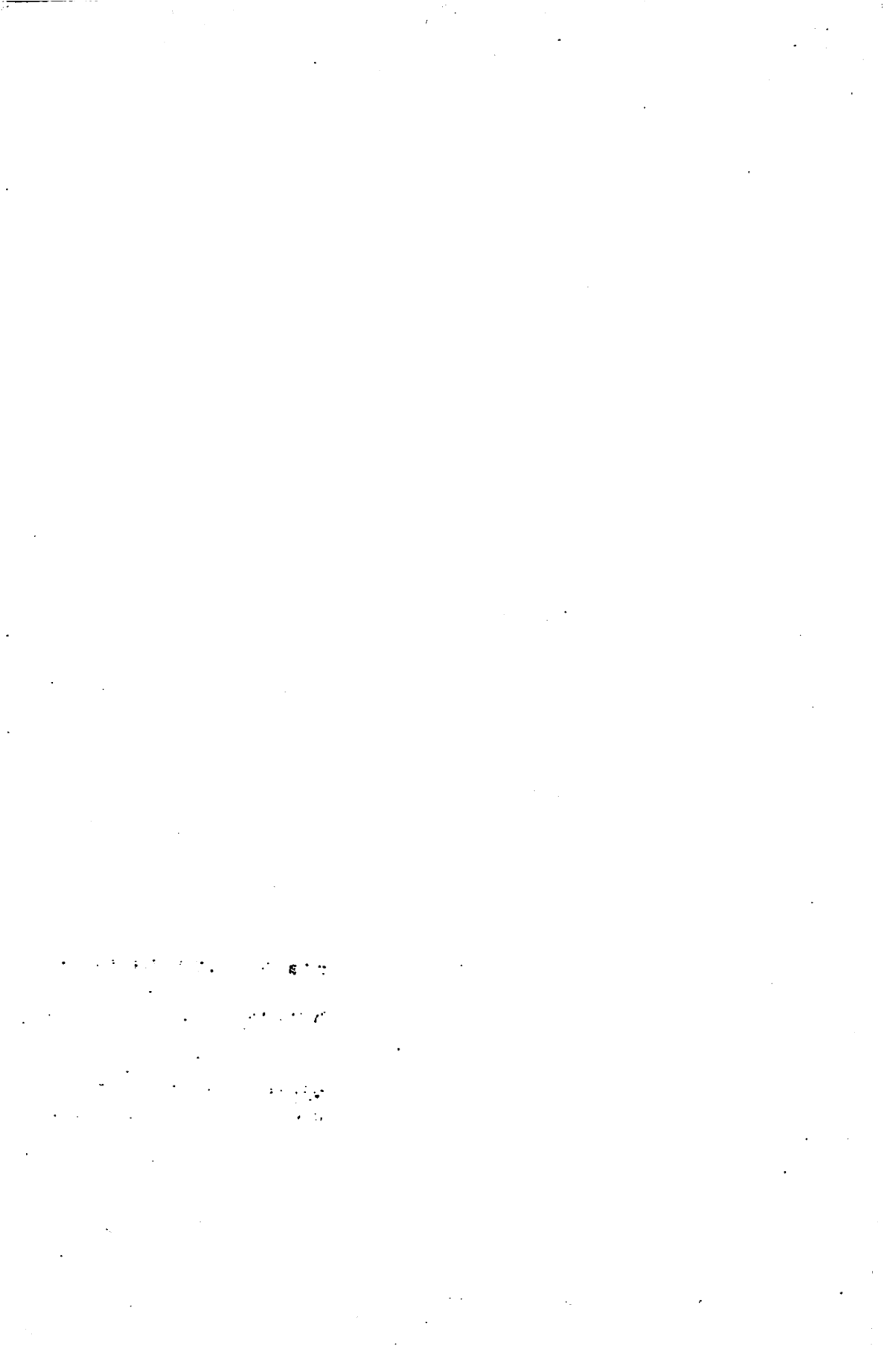


AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE REGRESSÃO NÃO-LINEAR
PARA A ESTIMAÇÃO DA VARIÂNCIA GENÉTICA EM
POPULAÇÕES NATURAIS

CARLOS ALBERTO DA SILVA LEDO

1998



CARLOS ALBERTO DA SILVA LEDO

**AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE REGRESSÃO NÃO-LINEAR
PARA A ESTIMAÇÃO DA VARIÂNCIA GENÉTICA EM
POPULAÇÕES NATURAIS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de "Mestre".

Orientador

Prof. Eduardo Bearzoti

**LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL
1998**

Ficha Catalográfica preparada pela Seção de Classificação e Catalogação
da Biblioteca Central da UFLA

Ledo, Carlos Alberto da Silva

Avaliação de um modelo de regressão não-linear para a
estimação da variância genética em populações naturais /
Carlos Alberto da Silva Ledo. – Lavras: UFLA, 1998.

47 p.: il.

Orientador: Eduardo Bearzoti.
Dissertação (Mestrado) – UFLA.
Bibliografia.

1. Modelo de Shrikhande. 2. Regressão não-linear. 3.
Variância genética. 4. População natural. I. Universidade
Federal de Lavras. II. Título.

CDD-311.2
-519.536

CARLOS ALBERTO DA SILVA LEDO

**AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE REGRESSÃO NÃO-LINEAR
PARA A ESTIMAÇÃO DA VARIÂNCIA GENÉTICA EM
POPULAÇÕES NATURAIS**

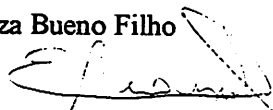
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de "Mestre".

