FERNANDO DE PAULO BRITO

O USO DE SOFTWARES NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POSICIONAL

LAVRAS – MG

2013

FERNANDO DE PAULO BRITO

O USO DE SOFTWARES NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POSICIONAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós- Graduação Profissional em Matemática, área de concentração em Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Agnaldo José Ferrari

LAVRAS – MG

2013

Ficha Catalográfica Elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca da UFLA

Brito, Fernando de Paulo.
O uso de softwares no ensino de geometria espacial posicional / Fernando de Paulo Brito. – Lavras : UFLA, 2013.
106 p. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2013.
Orientador: Agnaldo José Ferrari.
Mestrado Profissional em Matemática.
Bibliografia.

1. Geometria posicional. 2. Formação de professores. 3. Ensino e aprendizagem. 4. Visualização. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 373.1334

FERNANDO DE PAULO BRITO

O USO DE SOFTWARES NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POSICIONAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós- Graduação Profissional em Matemática, área de concentração em Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADO em 14 de março de 2013.

Dra. Grasiele Cristiane Jorge UNICAMP

Dra. Amanda Castro Oliveira UFLA

Dr. Agnaldo José Ferrari
Orientador

LAVRAS – MG
2013

A Jacqueline, minha esposa, que me apoiou no decorrer do curso.
A Maria Fernanda, minha filha, que me serviu de inspiração.
Aos meus pais por terem me dado a vida.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

A Deus, por todas a graças e bênçãos que vem de seu infinito amor e por seu Espírito Santo que ilumina todos os meus passos.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), ao DEX (Departamento de Ciências Exatas) e à SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), pela oportunidade concedida para a realização do mestrado.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas, pelos ensinamentos transmitidos e harmoniosa convivência.

À CAPES, pela concessão de bolsa de estudos.

Ao professor Doutor Osnel Broche Cristo, pela amizade, ensinamentos, atenção, dedicação que foram de grande relevância para realização desse trabalho.

Ao professor Doutor Agnaldo José Ferrari pela orientação, paciência, amizade, ensinamentos, atenção, dedicação que foram de grande relevância para realização desse trabalho.

Aos amigos mestrandos, pelo companheirismo durante todo curso.

Ao amigo mestrando Alex Reis da Silva, pela preciosa ajuda na realização desse trabalho.

Ao Israel Vitor Vicente, pela inestimável ajuda no desenvolvimento do software de jogo Gemp.

RESUMO

Visou-se, neste projeto, apresentar uma proposta alternativa para o ensino da geometria espacial posicional por ser um conteúdo importante para a aquisição de competências que ajudarão o aluno em toda a sua vida. O projeto baseou-se em uma pesquisa bibliográfica, iniciada com uma analise da historia do ensino da geometria, do currículo nacional atual e de alguns livros didáticos adotados no ensino médio. O processo ensino-aprendizagem em constante transformação faz com que o docente procure novos meios que levem os alunos a adquirirem as habilidades propostas. Para o ensino da geometria espacial posicional é proposto o uso de materiais concretos e de recursos tecnológicos, como o software educacional Wingeom e do software de jogo Gemp, sendo esse último idealizado pelos autores deste projeto. A ideia central do projeto é desenvolver a capacidade de visualização e a orientação espacial. Com esse projeto espera-se que o ensino de geometria espacial posicional torne-se mais eficiente e dinâmico levando o aluno a entendê-la e utilizá-la na aquisição de novos conhecimentos.

Palavras-chave: Geometria posicional. Visualização. Softwares. Aprendizagem.

ABSTRACT

This project aimed at presenting an alternative proposal for teaching positional spatial geometry, since it is an important content for acquiring competencies which will aid the student in all his life. The project was based on a bibliographical research, initiated with the analysis of the history of teaching geometry, the current national curriculum and a few didactic books adopted in high school. The teaching/learning process in constant transformation forces the teacher to look for new means which lead the students to acquiring the proposed abilities. In order to teach positional spatial geometry we propose the use of concrete materials and technological resources, such as the Wingeom educational software and the Gemp game software, the last being idealized by the authors of this project. The central idea of this project is to develop visualization capacity and spatial orientation. With this project, we expect that teaching positional spatial geometry becomes more efficient and dynamic, leading the student to understanding it in acquiring new knowledge.

Keywords: Positional geometry. Visualization. Software. Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O processo ensino-aprendizagem é um desafio ao professor. Os alunos muitas vezes, não se interessam pelos métodos tradicionais de aprendizagem que ficaram desmotivantes em relação aos recursos tecnológicos, que passaram a fazer parte da vida dos adolescentes e da globalização que traz a informação de forma instantânea. Frente a essa realidade, a busca pela motivação leva o professor a utilizar-se de meios, como jogos e recursos tecnológicos, que antes eram vistos apenas como lazer pelos alunos (SMOLE et al., 2008).

O professor de Matemática compartilha desse dilema, pois o desenvolvimento matemático do aluno do Ensino Médio inicia-se pelo entendimento de vários teoremas e definições que através da abordagem convencional muitas vezes não são apropriados pelos discentes (BRASIL, 1997). O interesse do professor por novas abordagens é fundamental para renovar o ensino da Matemática deixando-a mais relacionada com o cotidiano do aluno, facilitando a sua aprendizagem. Um método que pode ser bastante eficaz é o uso de softwares.

A Geometria Espacial, estudada nos anos finais do Ensino Médio, contribui para o desenvolvimento de habilidades que auxiliam o discente em outras áreas do conhecimento. O professor de matemática, com o intuito de fazer seu aluno adquirir conhecimento geométrico, pode apropriar–se de novos saberes e se familiarizar com metodologias inovadoras.Por isso, objetiva-se,neste projeto, apresentar uma proposta alternativa para o ensino da geometria espacial posicional de forma a desenvolver as habilidades e competências necessárias ao entendimento da mesma.

A utilização de softwares na aprendizagem pode fazer com que o aluno se torne sujeito ativo do conhecimento, tendo que interpretar, refletir, articular, questionar, debater, pesquisar, argumentar, ou seja, não só conhecer o conteúdo, mas adquirir a capacidade de utilizar a geometria em seu cotidiano (SMOLE et al., 2008).

No segundo capitulo foi feita uma pesquisa histórica do ensino de geometria espacial. Começando pela geometria pré-helênica, passando pela geometria helênica e finalizando com o ensino de geometria no Brasil.

O terceiro capitulo versa sobre os parâmetros curriculares nacionais e os conteúdos básicos comuns do estado de Minas Gerais, relatando as orientações propostas por esses documentos para o ensino da geometria espacial.

O quarto capitulo vem enfatizar a importância de se trabalhar a visualização para facilitar o ensino da geometria espacial, levando à compreensão dos conceitos e definições.Isso pode ser feito através do uso do software Wingeomeme, ainda neste capitulo foram dadas as orientações para o manuseio desse software.

O quinto capitulo discorre sobre a importância do uso de jogos no ensino de Matemática, focalizando esse uso no ensino de geometria espacial. Nesse capitulo também é apresentado o software de jogo Gemp que é um jogo desenvolvido para motivar os alunos e consolidar os conceitos e propriedades da geometria espacial.

O sexto capitulo é uma proposta para o ensino da geometria espacial posicional que começa através do uso de material concreto passando para visualização no software Wingeom, em que se propõem atividades a serem realizadas pelos alunos. Essas atividades são de manipulação de objetos para definição de conceitos e do software para facilitar a abstração desses conceitos pelo aluno. Para finalizar, deve-se aplicar o jogo Gemp nos alunos para consolidar esses conceitos e avaliar o projeto.

No apêndice, encontram–se as perguntas que foram utilizadas no software de jogo Gemp. Elas estão divididas em três categorias: prismas, pirâmides e corpos redondos.

De acordo com as diretrizes do profmat, os mestrandos Fernando de Paulo Brito, autor deste projeto e Alex Reis da Silva , que expôs uma proposta para o ensino da geometria espacial métrica, realizaram parte de suas pesquisas em conjunto, logo são comuns aos dois projetos os capítulos: “ história do ensino da geometria espacial” e “a geometria segundo os parâmetros curriculares” e parte dos capítulos “a importância da visualização geométrica no ensino de geometria” e “jogos no ensino da geometria”.

O projeto aqui realizado tem por finalidade ser uma proposta de apoio que ajude o aluno a adquirir habilidades e competências geométricas. Essas habilidades serão de grande importância na sua formação de cidadão e visão e na sequência de seus estudos, tornando seu aprendizado mais rico e dinâmico. Propõe também auxiliar os professores dando-lhes a possibilidade de utilizar os métodos aqui trabalhados em outros conteúdos matemáticos, tornando o ensino e a aprendizagem mais prazerosos e eficazes.

2 HISTÓRIA DO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Neste trabalho, propõem-se novas práticas para o ensino da Geometria Espacia.Esse começa através de uma fundamentação histórica que procura abordar o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da mesma, ao longo do tempo. O conhecimento da história da matemática ajuda o professor a compreendê-la para melhor transmiti-la, como destaca Ambrósio (2010, p. 29):

> Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma ideia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral. Conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje.

2.1 A geometria pré-helênica

Segundo Eves (1992), as primeiras considerações que o homem fez em relação à geometria são muito antigas e parecem ter se originado de simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. Para Pavanello (1989) é difícil precisar quando o homem começou a desenvolver o conhecimento geométrico, o que parece é que foi construído de forma empírica, como resposta às necessidades de ordens práticas da comunidade, como a necessidade de demarcação de terras e a construção de moradias mais avançadas para abrigar homens, animais e alimentos.

Antes do surgimento da escrita, o homem neolítico através de seus desenhos já mostrava uma preocupação com as relações espaciais, pois em seus potes, tecidos e cestas apareciam exemplos de congruências e simetrias (BOYER, 1974).

Com a criação da escrita, a geometria passa a ser registrada. Cada civilização antiga tinha sua forma de fazer registros: a civilização egípcia fazia seus registros em pedras e papiros, que devido ao clima excepcionalmente seco do Egito, resistiram ao tempo; a civilização babilônica usava barras de argila cozida, que são imperecíveis; os hindus e chineses usavam para escrever fibras de entrecascas de árvores e bambu, que são muito perecíveis (EVES, 1992). Justamente pela fragilidade desses materiais, poucos relatos da geometria dos hindus e chineses resistiram ao tempo, sendo que a maior parte do conhecimento preservado dessa época deve-se aos egípcios e babilônios.

Os mais antigos registros datam de 3.000 anos a.C., são antigas tábuas de argila cozida, do império babilônico, desenterradas na Mesopotâmia. Elas mostram que a geometria babilônica antiga estava intimamente relacionada com a mensuração prática (EVES, 1992).

Segundo Eves (1992), todas essas civilizações evoluíram seu conhecimento para a geometria científica, ao ponto de extrair certas propriedades e ter a noção de leis e regras geométricas. Nesse nível de conhecimento geométrico, a indução, o ensaio, o erro e o conhecimento empírico eram instrumentos de descoberta.

Por volta de 800 A.C. começa o declínio cultural das civilizações egípcia e babilônica , que começam a passar a hegemonia cultural para uma nova civilização, a grega.

2.2 A geometria helênica

A civilização grega não se iniciou com uma tradição matemática e literária, mas teve um desejo ansioso de aprender, e não demorou a melhorar o que lhe ensinaram (BOYER, 1974). Muitos dos registros matemáticos gregos originais se perderam, mas muitos deles foram traduzidos por outras culturas, possibilitando, hoje, o conhecimento das contribuições geométricas desenvolvidas pelos gregos.

O grande diferencial no ensino e aprendizagem da geometria grega está no fato de que para eles apenas conclusões empíricas não eram suficientes para descrever os fatos geométricos, mas sim o raciocínio lógico, dedutivo (EVES, 1992). Com os gregos, o ensino geométrico passa a ser fundamentado em demonstrações e deduções.

Foi Tales de Mileto, um dos sete sábios da antiguidade, o precursor do uso do raciocínio dedutivo nas demonstrações geométricas. Tales não teve mérito por ter formulado vários teoremas, mas por ter chegado a eles por métodos lógicos (PAVANELLO, 1989).

O próximo grande passo dos gregos deu-se com a fundação da escola pitagórica que foi responsável por estabelecer o que se conhece como método postulacional, no qual as afirmações são provadas por raciocínios dedutivos rigorosos a partir de postulados – proposições iniciais explicitamente formuladas (BERNAL, 1978 apud PAVANELLO, 1989).

O auge do desenvolvimento da geometria pela civilização grega ocorreu com os três geômetras gregos mais importantes da Antiguidade: Euclides que escreveu vários tratados de geometria, sendo o mais expressivo os “Elementos”, que embora faça uma compilação da realização de seus predecessores difere pela precisão com a linguagem e o rigor do raciocínio; Arquimedes, considerado o maior matemático da Antiguidade, destacou-se por seus trabalhos serem originais, sendo que dez de seus tratados chegaram a nosso tempo; Apolônio que, entre seus contemporâneos, foi chamado de “o grande geômetra”, teve como principal obra “Secções Cônicas” que é um estudo exaustivo sobre o assunto e supera completamente os estudos anteriores (EVES, 1992).

Apesar de poder ser usada de forma prática, a geometria para os gregos é vista mais como formativa, ajudando a desenvolver o raciocínio e a inteligência, como destaca Pavanello (1989, p. 37):

> O estudo da geometria não tem para os gregos objetivos práticos – embora esses conhecimentos possam ser aplicados quando convenientes, como, por exemplo, na astronomia, na navegação, na guerra. A geometria é vista como uma ciência formativa, seu estudo conduzindo à hábitos de raciocínio e ao refinamento da inteligência. A geometria ocupa um lugar de destaque na Academia de Platão justamente porque esse está convencido de que seu estudo fornece o melhor treino para a mente, sendo, pois, essencial para o desenvolvimento dos filósofos e dos governantes de seu Estado ideal.

O interesse geométrico dos gregos diminui após o período destes grandes eruditos, tendo um pequeno reflorescimento com Pappus, já no final do século III da nossa era. O trabalho de criação dá lugar ao da compilação, o cientista dá lugar ao orientador (PAVANELLO, 1989).

Após os gregos, a geometria sai de foco em relação ao ensino, sendo que até meados do século XI, os hindus e os árabes é que desenvolviam a matemática, mas dando pouca ênfase à geometria. Com isso, nesse período houve pouco desenvolvimento no ensino da geometria.

2.3 O ensino da geometria no Brasil

No século XIII, surgem as primeiras universidades que, em um primeiro momento eram destinadas ao clero, mas depois se abriram aos leigos. Nelas eram estudas as sete artes, das quais fazia parte a geometria. No século XIV, com a peste e com a Guerra dos Cem anos, a matemática ficou estagnada.

Segundo Valente (2007), por cerca de duzentos anos, desde a chegada dos portugueses ao Brasil, o ensino foi dominado pelos jesuítas que não se interessavam pelo ensino da Matemática. Não haviam professores capacitados para lecioná-la, sendo que estiveram no Brasil professores europeus em missão e trabalhos de cartografia, astronomia e engenharia, mas não para lecionar. Poucas escolas jesuítas lecionavam matemática, pois eles não a reconheciam como algo importante para a formação do homem.

Foi por uma ordem do imperador D. João IV, ao final do século XVII, que a geometria e a aritmética começaram a integrar a cultura escolar, no Colégio de Santo Antão, com o objetivo de preparar os alunos que fariam as aulas de Artilharia e Fortificação. O curso de Artilharia e Fortificação foi o embrião da escolaridade militar, para onde iam os filhos dos militares e dos nobres em busca da carreira das armas. Em 1738, o curso torna-se regular e obrigatório a todos os oficiais que quiserem ser promovidos ou nomeados e tem duração de cinco anos (VALENTE, 2007).

Os dois primeiros livros didáticos do Brasil, baseados em perguntas e respostas, foram de José Fernandes Pinto Alpoim, um dos primeiros engenheiros militares a atuar no Brasil. Os livros tinham por objetivo ajudar o estudo dos novos soldados, mas visam também atender a objetivos didático-pedagógicos, trabalhando a matemática elementar que hoje é estudada nos Ensinos Médio e Fundamental.

Com a necessidade do aprimoramento das forças portuguesas, em 1782 foi criada a Academia Real dos Guardas Marinha que tinha como material didático a obra de Bézout, que não estava preocupado com o rigor matemático e buscava explorar a intuição dos alunos. Logo a obra de Bézout foi substituída pela do brasileiro Vilela Barbosa que estava mais preocupado com o rigor matemático, com isso a geometria prática que era referência desde Alpoim dá lugar a geometria especulativa, isto é, a geometria mais rigorosa que parte de teoremas e axiomas até a conclusão de determinado conceito (MENESES, 2007).

Em 1810, o príncipe regente e futuro rei, D. João VI cria o curso de Matemática na Academia Real Militar, destinada ao ensino das ciências exatas e da engenharia em geral, dando um grande passo para o ensino da geometria no Brasil. A obra adotada como material didático foi a do autor francês Legendre, que se baseava, a grosso modo, nas obras de Euclides. Legendre também tinha uma preocupação com o rigor matemático, mas sua obra foi substituída pela de Lacroix, que faz um sutil equilíbrio entre rigor e aceitação de verdades “evidentes” (VALENTE, 2007).

A Academia Real dos Guardas Marinha vem a constituir-se em uma escola secundária enquanto a Academia Real Militar torna-se um curso superior. Essas duas academias modelaram as origens do ensino de Matemática, criando programas escolares e estruturando os conteúdos a ensinar. O ensino primário foi organizado logo após a secundária e a superior e era responsável por ensinar as primeiras noções de geometria, em particular as necessárias para a medição de terrenos (MENESES, 2007).

