

# AValiação de Funções de Afilamento Visando a Otimização de Fustes de *Eucalyptus* sp. para Multiprodutos

Adriano Ribeiro de Mendonça<sup>1</sup>, Gilson Fernandes da Silva<sup>2</sup>, José Tarcísio da Silva Oliveira<sup>2</sup>,  
Gilciano Saraiva Nogueira<sup>3</sup>, Adriana Leandra de Assis<sup>4</sup>

(recebido: 5 de junho de 2006; aceito: 29 de novembro de 2006)

**RESUMO:** Este trabalho teve como objetivo avaliar diferentes modelos na estimativa do volume e da altura ao longo do fuste, de modo a garantir *inputs* mais precisos aos sistemas de otimização que visam obter multiprodutos. Foram avaliados os modelos de afilamento propostos por Demaerschalk, Ormerod, Schöepfer e Hradetzky. Estes modelos foram testados para os diâmetros comerciais de 7 e 28 cm em árvores de *Eucalyptus* sp.. Foram empregados dados de cubagem de árvores com idade de 16 anos, sendo utilizadas 32 árvores-amostra no ajuste das equações e 27 árvores-amostra para os testes de validação. Baseado na análise gráfica dos resíduos, nas estatísticas avaliadas (coeficiente de correlação, erro padrão relativo, *bias* (*B*), média das diferenças (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*)) e no teste de Leite & Oliveira (2002), verificou-se que o modelo de Ormerod foi o que apresentou melhores estimativas de volume e o modelo de Schöepfer obteve melhores resultados de altura.

Palavras-chave: Volume comercial, altura comercial, *Eucalyptus* sp.

## EVALUATION OF TAPER FUNCTIONS AIMING *Eucalyptus* sp STEM OPTIMIZATION FOR MULTI-PRODUCTS

**ABSTRACT:** This work evaluate different models for estimating volume and height along the stem, in order to guarantee more precise inputs in the optimization systems for obtaining multi-products. It was tested the taper equations proposed by Demaerschalk, Ormerod, Schoepfer and Hradetzky. These models were tested for the commercial diameter of 7 and 28 cm in *Eucalyptus* sp. trees. The database was obtained from upper stem diameter measurements of 16 years-old trees, in a total of 32 sample trees for the model fitting and 27 sample trees for the validation test. Based on the graphic residual analysis, on the statistics (correlation coefficient, relative standard error, "bias" (*B*), average of the differences (*MD*) and standard deviation of the differences (*DPD*) and on the test of Leite & Oliveira (2002), it was verified that the Ormerod model presented better volume estimates and the Schoepfer model provided better height results.

Key words: Merchantable volume, merchantable height, *Eucalyptus* sp.

### 1 INTRODUÇÃO

As indústrias que utilizam os multiprodutos da árvore, em geral necessitam de dados precisos de volume até diâmetros comerciais pré-definidos. De acordo com Lima (1986), a estimativa deste diâmetro é dificultada pela variação da forma do perfil do tronco em função da espécie e do estágio de desenvolvimento da mesma.

Segundo Husch et al. (1993), o afilamento do fuste das árvores é o decréscimo natural do diâmetro ao longo do tronco e tem efeito direto no volume das árvores, sendo o seu conhecimento de fundamental importância em inventários florestais para multiprodutos da madeira. Estes autores afirmaram ainda que as funções ou modelos de

afilamento são ferramentas valiosas para este fim, tendo em vista sua flexibilidade em estimar o diâmetro para qualquer altura do tronco, a altura comercial relativa a um diâmetro mínimo, bem como estimar o volume parcial ou total do fuste, via integração da área das seções do tronco. Nesse sentido, vários autores têm empreendido esforços no estudo de funções que descrevem o perfil do tronco, cabendo citar: Lima (1986), Figueiredo-Filho et al. (1996), Silva et al. (1997), Scolforo et al. (1998), Fischer et al. (2001), Assis et al. (2001, 2002) e Soares et al. (2004). É importante ressaltar, entretanto, que a maioria dos trabalhos citados avalia somente a acuracidade dessas equações em relação ao diâmetro em qualquer parte do tronco e em relação ao

<sup>1</sup>Doutorando em Engenharia Florestal no Departamento de Ciências Florestais da Universidade Federal de Lavras/UFLA – Cx. P. 3037 – 37200-000 – Lavras, MG – ribeiroflorestal@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Professor do Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo/UFES, Campus Universitário de Alegre – Alto Universitário – Cx. P. 16 – 29500-000 – ALEGRE, ES.

<sup>3</sup>Professor da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri/UFVJM, Faculdade de Ciências Agrárias – Rua da Glória, 187 – Centro – 39000-000 – Diamantina, MG.

<sup>4</sup>Engenheiro Florestal, Aracruz Celulose S.A.

volume comercial, não se preocupando em verificar a acuracidade em se estimar a altura para um diâmetro comercial pré-estabelecido.

Em sistemas de otimização que procuram maximizar o aproveitamento de toras, a estimativa da altura em que ocorre um determinado diâmetro mínimo é de fundamental importância, uma vez que esta variável é essencial para os algoritmos de otimização. A maneira como a árvore será seccionada, após sua derrubada, depende das diferentes dimensões e/ou qualidades diferentes que se deseja para cada tora, ou seja, dos multiprodutos que serão obtidos da árvore. Esta situação pode ser caracterizada como um problema combinatório de corte, que, dependendo do conjunto de multiprodutos a se produzir e das condições apresentadas pela árvore, pode se transformar em um problema de considerável complexidade. De acordo com Arce (2000), problemas desse tipo podem ser enquadrados dentro de uma categoria específica de problemas de otimização denominada problemas de corte e empacotamento (PCE), os quais apresentam uma série de técnicas matemáticas para sua solução, como Programação Linear, Programação Inteira, Programação Dinâmica, otimização em redes e métodos heurísticos.

