UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

IVALDO AMARAL GONTIJO

ELABORAÇÃO E USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULATIVO PARA EXPLORAR CONCEITOS DE CINEMÁTICA VETORIAL:

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

LAVRAS - MG
2017

IVALDO AMARAL GONTIJO

ELABORAÇÃO E USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULATIVO PARA EXPLORAR CONCEITOS DE CINEMÁTICA VETORIAL: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:

Dr. Antonio dos Anjos Pinheiro da Silva

Coorientadora

Dra. Helena Libardi

LAVRAS –MG
2017

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com dados informados pelo (a) próprio (a) autor (a).

Gontijo, Ivaldo Amaral.
Elaboraçãoe uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de cinemáticavetorial : uma proposta para o ensino fundamental / Ivaldo Amaral Gontijo. - 2017.
130 p. : il.

Orientador(a): Antonio dos Anjos Pinheiro da Silva.
Coorientador(a): Helena Libardi.
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Lavras, 2017.
Bibliografia.

1. Unidade Didática. 2. Aprendizagem Significativa. 3. Material Manipulativo. I. Silva, Antonio dos Anjos Pinheiro da. II. Libardi, Helena . III. Título.

IVALDO AMARAL GONTIJO

ELABORAÇÃO E USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULATIVO PARA EXPLORAR CONCEITOS DE CINEMÁTICA VETORIAL: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

APROVADA em 10 de fevereiro de 2017

Dr. Alessandro Damásio Trani Gomes - UFSJ

Dr. João Antônio Corrêa Filho - UFSJ

Dra. Iraziet da Cunha Charret - UFLA

Orientador:

Dr. Antonio dos Anjos Pinheiro da Silva

Coorientadora:

Dra. Helena Libardi

LAVRAS –MG
2017

Aos meus pais, Ivo Amaral de Souza e Maria Imaculada Amaral, especialmente ao meu pai, cujo maior orgulho é presenciar as realizações de seus filhos.

À minha esposa Keila e meus filhos Inara e Isaac pelo apoio, carinho e compreensão.

Aos meus irmãos pelo amor, carinho e amizade.

Dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus, o Grande Arquiteto do Universo.

À Universidade Federal de Lavras, ao Departamento de Ciências Exatas (DEX) e à Sociedade Brasileira de Física pela oportunidade concedida para a realização do mestrado.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

Ao professor Antonio dos Anjos, pela ajuda e grandiosa contribuição na realização deste trabalho, muito obrigado por sua amizade, paciência e dedicação. Serei eternamente grato a você meu amigo.

À professora Helena Libardi que muito contribuiu para a realização deste trabalho.

Aos demais professores do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da UFLA, Iraziet, Antônio Marcelo, José Antônio, Ulisses e Gilberto. Muito obrigado pelos ensinamentos e convivência familiar.

Aos meus amigos e companheiros de mestrado, Marlos, Juliano, Juliana, Lucas, Lúcio, Raynel, Andressa, Frederico e Luís Paulo, obrigado pela amizade e pelas valiosas contribuições que deram ao meu trabalho.

Em especial à minha amada esposa Keila pelo apoio e compreensão.

Ao meu amigo Antônio Maria da Silva, por suas valiosas contribuições.

Ao amigo e irmão de coração Márcio Maurício por ter me encorajado a cursar este mestrado.

Aos meus colegas de trabalho, nas escolas Chico Marçal, Águia de Prata e Colégio Universo, principalmente meus colegas: Maria do Rosário, Cilésia e João Daniel, muito obrigado pelo apoio.

E obrigado aos meus alunos que participaram dos trabalhos.

SOBRE O AUTOR

Meu nome é Ivaldo Amaral Gontijo, sou brasileiro, natural da cidade de Bom Despacho Minas Gerais. Nasci no dia 26 de agosto de 1975, sou filho do senhor Ivo Amaral de Souza e da senhora Maria Imaculada Amaral. Sou casado e tenho dois filhos. Resido na rua JK, 124 no povoado de Chapada, município de Moema, Minas Gerais.

Graduações: Licenciatura Curta em Ciências pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Alto São Francisco, período de 1997 e 1999; Licenciatura Plena em Física pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Formiga, cursada no ano de 2000. Neste mesmo período, trabalhava como operador de estação de tratamento de água.

Iniciei no magistério em maio de 2000 como professor substituto na Escola Estadual "Antônio Martins do Espírito Santo" em Nova Serrana, onde lecionei Física para turmas de 1º e 3º anos do antigo 2º grau.

No ano seguinte, 2001, fui designado para lecionar Física para o antigo projeto "A Caminho da Cidadania", que equivale hoje ao EJA, Educação de Jovens e Adultos.

Em 2002 fui nomeado em dois cargos (dezoito horas-aulas cada) para lecionar física no Ensino Médio e Matemática no ensino fundamental na Escola Estadual Senhora de Fátima em Santo Antônio do Monte, MG.

Em 2003 fui removido para a Escola Estadual Chico Marçal, em Moema, MG, onde leciono até os dias de hoje.

Nesse mesmo ano fui contratado para trabalhar como professor de Física para o Ensino Médio no Colégio Águia de Prata, em Lagoa da Prata, MG, onde lecionei até o ano de 2014.

RESUMO

Este trabalho contempla a elaboração e desenvolvimento de uma unidade didática para o 9º ano do ensino fundamental envolvendo a formalização de conceitos vetoriais no ensino da cinemática. Para dar suporte teórico à pesquisa, foi usada a teoria da aprendizagem significativa, proposta por Ausubel e, como metodologia de trabalho, a Resolução de Problemas, proposta por Polya. Como estratégia didática principal recorreu-se às atividades em grupos, atividades com potencial de intercambiar significados entre os estudantes e facilitar a mediação entre alunos e professor. Dentre os recursos didáticos utilizados destaca-se o uso de materiais manipulativos, elaborados pelos autores do trabalho a partir de materiais de baixo custo, como sarrafos e tubos de PVC. As atividades que compõem a unidade didática foram planejadas na perspectiva de um estudante com uma postura reflexiva e ativa diante de um determinado problema, objetivando com isso uma participação efetiva do mesmo no processo de construção de seu próprio conhecimento, ou seja, é esperado que o estudante se sinta protagonista no processo da construção de seu conhecimento e não mero coadjuvante. A unidade didática foi desenvolvida e analisada em uma turma de 25 alunos do 9º ano do ensino fundamental da E. E. Chico Marçal, na cidade de Moema MG, durante sete aulas de cinquenta minutos. O impacto da proposta é descrito e avaliado ao longo da dissertação.

Palavras-chave:Unidade Didática; Vetores; Resolução de Problemas; Aprendizagem Significativa; Material Manipulativo.

ABSTRACT

This work contemplates the elaboration and development of a didactic unit for the 9th year of elementary education involving the formalization of vector concepts in the teaching of kinematics. To give theoretical support to the research was used the Significative Learning Theory, proposed by Ausubel and as methodology of work the Resolution Problems, proposed by Polya. As didactic strategy we used the activities in groups, activities with the potential to exchange meanings among the students and facilitate the mediation between students and teacher. Among the didactic means used are the use of manipulative materials, elaborated by the authors of the work, from low-cost materials such as battens and PVC pipes. The activities that make up the didactic unit were planned from the perspective of a student with a reflexive and active posture towards a certain problem aiming with this an effective participation of the same in the process of construction of his own knowledge, that is, it is expected that the student feels protagonist in the process of building their knowledge and not mere support. The didactic unit was developed and analyzed in a class of 25 students of the 9th grade of E. E. Chico Marçal, in the city of Moema MG during seven lectures of fifty minutes. The impact of the proposal is described and evaluated throughout this work.

Keywords: Didactic Unit, Vectors, Resolution Problems, Significative Learning, Manipulative Material.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS E TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Em nossa trajetória acadêmica, do ensino fundamental ao ensino superior, para aqueles que seguem na área de ciências exatas, invariavelmente em diferentes momentos, temos tido contato com as entidades denominadas de vetores ou grandezas vetoriais. Aprendemos que os vetores representam quantidades com módulo direção e sentido, possuem uma representação geométrica e que se combinam entre si de acordo com certas regras da chamada álgebra vetorial. No contexto dessa álgebra, ficam bem definidas as operações entre vetores soma, subtração, multiplicação e multiplicação por um escalar (número). Do ponto de vista puramente matemático, o estudo dos vetores demanda, da parte do aluno, um grau de abstração considerável. Porém, quando o conceito é desenvolvido no âmbito da física, aparentemente vantajoso, uma vez que o professor pode contar com muitas aplicações e exemplos do dia a dia do aluno, a aprendizagem do tema nem sempre é tranquila e eficiente.

De acordo com Vidigal (2014), o desenvolvimento da álgebra e da análise vetorial como conhecemos hoje é decorrente de um árduo trabalho, iniciado a partir do século XIX, envolvendo o estudo sistemático e o uso dos vetores, com representações geométricas dos números complexos. Em 1827, Möbius (August Ferdinand Möbius, 1790-1868), no livro "The BarycentricCalculus", já fazia uso de segmentos de retas para adicionar e também para multiplicar por números reais, de forma semelhante ao que fazemos hoje com os vetores. Em 1843, Hamilton (Willian Rowan Hamilton, 1805-1865) introduz a álgebra de quatérnios que teve sua origem nos números complexos, apresentando o primeiro conceito moderno de números complexos como representado por pares ordenados de números reais. Posteriormente, Hamilton tentou generalizar a ideia para o espaço tridimensional. Ainda no século XIX, Gibbs (Josiah Willard Gibbs, 1839-1903) toma conhecimento da teoria dos quatérnios e concluí que os vetores poderiam constituir uma ferramenta poderosa para seus trabalhos em Física. Em 1901, Gibbs publica *Vector Analysis*, o primeiro livro moderno sobre análise vetorial baseado em suas notas de aulas. Ainda em 1893, vale mencionar a contribuição dada nesse tema por Oliver Heaviside (1850-1925) que publica a obra intitulada *Elementos da Álgebra e da Análise Vetorial*, na qual é feita uma apresentação do moderno sistema de análise vetorial (VIDIGAL, 2014, p. 16).

A ideia do presente projeto nasceu de uma tarefa proposta aos alunos da segunda turma do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) na disciplina Fundamentos de Mecânica Clássica. O desafio era a elaboração de uma atividade criativa, factível de ser realizada em sala de aula, envolvendo o tema relacionado a vetores e suas operações. Alguns trabalhos interessantes foram propostos e dentre eles podemos destacar uma atividade em que eram utilizados canudos de refrigerante para representar vetores e suas operações.

Imbuído dessa motivação, o autor do presente trabalho buscou na matemática (em conversas com professores desta disciplina) a ideia de elaborar e inserir materiais manipulativos para representar vetores, suas propriedades, operações e sua conexão com alguns conceitos da cinemática. Na disciplina de matemática, com frequência os professores trabalham com diferentes materiais como, por exemplo, blocos lógicos, material dourado, tangram, ábacos e outros. Em geral a resposta observada ao uso desses materiais é muito favorável tornando as aulas de matemática mais produtivas, prazerosas e participativas. E nas aulas de física, o uso desse recurso didático não seria de grande valia no estudo de vetores?

Ainda pensando no desafio proposto na disciplina, foram construídos dois aparatos, com tubos de PVC e sarrafos de madeira, conforme pode ser visto nas figuras 1 e 2 abaixo. Aquele mostrado na figura 1 simulava a soma vetorial de dois vetores bidimensionais pelo método do paralelogramo, para ângulos variando de zero a cento e oitenta graus, enquanto que o aparato da figura 2 simulava a decomposição das componentes ortogonais de um vetor, bidimensional, para ângulos variando de zero a noventa graus.

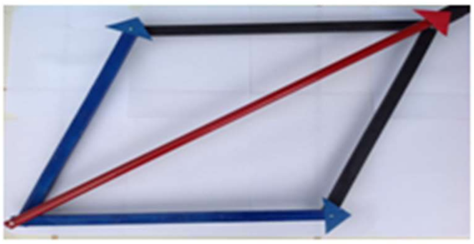


Figura 1 - Material manipulativo que simula a soma vetorial entre dois vetores utilizando o método do paralelogramo. Fonte próprio autor.

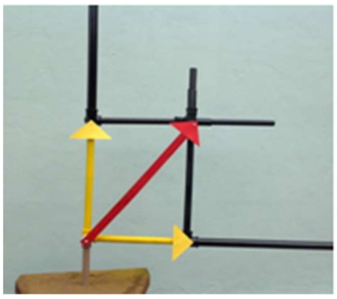


Figura 2 - Material manipulativo que simula a decomposição de vetores em componentes ortogonais. Fonte Próprio autor.

Com os materiais manipulativos acima, o objetivo da atividade proposta era que os estudantes, com o auxílio de transferidores e fitas métricas, pudessem fazer medidas e compará-las com os valores previstos pelas expressões matemáticas exatas oriundas do cálculo vetorial.

Considerando o potencial da proposta, o autor foi encorajado a apresentá-la, ainda em uma forma embrionária, como trabalho no I Workshop do Mestrado Nacional e Profissional em Ensino de Física, realizado no polo UFLA em 2014, tendo sido bem avaliado. Assim surgiu a ideia de se realizar uma pesquisa envolvendo a fabricação e uso de materiais manipulativos, de baixo custo, no ensino de conceitos pertinentes à cinemática vetorial, para alunos do 9º ano do ensino fundamental. Para a realização dessa pesquisa foi necessário elaborar uma unidade didática envolvendo o tema. Como referencial teórico apropriado foi escolhido a Teoria da Aprendizagem significativa de Ausubel. Na elaboração da unidade didática levou-se em conta a metodologia da resolução de problemas, tendo como recurso didático principal o uso de materiais manipulativos, confeccionados pelo autor da proposta.

Assim os objetivos gerais e específicos dessa pesquisa são os seguintes:

Geral: Investigar evidências de aprendizagem significativa envolvendo conceitos da cinemática vetorial, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, usando materiais manipulativos.

Específicos: a) investigar evidências relativas às etapas de resolução de problemas, que possam ser percebidas durante a execução das atividades. b) investigar a potencialidade dos materiais elaborados na internalização dos conceitos desenvolvidos; c) investigar o papel desempenhado pelo material no desenvolvimento das aulas.

Optamos por realizar a pesquisa com o 9º ano do ensino fundamental por se tratar de uma série em que geralmente o ensino de ciências consiste em uma introdução a química e física. Além disso, é nessa série, na disciplina de matemática, que são discutidas as propriedades dos triângulos, de suma importância no estudo de conceitos da cinemática vetorial. Acreditamos que a versatilidade do material manipulativo confeccionado apresente um viés interdisciplinar, podendo também ser utilizado pelo professor de matemática no desenvolvimento das aulas de trigonometria.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta pesquisa se apoia na teoria de aprendizagem significativa de Ausubel, na metodologia de resolução de problemas e na elaboração e uso de material manipulativo como recurso didático, assuntos que serão apresentados no decorrer deste capítulo.

2.1 Aprendizagem Significativa

Uma teoria é uma tentativa elaborada pelo homem de sintetizar uma área de conhecimento, uma forma de observar as coisas, explicá-las, prever observações, resolver problemas. Ou seja, uma teria de aprendizagem pode ser considerada como uma construção humana para interpretar sistematicamente a área de conhecimento chamada de aprendizagem (MOREIRA, 1999, p.12).

Este trabalho foi fundamentado na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, uma teoria classificada como cognitivista. A filosofia cognitivista enfatiza a cognição, o ato de conhecer; como o homem conhece o mundo. Essa filosofia trata dos processos mentais; ocupando-se da atribuição de significados, da compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição. Admitindo que a cognição se dá por construção, chega-se ao construtivismo (MOREIRA, 1999).

Em se tratando do construtivismo, este vem sendo confundido em sala de aula com método construtivista. Não existe método construtivista, existem teorias construtivistas e metodologias construtivistas, consistentes com a postura filosófica construtivista. Postura que implica em ver o aluno não como um mero receptor de conhecimento e sim como um agente atuante na construção de sua própria estrutura cognitiva (armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende) (MOREIRA, 1999).

Ainda segundo esse autor, na concepção de Ausubel, a essência do processo de aprendizagem significativa reside no fato de que ideias expressas simbolicamente são relacionadas de uma maneira não arbitrária e não literal com aquilo que o aprendiz já sabe. Não arbitrária significa que a relação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do aprendiz, não literal quer dizer não ao pé da letra. As ideias, o conhecimento, as informações que o aprendiz já possui em sua estrutura cognitiva é o que Ausubel chama de subsunçor.

O subsunçor é um conhecimento presente na estrutura cognitiva do aprendiz que permite, por interação, dar significado a outros conhecimentos. Não convêm "coisificá-lo" ou "materializá-lo" como um conceito, ele pode ser também uma concepção, um constructo, uma proposição, uma representação, um modelo (MOREIRA, 2011).

Ostermann (2010, p. 23), também afirma que "segundo Ausubel, este tipo de aprendizagem é, por excelência, o mecanismo humano para adquirir e reter a vasta quantidade de informações de um corpo de conhecimentos".

Para haver aprendizagem significativa, duas condições são necessárias: a primeira é que o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo, isso significa que ele deve apresentar significado lógico, que seja relacionável de modo não arbitrário e não literal com uma estrutura cognitiva apropriada e relevante. Vale ressaltar que nenhum material é significativo por si só, é o aprendiz que deve percebê-lo como significativo, o material deve interagir com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. A segunda condição é que o aprendiz tenha predisposição para aprender, esta predisposição não deve ser confundida com motivação, implica que o aprendiz tenha em sua estrutura cognitiva subsunçores relevantes com os quais o material potencialmente significativo possa vir a relacionar-se.

Se o aprendiz não apresenta o subsunçor para aprender um novo conteúdo, Ausubel sugere o uso de “organizadores prévios” que tem a função de ligação entre o que o aprendiz já sabe e o que precisaria saber para que pudesse aprender significativamente um determinado conhecimento. Não se tem uma definição precisa de organizador prévio, sabe-se que é um recurso instrucional apresentado em um nível mais alto de abstração em relação ao material de aprendizagem (conteúdo a ser ensinado). O organizador prévio pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma atividade em pequenos grupos, uma analogia, uma imagem, uma simulação, um mapa conceitual, enfim, as possibilidades são múltiplas e o que funcionar para um aprendiz poderá não funcionar para outro. Por isso, há críticas aos organizadores prévios como solução para a ausência de subsunçores. Moreira cita a pesquisa de Luiten et al. (1978), que mostra que o efeito de organizadores prévios neste tipo de situação é pequeno. “Se o aluno não tem subsunçores relevantes à aprendizagem de novos conhecimentos, o melhor é facilitar, promover, a sua construção antes de prosseguir”. O melhor é utilizar os organizadores prévios quando o aprendiz não consegue perceber a relacionalidade entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios (MOREIRA, 2011).

Apesar de muito se falar em aprendizagem significativa, a que mais ocorre nas escolas é a aprendizagem mecânica, aprendizagem sem significado. É uma aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, é memorista, serve para o aluno fazer as provas e pouco tempo depois é esquecida (MOREIRA, 2011). Um exemplo é o que se chama de “decoreba” no ambiente escolar. O estudante memoriza uma fórmula para resolver algum problema que após a prova se volatiza, isto é, não mais faz sentido para o aluno, ele não se recorda dela.

Para Ausubel, a aprendizagem significativa apresenta três formas: subordinada, superordenada e combinatória.

Segundo Moreira (2011):

> A aprendizagem significativa é dita subordinada quando os novos conhecimentos potencialmente significativos adquirem significados, para o sujeito que aprende, por um processo de ancoragem cognitiva, interativa, sem conhecimentos prévios relevantes mais gerais e inclusivos já existentes na sua estrutura cognitiva (MOREIRA, 2011. p. 36).

Ainda de acordo Moreira (2011, p. 37) “a aprendizagem superordenada envolve processos de abstração, indução, síntese, que levam a novos conhecimentos que passam a subordinar aqueles que lhes deram origem”.

Por fim a aprendizagem significativa combinatória, que segundo o autor acima mencionado sustenta que;

> O significado é captado, construído, não pela interação do novo conhecimento com algum conhecimento específico já existente na estrutura cognitiva de quem aprende, mas sim com uma ampla combinação, com um background, de conhecimentos prévios. Por exemplo, para dar significado à famosa equação de Einstein, $E = mc^2$, não basta saber o que significam E, m e c^2. Tampouco é suficiente saber resolver uma equação desse tipo. Essa equação representa uma equivalência entre massa e energia, ou seja, a massa é uma forma de energia. Para dar significado a essa equivalência é preciso ter um amplo conhecimento em Física, onde, como esta, há muitas equivalências entre grandezas físicas, ‘muitas equações de Einstein (MOREIRA, 2013, p. 8).

Quanto aos tipos de aprendizagem significativa, Ausubel menciona três possibilidades: a aprendizagem representacional, a aprendizagem conceitual e a aprendizagem proposicional.

Segundo Moreira (2011, p. 38), “aprendizagem representacional é a que ocorre quando símbolos arbitrários passam a representar, em significado, determinados objetos ou eventos em uma relação unívoca”. Por exemplo, para uma criança a palavra mesa pode ter somente um significado, a mesa de sua casa.

Apesar de a aprendizagem representacional estar próxima da aprendizagem mecânica ela é significativa, já que o símbolo significa um referente concreto.

Ainda de acordo com esse autor, quando o sujeito percebe regularidades em eventos ou objetos e passa a representá-los por determinados símbolos que não mais dependem de um referente concreto, é um indicativo de ocorrência de uma aprendizagem conceitual. Retornando ao exemplo da mesa, quando a criança adquire o conceito de mesa, o símbolo mesa não representa mais só a mesa de sua casa e sim uma infinidade de objetos. A aprendizagem conceitual pode ser considerada uma aprendizagem representacional de alto nível.

A aprendizagem proposicional (por proposições) consiste em dar significado a novas ideias expressas na forma de uma proposição, porém seu significado não é a soma dos significados dos conceitos e palavras nela envolvidos. As aprendizagens representacional e conceitual são pré-requisitos para a proposicional.

Que fatores podem facilitar a aprendizagem significativa? Além de se considerar o conhecimento prévio do aprendiz, pode-se destacar outras variáveis importantes como a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa, a organização sequencial do conteúdo, a consolidação, o uso de organizadores prévios que possibilitem detectar as relações e diferenças entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos, a linguagem envolvida no intercambio de significados e as atividades colaborativas em pequenos grupos, que apresentam grande potencial para facilitar o intercâmbio e a negociação de significados e colocam o professor como mediador.

A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa são dois processos da dinâmica da estrutura cognitiva que acontecem simultaneamente. Através deles, o aprendiz vai diferenciando progressivamente e reconciliando integrativamente as novas informações em interação com aquelas já existentes. Através desses dois processos, o aprendiz vai organizando, hierarquicamente, a sua estrutura cognitiva em determinado campo de conhecimentos.

Organizador prévio, como já dito anteriormente, pode ser um material introdutório, apresentado em nível mais alto de generalidade usado como uma ponte entre o que o aprendiz deveria saber e o novo conhecimento.