Com a criação da escola secundária, a geometria passa a ser valorizada como pré-requisito para o ingresso em cursos superiores, como Academias Médico-Cirúrgicas e escolas Politécnicas. A geometria deixa de ser vista como uma matéria ligada às necessidades militares e passa a ser considerada uma disciplina de suma importância para o candidato ao curso superior, fazendo parte da cultura geral escolar.

Em meados do século XIX, a escola secundária divide-se em dois tipos: uma para os trabalhadores, orientada a preparar os estudantes para o trabalho, por isso dava ênfase às aplicações práticas dos princípios da geometria e a segunda para a elite, orientada a desenvolver as capacidades intelectuais preparando os estudantes para o ensino superior, por isso a geometria enfatizava os processos dedutivos (PAVANELLO, 1989).

No início do século XX , em 1929 as ciências matemáticas, aritmética, álgebra e geometria, que antes eram estudadas separadamente juntam-se para formar uma única disciplina, chamada matemática. É proposto que os problemas matemáticos deveriam ser voltados para a realidade e de acordo com a vida dos educandos.

Em meados do século XX, a preocupação com a adequação do ensino, frente ao desenvolvimento científico, desencadeia o Movimento da Matemática Moderna, o MMM. Esse movimento deu mais ênfase à álgebra e à aritmética. Em relação à geometria foi proposto um maior rigor e ênfase a postulados e axiomas, o que levou muitos professores a terem dificuldade de ensiná-la, destinando o seu ensino ao final do ano letivo o que tinha muitas vezes como consequência o não ensino da mesma.

Com a criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), de 1996, e o Plano Nacional de Educação (PNE), de 2001, o ensino da geometria volta a ser foco do processo ensino-aprendizagem.

3 A GEOMETRIA SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES

Objetiva-se, neste capítulo, analisar as orientações de como devem ser trabalhados os temas de geometria no ensino médio, principalmente a geometria espacial de posição e métrica.

3.1 Os parâmetros curriculares nacionais - PCN's

A Matemática de um modo geral deve ser trabalhada visando o desenvolvimento de um conjunto de competências. No caso especifico da geometria espacial isso também deve ocorrer de maneira que o aluno possa perceber a relação existente entre o que ele estiver estudando na sala de aula e o mundo, assim o que ele estiver aprendendo passa a ter mais significado. Os PCN's (BRASIL, 1997, p. 119) nos dizem que

> A abordagem tradicional, que se restringe à métrica do calculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas paralelas nas pinturas e esculturas. Ensinar geometria no ensino médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas pelos alunos.

Os PCN's (BRASIL, 1997) propõem que a geometria no ensino médio deve ser tratada em quatro unidades temáticas, a saber: geometria plana, espacial, métrica e analítica. Neste trabalho, abordamos as unidades, espacial e métrica, onde a espacial trata das posições relativas a paralelismo, perpendicularismo, intersecções e outras. A métrica trata do cálculo de superfícies, volumes, comprimentos e estabelece a relação entre esses.

Ainda segundo os PCN’s (BRASIL, 1997) o ensino da geometria não deve ser trabalhado observando-se apenas as relações métricas com cálculos de comprimentos áreas e volumes, mas deve levar em conta as relações geométricas, considerando as propriedades das posições relativas das congruências e semelhanças de figuras planas e espaciais. Analisar e reconhecer as diferentes representações das figuras planas espaciais tais como desenho, planificação e construção com instrumentos. Com o aprofundamento dessas ideias o aluno pode conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas. Destaca ainda os PCN’s que:

> Não se trata da memorização de um conjunto de postulados e de demonstrações, mas da oportunidade de perceber como a ciência Matemática valida e apresenta seus conhecimentos, bem como propiciar o desenvolvimento do pensamento lógico dedutivo e dos aspectos mais estruturados da Matemática (BRASIL, 1997, p. 124).

Os PCN’s (BRASIL, 1997) também propõem que se deve usar a composição e a decomposição de figuras para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. Motivando o trabalho com figuras inscritas, nos quais os problemas devem ser propostos como aplicação do que foi aprendido.

De acordo com os PCN’s (BRASIL, 1997) esses são os conteúdos e as habilidades propostas para as unidades temáticas:

a) Geometria espacial:

Elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.

- Interpretar e associar objetos sólidos e suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.

b) Métrica:

Áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.

- Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos.
- Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativas, por exemplo, de recipientes, refrigeradores, veículos de carga, moveis, cômodos, espaços públicos.
- Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.

Uma proposta de organização dos temas de geometria espacial é que sejam trabalhados no 2º ano do ensino médio. A distribuição desse conteúdo junto aos demais deve levar em consideração o número de aulas semanais. Se o número for menor do que quatro aulas, o professor deve garantir a compreensão da Matemática como ciência e evitar o excesso de cálculos de áreas e volumes. A principal estratégia de abordagem dos conteúdos indicada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio PCNem’s é a resolução de problemas relacionados com a realidade dos alunos.

> Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCN's privilegia o tratamento de situações problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado (BRASIL, 1997, p. 129).

3.2 A geometria espacial segundo os CBC's

Os CBC's (MINAS GERAIS, 2008) são documentos oficiais do Estado de Minas Gerais baseados nas diretrizes curriculares nacionais para o Ensino Médio e nas orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Esses são os documentos que devem servir de base para o trabalho dos professores da educação básica de Minas Gerais. Os CBC's orientam os professores para o desenvolvimento de habilidades e competências dos seus alunos de modo a estimular a criatividade. Os CBC's (MINAS GERAIS, 2008, p. 34) dizem ainda que:

> Vale ressaltar que as propostas curriculares de matemática para os ensinos fundamental e médio sugerem que se trabalhe com as atividades que proporcionem o desenvolvimento da criatividade do aluno, bem como se abra um espaço na sala de aula para o aluno expor suas dúvidas, observações e relatos sobre as atividades, de forma oral ou escrita.

No caso especifico da Geometria , o professor deve saber de maneira coerente aproveitar o conhecimento de experiências e observações do aluno junto ao mundo real. Esse conhecimento prévio deve servir de base e motivação para desenvolver o aprendizado, incluindo a Geometria formalizada ao seu conhecimento. A geometria deve estimular a capacidade de observação e criatividade do aluno, visualizando ou descrevendo objetos. Esse também deve ser um momento para que o aluno utilize o raciocínio lógico dedutivo para validar os resultados, percebendo assim o estudo da matemática como ciência.

No ensino médio, espera-se que o aluno tenha maturidade para formalizar os aspectos da Geometria que eram observados e deduzidos de maneira intuitiva no ensino fundamental.

> No ensino médio, a Geometria é estudada levando-se em conta três aspectos: o tratamento formal, lógico-dedutivo dos fatos referentes a figuras planas e espaciais; o desenvolvimento de técnicas de medição indireta (usando semelhança de triângulos ou trigonometria) e a algebrização da Geometria através da introdução de um modelo para a Geometria Euclidiana Plana (geometria analítica) (MINAS GERAIS, 2008, p. 37).

Os CBC's (MINAS GERAIS, 2008) orientam o trabalho do professor com um foco na contextualização e resolução de problemas. O docente pode usar de sua habilidade e observação para traduzir os teoremas e postulados em situações do cotidiano de forma a facilitar a compreensão e motivar o interesse pelo aprendizado da geometria.

A geometria deve ser trabalhada em espiral, sendo abordada durante todo o ano letivo e utilizada nas outras áreas do conhecimento de uma forma interdisciplinar, propiciando a consolidação do conhecimento geométrico. Segundo os CBC's (MINAS GERAIS, 2008, p. 41):

> O conhecimento matemático é construído na escola básica passo a passo, desde as séries iniciais, num crescendo de complexidade. Com frequência é impossível aprender alguns tópicos sem uma boa base em outros, por exemplo, o tópico geometria espacial depende muito do estudo de triângulos.

De acordo com os CBC's (MINAS GERAIS, 2008) e também dos PCN's (BRASIL, 1997), a geometria espacial deve ser trabalhada no 2° ano do ensino médio, começando por uma apresentação dos sólidos geométricos e seus elementos , visando sempre desenvolver habilidades, como por exemplo, reconhecer os sólidos e identificar seus elementos. O próximo passo seria reconhecer a planificação de uma figura tridimensional e identificar as posições relativas de retas e planos, usando-se como base as faces e as arestas desses sólidos. Por fim, deve-se desenvolver a capacidade de resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas e volumes de figuras tridimensionais. Veja algumas sugestões de atividades contidas nos CBC's (MINAS GERAIS, 2008, p. 74):

> Utilizar modelos feitos de canudo ou papelão na exploração de propriedades de figuras tridimensionais e seus elementos. Algumas dessas figuras podem ser confeccionadas pelos próprios alunos, que terão oportunidade de identificar propriedades características da figura a ser construída. Podem ser explorados, por exemplo, a fórmula de Euller as posições relativas entre retas, entre retas e planos e entre planos no espaço.
> Identificar simetrias nos sólidos platônicos, que podem ser confeccionados pelos alunos ou pelo professor; propor a confecção de um painel com ilustrações de sólidos geométricos, que ocorrem na natureza. Apresentar uma figura tridimensional e pedir sua planificação e vice-versa. Pedir para calcular o preço para se construir uma caixa retangular, conhecendo- se o preço do centímetro quadrado do material a ser utilizado para confeccioná-la. Calcular o volume de solido mergulhado completamente em um recipiente com água e comparar o resultado com a fórmula que fornece o seu volume.
> Construir modelos, por exemplo, em sabão, e efetuar cortes para analisar as seções obtidas.
> Utilizar pilhas de discos feitos em madeira ou papelão para formarem sólidos de mesma altura e com as respectivas seções de mesma área.

Como pode-se perceber com essas orientações, os CBC's (MINAS GERAIS, 2008) visam o uso de material concreto e a utilização de situações do cotidiano dos alunos contextualizadas em problemas, possibilitando a construção do aprendizado e o desenvolvimento de habilidades.

3.3 O ensino de geometria espacial segundo alguns livros didáticos

Nesta seção será realizada uma breve análise nos seguintes livros didáticos de ensino médio, indicados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) “Matemática Paiva” de Manoel Paiva, “Matemática ciências e aplicações” de Gelson Iezzi e outros e “Matemática contextos e aplicações” de Luiz Roberto Dante.

Segundo Paiva (2011), o estudante do ensino médio deve entender três estágios do pensamento cientifico: concreto, concreto-abstrato e abstrato, considerando-se a abstração como o pensamento sobre um objeto ausente, que pode existir completamente ou não.

A partir daí, ele propõe algumas atividades começando pela de manipulação de materiais concretos e passando para a abstração de outras situações. A exposição do conteúdo é feita através da apresentação das figuras espaciais e as atividades de consolidação buscam estabelecer uma relação entre o conteúdo apresentado e algo da realidade como, por exemplo, alguma atividade profissional.

A sugestão de Iezzi et al. (2010) é que o professor comece por uma revisão dos tópicos de geometria plana trabalhados anteriormente, realizando uma pesquisa das relações nas figuras planas e o cálculo das suas áreas. Passando para a geometria espacial com seus postulados, proposições, teoremas e demonstrações. Iezzi et al. (2010) ainda ressaltam a importância do uso de material concreto para ilustrar e ajudar a formar alguns conceitos como, por exemplo, usar uma caixa de sapatos para identificar retas paralelas ou concorrentes. Na geometria métrica, o autor ressalta a importância da planificação dos sólidos para facilitar a dedução das fórmulas para o cálculo de superfícies, e ele também destaca que o aluno deve comprovar através de alguma experiência a relação entre as medidas de capacidade e volume como o litro e o decímetro cúbico. É importante também que o professor destaque para os alunos que, muitas descobertas matemáticas feitas de modo experimental só vieram a ser demonstradas muito tempo depois.

Dante inicia seu trabalho com geometria espacial apresentando um contexto histórico como motivação. Segundo Dante (2011, p. 20):

> Tão importante quanto os números é a geometria, que permite compreender o espaço, sua ocupação e medida; as superfícies suas formas, regularidades e medidas; e as relações entre todas essas figuras geométricas.

Dante (2011) nos diz que o aluno nessa fase está bastante familiarizado com os elementos geométricos, facilitando assim a apresentação desses conceitos de forma lógica. Esse também é o momento de se apresentarem novos conceitos para os alunos como, por exemplo, o de retas reversas, é e importante também mostrar que eles fazem parte de nossas vidas. Na geometria métrica é apresentada uma abordagem histórica, do principio de Cavalieri. Para o estudo dos corpos redondos é feita uma ligação para se aplicar os conceitos às praticas sociais em relação à água no mundo.

Atualmente existe uma grande preocupação com o ensino da geometria, e,no caso desse trabalho da geometria espacial. Existem muitas orientações dadas pelos PCN’s (BRASIL, 1997) e pelos CBC’s (MINAS GERAIS, 2008) para direcionar o trabalho docente na educação básica. O trabalho do professor deve sempre visar o desenvolvimento de habilidades e competências dos alunos para que as mesmas possam ser utilizadas pelos alunos no seu cotidiano.

4 A IMPORTÂNCIA DA VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA NO ENSINO DA GEOMETRIA

Segundo Lorenzato (2006, p. 5), Arquimedes fazia descobertas matemáticas através de imagens e objetos e construía assim novos saberes. Arquimedes evidenciou isso quando escreveu a Eratóstenes, mais ou menos no ano 250 a. C, dizendo: “É meu dever comunicar-te particularidades de certo método que poderás utilizar para descobrir, mediante a mecânica, determinadas verdades matemáticas [...] as quais eu pude demonstrar, depois, pela geometria”.

Segundo Lorenzato (2006, p. 3), muitos educadores nos últimos séculos ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como instrumento facilitador na aprendizagem de matemática. Este trabalho vem ressaltar essa importância, propondo o uso de objetos concretos passando para visualização das figuras geométricas em softwares.

Objetivou-se, nesta proposta, facilitar a percepção e a abstração dos elementos geométricos pelo aluno, enriquecendo o processo ensino-aprendizagem através de uma nova abordagem.

4.1 A geometria através do software Wingeom

O programa Wingeom, de domínio público, foi criado por Richard Parris da Philips Exeter Academy e tem por objetivo a construção de figuras planas e espaciais. Ele permite a interação através da visualização por diversos ângulos, a formatação de seus elementos de várias maneiras e o cálculo de suas medidas. O programa pode ser instalado no Windows nas versões 95, 98, ME, XP, Vista e 7, ocupa apenas 144 Kb de memória e foi traduzido em Português por Franciele

Cristine Mielke. Para conseguir uma versão grátis é só acessar o endereço <http://math.exeter.edu/rparris/wingeom.html> e fazer o download.

O software tem em sua barra de ferramentas inicial duas opções, Janela e Ajuda. Para iniciar a atividade deve-se clicar em Janela, onde abrirá o seguinte menu:

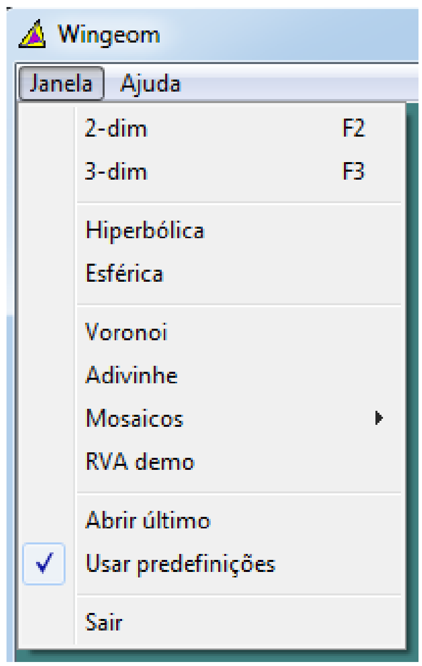


Figura 1 Opções do menu Janela

Para desenvolver atividades com a geometria espacial posicional pode-se clicar em 2-dim, ou dar o comando F2, para abrir a janela gráfica 2D. Nessa janela é possível trabalhar com posições relativas entre retas e visualizar se um ponto pertence ou não a uma reta. É possível utilizar o software Wingeon em várias outras atividades, porém iremos nos restringir nos comandos referentes a sequência didática proposta. Acionando o comando, a seguinte janela deve aparecer:

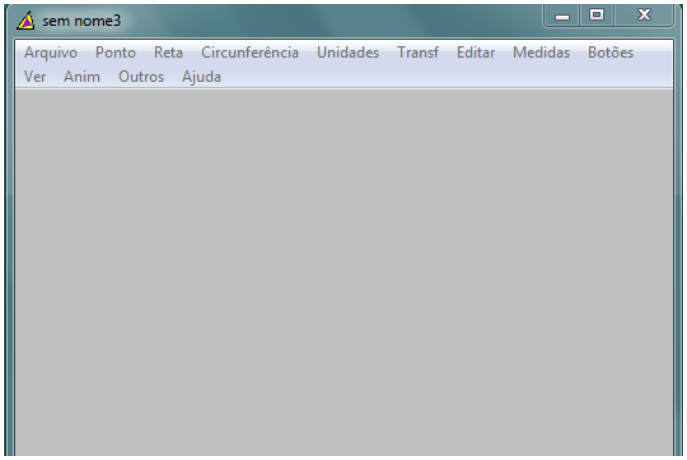


Figura 2 Janela gráfica 2D

Para trabalhar com posição entre retas e planos, pontos e planos e retas no espaço é necessário abrir a janela gráfica 3D, clicando em janela no menu principal a seguir 3-dim ou dando o comando F3.

