

ANÁLISE DE CORRESPONDÊNCIAS MÚLTIPLAS VIA *OPTIMAL SCALING* APLICADA A VARIÁVEIS DO MEIO ESCOLAR RELATIVAS À ALUNOS DO ENSINO SECUNDÁRIO EM PORTUGAL

Domingos José Lopes da SILVA¹
Maria Manuela Melo OLIVEIRA²

- RESUMO: A Análise de Correspondências Múltiplas (ACM) é um método multivariado particularmente útil na abordagem simultânea de um grande conjunto de variáveis qualitativas, avaliando o seu eventual relacionamento, produzindo mapas geométricos que possibilitam a visualização das interdependências existentes. Este estudo tem como objetivo a aplicação da ACM via *optimal scaling* sobre os dados de um inquérito realizado com alunos do ensino secundário (no Brasil corresponde a ensino médio), de modo a investigar as relações entre a motivação para as disciplinas de Português, Matemática e Educação Física e um conjunto de variáveis referentes aos alunos (sexo, curso, ano de escolaridade e prática desportiva). Realça-se o pioneirismo desta aplicação. A ACM permitiu identificar as variáveis e categorias de variáveis com atributos próximos, tendo possibilitado a definição de subgrupos relativamente homogêneos. Foram retidas três dimensões. A dimensão 1 aponta essencialmente para a “formação desportiva”, a dimensão 2, dirige-se sobretudo para a “aprendizagem das línguas e humanidades” e a dimensão 3 representada simultaneamente pela “destreza física e o raciocínio abstrato”.
- PALAVRAS-CHAVE: Redução da dimensionalidade; análise multivariada; prática desportiva; motivação.

1 Introdução

A Análise de Correspondências Múltiplas (ACM) (*Multiple Correspondence Analysis*), entendida algebricamente como uma extensão da análise de correspondências simples, faz parte da família dos métodos descritivos multivariados. É uma importante ferramenta estatística usada na análise das relações que podem ser estabelecidas, habitualmente, entre um grande conjunto de variáveis qualitativas, de forma a identificar objetos caracterizados por categorias de variáveis que, estando situadas no mesmo espaço, partilham de diferentes sistemas de práticas, estilos, atitudes, ou mesmo culturas (de LEEUW, 1984; LEBART *et al.*, 1984; GIFI, 1990; HOFFMAN e de LEEUW, 1992; GREENACRE e PARDO, 2006; ABDI e VALENTIN, 2007; ABDI e BÉRA, 2014). Essencialmente, a ACM é uma técnica estatística multivariada de redução da dimensionalidade e elaboração de mapas geométricos, visando explorar a estrutura das

¹ Escola Superior de Educação de Fafe, Centro de Análise Estatística e Apoio à Investigação, Medelo, Portugal, domingosjlsilva@gmail.com

² Universidade de Évora, Escola de Ciências e Tecnologia, Departamento de Matemática, Évora, Portugal, mmo@uevora.pt

variáveis categóricas, bem como a análise da relação de homogeneidade ou heterogeneidade entre as categorias das variáveis que caracterizam o espaço original, podendo definir-se subgrupos (GIFI, 1990; GREENACRE e PARDO, 2006; ABDI e VALENTIN, 2007). As variáveis são consideradas homogêneas quando as são classificadas nos mesmos grupos os objetos que estão nas mesmas categorias; caso contrário, são heterogêneas (de LEEUW, 1984; BLASIUS e GREENACRE, 2006). Por sua vez, o *input* de variáveis diverge conforme o estatuto das mesmas, ou seja, as variáveis usadas para definir o espaço da ACM podem ser ativas ou suplementares. Dizem-se ativas quando são usadas para definir o espaço da ACM, e suplementares as variáveis que apenas são projetadas no espaço das variáveis ativas, mas que não são contempladas na definição das dimensões (BLASIUS e GREENACRE, 2006; CARVALHO, 2008). Por sua vez, na avaliação da qualidade das dimensões observa-se a variância explicada por cada uma delas, através da magnitude dos valores próprios e da inércia, privilegiando-se as dimensões com valores mais elevados; dentro de cada dimensão observam-se as medidas de discriminação das variáveis em relação ao valor de inércia, destacando-se aquelas com valor discriminativo mais elevado; dentro de cada variável observam-se as quantificações – coordenadas e contribuições – das suas categorias e dimensões, usando-se para análise as que tiverem valor mais elevado (CARVALHO, 2008). Contudo, Carvalho (2008) refere que dada a ausência de critérios indicativos dos limiares das dimensões, variáveis, categorias e planos, no processo de seleção deve atender-se ao nível da informação qualitativamente importante para a análise e interpretação.

A representação gráfica quer por via do espaço ocupado pelas variáveis quer pela visualização das distâncias entre as suas categorias e objetos, facilita a detecção de diferentes relações e definições de perfis (GREENACRE e PARDO, 2006; ABDI e VALENTIN, 2007; CARVALHO, 2008; COSTA et al., 2013; ABDI e BÉRA, 2014; D'ESPOSITO et al., 2014).

Segundo Tian et al. (1993) e Abdi e Valentin (2007), os pressupostos de aplicação da ACM são: (i) todas as variáveis têm um nível de escala nominal múltipla, (ii) a presença de pelo menos três variáveis, (iii) os dados devem conter, pelo menos, 3 observações válidas, (iv) a análise baseia-se em dados inteiros positivos.

No âmbito da ACM (RICHARDSON e KUDER, 1933; JACKSON e HELMES, 1979; NOMA, 1982; LEBART et al., 1984; TENENHAUS e YOUNG, 1985; NISHISATO, 1988), abordagens equivalentes com diferentes designações têm sido empregues, nomeadamente, *optimal scaling* e *appropriate scoring* (Estados Unidos da América/Reino Unido), *optimal scoring* (Estados Unidos da América), *dual-scaling* (Canadá), *homogeneity analysis* (Holanda), *scalogram analysis* (Israel), *quantification method* (Japão), *reciprocal averaging* (RICHARDSON e KUDER, 1933), *basic structure scaling* (JACKSON e HELMES, 1979); *centroid scaling* (NOMA, 1982). Neste estudo, usamos o *optimal scaling* (quantificação ótima) que é um procedimento adequado quando as variáveis são (sobretudo) categóricas ou quantitativas categorizadas, quando existe um número reduzido de observações e quando existem demasiadas variáveis e muitas categorias por variável (COOLEN e de LEEUW, 1987; van de VELDEN, 2004; CARVALHO, 2008). O *optimal scaling* atribui valores (ótimos) quantitativos a escalas qualitativas, mostrando o tipo de relações que se estabelecem entre as variáveis (BLASIUS e GREENACRE, 2006; MEULMAN, 2016). De um ponto de vista geral, o

optimal scaling realiza duas operações em simultâneo: transforma apropriadamente as variáveis (categorias) em termos de quantificações e ajusta um modelo para os dados transformados (de LEEUW e MAIR, 2009; MAIR e de LEEUW, 2010). Gifi (1990) apresenta uma compilação abrangente de métodos multivariados não-lineares baseados no *optimal scaling*.

Com este trabalho pretende-se aplicar a ACM, via *optimal scaling*, com vista a identificar possíveis perfis no espaço definido por um conjunto de variáveis categóricas ligadas à motivação para algumas disciplinas escolares (português, matemática e educação física), bem como à prática desportiva, sexo, curso e ano de escolaridade, procurando averiguar as múltiplas relações que são possíveis de estabelecer entre elas num contexto de interdependência, extraindo as dimensões e reduzindo a variabilidade dos padrões de associação de respostas presentes na globalidade da amostra.