Ainda, de acordo com Arce (2000), considerando-se que uma árvore será cortada e dividida em toras, para a aplicação de técnicas matemáticas visando a solução de problemas de corte e empacotamento, é necessário que se defina o comprimento útil da tora e alguma função que descreva a redução diamétrica da base para o topo, sendo adequada uma função de afilamento. Assim, pode-se

deduzir que estimar a altura relativa a um diâmetro mínimo comercial, empregando-se uma função de afilamento significa estimar o comprimento útil da árvore.

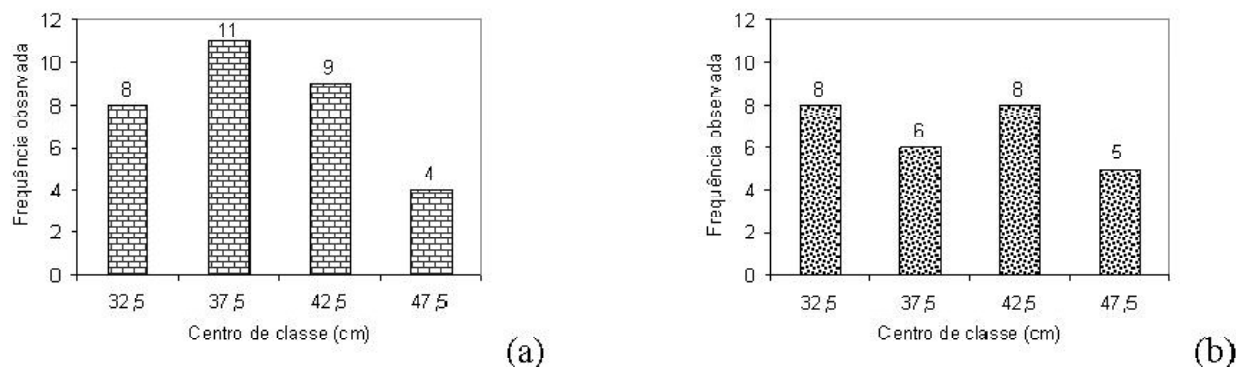
Considerando o exposto, este trabalho teve como objetivo avaliar diferentes modelos na estimativa do volume e da altura ao longo do fuste, de modo a garantir *inputs* mais precisos aos sistemas de otimização que visam estimar o melhor uso do fuste.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Coleta de dados

Os dados foram coletados em uma área de plantio da empresa Aracruz Celulose S.A, localizada no município de Caravelas, Bahia. Foi utilizado um talhão com área de 4,31 ha plantado com *Eucalyptus* sp. com idade de 16 anos.. O espaçamento inicial utilizado no plantio foi 3 x 3 m sendo feito um desbaste seletivo aos 8,6 anos de idade, ficando ao final do ciclo de corte aproximadamente 250 árvores por hectare.

Para fins deste trabalho, foi feita a cubagem de 32 árvores para o ajuste dos modelos de afilamento e 27 árvores para os testes de validação. Foram obtidas duas medidas ortogonais, utilizando uma suta, do diâmetro na altura de 1,30 m e de diâmetros a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, ... e 95 % da altura total da árvore. O cálculo do volume com casca das seções foi feito empregando-se o método de Smalian. As Figuras 1(a) e 1(b) mostram, respectivamente, a distribuição de frequência das 32 árvores-amostra utilizadas no ajuste das equações e as 27 árvores-amostra empregadas para os testes de validação.



**Figura 1** – Distribuição de frequência das árvores-amostra utilizadas no ajuste (a) e utilizadas nos testes de validação (b) dos modelos, por classes de diâmetro.

*Figure 1* – Distribution of frequency of the tree-sample used in the adjustment (a) and in the validation tests (b) of the models, by diameter classes.

## 2.2 Modelos de afilamento avaliados

As expressões apresentadas para cada modelo selecionado correspondem à sua forma original (1), as

expressões de cálculo para a altura relativa a um diâmetro comercial pré-definido (2) e ao volume de qualquer porção do tronco (3), tal como segue:

a) Modelo de Demaerschalk (1972)

$$\left(\frac{d_{ij}}{DAP_j}\right)^2 = 10^{2\beta_0} DAP_j^{2\beta_1-2} L^{2\beta_2} Ht_j^{2\beta_3} + \varepsilon \quad (1)$$

$$\hat{h}_{ij} = Ht_j - (d_{ij} 10^{-\hat{\beta}_0} DAP_j^{-\hat{\beta}_1} Ht_j^{-\hat{\beta}_3})^{\frac{1}{\hat{\beta}_2}} \quad (2)$$

$$\hat{v}_j = \frac{K 10^{2\hat{\beta}_0} DAP_j^{2\hat{\beta}_1} Ht_j^{2\hat{\beta}_3} \left[ (Ht_j - h_1)^{2\hat{\beta}_2+1} - (Ht_j - h_2)^{2\hat{\beta}_2+1} \right]}{2\hat{\beta}_2+1} \quad (3)$$

em que:

$d_{ij}$  = diâmetro na altura  $h_{ij}$  (cm);  $DAP_j$  = diâmetro na altura de 1,30 m (cm);  $Ht_j$  = altura total da árvore (m);  $h_{ij}$  = altura comercial (m);  $L = Ht_j - h_{ij}$ ;  $v_j$  = volume comercial com casca (m<sup>3</sup>);  $h_1$  e  $h_2$  = limites da integração; sendo  $h_1$  = altura inferior da seção (m)

e  $h_2$  = altura superior da seção (m);  $K = \frac{\pi}{40.000}$ ;  $\beta_i$  =

parâmetros da regressão, sendo  $i = 0, 1, \dots, n$ ; e = erro aleatório.