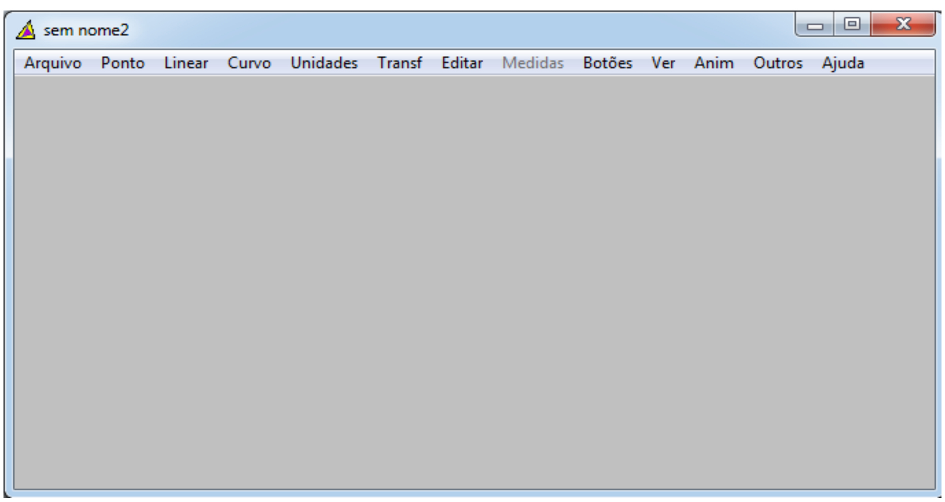


Figura 3 Janela gráfica 3D

4.1.1 Manuseio das ferramentas

Para utilizar algumas ferramentas da janela gráfica 2D primeiro deve-se criar alguns pontos na janela gráfica para servir de referência, esses pontos podem ser criados clicando sobre o menu ponto, coordenadas abrindo a seguinte janela:

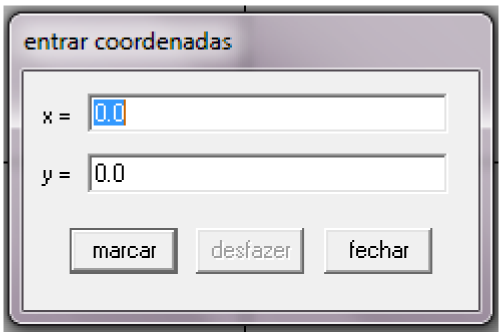


Figura 4 Janela de coordenadas 2D

Para criar um ponto, basta colocar as coordenadas desejadas e clicar em marcar, os pontos criados terão como referência as coordenadas cartesianas que podem ser exibidas ou ocultadas através do comando Crtl+A.

Com base nos pontos criados podemos traçar retas, clicando em Reta em seguida acionamos o comando Retas..., abrindo a seguinte janela:

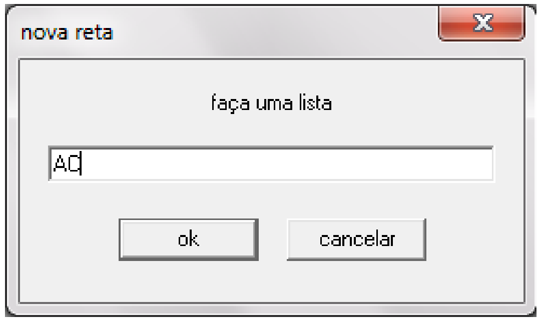


Figura 5 Janela para criar retas

Onde devemos digitar os pontos de referência da reta a ser criada, em seguida clicamos em ok.

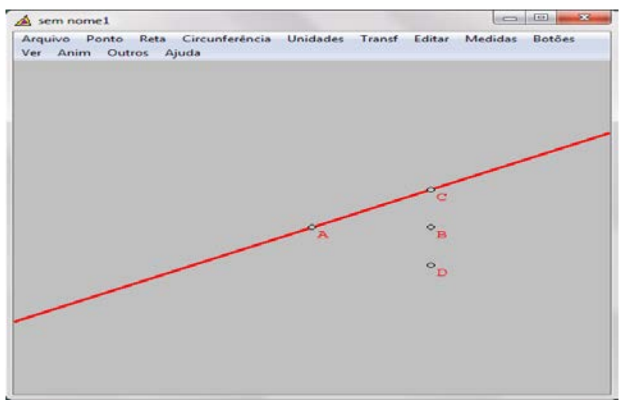


Figura 6 Reta em destaque na janela gráfica 2D

Para criar uma reta paralela a uma reta já existente, deve-se clicar em Reta, em seguida dar o comando Paralelas... aparecendo a seguinte janela:

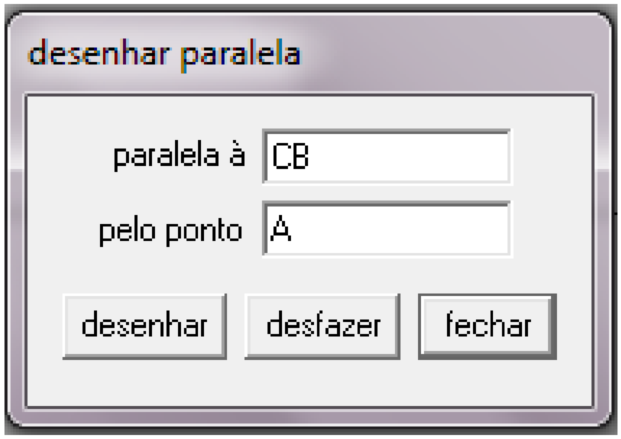


Figura 7 Janela para criar retas paralelas

Para criar uma reta perpendicular a uma reta já existente, deve-se clicar em Reta, dar o comando Perpendicular em seguida Geral. Conforme a figura:

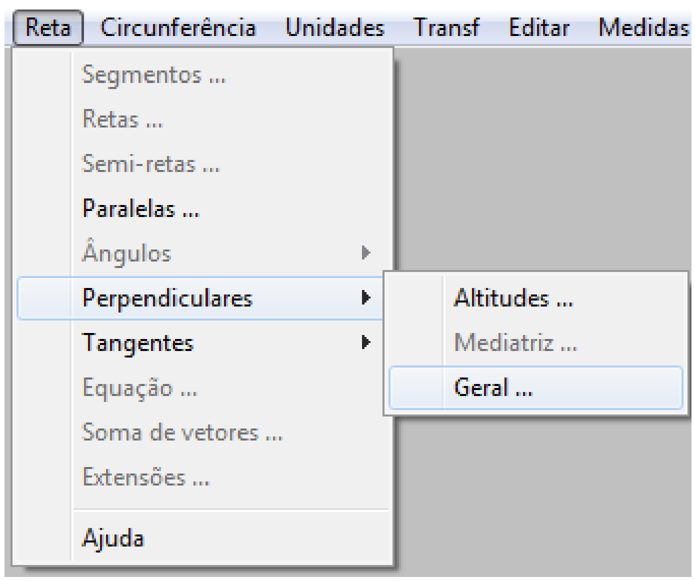


Figura 8 Janela de comandos

Clicando em geral, aparecerá a seguinte janela:

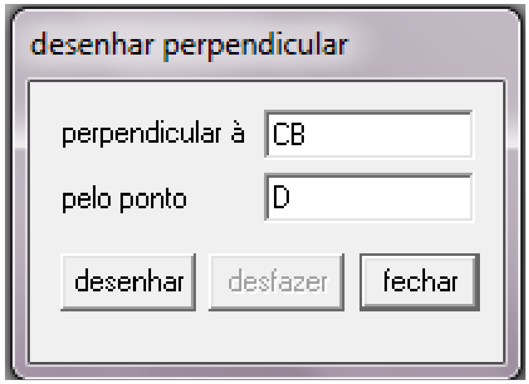


Figura 9 Janela para construir uma reta perpendicular

Clicar em desenhar, vai aparecer a reta.

Na janela gráfica 2D podem ser criados vários elementos ao mesmo tempo, podem ser marcados pontos e traçadas várias retas, como retas paralelas ou concorrentes.

4.1.2 A Janela Gráfica

A janela gráfica 3-dim é composta de uma barra de ferramentas e de uma região para construções geométricas. Cada menu da barra de ferramentas conta com uma ajuda, que explica o uso de todas as ferramentas pertencentes a esse menu. A região para construções geométricas conta com eixos coordenados (x, y, z) para orientação espacial, para exibi-los ou ocultá-los deve-se usar o comando Crtl + A.

A janela gráfica pode ter sua estrutura básica modificada, como cor do plano de fundo, fonte padrão etc. Essas formatações podem ser feitas através do menu Outros.

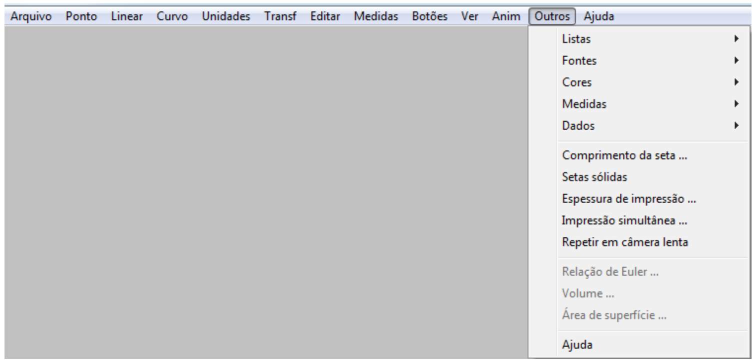


Figura 10 Janela do menu outros

4.1.3 Inserção de elementos geométricos

A janela gráfica traz cada ponto reconhecido por suas coordenadas espaciais. A construção dos elementos geométricos pode estar condicionada à referência de alguns de seus pontos, por isso antes de iniciar alguma tarefa é recomendável que sejam inseridos alguns pontos no sistema coordenado.

Procedimentos para se inserir alguns dos elementos geométricos:

a) Ponto: Ponto → Coordenadas (absoluta).
b) Segmento ou face: Linear → Segmento ou Face
c) Poliedros: Unidades → Poliedros
d) Sólidos de revolução: Curvo

4.1.4 Formatação de elementos geométricos

A percepção visual é enriquecida pelo Wingeom através de ferramentas de formação de seus elementos lineares, curvos e superfícies. Elas permitem a mudança de cor, a medição, a duplicação, etc.. Essas formatações podem ser feitas através do menu Editar.

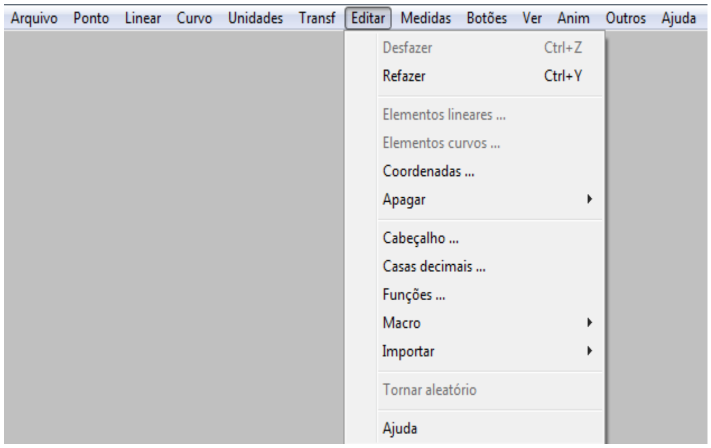


Figura 11 Janela do menu editar

As formatações em relação ao tamanho da figura, estilo de ponto, rotação da figura, estilo da legenda, aparência dos eixos são feitas através do menu Ver.

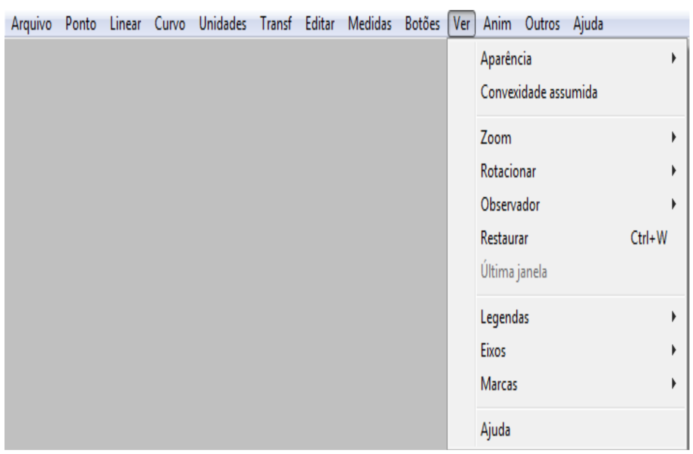


Figura 12 Janela do menu ver

Algumas das ferramentas mais utilizadas para o ensino dos elementos dos geométricos na janela 3D estão relacionadas na tabela abaixo com o intuito de otimizar o desenvolvimento do projeto.

Tabela 1 Relação de comandos do software Wingeom

Ferramenta	**Elemento**	**Caminho**
Cor	Elementos lineares	Editar → Elementos lineares → Selecionar a face que é indicada por seus vértices → cor ou transparente
	Eixos	Ver → eixos → cor
	Fundo	Outros → cor → fundo
	Legendas	Ver → legendas → cor
Cor	Elementos Curvos	Editar → Elementos curvos → Selecionar a curva ou superfície que é indicada por seus vértices → cor ou transparente
	Segmento arco do ângulo sinal de perpendicular raio/vetor	Ver → marcas → marcas → onde(vértices) → tipo → espessura → cor
Inserir	Poliedros	Unidades → Poliedros
	Superfícies (Cone, Cilindro, Esfera)	Unidades → Superfícies
	Ponto	Ponto → coordenadas (absoluta)
	Segmento	Linear → segmento ou face → vértices
	Texto	Botão direito do mouse
	Segmento	Ver → marcas → marcas → onde(vértices) → tipo
	arco do ângulo sinal de perpendicular raio/vetor	Ver → marcas → marcas → onde(vértices) → tipo

"Tabela 1, conclusão"

Ferramenta	Elemento	Caminho
Ver	Segmento ocultos	Ver → aparência → pintada - pontilhada
	Aumentar	Ver → zoom → mais (ou PgUp)
	Diminuir	Ver → zoom → menos (ou PgDn)
	Rotacionar - cima	Ver → rotacionar → para cima (ou seta para cima)
	Rotacionar - baixo	Ver → rotacionar → para baixo (ou seta para baixo)
	Rotacionar - direita	Ver → rotacionar → para direita (ou seta para direita)
	Rotacionar - esquerda	Ver → rotacionar → para esquerda (ou seta para esquerda)
	Eixos	Ver → eixos → eixos (ou Crtl A)
Formatação	Legendas	Ver → legendas
	Pontos	Ver → legendas → tipo ou tamanho
Medições	Segmento	Medidas→digitar as extremidades (AB)→Enter
	Área	Medidas→digitar todos os vértices→Enter
	Volume	Outros→volume→digitar todos os vértices→calcular

5 JOGOS NO ENSINO DA GEOMETRIA

Segundo Smole et al. (2008), o potencial para o ensino e aprendizagem de matemática através de jogos é bastante conhecido. O uso dos jogos visa o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização. Essas habilidades estão relacionadas ao raciocínio lógico, e podem ajudar a desenvolver a inteligência dos alunos.

O ensino médio é uma fase na qual os educadores oferecem uma grande resistência ao uso de jogos na sala de aula, acreditando-se que o aprendizado de matemática nessa fase deve ser algo muito sério e não divertido (SMOLE et al., 2008).

O processo ensino-aprendizagem pode se tornar mais eficaz com a inserção de situações de jogos, pois o aluno fica bem mais interessado e passa a desenvolver não apenas o conteúdo matemático, mas adquire também habilidades que lhe serão úteis em todos os campos de convivência. Isso pode ser confirmado por Smole et al. (2008, p. 27):

> Nossos estudos mostram que, quando as situações de jogos são bem aproveitadas, todos ganham. Ganha o professor pela possibilidade de propor formas diferenciadas de os alunos aprenderem, permitindo um maior envolvimento de todos e criando naturalmente uma situação de atendimento à diversidade, uma vez que cada jogador é quem controla seu ritmo, seu tempo de pensar e de aprender. Ganha o aluno que aprenderá mais matemática, ao mesmo tempo em que desenvolve outras habilidades que lhe serão úteis por toda a vida e não apenas para matemática.

Diante das potencialidades dos softwares de jogos torna-se cada vez mais interessante o seu uso em sala de aula. Em vista disso o presente projeto inclui um software de jogo planejado com o intuito de consolidar o aprendizado de geometria espacial posicional.

5.1 Jogo

O software de jogo “Gemp” (Geometria Espacial Métrica e Posicional) foi idealizado pelos autores do presente projeto e desenvolvido pelo programador Israel Vitor Vicente, com o intuito de estimular o interesse do aluno em relação à aprendizagem da geometria espacial métrica e posicional.

Antes de iniciar o jogo, o aluno passa por uma janela onde ele tem dois ícones: iniciar e opções. No ícone opções ele pode escolher responder perguntas apenas de geometria espacial métrica, apenas de geometria espacial posicional ou das duas juntas. Se for direto ao ícone iniciar ele responderá à perguntas dos dois conteúdos.

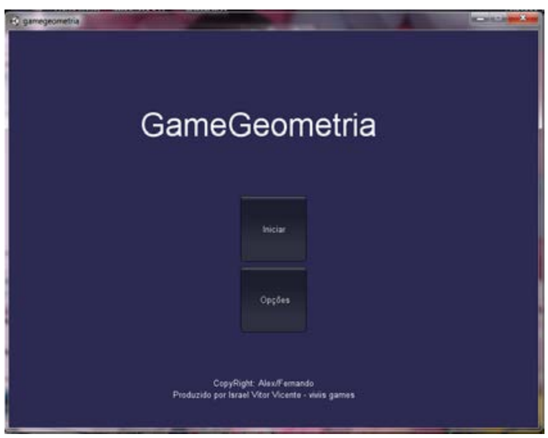


Figura 13 Janela inicial do Software de Jogo Gemp

O software Gemp é composto de três fases sendo que a primeira aborda conhecimentos sobre prismas, a segunda sobre pirâmides e a terceira sobre corpos redondos.