2 Material e métodos

2.1 Amostra

A amostra aleatória estratificada é formada por 274 sujeitos, dos quais 118 são do sexo masculino (43%) e 156 do sexo feminino (57%), de idades compreendidas entre os 15,4 e os 20,6 anos ($17,2 \pm 1,05$), estudantes do ensino secundário (ensino médio no Brasil), da Escola Secundária de Barcelinhos (Barcelos, Portugal), dos cursos Ciências e Tecnologias (CCT), Ciências Socioeconômicas (CCSE), Ciências Sociais e Humanas (CCSH) e Curso Tecnológico de Desporto (CTD). Com mais detalhe, as características da amostra são apresentadas na Tabela 2.

2.2 Variáveis e categorias

As variáveis e respectivas categorias estão apresentadas na Tabela 1. Não se registrou a presença de *missing data*. Todas as variáveis são ativas, i.e., todas foram usadas na caracterização dos quadros de valores e de representações da ACM. A qualidade das mesmas foi apreciada depois da leitura das medidas de discriminação, tendo-se para tal realizado diversos ensaios de forma a avaliar a capacidade discriminatória das variáveis que em cada ensaio eram escolhidas, até encontrarmos uma solução onde estivessem presentes não apenas as variáveis que melhor explicassem a variância total, mas também a garantia da diversidade na caracterização do espaço de análise.

Tabela 1 - Variáveis, categorias e respectivas codificações

Variáveis	Categorias e codificação	Classificação
Sexo	Masculino (1), Feminino (2)	Nom. dicotômica
Ano de escolaridade	10 ^o (1), 11 ^o (2), 12 ^o (3)	Ordinal
Prática desportiva	Sim (1), Não (2)	Nom. dicotômica
Curso	CCT (1), CCSE (2), CCSH (3), CTD (4)	Nom. policotômica
Motivação: disciplina de PORT	Reduzida (1), Média (2), Elevada (3)	Ordinal
Motivação: disciplina de MAT	Reduzida (1), Média (2), Elevada (3)	Ordinal
Motivação: disciplina de EF	Reduzida (1), Média (2), Elevada (3)	Ordinal

PORT – português; MAT – matemática; EF – educação física

2.3 Coleta e tratamento de dados

As classificações finais de ano letivo nas disciplinas de Português, Matemática e Educação Física foram recolhidas pela leitura das pautas (de acesso público). As restantes variáveis foram obtidas pela aplicação de um questionário não anônimo, de modo a possibilitar o cruzamento com as classificações obtidas nas três disciplinas. Este questionário foi aplicado em contexto de sala de aula cerca de 30 dias antes da afixação pública das pautas finais de avaliação. Foi garantida a confidencialidade das respostas. Em relação à motivação para as disciplinas de Português, Matemática e Educação Física, a mesma foi autoavaliada segundo uma escala simples: reduzida, média, elevada. A escolha destas disciplinas prendeu-se unicamente com o fato de serem as únicas que atravessam todo o percurso escolar do aluno (1º ao 12º ano), independentemente do curso que frequenta. Contudo, no ensino secundário, no curso de ciências sociais e humanas, a disciplina de Matemática é substituída pela disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS).

O tratamento estatístico foi realizado utilizando o *software* IBM SPSS, versão 20.

3 Resultados e discussão

Na Tabela 2 apresenta-se a análise de frequências absoluta e relativa das variáveis em estudo. De uma forma geral, a maior parte dos sujeitos da amostra são do sexo feminino, frequenta o 12º ano de escolaridade, no curso de ciências e tecnologias, são não-desportistas, com elevada motivação para a disciplina de Educação Física, média motivação para as disciplinas de Português e Matemática.

Tabela 2 - Frequência absoluta (*n*) e relativa (%) de sujeitos da amostra relativamente ao ano de escolaridade, curso, prática desportiva e grau de motivação para as disciplinas de Educação Física, Português e Matemática

	<i>n</i>	%		<i>n</i>	%
+ Ano de escolaridade			+ Motivação para Educação Física		
10º ano	74	27,0	Baixa	4	1,5
11º ano	81	29,6	Média	80	29,2
12º ano	119	43,4	Elevada	190	69,3
+ Curso			+ Motivação para Português		
CCT	204	74,5	Baixa	30	10,9
CCSE	11	4,0	Média	196	71,5
CCSH	27	9,9	Elevada	48	17,5
CTD	32	11,7			
			+ Motivação para Matemática		
+ Prática desportiva			Baixa	83	30,3
Sim	108	39,4	Média	133	48,5
Não	166	60,6	Elevada	58	21,2

Cumpridos os pressupostos de aplicação da ACM, a primeira etapa é determinar o número máximo de dimensões (r_{max}), o qual pode ser obtido por $c-v$, onde c é o número de categorias ativas e v o número de variáveis sem *missings*. Neste estudo, como o número de sujeitos ($n=274$) é superior ao número de categorias ($c=20$), e dado não se registarem

não-respostas, então as $r_{\max}=c-v=20-7=13$ dimensões. Esta proposta, conforme Carvalho (2008), é sistematizada pela Escola Francesa, para quem são definidas as r_{\max} dimensões, independentemente do número de dimensões que venham a ser retidas. Paralelamente, dispomos de dois indicadores: os *Eigenvalues* (valores próprios, *VP*) e a Inércia (*I*). Nesta fase preliminar, construímos um primeiro modelo com o número de máximo de 13 dimensões ($k=13$), a fim de ser possível analisar o comportamento dos valores próprios e da inércia nas várias dimensões que são decrescentes à medida que se progride nas dimensões. Assim, sabendo que as primeiras dimensões são as mais importantes, uma vez que apresentam valores de inércia mais elevados e por isso mesmo proporcionam valores mais altos de variância explicada, verifica-se pela Tabela 3 e pela Figura 1 que são identificadas as três primeiras dimensões como sendo as mais importantes, o que equivale a estimar três soluções para as quantificações das categorias e dos objetos no plano principal. Eventualmente, poderíamos pensar numa solução com quatro dimensões. Contudo, observa-se certo distanciamento a partir da terceira dimensão, onde o acréscimo de variância tende a ser mínimo e cada vez mais reduzido. Todavia, conforme referido por Gifi (1990), independentemente do número de dimensões a reter, tal não altera a solução encontrada para as quantificações. Ou seja, as várias soluções iteradas não são condicionadas pelo número de dimensões selecionadas.

Tabela 3 - Resumo preliminar dos dados

Dimensão	Valor Próprio	Inércia	% Inércia	% Variância
1	1,880	0,269	26,860	14,5
2	1,547	0,221	22,096	11,9
3	1,448	0,207	20,680	11,1
4	1,338	0,191	19,121	10,3
5	1,066	0,152	15,227	8,2
6	1,017	0,145	14,529	7,8
7	0,932	0,133	13,317	7,2
8	0,780	0,111	11,139	6,0
9	0,722	0,103	10,314	5,5
10	0,676	0,097	9,661	5,2
11	0,610	0,087	8,721	4,7
12	0,597	0,085	8,535	4,6
13	0,386	0,055	5,515	3,0
Soma	13,000	1,857		
Média	1,000	0,143	14,286	7,692

A representação gráfica (Figura 1), dos valores da inércia das 13 dimensões, evidencia as três primeiras. Tal como referimos, poderíamos considerar quatro dimensões, mas a partir da terceira dimensão concluímos que qualquer incremento de dimensões não se apresentava como uma mais-valia face à solução com três dimensões.