Aprovada em 19 de fevereiro de 1998

Prof. Magno Antônio Patto Ramalho UFLA

Prof. Luiz Henrique de Aquino UFLA

Prof. Júlio Sílvio de Souza Bueno Filho UFLA



Prof. Eduardo Bearzoti
UFLA
(Orientador)

**LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL**

Aos meus pais, Berlando e Ivanira.

Aos meus irmãos, Ana, Ivo, Francisco e Patrícia.

Aos amigos.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

Ao professor Eduardo Bearzoti pela amizade, orientação, disponibilidade, estímulo e ensinamentos transmitidos durante o curso.

Ao professor Magno Antônio Patto Ramalho pelos esclarecimentos e sugestões.

Aos professores Adair José Regazzi e Múcio Silva Reis, da Universidade Federal de Viçosa, pelo apoio e estímulo.

Ao Eng. Agr. Oswaldo Gomes Marques Júnior pelo fornecimento dos dados.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas, Luiz Henrique, Joel, Daniel, Augusto, Júlio e Delly, pela amizade, sugestões e ensinamentos transmitidos.

À Universidade Federal de Lavras pela oportunidade concedida.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos.

À amiga Daniela de Melo Resende pelo apoio e incentivo.

Aos funcionários do Departamento de Ciências Exatas e da Biblioteca pelos auxílios prestados.

Aos colegas de curso, Valéria, Eloise, Peter e João, pelo convívio e amizade.

Enfim, a todos aqueles que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

BIOGRAFIA

Carlos Alberto da Silva Ledo, filho de Berlando Nascimento Ledo e Ivanira da Silva Ledo, nasceu em 17 de setembro de 1969, em Turrialba, Costa Rica.

Em março de 1988, ingressou na Universidade Federal de Viçosa, Viçosa-MG, tendo concluído o curso de Agronomia em janeiro de 1993.

Em março de 1996, iniciou o curso de Mestrado em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, na Universidade Federal de Lavras, Lavras-MG, concluindo-o em fevereiro de 1998.

SUMÁRIO

	Página
RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	3
2.1 Lei Empírica de Smith (1938).....	3
2.2 Metodologia de Shrikhande (1957).....	5
2.3 Modelos de regressão.....	8
3 MATERIAL E MÉTODOS.....	15
3.1 Dados experimentais.....	15
3.2 Dados simulados.....	15
3.3 Tamanho e formas das parcelas	18
3.4 Ajuste do modelo.....	18
3.5 Critérios de avaliação do modelo de Shrikhande (1957).....	22
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	26
4.1 Dados experimentais.....	26
4.2 Dados simulados.....	30
4.3 Considerações finais.....	36
5 CONCLUSÕES.....	38
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	39
ANEXOS.....	42

RESUMO

LEDO, Carlos Alberto da Silva. Avaliação de um modelo de regressão não-linear para a estimação da variância genética em populações naturais. Lavras: UFLA, 1998. 47p. (Dissertação – Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária)*

Este trabalho teve por objetivo a avaliação do modelo de regressão não-linear proposto por Shrikhande (1957), para a estimação da variância genética em populações naturais. Para tanto, foram utilizados dados reais referentes à avaliação de famílias com a cultura do eucalipto, e dados simulados, pela geração de uma população, na qual foram variados a autocorrelação espacial entre os elementos (ρ) e o coeficiente de herdabilidade no sentido amplo (h^2). Os dados experimentais foram ajustados ao modelo proposto, utilizando o método dos quadrados mínimos ordinário e o método dos quadrados mínimos ponderado, considerando como unidades básicas plantas e parcelas experimentais. Para os dados simulados foi feito o ajuste segundo os métodos dos quadrados mínimos ordinário, ponderado e generalizado para cada combinação de ρ e h^2 . A avaliação do modelo de Shrikhande (1957), a partir dos dados experimentais, foi feita comparando-se as estimativas dos parâmetros genéticos obtidas com a metodologia, com aquelas obtidas pelo método dos momentos, levando em conta o delineamento experimental original. Os dados simulados permitiram a avaliação dos estimadores, conforme a tendenciosidade e a precisão. Constatou-se que unidades básicas correspondentes a plantas propiciou melhores estimativas quando comparadas com unidades básicas correspondentes a grupos de plantas. Com os dados simulados verificou-se que em presença de altas autocorrelação e herdabilidade, a qualidade de ajustamento foi melhor, sendo que o método dos quadrados mínimos generalizados propiciou estimativas mais precisas. Nas situações de baixas autocorrelação e herdabilidade não foram verificados bons ajustes pelos três métodos estudados.

* Comitê Orientador: Eduardo Bearzoti – UFLA (Orientador) e Magno Antônio Patto Ramalho - UFLA

ABSTRACT

EVALUATION OF A NON-LINEAR REGRESSION MODEL TO ESTIMATE GENETIC VARIANCE IN NATURAL POPULATIONS

This work had the aim of evaluating the non-linear regression model proposed by Shrikande (1957), to estimate genetic variance in natural populations. It was used experimental data from progeny evaluation with *Eucalyptus*, and simulated data, by generating populations varying spatial autocorrelation among individuals (ρ) and broad sense heritability (h^2). Experimental data were adjusted to Shrikande's model using the methods of ordinary and weighted least squares. To each combination of ρ and h^2 , simulated data were adjusted using the methods above, and also generalized least squares. Estimates of genetic variance yielded by Shrikande's model were compared to those obtained by moment methods, considering the experimental designs of the *Eucalyptus* trials. Simulated data allowed obtaining empirical sampling distributions of the estimators of genetic and environmental variances, which were evaluated as regard to bias and precision. With simulated data, it could be seen that, with high autocorrelation and heritability, good adjustments were obtained, specially with generalized least squares, which yielded the most precise estimates. When even autocorrelation and heritability were low, it has not been observed reasonable adjustments, whatever the method of estimation employed.