O ambiente gráfico de cada fase pode ser visto nas figuras a seguir:

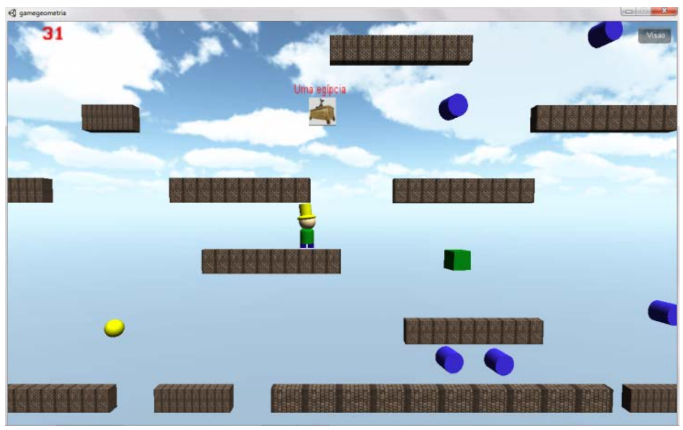


Figura 14 Ambiente virtual fase prismas

Figura 15 Ambiente virtual fase pirâmides

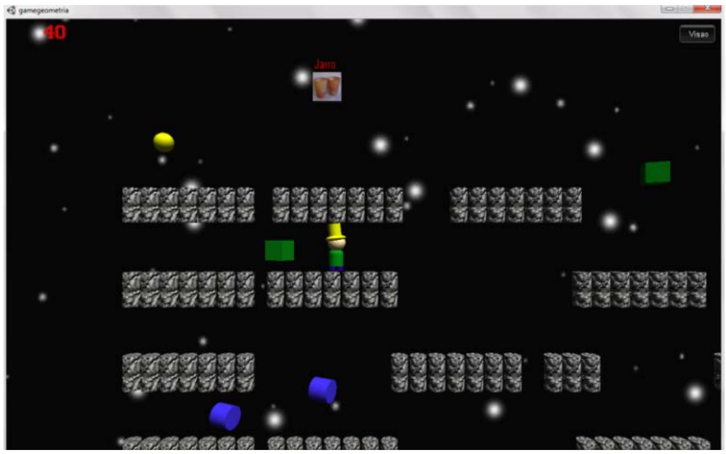


Figura 16 Ambiente virtual fase corpos redondos

Cada fase contém dez ícones que, acionados, dão acesso a uma pergunta que é escolhida aleatoriamente entre cinco perguntas de geometria espacial métrica e cinco perguntas de geometria espacial posicional. A mudança de fase está condicionada à obrigatoriedade de se responder as dez perguntas de cada fase e também ao fato de não zerar a pontuação e,se zerar os pontos ele perde o jogo.

O jogador inicia o jogo com trinta pontos, podendo ganhar um ponto a cada sólido alcançado durante o percurso e cinco pontos por pergunta respondida corretamente. Ao cair da plataforma perde dez pontos e se errar a resposta da pergunta também perde dez pontos. Para responder a uma questão o jogador deve escolher uma entre quatro das opções; tendo escolhido deverá clicar no ícone da opção, e em seguida em continuar.

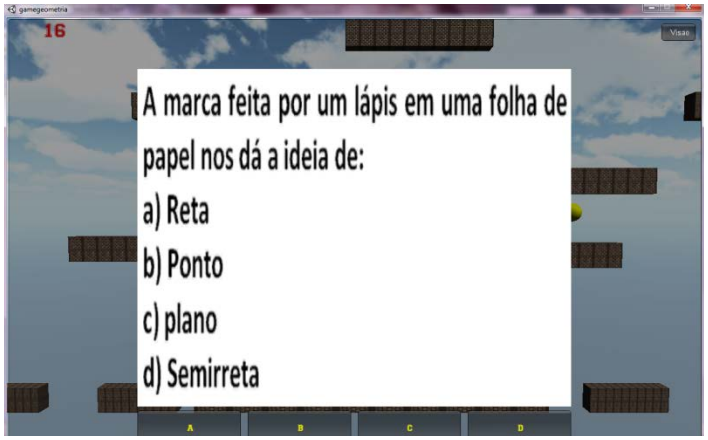


Figura 17 Janela da pergunta com os ícones das alternativas

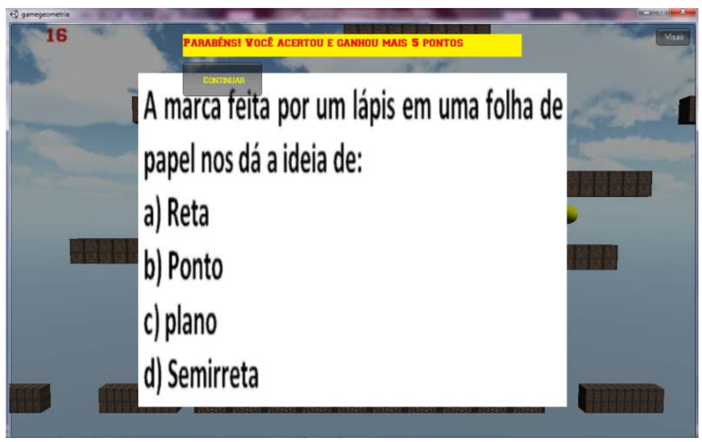


Figura 18 Janela da pergunta após a resposta

O jogador pode movimentar-se para a direita ou para a esquerda utilizando as respectivas teclas do teclado e pode pular utilizando a barra de espaço. A janela permite mudança de zoom apenas em dois modos que podem ser alterados através do ícone “visão” que se localiza no canto direito superior do jogo.

Ao finalizar o jogo, o software expõe ao jogador a quantidade de acertos e pontuação, para que ele possa analisar o seu desempenho.

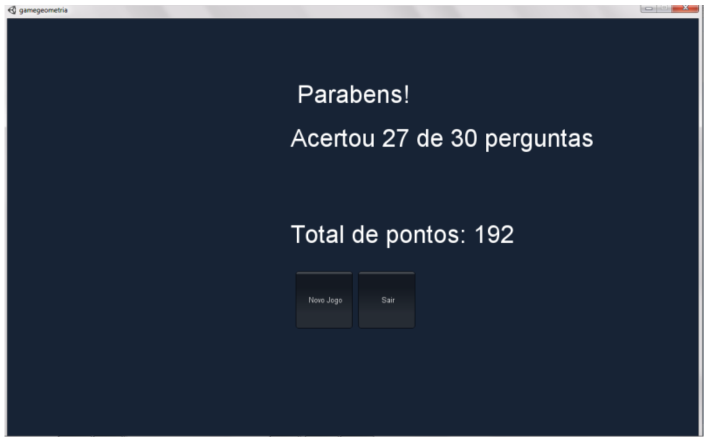


Figura 19 Tela final do software de jogo Gemp

6 UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL POSICIONAL

Nesse capitulo será abordada uma proposta para o ensino da geometria espacial posicional. De modo a diversificar os recursos didáticos utilizados pelo professor, esses recursos propostos devem servir de complemento ao que o professor já faz,e o uso como por exemplo do livro didático que deve continuar sendo uma importante ferramenta para pesquisa dos alunos.

6.1 Pré-requisitos

Em um primeiro momento o professor deve observar se os alunos já adquiriram algumas habilidades necessárias para o aprendizado da geometria espacial posicional. Fazem parte desses pré-requisitos as noções primitivas como ponto, reta e plano, o conhecimento das posições relativas entre retas no plano, e ponto e retas, classificação dos ângulos; ângulos retos, agudos, obtusos.

Os pré-requisitos têm como objetivo facilitar o trabalho inicial do professor e é através deles que se conhece o ponto de partida para o inicio dos trabalhos.

Se o professor achar necessário pode fazer uma revisão dos pré-requisitos para a aprendizagem da geometria espacial posicional.

6.2 Reconhecendo pontos, retas e planos e suas posições

Para a primeira etapa, o professor deve pedir para que os alunos façam um relatório descrevendo a noção que eles têm de ponto, reta e plano. Pedindo também que coloquem exemplos que dão a eles essas idéias.

A partir desse relatório, o professor deve socializar as idéias entre os colegas e consolidar essas noções primitivas promovendo um debate.

Nessa etapa, o professor deve pedir aos alunos que levem para a sala de aula um objeto da forma de um paralelepípedo, por exemplo, uma caixa de sapatos. Com essas caixas em mãos, o professor deve separar a turma em grupos, pedir que os grupos pintem os vértices e as arestas dessas caixas de cores diferentes e numerem as faces. Veja alguns exemplos de caixas preparadas nas figuras a seguir:

Figura 20 Caixa de sapato

Figura 21 Caixa de papelão preparada

Figura 22 Caixa de papelão

Com essas caixas preparadas, os alunos devem identificar os vértices como pontos, as arestas como segmentos de reta e as faces como partes de planos. O professor deve enfatizar que as retas e os planos são infinitos, deixando claro para os alunos que as arestas e as faces representam partes das retas e dos planos .

Os alunos devem então registrar em seus cadernos as definições de retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, reversas e ortogonais. Em seguida eles devem identificar pares dessas arestas que atendam a cada uma dessas definições, usando as arestas e as diagonais das faces da caixa como referência. Nessa atividade ainda os alunos deverão identificar retas coplanares e verificar a relação existente entre retas e pontos. Veja a figura.

Figura 23 Caixa de sapatos

O próximo passo, usando as faces como representações de planos, é definir as possíveis posições entre os planos: paralelos, secantes, coincidentes e secantes perpendiculares e identificar essas possibilidades nas faces da caixa. Nessa etapa ainda ,os alunos devem identificar as posições relativas entre retas e planos e entre pontos e planos, fazendo sempre as anotações dos pares que atendem essas definições.

Essa atividade tem como finalidade definir as possibilidades de posições com o apoio de um material manipulativo em que o aluno tenha a possibilidade de usar os sentidos da audição, visão e tato como instrumentos de aprendizagem, pois como nos dizia um antigo provérbio chinês: “Se ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo”. O professor deve incentivar a experiência com a caixa, pedindo sempre que os alunos façam o registro das representações em seu caderno para facilitar a passagem do concreto para o abstrato e eles devem ser estimulados a perceberem como essas relações geométricas fazem parte da sua vida, observando os objetos e as construções a sua volta.

6.3 Visualizando as posições dos elementos geométricos através do software Wingeom

Essa etapa tem como meta desenvolver a visão abstrata das posições relativas entre: retas, pontos e retas, retas e planos, pontos e planos e planos. Para isso, o professor pode utilizar o software wingeom, se possível, através da sala de informática ou data show.

Para iniciar essa atividade o professor deve começar marcando na janela 2D alguns pontos que servirão de referência, em seguida deve desenhar retas que sejam paralelas, outras concorrentes e retas perpendiculares.As retas desenhadas devem ser de cores diferentes, pois lembrando esse é o principal motivo pelo qual estamos usando esse software: facilitar a visualização.

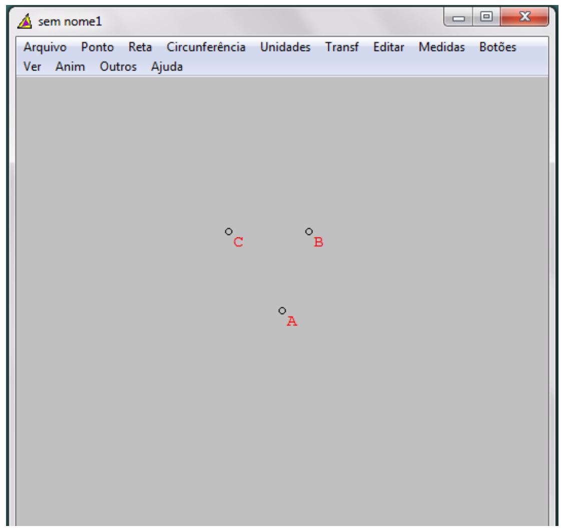


Figura 24 Pontos marcados na janela 2D

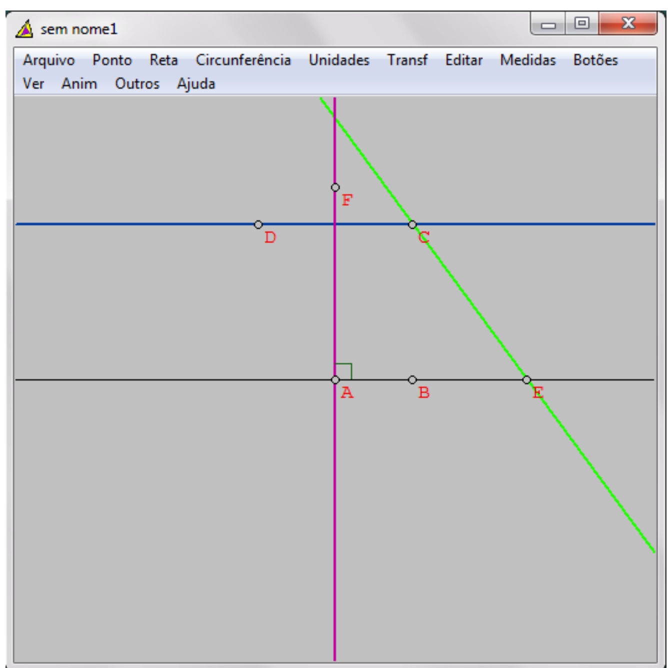


Figura 25 Retas construídas na janela 2D

Observando as retas e os pontos desenhados, os alunos devem analisar suas possíveis posições.

O próximo passo é desenhar um paralelepípedo retângulo na janela gráfica 3D, lembrando que esse é o formato da caixa de sapatos que foi usada na atividade anterior. Usando os recursos do software, o professor deve pintar as faces e as arestas de cores diferentes e apresentar a figura em várias posições, para que os alunos possam analisar e visualizar as posições entre seus elementos. Essa etapa do projeto é muito importante, pois alguns alunos têm dificuldade de relacionar a imagem ao sólido concreto. O software, através de seus recursos, traz a possibilidade de manipular a figura modificando espessuras, cores, posições, o que torna o entendimento visual mais dinâmico favorecendo a abstração pelo aluno. A seguir, temos alguns sólidos que foram construídos com o uso do software Wingeom.

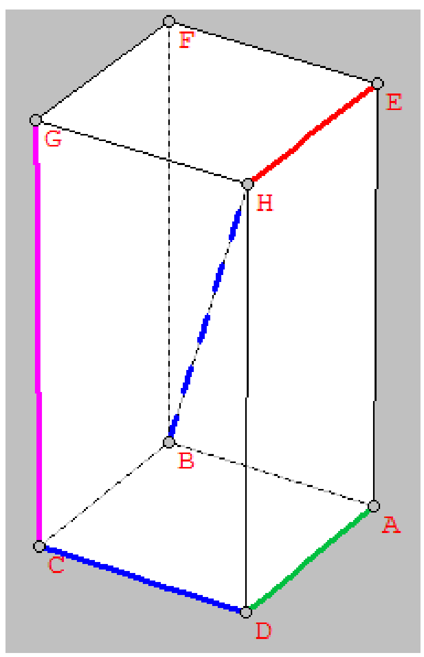


Figura 26 Arestas em destaque

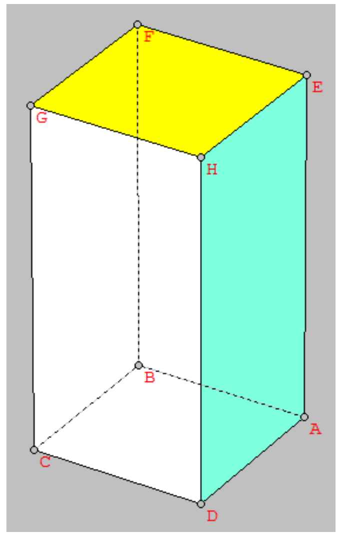


Figura 27 Faces secantes perpendiculares em destaque

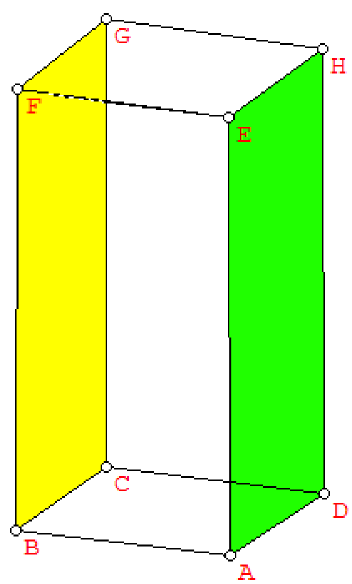


Figura 28 Faces paralelas em destaque

Usa-se o software nessa etapa por ser um instrumento facilitador de visualização, e o professor deve explorar bem os seus recursos

O próximo passo é pedir que os alunos façam algumas atividades usando o software. Em seguida, o professor deve passar uma lista de exercícios em vários níveis de dificuldades e fazer a correção dessas atividades. A correção é um momento importante, pois é nesse momento que o professor tem oportunidade de avaliar a eficiência do projeto, verificando se existem dúvidas que possam ser esclarecidas antes de passar à última etapa do projeto, que consiste em trabalhar com o jogo Gemp.