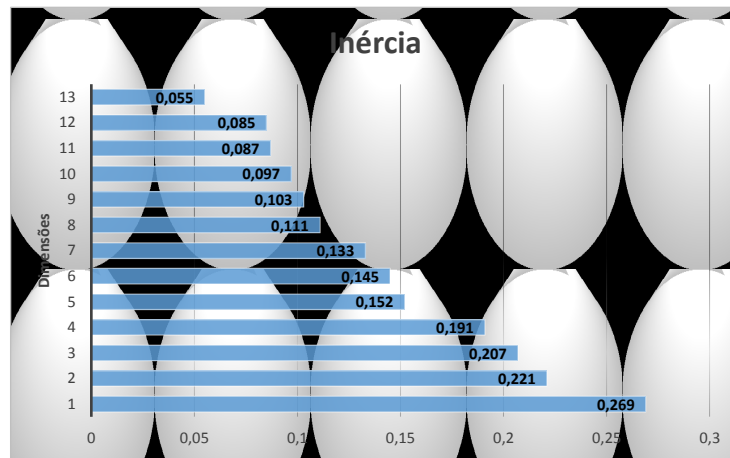


Figura 1 – Dimensões e respectivos valores de inércia.

Pela Tabela 4, visualizam-se as três dimensões retidas, bem como as propriedades estruturais que lhes estão inerentes. As três dimensões retidas têm valor próprio superior a 1. Em cada dimensão, a inércia (I) dada por $I = VP / \nu$, varia entre $[0, 1]$, pelo que quanto mais próximo de 1 maior é a variância explicada pela dimensão. Verifica-se que o valor de inércia na dimensão 1 é de 0,269 ($=1,880/7$), na dimensão 2 de 0,221 ($=1,547/7$) e na dimensão 3 de 0,207 ($=1,447/7$), estão bastante afastados de 1, com reflexos diretos numa mais reduzida variância explicada por cada dimensão. Tal fato é corroborado pela percentagem de inércia ($\%I = I \times 100$) que em cada uma das três dimensões fica abaixo dos 30%. Ou seja, a dimensão 1 explica cerca de 26,9% da variância total, a dimensão 2 explica cerca de 22,1% e a dimensão 3 explica cerca de 20,7%. Por sua vez, a percentagem de variância explicada para cada dimensão, depois de solicitadas as r_{\max} dimensões (Tabela 3), é dada por $\%Var(D_i) = (I_{D_i} / TI_{r_{\max}(D)}) \times 100$, em que I_{D_i} é o valor de inércia da i -ésima dimensão, e $TI_{r_{\max}(D)}$ é o total (soma) de inércia (variância total), obtido com as r_{\max} dimensões. Desta forma, atendendo a que a soma das r_{\max} dimensões é de 1,857 (Tabela 3), então no plano principal a dimensão 1 explica 14,5% ($=0,269/1,857 \times 100$), a dimensão 2 explica 11,9% ($=0,221/1,857 \times 100$) e a dimensão 3 explica 11,1% ($=0,207/1,857$) da variância total.

Tabela 4 - Resumo dos dados para as três dimensões: valores próprios, inércia, % inércia e % variância explicada por cada dimensão retida

Dimensão	Valor Próprio	Inércia	% Inércia	% Variância Explicada
1	1,880	0,269	26,860	14,5
2	1,547	0,221	22,094	11,9
3	1,447	0,207	20,677	11,1
Soma	4,874	0,696		
Média	1,625	0,232	23,211	

A Tabela 5 mostra as medidas de discriminação por variável e por dimensão, após quantificação ótima. Os valores das medidas de discriminação situam-se no intervalo [0,1]. Quanto mais próximo de 1 mais a variável discrimina, numa dada dimensão, ou seja, quanto mais elevado for o seu valor, maior será a diferenciação entre os indivíduos associados às diferentes categorias. Opostamente, valores próximos da origem indiciam que a variável não discrimina bem os indivíduos (CARVALHO, 2008). De todo o modo, para que uma variável seja classificada como “útil” numa dada dimensão, é importante que tenha medida de discriminação, pelo menos, próxima do valor de inércia da referida dimensão, preferencialmente superior à inércia (GIFI, 1990; HOFFMAN e de LEEUW, 1992), mas que o valor da inércia como referência deverá ser visto apenas como uma sugestão auxiliar na seleção das variáveis para cada dimensão, não devendo adotar-se critérios rígidos e estritamente quantitativos (CARVALHO, 2008). Assim, na Tabela 5 estão assinaladas com asterisco (*) as variáveis que mais discriminam em cada dimensão. Verifica-se que todas as variáveis discriminam em pelo menos uma dimensão, ainda que a variável “prática desportiva” registre uma medida de discriminação ligeiramente inferior à inércia da dimensão 1 ($0,261 \times 0,269$), dando a entender que se trata da variável menos importante quando comparada com as restantes. Contudo, dado a “prática desportiva” ser um indicador tematicamente relevante, justifica-se que seja incluída na dimensão 1. Iguamente, as variáveis “ano de escolaridade” na dimensão 3, “sexo” na dimensão 1 e motivação para a disciplina de educação física na dimensão 2, apesar de apresentarem valores de discriminação ligeiramente mais baixos do que o valor de inércia destas dimensões, não descartamos totalmente a possibilidade de poderem ser retidas nestas dimensões.

As variáveis “motivação PORT” e “motivação MAT” na dimensão 1, “prática desportiva” na dimensão 2, “sexo” e “motivação PORT” na dimensão 3, registram medidas de discriminação próximas de zero, indiciando que as projeções dos pontos que representam as suas categorias se situem próximos da origem, sugerindo que estas variáveis nestas dimensões têm discriminação insignificante.

A variável “motivação EF” para além da dimensão 1 também discrimina na dimensão 3. Nestes casos, estamos na presença daquilo que Carvalho (2008, p.77) chama de “dupla pertença”. De modo análogo, as variáveis “ano de escolaridade” e “curso” apesar de terem maior discriminação na dimensão 1, também discriminam nas dimensões 2 e 3. Num paralelismo com Carvalho (2008), podemos afirmar que tais situações configuram uma “tripla pertença”.

A variável “motivação MAT” discrimina claramente na dimensão 3, o que significa que diferencia bem os objetos em análise. Conforme Carvalho (2008), nestes casos, os pontos que representam as suas categorias (reduzida, média, elevada) tendem a afastar-se da origem, bem como a distanciar-se entre si. Nas dimensões 1 e 2, a variável não discrimina tão bem os objetos.

De todas, a variável “Curso” apresenta o valor mais elevado de discriminação, para o efeito, na dimensão 1, o que significa que as suas categorias (CCT, CCSE, CESH, CTD) tendem a ter projeções mais distantes entre si e, como tal, existe maior garantia de serem definidos grupos de objetos. Contudo, não é de desconsiderar a influência que poderá ter nas dimensões 2 e 3.

Em suma, os registros das medidas de discriminação das variáveis em cada dimensão e a sua maior variância no momento de definir essa dimensão, remete-nos para a seguinte classificação:

- Na dimensão 1 são particularmente determinantes as variáveis “curso”, “ano de escolaridade”, “motivação EF” e “prática desportiva”. Esta dimensão combina a prática desportivo-motora, o ano de escolaridade, o curso de frequência, bem como os índices de motivação para a disciplina de Educação Física. Assim, consideramos que esta dimensão aponta essencialmente para a “formação desportiva”.

- Na dimensão 2 são determinantes as variáveis “motivação PORT”, “curso”, “ano de escolaridade” e “sexo”. Assim, podemos pensar que esta dimensão está orientada para a «aprendizagem das línguas e humanidades».