b) Modelo de Ormerod (1973)

$$\left(\frac{d_{ij}}{DAP_j}\right)^2 = \left[ \left( \frac{Ht_j - h_{ij}}{Ht_j - 1,3} \right) \right]^{2\beta_1} + \varepsilon \quad (1)$$

$$\hat{h}_{ij} = Ht_j - \left[ \left( \frac{d_{ij}}{DAP_j} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}_1}} (Ht_j - 1,3) \right] \quad (2)$$

$$\hat{v}_j = K DAP_j^2 \left[ \frac{1,3 - Ht_j}{2\hat{\beta}_1+1} \right] \left[ \left( \frac{h_2 - Ht_j}{1,3 - Ht_j} \right)^{2\hat{\beta}_1+1} - \left( \frac{h_1 - Ht_j}{1,3 - Ht_j} \right)^{2\hat{\beta}_1+1} \right] \quad (3)$$

c) Modelo de Schöepfer (Polinômio de Quinto Grau - 1966)

$$\frac{d_{ij}}{DAP_j} = \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^5 \right] + \varepsilon \quad (1)$$

$$\hat{v}_j = K DAP_j^2 \left[ c_0^2 h_{ij} + c_0 c_1 h_{ij}^2 + \left( \frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \right) h_{ij}^3 + \left( \frac{1}{2} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2 \right) h_{ij}^4 + \left( \frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2 \right) h_{ij}^5 + \left( \frac{1}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3 \right) h_{ij}^6 + \left( \frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \frac{1}{7} c_3^2 \right) h_{ij}^7 + \left( \frac{1}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4 \right) h_{ij}^8 + \left( \frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2 \right) h_{ij}^9 + \frac{1}{5} c_3 c_5 h_{ij}^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h_{ij}^{11} \right]_{h_1}^{h_2} \quad (3)$$

em que:

$$c_0 = \hat{\beta}_0; c_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{Ht_j^{p_1}}; \dots; c_n = \frac{\hat{\beta}_n}{Ht_j^{p_n}}$$

d) Modelo de Hradetzky (Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias - 1976)

em que:

$p_i$  = potências do modelo, sendo  $i = 0, 1, \dots, n$ ;

Deve-se ressaltar que foram analisadas as estimativas de volume e altura a partir do ajuste do modelo de afilamento na sua forma original. A expressão de altura foi obtida de forma algébrica, isolando-se  $h_{ij}$  em função de  $d_{ij}$ ,  $Ht_j$  e  $DAP_j$ :

$$\frac{d_{ij}}{DAP_j} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^{p_1} + \beta_2 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left( \frac{h_{ij}}{Ht_j} \right)^{p_n} + \varepsilon \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_j = K \cdot DAP_j^2 & \left[ c_0^2 h_i + 2c_0 c_1 \left( \frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_1+1} \right) + 2c_0 c_2 \left( \frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_2+1} \right) + \dots + 2c_0 c_{(n-1)} \left( \frac{h_i^{(p_{(n-1)}+1)}}{p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_0 c_n \left( \frac{h_i^{(p_n+1)}}{p_n+1} \right) \right. \\ & + c_1^2 \left( \frac{h_i^{(2p_1+1)}}{2p_1+1} \right) + 2c_1 c_2 \left( \frac{h_i^{(p_1+p_2+1)}}{p_1+p_2+1} \right) + \dots + c_1 c_{(n-1)} \left( \frac{h_i^{(p_1+p_{(n-1)}+1)}}{p_1+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_1 c_n \left( \frac{h_i^{(p_1+p_n+1)}}{p_1+p_n+1} \right) + \\ & \left. + c_2^2 \left( \frac{h_i^{(2p_2+1)}}{2p_2+1} \right) + \dots + 2c_{(n-1)} c_n \left( \frac{h_i^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)}+p_n+1} \right) + c_n^2 \left( \frac{h_i^{(2p_n+1)}}{2p_n+1} \right) \right]_{h_1}^{h_2} \quad (3) \end{aligned}$$

e a expressão de volume foi obtida por meio da integração das áreas seccionais da árvore entre os limites  $h_1$  e  $h_2$ . A representação da integral é expressa pela seguinte

$$\text{equação: } \hat{v}_j = K \int_{h_1}^{h_2} d_{ij}^2 \delta h$$

Para os modelos polinomiais de Schöepfer e de Hradetzky, não foi possível encontrar as raízes de forma algébrica e com isso, foi necessário a utilização de processos iterativos. Então, para a obtenção da altura ( $h$ ) para os modelos de Schöepfer e Hradetzky foi utilizado o algoritmo de Newton por meio da ferramenta solver do programa Microsoft Excel. Os modelos avaliados foram ajustados através de procedimentos de análise de regressão de modelos lineares e não-lineares (método Levenberg-Marquardt). O modelo de Hradetzky foi ajustado por meio do método "stepwise", avaliando-se potências entre 0,00001 e 95.

### 2.3 Validação dos modelos

As equações foram comparadas, na sua forma original, tomando em conta o coeficiente de correlação ( $r$ ) entre os valores observados e estimados pelas equações

ajustadas e o erro padrão relativo ( $S_{yx}$  (%)). Para os diâmetros mínimos comerciais específicos de 7 e 28 cm, foram feitos testes com as árvores-amostra independentes do ajuste de acordo com a metodologia utilizada por Lima (1986).

Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos são expressos por:

$$\text{Erro (\%)} = \frac{\hat{Y}_i - Y_i}{Y_i} 100$$

em que:

$\hat{Y}_i$  = valores estimados pela equação;  $Y_i$  = valores observados.

Foram, também, feitos testes complementares, por meio das seguintes estatísticas: *bias* ( $B$ ); média das diferenças absolutas ( $MD$ ) e desvio padrão das diferenças ( $DPD$ ). Para cada equação, a precisão foi examinada para volume e altura comercial considerando os diâmetros mínimos comerciais pré-estabelecidos. A partir destas análises procedeu-se a ordenação das funções segundo grau de precisão, sendo atribuídos pesos de 1 a 4 de acordo com os resultados das estatísticas obtidas e com o diâmetro mínimo comercial em questão (LIMA, 1986). Foi considerado

o modelo mais preciso aquele que resultou em menor somatório nas notas para o diâmetro mínimo avaliado (LIMA, 1986). Na Tabela 1, apresentam-se os critérios e respectivos estimadores para avaliação do ajuste e validação dos modelos.