6.4 Consolidação da aprendizagem através do Jogo

Para finalizar o projeto, o professor pode lançar aos alunos o desafio de "zerarem" o jogo Gemp que aborda a geometria espacial posicional.

É recomendável que o jogo possa ser jogado em duplas para que os alunos possam discutir suas possíveis duvidas. O professor pode estimular o jogo propondo premiar as duplas que terminarem o jogo primeiro e com a maior pontuação. O objetivo do jogo é consolidar os conceitos e definições desenvolvidos pelos alunos no decorrer do projeto.

6.5 Dificuldades esperadas

Durante o desenrolar do projeto percebemos que podem surgir algumas dificuldades que merecem a atenção do professor, sendo importante que sejam minimizadas para que o desenvolvimento do mesmo não seja prejudicado.

Algumas dessas possíveis dificuldades serão citadas a seguir:

a) A falta de domínio dos alunos nos pré-requisitos para a aprendizagem da geometria espacial posicional.
b) Ausência de recursos tecnológicos no ambiente escolar.
c) Falta de domínio pelo professor dos recursos tecnológicos.
d) O desinteresse dos alunos em realizar as etapas do projeto.
e) A carência dos alunos em relação aos recursos tecnológicos fora do ambiente escolar.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tratou-se, neste trabalho, do ensino da geometria espacial posicional nas séries finais do ensino médio, focalizando a visualização no desenvolvimento da abstração geométrica ,utilizando como recursos didáticos a manipulação de materiais concretos, o software Wingeom e o software de jogo Gemp.

Com o intuito de obter a melhoria no ensino-aprendizagem da geometria espacial métrica foi desenvolvida uma sequência didática possibilitando ao aluno utilizar os novos recursos tecnológicos que tornam o aprendizado mais dinâmico, atrativo e de fácil compreensão como também levar à visualização dos elementos a serem estudados, transcendendo a forma tradicional de ensino.

A escolha do tema geometria espacial posicional deu-se pela variedade de aplicações e situações em que a mesma aparece e pela dificuldade que os alunos apresentam em relacionar a teoria estudada com o seu cotidiano. O uso de softwares trouxe uma facilidade para o desenvolvimento do projeto, pois é uma ferramenta de interesse dos alunos e possibilita uma maior interação do mesmo com o conteúdo, propiciando a evolução em sua capacidade visual e abstração de conceitos geométricos espaciais.

A sequência didática proposta pode ser adaptada em outras áreas do conhecimento, pois as ferramentas digitais são de fácil acesso aos alunos e exercem um fascínio nos mesmos, o que torna o processo ensino-aprendizagem mais versátil e atrativo.

REFERÊNCIAS

AMBROSIO, U. d'. **Educação matemática:** da teoria à prática. 19. ed. Campinas: Papirus, 2010. 120 p.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: EDUSP, 1974. 175 p.

BRASIL. Secretaria de Educação do Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf Consultado>. Acesso em: 11 dez. 2012.

DANTE, L. R. **Matemática contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2011. v. 2, 736 p.

EVES, H. **Historia da geometria**. São Paulo: Atual, 1992. v. 3, 155 p.

IEZZI, G. et al. **Matemática ciências e aplicações**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010. v. 2, 172 p.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. 178 p.

MENESES, R. S. **Uma história da geometria escolar no Brasil:** de disciplina a conteúdo. 2007. 172 f. (Mestrado em Educação Matemática) - Pontíficia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

MINAS GERAIS. Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais. **Proposta Curricular - CBC:** ensino médio: matemática. Belo Horizonte, 2008. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/aveonline40/banco_objetos_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D_Matem%C3%A1tica%20final.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2013.

PAIVA, M. **Matemática Paiva**. São Paulo: Moderna, 2009. v. 2, 312 p.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria:** uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

SMOLE, K. S. et al. **Jogos de matemática:** 1º a 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008. 120 p.

VALENTE, V. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil**, **1730 - 1930**. 2. ed. São Paulo: Annablume; FAPESP, 2007. 214 p.

APÊNDICE

APÊNDICE A - EXERCÍCIOS

A seguir estão arroladas as perguntas inseridas no software de jogo Gemp. Essas perguntas foram elaboradas para consolidar algumas habilidades, entre as quais podemos citar: conhecer e entender as definições dos sólidos geométricos, ser capaz de visualizar mentalmente os elementos dos sólidos para solucionar uma situação problema, relacionar os elementos dos sólidos entre si e com as relações matemáticas e interpretar problemas da geometria espacial métrica e resolvê-los utilizando a teoria da mesma. As perguntas podem ser utilizadas também como uma forma de avaliação dando suporte ao professor para que o mesmo analise o que foi bem assimilado e o que ainda falta para o aluno assimilar.

Cada grupo de cinco perguntas estão associadas a um ícone do jogo Gemp. Abaixo seguem as perguntas relacionadas a cada fase do jogo.

Perguntas da 1ª fase:

1° ícone

1) **Resposta correta: B**
A marca feita por um lápis em uma folha de papel nos dá a idéia de:
A) Reta
B) Ponto
C) Plano
D) Semirreta

2) **Resposta correta: C**
Uma das linhas laterais que delimitam o campo de futebol nos dá a idéia de:
A) Ponto
B) Plano
C) Reta
D) Esfera

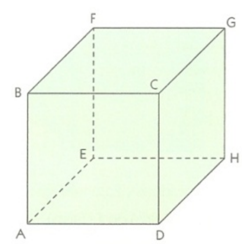
3) **Resposta correta: A**
A superfície da lousa nos dá a idéia de:
A)Plano
B)Reta
C) Semirreta
D) Ponto

4) **Resposta correta: D**
Duas retas quando possuem um ponto em comum são chamadas de:
A) Paralelas
B) Coincidentes
C) Reversas
D) Concorrentes

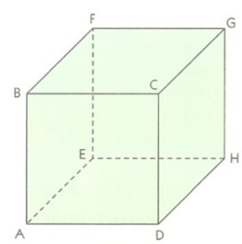
5) **Resposta correta: A**
Duas retas coplanares que não possuem ponto comum ou que são coincidentes,são denominadas:
A) Paralelas
B) Concorrentes
C) Reversas
D) Perpendiculares

2° ícone

6) **Resposta correta: A**
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{AD}$ são:
A) Concorrentes
B) Coincidentes
C) Paralelas
D) Reversas



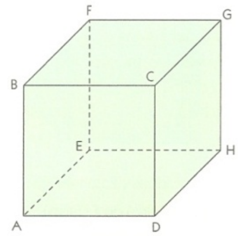
7) **Reposta correta: B**
As retas $\overleftrightarrow{FG}$ e $\overleftrightarrow{DH}$ são:
A) Paralelas
B) Reversas
C) Coplanares
D) Concorrentes



8)**Resposta correta:B**

As retas $\overleftrightarrow{FE}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ são:

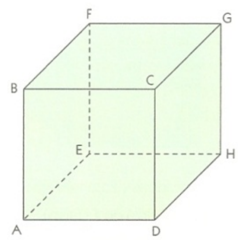
A) Concorrentes
B) Coplanares
C) Reversas
D) Ortogonais



9) **Resposta correta: B**

Os pontos F, B e C são:

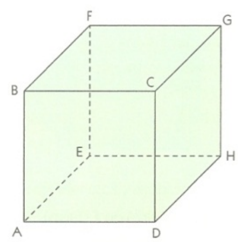
A) Colineares
B) Coplanares
C) Coincidentes
D) Paralelos



10) **Resposta correta: A**

As retas $\overleftrightarrow{AD}$ e $\overleftrightarrow{BC}$ são:

A) Paralelas
B) Concorrentes
C) Coincidentes
D) Reversas



3° ícone

11) **Resposta correta: B**

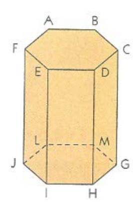
Indique duas retas paralelas a $\overleftrightarrow{FA}$:

$A)\overleftrightarrow{DC} \quad e \quad \overleftrightarrow{IH}$

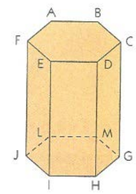
$B)\overleftrightarrow{DC} \quad e \quad \overleftrightarrow{HG}$

$C)\overleftrightarrow{JL} \quad e \quad \overleftrightarrow{BC}$

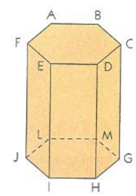
$D)\overleftrightarrow{ED} \quad e \quad \overleftrightarrow{DC}$



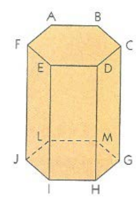
12) **Resposta correta: D**
Indique dois planos paralelos que não sejam os das bases:
A) FEI e IED
B) FEI e HDC
C) IED e HDC
D) JFA e HDC



13) **Resposta correta: B**
Indique dois planos concorrentes:
A) FAB e JIH
B) JFE e IED
C) JFA e HDC
D) BCG e JFE



14) **Resposta correta: C**
Indique dois planos que sejam perpendiculares:
A) JFE e IED
B) FBC e JMG
C)ABC e HDC
D) IED e HDC



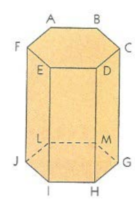
15) **Resposta correta: A**
Indique um par de retas ortogonais:

$A)\overleftrightarrow{AE} \quad e \quad \overleftrightarrow{JG}$

$B)\overleftrightarrow{ED} \quad e \quad \overleftrightarrow{IH}$

$C)\overleftrightarrow{BC} \quad e \quad \overleftrightarrow{HG}$

$D)\overleftrightarrow{FE} \quad e \quad \overleftrightarrow{ED}$



4°ícone

16) **Resposta correta: B**
Duas retas concorrentes que formam quatro ângulos congruentes, cada um deles com 90°, são chamadas de retas:
A) Oblíquas
B) Perpendiculares
C) Reversas
D) Paralelas

17) **Resposta correta: C**
Por um ponto P, no plano, passam quantas retas?
A) Uma reta
B) Duas retas
C) Infinitas retas
D) Nenhuma reta

18) **Resposta correta: C**
Quando dois planos são secantes e um deles contém uma reta perpendicular ao outro, diz-se que os planos são:
A) Coincidentes
B) Paralelos
C) Perpendiculares
d) Oblíquos

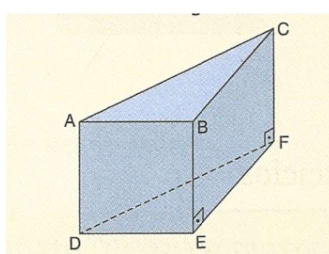
19) **Resposta correta: A**
Observando a figura, indique um par de retas ortogonais.

$A)\overleftrightarrow{DE} \quad e \quad \overleftrightarrow{CF}$

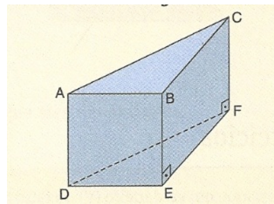
$B)\overleftrightarrow{AB} \quad e \quad \overleftrightarrow{DE}$

$C)\overleftrightarrow{AC} \quad e \quad \overleftrightarrow{BC}$

$D)\overleftrightarrow{AD} \quad e \quad \overleftrightarrow{CF}$

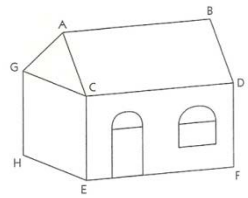


20) **Resposta correta: B**
Indique um par de planos paralelos:
A) ABE e ACF
B) ABC e DEF
C) ABE e CBE
D) ABC e CBE

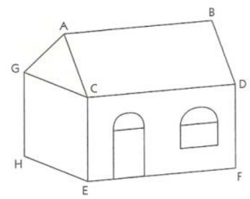


5° ícone

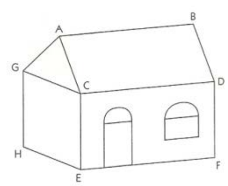
21) **Resposta correta: A**
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{EF}$ são:
A) Paralelas
B) Concorrentes
C) Reversas
D) Perpendiculares



22) **Resposta correta: C**
Indique um plano paralelo ao plano HEF:
A) HEC
B) ACD
C) GCD
D) GAB



23) **Resposta correta: B**
Indique um plano perpendicular ao plano GCD:
A) ACD
B) HGC
C) HEF
D) GAB



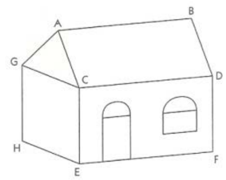
24) **Resposta correta: B**
Indique uma reta que está contida no plano GCD:

$A)\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$

$B)\overleftrightarrow{CD}$

$C)\overleftrightarrow{HE}$

$D)\overleftrightarrow{EF}$



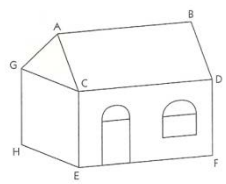
25) **Resposta correta: A**
Indique a intersecção dos planos ABD e CEF:

$A)\overleftrightarrow{CD}$

$B)\overleftrightarrow{GC}$

$C)\overleftrightarrow{AB}$

$D)\overleftrightarrow{BF}$

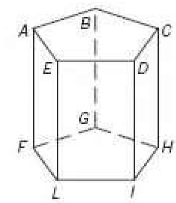


6° ícone

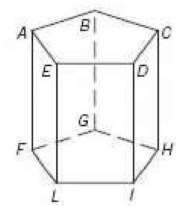
26) **Resposta correta: C**
Os planos que contém as bases de um prisma são:
A) Secantes
B) Coincidentes
C) Paralelos
D) Perpendiculares

27) **Resposta correta: B**
As arestas laterais de um prisma são:
A) Concorrentes duas a duas
B) Paralelas
C) Coincidentes
D) Perpendiculares

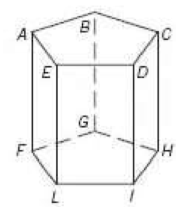
28) **Resposta correta: A**
Em relação à figura anterior os pontos A, B e C são:
A) Coplanares
B) Colineares
C) Não coplanares
D) Pertencem a mesma reta



29) **Resposta correta: D**
As retas $\overleftrightarrow{LI}$ e $\overleftrightarrow{DC}$ são:
A) Concorrentes
B) Paralelas
C) Perpendiculares
D) Reversas



30) **Resposta correta: C**
As retas $\overleftrightarrow{EL}$ e $\overleftrightarrow{DI}$ são:
A) Concorrentes
B) Reversas
C) Paralelas
D) Perpendiculares



7° ícone

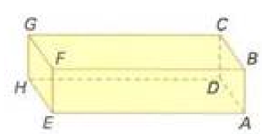
31) **Resposta correta: B**
Indique uma reta paralela ao plano HEA:

$A)\overleftrightarrow{GH}$

$B)\overleftrightarrow{GC}$

$C)\overleftrightarrow{BA}$

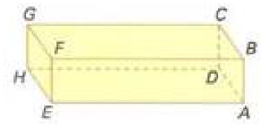
$D)\overleftrightarrow{CD}$



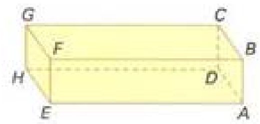
32) **Resposta correta: A**

As retas $\overleftrightarrow{GB}$ e $\overleftrightarrow{FC}$ são:

A) Concorrentes
B) Paralelas
C) Coincidentes
D) Reversas



33) **Resposta correta: B**
Os planos HEF e EAB são:
A) Paralelos
B) Perpendiculares
C) Coincidentes
D) Oblíquos



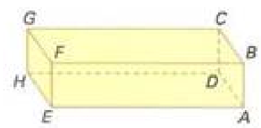
34) **Resposta correta: D**
Indique um par de retas reversas ortogonais:

$A)\overleftrightarrow{GF}$ e $\overleftrightarrow{CB}$

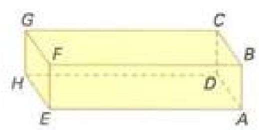
$B)\overleftrightarrow{GH}$ e $\overleftrightarrow{FE}$

$C)\overleftrightarrow{GF}$ e $\overleftrightarrow{FE}$

$D)\overleftrightarrow{GF}$ e $\overleftrightarrow{EA}$



35) **Resposta correta: C**
O ponto B pertence ao plano:
A) CFE
B) HEA
C) FGC
D) GHD



8° ícone

36) **Resposta correta: D**
Dois lados consecutivos de uma face do prisma retangular são:
A) Paralelos
B) Coincidentes
C) Oblíquos
D) Perpendiculares

37) **Resposta correta: B**
Dois lados opostos de uma face de um prisma retangular são:
A) Concorrentes
B) Paralelos
C) Perpendiculares
D) Coincidentes

38) **Resposta correta: A**
Os planos que contém as faces opostas de um prisma retangular são:
A) Paralelos
B) Perpendiculares
C) Oblíquos
D) Coincidentes

39) **Resposta correta: B**
Duas retas que não tem nenhum ponto em comum e não existe um plano que as contenha são chamadas de:
A) Paralelas
B) Reversas
C) Concorrentes
D) Perpendiculares

40) **Resposta correta: A**
Os vértices de um prisma nos dão a ideia de:
A) Ponto
B) Reta
C) Plano
D) Semirreta

9° ícone

41) **Resposta correta: B**
Matemático considerado “pai da geometria”:
A) Pitágoras
B) Euclides
C) Tales
D) Bháskara

42) **Resposta correta: C**
“O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos”. É o enunciado do Teorema de:
A) Tales
B) Gauss
C) Pitágoras
D) Euler

43) **Resposta correta: D**
Dois planos distintos são paralelos quando, e somente quando:
A) Tem um ponto em comum.
B) Tem uma reta em comum.
C) São perpendiculares.
D) Não tem ponto comum.