- Na dimensão 3 destacam-se as variáveis “motivação MAT”, “curso”, “motivação EF” e “ano de escolaridade”, sugerindo que esta dimensão seja a área da “destreza física e raciocínio abstrato”.

Tabela 5 - Medidas de discriminação

	Dimensão		
	1	2	3
Ano de escolaridade	0,354 *	0,294 *	0,205 *
Curso	0,595 *	0,315 *	0,379 *
Sexo	0,234 *	0,257 *	0,016
Prática desportiva	0,261 *	0,053	0,143
Motivação EF	0,341 *	0,199	0,212 *
Motivação PORT	0,006	0,323 *	0,037
Motivação MAT	0,090	0,106	0,456 *
Active Total	1,880	1,547	1,447
Inércia	0,269	0,221	0,207

As Figuras 2, 3 e 4 proporcionam uma ferramenta adicional à interpretação das dimensões. Neste estudo, as medidas de discriminação foram obtidas pelo método de normalização baseado na opção “principal por variável” (*variable principal*).

Na Figura 2, referente ao plano 1×2, observa-se que as variáveis “ano”, “curso”, “sexo” e “motivação EF” localizam-se, aproximadamente, sobre a linha diagonal, refletindo tratarem-se de indicadores que discriminam em simultâneo nas duas dimensões. Na mesma diagonal embora estejam projetadas as variáveis “sexo” e “motivação MAT”, o valor de discriminação desta última nas dimensões 1 e 2 parece remetê-la para outro plano. Num único espaço ficaram as variáveis “prática desportiva” e “motivação PORT” dado que apenas discriminam na dimensão 1 e 2, respectivamente. No caso particular da “motivação PORT”, a sua projeção na proximidade do eixo das ordenadas indica que as suas categorias têm tendência a ter projeções distantes entre si.

Na Figura 3, referente ao plano 1×3, observa-se que as variáveis “ano”, “curso”, “prática desportiva” e “motivação EF” estão localizadas sobre a linha diagonal, pelo que indiciam a sua capacidade discriminatória simultaneamente nas dimensões 1 e 3. Num único espaço de análise ficaram as variáveis “sexo” que discrimina na dimensão 1 e “motivação MAT” que discrimina na dimensão 3. Desta forma, parece ficar claro que a variável “sexo” não obstante a sua medida de discriminação na dimensão 1 ser inferior ao valor da inércia, também pode ser representada nesta dimensão. Quanto à variável “motivação PORT”, ainda que posicionada na mesma diagonal da variável “motivação MAT”, é muito evidente a sua proximidade face à origem, confirmando-se que se trata de

uma variável que nas dimensões 1 e 3, não discrimina os indivíduos. Este dado é confirmado pelos reduzidos valores de discriminação apresentados na Tabela 5 ($D1=0,006$; $D3=0,037$).

Na Figura 4, referente ao plano 2*3, observa-se que as variáveis “ano”, “curso” e “motivação EF” ocupam o mesmo espaço de análise sobre as dimensões 2 e 3, o que parece justificar a “tripla pertença” da variável “ano”, apesar da sua medida de discriminação na dimensão 3 ser ligeiramente inferior ao valor da inércia; de modo semelhante, as variáveis “sexo” e “motivação PORT” também ocupam o mesmo espaço sobre a dimensão 2. As variáveis “prática desportiva” e “motivação MAT” estão situadas, aproximadamente, na mesma linha diagonal, mas com capacidades de influência distintas sobre as dimensões que as captam, ou seja, a “motivação MAT” claramente na dimensão 3 e a “prática desportiva”, embora mais relevante sobre a dimensão 3, não o é tão claramente. Uma situação idêntica, analisada por Carvalho (2008, p.82), onde variáveis com valores discriminatórios praticamente nulos são retidas para análise, como é o caso neste estudo da “prática desportiva” na dimensão 2 ($D2=0,053$). Uma vez mais, Carvalho (2008) sugere que a decisão de incluir estas variáveis não dependa estritamente da “natureza quantitativa” das medidas de discriminação, mas que do ponto de vista “substantivo” haja pertinência em considerá-las importantes. Ora, neste estudo, a dimensão 2 anteriormente classificada como «aprendizagem das línguas e humanidades» não contempla a vertente desportiva, pelo que decidimos que o critério a prevalecer é quantitativo, uma vez que por um lado, a variável nada acrescenta em termos de coerência temática nesta dimensão, e por outro, porque a estratégia de redução da dimensionalidade do espaço de partida seria afetado.

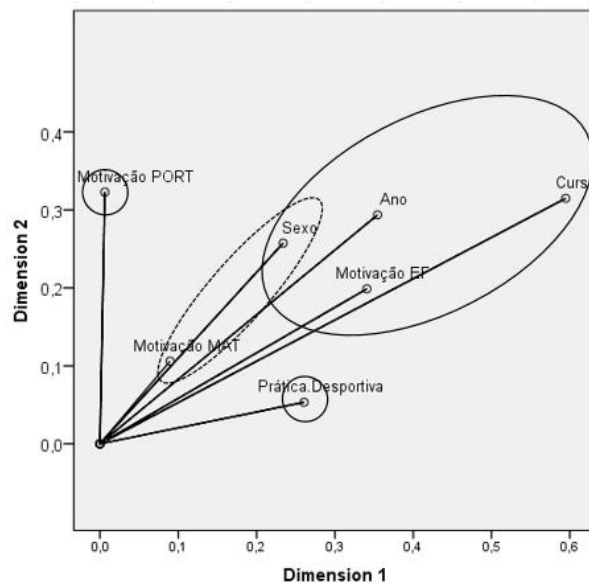


Figura 2 – Configuração do espaço das variáveis em estudo: plano 1x2.

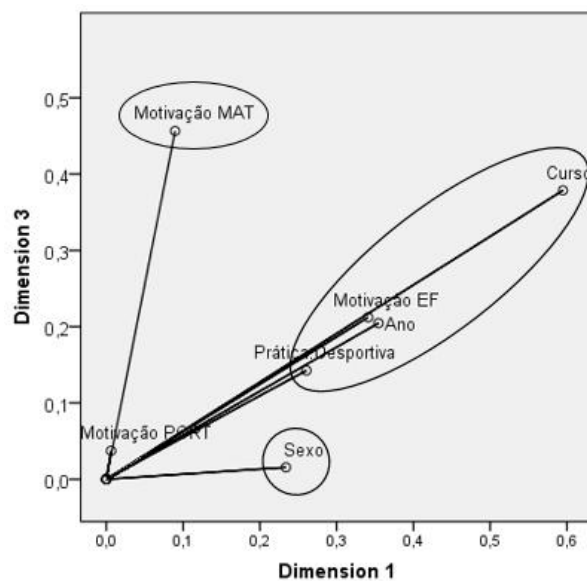


Figura 3 – Configuração do espaço das variáveis em estudo: plano 1×3.

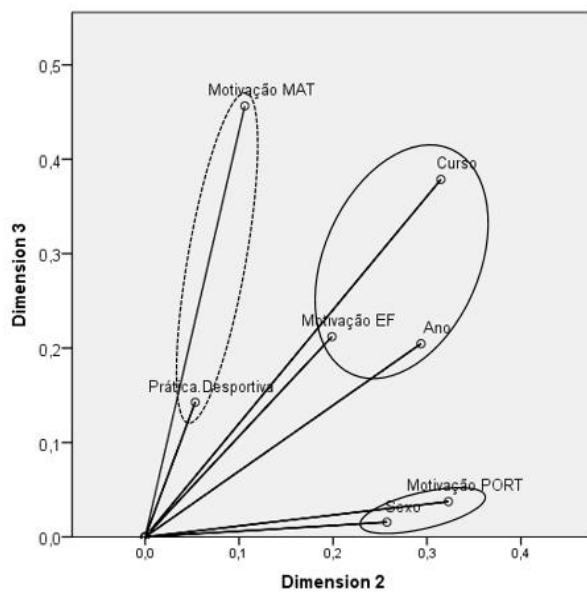


Figura 4 – Configuração do espaço das variáveis em estudo: plano 2×3.