Guidance Committee: Eduardo Bearzoti – UFLA (Major Professor) and Magno Antônio Patto Ramalho - UFLA

1 INTRODUÇÃO

O melhoramento de populações de plantas visa a obtenção de material geneticamente superior, por meio do aumento da frequência de alelos favoráveis, com relação à produtividade e outras características desejáveis.

No desenvolvimento de novos genótipos assumem grande importância o método seletivo e o ganho genético a ele associado e, nesse particular, a estimação do coeficiente de herdabilidade é de grande utilidade, pois possibilita prever o progresso obtido com a seleção, fornecendo ao melhorista indicativos da efetividade do processo seletivo empregado. Portanto, quantificar a variação genética auxilia a tomada de decisão quanto ao método de melhoramento a ser empregado, bem como a escolha de populações a serem melhoradas.

Essa quantificação, para o caso de características controladas por muitos genes, é dificultada pois nesses casos existem efeitos ambientais sobrepostos aos efeitos genéticos, tornando necessária a separação da variação genética da ambiental. Através de delineamentos adequados, onde relações de parentesco são conhecidas, é possível estimar esses componentes da variação fenotípica.

Em algumas situações, como em populações naturais, não é possível ou é dispendiosa a instalação de tais delineamentos. Além disso, é longo o período de tempo necessário para a obtenção de descendentes de cruzamentos controlados, no melhoramento florestal. Essas dificuldades realçam a importância da quantificação da variação genética em culturas perenes, pois o ganho com a seleção tem que ser tal que justifique o longo prazo despendido no programa de melhoramento.

A fim de contornar este problema, Shrikhande (1957) desenvolveu uma metodologia de estimação da variância genética em populações naturais, através

de um modelo de regressão não-linear, baseado na lei empírica de Smith de heterogeneidade de solo.

O modelo proposto tem apresentado problemas com relação ao seu ajuste devido ao fato de apresentar algumas características indesejáveis como heterogeneidade de variâncias, resíduos correlacionados e não-normalidade de erros. Modificações na metodologia têm sido sugeridas por alguns autores, como a incorporação de novos componentes de variação e a utilização de métodos iterativos de quadrados mínimos. Entretanto, não é clara a qualidade da estimação da variância genética pela metodologia, em algumas situações, com relação à tendenciosidade e precisão dos estimadores. Além disso, seria importante investigar se o modelo apresenta melhoria de ajustamento, caso fossem levadas em consideração as características descritas acima.

Este trabalho teve por objetivo a avaliação do modelo de regressão não-linear proposto por Shrikhande (1957) e de diferentes métodos para seu ajustamento, para a estimação da variância genética em populações naturais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Lei Empírica de Smith (1938)

Smith (1938), utilizando informações de um experimento de uniformidade com trigo, com relação à produção, observou que a relação entre os logaritmos das variâncias entre parcelas de x unidades básicas e o logaritmo de x , era aproximadamente linear, de maneira que:

$$V_x = \frac{V_1}{x^b} \quad (1)$$

sendo:

V_x : variância entre médias de parcelas com x unidades básicas;

x : número de unidades básicas que compõem a parcela;

V_1 : variância entre parcelas constituídas por uma unidade básica;

b : coeficiente de heterogeneidade de solo.

O autor verificou a mesma tendência em outros 39 experimentos de uniformidade relatados na literatura, sugerindo que o parâmetro b pudesse ser um bom descritor da natureza da variabilidade de uma característica, em uma dada condição experimental. A este coeficiente deu-se o nome de coeficiente de heterogeneidade do solo, embora, na realidade, ele não seja um parâmetro que descreva propriamente uma condição edáfica, mas antes uma interação entre uma certa característica e um dado solo. Como proposto por Smith (1938), seu espaço paramétrico corresponde ao intervalo entre zero e um, indicando as relações entre as unidades básicas adjacentes. O valor zero indica perfeita

correlação entre as unidades básicas que compõem a parcela, resultando em alta uniformidade dentro das parcelas. O valor um indica que as unidades básicas são não-correlacionadas, fazendo com que a relação (1) corresponda à conhecida expressão da variância de uma média em uma amostra aleatória.

A lei empírica de Smith (1938) pode ser aplicada no dimensionamento de parcelas, blocos e número de repetições, conforme realizado por diversos autores, dentre eles, Koch e Rigney (1951), Hatheway (1961), Oliveira (1976), Reddy e Chetty (1983), Cordeiro, Miranda e Campos (1982), Golaszewski, Eaton e Baumann (1995), e Bearzoti e Pinto (1996).

O parâmetro b pode ser estimado pelo método dos quadrados mínimos ordinário, considerando o modelo (1) linearizado. O estimador \hat{b} correspondente pode ser expresso como (Reddy e Chetty, 1983):

$$\hat{b} = \frac{\frac{\sum_i \log V_{x_i} \sum_i \log x_i}{n} - \sum_i \log V_{x_i} \sum_i \log x_i}{\sum_i (\log x_i)^2 - \frac{\left[\sum_i \log x_i \right]^2}{n}} \quad (2)$$

em que $i = 1, 2, \dots, n$ tamanhos de parcelas.

