^2)),13,83,lty=3,lwd=2,
      xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",
      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,52))
###145
curve((1453.33*37.62*0.07*exp(-0.07*x)/((1+37.62*exp(-0.07*x))^2)),13,83,lty=4,lwd=2,
      xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",
      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,52))
####215
curve((3187.33*23.06*0.04*exp(-0.04*x)/((1+23.06*exp(-0.04*x))^2)),13,83,lty=7,
      xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",
      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,52))
###285
curve((1587.23*44.83*0.11*exp(-0.11*x)/((1+44.83*exp(-0.11*x))^2)),13,83,lty=5,lwd=1,
      xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",
      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,52))
###355
curve((2613.31*22.01*0.08*exp(-0.08*x)/((1+22.01*exp(-0.08*x))^2)),13,83,
      xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",
      ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,52))

```

### **Variável Haste + Folha + Vagem + Vagem + Grão**

#### **#Análise de Variância**

```
attach(augusto_total)
```

```
bl=factor(bloco); cult=factor(cultivar); dens=factor(pop); epk=factor(dae)
```

```
anava=aov(total~cult+dens+epk+cult:dens+cult:epk+dens:epk+dens:cult:epk+bl)
```

```

summary(anava)

# Normalização e ajuste do modelo logístico

###desdobramento de época dentro de cultivar

###cultivar vermelho

epk=c(13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83)

total=c(sort(c(35.42,68.90,96.76,115.00,125.78,37.73,57.20,92.04,127.50,139.02,40.81,66.30,113.28,1
25.00,198.60)),
sort(c(91.63,261.30,500.32,302.50,387.27,184.80,184.60,450.76,370.00,370.72,151.69,265.20,413.00,
325.00,635.52)),
sort(c(151.69,477.10,790.60,377.50,552.77,391.16,351.00,634.84,630.00,1085.68,258.72,383.50,663.
16,710.00,1215.47)),
sort(c(531.30,728.00,1000.64,487.50,1052.58,504.35,674.70,1798.32,1492.50,2055.51,500.50,786.50,
1257.88,800.00,1585.49)),
sort(c(478.17,847.60,1817.20,875.00,602.42,949.41,1072.50,1510.40,1622.50,1194.91,874.72,1128.4
0,1184.72,1342.50,2356.72)),
sort(c(1061.06,1420.90,2112.20,2467.50,1926.42,2018.94,2432.30,2831.56,1015.00,3002.17,1710.94,
1016.60,2678.60,2245.00,2350.10)),
sort(c(2239.93,3190.20,3348.84,1305.00,2393.13,1730.96,3578.90,3868.04,3650.00,5775.95,2508.66,
2980.90,3108.12,1597.50,4809.43)),
sort(c(1827.98,2252.90,2721.08,1747.50,1873.46,1908.83,2533.70,4316.44,3615.00,5229.80,2274.58,
1566.50,4193.72,1072.50,2542.08)))

##isotonização ou normalização

a=isoreg(epk,total)

total=a$yf

length(a$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

```



```
###cultivar bolinha
```

```
epk=c(13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,13,
```

```
23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,23,
```

```
33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,33,
```

```
43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,43,
```

```
53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,53,
```

```
63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,63,
```

```
73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,73,
```

```
83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83,83)
```

```
total=c(sort(c(38.44,55.20,105.84,110.80,207.68,27.90,46.00,75.60,157.89,246.40,40.30,60.95,90.72,174.51,207.68)),
```

```
sort(c(81.22,129.95,263.76,351.79,753.28,86.80,157.55,253.68,246.53,795.52,97.96,178.25,235.20,598.32,978.56)),
```

```
sort(c(75.02,115.00,409.92,523.53,1003.20,173.60,165.60,258.72,490.29,767.36,220.10,259.90,218.40,1094.15,1161.60)),
```

```
sort(c(153.14,439.30,483.84,1132.93,1422.08,484.84,455.40,287.28,963.96,1151.04,429.04,280.60,162.96,2127.36,1696.64)),
```