Após o processo de seleção das variáveis com maior capacidade discriminativa em cada dimensão foi possível perceber que a dimensão 1 está orientada especialmente para a «formação desportiva», a dimensão 2, dirige-se para as “aprendizagem das línguas e humanidades” e a dimensão 3 aponta para a “destreza física e raciocínio abstrato”.

A Tabela 6 apresenta a quantificação das categorias das variáveis (*centroid coordinates*) e respectivas contribuições para as inércias das dimensões (*contribution of point to inertia of dimension*), normalmente designadas como contribuições absolutas. Em relação às quantificações, o facto do sinal poder apresentar-se como negativo (-) ou positivo (+) tal não tem implicações na interpretação dos resultados, uma vez que o importante é que a coordenada se afaste de zero para que tenha maior diferenciação sobre os objetos em estudo. Portanto, como neste estudo se pretende identificar as categorias que produzem maior nível de diferenciação entre os objetos em análise, deixam de ter relevância as categorias com baixas quantificações e baixas contribuições. Neste caso particular, as categorias “elevada motivação EF” e “baixa motivação MAT” ambas na dimensão 2, bem como a categoria “média motivação a PORT” nas três dimensões, têm quantificação próximo de zero, denotando a sua fraca qualidade discriminatória, não merecendo por isso serem envolvidas na interpretação de cada eixo dado o seu fraco contributo para a determinação da direção das dimensões em análise.

Serão as categorias com valor absoluto mais elevado as que mais contribuem para a análise das dimensões retidas. Contudo, conforme assinala Carvalho (2008), quando se trata da posição relativa das categorias, a leitura do sinal das quantificações assume-se como importante. Isto é, a oposição ou associação (proximidade) entre categorias é determinada pelo sinal: quantificações com sinais contrários: oposição; quantificações com sinais iguais: associação (proximidade). Assim, tomando por referência o sinal das quantificações, estão assinaladas com asterisco (*) as categorias das variáveis com medidas de discriminação mais elevadas em cada dimensão, mostrando o tipo de associação/oposição entre as categorias. Por exemplo, na dimensão 1, o 10º ano é oposto do 12º ano, ou na dimensão 2 o ser menina está em associação com a elevada motivação à disciplina de português. Igualmente, estão assinaladas com o símbolo (●) as contribuições mais elevadas de cada categoria por dimensão. De uma forma geral, as contribuições das categorias são baixas. Com exceção da categoria “média motivação a PORT” que não tem contribuição nas três dimensões, não gerando qualquer nível de diferenciação entre os indivíduos, as restantes categorias apresentam algum tipo de contribuição em pelo menos uma dimensão. De todas, a categoria “10º ano” apesar da maior quantificação na dimensão 1, tem ligeiramente maior contribuição na dimensão 2. Nas restantes categorias, a dimensão com maior quantificação corresponde à maior contribuição. As contribuições mais relevantes registram-se nas categorias “CTD” (0,248) na dimensão 1 e “baixa motivação MAT” (0,202). Sendo a contribuição média igual a $1/20=0,05$, em que 1 corresponde à soma das contribuições em cada dimensão, e 20 é o número de categorias ativas, então para além, como vimos, da categoria “média motivação a PORT”, também na categoria “média motivação MAT” o valor mais elevado de contribuição (0,021 na D3) é inferior ao valor de contribuição média; nas restantes categorias, em pelo menos uma dimensão, a contribuição é superior a 5%. Nenhuma categoria tem, nas três dimensões, contribuições superiores à média. Portanto, todas as categorias com contribuição inferior à média não são diferenciadoras das respectivas dimensões, e mesmo que venham a ser feitas referências não serão estas categorias as responsáveis pela explicação das diferenças.

Tabela 6 - Massa, inércia, quantificação e contribuições das categorias para as inércias das dimensões

Categorias	Massa	Inércia	Quantificação categorias (Centroid Coordinates)			Contribuição das Categorias		
			Dimensão			Dimensão		
			1	2	3	1	2	3
+ Ano								
10º ano	0,039	0,104	-0,759*	0,717	-0,295	0,083	0,090●	0,018
11º ano	0,042	0,101	-0,253	0,191	0,698*	0,010	0,007	0,109●
12º ano	0,062	0,081	0,644*	-0,576	-0,292	0,096●	0,093●	0,027
+ Curso								
CCT	0,106	0,037	-0,372*	0,096	0,289	0,055●	0,004	0,042
CCSE	0,006	0,137	-0,143	1,801*	-1,524	0,000	0,083●	0,058
CCSH	0,014	0,129	0,500	-1,338	-1,504*	0,013	0,115	0,150●
CTD	0,017	0,126	1,998*	-0,102	-0,048	0,248●	0,001	0,000
+ Sexo								
Masculino	0,062	0,082	0,556	0,583*	0,143	0,071	0,095●	0,006
Feminino	0,081	0,061	-0,421	-0,441*	-0,108	0,053	0,072●	0,005
+ Prática desportiva								
Sim	0,056	0,088	0,633*	0,286	0,468	0,084●	0,021	0,058
Não	0,087	0,057	-0,412*	-0,186	-0,305	0,055●	0,014	0,038
+ Motivação EF								
Baixa	0,002	0,141	-0,932	3,550*	-3,125	0,007	0,118●	0,093
Média	0,042	0,101	-0,875*	-0,223	-0,357	0,119●	0,009	0,029
Elevada	0,099	0,044	0,388*	0,019	0,216	0,055●	0,000	0,024
+ Motivação PORT								
Baixa	0,016	0,127	0,183	1,353*	-0,269	0,002	0,129●	0,005
Média	0,102	0,041	0,002	-0,003	-0,055	0,000	0,000	0,002
Elevada	0,025	0,118	-0,121	-0,836*	0,394	0,001	0,080●	0,022
+ Motivação MAT								
Baixa	0,043	0,100	0,446	0,047	-0,983*	0,032	0,000	0,196●
Média	0,069	0,074	-0,149	0,236	0,276*	0,006	0,018	0,021●
Elevada	0,030	0,113	-0,295	-0,608	0,773*	0,010	0,052	0,095●

Tabela 7 - Contribuição das dimensões para as inércias das categorias

Categorias	Contribuição das Dimensões		
	Dimensão		
	1	2	3
+ Ano			
10º ano	0,213 ♦	0,191	0,037
11º ano	0,027	0,015	0,224 ♦
12º ano	0,318 ♦	0,253	0,070
+ Curso			
CCT	0,402 ♦	0,027	0,239
CCSE	0,001	0,134 ♦	0,088
CCSH	0,027	0,196	0,241 ♦
CTD	0,527 ♦	0,001	0,001
+ Sexo			
Masculino	0,233	0,256 ♦	0,017
Feminino	0,234	0,257 ♦	0,016
+ Prática desportiva			
Sim	0,262 ♦	0,052	0,138
Não	0,261 ♦	0,053	0,139
+ Motivação EF			
Baixa	0,013	0,185 ♦	0,137
Média	0,315 ♦	0,020	0,059
Elevada	0,340 ♦	0,001	0,112
+ Motivação PORT			
Baixa	0,004	0,224 ♦	0,008
Média	0,000	0,000	0,011
Elevada	0,003	0,150 ♦	0,038
+ Motivação MAT			
Baixa	0,086	0,001	0,406 ♦
Média	0,021	0,054	0,060 ♦
Elevada	0,023	0,101	0,175 ♦