Hatheway e Williams (1958), no entanto, comentaram que o estimador (2) não é o de mínima variância, pois as observações $\log V_{x_i}$ são geralmente correlacionadas, uma vez que é comum utilizar as mesmas unidades básicas para calcular as variâncias V_{x_i} , para diferentes x_i . Assim, apresentaram uma maneira de se estimar o coeficiente de heterogeneidade de solo, baseada no método dos quadrados mínimos generalizado, em que:

$$\hat{b} = - \frac{\sum_j \sum_k w_{jk} y_j (x_k' - \bar{x}')}{\sum_j \sum_k w_{jk} x_k' (x_k' - \bar{x}')} \quad (3)$$

sendo:

y_j : o logaritmo da estimativa da variância entre parcelas de tamanho j ,

$$y_j = \ln Vx_j, j = 1, 2, \dots, n;$$

w_{jk} : o elemento da j -ésima linha e k -ésima coluna de W , que é a inversa da matriz de variâncias e covariâncias dos y_j ;

x_k' : o logaritmo do número de unidades básicas que compõe a parcela do j -ésimo tamanho, $k = 1, 2, \dots, n$;

\bar{x}' : a média ponderada por w_{jk} dos x_k' .

2.2 Metodologia de Shrikhande (1957)

Shrikhande, em 1957, com o objetivo de estimar parâmetros genéticos com a cultura do côco, desenvolveu uma metodologia de estimação da variância genética em populações naturais, baseada na relação (1) proposta por Smith (1938).

O autor considerou a variância entre plantas (V_1) como sendo afetada por uma variação genética e uma variação ambiental. Admitindo que não houvesse correlação entre o efeito genético e a disposição espacial das plantas, o coeficiente b seria consequência da ocorrência de correlação espacial entre plantas, de natureza meramente ambiental, e assim:

$$V_x = \frac{V_G}{x} + \frac{V_E}{x^b} \quad (4)$$

sendo:

V_G : variância genética entre plantas;

V_E : variância ambiental entre plantas.

Multiplicando-se (4) por x , tem-se:

$$x V_x = V_G + x^{(1-b)} V_E \quad (5)$$

O modelo (5) pode ser reescrito como:

$$QM_x = V_G + x^B V_E \quad (6)$$

em que QM_x é o quadrado médio das parcelas com x plantas e B corresponde a $(1 - b)$.

Para se estimar V_G , V_E e b , o autor recomendou a mensuração da característica em questão em cada planta, evitando clareiras, e a simulação de parcelas com um número x de plantas, sendo que para cada x , várias formas de parcelas seriam simuladas. Seriam então calculados os QM_x , tomando-se o valor médio das várias formas para cada tamanho de parcela, ponderando-se pelos números de graus de liberdade correspondentes. O modelo (6) seria então ajustado a esses dados da seguinte forma; vários valores de \hat{b} seriam dados entre zero e um, tornando o modelo linear em relação aos parâmetros, e então V_G e V_E seriam estimados pelo método dos quadrados mínimos ordinário. Seriam escolhidas as estimativas com as quais houvesse menor soma de quadrados residual.

Os erros padrão associados às estimativas de V_G e V_E , segundo Shrikhande (1957), são dados pelas seguintes expressões:

$$S_{\hat{V}_G} = \sqrt{\sigma_0^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{z}^2}{S(z^2)} \right]} \quad (7)$$

e

$$S_{\hat{V}_E} = \sqrt{\sigma_0^2 \frac{1}{S(z^2)}} \quad (8)$$

em que:

$$\sigma_0^2 = \frac{SQR_0}{n-3}; \quad S(z^2) = \sum_i (z_i - \bar{z})^2 \quad \text{e} \quad z_i = x_i^B,$$

sendo:

n: número de observações;

SQR₀: soma de quadrados residual.

Conkle (1962), em trabalho com uma população de *Pinus*, avaliou as variáveis altura e diâmetro, e constatou que o método não é indicado se *b* assume um valor próximo de 1. Dificuldades adicionais corresponderam ao fato de essas características serem altamente influenciadas por fatores como idade e competição.

Sakai e Hatakeiama (1963) comprovaram a eficácia da metodologia com as espécies florestais *Populus euramericana* e *Abies sachalinensis*, obtendo estimativas para V_G estatisticamente iguais a zero em uma população clonal. Segundo os autores, o método de Shrikhande (1957) é indicado para povoamentos homogêneos, com espaçamentos entre árvores não muito grandes e que não tenham sofrido desbaste severo.

Sakai e Mukaide (1967) relataram que, em estudos com povoamentos florestais da espécie *Cryptomeria japonica* D. Don, não se obtiveram estimativas razoáveis para a variância genética devido à competição existente entre as árvores. Os mesmos autores aprimoraram a metodologia de Shrikhande (1957), incorporando um novo componente de variância, relativo à competição entre parcelas vizinhas. Observaram que a falta desse componente poderia tomar

tendenciosas as estimativas dos outros parâmetros. Aplicaram seu modelo a populações de *Criptomeria*, e encontraram efeitos significativos de competição em populações propagadas via semente. Estimativas de V_G e V_E livres desses efeitos foram então obtidas.

Foi observado por Namkoong e Squillace (1970) que quando $b = 1$, ou seja, quando não há correlação entre as plantas, V_G e V_E são estatisticamente indistinguíveis. Os mesmos autores levantaram alguns problemas que podem surgir ao se utilizar a metodologia de Shrikhande (1957), tais como a violação da pressuposição de que os efeitos genéticos não estejam sendo confundidos com efeitos de competição, e de que métodos iterativos de quadrados mínimos devam ser preferidos. Tais métodos, à época em que a metodologia foi proposta por Shrikhande (1957), eram de difícil implementação, pela falta de recursos computacionais. Atualmente este aspecto deixou de ser um problema, sendo eles largamente empregados no ajustamento a modelos de regressão não-lineares. Namkoong e Miller (1968) já haviam sugerido a aproximação de Gauss-Newton para o ajustamento ao modelo de Shrikhande (1957).