Após o ajuste dos modelos, procedeu-se à sua validação a fim de verificar a existência ou não de tendenciosidade nos ajustes realizados. Para tal, optou-se pelo uso do teste de L&O, proposto por Leite & Oliveira (2002). O teste de L&O caracteriza-se por ser um procedimento estatístico para avaliar a identidade de métodos analíticos, cujo procedimento resulta da combinação do teste de F ( $F_{H_0}$ ) de Graybill, do teste t para erro-médio ( $t_e$ ) e da análise de correlação linear ( $r$ ) entre os valores observados e os valores estimados. O teste compara o valor observado, como variável dependente, e o valor estimado, como variável independente. Assim, para situações em que  $F(H_0)$  e  $t_e$  forem não significativos (ns) e  $r \geq (1 - |\epsilon|)$  conclui-se que os valores estimados pela regressão não diferem dos valores observados.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1 Estatísticas das equações de afilamento na sua forma original

As estimativas dos parâmetros e as medidas de precisão para as equações testadas são apresentadas na Tabela 2. Analisando as medidas de precisão, verifica-se

um melhor grau de ajuste para os modelos de Hradetzky e Schöpfer, pois apresentaram valores de  $r$  superiores e de erro padrão relativo ( $S_{Y,X}$  (%)) mais baixos, seguidos dos modelos de Demaerschalk e Ormerod.

#### 3.2 Validação das equações de volume

##### 3.2.1 Análises gráficas dos resíduos das equações dos modelos testados

Pela Figura 2, apresenta-se a distribuição residual na estimativa do volume para as 27 árvores independentes do ajuste, para o diâmetro mínimo comercial de 7 cm. Analisando esta figura, percebe-se que os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schöpfer e Hradetzky apresentaram tendência de subestimativa do volume em todas as classes de *DAP*.

Na Figura 3, ilustra-se graficamente a distribuição residual na estimativa do volume para as 27 árvores independentes do ajuste referente ao diâmetro mínimo comercial de 28 cm.

Pela Figura 3, mostra-se que o modelo de Demaerschalk apresentou boa estimativa do volume até 40 cm de *DAP*, passando a uma tendência de subestimativa para valores maiores que 40 cm de *DAP*. Já o modelo de Ormerod apresentou boa distribuição residual para todas as classes de *DAP*. Entretanto, os modelos de Schöpfer e Hradetzky apresentaram tendência de subestimativa do volume em todas as classes de *DAP*.

**Tabela 1** – Critérios para validação dos modelos.

**Table 1** – Criteria for validation of the models.

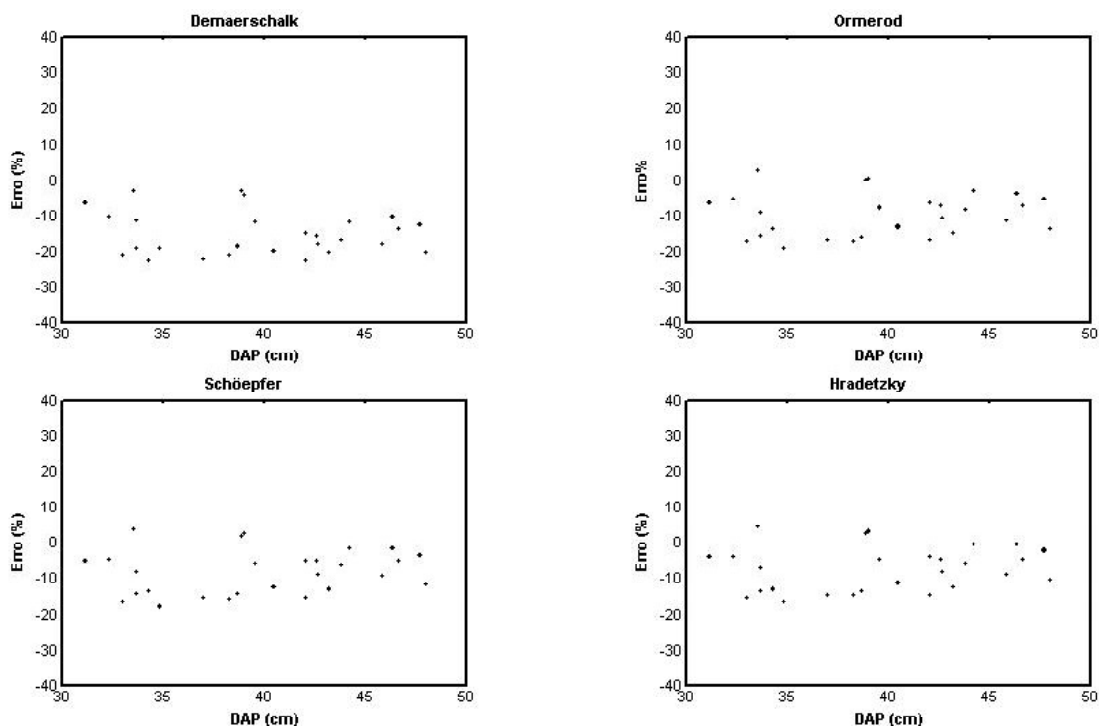
Critério	Estimador
Bias ( $B$ )	$B = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas ( $MD$ )	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n  Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio padrão das diferenças ( $DPD$ )	$DPD = \sqrt{\frac{\left( \sum_{i=1}^n d_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right)}{n - p}}$

em que:  $Y_i$  = valor observado e  $\hat{Y}_i$  = valor estimado;  $n$  = número de observações;  $p$  = número de parâmetros,  $d_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$ .

**Tabela 2** – Estatísticas das equações ajustadas em sua forma original.**Table 2** – Statistics of the adjusted equations in its original form.