A Tabela 7 apresenta a contribuição das dimensões para as inércias das categorias (*contribution of dimension to inertia of point*), ou seja, as contribuições relativas, pois facultam informação sobre a quantidade de inércia de certa categoria, que é explicada pela dimensão. Assinalado com o símbolo (♦) estão as contribuições mais elevadas, i.e., a

qualidade de representação das categorias. Tal como se pode fazer com as contribuições absolutas, também as contribuições relativas podem ser expressas em percentagens, bastando para tal multiplicar os valores por 100. Assim, excetuando a categoria “média motivação PORT” cujas contribuições são residuais nas três dimensões, nas restantes categorias a “média motivação MAT” na dimensão 3 tem a contribuição mais baixa (6%), ao passo que a categoria “CTD” na dimensão 1 registra a mais alta contribuição (52,7%). De notar que a categoria “CTD” tem contribuições residuais nas dimensões 2 e 3.

Por ordem decrescente de importância discriminativa, a Figura 5 resume esquematicamente a informação da Tabela 6.

Traços de Discriminação					
Dim 1 < 0	<ul style="list-style-type: none"> • Média Motiv. EF • 10º ano • Não-desportista • CCT 	Dim 2 < 0	<ul style="list-style-type: none"> • Elevada Motiv. PORT • Meninas 	Dim 3 < 0	<ul style="list-style-type: none"> • CCSH • Baixa Motiv. MAT
Dim 1 > 0	<ul style="list-style-type: none"> • CTD • 12º ano • Desportista • Elevada Motiv. EF 	Dim 2 > 0	<ul style="list-style-type: none"> • Baixa Motiv. EF • CCSE • Baixa Motiv. PORT • Rapazes 	Dim 3 > 0	<ul style="list-style-type: none"> • Elevada Motiv. MAT • 11º ano • Média Motiv. MAT

Figura 5 – Descrição das categorias nas dimensões 1, 2 e 3: associação e oposição.

A dimensão 1 reflete uma associação entre categorias que apontam no sentido de tratarem-se de estudantes no início do ensino secundário da área das ciências e tecnologias, onde não é privilegiada a atividade física extraescolar. Em oposição, surgem estudantes desportistas finalistas do ensino secundário, do curso tecnológico de desporto, muito motivados para a disciplina de educação física. Desta forma, a dimensão 1 separa claramente os sujeitos em função do ano de escolaridade, curso e prática desportiva.

A dimensão 2 reflete uma associação entre a presença de meninas com elevada motivação à disciplina de português; por oposição, surgem os rapazes estudantes do curso de ciências socioeconômicas, com baixa motivação às disciplinas de educação física e português. Não deixamos de estranhar, sobretudo, a baixa motivação à disciplina de educação física que não vai de encontro aos resultados de Silva (2014). Todavia, dado que esta categoria é formada por apenas $n=4$ sujeitos, sendo que destes $n=3$ são rapazes, pode ser sugestivo da fraca importância desta categoria no contexto deste estudo, mas que não deixa de ser importante enquanto garantia da diversidade do espaço global de análise.

A dimensão 3 considera os alunos do curso de ciências sociais e humanas com baixa motivação à disciplina de matemática (neste caso, MACS). Esta situação é normal, dado que muitos alunos são motivados para este curso precisamente devido às fracas prestações académicas à disciplina de matemática o decurso do ensino básico (SILVA, 2014, 2015). Em oposição estão os alunos do ano intermédio do ensino secundário motivados para a disciplina de matemática.

Uma nota final para referir que a categoria “média motivação PORT” não foi inserida em nenhuma dimensão dada as suas coordenadas estarem situadas na proximidade da origem e, portanto, com fraco traço de discriminação e de diferenciação dos indivíduos.

As Figuras 6, 7 e 8, baseadas no método de normalização *variable principal*, apresentam o *Joint Plot of Category Points*, um gráfico onde se congregam as coordenadas dos centróides para cada variável selecionada, ou seja, a representação das categorias através das suas quantificações. Qualquer que seja o plano (1×2, 1×3, 2×3), observa-se a formação de perfis. Contudo, nos três planos as configurações formadas não congregam a globalidade das categorias, sendo que algumas categorias estão isoladas e outras estão na proximidade da origem, não se associando a qualquer configuração, não sendo por isso relevantes para a análise. Porém, como pretendemos garantir a diversidade do espaço de análise, decidimos manter estas categorias como ativas.

Na Figura 6, referente ao cruzamento entre as dimensões 1 e 2 – “formação desportiva” vs “aprendizagem das línguas e humanidades” – que reúne os níveis de discriminação mais elevados e define os grupos que mais diferenciam os indivíduos, observam-se três diferentes configurações a caracterizarem o espaço relacional para cuja identificação foi privilegiada a proximidade entre as categorias, de forma a obter aglomerações homogêneas. Uma primeira configuração [1] formada pela associação entre categorias “rapazes”, “desportistas”, “baixa motivação MAT” (embora com maior capacidade discriminativa na dimensão 3) e “elevada motivação EF”, sugere sobretudo a presença de estudantes do sexo masculino vocacionados para a prática desportiva, porventura estudantes que irão seguir um curso de educação física e desporto no ensino superior; uma segunda configuração [2] formada pela associação entre categorias “CCSE” (quadrante 2) e “baixa motivação PORT” (quadrante 1), sugerindo que os estudantes de economia não estão motivados para a disciplina de português; e uma terceira configuração [3] evidenciada pela associação entre as categorias “11º ano”, “média motivação MAT”, “CCT”, “não desportistas”, “média motivação EF”, “meninas”, “elevada motivação MAT” e “elevada motivação PORT”. Nesta última configuração, apesar das categorias “11º ano”, “média motivação MAT” e “elevada motivação MAT” só virem a destacar-se na dimensão 3, já é possível a visualização de associações importantes que estas categorias estabelecem no plano 1*2. A configuração [3], de todas a mais complexa, é o resultado de uma ampla associação de categorias (destacadas nos quadrantes 2 e 3) onde parece ser privilegiado o sucesso académico entre as meninas do ano intermédio do ensino secundário. Verifica-se assim uma oposição entre as configurações [1–3] e uma associação entre as configurações [1–2].

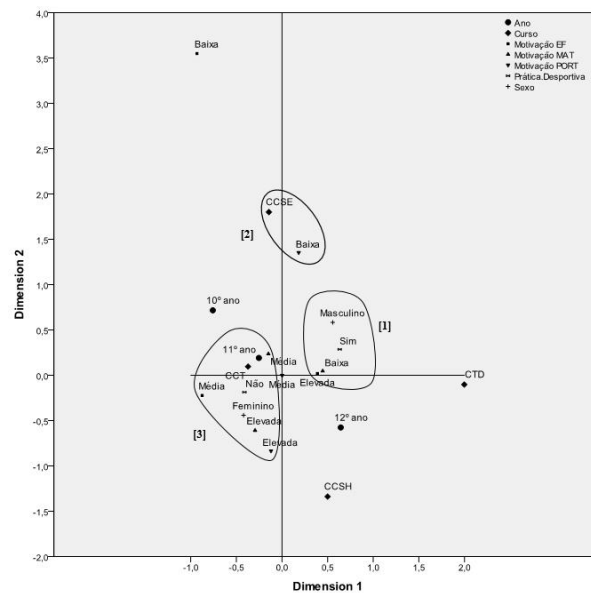


Figura 6 – Disposição das categorias ativas: plano 1x2.