2.3 Modelos de regressão

De uma forma geral, os modelos de regressão podem ser expressos como:

$$Y = f(X; \theta) + \varepsilon \quad (9)$$

em que:

Y : é o vetor de observações $n \times 1$, com n observações;

X : é a matriz das variáveis independentes, de ordem $n \times v$, com v variáveis independentes;

θ : é o vetor de parâmetros $p \times 1$, relativo a p parâmetros;

ε : é o vetor de erros $n \times 1$.

Segundo Draper e Smith (1981), os modelos podem ser classificados em lineares, linearizáveis e não-lineares, em relação aos parâmetros.

Os modelos de regressão são lineares em relação aos parâmetros quando:

$$\frac{\partial f_i(X; \theta)}{\partial \theta_j} = h(X) \quad (10)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, p$.

Os modelos linearizáveis são aqueles que podem ser transformados em lineares através de anamorfose.

Os modelos de regressão são não-lineares em relação aos parâmetros quando:

$$\frac{\partial f_i(X; \theta)}{\partial \theta_j} = h(X, \theta) \quad (11)$$

pelo menos para algum i e j .

Quando o modelo é linear nos parâmetros, ele pode ser expresso como:

$$Y = X\theta + \varepsilon \quad (12)$$

Na análise de regressão, os dois métodos de estimação mais empregados são o dos quadrados mínimos e o da máxima verossimilhança, sendo que conduzem aos mesmos estimadores, em presença de normalidade.

Quando o modelo de regressão é linear, como em (12), existem variações propostas do método de quadrados mínimos, conforme as pressuposições assumidas quanto aos erros em ε , de maneira a obter estimadores

não-tendenciosos de mínima variância. Estas variações correspondem aos métodos de quadrados mínimos ordinário, ponderado e generalizado.

Em geral, no ajustamento a um modelo de regressão linear como em (12), pressupõe-se que a média dos erros é nula, assim, $E(\varepsilon) = \emptyset$; a variância do erro ε_i , $i = 1, 2, \dots, n$, é constante e igual a σ^2 , isto é, $E(\varepsilon\varepsilon') = I\sigma^2$; o erro de uma observação é não correlacionado com o erro de outra observação, isto é, $E(\varepsilon_i\varepsilon_j) = 0$, para $i \neq j$ e os erros são variáveis aleatórias com distribuição normal.

Os modelos que atendem às pressuposições acima são em geral ajustados pelo método dos quadrados mínimos ordinário. Segundo este método, deve-se encontrar um vetor θ , com o qual a soma dos quadrados dos desvios seja mínima.

A soma dos quadrados dos desvios é dada por:

$$Z = \varepsilon'\varepsilon = (Y' - \theta'X') (Y - X\theta) = Y'Y - 2\theta'X'Y + \theta'X'X\theta \quad (13)$$

A função Z terá mínimo quando suas derivadas parciais em relação a θ forem nulas, isto é:

$$\left. \frac{\partial \varepsilon'\varepsilon}{\partial \theta_j} \right|_{\hat{\theta}} = 0 \quad (14)$$

desenvolvendo (14) resulta o conhecido sistema de equações normais, que é dado por :

$$X'X\theta = X'Y \quad (15)$$

Se $X'X$ é não singular e existe a matriz inversa $(X'X)^{-1}$, obtém-se como solução para θ :

$$\hat{\theta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (16)$$

que é o estimador linear não-tendencioso de variância mínima de θ .

Em presença de heterogeneidade de variâncias, o método dos quadrados mínimos ponderado é mais adequado, por fornecer estimadores não-tendenciosos de mínima variância.

Conforme Hoffmann e Vieira (1987), seja o modelo considerado em (12), supondo-se que $\varepsilon \sim N(0, D\sigma^2)$, em que D é uma matriz diagonal, positiva definida, que representa as variâncias associadas a cada ε_i .

Define-se uma matriz diagonal Λ , cujos elementos são dados por:

$$\Lambda_j = \frac{1}{\sqrt{D_j}} \quad (17)$$

Dessa maneira, tem-se que:

$$\Lambda' \Lambda = D^{-1} \quad (18)$$

e

$$D = \Lambda^{-1} \Lambda^{-1} \quad (19)$$

Pré-multiplicando cada um dos termos de (12) por Λ , obtém-se o modelo:

$$\Lambda Y = \Lambda X \theta + \Lambda \varepsilon \quad (20)$$

No modelo (20), tem-se o vetor de erros $u = \Lambda \varepsilon$, e uma vez que $E(\varepsilon) = 0$, tem-se que $E(u) = 0$. Além disso:

$$E(uu') = E(\Lambda \varepsilon \varepsilon' \Lambda') = \Lambda D \Lambda' \sigma^2 \quad (21)$$

de acordo com (19), segue-se que:

$$E(uu') = \Lambda \Lambda^{-1} \Lambda^{-1} \Lambda' \sigma^2 = I\sigma^2 \quad (22)$$

ou seja, o modelo (20) é homocedástico. Dessa forma, o método dos quadrados mínimos ordinário, relativamente a ΛY , fornece o seguinte estimador para o vetor de parâmetros θ :

$$\hat{\theta} = (X'D^{-1}X)^{-1}X'D^{-1}Y \quad (23)$$

Este corresponde ao estimador de quadrados mínimos ponderado, no tocante ao modelo (12).