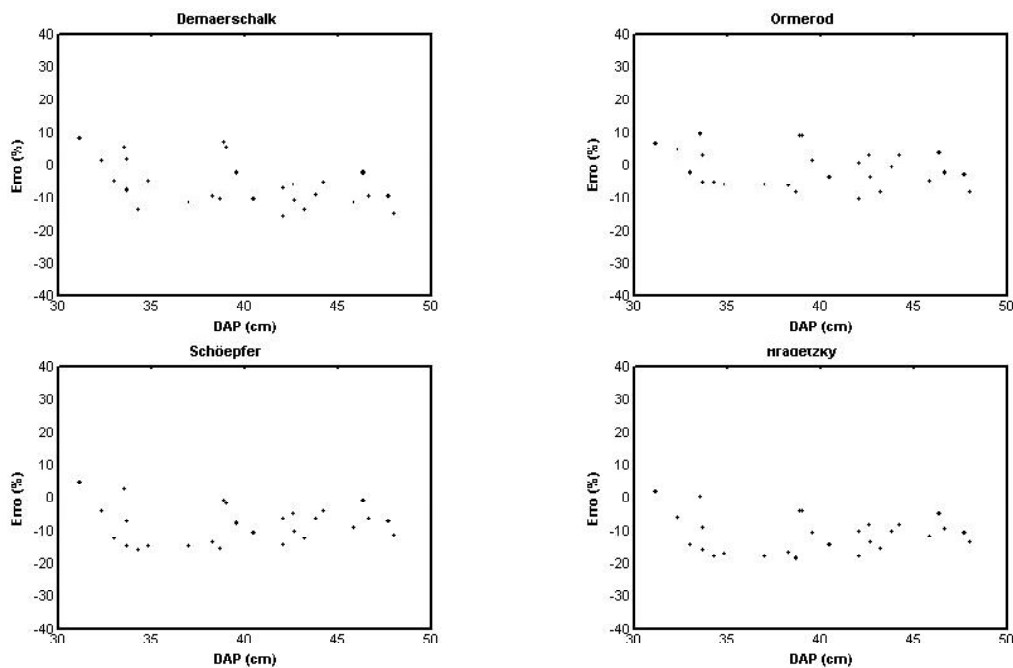
Modelo	Descrição	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$r$	$S_{Y.X}(\%)$
1	estimativa	-0,02340	0,85483	0,93759	-0,77632			0,9422	22,02
	$t_c$	0,10ns	23,91*	31,89*	08,92*				
2	estimativa		0,90591					0,9395	22,45
	$t_c$		32,60*						
3	estimativa	1,11792	-4,06467	18,55763	-42,964	44,6834	-17,42466	0,9848	7,24
	$t_c$	185,17*	-20,25*	12,13*	-9,77*	8,44*	-7,74*		
4	expoente		0,00001	0,4	0,8	5	10	0,9856	7,04
	estimativa	1,13680	0,08386	-1,05056	0,33961	-0,49702	0,11111		
	$t_c$	124,54*	3,47*	2,67*	-12,44*	-8,28*	5,53*		

1 = Demaerschalk; 2 = Ormerod; 3 = Schöepfer e 4 = Hradetzky; \* = significativo a 5% de probabilidade

**Figura 2** – Distribuição dos resíduos do volume, em porcentagem, em função do DAP, considerando o diâmetro comercial de 7 cm.**Figure 2** – Distribution of the residues of the volume, in percentage, in function of DBH, considering the merchantable diameter of 7 cm.

Analisando os resultados obtidos na validação, observa-se que o modelo de Demaerschalk apresentou resultados semelhantes aos obtidos na análise do ajuste de Mendonça (2006), para o diâmetro mínimo de 7 cm.

Todavia a distribuição residual dos modelos de Ormerod, Schöepfer e Hradetzky apresentaram uma queda na precisão das estimativas. Já para o diâmetro comercial de 28 cm, houve uma melhora nas estimativas.



**Figura 3** – Distribuição dos resíduos do volume, em porcentagem, em função do *DAP*, considerando o diâmetro comercial de 28 cm.

**Figure 3** – Distribution of the residues of the volume, in percentage, in function of *DBH*, considering the merchantable diameter of 28 cm.

### 3.2.2 Testes de precisão das equações dos modelos testados

Na Tabela 3, apresentam-se as estatísticas “bias” (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) e as notas atribuídas (entre parênteses), a partir das estatísticas, para as estimativas do volume referentes aos diâmetros comerciais (*d*) de 7 e 28 cm.

Analisando os dados da Tabela 3, verifica-se que o modelo de Hradetzky apresentou melhores resultados para estimativa do volume relativo ao diâmetro comercial de 7 cm, seguido dos modelos de Ormerod e Schöpfer. Para o diâmetro comercial de 28 cm, a equação de Ormerod apresentou melhor precisão, seguido do modelo de Schöpfer, Demaerschalk e Hradetzky, respectivamente. Assis et al. (2001), avaliando modelos segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetro ao longo do fuste de *Pinus taeda*, citam que o modelo de Hradetzky deve ser ajustado por classe diamétrica. Esse fator pode ter influenciado na estimativa da altura e do volume nos diâmetros comerciais pré-definidos (7 e 28 cm). Segundo Assis et al. (2001), quando ajustado para o conjunto total de dados, o modelo de Hradetzky apresentou queda em sua precisão.

Ainda, analisando os resultados do somatório das notas das estatísticas separadamente, para os diâmetros comerciais estudados, nota-se que a equação de Ormerod apresentou um melhor resultado para a estatística *B*, *MD* e *DPD*, sendo que o modelo de Schöpfer empatou na soma das notas da estatística *MD*. Somando as notas atribuídas das três estatísticas estudadas para os diâmetros testados, observa-se que o modelo de Ormerod foi o mais preciso na estimativa do volume, seguido dos modelos de Schöpfer, Hradetzky e Demaerschalk, respectivamente. Comparando os resultados do teste de validação (Tabela 3) com os resultados do teste das árvores-amostra que participaram do ajuste (MENDONÇA, 2006) percebe-se que os resultados diferiram e houve uma troca dos melhores modelos na estimativa dos volumes a 7 cm de diâmetro mínimo. Quando foi comparado o volume aos 28 cm de diâmetro mínimo, o somatório das notas para as estatísticas separadamente e as estatísticas conjuntamente (*B+MD+DPD*), o resultado encontrado nos testes de validação foram semelhantes aos do teste das árvores-amostra que participaram do ajuste (MENDONÇA, 2006).