A Figura 7, relativa ao cruzamento entre as dimensões 1 e 3 (“formação desportiva” vs “destreza física e raciocínio abstrato”), evidencia perfis relativamente bem definidos, estruturados em 4 grupos de indivíduos, posicionados da seguinte forma:

[1] associação entre as categorias dos quadrantes 1 e 4: rapazes, desportistas, estudantes do 12º ano de escolaridade, com elevada motivação para a disciplina de educação física e baixa para a disciplina de português. Dado tratar-se de estudantes finalistas do ensino secundário, e dada a cultura de prosseguimento de estudos, faz sentido admitir que se trate de um grupo de indivíduos que potencialmente poderão vir a optar por um curso superior relacionado com a educação física e desporto;

[2] associação entre as categorias do quadrante 2: estudantes do 11º ano e com elevada motivação para a disciplina de matemática. Porventura, a percepção da importância da matemática enquanto disciplina específica de acesso ao ensino superior seja percebida pelos estudantes do 11º ano;

[3] associação entre as categorias dos quadrantes 2 e 3: meninas, não desportistas, estudantes do 10º ano de escolaridade, com frequência do curso de ciências e tecnologias, moderadamente motivados para as disciplinas de matemática e educação física, bem como fortemente motivados para a disciplina de português;

[4] associação entre as categorias dos quadrantes 3 e 4: estudantes dos cursos de ciências socioeconômicas e sociais e humanas (línguas e humanidades) e fracamente motivados para a disciplina de matemática. Em relação aos estudantes do curso de ciências sociais e humanas, não estranhamos a baixa motivação para a disciplina de matemática, devido, sobretudo, aos fracos resultados a esta disciplina nos anos de escolaridade anteriores, conforme é referido por Silva (2014). Sabe-se que é exatamente esta disciplina a principal responsável por orientar os estudantes para o CCSH, desviando-os dos cursos onde a matemática é disciplina específica. Ainda que baixa motivação não

signifique alheamento do estudo, não deixamos de estranhar o fato de vários estudantes do CCSE referirem estar com baixa motivação a matemática, sabendo que esta disciplina é trienal, específica e obrigatória.

Verifica-se assim uma oposição entre as configurações [1–3] e [2–4] e uma associação entre as configurações [1–2] e [3–4].

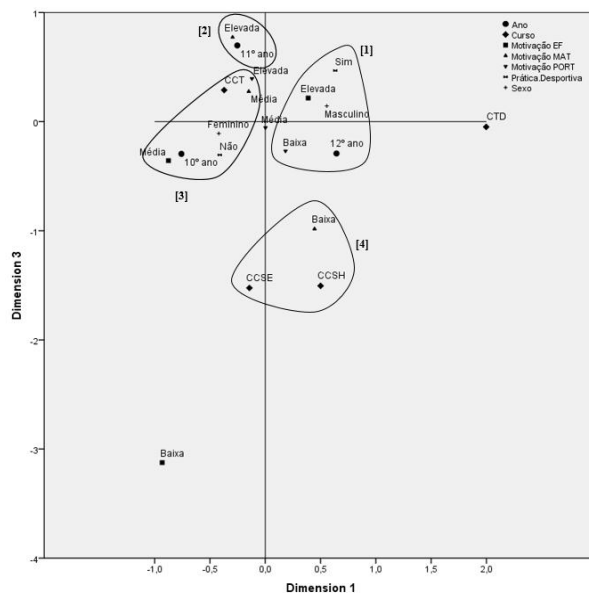


Figura 7 – Disposição das categorias ativas: plano 1x3.

Na Figura 8, referente ao cruzamento entre as dimensões 2 e 3 (“aprendizagem das línguas e humanidades” vs “destreza física e raciocínio abstrato”), destacam-se três diferentes configurações a caracterizarem o espaço relacional:

[1] associação entre as categorias dos quadrantes 1 e 4: rapazes, desportistas, estudantes dos 10º e 11º ano de escolaridade, moderadamente motivados para a disciplina de matemática e com reduzida motivação para a disciplina de português;

[2] associação entre as categorias do quadrante 2: indivíduos fortemente motivados para as disciplinas de matemática e português, ou seja, com elevada motivação para as disciplinas nucleares do ensino. Provavelmente, porque percebem a importância destas disciplinas no acesso ao ensino superior;

[3] associação entre as categorias do quadrante 3: meninas, não desportistas, em fase de conclusão do ensino secundário, com moderada motivação para a disciplina de educação física. Associado a este fato estará, porventura, a não contribuição da classificação obtida a educação física para a média de ingresso no ensino superior.

Verifica-se assim uma oposição entre as configurações [1–3] e uma associação entre as configurações [1–2].

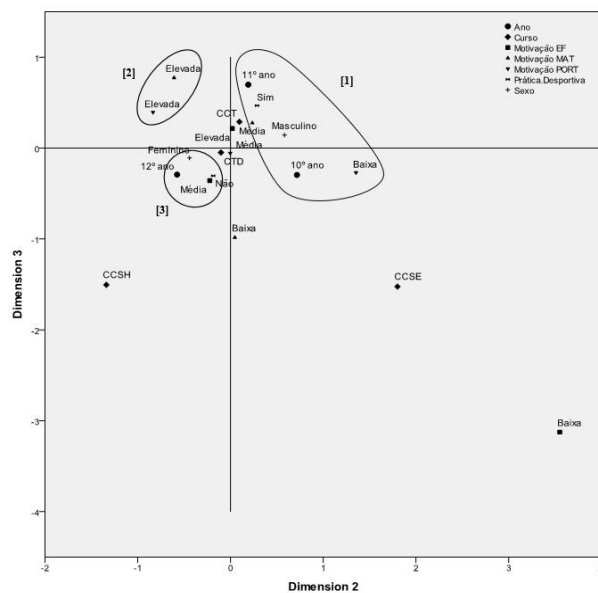


Figura 8 – Disposição das categorias ativas: plano 2x3.

4 Conclusões

A análise de correspondências múltiplas permitiu identificar as variáveis e categorias de variáveis com atributos muito próximos, possibilitando a definição de subgrupos relativamente homogêneos entre os alunos do ensino secundário. Considerando as variáveis em estudo e com base nos valores próprios e de inércia, identificaram-se três dimensões: a dimensão 1, estruturada fundamentalmente pelos indicadores que remetem sobretudo para a “formação desportiva”, a dimensão 2, orientada para a “aprendizagem das línguas e humanidades” e a dimensão 3 que aponta para a “destreza física e o raciocínio abstrato”.

Com base nos valores de quantificação e de contribuição das categorias, a dimensão 1 congrega os estudantes do início do ensino secundário, do curso de ciências e tecnologias, não praticantes de desporto, bem como os estudantes finalistas do ensino secundário, do curso tecnológico de desporto, desportistas e motivados para a disciplina de educação física; a dimensão 2 configura sobretudo os estudantes do sexo feminino motivados para a disciplina de português, bem como os estudantes do sexo masculino, do curso de ciências socioeconômicas com baixa motivação para as disciplinas de português e educação física; a dimensão 3 reúne os estudantes de línguas e humanidades com baixa motivação para a disciplina de matemática, bem como os estudantes do 11º ano motivados para a disciplina de matemática.