A organização sequencial é um fator que facilita a aprendizagem significativa, já que fica mais fácil para o aluno organizar seus subsunçores, hierarquicamente, se na matéria de ensino os tópicos estão organizados numa sequência em termos de dependências hierárquicas naturais, onde certos tópicos dependam naturalmente daqueles que os antecedem.

Segundo Moreira (2011), a consolidação é um reforço do domínio de conhecimentos prévios antes de se introduzir novos conhecimentos. O que é bem compreensível, já que a primeira premissa para se alcançar uma aprendizagem significativa implica no conhecimento prévio. Assim, nada mais natural que insistir no domínio desse conhecimento prévio antes de apresentar novos conhecimentos.

A linguagem é um facilitador da aprendizagem significativa, pois depende da captação de significados no intercâmbio de informações entre professor e aprendiz. De acordo com Moreira (2011):

> O homem vive na linguagem. Portanto, a linguagem é essencial na facilitação da aprendizagem significativa. As palavras são signos linguísticos e delas dependemos para ensinar qualquer corpo organizado de conhecimentos em situação formal de ensino que é a proposta subjacente à teoria da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011, p. 49).

Ainda segundo esse autor, “as atividades colaborativas, em pequenos grupos, tem grande potencial para facilitar a aprendizagem significativa porque viabilizam o intercambio, a negociação de significados, e colocam o professor na posição de mediador”.

Para Ostermann (2010):

> Uma abordagem ausubeliana ao ensino da Física envolve o professor em pelo menos quatro tarefas fundamentais. A primeira seria determinar a estrutura conceitual e proposicional de matéria de ensino, organizando os conceitos e princípios hierarquicamente. Uma segunda tarefa seria identificar quais os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado, que o aluno deveria ter na sua estrutura cognitiva para poder aprender significativamente. Uma outra etapa importante seria determinar dentre os subsunçores relevantes, quais os que estão disponíveis na estrutura cognitiva do aluno. Finalmente, ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a assimilação da estrutura da matéria de ensino por parte do aluno e organização de sua própria estrutura cognitiva nessa área de conhecimentos, através da aquisição de significados claros, estáveis e transferíveis (OSTERMANN, 2010, p. 23).

Como evidenciar a aprendizagem significativa? A compreensão significativa de um conceito requer a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. Para evidenciar a aprendizagem significativa e evitar a "simulação da aprendizagem significativa" o professor deve formular questões e problemas de uma forma diferente da maneira como o conteúdo foi apresentado no material instrucional. Não quer dizer que as questões desviem do assunto tratado, eles podem ser apresentados com fraseados diferentes. "O professor pode propor ao estudante uma situação nova que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido" (MOREIRA, 2011, p. 51).

"A avaliação da aprendizagem significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, em vez de querer determinar se ocorreu ou não" (MOREIRA, 2011, p.52). É importante que o aprendiz possa refazer as atividades e que ele explique ou justifique suas respostas.

2.2 Metodologia da resolução de problemas

A resolução de problemas é uma metodologia de ensino que se fundamenta na apresentação de situações (problemas) sugestivas e intrigantes, que exigem do estudante uma atitude ativa na busca de suas soluções. Ensinar através da resolução de problemas pressupõe promover no estudante o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (POZO e ECHEVERRÍA, 1988, apud SOARES e PINTO, 2001, p. 1).

Para Costa e Moreira (2001)

> A resolução de problemas em sala de aula é uma habilidade pela qual o indivíduo externaliza o processo construtivo de aprender, de converter em ações, conceitos, proposições e exemplos adquiridos (construídos) através da interação com professores, pares e materiais instrucionais (COSTA e MOREIRA, 2001, p. 263)

Ainda segundo os autores mencionados acima, a teoria de aprendizagem significativa atribui à atividade de resolução de problemas o "status" de "qualquer atividade na qual a representação cognitiva de experiência prévia e os componentes de uma situação problemática apresentada são reorganizados a fim de atingir um determinado objetivo" (COSTA e MOREIRA, 2001, p. 263).

Analisando a abordagem acima, fica evidente que a estrutura cognitiva prévia do aprendiz desempenha papel preponderante na resolução de problemas, no sentido que a solução do problema depende de uma readaptação do resíduo de experiências prévias diante das demandas da situação problemática a ser enfrentada (COSTA e MOREIRA, 2001, p. 264).

A resolução de problemas tem como premissa que o estudante aprenda a aprender, que ele encontre métodos, técnicas, procedimentos facilitadores para a compreensão e resolução dos problemas que lhe são apresentados.

Um fator primordial para o sucesso na resolução de problemas é que o problema seja, de fato, compreendido pelo estudante e que este queira resolvê-lo. Para que este fator seja cumprido é de suma importância que os enunciados dos problemas sejam claros e sua linguagem acessível.

Como diferenciar um problema de um exercício? Para Peduzzi, 1997, pode se dizer que, genericamente, uma situação qualitativa ou não, será considerada problema, quando o estudante para resolvê-la, não é levado a uma solução imediata ou automática. Isto é, a solução requer uma reflexão e tomada de decisões sobre determinada sequência de passos e etapas. Já para resolver um exercício, o que se observa é o uso de rotinas automatizadas como consequência de uma prática continuada. As situações ou tarefas já são conhecidas pelo estudante, não exigindo nenhum conhecimento ou habilidade nova e assim podem ser resolvidas por caminhos habituais ou pela aplicação de uma fórmula ou algoritmo.

A distinção entre problema e exercício depende das habilidades e experiências do estudante. Uma situação que pode ser um problema para um estudante pode parecer como um simples exercício para outro estudante.

Um dos pioneiros na metodologia de Resolução de problemas foi George Polya. Em seu livro *Howto Solve It*, traduzido como *A Arte de Resolver Problemas*, ele propõe um esquema, que sintetiza o complexo processo de resolução de problemas matemáticos, que pode ser resumido em quatro etapas que são elas: 1) Compreensão do Problema, 2) Estabelecimento de um plano, 3) Execução do Plano e 4) Retrospecto (KARAM e PIETROCOLA, 2009).

No que diz respeito à resolução de problemas de Física citamos Reif et al. (1976). Segundo esses autores:

> O profundo entendimento de uma relação física se dá quando um indivíduo demonstra as seguintes habilidades: A) Descreve e exemplifica: o indivíduo e capaz de descrever a relação e dar um exemplo da mesma; B) Compreende as quantidades presentes na relação: consegue identificar se as quantidades são números ou vetores, suas possíveis representações, unidades e magnitudes típicas; interpreta a

> relação em diversas representações semióticas como palavras, números, fórmulas, gráficos; reconhece as informações a partir das quais cada quantidade pode ou não ser encontrada e identifica semelhanças e diferenças entre cada quantidade e outras; C) Reconhece os contextos de aplicação da relação específica: reconhece situações físicas nas quais a relação pode ou não ser aplicada; compara a relação com outras semelhantes; encontra uma expressão ou um valor para qualquer quantidade da relação e ao obter valores diferentes de uma determinada variável, os compara com outra variável; 4) Organiza as relações: em uma situação física, identifica as relações aplicáveis e as usa sem confusão (REIF et al, 1976, p. 213 apud KARAM e PIETROCOLA, 2009).

Em seu trabalho, Karam e Pietrocola (2009) destacam duas habilidades que favorecem a resolução de problemas em Física: habilidades técnicas e habilidades estruturantes. Por habilidades técnicas entende-se a capacidade de manipular ferramentas matemáticas e habilidades estruturantes a capacidade de se fazer um uso organizacional da Matemática em domínios externos a ela. Os autores expressam, ainda, que o domínio de operações, regras e técnicas em Matemática (habilidades técnicas) é condição necessária, mas não suficiente, para se fazer um uso organizacional da mesma em domínios externos a ela. Precisa-se desenvolver outras habilidades para que o estudante seja capaz de pensar matematicamente para resolver problemas de Física, a essas outras habilidades, os autores chamam de habilidades estruturantes.

O professor ao adotar a metodologia da resolução de problemas deve assumir o papel de incentivador, facilitador e mediador das ideias apresentadas pelos alunos. Ele deve propiciar um ambiente de cooperação e deixar claro que o mais importante é o processo e não o tempo gasto para resolver o problema ou a resposta final. Ao ser proposto um problema, é importante que o professor permita a leitura e a compreensão do mesmo; propicie a discussão; não responda diretamente as perguntas feitas durante o trabalho; discuta os diferentes caminhos de resolução propostos pelos estudantes.

2.3 Material Manipulativo

A escolha pelo uso de materiais manipulativos como recurso didático tem o intuito de facilitar a abstração de conceitos de cinemática vetorial. Em pesquisa na literatura foi observado que os materiais manipulativos, voltados para o ensino de matemática, são encontrados com frequência, porém uma definição precisa deste recurso ainda gera controvérsias entre vários autores.

Uma definição que pode ser destacada é aquela dada por Vale (1999) onde define:

> "Material Manipulável" como sendo todo "o material concreto, de uso comum ou educacional, que permita, durante uma situação de aprendizagem, apelar para os vários sentidos dos alunos, devendo ser manipulados, e que se caracterizam pelo envolvimento ativo dos alunos, por exemplo o ábaco, geoplano, folhas de papel, etc." (VALE, 1999, apud BOTAS e MOREIRA, 2013, p. 260).

Em sua tese de doutorado, Caldeira (2009) defende que:

> O material manipulativo, através de diferentes actividades (sic), constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite ao indivíduo realizar aprendizagens diversas. O princípio básico referente ao uso dos materiais consiste em manipular objetos e "extrair" princípios matemáticos. Os materiais manipulativos devem representar explicitamente e concretamente ideias matemáticas que são abstratas (CALDEIRA, 2009, p. 223).

Ainda em defesa do uso de materiais manipulativos, Braga et. al. (2013) afirmam que a utilização de materiais manipulativos pode funcionar como mediador na aprendizagem de diferentes temas de geometria, como: reconhecimento de conceitos e tomada de medidas, e destas possibilidades, mediador para construção e manipulação de sólidos geométricos

Mas há de se tomar cuidado com a forma de abordagem com relação ao uso de material manipulativo. Carvalho (1990) citado por Sarmento (2010) defende uma ação centrada não no objeto e sim nas operações que se realizam sobre ele:

> Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele (CARVALHO, 1990, p. 107 apud SARMENTO, 2010, p. 3)

Também, defendendo o uso de materiais manipulativos em sala de aula Sarmento (2010, p.3) afirma que:

> O manuseio de materiais concretos, por um lado, permite aos alunos experiências físicas à medida que este tem contato direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outros de mesma natureza. Por outro lado, permiti-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas (SARMENTO, 2010, p. 3).

2.4 Revisão Bibliográfica

Foi realizada uma busca sobre trabalhos de atividades pedagógicas desenvolvidas em sala de aulas sobre vetores e suas operações. Na literatura não foram encontrados muitos trabalhos envolvendo vetores e materiais manipulativos e, dentre os analisados, destacamos os seguintes: *1) Corrida de "vetores humanos": uma proposta para o ensino médio,* Macedo et al. (2014); *2) Ensino de física para deficientes visuais: métodos e materiais utilizados na mudança de referencial observacional,* proposto por Costa et al (2011); *3) Vetores no Ensino Fundamental: Uma sequência didática para o 9º ano,* proposto por Lemos (2014); *4) VetorRA – software para o cálculo de operações* *vetoriais com realidade aumentada,* proposto por Souza (2014).

No primeiro trabalho, Macedo et al (2014), justificam que a proposta vem para ajudar alunos do ensino médio que apresentam dificuldades em interpretar a natureza vetorial de alguns fenômenos físicos como ação de forças. Eles adotaram como teoria de aprendizagem a teoria da Aprendizagem significativa de Ausubel. O trabalho consiste em uma atividade didática em que estudantes montam uma pista de corrida com cartolinas e participam de um jogo como "vetores humanos", para avançarem na pista eles devem realizar operações vetoriais. Os autores não apresentaram resultados sobre a aplicação desta proposta.

No segundo trabalho, Costa et al (2011) apresentam uma proposta de ensino de Física para alunos deficientes visuais. Como teoria de aprendizagem os autores citam a teoria Sociocultural de Vygotsky. Trata-se de um trabalho didático com 5 alunas do 1º ano do ensino médio de uma escola de Goiânia. Foram abordados assuntos de sala de aula como ensino de vetores e movimento circular. O trabalho foi realizado em 15 horas, foram desenvolvidas atividades em papel de alta densidade, grades com quadrados de 1 cm de lado tendo vértices marcados com cola colorida. Os textos do livro didático foram transcritos para Braile. Os autores concluíram que deficientes visuais podem aprender tão bem quanto videntes

No terceiro trabalho (LEMOS, 2014), em sua dissertação de mestrado, propõe uma sequência didática para o 9º ano do ensino fundamental, visando transformar um assunto explorado na Física de forma assistemática e baseado em um conjunto de regras, aparentemente arbitrárias, como uma consequência de conteúdos da Geometria, estudados ao longo do Ensino Fundamental. No trabalho a autora faz uma crítica sobre o fato de que o conceito de vetor é usualmente apresentado aos alunos como sendo um "ente físico" e não um objeto matemático com definição e propriedades bem definidas, e com isso o aluno fica com um objeto matemático fora de contexto. Em sua sequência didática, a autora sugere dez atividades para a introdução do assunto vetores, sendo que as atividades VIII, IX e X, são interdisciplinares com a Física. A atividade XIII se trata da determinação do vetor velocidade de um barco, em relação às de um rio, em determinadas situações; a atividade IX propõe a discussão sobre a decomposição de um vetor em componentes perpendiculares; e atividade X propõe a discussão sobre o vetor velocidade de uma gota de chuva em reação a um observador dentro de um carro em movimento. A autora também sugeriu uma série de atividades com o software educacional Geogebra. Em suas considerações finais, a autora enfatizou que a geometria dinâmica é um instrumento excelente para se chegar à conclusões importantes da Geometria. Ela justifica que o motivo que a levou a escrever a proposta de inclusão do assunto vetores no 9º ano do Ensino Fundamental era minimizar os problemas da disciplina Física ao longo do 1º ano do Ensino Médio.

Para fechar essa revisão, o último trabalho analisado é uma dissertação de mestrado profissional em Matemática de Souza (2014). Nela, o autor fundamentou o trabalho na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. O produto educacional dessa dissertação resultou no software VetorRA com finalidade de calcular operações vetoriais (soma, subtração, produto vetorial e multiplicação de um vetor por um escalar), cujos resultados foram apresentados utilizando recursos visuais de realidade aumentada. O produto educacional foi desenvolvido com alunos do 1º período do curso de Engenharia da UNIFOA (Centro Universitário de Volta Redonda). Nesse trabalho, o autor confirma a potencialidade das TIC´s na construção do conhecimento tanto para alunos como professores. O autor considera o software VetorRA como material potencialmente significativo conforme indica a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Em sua análise, ele observou que o software contribui significativamente para o aprendizado das operações vetoriais e sua pesquisa é uma contribuição para a conscientização do uso da tecnologia como ferramenta de aprendizagem.

3 METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DA UNIDADE DIDÁTICA

Durante o desenvolvimento desta unidade didática, se fez uso de metodologias e estratégias variadas. Durante as aulas que compõem a unidade, usou-se a metodologia de atividades colaborativas (atividades em grupos) com o objetivo de propiciar as trocas de experiências entre os integrantes e a busca de soluções coletivas para os problemas propostos. Na maioria das aulas foi usado a metodologia de resolução de problemas. Em certos momentos o professor ainda fez uso do recurso de aulas expositivas, vídeos e debates par a formalização de conceitos.

Lembrando que um dos objetivos do trabalho é a investigação sobre a potencialidade dos materiais manipulativos na internalização dos conceitos de desenvolvidos, os aparatos mostrados no capítulo introdução foram melhorados e reproduzidos em escalas menores, o que possibilita seu uso no ensino de vetores para alunos com deficiência visual.

Os materiais manipulativos confeccionados para uso nesta unidade didática são os aparatos mostrados nas figuras 3, 4, 5 e 6, a seguir.

Figura 3 - “Triangulando”:Estrutura de madeira, composta por três réguas com sulcos por onde deslizam dois parafusos, sendo que duas são unidas por pregos formando um ângulo reto entre elas, representando os catetos de um triângulo retângulo e a terceira régua é presa às outras por parafusos. Os sulcos permitem que os parafusos possam deslizar o que permite montar estruturas triangulares com tamanhos variados. Fonte o próprio autor.

Figura 4 - “Polígono vetorial”: material Figura 4 manipulativo que simula a soma vetorial entre dois vetores utilizando o método do polígono. Fonte próprio autor.

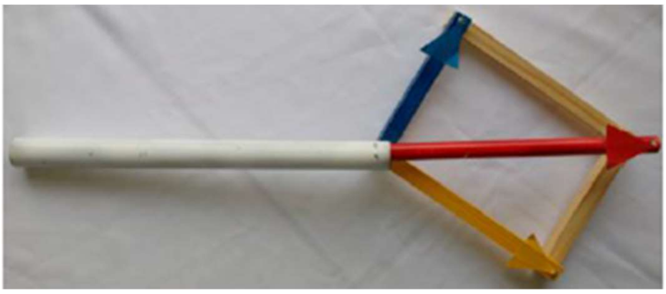


Figura 5 - “Paralelogramo vetorial”: material manipulativo que simula a soma vetorial entre dois vetores utilizando o método do paralelogramo. Fonte próprio autor.

Figura 6 - “Decompositor vetorial”: material manipulativo que simula a decomposição de um vetor em componentes ortogonais. Fonte próprio autor.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A abordagem metodológica para esta pesquisa é a qualitativa, visto que a pesquisa se desenvolve com um número pequeno de pessoas e a pesquisa qualitativa é mais adequada para este tipo de situação. Neste tipo de pesquisa, é frequente que o pesquisador procure entender os fenômenos, de acordo com a perspectiva dos participantes da situação estudada e, a partir desse ponto, situe sua interpolação dos fenômenos estudados (NEVES, 1996)

Conforme Câmara (2013):

> A pesquisa quantitativa se ajusta melhor a casos onde há uma demanda maior de pessoas, uma população maior, e exerce um papel de termômetro, ao permitir a análise descritiva do real ao traçar o perfil de fatores que influenciam no processo (CÂMARA, 2013, p. 180).

Glazier e Powell (2011, apud CÂMARA, 2013, p. 181) mostram que uma maneira de se entender o significado de pesquisa qualitativa é definir o que ela não é, ela não é um conjunto de procedimentos dependentes fortemente de análise estatística para inferência e métodos quantitativos para a coleta de dados. Os dados qualitativos são descrições detalhadas de fenômenos, comportamento, diretas de pessoas sobre suas experiências, dentre outros.

Na pesquisa qualitativa não se tem preocupação com representatividade numérica e sim com o aprofundamento da compreensão de um grupo social ou organização (GERHARDT E SILVEIRA, 2009, p.31)

Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 32) o pesquisador que escolhe o método qualitativo de pesquisa busca explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, sem quantificar valores, já que os dados analisados são "não métricos" e se valem de diferentes abordagens.

Nesta pesquisa não se pretendia medir o quanto o estudante aprendeu ou a porcentagem de estudantes que aprenderam. Pretendia-se verificar evidências de aprendizagem significativa para os conceitos de Física e Matemática desenvolvidos. Os indicativos para tal verificação, foram as manifestações, os relatos e os trabalhos produzidos pelos alunos, que foram analisados de acordo com as sugestões dadas por Moreira (2011) para se verificar aprendizagem significativa.

A presente pesquisa analisou os registros produzidos pelos estudantes do 9º ano do ensino fundamental da escola Estadual Chico Marçal da cidade de Moema, MG, suas manifestações, seus comportamentos, suas reações diante as tarefas e anotações feitas pelo do professor em seu diário de campo, durante o desenvolvimento da unidade didática.

5 UNIDADE DIDÁTICA

A unidade didática foi elaborada, inicialmente, para seis aulas de 50 minutos. Mas, na prática seu desenvolvimento ocorreu em sete aulas. Os motivos relacionados a essa mudança serão discutidos no capítulo de análise de resultados.

Objetivos da unidade didática:

Geral: desenvolver conceitos vetoriais presentes na cinemática a partir de materiais manipulativos e da metodologia da resolução de problemas;

Específicos:

1. Consolidar os conceitos de vetor e da geometria dos triângulos e suas propriedades a partir de problemas específicos abertos;

2. Discutir as operações vetoriais de soma e subtração a partir do uso de materiais manipulativos;

3. Aplicar estes conceitos ao estudo de grandezas físicas vetoriais da cinemática.

A estrutura das aulas que compõem a unidade didática está sintetizada na tabela 1 abaixo.

Tabela 1 - Estrutura da unidade didática (continua)

Aulas	Objetivos específicos	Conteúdo	Metodologia e estratégias	Recursos didáticos
Aula 1 – Propriedades do triângulo retângulo e uso de estruturas triangulares	1.Discutir com os estudantes as propriedades de um triângulo retângulo. 2.Aplicar as propriedades de um triângulo retângulo na resolução de uma situação-problema.	Triângulos retângulos: propriedades e aplicações.	1. Atividades em grupos; 2. Resolução de problemas	Quadro, giz, sarrafos de madeira, parafusos, barbante, transferidor, fita métrica, e vídeo.
Aula 2 – Verificação do Teorema de Pitágoras	1. Verificar a validade do teorema de Pitágoras 2. Aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas.	Teorema de Pitágoras	1. Atividades em grupos; 2. Debates.	Quadro, giz, material manipulativo "trianguland o", folha de respostas e vídeo.
Aula 3 – Descobrindo as relações trigonométricas	Compreender as relações trigonométricas	Conceito de ângulo e definição de seno, cosseno e tangente	1.Atividade em grupos; 2.Atividade prática com o uso de material manipulativo; 3.Socialização	Quadro, giz, material manipulativo ,folha de respostas, tabela trigonométri ca.
Aula 4 – Grandezas vetoriais	1. Compreender o conceito de vetor; 2. Compreender o conceito de grandeza vetorial; 3. Compreender o conceito de vetor deslocamento e	Vetor; grandezas vetoriais e deslocamento	1.Atividade em grupos; 2. Resolução de problemas; 3. Socialização.	Quadro, giz, mapa, animação construída com o software Modellus.

	distância percorrida; 4. Aplicar o conceito de deslocamento na resolução de problemas.			
Aulas 5 e 6 – Soma vetorial – método do polígono	1. Compreender o conceito de vetor resultante ou soma vetorial; 2. Aplicar o conceito de soma vetorial na resolução de problemas.	1. Soma vetorial e método do polígono	1.Atividade em grupos 2.Resolução de problema; 3. Discussão.	Quadro, giz e material manipulativo
Aula 7 – Vetores no espaço bidimensional e método do paralelogramo	1. Compreender como se determina geometricamente o vetor resultante de vetores com direções diferentes através do método do paralelogramo; 2. Compreender a decomposição de um vetor em eixos ortogonais; 3. Aplicar o método do paralelogramo na resolução de exercícios	Método do paralelogramo e componentes ortogonais	1.Atividade em grupos 2.Resolução de problema; 3. Debates.	Quadro, giz e material manipulativo.