Nota-se que, de maneira geral, a precisão das estimativas de volume diminui à medida que o diâmetro comercial diminui, diferindo, somente, nas estimativas do modelo de Hradetzky. Analisando as estatísticas utilizadas no trabalho de Assis et al. (2002) com *Pinus taeda*, essa pior precisão nas seções mais próximas do topo das árvores também foi verificada.

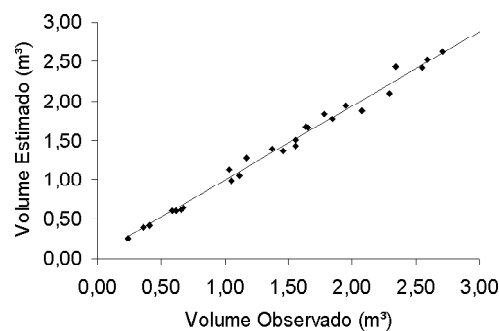
Analisando o teste proposto por Leite & Oliveira (2002), verifica-se que, para o diâmetro mínimo de 28 cm, os volumes estimados pelos modelos não foram

classificados na situação ideal. Embora isso tenha ocorrido, as estimativas de volume para o modelo de Ormerod não diferiram estatisticamente dos valores observados. Isso pode ser verificado observando-se a Figura 4. Por essa figura, nota-se que os valores observados e estimados podem ser considerados idênticos estatisticamente. Para o diâmetro mínimo comercial de 7 cm nenhum dos modelos foi classificado na situação ideal, ou seja, os volumes estimados pelos modelos testados diferiram estatisticamente dos volumes observados.

**Tabela 3** – Estatísticas “bias” (B), média das diferenças absolutas (MD) e desvio padrão das diferenças (DPD) e as notas atribuídas, a partir das estatísticas, para as estimativas do volume referentes aos diâmetros comerciais (d) de 7 e 28 cm.

**Table 3** – Statistics “bias” (B), average of the absolute differences (MD) and standard deviation of the differences (DPD) and the attributed notes, starting from the statistics, for the estimate of volume for merchantable diameters (d) of 7 and 28.

Modelo	d	B	MD	DPD	Total
Demaerschalk	28	0,1209 (2)	0,0796 (3)	0,0191 (4)	(9)
	7	0,3377 (4)	0,3377 (4)	0,0333 (4)	(12)
	Total	(6)	(7)	(8)	(21)
Ormerod	28	0,0361 (1)	0,0737 (1)	0,0081 (1)	(3)
	7	0,2140 (3)	0,2174 (3)	0,0200 (1)	(7)
	Total	(4)	(4)	(2)	(10)
Schöepfer	28	0,1298 (3)	0,1314 (2)	0,0114 (2)	(7)
	7	0,1833 (2)	0,1920 (2)	0,0262 (3)	(7)
	Total	(5)	(4)	(5)	(14)
Hradetzky	28	0,1763 (4)	0,1766 (4)	0,0165 (3)	(11)
	7	0,1652 (1)	0,1766 (1)	0,0229 (2)	(4)
	Total	(5)	(5)	(5)	(15)



**Figura 4** – Gráfico dos volumes observados e estimados pela equação de volume derivada do modelo de Ormerod aos 28 cm de diâmetro mínimo comercial.

**Figure 4** – Graph of observed volumes estimated by the derived volume equation of Ormerod model for the 28 cm of merchantable minimum diameter.



Assim, de acordo com a metodologia proposta por Leite & Oliveira (2002), houve uma discrepância entre os volumes observados e estimados para o diâmetro comercial de 7 cm. Para o diâmetro comercial de 28 cm, a exceção foi o volume estimado pelo modelo de Ormerod, considerando-se as estimativas do volume para as 27 árvores-amostra independentes do ajuste dos modelos. Pela Figura 3, mostra-se uma tendência na estimativa do volume para todos os modelos testados, a exceção do modelo de Ormerod, que apresentou uma distribuição residual satisfatória, explicando, portanto, porque este modelo alcançou a identidade entre os volumes observado e estimado para este diâmetro comercial.

### 3.3 Validação das equações de altura

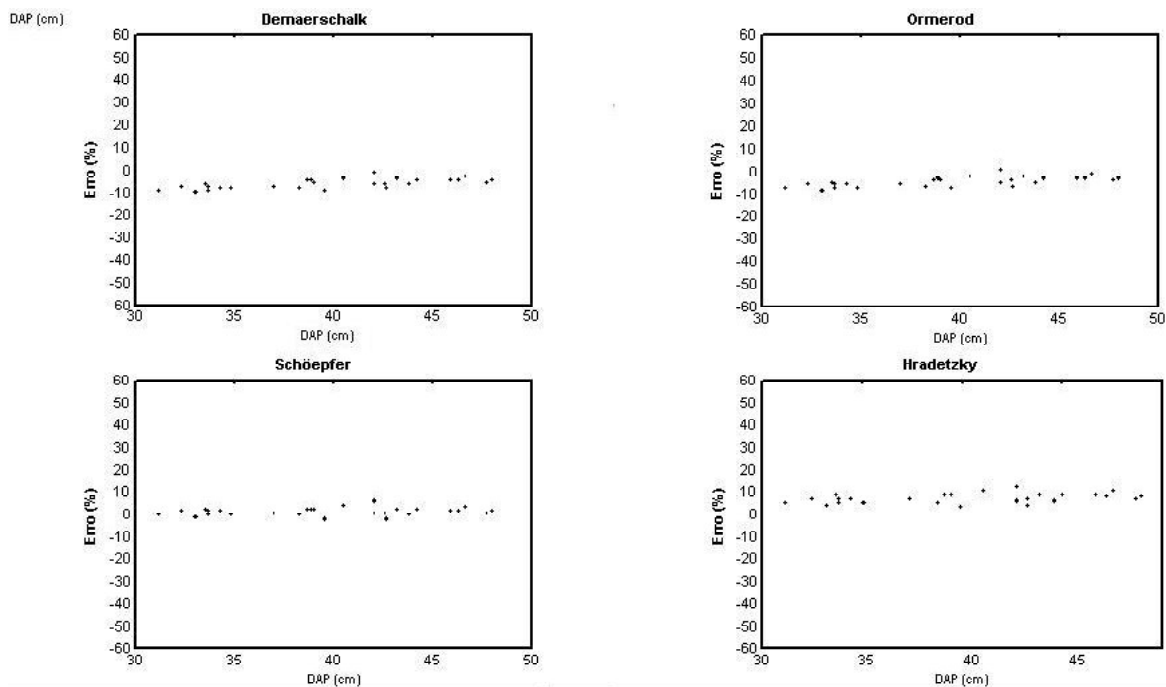
#### 3.3.1 Análises gráficas dos resíduos das equações dos modelos testados