Nos 3 planos relativos à projeção das categorias ficaram patentes as relações de associação e oposição entre as diversas configurações traçadas em cada plano de análise. A única categoria que foi sistematicamente excluída foi a baixa motivação para a disciplina de educação física.

Para além de estender a estudantes do 5º ao 9º ano de escolaridade, sugerimos também que em trabalhos futuros se considerem outros contextos geográficos (com implicações evidentes no aumento da dimensão da amostra) e se acrescentem as seguintes variáveis e categorias: (i) como se auto-avalia a cada uma das disciplinas? (fraco aluno, médio aluno, bom aluno), (ii) se fosse hoje, como atuava em relação ao curso que frequenta? (mudava de curso, inscrevia-me no mesmo curso).

Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores da Revista Brasileira de Biometria pelas importantes e pertinentes sugestões para melhoria do artigo.

Esta pesquisa foi conduzida em colaboração do Conceito Estatístico – Centro de Análise Estatística e Apoio à Investigação. O trabalho foi parcialmente suportado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através do projeto UID/MAT/04674/2013 (CIMA) (Centro de Investigação em Matemática e Aplicações).

SILVA, D. J. L., OLIVEIRA, M. M. M. Multiple correspondence analysis via optimal scaling applied to some school variables in high school Portuguese students. *Rev. Bras. Biom.* Lavras, v.35, n.2, p.298-318, 2017.

- **ABSTRACT:** *Multiple Correspondence Analysis (MCA) is a multivariate method that might be particularly useful in the analysis of a large set of qualitative data. Through MCA, it is possible to assess the relationship between large sets of variables and produce geometric maps to visualize potential interactions. Using optimal scaling procedure, this study aims to: a) investigate the motivation levels of high schools students for the disciplines of Portuguese, Mathematics and Physical Education; b) establish relationships between motivation levels and students' characteristics (gender, course, grade and sports). It highlights the pioneering this application. By applying MCA, it was identified variables and categories of variables with close attributes, which further allowed the definition of relatively homogeneous subgroups. It was retained three dimensions. The dimension one refers to «sports practice», the dimension two is directed particularly to the “languages learning and humanities”, and the dimension three represents simultaneously the “physical dexterity and abstract reasoning”.*
- **KEYWORDS:** *Dimensionality reduction; multivariate analysis; sports practice; motivation.*

Referências

- ABDI, H., BÉRA, M. Correspondence Analysis. In: ALHAJJ, R., ROKNE, J. (eds.). *Encyclopedia of Social Networks Analysis and Mining*, New York: Springer Verlag, 2014. p.274-284.
- ABDI, H., VALENTIN, D. Multiple correspondence analysis. In: SALKIND, N. J. (Ed.). *Encyclopedia of Measurement and Statistics*. Thousand Oaks, CA: Sage, 2007. p.651-657.
- BLASIUS, J., GREENACRE, M. J. Correspondence Analysis and Related Methods in Practice. In: GREENACRE, M. J., BLASIUS, J. (eds.), *Multiple Correspondence Analysis and Related Methods*, p.3-40. Chapman & Hall/CRC. 2006. 581p.
- CARVALHO, H. *Análise Multivariada de Dados Qualitativos – utilização da Análise de Correspondências Múltiplas com o SPSS*. Edições Sílabo, Lisboa, 2008. 261p.

- COOLEN, H., de LEEUW, J. Least squares path analysis with optimal scaling. *Fifth international symposium of data analysis and informatics*. Versailles, France, 1987. p.1-24.
- COSTA, P. S., SANTOS, N. C., CUNHA, P., COTTER, J., SOUSA, N. The Use of Multiple Correspondence Analysis to Explore Associations between Categories of Qualitative Variables in Healthy Ageing. *Journal of Aging Research*, v.2013, p.1-12, 2013.
- D'ESPOSITO, M. R., de STEPHANO, D., RAGOZINI, G. On the use of Multiple Correspondence Analysis to visually explore affiliation networks. *Social Networks*, v.38, n.1, 28-40, 2014.
- de LEEUW, J. Statistical properties of Multiple Correspondence Analysis. Paper presented at the conference "New multivariate methods in statistics". *The 1984 Joint Summer Research Conference Series in the Mathematical Sciences*. June 10-16, Bowdoin College, Brunswick, Maine. 1984. p.1-19.
- de LEEUW, J., MAIR, P. Gifi Methods for Optimal Scaling in R: The Package homals. *Journal of Statistical Software*, v.31, n.4, p.1-20, 2009.
- GIFI, A. *Nonlinear Multivariate Analysis*. Chichester: Wiley, 1990. 602p.
- GREENACRE, M. J., PARDO, R. Multiple Correspondence Analysis of Subsets of Response Categories. In: GREENACRE, M. J.; BLASIUS, J. (eds.). *Multiple Correspondence Analysis and Related Methods*. Chapman & Hall/CRC, 2006. p.197-217.
- HOFFMAN, D. L., de LEEUW, J. Interpreting Multiple Correspondence Analysis as a Multidimensional Scaling Method. *Mark Letters*, v.3, n.3, p.259-272, 1992.
- JACKSON, D. N., HELMES, E. Basic structure content scaling. *Applied. Psychology Measure*, v.3, n.3, p.313-325, 1979.
- LEBART, L., MORINEAU, A., Warwick, K. M. *Multivariate descriptive statistical analysis: correspondence analysis and related techniques for large matrices*. Wiley: London. 1984. 250p.
- MAIR, P., de LEEUW. A General Framework for Multivariate Analysis with Optimal Scaling: The R package aspect. *Journal of Statistical Software*, v.32, n.9, p.1-23, 2010.
- MEULMAN, J. J. *Optimal scaling methods for multivariate categorical data analysis*. SPSS White Paper, 2016. 12p.
- NISHISATO, S. Dual scaling: its development and comparisons with other quantification methods. In: PRESSMAR, D., JAGER, K.E., KRALLMANN, H., SCHELLHAAS, H., STREITFERDT, L. (eds.). *Operations Research Proceedings*. Springer-Verlag, 1988. p.376-389. (DGOR: Papers of the 17th Annual Meeting / Vortrage der 17. Jahrestagung 1988).
- NOMA, E. The simultaneous scaling of cited and citing articles in a common space. *Sociometrics*, v.4, n.3, p.205-231, 1982.
- RICHARDSON, M., KUDER, G. F. Making a rating scale that measure. *Perspectives Journal*, v.12, p.36-40, 1933.

SILVA, D. J. L. Relação estatística entre a motivação, prática desportiva e a classificação obtida em algumas disciplinas escolares – estudo com alunos do ensino secundário. *Rev. Schola*, n.22, p.43-61, 2014.

SILVA, D. J. L. Relação estatística entre a motivação, prática desportiva e a classificação obtida em algumas disciplinas escolares – estudo com alunos do 3º ciclo do ensino básico. *Rev. Schola*, n.23, p.64-82, 2015.

TENENHAUS, M., YOUNG, F. W. An analysis and synthesis of multiple correspondence analysis, optimal scaling, dual scaling, homogeneity analysis and other methods for quantifying categorical multivariate data. *Psychometrika*, v.50, n.1, p.91-116, 1985.

TIAN, D., SOROOSHIAN, S., MYERS, D. E. Correspondence Analysis with MATLAB. *Computers & Geosciences*, v.19, n.7, p.1007-1022, 1993.

van de VELDEN, M. Optimal scaling of paired comparison data. *Journal of Classification*, v.21, n.1, p.89-109, 2004.

Recebido em 31.03.2016

Aprovado após revisão em 27.09.2016