Tabela 1 - Estrutura da unidade didática (conclusão)

5.1 Detalhamento das aulas

Aula 1- Propriedades do triângulo retângulo e uso de estruturas triangulares

Orientação ao professor

A aula pode ser iniciada a partir da seguinte situação problema:

José Urbano, um cidadão cosmopolita, que sempre viveu na cidade, recebeu como herança, um pequeno sítio. Ao tomar posse de sua nova propriedade, urbano notou que a porteira de entrada apresentava problemas precisando ser consertada. Empolgado com a vida no campo, foi até o comércio local e comprou quatro réguas de madeira, montando uma porteira na forma de um retângulo. Para sua surpresa, a porteira construída não tinha a estabilidade esperada, pois a régua oposta às dobradiças não apresentava sustentação, pois tocava o solo. O que se pode fazer para resolver o problema da falta de estabilidade da porteira de Urbano?

A partir da leitura do problema com os alunos, o professor pode indagar se eles já se depararam com uma situação parecida com a enfrentada por Urbano e qual foi a solução que eles encontraram para resolvê-la.

Com a turma dividida em grupos, cada um deles deve receber o seguinte material: uma réplica em diferentes escalas da porteira de José Urbano feita com quatro sarrafos de madeira, um transferidor, fita métrica, barbante e outros sarrafos de madeira. Os grupos devem refletir sobre o problema de José Urbano e soluções devem ser propostas.

Se os grupos apresentarem dificuldades, o professor pode fazer sua intervenção e ajudá-los na solução.

Os grupos terão 5 minutos para fazer suas reflexões e logo em seguida devem apresentar um laudo por escrito com as conclusões. No laudo apresentado pelos alunos, espera-se que apareça a figura de um triângulo retângulo. O professor pode investigar se os grupos já conheciam esta figura geométrica.

Como sugestão, o professor pode finalizar formalizando que, quando vértices opostos do retângulo, formado pelas réguas da porteira, forem ligados por um barbante ou por um sarrafo, teremos o retângulo dividido em dois triângulos retângulos. Com essa configuração, o professor passa a explorar os triângulos retângulos visíveis na porteira, por exemplo, nomeando os lados do triângulo retângulo, ou seja, a hipotenusa e os catetos.

Na atividade seguinte os grupos, com o auxílio do transferidor, deverão medir os ângulos internos dos triângulos e somá-los, anotando suas respostas. Observe que os triângulos retângulos dos grupos não são idênticos, pois apresentam lados com medidas diferentes. Em seguida o professor concede cinco minutos de discussão entre os grupos para que eles socializem os valores encontrados e estabeleçam por escrito suas conclusões.

O fechamento da aula ocorre com uma explanação do professor esclarecendo as possíveis dúvidas levantadas pelos grupos. Se o professor julgar pertinente, poderá exibir o vídeo "matemática em toda parte-construção / rigidez triângulos".

Quadro 1 ficha técnica do vídeo que discute a rigidez do triângulo

Ficha técnica do vídeo
https://www.youtube.com/watch?v=9G3ga_2yAxI
Este vídeo discute a propriedade da rigidez dos triângulos e o uso de estruturas triangulares na construção civil devido a essa propriedade.
Enviado em 30 de outubro de 2009
Categoria: Educação
Licença: licença padrão do youtube
Visto pela última vez em 08/11/2016.

Os roteiros para os alunos, relacionados às atividades da aula 1, encontram-se disponibilizados nos apêndices A e B.

Aula 2 – Verificação do Teorema de Pitágoras

Orientação ao professor

Dividir a turma em grupos. Em seguida o professor distribui a cada grupo um kit contendo, calculadora, trena, um transferidor uma folha de respostas e material manipulativo para construção de triângulos retângulos com lados variáveis o "triangulando" (ver figura 3).

Atividade

Com o material recebido cada grupo monta sua própria estrutura triangular. Isso pode ser feito ajustando os dispositivos (parafusos) presentes no material. Com os grupos de posse dos materiais o professor solicita aos mesmos que executem as tarefas seguintes e que anotem os resultados na folha de respostas:

- Medir o tamanho dos catetos e da hipotenusa anotando seus resultados;
- Elevar cada um dos valores medidos ao quadrado;
- Comparar o quadrado da hipotenusa com a soma dos quadrados dos catetos;

O roteiro para o aluno com esta atividade se encontra no apêndice C.

No momento seguinte, cada grupo deve socializar com os demais os resultados obtidos no item anterior e estabelecer por escrito a comparação dos resultados encontrados.

Observação: É pouco provável que algum grupo encontre a soma dos quadrados dos catetos exatamente igual ao quadrado da hipotenusa, o que devem encontrar são valores muito próximos devido aos prováveis erros de medida. É importante que o professor mencione sobre estes erros de medida, ressaltando que eles não invalidam o teorema de Pitágoras.

O fechamento da atividade ocorre com a interferência do professor informando aos alunos que eles acabaram de constatar uma das propriedades fundamentais do triângulo retângulo conhecida com o teorema de Pitágoras, que sustenta que em um triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é sempre igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Nesse momento o professor pode retornar ao problema da porteira de José Urbano e pedir para que os grupos resolvam a questão a seguir.

Se José Urbano tiver construído uma porteira com as dimensões 2,0 m de largura por 1,5m altura qual seria o comprimento da régua a ser colocada como diagonal desta porteira?

Após a resolução do problema o professor pode exibir o vídeo: "O barato de Pitágoras (Mão na Forma) ".

Quadro 2: Ficha técnica do vídeo sobre o teorema de Pitágoras

Ficha técnica do vídeo ***http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=6965*** *Com este vídeo, o professor pode trabalhar o teorema de Pitágoras a partir de aplicações práticas no dia a dia para o triângulo.* *Produção: Seed/MEC/FNDE* *Idioma: Português* *Palavras-chave: Geometria. Triângulos. Teorema de Pitágoras.* *Duração: 14min13s* *Fonte: TV Escola* *Visto pela última vez em 08/11/2016.*

Ao final da exibição pode ser realizada uma breve discussão sobre o vídeo.

Atividade de casa: lista de exercício constante no anexo A.

Aula 3 – Descobrindo as relações trigonométricas

Orientação ao professor

Atividade 01

Dividir a turma em grupos com a mesma formação da aula anterior.

O professor inicia a aula solicitando aos grupos que escolham, no “triangulando”, um ângulo formado entre a hipotenusa e um dos catetos, esse ângulo deve ser o mesmo para todos os grupos, porém, os triângulos podem apresentar tamanhos diferentes. O ângulo escolhido na realização da atividade foi de 30º. Em seguida alguns procedimentos serão realizados pelos grupos e seus resultados anotados na folha de respostas. O roteiro para o aluno referente a esta atividade se encontra no apêndice D.

- Meça o comprimento do cateto adjacente ao ângulo escolhido, o comprimento do cateto oposto e o comprimento da hipotenusa;
- Calcule a razão entre o comprimento do cateto adjacente ao ângulo escolhido e o comprimento da hipotenusa;
- Calcule a razão entre o comprimento do cateto oposto ao ângulo escolhido e o comprimento da hipotenusa.
- Calcule a razão entre o comprimento do cateto oposto ao ângulo escolhido e o comprimento do cateto adjacente a esse mesmo ângulo.
- Compare as razões encontradas em cada caso e conclua por escrito sobre os valores encontrados. Aqui o professor pode reservar cinco minutos para que os grupos informem aos demais os resultados obtidos.

No momento seguinte o professor interfere nomeando devidamente, na linguagem matemática as razões solicitadas, e, com isso, introduz as definições das relações trigonométricas de seno, cosseno e tangente. O professor pode indagar se os grupos já conheciam estas relações trigonométricas.

Atividade 02

Primeiramente, para consolidar os conceitos de seno, cosseno e tangente, o professor pode sugerir para que os alunos respondam as perguntas abaixo e na sequência, executarem as tarefas propostas.

- Como calculamos o valor do seno de um ângulo?
- Como calculamos o valor do cosseno de um ângulo?
- Como calculamos o valor da tangente de um ângulo?

Tarefas:

A. Construir um triângulo qualquer.
B. Medir os comprimentos da hipotenusa, do cateto oposto e do cateto adjacente.
C. Escolher um ângulo agudo desse triângulo e calcular os valores do seno, cosseno e tangente do ângulo escolhido.
D. Medir o ângulo escolhido usando um transferidor.
E. Identificar os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo escolhido numa tabela trigonométrica.
F. Os valores encontrados nas tarefas C e E são próximos? Encontre uma explicação para isso.

O roteiro do aluno para a atividade 02 se encontra no apêndice E.

Aula 4 – Grandezas vetoriais

Orientação ao professor

Essa aula pode ser iniciada a partir da seguinte situação problema, dividida em dois fragmentos:

Fragmento 01

Pedro, um amante da natureza, resolveu fazer uma caminhada pelas matas ao redor de sua cidade. Admirado pela beleza da flora e fauna da região, Pedro distraiu-se, pisando em uma pedra solta e torcendo o tornozelo. Sentido muitas dores ficou impossibilitado de andar e resolveu pedir ajuda. Consultando seu GPS verificou sua posição e ligou para o quartel de bombeiros. Durante a ligação, ficou sem sinal tendo somente conseguido informar que estava a 10,0 km do centro da cidade, local onde fica o quartel.

A partir da leitura do texto, divida a turma em grupos para a realização da atividade.

Cada grupo deve receber o mapa da cidade e suas adjacências onde, usando uma escala de 1,0 cm para cada 1,0 km, deverão marcar a possível posição onde Pedro se encontra. O mapa utilizado nesta atividade se encontra no apêndice F.

O professor solicita que cada grupo cumpra a tarefa e em seguida os mapas podem ser fixados no quadro negro, para que sejam comparados. O professor registra devidamente as impressões externadas pelos grupos e formula a questão 1:

Seguindo as indicações dos grupos, os bombeiros poderiam descobrir a localização exata de Pedro na mata?

Após uma breve discussão entre os grupos o professor pode registrar suas manifestações e fazer sua mediação esclarecendo aos grupos sobre a falta de informações para a localização precisa de Pedro, pois qualquer posição em um círculo de raio 10 km poderia ser a resposta do problema.

A explanação do professor é complementada com a formulação da questão 2:

Que outras informações faltam aos bombeiros para que obtenham êxito no resgate? Aqui o professor deve anotar as sugestões provenientes dos grupos esperando que haja consenso entre eles de que faltam mais informações para a localização de Pedro.

Fragmento 02:

Algum tempo depois Pedro, embora com dificuldades, conseguiu andar pela mata atingindo uma posição onde novamente obteve sinal em seu aparelho. Ligando para os bombeiros informou que sua posição era 10 km a oeste do centro da cidade.

O professor solicita que os grupos representem no mapa, através de uma reta, o caminho que deverá ser percorrido pelos bombeiros do centro da cidade até a posição onde Pedro se encontra.

E em seguida é formulada a questão 03:

Que informações adicionais foram dadas por Pedro fazendo com que a reta escolhida seja aquela representada pelos grupos? Após coletar as respostas, o professor pode complementar informando que dentre todas as possíveis retas circunscritas em um círculo de raio 10,0 km, existe apenas uma ligando o centro da cidade à posição informada por Pedro. Tal reta além do comprimento de 10,0 km tem também uma direção característica, portanto o deslocamento efetuado pelos bombeiros é uma grandeza física com direção. Para ilustrar esta situação, o professor pode exibir a animação “vetor deslocamento”, construída com o recurso do software Modellus que mostra as possíveis posições de Pedro em uma circunferência de raio 10 km em volta do centro da cidade.

O software Modellus foi desenvolvido por um grupo liderado pelo professor Vitor Teodoro da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Ele é destinado ao ensino-aprendizagem da Física e áreas afins, possui muitos recursos e também é bastante atraente. Não é preciso possuir conhecimentos de programação para utilizá-lo. Tanto o professor pode usá-lo para apresentar ou ilustrar determinado assunto, quanto o aluno para explorar um modelo matemático de um fenômeno físico, modificando parâmetros, condições iniciais e outros aspectos. Mais informações sobre o Modellus estão no site: http://modellus.co/index.php?lang=pt. A animação "vetor deslocamento" está disponível no repositório do MNPF UFLA polo 13, no seguinte endereço eletrônico:http://lite.dex.ufla.br/moodle26/mod/data/view.php?d=56&rid=199. Caso o professor não tenha acesso à simulação do Modellus, ele pode ilustrar o fato mostrando o movimento do ponteiro de um relógio ou através de desenhos no quadro-negro.

Em seguida, o professor apresenta a definição de grandezas vetoriais dando como exemplo o deslocamento executado pelos bombeiros. Assim a representação geométrica de uma grandeza vetorial é expressa por um segmento de reta orientado, cujo comprimento representa a magnitude, intensidade ou módulo da grandeza, a direção é dada pela reta suporte e o sentido é aquele indicado pela seta. No quadro-negro, o professor pode ilustrar geometricamente diferentes tipos de grandezas vetoriais e discutir, dando alguns exemplos, as diferenças entre grandezas escalares e vetoriais.

Após sua explanação segue-se para uma atividade de fixação onde o professor pode solicitar aos alunos que façam as representações geométricas do vetor deslocamento dos bombeiros, em um mapa a parte, partindo do centro da cidade, nos seguintes casos:

- a 10,0 km a leste;
- a 10,0 km a NE (nordeste);
- a 10,0 km a norte;
- a 10,0 km a NO (noroeste);
- a 10,0 km a sul;
- a 10,0 km a SO (sudoeste);
- a 10,0 km a SE (sudeste);

Os alunos deverão apresentar suas respostas por escrito. No exercício acima são esperadas conclusões semelhantes: todas as setas possuem o mesmo comprimento, porém são diferentes entre si, pois cada uma tem sua própria direção.

Ao final da aula o professor entrega uma folha com atividades para casa, disponível no apêndice G.

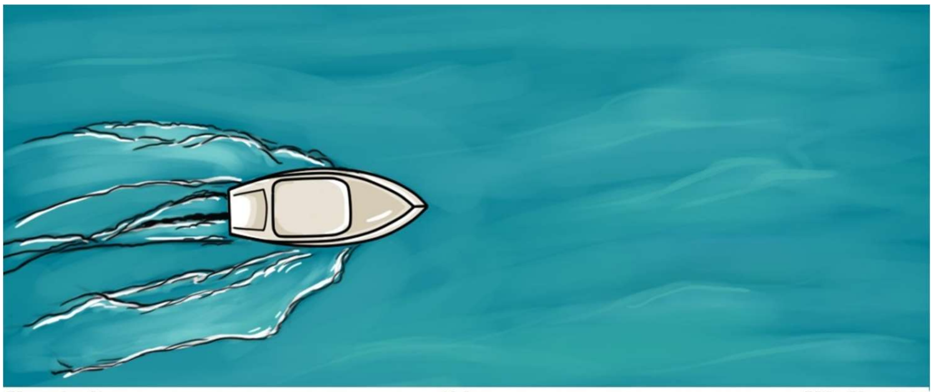
Aulas 5 e 6 – Soma vetorial – método do polígono

Orientação ao professor

Nesta aula, para resolver a primeira situação-problema, um pré-requisito é o conceito de velocidade escalar, caso este assunto não tenha sido trabalhado com a turma é recomendável que o professor faça uma discussão sobre o assunto antes de desenvolver as atividades propostas. Nesta unidade didática, admitimos que o conceito de velocidade escalar já havia sido discutido em sala de aula.

A aula pode ser iniciada com seguinte situação problema:

A figura 7 representa um trecho retilíneo do leito do rio Vectorino. Esse trecho é compreendido entre as cidades ribeirinhas Vectrópolis e Vila Vectória, localizadas na mesma margem do rio e distantes 40 km uma da outra. Sabe-se que no referido trecho do rio a velocidade das águas é considerada constante e igual a 4 km/h e que o sentido da correnteza é de Vectrópolis para Vila Vectória. A figura a seguir representa o trecho do rio Vectorino entre Vectrópolis e Vila Vectória.



Vectrópolis --- 40 km --Vila Vectória

Figura 7 - Representa um trecho retilíneo do Rio Vectorino, fora de escala, entre as cidades Vectrópolis e Vila Vectória. Fonte próprio autor.

Um barco com velocidade própria (velocidade em relação às águas) de 6 km/h sai de Vectrópolis em sentido à Vila Vectória.

Após a apresentação da situação-problema, o professor pede para os alunos executarem as tarefas a seguir.

- Desenhe dois vetores, um representando a velocidade das águas do rio e outro representando a velocidade do barco em relação às águas.
- O que se pode afirmar com relação às direções e sentidos dos vetores velocidade das águas e velocidade própria do barco?
- É possível encontrar um único vetor capaz de substituir os dois vetores velocidades?
- Qual seria a velocidade do barco em relação às margens do rio Vectoriano?
- Quando tempo o barco gastará no trajeto Vectrópolis até Vila Vectória?
- Quanto tempo o barco gastaria nesse trajeto se ele descesse o rio com os motores desligados?

Depois de chegar à Vila Vectória o barco inicia sua viagem de volta até Vectrópolis.

- Desenhe dois vetores, um representando a velocidade das águas e outro representando a velocidade do barco em relação às águas, para essa nova situação.
- O que se pode afirmar com relação às direções e sentidos dos vetores velocidade das águas e velocidade própria do barco?
- É possível encontrar um único vetor capaz de substituir os dois vetores velocidades?
- Qual seria a velocidade do barco em relação às margens do rio Vectoriano?
- Quanto tempo o barco gastará no trajeto Vila Vectória até Vectrópolis?

Neste momento é entregue aos grupos o material manipulativo "polígono vetorial". O professor pode demonstrar como manipular o material e ressaltar que as setas representam vetores. Na situação-problema, elas representam as velocidades do barco, das águas do rio e também a velocidade do barco em relação à margem do rio. Em seguida, são passadas as seguintes tarefas:

- Montar uma configuração no aparato que possa representar a velocidade do barco no trajeto rio abaixo (de Vectrópolis até Vila Vectória);
- Nessa configuração, qual vetor do aparato poderia representar a velocidade das águas do rio? Qual poderia representar a velocidade própria do barco? E qual poderia representar a velocidade em relação às margens do rio?
- Montar uma configuração no aparato que possa representar a velocidade do barco no trajeto rio acima (de Vila Vectória até Vectrópolis).
- Nessa nova configuração, qual vetor do aparato poderia representar a velocidade das águas do rio? Qual poderia representar a velocidade

própria do barco? E qual poderia representar a velocidade do barco em relação às margens do rio?

Depois de realizar os procedimentos acima e responder todas as perguntas, o que podemos concluir com relação à obtenção do vetor resultante a partir de vetores com mesma direção? Neste momento os grupos socializam suas respostas. O roteiro do aluno para esta atividade se encontra no apêndice H.

Segunda situação problema:

A figura 8 representa um mapa da cidade de Somapolis. Cada quadra desta cidade mede 200 m por 200 m. Uma ambulância localizada em A precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em B.

Figura 8 - Representa um mapa da cidade de Somapolis com uma ambulância no ponto A que precisa pegar um doente no ponto. Fonte arquivo do autor.

Qual a menor distância que a ambulância pode percorrer até chegar ao doente?

Apresentada a situação-problema, o professor sugere a execução das tarefas a seguir, bem como respostas para as perguntas que as acompanham.

- Represente, com vetores, a menor trajetória possível para que a ambulância socorra o doente.
- Qual seria o comprimento dessa trajetória?

- Se a ambulância percorrer a menor distância possível, quantas vezes ela mudará de direção? Quantos vetores compõem o caminho percorrido pela ambulância?
- Esses vetores podem ser substituídos por apenas um vetor? Que vetor seria esse?
- Faça um desenho representando esse vetor.

Usando o aparato "polígono vetorial" monte uma configuração que represente o menor percurso da ambulância entre os pontos A e B, onde ela só mude de direção uma única vez.

- Faça um desenho representando essa configuração
- Nessa configuração, que vetores podem ser representados pelos vetores amarelo azul e vermelho?
- Que figura geométrica essa configuração forma?
- Qual ferramenta matemática você poderia usar para determinar o módulo do vetor que liga o ponto de partida da ambulância e o ponto onde o doente se encontrava?
- Use essa ferramenta e calcule o módulo desse vetor.
- Se a ambulância gastar 35 segundos para sair do ponto A e chegar até o ponto B, onde o doente está, qual terá sido sua velocidade média em m/s e km/h?

O roteiro do aluno para esta atividade se encontra no apêndice I.

Após a execução das atividades propostas e a socialização das respostas dos grupos, o professor pode fazer uma explanação explicando o conceito de soma vetorial e apresentando o método do polígono como recurso para sua obtenção geométrica.

Aula 7 – Vetores no espaço bidimensional e método do paralelogramo

Orientação ao professor

Optamos por usar o método do paralelogramo somente como recurso para análise qualitativa da resultante de dois vetores com direções diferentes, não é nosso objetivo apresentar a expressão matemática para o cálculo da diagonal do paralelogramo, isso pode ser feito em outro momento durante o ensino médio.

Dividir a turma em grupos e entregá-los o aparato “paralelogramo vetorial”.

Os roteiros do aluno para as atividades 01 e 02 desta aula se encontram nos apêndices J e K, respectivamente.

Apresentar a primeira situação-problema:

A figura 9 representa um trecho retilíneo do rio Vectorino em que a velocidade da correnteza vale 3 km/h e seu sentido é para a direita. Na figura observamos que um barco, com velocidade própria de 4 km/h, parte do ponto A em sentido ao ponto B numa direção perpendicular às margens do rio.

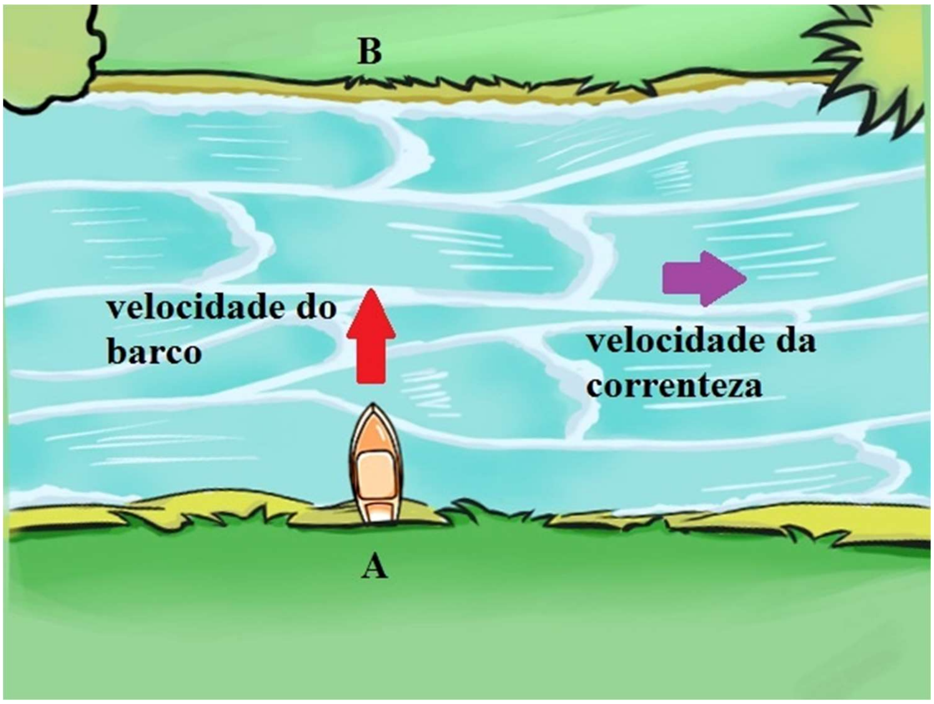


Figura 9 - Representa um barco que parte do ponto A da margem direita do rio Vectorino em sentido ao ponto B na margem esquerda. Fonte próprio autor.