Em presença de heterogeneidade de variâncias e autocorrelação dos resíduos, o método dos quadrados mínimos generalizado é indicado.

Seja o modelo considerado em (12), supondo-se que $\varepsilon \sim N(\emptyset, W\sigma^2)$, em que W é uma matriz simétrica, positiva definida. Então W^{-1} também é simétrica e positiva definida e existe uma matriz Λ tal que:

$$\Lambda' \Lambda = W^{-1} \quad (24)$$

Pré-multiplicando (12) por Λ , obtém-se o modelo:

$$\Lambda Y = \Lambda X \theta + \Lambda \varepsilon \quad (25)$$

sendo $u = \Lambda \varepsilon$ e $E(uu') = I\sigma^2$.

Aplicando-se ao modelo (25) o método dos quadrados mínimos ordinário, tem-se a seguinte estimativa para o vetor de parâmetros θ :

$$\hat{\theta} = (X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}Y \quad (26)$$

E este corresponde ao estimador de quadrados mínimos generalizado, relativamente ao modelo (12).

Quando os modelos de regressão são não-lineares, os métodos de estimação empregados também são, em geral, os de quadrados mínimos e de máxima verossimilhança. Entretanto, tais métodos aqui não conduzem a soluções explícitas para os estimadores, como acontece em modelos lineares, conforme visto em (16), (23) e (26).

Ao contrário, os estimadores são em geral soluções de sistemas de equações não lineares, necessitando-se de métodos numéricos (iterativos) para sua resolução. Dentre estes métodos, cita-se o de Gauss-Newton, do gradiente, de Marquardt e de Quasi-Newton.

O método de Gauss-Newton, na forma original, consiste no desenvolvimento em série de Taylor até o termo de primeira ordem da função $f(X_i; \theta)$ em torno do ponto θ_0 , o qual, para θ_0 próximo de θ , pode-se escrever:

$$f(X_i; \theta) \cong f(X_i; \theta_0) + \sum_{k=1}^p \left[\frac{\partial f(X_i; \theta)}{\partial \theta_k} \Big|_{\theta = \theta_0} \cdot (\theta_k - \theta_{k0}) \right] \quad (27)$$

e considerando que:

$$Y_i^* = f(X_i; \theta) - f(X_i; \theta_0); \quad B_k = \theta_k - \theta_{k0} \quad \text{e} \quad X_{ki}^* = \frac{\partial f(X_i; \theta)}{\partial \theta_k} \Big|_{\theta = \theta_0}$$

o modelo (12), usando (27), torna-se aproximadamente da forma:

$$Y_i^* = \sum_{k=1}^p B_k X_{ki}^* + \varepsilon_i \quad (28)$$

ou seja, linear nos parâmetros B_k . Estes parâmetros podem ser estimados pelo método dos quadrados mínimos.

Se θ_0 é uma estimativa inicial do vetor $\hat{\theta}$, então uma estimativa melhor que θ_0 é dada por:

$$\theta_1 = \theta_0 + \hat{B}_k \quad (29)$$

O processo é repetido colocando-se θ_1 no lugar de θ_0 , e assim por diante até que algum critério de convergência seja aceito. Bard (1974) apresenta alguns desses critérios.

Conforme Gallant (1987) observa, não é necessariamente verdadeiro que, por este procedimento, um vetor θ_t , obtido na iteração t , conduza a uma soma de quadrados inferior àquela correspondente ao vetor θ_{t-1} . Nesse sentido, é recomendável que se utilize uma modificação no método de Gauss-Newton, proposta por Hartley (1961). Esta modificação baseia-se no fato de que, na i -ésima iteração, existe um λ tal que:

$$SQR[\theta_i + \lambda (\theta_M - \theta_0)_i] < SQR(\theta_i) \quad (30)$$

em que $0 \leq \lambda \leq 1$. Em uma rotina de programação computacional, isso pode ser implementado fazendo λ assumir os valores 1, 0,9, 0,8, 0,7, 0,6, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$,..., até que a relação (30) seja verificada.

3 MATERIAL E MÉTODOS

A avaliação do modelo de Shrikhande (1957) e de diferentes métodos para seu ajustamento foi feita mediante dados experimentais e dados simulados.

3.1 Dados experimentais

Foram utilizados dados experimentais, com a cultura do eucalipto, originalmente empregados por Marques Júnior (1995) e gentilmente cedidos pelo autor. A descrição das áreas experimentais, bem como das condições de condução, foi apresentada por Marques Júnior (1995).

O experimento consistiu da avaliação de 56 famílias de meios-irmãos de *Eucalyptus cloeziana*, juntamente com dois clones. O delineamento utilizado foi o de blocos ao acaso com 10 repetições. As parcelas constituíram-se de seis plantas em linha, com uma área útil de 36 m². No presente estudo, foram tomados dados de duas repetições do experimento descrito acima, referentes à variável diâmetro à altura do peito (dap).

3.2 Dados simulados

Foi simulada uma população com 1200 elementos dispostos em uma estrutura espacial de 24 linhas e 50 colunas, como ilustrado a seguir:

P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	...	P _{1 50}
P ₂₁	P ₂₂	P ₂₃	P ₂₄	...	P _{2 50}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
P _{24 1}	P _{24 2}	P _{24 3}	P _{24 4}	...	P _{24 50}

em que p_{ij} é o fenótipo do elemento simulado da linha i e coluna j . Este fenótipo foi gerado conforme a expressão:

$$p_{ij} = e_{ij} + g_{ij}$$

em que e_{ij} é o efeito simulado de natureza ambiental e g_{ij} o efeito genético associado a cada elemento.