```
sort(c(381.30,403.65,641.76,816.45,2671.68,615.66,621.00,991.20,914.10,2805.44,622.48,412.85,651.84,3265.83,2548.48)),
```

```
sort(c(314.34,338.10,1468.32,2357.27,2886.40,887.84,968.30,1412.88,1204.95,2798.40,648.52,685.40,897.44,2637.04,4241.60)),
```

```
sort(c(660.30,669.30,940.80,2044.26,2819.52,1163.74,471.50,1223.04,1975.01,2066.24,1365.24,1754.90,1095.36,2119.05,3787.52)),
```

```
sort(c(263.50,614.10,1703.52,2185.53,2675.20,541.26,579.60,2728.32,1434.86,4361.28,578.46,1475.45,1048.32,2559.48,3087.04)))
```

```
##isotonização ou normalização
```

```
b=isoreg(epk,total)
```

```
total=b$yf
```

```
length(b$yf)
```

```
###Modelo não linear logístico
```

```
mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk))))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)
```

```
summary(mod1)
```

```
##densidade 75
```

```
epk=c(13,13,13,13,13,13,
```

```
23,23,23,23,23,23,
```

```

33,33,33,33,33,33,
43,43,43,43,43,43,
53,53,53,53,53,53,
63,63,63,63,63,63,
73,73,73,73,73,73,
83,83,83,83,83,83)
total=c(sort(c(35.42,37.73,40.81,38.44,27.90,40.30)),
sort(c(91.63,184.80,151.69,81.22,86.80,97.96)),
sort(c(151.69,391.16,258.72,75.02,173.60,220.10)),
sort(c(531.30,504.35,500.50,153.14,484.84,429.04)),
sort(c(478.17,949.41,874.72,381.30,615.66,622.48)),
sort(c(1061.06,2018.94,1710.94,314.34,887.84,648.52)),
sort(c(2239.93,1730.96,2508.66,660.30,1163.74,1365.24)),
sort(c(1827.98,1908.83,2274.58,263.50,541.26,578.46)))
##isotonização ou normalização
a=isoreg(epk,total)
total=a$yf
length(a$yf)
####Modelo não linear logístico
mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)
summary(mod1)
####densidade 145
epk=c(13,13,13,13,13,13,
23,23,23,23,23,23,
33,33,33,33,33,33,
43,43,43,43,43,43,
53,53,53,53,53,53,
63,63,63,63,63,63,
73,73,73,73,73,73,

```

```

83,83,83,83,83,83)
total=c(sort(c(68.90,57.20,66.30,55.20,46.00,60.95)),
        sort(c(261.30,184.60,265.20,129.95,157.55,178.25)),
        sort(c(477.10,351.00,383.50,115.00,165.60,259.90)),
        sort(c(728.00,674.70,786.50,439.30,455.40,280.60)),
        sort(c(847.60,1072.50,1128.40,403.65,621.00,412.85)),
        sort(c(1420.90,2432.30,1016.60,338.10,968.30,685.40)),
        sort(c(3190.20,3578.90,2980.90,669.30,471.50,1754.90)),
        sort(c(2252.90,2533.70,1566.50,614.10,579.60,1475.45)))
##isotonização ou normalização
b=isoreg(epk,total)
total=b$yf
length(b$yf)
###Modelo não linear logístico
mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)
summary(mod1)
##densidade 215
epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)
total=c(sort(c(96.76,92.04,113.28,105.84,75.60,90.72)),
        sort(c(500.32,450.76,413.00,263.76,253.68,235.20)),
        sort(c(790.60,634.84,663.16,409.92,258.72,218.40)),
        sort(c(1000.64,1798.32,1257.88,483.84,287.28,162.96)),

```

```

sort(c(1817.20,1510.40,1184.72,641.76,991.20,651.84)),
sort(c(2112.20,2831.56,2678.60,1468.32,1412.88,897.44)),
sort(c(3348.84,3868.04,3108.12,940.80,1223.04,1095.36)),
sort(c(2721.08,4316.44,4193.72,1703.52,2728.32,1048.32)))