Usando o material manipulativo “paralelogramo vetorial” monte uma configuração representando a situação-problema e responda:

O barco chegará à margem oposta exatamente em B, à direita de B ou à esquerda de B?

Monte uma configuração com o “paralelogramo vetorial” em que o barco chegue à margem oposta exatamente em B e faça um desenho representando esta configuração.

Analisando os resultados encontrados nas atividades 01, 02 da aula anterior e as respostas dadas acima, com relação à direção e sentido, como devemos associar dois vetores para que o vetor resultante seja o maior possível? E como devemos associá-los para que o vetor resultante seja o menor possível? Faça um desenho representando cada situação.

Após os grupos apresentarem suas respostas, o professor pode fazer uma explanação explicando sobre o método do paralelogramo e salientando sobre sua eficácia para a obtenção geométrica do vetor soma de dois vetores com direções diferentes.

Segunda situação problema:

Já sabemos que a partir de dois vetores ortogonais podemos encontrar o vetor resultante. Agora, será que a partir de um vetor bidimensional podemos encontrar dois vetores ortogonais cujo vetor resultante é igual a esse vetor bidimensional?

A leitura do texto a seguir e as respostas às questões que se seguem poderão nos ajudar a responder essa pergunta.

Joãozinho é um garoto cheio de vida e para variar é louco por futebol, tanto é que seu apelido é Joãozinho caneleiro. Em uma partida de futebol, válida pelo campeonato municipal, Joãozinho parte da linha lateral de seu campo de ataque com velocidade de 5 m/s em sentido ao gol do time adversário, numa direção que forma um ângulo de 37º com a linha lateral do campo. Nesse momento duas pessoas acompanham a corrida de Joãozinho, o bandeirinha que corre paralelamente à linha lateral e um cinegrafista amador que corre paralelamente à linha de fundo do campo de defesa. Como nos mostra a figura 10.

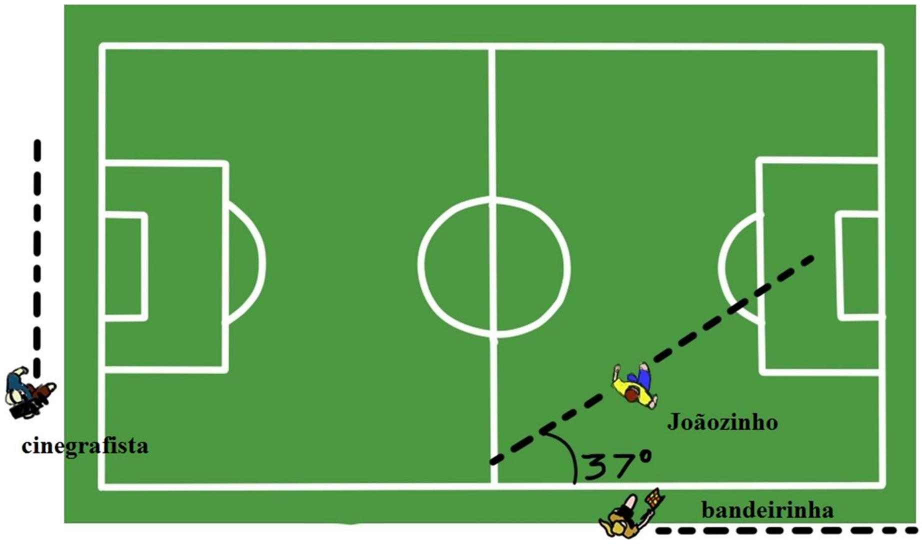


Figura 10 - Representa o campo de futebol onde Joãozinho Caneleiro corre numa direção que forma um ângulo de 37º com a linha de fundo, simultaneamente um bandeirinha corre paralelamente à linha lateral e um cinegrafista corre paralelamente à linha de fundo de seu campo de defesa. Fonte próprio autor.

Qual deverá ser a velocidade que o bandeirinha deve desenvolver para que a reta imaginária que o liga a Joãozinho seja sempre paralela à linha de fundo? Qual deverá ser a velocidade que o cinegrafista amador deve desenvolver para que a reta imaginária que o liga a Joãozinho seja sempre paralela à linha lateral do campo?

Antes de responder essas perguntas, usando o aparato decompositor vetorial, realize os procedimentos a seguir:

a) Monte uma configuração no aparato que represente os vetores velocidades do Joãozinho, do bandeirinha e do cinegrafista amador. Dentre os vetores: amarelo, azul e vermelho qual deles melhor representaria as velocidades do Joãozinho, do bandeirinha e do cinegrafista?
b) Lembrando-se das razões trigonométricas discutidas anteriormente, qual razão trigonométrica que relaciona a velocidade do Joãozinho com a

velocidade do bandeirinha?

c) Qual razão trigonométrica que relaciona a velocidade do Joãozinho com a velocidade do cinegrafista?
d) Se o ângulo da direção da velocidade do Joãozinho com a linha lateral fosse maior, a velocidade do bandeirinha teria que aumentar ou diminuir? E a velocidade do cinegrafista amador, teria que aumentar ou diminuir?
e) Se o ângulo da direção da velocidade do Joãozinho com a linha lateral fosse menor, a velocidade do bandeirinha teria que aumentar ou diminuir? E a velocidade do cinegrafista amador, teria que aumentar ou diminuir?
f) Use o aparato para verificar suas respostas estão corretas.
g) Considerando que o seno e cosseno de 37º valem, respectivamente: 0,6 e 0,8 encontrem os valores das velocidades do bandeirinha e do cinegrafista.

O roteiro do aluno para esta atividade se encontra no apêndice H.

Ao final desta tarefa, cada grupo apresenta suas respostas e também, uma conclusão sobre a resposta para a última situação-problema.

Como encerramento o professor pode fazer uma explanação explicando sobre o método do paralelogramo e sobre a decomposição de um vetor bidimensional em suas componentes ortogonais.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo é feita uma descrição relacionada ao uso da sequência didática, onde, resultados, discussões e considerações serão apresentados.

Antes do início das atividades, foi explicado aos alunos que, nas próximas aulas, eles participariam de uma série de atividades didáticas relativa ao desenvolvimento de uma pesquisa de mestrado na área de ensino de Física, onde o pesquisador seria o professor da disciplina de Física e cujos elementos da referida pesquisa seriam os próprios alunos daquela turma. Pelas expressões faciais observadas, percebeu-se que os estudantes ficaram empolgados com a perspectiva de serem os protagonistas da pesquisa. Portanto, esse capítulo contempla a narrativa, análise e discussões acerca do desenvolvimento das aulas tendo como fonte de informações as anotações no diário de campo do professor e as respostas emitidas pelos alunos no decorrer das atividades propostas.

Para identificação dos alunos foi criado um código com o número do grupo do qual ele faz parte, em arábico, seguido da primeira letra de seu nome.

A seguir serão apresentadas as aulas, as atividades desenvolvidas em cada uma delas e uma breve discussão dos resultados obtidos a partir delas.

Aula 1 - Propriedades do triângulo retângulo e uso de estruturas triangulares

Nessa primeira atividade era esperado um envolvimento efetivo dos alunos. Basicamente, a atividade estava centrada na investigação das propriedades de um triângulo retângulo, uma figura geométrica encontrada com grande frequência em seu universo cotidiano. Além da boa participação da turma, esperava-se também que o material manipulativo concebido para esse fim facilitasse a abstração dos conceitos. Em suma, a atividade tratava de uma revisão matemática sobre propriedades de um triângulo, como, por exemplo, "rigidez" e soma dos ângulos internos.

Considerando a posterior análise dos resultados e invocando o referencial teórico escolhido para dar suporte ao trabalho, o professor estabeleceu como procedimento inicial a divisão da turma em 5 grupos, tomando como critério no agrupamento a afinidade entre os alunos. A escolha da metodologia de grupos se justifica porque a mesma é potencialmente facilitadora da aprendizagem significativa visto que favorece o intercâmbio e a negociação de significados, colocando o professor como mediador (MOREIRA, 2011 P. 50).

A aula 1 iniciou com a leitura da situação-problema da porteira de José Urbano, apresentado na aula 1 do capítulo Unidade Didática. Após a leitura, feita pelo professor, cada grupo recebeu um kit contendo um roteiro de atividades, 4 réguas de madeira, barbantes e parafusos. Assim que o kit foi entregue, o aluno 1V do grupo 1, começou a juntar as réguas e montar a porteira. O professor pediu para que o aluno esperasse até que todos estivessem prontos para a realização das atividades.

Como primeira atividade era perguntado se algum aluno já tinha visto situação semelhante ao problema da porteira de José Urbano. As respostas dadas pelos grupos estão expressas na tabela 2.

Tabela 2 - Respostas dadas pelos grupos para a primeira atividade da aula 1.

Grupo	Resposta
1	Não
2	Não
3	Sim, em sítios e fazendas
4	Sim, disseram que viram um portão de uma casa “garrando” no chão.
5	Na roça

Pelas respostas observa-se que os grupos conseguiram, de imediato, estabelecer a conexão entre a situação apresentada com suas vivências.

Na segunda atividade proposta, a tarefa consistia em montar uma réplica da porteira de José Urbano com o material disponível no kit. Os grupos construíram uma réplica da porteira e verificaram que por mais que se apertassem os parafusos a porteira não adquiria "rigidez" que se esperava. Para complementar essa atividade foi proposta, como terceira atividade, que os alunos nos grupos discutissem e encontrassem uma possível solução para a instabilidade da porteira. As respostas estão expressas na tabela 3.

Tabela 3 - Respostas dadas pelos grupos para a terceira atividade da aula 1.

Grupo	Respostas
1	Colocar um barbante na diagonal, mas de um lado fica "bambo" por isso é necessário colocar algo estável.
2	Precisa de mais uma régua de madeira.
3	Utilizamos o barbante como diagonal e não deu certo. Utilizamos um pedaço de madeira na diagonal e solucionou o problema da porteira
4	Só um barbante não foi suficiente para sustentar a porteira
5	Colocar outra régua de madeira na diagonal, pois com o barbante fica "bamba".

Antes de se iniciar um debate sobre as soluções apresentadas, o professor pediu para que um representante de cada grupo fizesse uma pequena explanação sobre suas respostas. O representante do grupo 1 disse que o algo estável que ele se referia seria uma ripa de madeira ou uma barra de ferro. O professor perguntou para o representante do grupo 2 onde seria fixada a outra régua de madeira. Ele respondeu que ficaria presa entre os cantos da porteira.

Após terem apresentado verbalmente suas respostas os grupos chegaram à conclusão de que a melhor solução seria fixar uma régua em uma das diagonais da porteira. O aluno 1A comentou que o professor de Matemática já havia apresentado uma situação semelhante em suas aulas. O aluno 2V afirmou que se colocasse dois barbantes nas duas diagonais da porteira, formando um "x", ela também apresentaria rigidez, se colocasse apenas um barbante a porteira só poderia ser instalada de uma única posição, só poderia ser presa a um poste apenas por uma de suas laterais.

A discussão foi produtiva com boa participação dos integrantes. Alguns alunos se mostraram tímidos e de um modo geral eles se comportaram com respeito e disciplina. Analisando o andamento da aula, pode-se perceber que as discussões em grupos possibilitaram as trocas de experiências vividas por eles. E notou-se também que os alunos demonstravam satisfação quando manifestavam suas ideias e opiniões e estas eram valorizadas pelo professor e pelos outros colegas. Com relação à metodologia da resolução de problemas, notou-se a presença das etapas, isto é, os alunos analisaram o problema, buscaram em suas vivências uma situação semelhante, levantaram hipóteses traçando planos para sua solução, testaram os planos na prática e decidiram qual a solução seria a mais eficiente.

Como segunda parte dessa atividade, foi solicitado que os grupos, através de um desenho, reproduzissem uma réplica da porteira e que identificassem as figuras geométricas resultantes obtidas quando a diagonal que dividia o retângulo da porteira era traçada. Todos grupos identificaram que essas figuras eram dois triângulos retângulos demonstrando que foram capazes de conectar os conteúdos das aulas de matemática com o problema proposto.

Em seguida, foi pedido que os alunos identificassem a nomenclatura dos lados dos triângulos e medissem os ângulos formados pelas réguas em suas interseções. Os alunos dos grupos 3 e 4 apresentaram dificuldade em manusear o transferidor, eles não tinham experiência com o manuseio do transferidor, não sabiam como posicionar o transferidor para aferir as medidas. O professor precisou interferir auxiliando esses alunos no uso do transferidor.

Também foi solicitado que os grupos determinassem a soma dos ângulos internos dos triângulos formados na divisão da porteira. O professor acompanhou a tarefa observando que todos grupos constataram que a soma obtida resultava no valor de 180°, apesar de os triângulos terem medidas diferentes. Ainda como tarefa adicional, cada grupo desenhou um triângulo qualquer verificando que a soma de seus ângulos internos era igual a 180^{o}. Na figura 11 abaixo estão representados os desenhos criados pelo grupo 3 envolvendo as representações da porteira e de um triângulo qualquer.

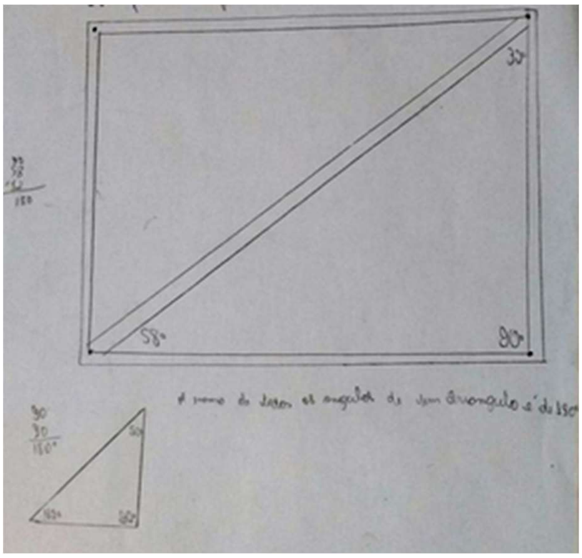


Figura 11 - Desenhos criados pelo grupo 3 que representam a porteira de José Urbano e um triângulo qualquer constatando que a soma de seus ângulos internos é 180º. Fonte arquivo do autor.

Para encerramento e complementação da aula, foi apresentado o vídeo “matemática em toda parte - construção / rigidez triângulos”, cuja ficha técnica se encontra na aula 1 da unidade didática.

Após a exibição do vídeo, um aluno comentou que agora entendia a razão da cobertura do pátio da escola ser feita com uma estrutura composta de treliças.

Analisando o desenvolvimento da aula no contexto da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, percebe-se, pelas manifestações dos alunos, que os mesmos já tinham um conhecimento sobre as propriedades dos triângulos que foram discutidas. Às vezes, em um primeiro momento, não se lembravam, mas com o andamento das atividades foram lembrando. E percebe-se também que o subsunçor triângulo não representa para eles apenas uma simples figura geométrica de três lados, ele possui propriedades e sua rigidez é útil para a construção civil. Em relação à metodologia da resolução de problemas, foi proposto um problema semiaberto e os alunos conseguiram chegar a uma solução relacionando-o com situações de suas vivências, alguns se reportaram aos comentários do professor de Matemática e outros se lembraram de já terem visto portões e porteiras com uma régua colocada em sua diagonal. Ao proporem possíveis soluções, puderam testá-las conforme foi com o uso do barbante, que por causa de sua flexibilidade só teriam uma alternativa para sua amarração. Cabe aqui ressaltar que quando se trabalha com a resolução de problemas de uma forma investigativa, o professor deve compreender que o resultado final encontrado pelo aluno não deve ser considerado de forma única para que se estabeleça ou não o sucesso na atividade sem se considerar a resolução em si e as oportunidades didáticas que o erro pode gerar, de maneira semelhante ao que acontece no processo científico. Assim, de acordo com (FERREIRA e HARTWIG, 2008, p. 95), o raciocínio científico não é sustentado em certezas e sim em hipóteses bem definidas formuladas através dos conhecimentos adquiridos. É nesse sentido que impera a relevância de uma atividade investigativa não apenas vinculada à elaboração de estratégias de resolução de problemas, mas também como instrumento que permita o despertar da análise crítica dos resultados assim como a constante problematização.

Pode-se perceber que as discussões entre os membros de cada grupo foram frutíferas, facilitando o intercâmbio de opiniões. Naturalmente, em algum momento, um membro se destacava no grupo assumindo a liderança e auxiliando os colegas que apresentavam alguma dificuldade no entendimento das situações apresentadas. Com relação ao uso do material manipulativo na atividade, acreditamos que tenha apresentado potencialidade didática satisfatória, conforme as manifestações emitidas pelos alunos. Por exemplo, o aluno 3H comentou que não estava acostumado com este tipo de recurso didático e que é muito bom provar o que se fala. Os grupos se mostraram engajados na tarefa de montagem das porteiras e de vez em quando se ouvia comentários conforme: não é assim; prende a régua na ponta da porteira; amarra o barbante na diagonal, aperta mais o parafuso. A proposta do uso do material manipulativo nesta aula demonstrou sua eficiência, uma vez que os alunos se mantiverem atentos e engajados na realização das tarefas.

Aula 2 - Verificação do Teorema de Pitágoras

Esta aula é composta de atividades com objetivo de se constatar a validade do Teorema de Pitágoras com o uso de medidas feitas em uma estrutura triangular ("triangulando" - figura 3) que possui a forma de um triângulo retângulo sendo que os comprimentos de seus lados podem ser variados.

Antes do planejamento das atividades, o professor de Matemática da turma disse já ter trabalhado o teorema de Pitágoras, segundo ele, os alunos não haviam apresentado um bom desempenho na resolução das atividades propostas. Os alunos encontravam dificuldade em diferenciar os catetos da hipotenusa quando substituíam suas medidas na expressão do teorema, a maioria substituía a medida desconhecida, mesmo sendo um cateto, como sendo a medida da hipotenusa.

Esperava-se que as atividades com uso do material manipulativo facilitassem a abstração e correta compreensão do teorema de Pitágoras.

Antes do início das atividades, o professor apresentou o material manipulativo e mostrou como manuseá-lo. Os alunos receberam o kit com o "triangulando" (estrutura triangular de lados variáveis, figura 1 a), transferidor e o roteiro de atividades. Ao tomar posse do material o aluno 2V perguntou para que servia aquele “triângulo”. O professor respondeu que aquela estrutura possibilitava formar figuras triangulares com tamanhos diferentes e os comprimentos de seus lados poderiam ser medidos pela fita métrica colada em cada um deles. O aluno 3V quis fazer uma “gracinha” colocando a estrutura no pescoço, o professor o repreendeu e ele pediu desculpas.

Terminadas as considerações, o professor pediu para que os alunos realizassem as tarefas propostas no roteiro de atividades.

A primeira tarefa solicitada consistia que os grupos montassem uma estrutura triangular qualquer na forma de um triângulo retângulo e que fizessem as medidas dos seus catetos e da sua hipotenusa. Realizadas as medidas cada grupo completou as demais colunas indicadas na tabela 4 abaixo.

Tabela 4 - Respostas dadas pelos grupos para primeira tarefa da aula 2

G.	Cat A	Cat B	hip	$(\text{Cat A})^2$	$(\text{Cat B})^2$	$(\text{hip})^2$	$(\text{Cat A})^2 + (\text{Cat B})^2$
1	17 cm	16,5 cm	24 cm	289	272,25	576	561,25
2	33 cm	31,5 cm	45,5 cm	1089	992,25	2070,25	2081,25
3	27 cm	32,5 cm	42,2 cm	729	1056,25	1780,84	1785,25
4	36,4cm	33,9cm	49,6 cm	1324,96	1149,21	2460,16	2474,17
5	34 cm	35,6cm	49,1cm	1156	1267,36	2410,81	2423,36

Enquanto os alunos faziam suas medições, o professor acompanhou a execução das tarefas percebendo que os grupos 2 e 3 demonstravam dificuldades em aferir a medida da hipotenusa. O aluno 4H questionou o motivo dessa tarefa dizendo que não entendia o objetivo da atividade. O professor respondeu que o objetivo era encontrar um padrão nas medidas encontradas e que no momento da socialização das respostas ele entenderia o objetivo das atividades.

Assim que os grupos efetuaram as medidas e os cálculos solicitados, um integrante de cada grupo foi ao quadro-negro completando as demais células do quadro 6. Logo após iniciou-se um debate sobre os dados expressos no mesmo quadro com a seguinte questão norteadora: o que era percebido nos resultados encontrados pelos grupos?

Num primeiro momento os alunos ficaram em silêncio. Então o professor precisou intervir solicitando que os alunos comparassem os valores obtidos nos campos ($catA^2 + catB^2$) e $(hip)^2$. Os grupos foram unânimes em ao afirmar que o quadrado da hipotenusa estava muito próximo da soma do quadrado dos catetos. O aluno 4RD afirmou que deveria ter algo errado, pois os valores deveriam ser exatos. A partir deste questionamento o professor perguntou o que estaria errado o teorema de Pitágoras que não é válido ou as medidas não foram exatas? O aluno 3M disseque talvez as estruturas triangulares não tivessem o ângulo de 90°, o aluno 5L disse que talvez as medidas não fossem exatas. Para tentar encontrar respostas a estes questionamentos, o professor propôs para que os alunos montassem no aparato uma estrutura triangular com catetos de medidas 15 cm e 20 cm, aplicassem o teorema de Pitágoras e comparassem o valor encontrado com a medida da hipotenusa na estrutura. Os alunos montaram a estrutura pedida e verificaram que a hipotenusa media 25 cm, medida prevista pela aplicação do teorema de Pitágoras. Ao final, o professor disse que os resultados da tabela não correspondiam exatamente com os previstos pelo teorema por problemas de erros nas medidas aferidas, esses erros já eram esperados e o mais importante era a percepção do padrão entre os valores encontrados. Logo após a explicação do professor o aluno 4H disse que tinha entendido o objetivo das atividades e que montar os triângulos no aparato era mais interessante que desenhar no caderno.

Apesar de a proposta desta aula ser a constatação do teorema de Pitágoras, o que chamou mais a atenção foi a inquietação causada nos alunos 1J, 4H e 5L pelo fato dos resultados encontrados não serem exatos.