A distribuição gráfica dos resíduos ao longo do fuste das árvores-amostra apresentou subestimativa e superestimativa, como esperado, no entanto pode-se

constatar uma tendência maior para subestimativa da altura ao longo do fuste. Pela Figura 5, apresenta-se a distribuição residual para a altura referente ao diâmetro comercial de 7 cm das 27 árvores-amostra independentes do ajuste das equações.

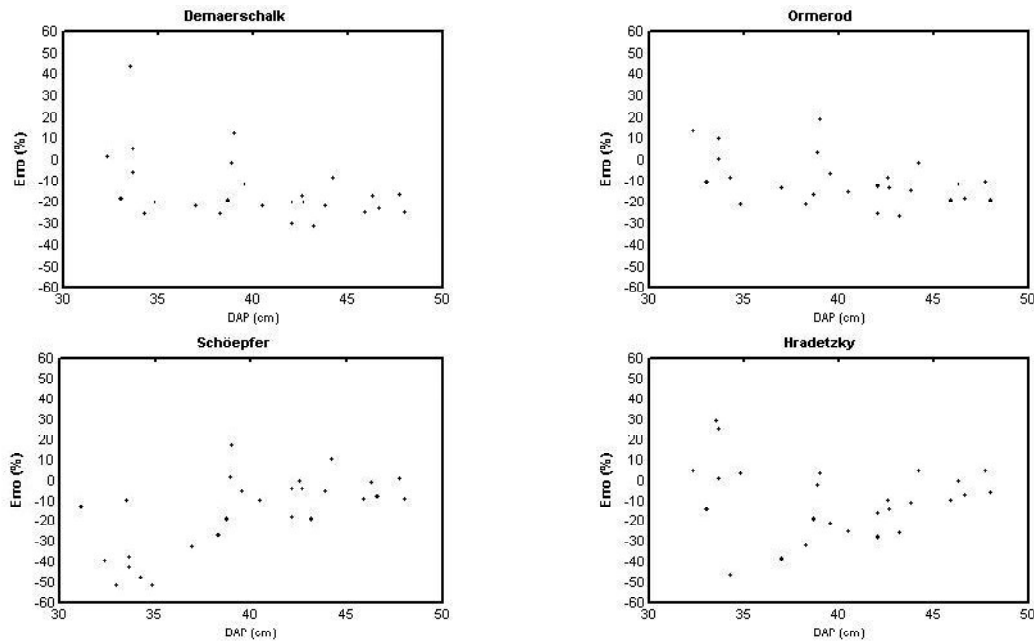
De acordo com a Figura 5, nota-se que as equações do modelo de Demaerschalk e Ormerod, apresentaram uma ligeira subestimativa da altura para todas as classes de *DAP*. Neste caso, observou-se uma tendenciosidade extrema, com praticamente todos os valores de altura subestimados em todas as classes de *DAP*. E, enquanto que, os modelos de Schöepfer e Hradetzky superestimaram a altura das árvores em todas as classes de *DAP*. Verifica-se que os quatro modelos testados apresentaram resultados semelhantes aos encontrados, quando foi avaliada a altura referente ao diâmetro de 7 cm, nas análises gráficas dos resíduos das árvores-amostra empregadas nos ajustes das equações (MENDONÇA, 2006).

A Figura 6 apresenta graficamente a distribuição residual para a altura referente ao diâmetro comercial de 28 cm das 27 árvores-amostra independentes do ajuste.



**Figura 5** – Distribuição dos resíduos da altura, em porcentagem, em função do *DAP*, considerando o diâmetro comercial de 7 cm.

*Figure 5* – Distribution of the residues of the height, in percentage, in function of *DBH*, considering the merchantable diameter of 7 cm.



**Figura 6** - Distribuição dos resíduos da altura, em porcentagem, em função do *DAP*, considerando o diâmetro comercial de 28 cm.

**Figure 6** – Distribution of the residues of the height, in percentage, in function of *DBH*, considering the merchantable diameter of 28 cm.

Pela Figura 6, nota-se uma tendência de subestimativa, de maneira geral, da altura para os modelos de Demaerschalk, Ormerod, Schöpfer e Hradetzky. O modelo de Ormerod foi o mais estável, pois a maioria dos erros variaram entre  $\pm 20\%$ , enquanto os outros erros obtiveram maior variação na amplitude. Percebe-se, também que, os erros foram maiores para árvores onde a altura está mais próxima do *DAP*. A distribuição residual dos modelos de Hradetzky foi semelhante aos das árvores empregadas no ajuste (MENDONÇA, 2006). Já o modelo de Schöpfer teve uma queda na precisão da estimativa da altura para o diâmetro de 28 cm.

### 3.3.2 Testes de precisão das equações dos modelos selecionados

Na Tabela 4 apresentam-se as estatísticas “bias” (*B*), média das diferenças absolutas (*MD*) e desvio padrão das diferenças (*DPD*) e as notas atribuídas (entre parênteses), a partir das estatísticas, para as estimativas da altura referentes aos diâmetros comerciais de 7 e 28 cm.