O efeito ambiental (e_{ij}), por sua vez, foi calculado como sendo a soma de dois componentes:

$$e_{ij} = l_{ij} + c_{ij}$$

em que l_{ij} e c_{ij} são efeitos relativos cada qual a uma estrutura de autocorrelação espacial de primeira ordem, nas linhas e nas colunas, de modo que:

$$l_{ij} = \rho l_{i(j-1)} + \varepsilon_{ij}$$

e

$$c_{ij} = \rho c_{(i-1)j} + \varepsilon'_{ij}$$

em que ρ é o coeficiente de autocorrelação espacial entre os elementos de uma mesma linha ou de uma mesma coluna, e ε_{ij} e ε'_{ij} são cada qual efeitos ambientais gerados aleatoriamente com distribuição normal de média zero e variância igual a um.

Em uma tal estrutura de autocorrelação espacial, tem-se que (Hoffmann e Vieira, 1987):

$$E(l_{ij}) = E(c_{ij}) = 0$$

e

$$E(l_{ij}^2) = E(c_{ij}^2) = (1 + \rho^2 + \rho^4 + \dots) = \frac{1}{1 - \rho^2}$$

assim, uma vez que l_{ij} e c_{ij} são independentes, a variância ambiental total (σ_e^2) é dada por:

$$\sigma_e^2 = E(l_{ij}^2) + E(c_{ij}^2) = \frac{1}{1 - \rho^2} + \frac{1}{1 - \rho^2} = \frac{2}{1 - \rho^2}$$

Para a geração do efeito dos primeiros elementos de cada linha e de cada coluna, p_{1j} e p_{i1} , foram simulados 50 elementos anteriores $p_{-k j}$ e $p_{i -k}$ para $k = 1, 2, \dots, 50$, conforme ilustrado a seguir:

$$\begin{array}{cccc} & p_{-50 1} & \dots & p_{-50 50} \\ & \vdots & & \vdots \\ p_{1 -50} & \dots & p_{11} & \dots & p_{1 50} \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{24 -50} & \dots & p_{24 1} & \dots & p_{24 50} \end{array}$$

Este procedimento objetivou garantir a validade das expressões para $E(l_{ij}^2)$ e $E(c_{ij}^2)$ citadas acima.

Os efeitos genéticos g_{ij} foram gerados aleatoriamente, sem a ocorrência de autocorrelação, e com distribuição normal de média zero e variância σ_g^2 .

A simulação foi feita variando-se a autocorrelação espacial entre os elementos (ρ) e o coeficiente de herdabilidade no sentido amplo (h^2), que é dado por:

$$h^2 = \frac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2 + \sigma_e^2}$$

Foram simuladas 1000 repetições para cada par de ρ e h^2 , onde se considerou os valores 0,1, 0,5 e 0,9 para ρ e 0,2, 0,5 e 0,8 para h^2 , ou seja, nove combinações entre ρ e h^2 .

3.3 Tamanho e formas das parcelas







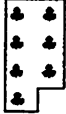
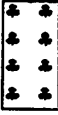

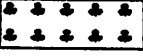
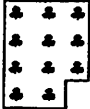
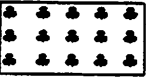
Para os dados experimentais, foram simulados tamanhos de parcela de 1 a 12 unidades básicas, nas duas repetições. Para isso foram consideradas duas situações, unidades básicas consistindo de plantas e unidades básicas correspondentes às parcelas experimentais originais do experimento. Para cada tamanho de parcela foi variada sua forma, e para cada uma, calculou-se a variância entre parcelas, que foi multiplicada pelo número x de unidades básicas, obtendo-se assim os QM x . Para cada tamanho de parcela, tomou-se um QM x médio, ponderado pelos respectivos graus de liberdade.

Nos dados simulados, uma vez que o valor do coeficiente de autocorrelação era o mesmo nos sentidos das linhas e das colunas, admitiu-se que a variação na forma das parcelas não seria relevante, e assim não foram variadas. Na TABELA 1 são apresentados os tamanhos e formas das parcelas utilizados para os dados obtidos por meio de simulação.

3.4 Ajuste do modelo

Os dados experimentais foram ajustados ao modelo proposto por Shrikhande (1957), considerando duas situações; ajuste não-linear admitindo que os erros são independentes e identicamente distribuídos, com distribuição normal de média zero e variância constante σ^2 , tendo-se utilizado o método dos quadrados mínimos ordinário (QMO); e o ajuste não-linear admitindo

TABELA 1. Tamanhos, graus de liberdade, formas e disposição dos elementos nas parcelas utilizadas na simulação.

Tamanho	G.L.	Forma	Disposição dos elementos
1	1199	1 x 1	
2	599	1 x 2	
3	299	2 + 1	
4	299	2 x 2	
5	191	2 x 2 + 1	
6	191	2 x 3	
7	149	4 + 3	
8	149	4 x 2	
9	127	3 x 3	
10	119	2 x 5	
11	95	4 x 2 + 3	
12	95	3 x 4	

heterocedastia, considerando o vetor de resíduos com distribuição normal de média zero e variância $D\sigma^2$, em que D é uma matriz diagonal, positiva definida, que pondera a variância σ^2 , tendo-se utilizado o método dos quadrados mínimos ponderado (QMP).