Pode-se caracterizar esta situação como um problema resolvido de acordo com a metodologia da resolução de problemas. Foram elaboradas duas hipóteses, a primeira do material não apresentar um ângulo reto e a segunda de que as medidas não eram precisas. No final foi proposto um procedimento para testar as hipóteses. A melhor hipótese foi que as medidas não eram precisas.

Como encerramento, o professor exibiu o vídeo “O barato de Pitágoras (Mão na Forma)”, cuja ficha técnica se encontra na aula 2 do capítulo unidade didática.

Em certo momento do vídeo, é mostrada uma cena fictícia em que uma professora pede para que os alunos decorem o teorema de Pitágoras. Na cena seguinte, filmada em uma escola real, uma repórter pede para que algumas crianças expliquem o teorema de Pitágoras, todas se embaraçaram com as respostas. Os alunos acharam graça e o aluno 4 RJ disse que se tivesse assistido a mesma aula do vídeo também não saberia responder corretamente.

Ao final, os alunos receberam uma lista com três exercícios para serem resolvidos em casa, lista que foi recolhida na aula seguinte, corrigida pelo professor em casa e comentada na quarta aula. A questão 1 da lista pedia para que os alunos determinassem o comprimento de uma escada que tinha sua extremidade superior encostada no topo de um edifício de altura 15 m e sua extremidade inferior estava a 8 m da base do edifício, a questão traz uma imagem representando a situação e fica evidente a formação da figura de um triângulo retângulo cujo comprimento da escada representa a hipotenusa e os catetos representados um deles pela distância entre a extremidade inferior da escada e o edifício e o outro pela altura do edifício. Os alunos não apresentaram dificuldade para resolver esta questão. A questão 2 trazia uma figura representando duas crianças brincando em uma gangorra e pedia para que se determinasse o comprimento da gangorra tendo como referência as medidas da figura. Para a resolução, bastaria a aplicação do teorema de Pitágoras e determinar a hipotenusa. O grupo 1 aplicou corretamente o teorema mas errou no cálculo das potências, os grupos 2 e 3 erraram o cálculo da raiz quadrada, os grupos 4 e 5 resolveram a questão corretamente. A questão 3 trazia um avião que voava 5 km numa direção que formava um ângulo x com a horizontal, pedia para encontrar a altura do avião sabendo que sua sombra percorria uma distância de 3 km na direção horizontal. A questão ainda trazia uma figura ilustrando a situação que deixava evidente que a altura pedida correspondia a medida de um dos catetos. Os grupos 1, 4 e 5 resolveram corretamente, o grupo 2 errou nos cálculos das potências enquanto o grupo 3 interpretou que a altura do avião correspondia à hipotenusa do triângulo retângulo.

Aula 3 – Descobrindo as relações trigonométricas

As duas aulas anteriores foram elaboradas tendo como propósito o reforço de conceitos matemáticos que haviam sido desenvolvidos com a turma, na disciplina de matemática. Essa estratégia foi considerada como um pré-requisito para a compreensão das operações vetoriais, foco principal da pesquisa.

Na terceira aula optou-se por trabalhar com as definições de relações trigonométricas no triângulo retângulo, via material manipulativo. Essa escolha foi motivada em função de relatos do professor de matemática. Segundo ele, o tema não havia sido desenvolvido naquela turma.

Considerando que era fundamental o conhecimento dessas relações no prosseguimento da pesquisa, foram propostas algumas tarefas que colocavam os alunos como protagonistas na construção dessas definições.

A expectativa do pesquisador era que a inserção desse conteúdo através de material manipulativo fosse mais interessante para os alunos do que se fosse feita através de uma aula tradicional e, por essa razão, esperava-se uma boa participação dos alunos na execução das tarefas.

O objetivo específico da aula era que os alunos compreendessem as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Os grupos receberam o aparato composto do “triangulando”, transferidor, o roteiro de atividades e uma tabela trigonométrica.

A primeira tarefa era montar no “triangulando” uma estrutura triangular com um dos ângulos medindo 30^{o} e executar as tarefas solicitadas no roteiro de atividades. Os resultados estão expressos na tabela 5 abaixo.

Tabela 5 - Resultados dados pelos grupos para primeira tarefa da aula 3

Grupo	1	2	3	4	5
Medida do cateto adjacente	36,8 cm	30,5 cm	36,4 cm	31 cm	39 cm
Medida do cateto oposto	21, 8 cm	19 cm	20,5 cm	18 cm	22 cm
Medida da hipotenusa	42,7 cm	35,2 cm	41,8 cm	35,5cm	44,8 cm
Razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa	0,86	0,86	0,87	0,87	0,87
Razão entre o cateto oposto e a hipotenusa	0,51	0,53	0,49	0,50	0,49
Razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente	0,59	0,62	0,56	0,58	0,56

Nesta tarefa os alunos apresentaram maior facilidade de aferir as medidas, apenas os grupos 3 e 5 tiveram dificuldade em aferir a medida do ângulo de 30^{o}, os alunos destes grupos não encontravam uma maneira eficiente de posicionar o transferidor sobre o aparato para aferição da medida do ângulo sugerido, o professor sugeriu que utilizassem um transferidor impresso em papel colocando-o entre as peças de madeira do aparato. O grupo 4 realizou as tarefas antes dos demais e seus integrantes começaram a se dispersar com assuntos paralelos, sendo repreendidos pelo professor.

Realizada a tarefa, os grupos socializaram os resultados e os mesmos foram expressos no quadro-negro. Nesse momento, o professor pediu aos alunos que, analisando os dados do quadro 8, tirassem alguma conclusão sobre os resultados obtidos. Imediatamente o aluno 1J se manifestou dizendo que os valores encontrados pelos grupos para a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa eram muito parecidos. O aluno 3M afirmava que era uma mera coincidência. Então o professor, para promover a discussão entre os grupos, fez a seguinte indagação: o que havia em comum entre os triângulos construídos pelos grupos? Eles ficaram pensativos por alguns instantes até que o aluno 1J disse que eles tinham tamanhos diferentes, mas os ângulos eram iguais. As conclusões dos grupos sobre a discussão dos valores encontrados estão expressas na tabela 6 abaixo.

Tabela 6 - Conclusões apresentadas pelos grupos após socialização de resultados na aula 3

Grupo	Conclusão
1	Independente das razões dos triângulos as somas ficaram aproximadas
2	As razões e os valores são quase iguais
3	Independente do tamanho dos triângulos, as razões são as mesmas
4	As divisões deram resultados quase iguais
5	Mesmo com triângulos de tamanhos diferentes as razões sempre terão valores próximos.

Apresentadas as conclusões, o professor formalizou os conceitos das relações seno, cosseno e tangente e salientou sobre a importância destas razões para a Matemática e para a Física.

Uma vez formalizadas as definições das relações trigonométricas, os grupos passaram a realizar a segunda atividade planejada na aula três.

Cada grupo montou no “triangulando” uma estrutura qualquer, mediu o comprimento de seus lados, escolheu um dos ângulos agudos e calculou os valores das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente para o ângulo escolhido. O professor acompanhou os trabalhos de cada grupo e pediu para que medissem o ângulo escolhido com o transferidor. Em seguida, os grupos procuraram em uma tabela trigonométrica, fornecida pelo professor, os valores correspondentes de seno, cosseno e tangente para o ângulo escolhido e compararam com os resultados que haviam obtidos anteriormente.

Os grupos encontraram resultados muito próximos aos valores constantes na tabela trigonométrica. O aluno 3H se manifestou dizendo que da mesma maneira da atividade da aula anterior os resultados encontrados não eram exatamente os que deveriam ser encontrados e disse, também, que as medidas executadas não eram exatas. O aluno 1J perguntou sobre possíveis aplicações dessas relações na prática. O professor deu como exemplo o uso do teodolito, um instrumento usado para medidas indiretas de comprimentos, explicando seu funcionamento através de um desenho no quadro negro, salientou sua importância para a agrimensura. Por fim, pediu para que o aluno imaginasse a dificuldade que seria medir o comprimento de uma estrada usando apenas uma trena. O aluno respondeu que seria muito trabalhoso fazer tal medição.

A aula foi encerrada com um pequeno debate relacionando os resultados obtidos com aqueles presentes na tabela. Os alunos concluíram que esperavam que os resultados calculados fossem exatamente iguais aos valores expressos na tabela e que isso não havia ocorrido porque o material e os transferidores não apresentam uma precisão muito boa. Ainda durante a realização desta aula, o professor percebeu que nos momentos de execução dos cálculos apenas um integrante de cada grupo assumia esse encargo com maioria dos alunos perdendo o foco na atividade. A execução das medidas e a montagem do aparato foram mais atrativas para os alunos. Uma explicação para este fato pode ser a dificuldade que alguns alunos apresentaram em realizar cálculos numéricos, dificuldade percebida pelo professor na correção da lista de atividades entregue na terceira aula e também, no acompanhamento das tarefas de sala de aula.

O domínio do cálculo das relações trigonométricas pode ser entendido, em um primeiro instante, como uma habilidade técnica, visto que os alunos ainda não usaram tal domínio para resolverem exercícios de outra disciplina. Mas é esperado que se tornem habilidades estruturantes na execução das tarefas da sexta aula, na discussão sobre a decomposição de um vetor bidimensional em componentes ortogonais.

Analisando o andamento da aula de acordo com a teoria da aprendizagem significativa, os alunos perceberam que além da propriedade da soma dos ângulos internos ser igual a 180º, da relação entre as medidas dos catetos e da hipotenusa (teorema de Pitágoras), o triângulo retângulo apresenta novas relações entre as medidas de seus lados. O conceito de triângulo está se modificando e ficando mais rico de significados.

Apesar de a aula ter transcorrido bem, com boa participação nas discussões, não se tem indícios suficientes para afirmar que a aprendizagem foi significativa ou não. Por ser o primeiro contato com as relações trigonométricas e pelo conteúdo trazer muitas informações novas a aprendizagem pode ser mecânica, mas pode vir a ser significativa a medida em que o assunto for retomado em aulas futuras de Matemática e de Física.

Aula 4 – Grandezas vetoriais

O objetivo central dessa aula era fazer com que os grupos compreendessem o conceito de vetor. Para atingir essa meta, o autor da pesquisa propôs aos grupos um problema aberto com potencial para envolver os alunos em torno de uma solução. A princípio, o problema aparentava ter muitas soluções, porém, após uma primeira discussão e com uma informação adicional, as soluções se degeneravam em duas prováveis. Por fim, de posse de uma informação complementar, as soluções do problema proposto convergiam para uma única solução. No final da atividade, de acordo com o desafio proposto no roteiro, esperava-se que os alunos entendessem que o deslocamento dos bombeiros da atividade que explicitamos a seguir, exigia uma orientação (direção e sentido) além é claro, de uma magnitude correspondente à distância a ser percorrida. Se os alunos tivessem esse entendimento, isto seria o gatilho para apresentar o conceito de vetor e grandezas vetoriais.

Como primeira atividade dessa aula, os grupos receberam um texto com a primeira parte do problema e também um mapa fictício correspondente à situação retratada no fragmento 01 da aula 4.

O professor fez a leitura do texto pertinente ao enredo do problema e pediu para que os grupos marcassem no mapa o ponto que representaria a possível posição de Pedro. Após marcarem o ponto, o professor tirou uma foto dos cinco mapas e os projetou sobre uma tela. E levantou a seguinte questão: que grupo estaria correto? Responderam coletivamente que não tinha como saber qual dos grupos estaria certo. Outra questão colocada pelo professor se referia a razão da escolha de um determinado ponto. O aluno 4H disse que escolheram um ponto que tinha mato e uma estrada perto, os outros grupos disseram que "chutaram" um ponto qualquer. O professor questionou: as informações dadas seriam suficientes para que os bombeiros localizassem a posição exata de Pedro? As respostas seguem na tabela 7 abaixo.

Tabela 7 - Respostas dadas pelos grupos para primeira tarefa da aula 4

Grupo,	Resposta
1	Não, porque eles não sabem a posição que Pedro estava.
2	Não é possível resgatar o Pedro, pois ele pode estar em qualquer lugar.
3	Não, porque eles não tem a informação certa de que lado ele esteja .
4	Não, pois eles sabem que Pedro está 10 km da cidade mas não sabem sua direção.
5	Não, porque ele pode estar em qualquer lado da mata. Falta uma referência para ser localizado.

Observando as respostas apresentadas pelos grupos, percebe-se que foram unânimes em julgar que as informações ainda eram insuficientes para uma resposta precisa.

Para maior esclarecimento acerca do problema, o professor exibiu uma animação, construída para esse fim, que fazia uso do software Modellus. A animação representava no mapa os possíveis pontos que poderiam representar a posição de Pedro antes dos bombeiros terem recebido a segunda informação. O aluno 2V disse que os pontos formavam uma circunferência e que Pedro poderia estar em qualquer um ponto da circunferência, assim não tinha como os bombeiros encontrarem Pedro.

Em seguida o professor apresentou o fragmento 02 da situação-problema e pediu aos grupos que marcassem, no mapa, o ponto que representava a posição de Pedro e que desenhassem uma seta ligando o centro da cidade e o último ponto marcado.

Então o professor aproveitou toda a discussão para formalizar o conceito de vetor, dizendo que a seta desenhada no mapa representava um vetor e que este apresentava três características (módulo, direção e sentido). O professor disse ainda que a distância, em linha reta, entre o centro da cidade e o ponto onde Pedro se encontrava é conhecida como vetor deslocamento, a distância 10 km é o módulo do vetor, a reta leste-oeste é sua direção e seu sentido é de leste para oeste. O professor citou que toda grandeza que precisa de orientação para ser perfeitamente entendida é chamada de grandeza vetorial e que neste caso, pode ser representada por um vetor. Neste momento o aluno 1J se manifestou dizendo que para ele, deslocamento e distância significava a mesma coisa. O professor respondeu para o aluno que deslocamento, em Física, tem seu conceito definido como um vetor que liga dois pontos e que seu módulo é representado pela distância entre os pontos, sua direção é a reta que passa pelos dois pontos e seu sentido é o sentido do ponto de partida para o ponto de chegada. E ainda perguntou para o aluno: será que os bombeiros caminhariam exatamente 10 km, do quartel até Pedro? O aluno disse que teriam que caminhar mais que 10 km, porque talvez precisassem desviar de alguma coisa que atrapalhasse o caminho, ao não ser que fossem de helicóptero.

Após a formalização do conceito do vetor, o professor pediu para que os grupos representassem no mapa os seguintes vetores deslocamentos.

i. a 10,0 km a leste;
ii. a 10,0 km a NE (nordeste);
iii. a 10,0 km a norte;
iv. a 10,0 km a NO (noroeste);
v. a 10,0 km a sul;
vi. a 10,0 km a SO (sudoeste);
vii. a 10,0 km a SE (sudeste);

O professor acompanhou a execução da tarefa e percebeu que o grupo 3 apresentava dificuldade em se orientar pela rosa dos ventos, o professor interferiu explicando como se orientar através dela e o grupo concluiu a atividade com sucesso.

Na figura 12 segue um registro representando a atividade realizada pelo grupo 2.

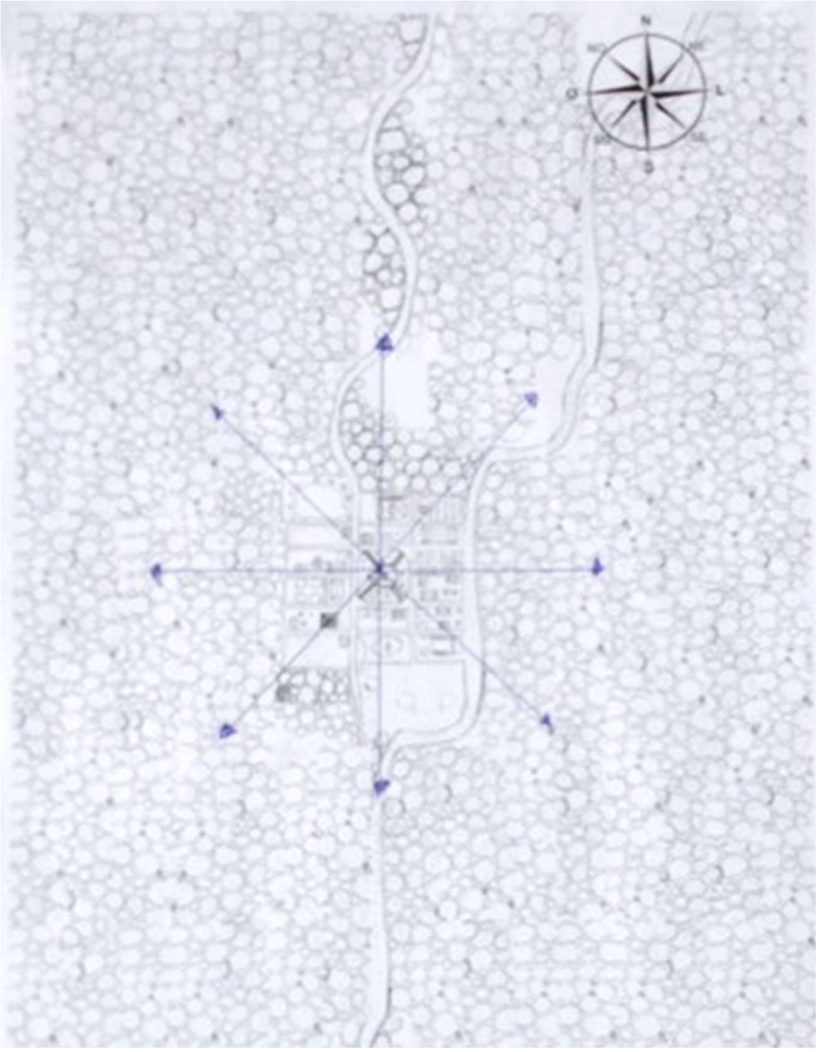


Figura 12 - Representação dos vetores pedidos nos itens: i, ii, iii, iv, v, vi, vii, viii dada pelo grupo 2 na quarta aula. Fonte próprio autor.

O professor aproveitou os desenhos dos grupos para salientar que os vetores desenhados, apesar de que todos apresentam mesmo comprimento são diferentes.

Ao final da aula o professor entregou uma lista de exercícios como tarefa para casa (apêndice G). A lista foi recolhida no início da quinta aula e discutida com os alunos no início da sexta aula. As tarefas foram realizadas satisfatoriamente, porém as repostas para as perguntas nem tanto. Abaixo segue a tabela 8 com as respostas.

Tabela 8 - Respostas dadas pelos grupos para perguntas da tarefa de casa da aula 4

Pergunta	Respostas				
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
1)	Dois	dois	dois	dois	um
2)	Duas	duas	duas	duas	duas
3)	Dois	dois	dois	dois	dois

As repostas deixam claro que os alunos não conseguem diferenciar os conceitos de direção e sentido. Na discussão sobre as respostas apresentadas, o aluno 4H disse que para ele "direção é para onde se anda, por exemplo, na rua do hospital tem a delegacia em uma ponta e o hospital na outra ponta e eu posso andar nela na direção do hospital ou na direção da delegacia". O professor aproveitou a colocação do aluno para reforçar a diferença entre direção e sentido, ele disse que a rua do hospital, no contexto da Física, representa uma direção, ou seja, indica a direção de suporte da reta que passa pelos pontos ligando a delegacia e o hospital. Sobre essa reta o aluno poderia se deslocar em sentido ao hospital ou em sentido à delegacia e que a distância que ele percorre representa o módulo de seu deslocamento. Essa discussão deixou evidente que os alunos utilizam fortemente o senso comum para dar suas respostas. Ainda durante a discussão, o aluno 2V fez uma crítica irônica à nomenclatura desses conceitos, ele disse que vê, nas ruas, placas de trânsito com setas que apontam para a direita, para a esquerda e para cima, quer dizer que a seta que aponta para cima está mandando o motorista subir para o céu? Nesse momento o riso foi geral na sala. O professor entrou em harmonia com a turma e disse que se fosse para seguir o rigor científico a resposta seria sim, o motorista teria que fazer o carro voar verticalmente para cima, e perguntou ao aluno se ele sabia o significado da placa. O aluno disse que sabia, a placa significa que o motorista deve seguir em frente. E o professor continuou com seu comentário: a placa de trânsito é um código de linguagem, usado para dar informações ao motorista, portanto a seta não está sendo usada em um contexto científico, não está representando um vetor e que a maneira mais conveniente que o sistema de trânsito usa para informar que o motorista deve seguir em frente é a seta vertical para cima, visto que seria muito complicado pintarem placas de trânsito em três dimensões.

Ficou evidente que os alunos sabiam que para os bombeiros socorrerem Pedro, eles precisavam de mais informações além da distância entre Pedro e o centro da cidade. Eles já sabiam que algumas grandezas necessitam de orientação para serem perfeitamente entendidas, só não sabiam que eram grandezas físicas denominadas como grandezas vetoriais.

Apesar de todo o esforço do professor em diferenciar direção de sentido do vetor, no momento de resolução de exercícios o conceito pré-definido sobre direção prevalecia. Não significa que esse conhecimento prévio seja uma aprendizagem mecânica, pelo contrário, é significativa, pois representa para eles um significado concreto.

Como a aprendizagem significativa não é instantânea espera-se que a diferença entre direção e sentido de um vetor se torne mais evidente para os alunos ao longo do desenvolvimento desta sequência didática e também ao longo de seus estudos no ensino médio.

Aulas 5 e 6 – Soma vetorial – método do polígono

A quinta aula tinha como foco central a inserção do conceito de soma vetorial através do método do polígono. Portanto, seus objetivos eram a compreensão dos conceitos de vetor resultante, soma vetorial e capacidade de resolução de problemas envolvendo soma vetorial.

Nessa aula foi usado pela primeira vez o material manipulativo denominado "polígono vetorial" e sua potencialidade (auxiliar os alunos na abstração dos conceitos de soma vetorial) foi colocada à prova em duas situações problemas.

A primeira se refere a um barco que navega entre duas cidades ribeirinhas, onde os alunos utilizaram o aparato "polígono vetorial" para representar os vetores velocidade própria do barco, velocidade da correnteza e velocidade resultante em relação às margens do rio nas situações correspondentes ao barco rio abaixo e rio acima (apêndice H). A segunda se refere a uma ambulância que deve socorrer um acidentado e para tal deveria se deslocar pelas vias de um quarteirão representado por um mapa, nesta atividade, os alunos deveriam representar o deslocamento da ambulância com o polígono vetorial (apêndice I).

Os grupos retomaram suas formações e o professor lhes entregou o aparato "polígono vetorial" e um roteiro de atividades com a primeira situação-problema. Antes dos grupos começarem a executar as tarefas propostas, o professor explicou que o "polígono vetorial" é composto por três vetores que podem ser posicionados em diferentes direções e que um deles, o vetor na cor vermelha, pode variar seu módulo também.