44) **Resposta correta: B**
Duas retas perpendiculares a um mesmo plano são:
A) Reversas
B) Paralelas
C) Concorrentes
D) Perpendiculares

45) **Resposta correta: A**
Dois planos perpendiculares a uma mesma reta são:
A) Paralelos
B) Perpendiculares
C) Concorrentes
D) Oblíquos

10° ícone

46) **Resposta correta: C**
Os planos que contém as bases de um prisma oblíquo são:
A) Secantes
B) Perpendiculares
C) Paralelos
D) Coincidentes

47) **Resposta correta: A**
As arestas laterais de um prisma oblíquo são:
A) Paralelas
B) Concorrentes
C) Coincidentes
D) Perpendiculares

48) **Resposta correta: C**

A posição relativa de uma aresta lateral em relação às bases de um prisma oblíquo é:
A) Paralela
B) Perpendicular
C) Oblíqua
D) Está contida no plano da base

49) **Resposta correta: D**
Qual é o tipo de polígono existente nas faces laterais dos prismas oblíquos?
A) Triângulos
B) Pentágonos
C) Trapézios
D) Paralelogramos

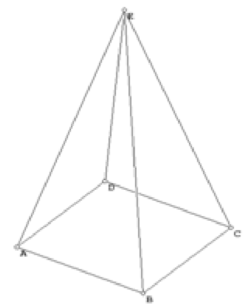
50) **Resposta correta: B**
Em um prisma oblíquo, a sua altura é:
A) A medida do comprimento de uma aresta lateral.
B) A distância entre os planos das bases.
C) O perímetro da base.
D) A soma das medidas das arestas laterais.

Perguntas da 2ª fase

1° ícone

1) Resposta correta: B

Observando a figura indique um par de retas paralel



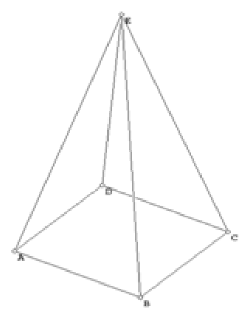
A) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{AD}$

B) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{DC}$

C) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{ED}$

D) $\overleftrightarrow{EB}$ e $\overleftrightarrow{EC}$

2) Resposta correta: C



As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$ são:

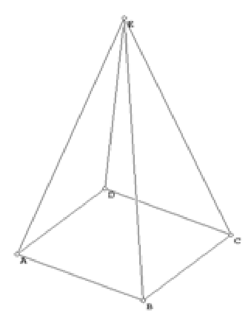
A) Paralelas

B) Reversas

C) Concorrentes

D) Coincidentes

3) Resposta correta: A



As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$ são:

A)Perpendiculares

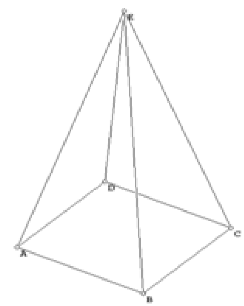
B) Reversas

C) Paralelas

D) Coincidentes

4) Resposta correta: D

As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CE}$ são:



A) Paralelas

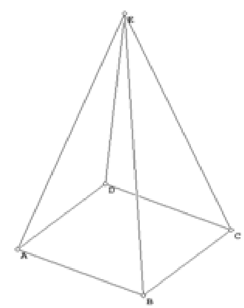
B) Coincidentes

C) concorrentes

D) Reversas

5) Resposta correta: C

Observando a figura, indique um par de retas reversas



A) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{AD}$

B) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{DC}$

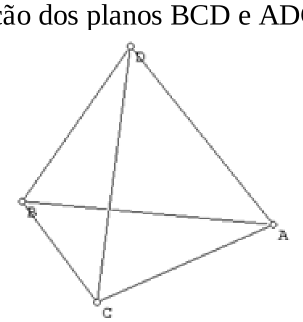
C) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{ED}$

D) $\overleftrightarrow{EB}$ e $\overleftrightarrow{EC}$

2° ícone

6) Resposta correta: A

Observando o tetraedro da figura, qual é a intersecção dos planos BCD e ADC?



A) $\overleftrightarrow{CD}$

B) $\overleftrightarrow{BA}$

C) $\overleftrightarrow{BC}$

D) $\overleftrightarrow{DA}$

7) Resposta correta: C

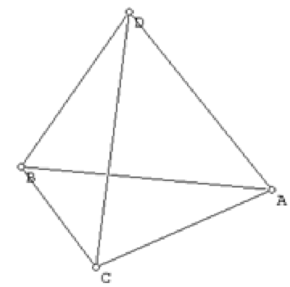
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$ são:

A) Paralelas

B) Reversas

C) Concorrentes

D) Perpendiculares



8) Resposta correta: D

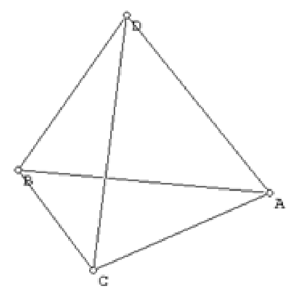
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$ são:

A) Paralelas

B) Reversas

C) Coincidentes

D) Coplanares



9) Resposta correta: B

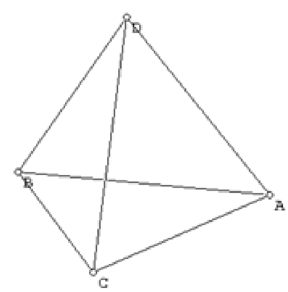
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{DC}$ são:

A) Paralelas

B) Reversas

C) Concorrentes

D) Coincidentes



10) Resposta correta: A

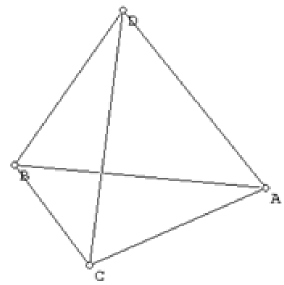
Observando a figura, indique um par de retas concorrentes:

A) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{AC}$

B) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{DC}$

C) $\overleftrightarrow{BC}$ e $\overleftrightarrow{AD}$

D) $\overleftrightarrow{CA}$ e $\overleftrightarrow{BD}$



3° ícone

11) Resposta correta: B

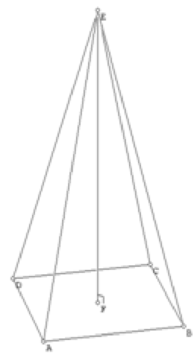
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$ são:

A) Paralelas

B) Reversas

C) Coincidentes

D) Coplanares



12) Resposta correta: B

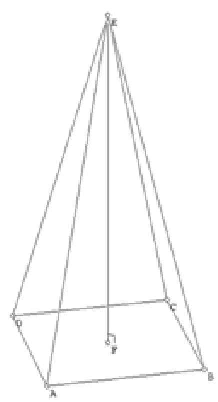
As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{DC}$ são:

A) Paralelas

B) Reversas

C) Coincidentes

D) Coplanares



13) Resposta correta: C

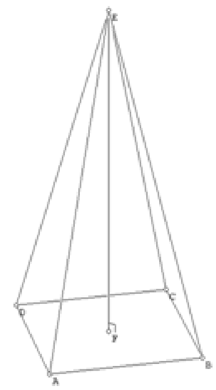
Na figura, os segmentos $\overline{ED}$ e $\overline{EF}$ são:

A) Paralelas

B) Perpendiculares

C) Coplanares

D) Reversos



14) Resposta correta: D

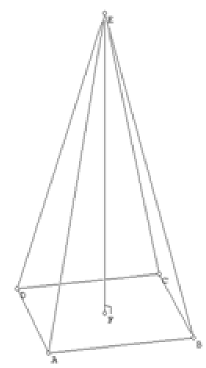
O ponto F pertence a qual dos seguintes planos?

A) ADE

B) ABE

C) BCE

D) ABC



15) Resposta correta: A

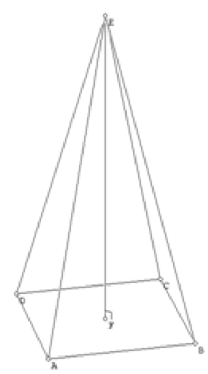
O segmento $\overline{EF}$ em relação ao plano ADE é:

A) Concorrentes

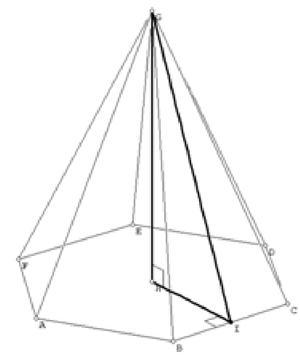
B) Paralelos

C) Perpendiculares

D) $\overline{EF}$ está contido em ADE



4° ícone



16) Resposta correta: C

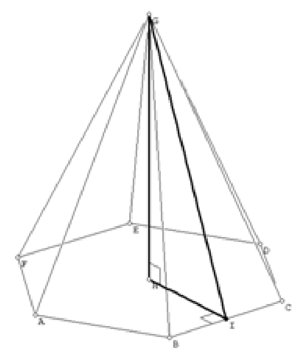
A posição do segmento $\overline{HI}$ em relação ao plano da bas

A) Perpendicular

B) Tem um ponto em comum

C) Está contido no plano

D) É obliquo



17) Resposta correta: D

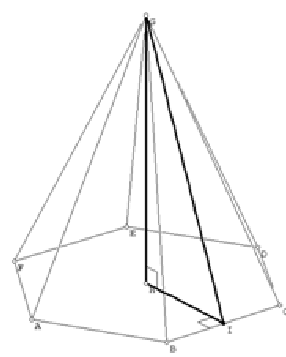
A posição entre os segmentos $\overline{HI}$ e $\overline{BC}$ é:

A) Paralelos

B) Reversos

C) Coincidentes

D) Perpendiculares



18) Resposta correta: A

O ponto G **não** pertence a qual dos seguintes planos

A) ABC

B) ABG

C) HIG

D) BCG

19) Resposta correta: B

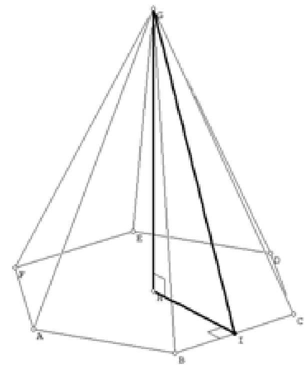
Os segmentos $\overline{GH}$ e $\overline{HI}$ são:

A) Concorrentes e não perpendiculares

B) Concorrentes e perpendiculares

C) Paralelos

D) Não coplanares



20) Resposta correta: A

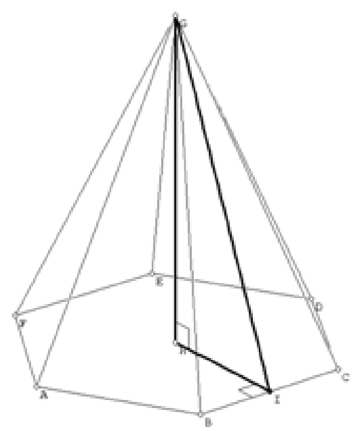
Os segmentos $\overline{AG}$ e $\overline{AB}$ são:

A) Concorrentes e não perpendiculares

B) Concorrentes e perpendiculares

C) Paralelos

D) Não coplanares



5° ícone

21) Resposta correta: D

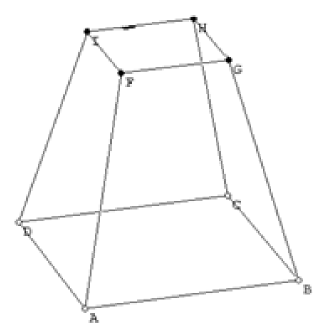
Sabendo que as bases desse tronco de pirâmide são paralelas, o que podemos afirmar sobre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{FG}$?

A) Reversos

B) Ortogonais

C) Concorrentes

D)Paralelos



22) Resposta correta: C

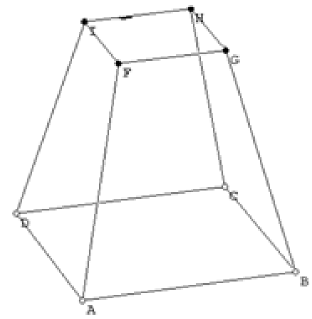
As retas $\overleftrightarrow{IF}$ e $\overleftrightarrow{AB}$ são:

A) Paralelas

B) Concorrentes

C) Reversas

D) Coplanares



23) Resposta correta: A

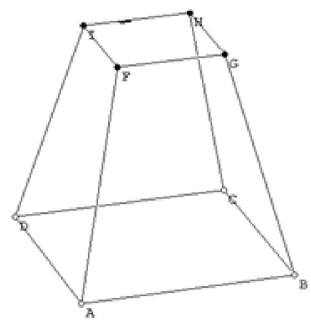
A intersecção do plano AIF com o plano ABC forma a seguinte reta:

A)$\overleftrightarrow{AD}$

B)$\overleftrightarrow{AB}$

C)$\overleftrightarrow{AF}$

D)$\overleftrightarrow{AC}$



24) Resposta correta: D

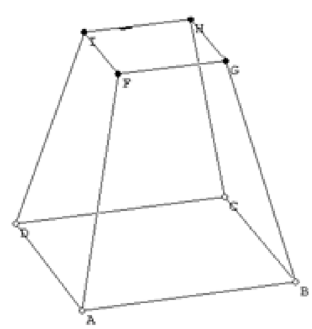
Sabendo que a base do tronco é quadrada os segmentos $\overline{DC}$ e $\overline{AB}$ são:

A) Perpendiculares

B) Concorrentes

C) Reversos

D)Paralelos



25) Resposta correta: A

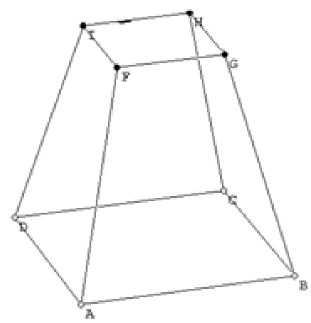
Sabendo que a base do tronco é quadrada os segmentos $\overline{FI}$ e $\overline{FG}$ são:

A) Concorrentes e perpendiculares

B) Concorrentes e não perpendiculares

C) Reversos

D)Paralelos



6° ícone

26) Resposta correta: B

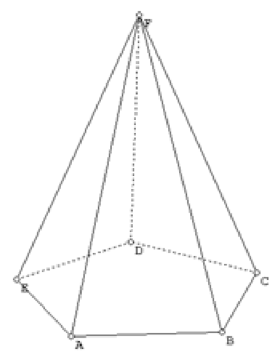
Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{FD}$ são:

A) Concorrentes

B) Reversos

C) Coplanares

D)Consecutivos



27) Resposta correta: C

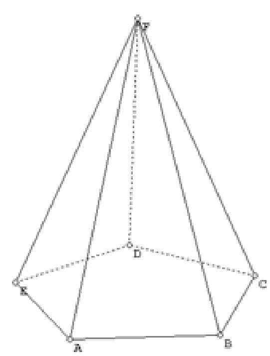
Os pontos A, B e C são:

A) Colineares

B) Coincidentes

C) Coplanares

D) Alinhados



28) Resposta correta: D

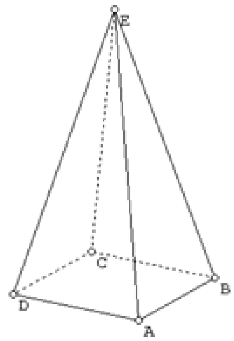
Sabendo que a pirâmide da figura é de base quadrada os segmentos $\overline{DA}$ e $\overline{AB}$ são:

A) Paralelos

B) Reversos

C) Coincidentes

D) Coplanares



29) Resposta correta: B

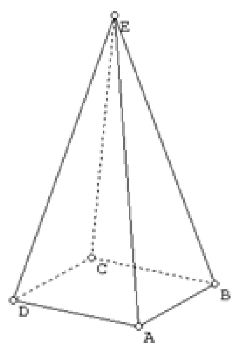
Sabendo que a pirâmide da figura é de base quadrada os segmentos $\overline{DA}$ e $\overline{CB}$ são:

A) Concorrentes

B) Coplanares

C) Coincidentes

D) Reversos



30) Resposta correta: C

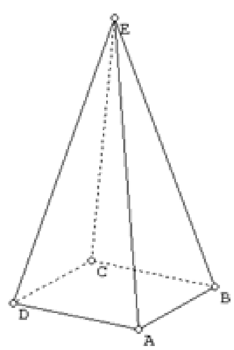
Sabendo que a pirâmide da figura é de base quadrada os segmentos $\overline{DA}$ e $\overline{CB}$ são:

A) Consecutivos

B) Reversos

C) Paralelos

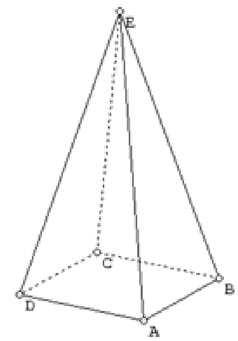
D) Coincidentes



7°ícone

31) Resposta correta: A

Sabendo que a pirâmide da figura é de base quadrada os segmentos $\overline{DA}$ e $\overline{AB}$ são:



A) Perpendiculares

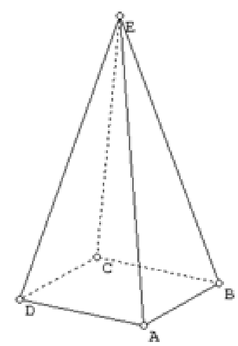
B) Reversos

C) Coincidentes

D) Paralelos

32) Resposta correta: B

Sabendo que a pirâmide da figura é de base quadrada os segmentos $\overline{DA}$ e $\overline{AB}$ são:



A) Paralelos

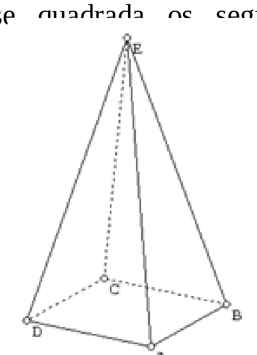
B) Concorrentes

C) Coincidentes

D) Reversos

33) Resposta correta: B

Sabendo que a pirâmide da figura é de base quadrada os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{EA}$ são:



A) Concorrentes

B) Reversos

C) Paralelos

D) Coincidentes

34) Resposta correta: C

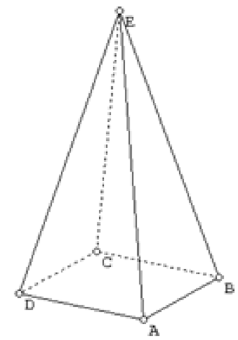
Observe a pirâmide da figura e responda os segmentos $\overline{EC}$ e $\overline{EA}$ são:

A) Paralelos

B) Reversos

C) Concorrentes

D) Coincidentes



35) Resposta correta: D

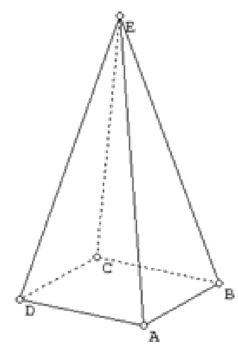
As faces de uma pirâmide são:

A) Quadradas

B) Trapézios

C) Quadriláteros

D) Triângulos



8° ícone

36) Resposta correta: A

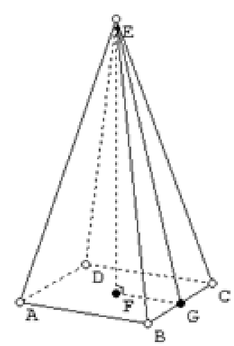
Os segmentos $\overline{EF}$ e $\overline{BC}$ são:

A) Ortogonais

B) Concorrentes

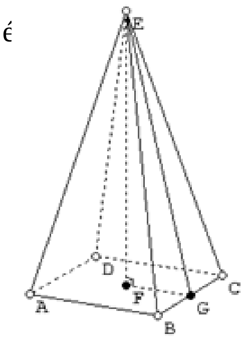
C) Paralelos

D) Coplanares



37) Resposta correta: B

A posição do segmento $\overline{EF}$ em relação ao plano ABC é



A) Paralelo

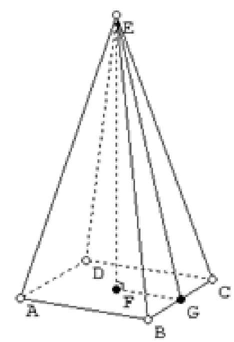
B) Concorrentes e perpendiculares

C) Concorrente e não perpendicular

D) Está contido no plano

38) Resposta correta: C

Os planos que contêm a face ABE e a base EBC são:



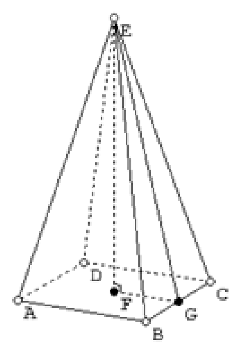
A) Paralelos

B) Secantes e perpendiculares

C) Secantes e não perpendiculares

D) Coincidentes

39) Resposta correta: D



Os segmentos $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$ são:

A) Paralelos

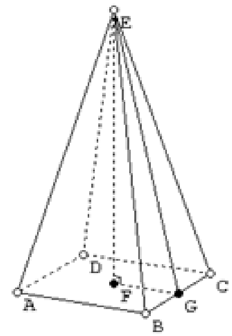
B) Coincidentes

C) Reversos

D) Perpendiculares

40) Resposta correta: A

Os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são:



A) Paralelos

B) Concorrentes

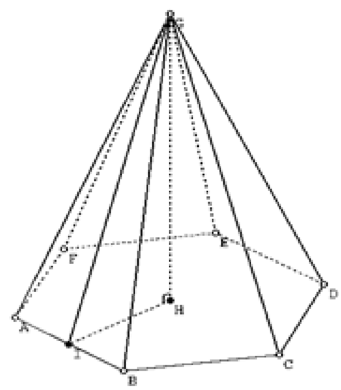
C) Ortogonais

D) Reversos

9° ícone

41) Resposta correta: B

Os segmentos $\overline{AF}$ e $\overline{BC}$ são:



A) Perpendiculares

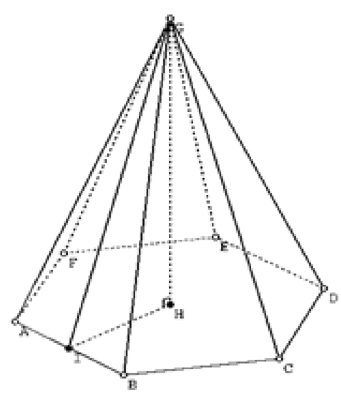
B) Coplanares

C) Concorrentes

D) Paralelo

42) Resposta correta: C

Os segmentos $\overline{AF}$ e $\overline{AB}$ são:



A) Perpendiculares

B) Reversos

C) Concorrentes

D) Paralelos

43) Resposta correta: D

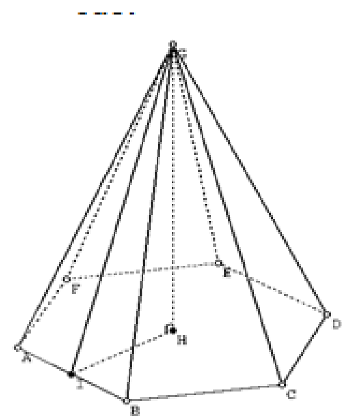
Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{GH}$ são:

A) Paralelos

B) Coplanares

C) Concorrentes

D) Ortogonais



44) Resposta correta: A

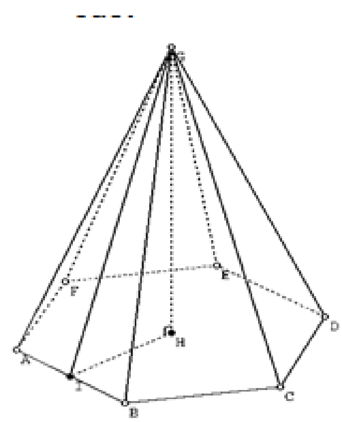
Os segmentos $\overline{AF}$ e $\overline{CD}$ são:

A) Paralelos

B) Reversos

C) Concorrentes

D) Ortogonais



45) Resposta correta: B

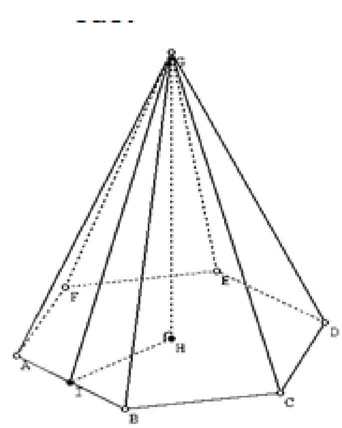
Os pontos B, H e C são:

A) Colineares

B) Coplanares

C) Coincidentes

D) Alinhados



10° ícone

46) Resposta correta: A

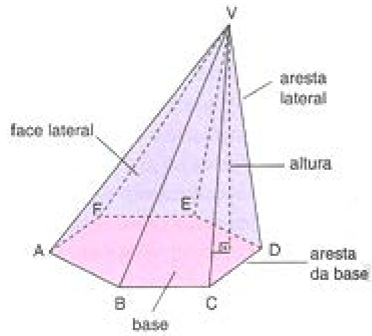
Qual é a posição da altura de uma pirâmide obliqua em relação à base?

A)Está contida na base.

B) Paralela

C) Oblíqua

D) Perpendicular



47) Resposta correta: B

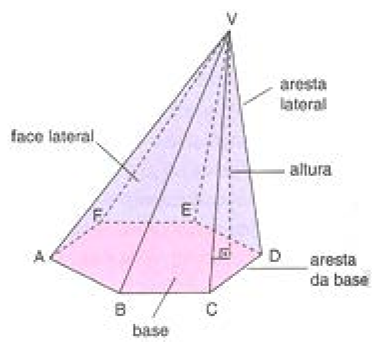
Qual é a posição entre os segmentos $\overline{AV}$

A) Paralelos

B) Concorrentes

C) Reversos

D) Perpendiculares



48) Resposta correta: C

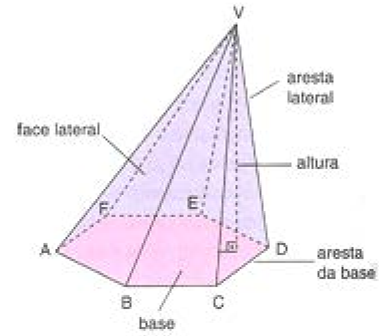
Os segmentos $\overline{VA}$ e $\overline{VC}$ são?

A) Reversos

B) Perpendiculares

C) Coplanares

D) Paralelos



49) Resposta correta: D

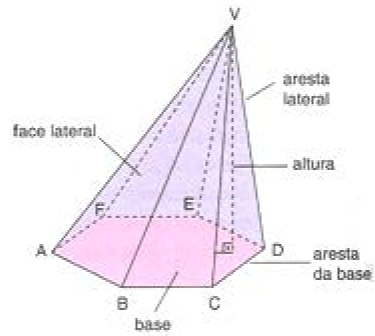
O ponto C pertence ao plano:

A) VAB

B) VFA

C) VFE

D) VBC



50) Resposta correta: A

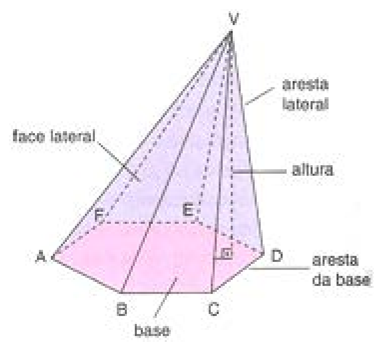
O ponto C pertence ao plano:

A) FAB

B) VAB

C) VFA

D) VDA



Perguntas da 3ª fase

1° ícone

1) Resposta correta: A

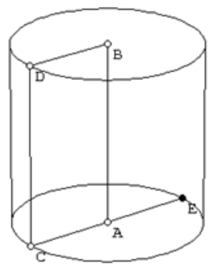
A posição entre a altura $\overline{AB}$ e o diâmetro $\overline{CE}$ do cilindro é:

A) Perpendicular

B) Paralelos

C) Reversos

D) Coincidentes



2) Resposta correta: B

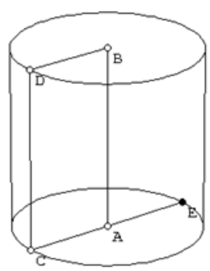
Os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ são:

A) Reversos

B) Paralelos

C) Perpendiculares

D) Coincidentes



3) Resposta correta: C

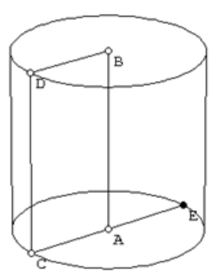
Os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ são:

A) Reversos

B) Concorrentes

C) Coplanares

D) Perpendiculares



4) Resposta correta: D

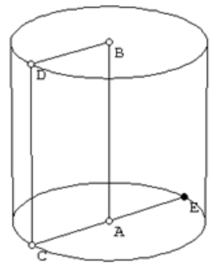
Sabendo que $\overline{CE}$ é um diâmetro da base do cilindro, podemos afirmar que os pontos C, A, E são:

A) Não colineares

B) Não coplanares

C) Coincidentes

D) Colineares



5) Resposta correta: A

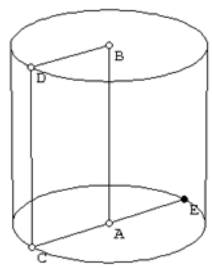
Os planos que contêm as bases do cilindro são:

A) Paralelos

B) Concorrentes

C) Perpendiculares

D) Coincidentes



2° ícone

6) Resposta correta: B

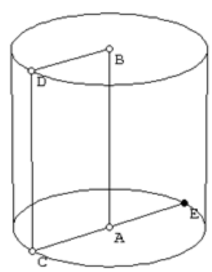
Os pontos C, A, B são:

A)Colineares

B) Coplanares

C) Não coplanares

D) Coincidentes



7) Resposta correta: C

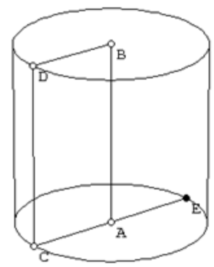
Sabendo que o cilindro é reto, o plano CDB e o plano da base são:

A) Paralelos

B) Coincidentes

C) Secantes e perpendiculares

D)Secantes e não perpendiculares



8) Resposta correta: D

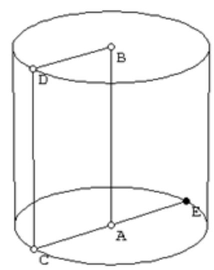
Sabendo que o cilindro é reto os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{CA}$ são:

A)Paralelos

B) Reversos

C) Coincidentes

D) Perpendiculares



9) Resposta correta: A

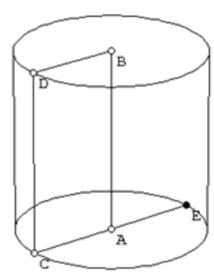
Qual dos segmentos abaixo representa um raio do cilindro?

A)$\overline{AC}$

B)$\overline{AB}$

C)$\overline{CD}$

D)$\overline{CE}$



10) Resposta correta: B

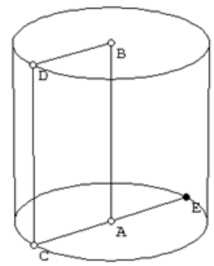
Qual dos segmentos abaixo representa um diâmetro do cilindro?

A)$\overline{AC}$

B)$\overline{CE}$

C)$\overline{CD}$

D)$\overline{AB}$



3° ícone

11) Resposta correta: C

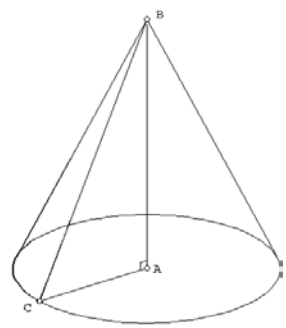
A altura $\overline{AB}$ em relação ao plano da base é:

A)Paralela

B) Concorrente e não perpendicular

C) Concorrente e perpendicular

D) Está contida na base



12) Resposta correta: D

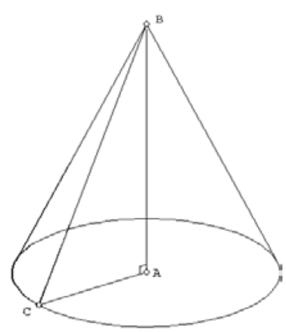
A geratriz $\overline{CB}$ em relação ao plano da base é:

A) Paralelo

B) Perpendicular

C) Está contida na base

D) Obliquo



13) Resposta correta: A

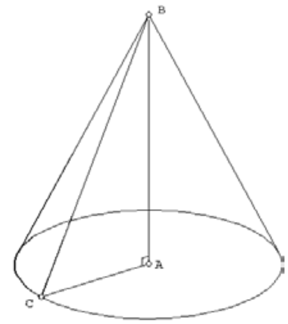
A altura $\overline{AB}$ e o raio da base $\overline{CA}$ são:

A)Perpendiculares

B) Coincidentes

C) Paralelos

D) Reversos



14)Resposta correta: A

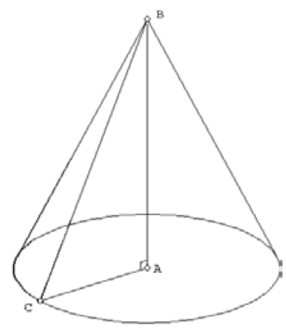
Qual dos segmentos abaixo representa um raio do cone?

A)$\overline{AC}$

B)$\overline{CB}$

C)$\overline{CD}$

D)$\overline{AB}$



15) Resposta correta: B

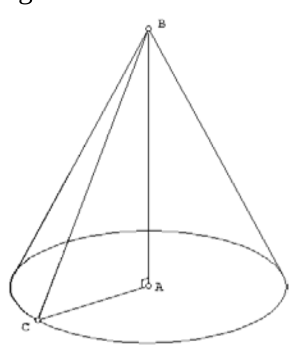
Qual dos segmentos abaixo representa a geratriz do cone?

A)$\overline{AC}$

B)$\overline{CB}$

C)$\overline{CD}$

D)$\overline{AB}$



4° ícone

16) Resposta correta: D

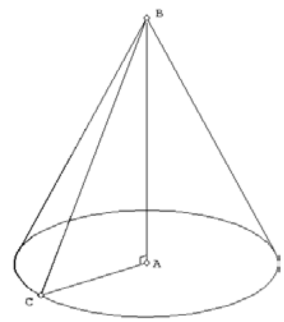
Qual dos segmentos abaixo representa a altura do cone?

A) $\overline{AC}$

B) $\overline{CB}$

C) $\overline{CD}$

D) $\overline{AB}$



17) Resposta correta: A

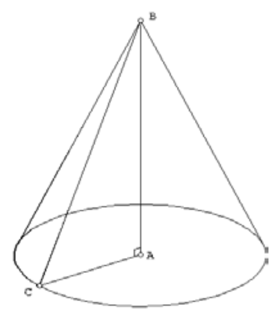
Qual dos pontos abaixo representa o vértice do cone?