##isotonização ou normalização

c=isoreg(epk,total)

total=c$yf

length(c$yf)

###Modelo não linear logístico

mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

summary(mod1)

###densidade 285

epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)

total=c(sort(c(115.00,127.50,125.00,110.80,157.89,174.51)),
        sort(c(302.50,370.00,325.00,351.79,246.53,598.32)),
        sort(c(377.50,630.00,710.00,523.53,490.29,1094.15)),
        sort(c(487.50,1492.50,800.00,1132.93,963.96,2127.36)),
        sort(c(875.00,1622.50,1342.50,816.45,914.10,3265.83)),
        sort(c(2467.50,1015.00,2245.00,2357.27,1204.95,2637.04)),
        sort(c(1305.00,3650.00,1597.50,2044.26,1975.01,2119.05)),
        sort(c(1747.50,3615.00,1072.50,2185.53,1434.86,2559.48)))

##isotonização ou normalização

```

```

d=isoreg(epk,total)
total=d$yf
length(d$yf)
###Modelo não linear logístico
mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)
summary(mod1)
###densidade 355
epk=c(13,13,13,13,13,13,
      23,23,23,23,23,23,
      33,33,33,33,33,33,
      43,43,43,43,43,43,
      53,53,53,53,53,53,
      63,63,63,63,63,63,
      73,73,73,73,73,73,
      83,83,83,83,83,83)
total=c(sort(c(125.78,139.02,198.60,207.68,246.40,207.68)),
        sort(c(387.27,370.72,635.52,753.28,795.52,978.56)),
        sort(c(552.77,1085.68,1215.47,1003.20,767.36,1161.60)),
        sort(c(1052.58,2055.51,1585.49,1422.08,1151.04,1696.64)),
        sort(c(602.42,1194.91,2356.72,2671.68,2805.44,2548.48)),
        sort(c(1926.42,3002.17,2350.10,2886.40,2798.40,4241.60)),
        sort(c(2393.13,5775.95,4809.43,2819.52,2066.24,3787.52)),
        sort(c(1873.46,5229.80,2542.08,2675.20,4361.28,3087.04)))
###isotonização ou normalização
e=isoreg(epk,total)
total=e$yf
length(e$yf)
###Modelo não linear logístico
mod1=nls(total~(a/(1+b*(exp(-c*epk)))),start=list(a=1500,b=300,c=0.1),trace=T)

```

summary(mod1)

# TCC

####época X cultivar

curve((3553.83\*58.28\*0.07\*exp(-0.07\*x)/((1+58.28\*exp(-0.07\*x))^2)),13,83,xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,62))

curve((1803.26\*43.73\*0.08\*exp(-0.08\*x)/((1+43.73\*exp(-0.08\*x))^2)),lty=3,lwd=2,add=T)

##época x densidade

###75

curve((1592.29\*14.95\*0.09\*exp(-0.09\*x)/((1+14.95\*exp(-0.09\*x))^2)),13,83,lty=3,lwd=2,

xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,70))

###145

curve((2289.48\*75.80\*0.07\*exp(-0.07\*x)/((1+75.80\*exp(-0.07\*x))^2)),13,83,lty=4,lwd=2,

xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,70))

####215

curve((3631.16\*47.66\*0.06\*exp(-0.06\*x)/((1+47.66\*exp(-0.06\*x))^2)),13,83,lty=7,

xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,70))

###285

curve((2225.6\*42.60\*0.09\*exp(-0.09\*x)/((1+42.60\*exp(-0.09\*x))^2)),13,83,lty=5,lwd=1,

xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,70))

###355

curve((3938.07\*32.02\*0.07\*exp(-0.07\*x)/((1+32.02\*exp(-0.07\*x))^2)),13,83,

xlab="Dias Após a Emergência (DAE)",

ylab="Matéria Seca (kg ha-1)",ylim=c(0,70))