Os grupos 2, 3 e 4 apresentaram dificuldades em entender o que estava sendo pedido nas tarefas. O professor fez suas intervenções dizendo para que eles imaginassem no rio São Francisco, rio que margeia o município, um pescador navegando em um barco em duas situações: primeiro rio abaixo e depois rio acima. As águas do rio descem seu leito com a velocidade da correnteza em relação às margens e o motor do barco desenvolve sua velocidade própria em relação às águas do rio. O material manipulativo “polígono vetorial” (figura 4) que receberam é composto por três segmentos de retas orientados que representam vetores, escolham entre os vetores amarelo e azul um para representar o vetor velocidade da correnteza e o outro para representar o vetor velocidade própria do barco em relação às águas. Depois desta intervenção os alunos começaram a executar as tarefas propostas. As respostas para as tarefas executadas pelos grupos estão mostradas nas tabelas a seguir:

Tabela 9 - Respostas dadas pelo grupo 1 para primeira atividade da aula 5

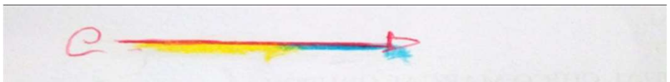
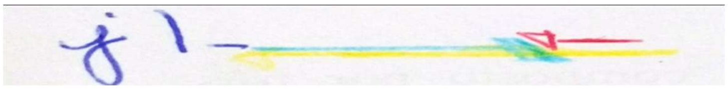
Tarefa	Respostas
b)	O amarelo seria o barco pois sua velocidade é maior. O azul seria a correnteza pois a velocidade da correnteza é menor.
c)	
d)	Reta que liga as cidades. O sentido é da cidade Vectrópolis a Vila Vectória.
e)	Seria 10 km/h
f)	Sim, de Vectrópolis para Vila Vectória.
g)	40/10 = 4
h)	40/4 = 10
j)	
k)	Direção que liga a cidade de Vila Vectória a Vectrópolis.
l)	Agora ele luta contra a correnteza então 6-4 = 2 km/h
m)	Sim. Direção reta que liga as cidades Vila Vectória a Vectrópolis, o sentido é da cidade Vila Vectória a Vectrópolis.
n)	40/2 = 20 horas

Tabela 10 - Respostas dadas pelo grupo 2 para primeira atividade da aula 5

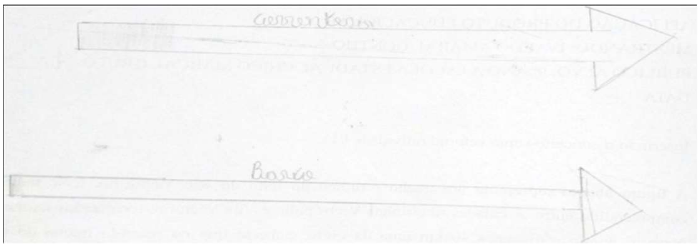
Tarefa	Respostas
b)	Amarelo velocidade do barco e azul velocidade da correnteza.
c)	
d)	O sentido a Vila Vectória em linha reta.
e)	10 km/h
f)	Sim. De Vectrópolis para Vila Vectória.
g)	4 horas
h)	Gastaria 10 horas
j)	Não fizeram o desenho
k)	O barco está em sentido Vila Vectória a Vectrópolis.
l)	2 km/h
m)	Não.
n)	20 horas

Tabela 11 - Respostas dadas pelo grupo 3 para primeira atividade da aula 5

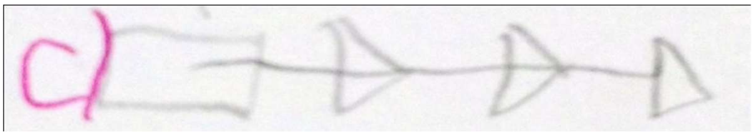
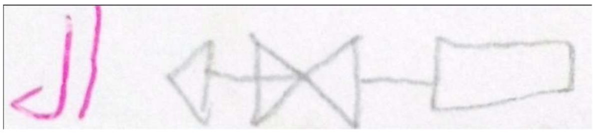
Tarefas	Respostas
b)	Tem que ficar em medidas iguais e escolhi o azul par ser a correnteza e o amarelo para ser o barco.
c)	
d)	É uma reta que vai para Vila Vectória.
e)	10 km/h
f)	Sim, de Vectrópolis a Vila Vectória.
g)	40/10 = 4. Ele vai demorar 4h de uma cidade a outra.
h)	40/4 = 10 horas
j)	
k)	Vai sair de Vila Vectória para Vectrópolis.
l)	6-4 = 2km/h
m)	Sim, de Vila Vectória a Vectrópolis, subindo o rio.
n)	20 horas.

Tabela 12 - Respostas dadas pelo grupo 4 para primeira atividade da aula 5

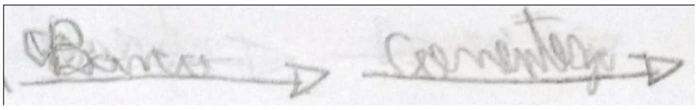
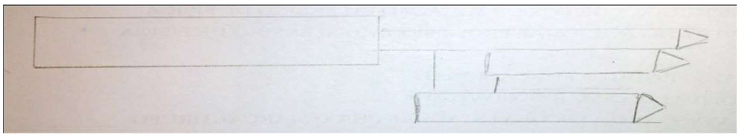
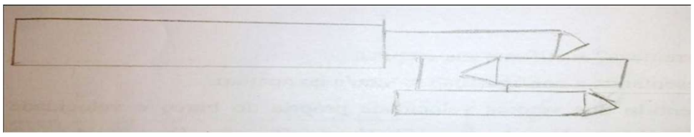
Tarefas	Respostas
b)	O azul para representar a correnteza e amarelo para representar o barco.
c)	
d)	Reta que liga as cidades Vectrópolis a Vectória, saindo de Vectrópolis a Vila Vectória
e)	Ele desce 10 km/h, porque adicionando a velocidade da correnteza e a do barco vai dar 10 km/h
f)	Sim, reta que liga as duas cidades sentido Vila Vectória.
g)	4 horas porque ele vai a 10 km/h e a distância entre as duas cidades é de 10 km.
h)	Ele irá gastar 10 horas porque ele vai a 4 km/h.
j)	
k)	O sentido da correnteza é Vectrópolis a Vila Vectória e a do barco Vectória a Vectrópolis
l)	2 km/h.
m)	Não responderam.
n)	Não responderam.

Tabela 13 - Respostas dadas pelo grupo 5 para primeira atividade da aula 5

Tarefas	Respostas
b)	Amarelo – velocidade do rio, azul – velocidade do barco, porque a velocidade do barco é maior.
c)	
d)	A reta que passa entre Vectrópolis e vila Vectória. O sentido é Vila Vectória
e)	10 km/h.
f)	Sim, a reta que liga Vectória e Vila Vectória, sentido à Vila Vectória
g)	A cada 10 km = 1 hora – 40 km 4 horas por 40 km
h)	Ele gastaria 10 horas.
j)	
k)	Direção é a reta que liga Vectrópolis a Vila Vectória e o sentido é à Vectrópolis.
l)	6-4 = 2.2 km/h.
m)	Sim a direção seria a reta que liga Vectrópolis à Vila Vectória e o sentido seria da Vila Vectória até Vectrópolis.
n)	20 horas.

A observação das respostas dadas pelos grupos para a tarefa **b**, mostra que, com exceção do grupo 3, os alunos conseguiram identificar que o tamanho do vetor é proporcional ao seu módulo, uma vez que associaram, corretamente, o vetor de maior comprimento à velocidade do barco, associação que foi justificada pelo grupo 2.

Observando os desenhos dados como respostas à tarefa **c,** o desenho do grupo 1 é o que mais se aproxima de uma representação gráfica da soma do vetor velocidade própria do barco e o vetor velocidade da correnteza. O desenho do grupo 3 não fez muito sentido, o do grupo 4 foi desenhado sem escala, o vetor que representa a velocidade da correnteza foi desenhado em tamanho maior que o vetor velocidade do barco. Questionados pelo professor, sobre a incoerência entre o desenho e a resposta dada para a tarefa **b,** os integrantes responderam que fizeram o desenho sem levar os tamanhos em consideração. O professor aproveitou o momento e enfatizou que ao fazermos uma representação vetorial de grandezas físicas é necessário levar em conta a intensidade de cada grandeza, representada pelo tamanho do vetor para que a soma obtida seja fiel ao problema. O desenho do grupo 5 mostra que tentaram reproduzir o aparato. O objetivo desta tarefa não era verificar se os alunos conseguiam representar, graficamente, a soma vetorial dos vetores dados, visto que até o momento, o professor não havia explicado tal representação. O objetivo era que os alunos pudessem confrontar seus desenhos com a representação vetorial, em um momento posterior, quando o professor formalizasse o conceito de soma vetorial.

As respostas dadas para as tarefas **d, f** e **k** mostram que os grupos ainda apresentaram dificuldades em diferenciar direção e sentido de um vetor.

A tarefa **e** foi respondida satisfatoriamente. Observando a resposta do grupo 4, nota-se um indicativo de evidência de aprendizagem significativa pela boa justificativa que apresentaram.

As respostas para as tarefas **g** e **h,** também foram respondidas satisfatoriamente. As justificativas dadas pelo grupo 4 também mostram indicadores de aprendizagem significativa.

Os integrantes do grupo 4 não executaram as tarefas **m** e **n**. Indagados pelo professor sobre o motivo de não responderem as tarefas, responderam que o tempo não foi suficiente.

Realizadas as tarefas propostas, os grupos socializaram os resultados e foi promovido um pequeno debate. O aluno 3P se manifestou dizendo que a atividade foi cansativa. O aluno 4R também fez um comentário dizendo que encontrar a velocidade do barco na descida do rio e na subida era muito fácil só que não entendia porque usar o aparato nas atividades. O aluno 1J fez um alerta dizendo que se o aluno 4R olhasse com atenção ele perceberia que o vetor vermelho representava a soma dos dois vetores na descida e da subtração deles na subida. O professor aproveitou a colocação do aluno 1J e formalizou o conceito de soma vetorial e apresentou o método do polígono como ferramenta para seu cálculo. O professor explicou que este método consiste em unir os vetores de maneira que a extremidade do primeiro vetor deve ser unida à origem do vetor subsequente, ao se traçar um vetor ligando a origem do primeiro vetor com a extremidade do último teremos o vetor resultante que representa a soma vetorial.

O professor pediu para que os alunos comprovassem o método do polígono com o aparato. As figuras a seguir mostram as configurações dadas pelos grupos para a representação do vetor velocidade resultante do barco em relação às margens do rio nas duas situações propostas.

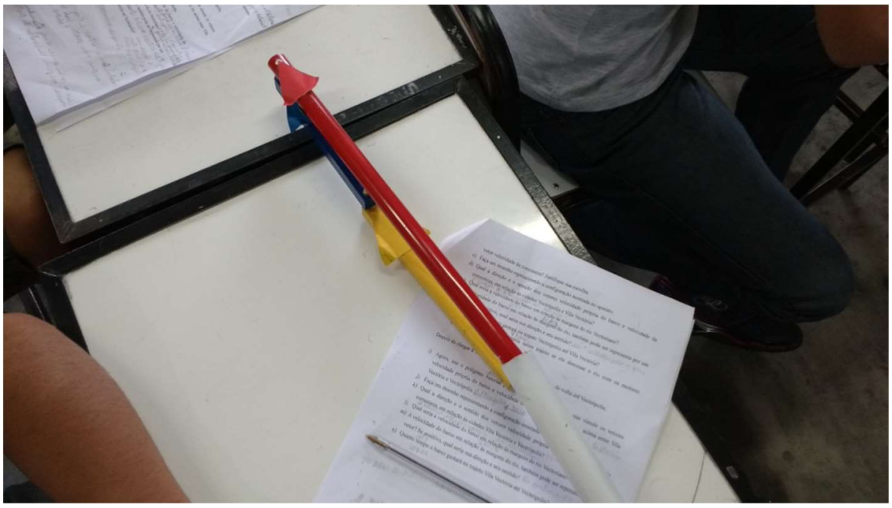


Figura 13 - Configuração do material manipulativo "polígono vetorial" representando os vetores velocidade própria do barco e velocidade da correnteza rio abaixo dada pelo grupo 1. Fonte próprio autor.

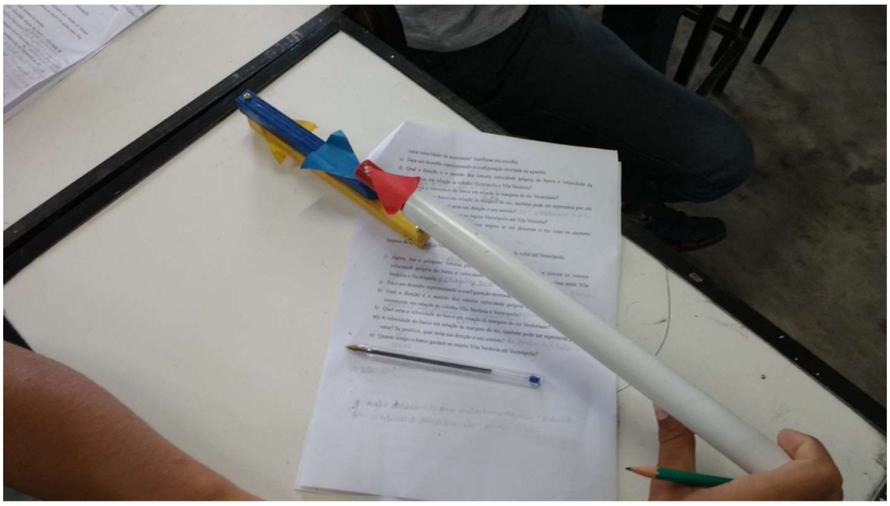


Figura 14 -Configuração do material manipulativo "polígono vetorial" representando os vetores velocidade própria do barco e velocidade da correnteza rio acima dada pelo grupo 1. Fonte próprio autor.

Para esta aula estavam previstas duas situações-problemas, mas só foi possível o desenvolvimento da primeira delas. As discussões e as intervenções do professor demandaram de um tempo maior que o previsto. A segunda situação ficou para sexta aula.

Aula 6 – continuação da aula 5

A sexta aula foi iniciada com a discussão das respostas apresentadas pelos alunos sobre as tarefas dadas para casa na quarta aula, discussão, esta, já relatada anteriormente na análise da quarta aula.

Após esse debate, os grupos receberam o aparato “polígono vetorial” e um roteiro de atividades com a segunda situação-problema (apêndice J)

Seguem as tabelas com as respostas dadas pelos grupos.

Tabela 14 - Respostas dadas pelo grupo 1 para primeira atividade da aula 6

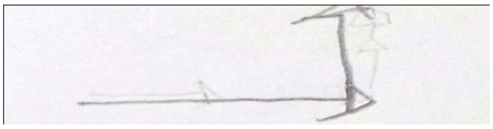
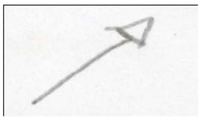
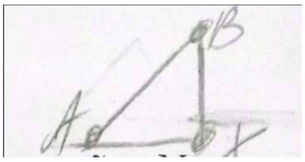
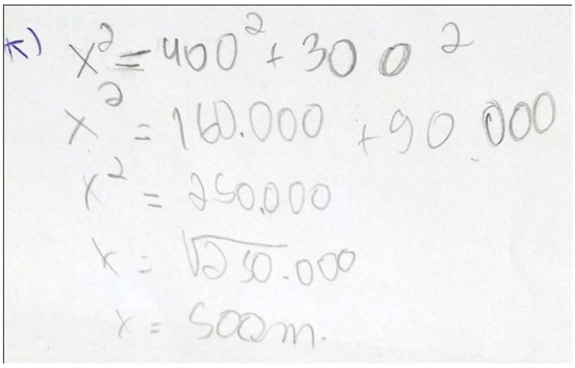
Questões	Respostas
a)	700 m
b)	
c)	Uma.
d)	Dois.
e)	Sim, resultante.
f)	
h)	
i)	Um triângulo retângulo.
j)	O teorema de Pitágoras.
k)	
l)	500/35 = 14,28 m/s

Tabela 15 - Respostas dadas pelo grupo 2 para primeira atividade da aula 6

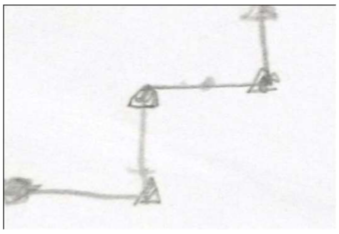
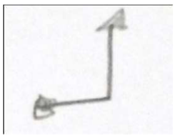
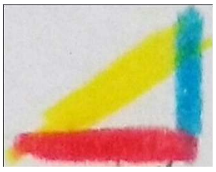
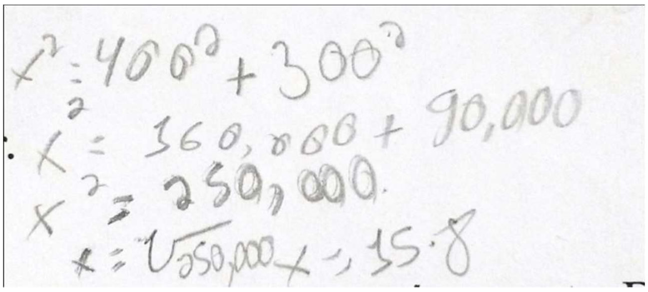
Questões	Respostas
a)	800 m.
b)	
c)	Quatro.
d)	Quatro.
e)	Sim.
f)	
h)	
i)	Triângulo retângulo.
j)	Teorema de Pitágoras.
k)	 $x^2 = 400^2 + 300^2$ $x^2 = 160{,}000 + 90{,}000$ $x^2 = 250{,}000$ $x = \sqrt{250{,}000}$ $x \approx 15.8$
l)	5,7 m/s.

Tabela 16 - Respostas dadas pelo grupo 3 para primeira atividade da aula 6

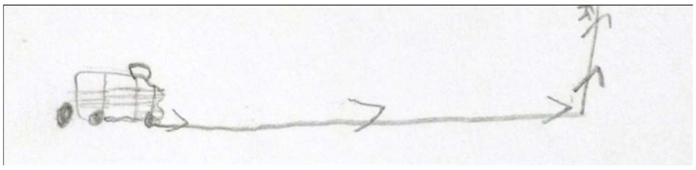
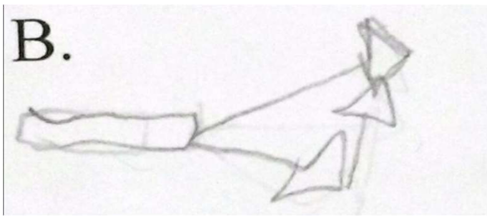
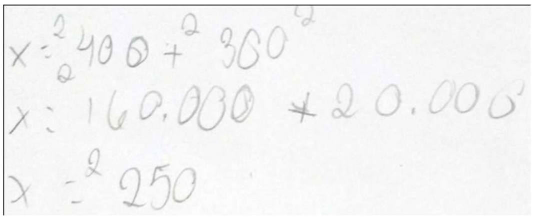
Questões	Respostas
a)	700 m.
b)	
c)	Uma vez só.
d)	2.
e)	Poderia se não tivesse as quadras.
f)	
h)	
i)	Triângulo.
j)	Teorema de Pitágoras.
k)	
l)	Não responderam.

Tabela 17 - Respostas dadas pelo grupo 4 para primeira atividade da aula 6

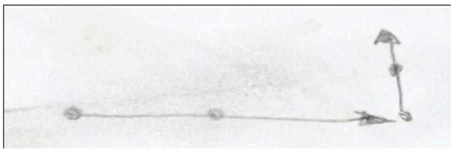
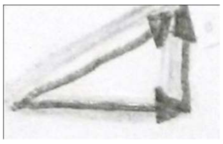
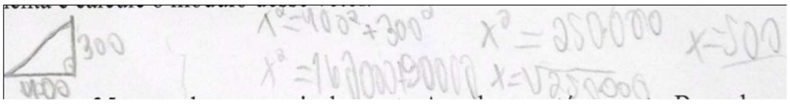
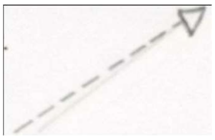
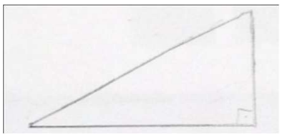
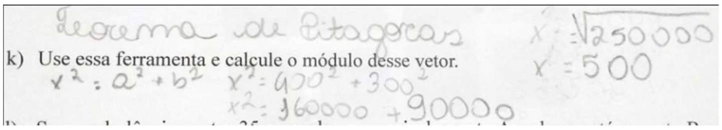
Questões	Respostas
a)	700 m.
b)	
c)	Duas.
d)	Duas.
e)	Sim, resultante.
f)	
h)	
i)	Um triângulo retângulo.
j)	Teorema de Pitágoras.
k)	
l)	700/35=20m/s.

Tabela 18 - Respostas dadas pelo grupo 5 para primeira atividade da aula 6

Questões	Respostas
a)	700 m.
b)	
c)	Uma.
d)	Dois.
e)	Sim.
f)	
h)	
i)	Triângulo.
j)	Teorema de Pitágoras.
k)	 k) Use essa ferramenta e calcule o módulo desse vetor. Teorema de Pitágoras $x^2 = a^2 + b^2$ $x^2 = 400^2 + 300^2$ $x^2 = 160000 + 90000$ $x = \sqrt{250000}$ $x = 500$
h)	500/35= 14,28 m/s.

As respostas para as tarefas propostas mostram que os integrantes do grupo 2 não interpretaram corretamente o enunciado ou a figura. Os componentes deste grupo consideraram que o doente estava na esquina da quadra, já que deram como resposta para a tarefa **a** uma distância de 800 m.

Percebe-se uma incoerência nas respostas dadas pelos grupos 2, 3 e 4 para as tarefas b, c e d, eles apresentam um número de vetores que não condiz com a quantidade de mudanças de direção.

A resposta dada pelo grupo 3 para a tarefa **e** mostra que seus integrantes não conseguiram abstrair o conceito de vetor resultante. Por esta resposta, percebe-se uma confusão entre os conceitos de distância e deslocamento. Ao serem indagados pelo professor sobre a resposta dada, um dos integrantes respondeu: se não tivesse quadras a ambulância se moveria numa reta. A partir dessa discussão, o professor aproveitou para enfatizar que o vetor deslocamento é definido como a distância em linha reta entre os pontos de partida e chegada.

Com exceção do grupo 3, os grupos conseguiram fazer uma representação coerente do vetor deslocamento pedido na tarefa f.

As respostas dadas para a tarefa h foram incompletas. Ao serem indagados pelo professor disseram que não entenderam a tarefa.

Percebe-se que os grupos identificaram que poderiam calcular o módulo do vetor deslocamento utilizando o teorema de Pitágoras. Porém, o grupo 2 extraiu a raiz quadrada de 250 em vez de 250000, isso mostra que não sabem usar a calculadora e também, que não seguiram as etapas propostas por Polya para a resolução de problemas. Não observaram se o resultado era condizente com a realidade. O grupo 3 errou no cálculo da potência.

Como resposta para a tarefa **l**, os grupos 1 e 5 calcularam a velocidade vetorial da ambulância, enquanto o grupo 4 calculou a velocidade escalar. Um integrante do grupo 3 disse que não responderam porque o tempo foi insuficiente. A resposta dada pelo grupo 2 não fazia sentido, seu representante disse que fizeram a conta na calculadora e o tempo foi insuficiente para que tirasse prova do resultado.