Analisando os dados da Tabela 4, verifica-se que o modelo de Schöpfer apresentou melhores resultados para altura dos diâmetros comerciais selecionados. Ainda, analisando os resultados do somatório das notas das estatísticas separadamente, para os quatro diâmetros

comerciais estudados, nota-se que a equação de Schöpfer apresentou um melhor resultado para as estatísticas *MD* e *DPD*. Analisando as notas atribuídas às três estatísticas estudadas, conjuntamente, para os diâmetros selecionados, observa-se que o modelo de Schöpfer foi o mais preciso na estimativa da altura, seguido dos modelos de Ormerod, Hradetzky e Demaerschalk, respectivamente.

Pelo teste proposto por Leite & Oliveira (2002), verifica-se que para os diâmetros mínimos de 7 e 28 cm, as alturas estimadas pelos modelos avaliados diferiram estatisticamente dos valores observados.

Pelos resultados encontrados para estimativa de volume e principalmente de altura nos diâmetros mínimos comerciais selecionados, notam-se tendências na estimativa destas variáveis em todos os modelos testados. Os modelos de afilamento são de grande importância na obtenção de multiprodutos da floresta. Assim, as tendências de subestimativa ou superestimativa do volume de madeira a ser colhido podem comprometer o processo de tomada de decisão. Nesse sentido, novas pesquisas devem ser realizadas buscando-se eliminar as tendências nas estimativas encontradas neste trabalho. Como sugestões para novas pesquisas, devem-se considerar modelos segmentados na tentativa de se buscar estimativas igualmente precisas em todas as partes do fuste da árvore.

**Tabela 4** – Estatísticas “bias” (B), média das diferenças absolutas (MD) e desvio padrão das diferenças (DPD) e as notas atribuídas, a partir das estatísticas, para as estimativas da altura referentes aos diâmetros comerciais (d) de 7 e 28 cm.

**Table 4** – Statistics “ bias “ (B), absolute differences average (MD) and standard deviation differences (DPD) and the attributed notes, departing from the statistics, for the estimates of tree height for the merchantable diameters (d) of 7 and 28 cm.

Modelo	d	B	MD	DPD	Total
Demaerschalk	28	2,63 (4)	3,10 (4)	7,51 (3)	(11)
	7	2,28 (3)	2,28 (3)	1,10 (4)	(10)
	Total	(7)	(7)	(7)	(21)
Ormerod	28	1,72 (2)	2,39 (2)	5,49 (2)	(6)
	7	1,76 (2)	1,77 (2)	0,66 (2)	(6)
	Total	(4)	(4)	(4)	(12)
Schöepfer	28	1,92 (3)	2,22 (1)	5,18 (1)	(5)
	7	-0,42 (1)	0,63 (1)	0,59 (1)	(3)
	Total	(4)	(2)	(2)	(8)
Hradetzky	28	1,50 (1)	2,40 (3)	9,13 (4)	(8)
	7	-2,64 (4)	2,64 (4)	0,83 (3)	(11)
	Total	(5)	(7)	(7)	(19)

Outra consideração é a preocupação em selecionar árvores de tamanho adequado para que a amostra seja representativa dos diâmetros comerciais de interesse da empresa.

#### 4 CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, para as condições em que foi desenvolvido este estudo, conclui-se que:

Os modelos analisados apresentaram tendências na estimativa das variáveis analisadas sendo que o modelo de Ormerod foi o mais estável em termos de precisão para estimativa do volume comercial e altura comercial no diâmetro de 28 cm e o modelo de Schöepfer na estimativa da altura comercial no diâmetro de 7 cm;

Os modelos considerados foram mais acurados em estimar o volume do que a altura.

#### 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCE, J. E.. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por múltiplos produtos e dos custos de transporte**. Curitiba:UFPR, 2000. 125p. (Tese - Doutorado em Ciência Florestal).

ASSIS, A. L. de; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. de; ACERBI JÚNIOR, J. W.; OLIVEIRA, A. D. de.. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na

estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, v.7, n.1, p.20-40, 2001.

ASSIS, A. L. de; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. de; OLIVEIRA, A. D. de.. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v.12, n.1, p.89-107, 2002.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n.3, p. 241-245, 1972.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L.. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, n.83, p.39-46, 1996.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; MELLO, J. M. de.; MAESTRI, R.. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v.11, n.1, p.167-188, 2001.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, v. 16, n.2, p.170-180, 1992.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, Helf 76, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B.; MILLER, C.I.; BEERS, T.W. **Forest mensuration**. New York: The Ronald Press, 1993. 410p.

LEITE, H. G.; OLIVEIRA, F. L. T.. Statistical procedure to test the identity of analytical methods. **Communications in Soil Science and plant analysis**, New York, v. 333, n. 7/8, 2002.

LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. Viçosa: UFV, 1986. 79p. (Dissertação - Mestrado em Ciência Florestal).

MENDONÇA, A. R. de. **Avaliação de uma metodologia para otimização de volume de toras comerciais de *Eucalyptus sp.* em função da qualidade do fuste**. Alegre:UFES, 2006. 91p. (Dissertação - Mestrado em Produção Vegetal).

ORMEROD, D.W. A simples bole model. **The Forestry Chronicle**, V. 49, n. 3, p.136-138, 1973.

SCHÖEPFER, W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad**. [S.l.]: Wurt-Forstl., 1966. n.p.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M. de; MAESTRI, R.. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, v. 4, n.1, p.100-122, 1998.

SILVA, G. F.; CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L.. Uso de métodos estatísticos para comparar alternativas de estimação do volume comercial. **Revista Árvore**, v. 21, n. 1, p. 99-111, 1997.

SOARES, T. S.; LEITE, H. G. VALE, A. B.. Um modelo alternativo para a quantificação de multiprodutos em árvores individuais. **Revista Árvore**, v. 28, n. 6, p. 875-882, 2004.