A) ponto B

B) ponto A

C) ponto C

D) ponto D



18) Resposta correta: B

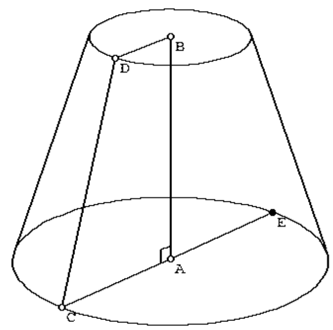
Os planos que contém as bases do tronco de cone da figura são:

A) Perpendiculares

B) Paralelos

C) Secantes

D) Oblíquos



19) Resposta correta: C

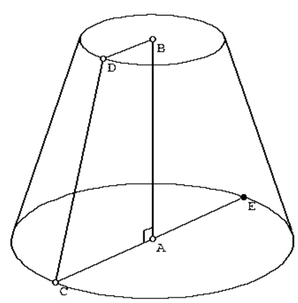
Os pontos C, A, B são:

A) Colineares

B) Coincidentes

C) Coplanares

D) Não coplanares



20) Resposta correta: D

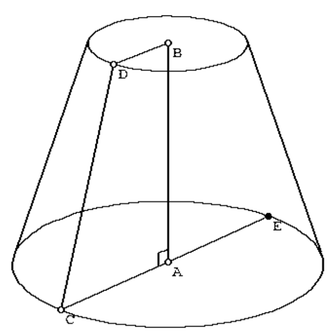
Os pontos C, A, E são:

A) Não coplanares

B) Não colineares

C) Coincidentes

D) Colineares



5° ícone

21) Resposta correta: A

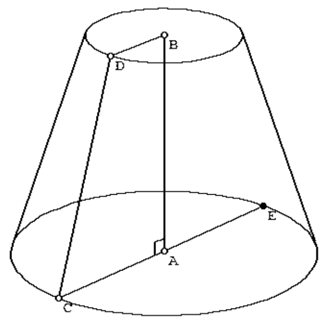
O ângulo CÂB é:

A) Reto

B) Agudo

C) Obtuso

D) Raso



22) Resposta correta: B

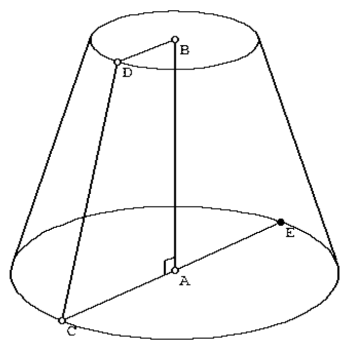
O ângulo $D\hat{C}A$ é:

A) Reto

B) Agudo

C) Obtuso

D) Raso



23) Resposta correta: C

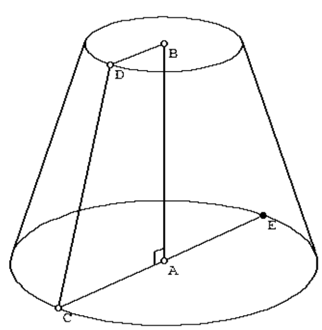
O ângulo $C\hat{D}B$ é:

A) Reto

B) Agudo

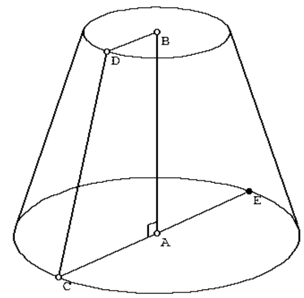
C) Obtuso

D) Raso



24) Resposta correta: D

Os segmentos $\overline{DB}$ e $\overline{CA}$ são:



A) Concorrentes

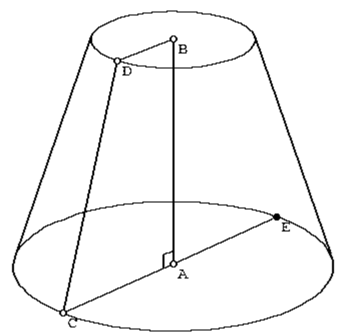
B) Reversos

C) Ortogonais

D) Paralelos

25) Resposta correta: A

Os segmentos $\overline{DB}$ e $\overline{DC}$ São:



A) Concorrentes

B) Perpendiculares

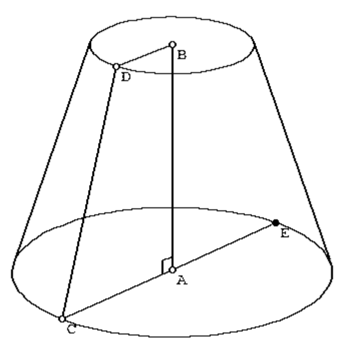
C) Paralelos

D) Ortogonais

6° ícone

26) Resposta correta: B

Os segmentos $\overline{DC}$ e $\overline{BA}$ são:



A) Perpendiculares

B) Coplanares

C) Paralelos

D) Ortogonais

27) Resposta correta: C

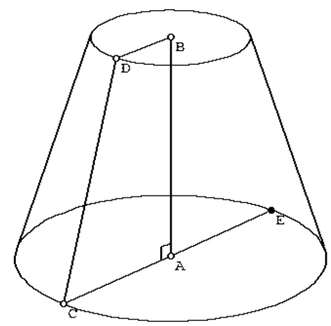
O segmento que representa o diâmetro da base maior é:

$A)\overline{CA}$

$B)\overline{AE}$

$C)\overline{CE}$

$D)\overline{AB}$



28) Resposta correta: D

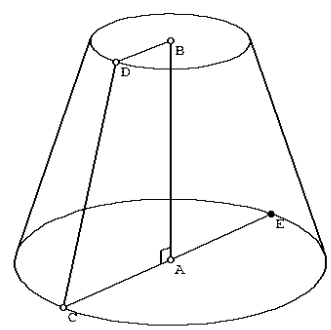
O segmento que representa o raio da base menor é:

$A)\overline{CA}$

$B)\overline{AE}$

$C)\overline{CE}$

$D)\overline{DB}$



29) Resposta correta: A

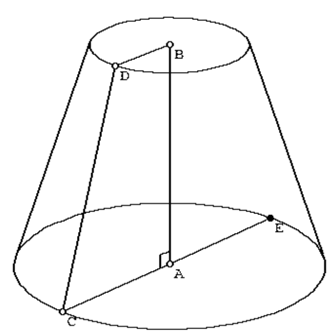
A posição da altura em relação às bases é:

A) Perpendicular

B) Oblíqua

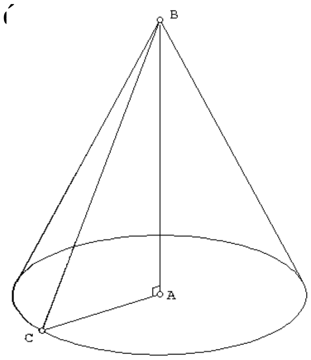
C) Está contida na base menor

D) Paralela



30) Resposta correta: B

A posição da altura $\overline{AB}$ em relação ao diâmetro $\overline{CA}$ (



A) Paralelas

B) Perpendicular

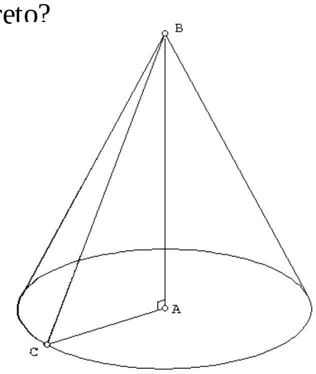
C) Oblíqua

D) Reversas

7° ícone

31) Resposta correta: C

Qual é a figura que representa a base de um cone reto?



A) Quadrado

B) Retângulo

C) Circunferência

D) Elipse

32) Resposta correta: D

Planificando-se um cone reto, a superfície lateral terá a forma de:

A) Círculo

B) Retângulo

C) Triângulo

D) Setor circular

33) Resposta correta: A

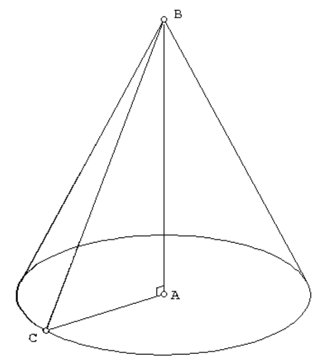
Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

A) O ponto B não pertence ao plano da base.

B) O ponto B pertence ao plano da base.

C) A figura ao lado é um cilindro.

D) O ponto A não pertence ao plano da base.



34) Resposta correta: B

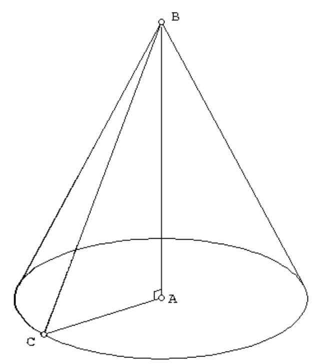
Qual das afirmações abaixo é falsa?

A) O ponto A pertence ao plano da base.

B) O ponto B pertence ao plano da base.

C) A figura ao lado é um cone.

D) O ponto B representa o vértice do cone.



35) Resposta correta: C

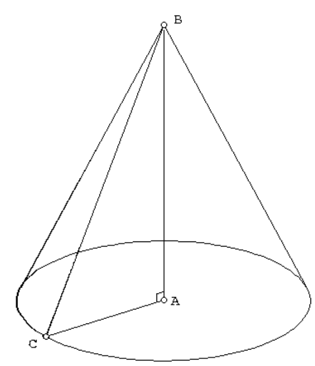
Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

A) O ponto A é o vértice do cone.

B) A figura ao lado é uma pirâmide.

C) O ponto B é o vértice do cone.

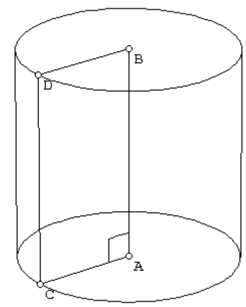
D) O ponto A é o vértice do cone.



8° ícone

36) Resposta correta: D

Fazendo a planificação do cilindro, a superfície lateral terá a forma de:



A) Triângulo

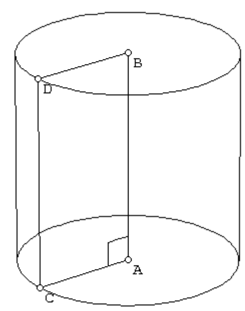
B) Losango

C) Trapézio

D) Retângulo

37) Resposta correta: A

Qual das afirmações abaixo é verdadeira?



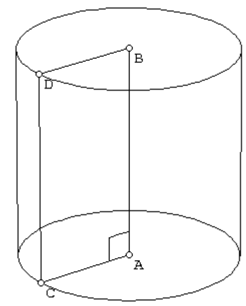
A) A figura ao lado é um cilindro.

B) A figura ao lado é um cone.

C)A figura ao lado é uma pirâmide.

D) A figura ao lado é um tronco de pirâmide.

38) Resposta correta: B



Qual das afirmações abaixo é a verdadeira?

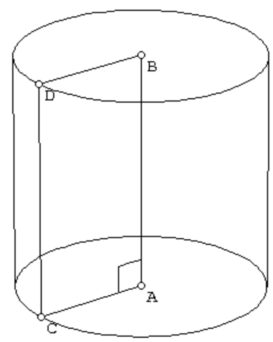
A) Os segmentos $\overline{AB}$ *e* $\overline{AC}$ são paralelos.

B) Os segmentos $\overline{AB}$ *e* $\overline{CD}$ são paralelos.

C) Os segmentos $\overline{AB}$ *e* $\overline{BD}$ são paralelos.

D) Os segmentos $\overline{AB}$ *e* $\overline{CD}$ são reversos.

39) Resposta correta: C



O segmento $\overline{AB}$ representa:

A) O raio da base do cilindro.

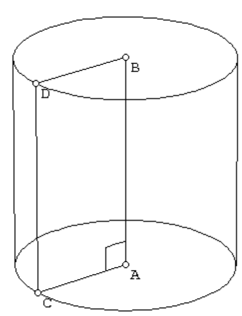
B) O diâmetro da base do cilindro.

C) A altura do cilindro.

D) A base do cilindro.

40) Resposta correta: D

As bases de um cilindro têm a forma de um:



A) Quadrado

B) Triângulo

C) Retângulo

D) Círculo

9° ícone

41) Resposta correta: A

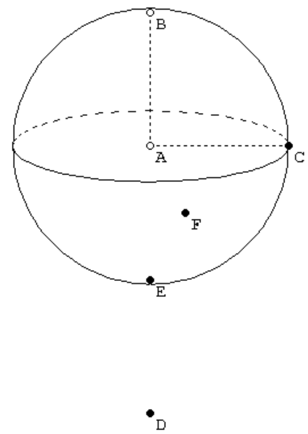
Seccionando-se uma esfera obtemos um corte plano que tem a forma de:

A) Circunferência

B) Quadrado

C) Triângulo

D) Retângulo



42)Resposta correta: B

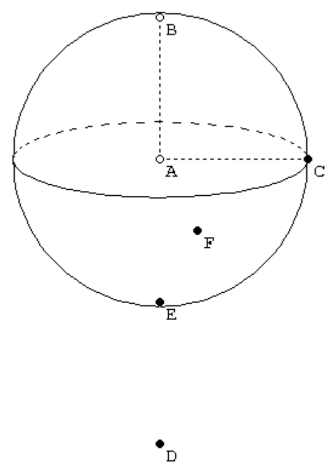
Sabendo que a esfera tem raio $\overline{AB}$ o ponto D é:

A) Interior à esfera

B) Exterior à esfera

C) Está no centro da esfera

D) Está na superfície da esfera



43) Resposta correta: C

Observando a figura, o ponto C:

A) Está no exterior da esfera.

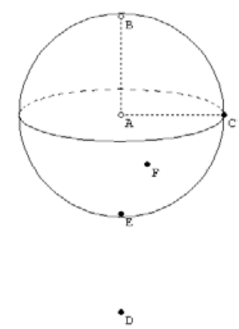
B) Está no interior da esfera.

C) Está na superfície da esfera.

D) Está no centro da esfera.

44) Resposta correta: D

Sabendo que $\overline{AB}$ é um raio da esfera, o ponto A está:



A) No exterior da esfera.

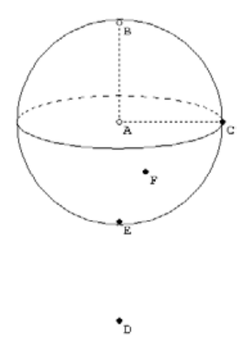
B) Na superfície da esfera.

C) No interior da esfera, mas não no centro.

D) No centro da esfera.

45) Resposta correta: A

A figura ao lado representa:



A) Esfera

B) Cone

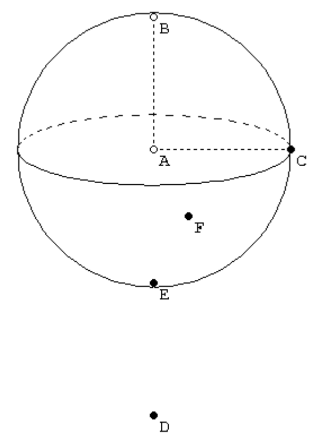
C) Pirâmide

D) Cubo

10° ícone

46) Resposta correta: B

A intersecção da situação em que o plano tangencia uma esfera é:



A) Uma reta

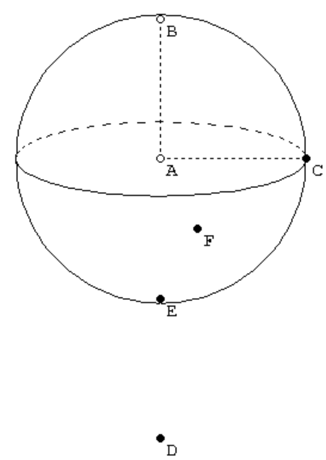
B) Um ponto

C) Uma circunferência

D) Um quadrado

47) Resposta correta: C

Observando a figura, qual é a alternativa falsa?



A) D é um ponto exterior à esfera.

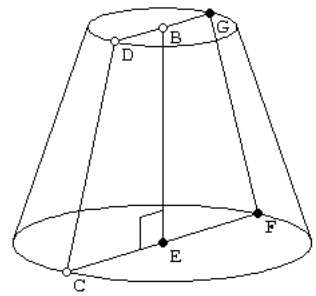
B) E é um ponto na superfície da esfera.

C) F é um ponto exterior.

D) A é o centro da esfera.

48) Resposta correta: D

Observando a figura, qual é a alternativa verdadeira?



A) D está no interior da esfera.

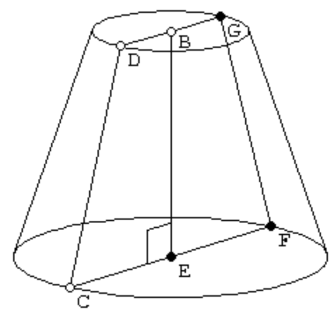
B) A está no exterior da esfera.

C) $\overline{AB}$ não é um raio da esfera.

D) $\overline{AC}$ é um raio da esfera.

49) Resposta correta: A

A figura representa um:



A) Tronco de cone

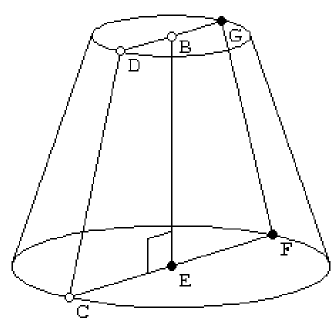
B) Tronco de pirâmide

C) Cubo

D) Pirâmide

50) Resposta correta: B

Seccionando-se o tronco de um cone pelo centro das bases, obtemos uma figura plana com a forma de:



A) Triângulo

B) Trapézio

C) Quadrado

D) Retângulo