Ao final da aula aconteceu uma socialização dos resultados e o professor formalizou a determinação do vetor resultante para vetores perpendiculares.

Aula 7 – Vetores no espaço bidimensional e método do paralelogramo

Nessa aula os alunos utilizaram o material manipulativo denominado “paralelogramo vetorial” (figura 5) um aparato que simula o método do paralelogramo.

Os alunos retomaram seus grupos, receberam um roteiro de atividades e o aparato “polígono vetorial”. Eles acharam o material interessante e alguns disseram que ele se parecia com um arco e flecha e até simularam que estavam atirando uma flecha.

O professor pediu para que se organizassem para começar o desenvolvimento das atividades expondo a situação-problema (apêndice K). Seguem, abaixo, as tabelas com as respostas dadas pelos grupos.

Tabela 19 - Respostas dadas pelo grupo 1 para primeira atividade da aula 7

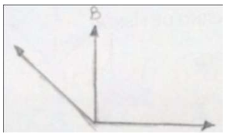
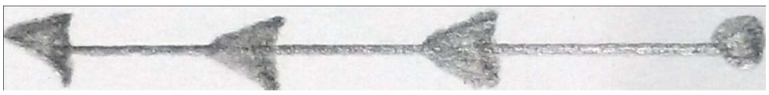
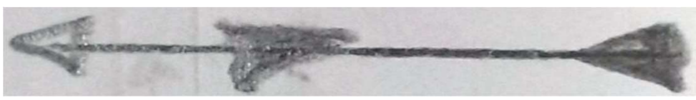
Tarefa	Resposta
a)	À direita de B.
b)	
c)	Para o mesmo lado com o mesmo sentido. 
d)	Com a mesma direção e sentido oposto. 

Tabela 20 - Respostas dadas pelo grupo 2 para primeira atividade da aula 7

Tarefas	Respostas
a)	A direita de B porque a correnteza vai puxar ele.
b)	Não fizeram desenho
c)	O maior tem a mesma direção e o mesmo sentido.
d)	O menor tem a mesma direção e sentido contrário.

Tabela 21 - Respostas dadas pelo grupo 3 para primeira atividade da aula 7

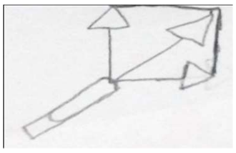
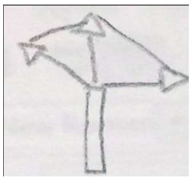
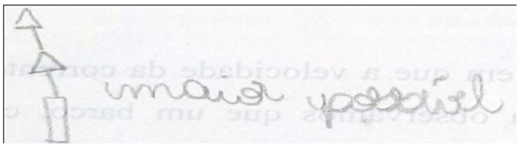
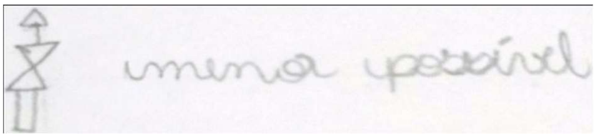
Tarefas	Respostas
a)	Vai chegar na margem do lado direito de B. 
b)	
c)	
d)	

Tabela 22 - Respostas dadas pelo grupo 4 para primeira atividade da aula 7

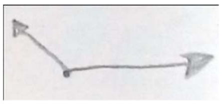
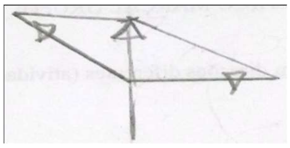
Tarefas	Respostas
a)	Não. Ele “andará” para a direita (sentido da correnteza).
b)	
c)	Mesma direção e mesmo sentido
d)	Mesma direção e sentidos opostos

Tabela 23 - Respostas dadas pelo grupo 5 para primeira atividade da aula 7

Tarefas	Respostas
a)	À direita de B.
b)	
c)	Mesma direção e mesmo sentido.
d)	Mesma direção e sentidos opostos.

O andamento da atividade foi tranquilo e com boa participação dos alunos. As respostas foram satisfatórias e dão indícios que os aparatos facilitaram a abstração das operações vetoriais.

Após o final da atividade, o professor indagou se os alunos haviam notado alguma diferença entre os aparatos “polígono vetorial” e “paralelogramo vetorial”. O aluno 1 J disse que o segundo tinha mais peças. O professor concordou com o aluno, mas pediu para encontrarem mais diferenças. O aluno 4 H disse que os vetores amarelos estavam colocados de formas diferentes. O professor perguntou: diferente como? O aluno 5 L disse que no primeiro aparato o início do vetor azul estava ligado na ponta do vetor amarelo e o início do vetor vermelho estava ligado no início do vetor amarelo e sua ponta estava ligada na ponta do vetor amarelo. No segundo aparato os três vetores estão ligados pelos seus inícios. O professor elogiou a resposta do aluno e o corrigiu dizendo que o que ele chamou de início é a origem do vetor e a ponta é a extremidade do vetor. Nesse momento o professou formalizou o método do paralelogramo e disse que esse método tem a mesma finalidade do método do polígono sendo um recurso a mais para a determinação da soma de dois vetores. O aluno 1J perguntou se não tinha que fazer contas com esse método, já que na atividade da cidade de Somapolis foi usado o teorema de Pitágoras para calcular o deslocamento. O professor respondeu que se pode calcular o vetor resultante entre dois vetores através da lei dos cossenos, só que essa lei não seria discutida naquele momento.

Terminada a primeira atividade o professor passou para a segunda atividade do apêndice L.

O professor fez a leitura do problema com os alunos, entregou para os grupos o material manipulativo chamado “decompositor vetorial” e explicou o seu funcionamento. Em seguida, pediu para que os grupos manipulassem o aparato. Observando suas reações faciais, percebeu-se que os alunos demonstraram interesse pelo novo dispositivo. O aluno 4 H disse que o aparato era muito legal, quando se mexe em um vetor os outros mudam ao mesmo tempo. O aluno 3 M se manifestou concordando com aluno 4 H e usou a expressão “que barato”.

Depois que os alunos se familiarizaram com o material o professor pediu para que eles realizassem as tarefas propostas no roteiro para a segunda atividade.

Seguem as tabelas com as respostas dos grupos para as atividades da segunda atividade.

Tabela 24 - Respostas dadas pelo grupo 1 para segunda atividade da aula 7

Tarefa	Respostas
a)	Vermelho: Joãozinho. Amarelo: cinegrafista. Azul: bandeirinha.
b)	Cosseno, porque a velocidade do Joãozinho é a hipotenusa e o cateto adjacente mostra a velocidade do bandeirinha.
c)	Seno, porque a velocidade do Joãozinho é a hipotenusa e a do cinegrafista é a do cateto oposto.
d)	O bandeirinha teria que diminuir a sua velocidade, já o cinegrafista aumentar sua velocidade.
e)	O cinegrafista teria que diminuir sua velocidade e o bandeirinha aumentar.
g)	0,8 = x/5 e x = 4 m/s 0,6 = x/5 e x = 3 m/s

Tabela 25 - Respostas dadas pelo grupo 2 para segunda atividade da aula 7

Tarefas	Respostas
a)	Cinegrafista = amarelo. Joãozinho = vermelho. Bandeirinha = azul.
b)	Cosseno, porque divide o cateto adjacente pela hipotenusa.
c)	Seno, porque divide o cateto oposto pela hipotenusa.
d)	O bandeirinha teria que correr mais lento e o cinegrafista teria que correr mais rápido.
e)	O bandeirinha teria que aumentar e o cinegrafista diminuir a velocidade.
g)	0,8 = x/5 x= 4 m/s 0,6 = x/5 x = 3 m/s

Tabela 26 - Respostas dadas pelo grupo 3 para segunda atividade da aula 7

Tarefas	Respostas
a)	Para o Joãozinho é o vermelho, cinegrafista é o amarelo e para o bandeirinha é o azul.
b)	O bandeirinha é o cateto adjacente, o Joãozinho é a hipotenusa e o cinegrafista é o cateto oposto. A relação é o cosseno.
c)	Seno, porque na razão trigonométrica fica assim. Seno é igual o cateto oposto dividido pela hipotenusa.
d)	Se o ângulo aumentar o cinegrafista tem que correr mais rápido e o bandeirinha vai ir devagar.
e)	Se o ângulo diminuir o bandeirinha vai ir mais rápido.
g)	0,8 = x/5 x= 4 m/s 0,6 = x/5 x = 3 m/s

Tabela 27 - Respostas dadas pelo grupo 4 para segunda atividade da aula 7

Tarefas	Respostas
a)	Vermelho – Joãozinho. Amarelo – cinegrafista. Azul – bandeirinha.
b)	Cosseno. Porque a velocidade de Joãozinho é a hipotenusa e o cateto adjacente mostra a velocidade do bandeirinha.
c)	Seno. Porque a velocidade de Joãozinho é a hipotenusa e do cinegrafista é a do cateto oposto.
d)	O bandeirinha teria que diminuir a sua velocidade já o cinegrafista aumentar a sua velocidade.
e)	O cinegrafista teria que diminuir sua velocidade e o bandeirinha aumentar.
g)	0,8 = x/5 x= 4 m/s 0,6 = x/5 x = 3 m/s

Tabela 28 - Respostas dadas pelo grupo 5 para segunda atividade da aula 7

Tarefas	Respostas
a)	Joãozinho - vermelho Bandeirinha - azul Cinegrafista - amarelo
b)	Cosseno porque é o cateto adjacente pela hipotenusa.
c)	Seno porque é o cateto oposto pela hipotenusa.
d)	Diminuir, aumentar.
e)	Aumentar, diminuir.
g)	0,8 = x/5 x= 4 m/s 0,6 = x/5 x = 3 m/s

Observa-se que as respostas dadas pelos grupos são semelhantes, isso não significa que os grupos "coloram" as respostas entre si. Eles encontravam as respostas com relativa facilidade porque as comparações da figura do problema com o aparato e a manipulação do mesmo proporcionavam uma resposta rápida e direta. Prova disso, foi a fala do aluno 1J para um membro de seu grupo: "se aumentar o ângulo entre o vetor vermelho e o vetor azul o aparelho mostra que o vetor amarelo aumenta seu tamanho enquanto o vetor azul diminui. Se o ângulo diminuir acontece o contrário.

Quando realizavam as tarefas b e **c,** o aluno 4 H pediu para que o professor passasse no quadro as expressões para o cálculo das relações trigonométricas. O professor sugeriu que um aluno fosse ao quadro e explicasse novamente as relações trigonométricas. O aluno 5L se prontificou para dar tal explicação. A partir daí, os grupos conseguiram identificar que o vetor velocidade do bandeirinha correspondia ao cateto adjacente ao ângulo formado entre as direções dos vetores velocidade do Joãozinho e do bandeirinha e que os vetores velocidade do cinegrafista e do Joãozinho correspondiam, respectivamente, ao cateto oposto e a hipotenusa. Com isso identificaram, rapidamente, as relações trigonométricas existentes entre os vetores tratados pelo problema.

Analisando o que foi expresso nos dois últimos parágrafos, pode-se dizer há indícios de que o material manipulativo apresentou um papel de facilitador para a interpretação e resolução do problema.

Nesta aula, os alunos se mostraram muito participativos e engajados na execução das tarefas. Eles até receberam um elogio da supervisora, que visitou a turma para dar um recado da direção da escola, ela disse que ficou muito feliz vendo todos participando das atividades com entusiasmo e dedicação. Fala que corrobora com a interpretação do professor de que as atividades elaboradas, a metodologia e os recursos didáticos usados colaboraram para uma aula dinâmica e participativa.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como mencionado na introdução, a concepção deste trabalho originou-se a partir de uma proposta feita pelo professor da disciplina de Mecânica Clássica em nossa turma de mestrado. A tarefa consistia na elaboração de uma atividade, criativa e factível de ser desenvolvida em sala de aula envolvendo o tema vetores e suas operações. O desafio proposto pelo professor estava em consonância com um dos objetivos do programa do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, que é a elaboração de produtos educacionais que possam contribuir com a melhoria do ensino de Física.

Diante do desafio pensei em recursos didáticos facilitadores da aprendizagem significativa, com potencial motivacional, que estimulassem o engajamento dos alunos. Assim surgiu a ideia da elaboração de materiais manipulativos para representar vetores, suas propriedades, operações e sua conexão com alguns conceitos de cinemática.

Este foi o embrião de nossa pesquisa, cujo objetivo principal era identificar evidências de aprendizagem significativa em atividades didáticas com recurso de materiais manipulativos, que permitem apelar para os vários sentidos, podendo ser manipulados proporcionando envolvimento ativo dos estudantes. Já tínhamos o recurso didático, faltava uma teoria de aprendizagem que nos fornecesse suporte e uma metodologia adequada. Optamos pela teoria de aprendizagem significativa de Ausubel e pela metodologia da resolução de problemas. Escolhidas a teoria e a metodologia, elaboramos uma sequência didática que foi desenvolvida em uma turma de 9º ano do ensino fundamental.

As atividades que compõem a unidade didática foram planejadas na perspectiva de um estudante com uma postura reflexiva e ativa diante de um determinado problema objetivando com isso uma participação efetiva do mesmo no processo de construção de seu próprio conhecimento, ou seja, era esperado que o estudante se colocasse como protagonista no processo da construção de seu conhecimento e não, mero coadjuvante. A unidade didática foi desenvolvida e analisada em uma turma de 25 alunos do 9º ano da E. E. Chico Marçal, na cidade de Moema MG durante sete aulas de cinquenta minutos. No decorrer do processo foram investigadas possíveis evidências relativas às etapas de resolução de problemas assim como a potencialidade dos materiais elaborados na internalização dos conceitos desenvolvidos e o papel desempenhado pelo material no desenvolvimento das aulas.

Além disso, acreditamos que a versatilidade do material manipulativo confeccionado apresente um viés interdisciplinar, podendo ser utilizado pelo professor de matemática no desenvolvimento das aulas de trigonometria. O material também apresenta potencialidade para ser usado em atividades elaboradas para alunos com deficiência visual.

Para Ausubel, a variável mais importante para a aprendizagem significativa é o conhecimento prévio, então o mais lógico seria começar uma unidade didática a partir desse princípio, portanto buscamos atender a isso. Elaboramos situações-problemas relacionadas com experiências e vivências dos alunos. A primeira situação-problema, a porteira de Urbano, foi elaborada porque Moema é uma cidade do interior onde a população tem muito contato com a zona rural, então a probabilidade dos alunos terem visto uma situação semelhante era considerável.

Com relação ao objetivo da pesquisa relacionada às evidências de aprendizagem significativa, podemos afirmar que temos indícios de que a mesma ocorreu em diversos momentos. Vou elucidar dois momentos, um em que a aprendizagem foi correta e outro em que, apesar de a aprendizagem ser significativa, ela não foi correta, ambos nas discussões sobre o vetor deslocamento no desenrolar da quarta aula. Num primeiro momento, durante as discussões envolvendo o resgate de Pedro na mata, ficou evidente para a maioria dos alunos que o deslocamento dos bombeiros, não dependia apenas da distância por eles percorrida, era também necessário fornecer uma orientação. Num segundo momento, quando o professor formalizou o conceito de vetor deslocamento, um aluno disse que para ele não existia diferença entre deslocamento e distância percorrida, pois entendia que deslocar é andar, se mover de um ponto até outro, então deslocamento era a distância que ele andou. E disse ainda que era muito difícil entender que exista diferença entre deslocamento e distância percorrida. Analisando a manifestação deste aluno, percebi que o conceito de deslocamento, apesar de não ser o correto para a Física, era significativo para ele, tinha um significado definido, sólido. Agora é apresentado um novo significado para este conceito gerando um conflito em sua estrutura cognitiva. Acredito que isto seja um indício da ocorrência da diferenciação progressiva.

Sobre a metodologia da resolução de problemas, sua potencialidade se mostrou mais evidente, na terceira aula, quando surgiu um problema intrigante para os alunos, os resultados encontrados em suas medidas não correspondiam precisamente com os esperados pela aplicação do teorema de Pitágoras. Hipóteses foram levantadas e testadas e uma resposta realista para o problema foi encontrada.

Quanto às atividades em grupos acreditamos que elas foram fundamentais para que os alunos externalizassem suas ideias, concepções e experiências. As discussões inter e entre grupos, mediadas pelo professor, muito contribuíram para o desenvolvimento da unidade, permitindo a troca de ideias, a formulação e teste de hipóteses, uma vez que os alunos usavam uma linguagem simples, própria da idade, com jargões característicos.

Finalizando: o que eu poderia dizer sobre o desafio enfrentado na realização deste mestrado? Certamente muitas coisas aconteceram: uma brusca mudança no ritmo de vida, um momento de adaptação de rotina, uma adequação de horários (que nem sempre foi a ideal ou suficiente). Tivemos momentos de tensão, aqueles que precediam as avaliações, seminários e qualificação. E momentos muito agradáveis na companhia de pessoas muito especiais. O curso superou minhas expectativas. A riqueza dos conteúdos das aulas ministradas, as discussões em seminários, as trocas de experiências entre os professores e os colegas, foram responsáveis por uma mudança de postura didática em minhas aulas. A apropriação de conceitos das teorias de aprendizagem me ajudou a compreender melhor o ambiente de sala de aula e com isso a minha mediação didática ganhou qualidade.

8 REFERÊNCIAS

BRAGA, Roberta Modesto [et. al.]. **Materiais manipulativos motivando futuros professores de matemática para a prática de sala de aula.** Congresso internacional de ensino da matemática. 2013, 11p.

CALDEIRA, Maria Filomena Tomaz Henrique. **A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática.** 820f. Tese de Doutorado, universidade de Málaga, 2009, 826 p.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1990 apud SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática.** Anais do VI Encontro de Pesquisa em Educação da UFPI, 2010, 12 p.

COSTA, Jhonatha Junio Lopez, et. al. **Ensino de física para deficientes visuais:** métodos e materiais utilizados na mudança de referencial observacional. 2011.

COSTA, Sayonara Salvador Cabral; MOREIRA, Marco Antônio. **A resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa.** Caderno Catarinense Ensino de Física, v. 18, n. 3; p. 263-277, 2001.

KARAM, Ricardo Avelar Sotomaior; PIETROCOLA, Maurício. **Habilidades técnicas versus habilidades estruturantes: resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico**. Alexandria (UFSC), v.2: p.181-205, 2009.

LEMOS, Magda Braga Chaves. **Vetores no ensino fundamental:** uma sequência didática para o 9º ano. 2014. 48 p.

MACÊDO, Lucas et. al. **Corrida de "vetores humanos":** uma proposta para o ensino médio. 2014.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: Editora pedagógica, 1999. 195 p.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa:** a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. 179 p.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa em mapas conceituais.** Texto elaborado a partir da conferência Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa proferida no I Workshop sobre Mapeamento Conceitual, realizado em São Paulo, Brasil, na USP/Leste, dias 25 e 26 de março de 2013. Publicado na série Textos de Apoio ao Professor de Física, PPGEnFis/IFUFRGS, Vol. 24, Nº 6, 2013.

NEVES, José Luis. **Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades.** Caderno de Pesquisas em Administração, São Paulo, v. 1, n. 3, 1996.

OSTERMANN, Fernanda; CAVALCANTI, Cláudio José de Holanda. **Teorias de Aprendizagem.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Instituto de Física, 2010. 40 p.

PEDUZZI, Luiz O. Q. **Sobre a resolução de problemas no ensino da Física.** Caderno Catarinense Ensino de Física (UFSC), v. 14, n3: p. 229 – 253, dez. 1997.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática.** Anais do VI Encontro de Pesquisa em Educação da UFPI, 2010, 12 p.

SOARES, Maria Teresa Carneiro; PINTO, Neuza Bertoni. **Metodologia da Resolução de Problemas.** 24ª reunião Grupo de Trabalho – GT19 Educação Matemática, Caxambú, 2001, 9 p.

SOUZA, Luiz Cláudio de. **VetorRA-software para cálculo de operações vetoriais com realidade aumentada.** Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2014.

USBERCO, João.et al. **Companhia das Ciências, 9º ano.** 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

VALE, I. **Materiais manipuláveis na sala de aula: Que se diz, o que se faz.** Atas ProfMAt 99. Lisboa: APM, 1999 apud BOTAS, Dilaila; MOREIRA, Darlinda. **A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo.** Revista Portuguesa de Educação, 26(1). CIEd – Universidade do Minho, 2013.

VIDIGAL, Érika Deolinda Cardoso Torres. **Desenvolvimento de uma sequência didática para o processo de aprendizagem dos produtos de vetores.** Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014, 159 p.

APÊNDICE A - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 1 parte 1

Situação problema:

José Urbano, um cidadão cosmopolita, que sempre viveu na cidade, recebeu, como herança, um pequeno sítio. Ao tomar posse de sua nova propriedade, Urbano notou que a porteira de entrada apresentava problemas precisando ser consertada. Empolgado com a vida no campo, foi até o comércio local e comprou quatro réguas de madeira, montando uma porteira na forma de um retângulo. Para sua surpresa, a porteira construída não tinha a estabilidade esperada, pois a régua oposta às dobradiças não apresentava sustentação, pois tocava o solo.

Vocês já viram uma situação parecida com o problema de Urbano?

Vocês estão recebendo um kit com sarrafos de madeira, barbante e parafusos. Montem uma pequena porteira simulando a porteira de Urbano.

Qual seria uma possível solução para o problema da falta de estabilidade da porteira de Urbano?

Façam um desenho representando a porteira de Urbano.

Agora, cada grupo apresenta suas possíveis soluções para toda a turma.

Após uma discussão com toda a turma, qual seria a solução mais adequada?

APÊNDICE B - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 1 parte 2

O problema da falta de estabilidade da porteira de Urbano pode ser resolvido colocando uma régua em sua diagonal. Essa diagonal divide o retângulo da porteira em duas figuras geométricas, quais são essas figuras?

Faça um desenho representando a porteira.

APÊNDICE C - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 2

Vocês estão recebendo um material manipulativo "triangulando", notem que nesse material é possível modificar o tamanho do triângulo.

Sigam os procedimentos abaixo e anotem os resultados na folha de respostas.

Meçam os tamanhos dos catetos e da hipotenusa anotando seus resultados;

Elevem ao quadrado o comprimento da hipotenusa;

Elevem ao quadrado os comprimentos dos catetos e some os dois resultados;

Comparem o quadrado da hipotenusa com a soma dos quadrados dos catetos;

CATETO A	CATETO B	HIPOTENUSA

$(\text{CATETO A})^2$	$(\text{CATETO B})^2$	HIPOTENUSA

$(\text{CATETO A})^2 + (\text{CATETO B})^2$	$(\text{HIPOTENUSA})^2$

O que percebemos com isso?

Voltando ao problema da porteira de Urbano, supondo que ela tenha como dimensões 2,0 m de largura e 1,5 m de altura, e que Urbano queira colocar uma régua como diagonal da porteira qual deveria ser o comprimento dessa régua?

APÊNDICE D - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 3

Atividade 01

ÂNGULO	CATETO ADJACENTE	CATETO OPOSTO	HIPOTENUSA

RAZÃO ENTRE O CATETO ADJACENTE E A HIPOTENUSA	

RAZÃO ENTRE O CATETO OPOSTO E A HIPOTENUSA	

RAZÃO ENTRE O CATETO OPOSTO E O CATETO ADJACENTE	

CONCLUSÕES

APÊNDICE E - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 3

Atividade 02

Para consolidar os conceitos de seno, cosseno e tangente, respondam as perguntas abaixo e na sequência, executem as tarefas propostas.

i. Como calculamos o valor do seno de um ângulo?
ii. Como calculamos o valor do cosseno de um ângulo?
iii. Como calculamos o valor da tangente de um ângulo?

Tarefas:

Construir um triângulo qualquer.

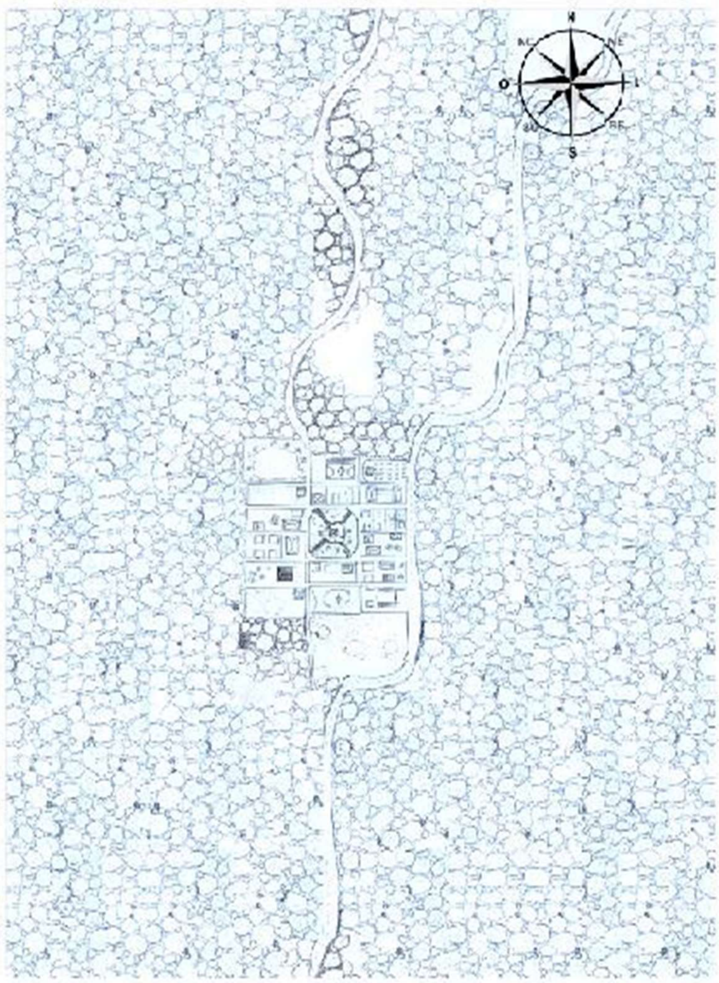
A. Medir os comprimentos da hipotenusa, do cateto oposto e do cateto adjacente.
B. Escolher um ângulo desse triângulo e calcular os valores do seno, cosseno e tangente do ângulo escolhido.
C. Medir o ângulo escolhido usando um transferidor.
D. Identificar os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo escolhido numa tabela trigonométrica.
E. Os valores encontrados nas tarefas C e E são próximos? Encontre uma explicação para isso.

APÊNDICE F - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 4

Mapa



APÊNDICE G - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 4

Atividade como tarefa de casa

Procedimentos:

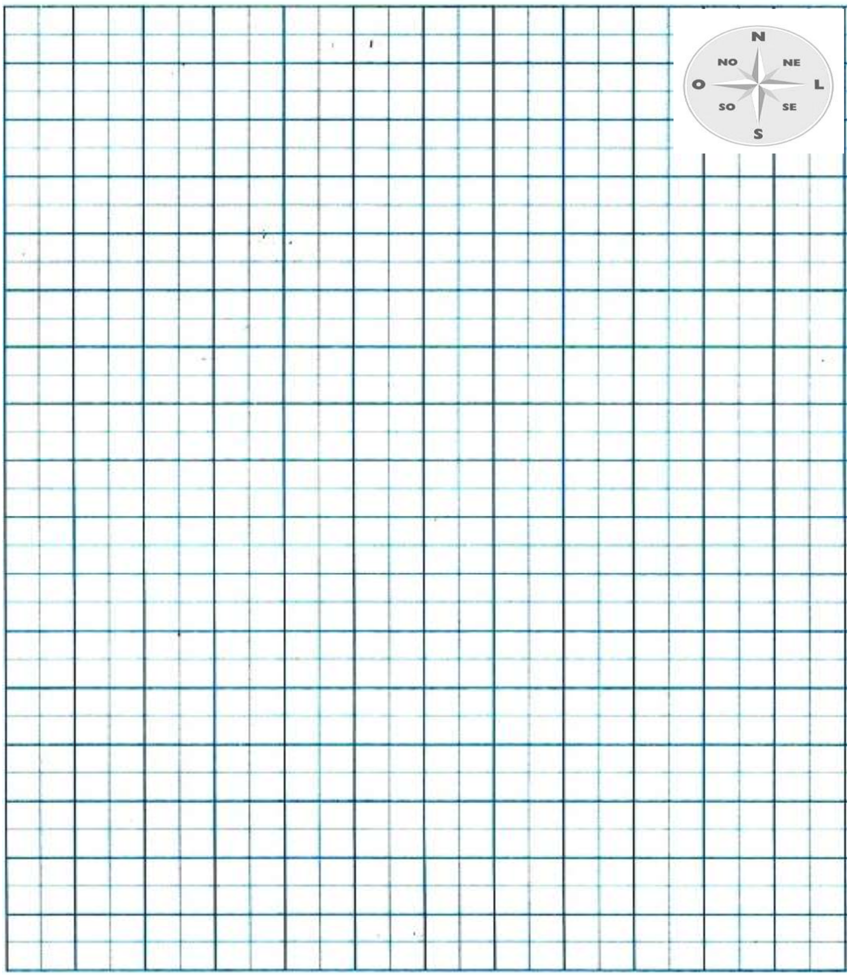
1) Desenhe dois pontos numa folha de papel. Marque um deles como ponto A e o outro como ponto B.
2) Trace uma reta que passa pelos pontos A e B.
3) Desenhe sobre esta reta um vetor que tenha sentido de A para B e outro com sentido de B para A com módulo igual à metade do módulo do primeiro vetor.

Responda:

A. Quantos vetores podem ser suportados por uma única reta?
B. Quantas direções podem ter os vetores suportados por uma única reta?
C. Quantos sentidos podem ter os vetores suportados por uma única reta?

Na malha quadriculada a seguir, usando uma escala de 1cm para 1 km, desenhe os seguintes vetores:

4) Módulo 2 km, direção reta norte-sul, sentido para o sul;
5) Módulo 3 km, direção reta norte-sul, sentido para o norte;
6) Módulo 4 km, direção reta leste-oeste, sentido para o leste;
7) Módulo 2 km, direção reta noroeste-sudeste, sentido para noroeste;
8) Módulo 3 km, direção reta sudoeste-nordeste, sentido para nordeste;
9) Módulo 5 km, direção reta noroeste-sudeste, sentido para sudeste;

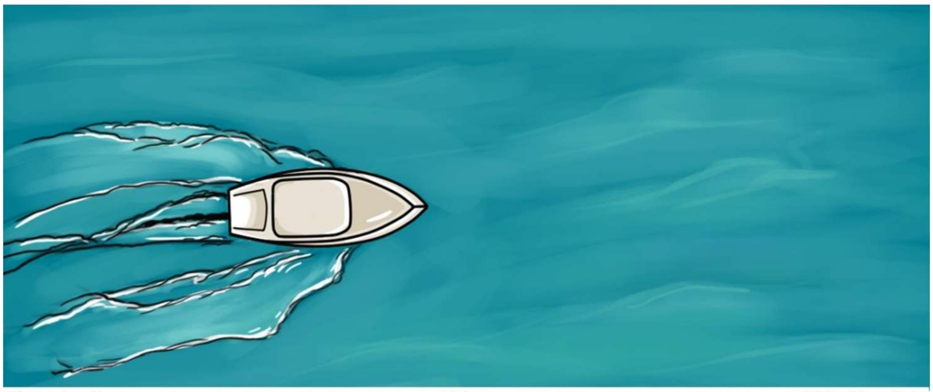

N
NO
NE
O
L
SO
SE
S

APÊNDICE H - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aulas 5 e 6 atividade 01

A figura abaixo representa um trecho retilíneo do leito do Rio Vectorino. Esse trecho é compreendido entre as cidades ribeirinhas Vectrópolis e Vila Vectória, localizadas na mesma margem do rio e distantes 40 km uma da outra. Sabe-se que no referido trecho do rio a velocidade das águas, ou seja, a velocidade da correnteza é considerada constante e igual a 4 km/h e que o sentido é de Vectrópolis para Vila Vectória.



Vectrópolis --- 40 km --Vila Vectória

Um barco com velocidade própria (velocidade em relação às águas) de 6 km/h sai de Vectrópolis em sentido à Vila Vectória.

Instruções:

Vocês estão recebendo um aparato chamado de "polígono vetorial", composto por três vetores, estes vetores podem ser posicionados em diferentes direções e o vetor vermelho pode variar seu módulo (tamanho) além de sua direção.

a) Use o polígono vetorial para montar uma configuração que simule os vetores velocidade própria do barco e velocidade da correnteza para quando o barco desce o rio entre Vectrópolis e Vila Vectória.
b) Nessa configuração, dos vetores amarelo e azul, qual deles poderia ser usado para representar a velocidade própria do barco? E qual poderia ser usado para representar o vetor velocidade da correnteza? Justifique sua escolha.
c) Faça um desenho representando a configuração montada no aparato.
d) Qual a direção e o sentido dos vetores velocidade própria do barco e velocidade da correnteza, em relação às cidades Vectrópolis e Vila Vectória?
e) Qual seria a velocidade do barco em relação às margens do rio Vectoriano?
f) A velocidade do barco em relação às margens do rio, também pode ser representa por um vetor? Se positivo, qual seria sua direção e seu sentido?
g) Quanto tempo o barco gastará no trajeto Vectrópolis até Vila Vectória?
h) Quanto tempo o barco gastaria nesse trajeto se ele descesse o rio com os motores desligados?

Depois de chegar à Vila Vectória o barco inicia sua viagem de volta até Vectrópolis.

i) Agora, use o polígono vetorial para montar uma configuração que simule os vetores velocidade própria do barco e velocidade da correnteza no trajeto rio acima entre Vila Vectória e Vectrópolis.

j) Faça um desenho representando a configuração montada no aparato.
k) Qual a direção e o sentido dos vetores velocidade própria do barco e velocidade da correnteza, em relação às cidades Vila Vectória e Vectrópolis?
l) Qual seria a velocidade do barco em relação às margens do rio Vectoriano?
m) A velocidade do barco em relação às margens do rio, também pode ser representa por um vetor? Se positivo, qual seria sua direção e seu sentido?
n) Quanto tempo o barco gastará no trajeto Vila Vectória até Vectrópolis?

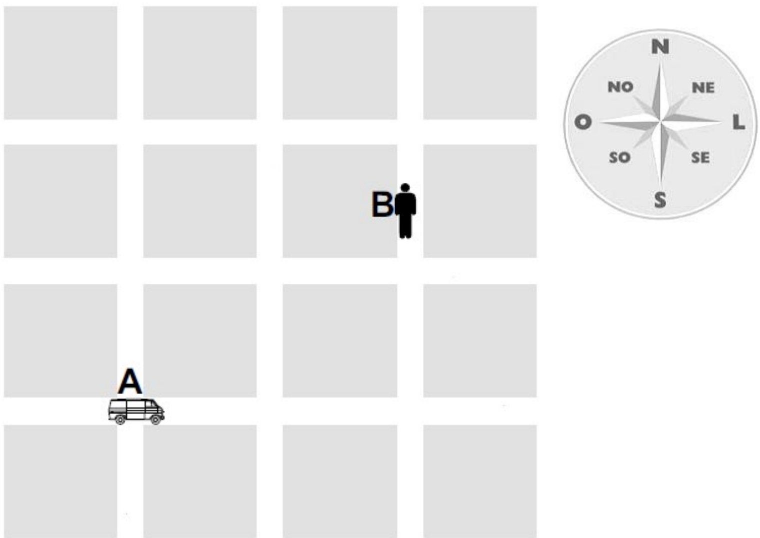
APÊNDICE I - elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de cinemática vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aulas 5 e 6

Atividade 02

A figura abaixo representa um mapa da cidade de Somapolis. Cada quadra desta cidade mede 200 m por 200 m (do meio de uma rua até o meio da outra rua). Uma ambulância localizada em A precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em B.



De acordo com a situação acima responda as atividades abaixo:

a) Qual a menor distância que a ambulância pode percorrer até chegar ao doente?
b) Represente, com vetores, a menor trajetória possível para que a ambulância socorra o doente. Qual seria o comprimento dessa trajetória?
c) Se a ambulância percorrer a menor distância possível, quantas vezes ela mudará de direção?
d) Quantos vetores compõem o caminho percorrido pela ambulância?
e) Esses vetores podem ser substituídos por apenas um vetor? Que vetor seria esse vetor?
f) Faça um desenho representando esse vetor.
g) Usando o aparato "polígono vetorial" monte uma configuração que represente o menor percurso da ambulância entre os pontos A e B.
h) Faça um desenho representando essa configuração. Nessa configuração, que vetores podem ser representados pelos vetores amarelo, azul e vermelho?
i) Que figura geométrica essa configuração forma?
j) Qual ferramenta matemática você poderia usar para determinar o módulo do vetor que liga o ponto de partida da ambulância e o ponto onde o doente se encontrava?
k) Use essa ferramenta e calcule o módulo desse vetor.
l) Se a ambulância gastar 35 segundos para sair do ponto A e chegar até o ponto B, onde o doente está, qual terá sido sua velocidade média em m/s e km/h?

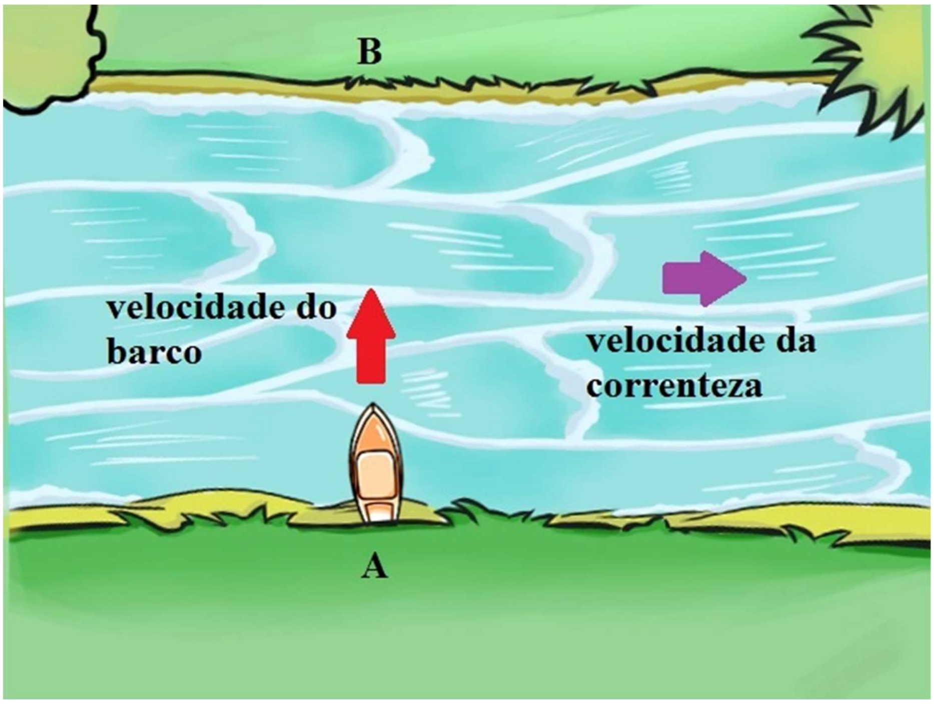
APÊNDICE J - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 7

Atividade 01

A figura representa um trecho retilíneo do rio Vectorino em que a velocidade da correnteza vale 3 km/h e seu sentido é para a direita. Na figura observamos que um barco, com velocidade própria de 4 km/h, parte do ponto A em sentido ao ponto B numa direção perpendicular às margens do rio.



Usando o aparato “paralelogramo vetorial” monte uma configuração representando a situação-problema e responda:

O barco chegará à margem oposta exatamente em B, à direita de B ou à esquerda de B?

Monte uma configuração com o “paralelogramo vetorial” em que o barco chegue à margem oposta exatamente em B.

Analisando os resultados encontrados nas atividades 01 e 02 da aula anterior e as repostas dadas acima, com relação à direção e sentido, como devemos associar dois vetores para que o vetor resultante seja o maior possível? E como devemos associá-los para que o vetor resultante seja o menor possível? Faça um desenho representando cada situação.

APÊNDICE K - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

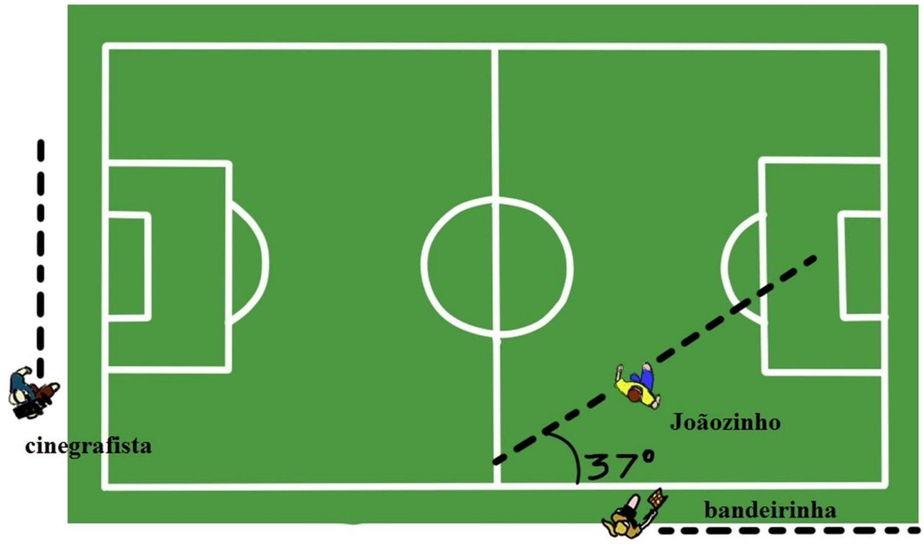
Aula 7

Atividade 02

Já sabemos que a partir de dois vetores ortogonais podemos encontrar o vetor resultante. Agora, será que a partir de um vetor bidimensional podemos encontrar dois vetores ortogonais cujo vetor resultante é igual a esse vetor bidimensional?

Situação problema:

Joãozinho é um garoto cheio de vida e para variar é louco por futebol, tanto é que seu apelido é Joãozinho Caneleiro. Em uma partida de futebol, válida pelo campeonato municipal, Joãozinho parte da linha lateral de seu campo de ataque com velocidade de 5 m/s em sentido ao gol do time adversário, numa direção que forma um ângulo de 37º com a linha lateral do campo. Nesse momento duas pessoas acompanham a corrida de Joãozinho, o bandeirinha que corre paralelamente à linha lateral e um cinegrafista amador que corre paralelamente à linha de fundo do campo de defesa. Qual deverá ser a velocidade que o bandeirinha deve desenvolver para a reta imaginária que o liga a Joãozinho seja sempre paralela à linha de fundo? Qual deverá ser a velocidade que o cinegrafista amador deve desenvolver para a reta imaginária que o liga a Joãozinho seja sempre paralela à linha lateral do campo?



Antes de responder essas perguntas, usando o aparato decompositor vetorial, realize os procedimentos a seguir:

a) Monte uma configuração no aparato que represente os vetores velocidades do Joãozinho, do bandeirinha e do cinegrafista amador. Dentre os vetores: amarelo, azul e vermelho qual deles melhor representariam as velocidades do Joãozinho, do bandeirinha e do cinegrafista?
b) Lembrando-se das razões trigonométricas discutidas anteriormente, qual razão trigonométrica que relaciona a velocidade do Joãozinho com a velocidade do bandeirinha?
c) Qual razão trigonométrica que relaciona a velocidade do Joãozinho com a velocidade do cinegrafista?
d) Se o ângulo da direção da velocidade do Joãozinho com a linha lateral fosse maior, a velocidade do bandeirinha teria que aumentar ou diminuir? E a velocidade do cinegrafista amador, teria que aumentar ou diminuir?

e) Se o ângulo da direção da velocidade do Joãozinho com a linha lateral fosse menor, a velocidade do bandeirinha teria que aumentar ou diminuir? E a velocidade do cinegrafista amador, teria que aumentar ou diminuir?
f) Use o aparato para verificar suas respostas estão corretas.
g) Considerando que o seno e cosseno de 37º valem, respectivamente: 0,6 e 0,8 encontrem os valores das velocidades do bandeirinha e do cinegrafista.

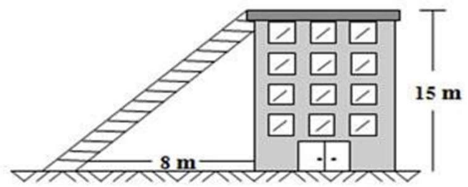
ANEXO A - Elaboração e uso de material didático manipulativo para explorar conceitos de Cinemática Vetorial: uma proposta para o ensino fundamental

Roteiro para o aluno

Aula 2

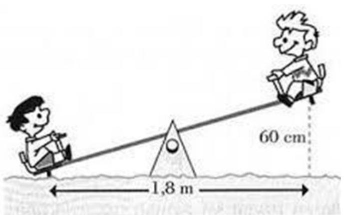
Lista de exercícios como atividade de casa.

1) A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento da escada?



fonte: http://rezendesantana.blogspot.com.br/2015_03_01_archive.html

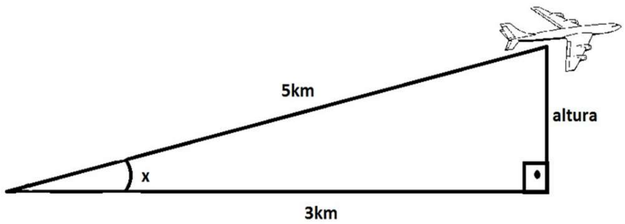
2) Pedro e João estão brincando de gangorra, como indica a figura:



fonte: http://saladeestudos9.blogspot.com.br/2011/11/exercicios-de-matematica-teorema-de.html

Qual é o comprimento da gangorra?

3) Um avião percorreu uma distância de 5 000 metros na posição inclinada, e em relação ao solo, percorreu 3 000 metros. Determine a altura do avião.



fonte: https://brainly.com.br/tarefa/977938