Para isolar o efeito referente às repetições, foi incorporado um novo componente ao modelo proposto por Shrikhande (1957), em que:

$$QMx_{ij} = a R_j + V_G + x_{ij}^B V_E + \varepsilon_{ij}$$

em que:

QMx_{ij} : variância entre totais de parcelas de tamanho i na repetição j;

a: efeito da diferença entre as repetições;

R_j : repetição j, em que $j = 1, 2$;

x_{ij} : parcela de tamanho i na repetição j;

ε_{ij} : erro referente a variância entre totais de parcelas de tamanho i na repetição j;

os demais termos são definidos como anteriormente.

Para os dados simulados, procedeu-se o ajuste do modelo proposto considerando as seguintes situações; ajuste com o método dos quadrados mínimos ordinário (QMO), ponderado (QMP) e generalizado (QMG). Para o método QMG levou-se em conta que os erros são correlacionados e possivelmente heterocedásticos, com distribuição normal de média zero e variância $W\sigma^2$, onde W é uma matriz simétrica, positiva definida.

Para o ajuste não-linear do modelo segundo o QMO foi utilizado o método de Gauss-Newton por meio do procedimento (NLIN) do SAS® (SAS INSTITUTE Inc., 1989) e para os demais métodos de ajuste, QMP e QMG, foi desenvolvido um programa de computador baseado no modelo linearizado pela série de Taylor, utilizando o método de Gauss-Newton modificado, conforme

Gallant (1987), obtendo-se um modelo como em (28). A cada iteração, a estimação dos parâmetros B_k era feita utilizando as soluções (23) e (26), conforme os métodos serem QMP ou QMG, para gerar os valores a serem utilizados na iteração seguinte.

Para o método dos quadrados mínimos ponderado (QMP), necessita-se estimar a matriz D das variâncias associada a cada Y_i . Para tanto, tem-se que (Searle, 1971):

$$V(Y_i) = V(QMx_i) = \frac{2[E(QMx_i)]^2}{gl_i}$$

as quais foram estimadas por:

$$\hat{V}(QMx_i) = \frac{2 QMx_i^2}{gl_i + 2}$$

então a estimativa da matriz D foi dada por:

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} \frac{2QMx_1^2}{gl_1 + 2} & \dots & \emptyset \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset & \dots & \frac{2QMx_n^2}{gl_n + 2} \end{bmatrix}$$

Para o método dos quadrados mínimos generalizado (QMG), a matriz W foi estimada por meio da simulação de 1000 repetições para cada par de ρ e h^2 , em que se calculou as variâncias e covariâncias entre os diferentes tamanhos de parcelas, assim:

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{V}(QMx_1) & \dots & \text{côv}(QMx_1, QMx_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{côv}(QMx_n, QMx_1) & \dots & \hat{V}(QMx_n) \end{bmatrix}$$

Os processos iterativos necessitam de valores iniciais (V_{G_0} , V_{E_0} , b_0) como ponto de partida para iterar segundo algum critério pré-estabelecido. Neste trabalho, para os dados simulados, os valores iniciais para V_G e V_E foram os próprios valores paramétricos, para evitar a ocorrência de convergências em pontos de mínimo local na função soma de quadrados dos desvios. Para os dados experimentais, os valores iniciais foram aqueles obtidos por meio das estimativas dos componentes de variância conforme o delineamento experimental original. Para o parâmetro b , utilizou-se o valor 0,5 em ambos os casos.

3.5 Critérios de avaliação do modelo de Shrikhande (1957)

A avaliação do modelo de Shrikhande (1957), a partir dos dados experimentais, foi feita comparando as estimativas de V_G , V_E e h^2 , obtidas com a metodologia, com aquelas levando em conta o delineamento experimental do conjunto de dados, estimando-se os componentes de variância pelo método dos momentos, também chamado método da análise de variância.

Para os dados experimentais, adotou-se o seguinte modelo matemático:

$$y_{ij} = \mu + b_j + g_i + e_{ij}$$

sendo:

y_{ij} : observação da planta referente a família i no bloco j ;

μ : constante comum a todas as observações;

b_j : efeito do bloco j , aleatório, onde $b_j \sim N(0, \sigma_b^2)$, portanto $E(b_j) = 0$ e $E(b_j^2) = \sigma_b^2$;

g_i : efeito da família i , aleatório, onde $g_i \sim N(0, \sigma_g^2)$, portanto $E(g_i) = 0$ e $E(g_i^2) = \sigma_g^2$;

e_{ij} : efeito do erro experimental associado à família i no bloco j , aleatório, onde $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$, portanto $E(e_{ij}) = 0$ e $E(e_{ij}^2) = \sigma_e^2$.

As expressões para os estimadores dos componentes de variância σ_g^2 e σ_e^2 , para o modelo matemático considerado, são dadas por:

$$\hat{\sigma}_g^2 = \frac{Q_G - Q_R}{J}$$

e

$$\hat{\sigma}_e^2 = Q_R$$

sendo:

Q_G : quadrado médio referente à variação entre famílias;

Q_R : quadrado médio referente ao erro experimental;

J : número de blocos ou repetições.

O coeficiente de herdabilidade no sentido amplo foi então estimado pela expressão:

$$h^2 = \frac{\hat{\sigma}_g^2}{\hat{\sigma}_g^2 + \hat{\sigma}_e^2}$$

Para os dados em que as unidades básicas eram parcelas experimentais, a metodologia de Shrikhande (1957) gerou estimativas que são comparáveis aos valores $\hat{\sigma}_g^2$ e h^2 acima, relativos à variabilidade entre progênies de

meios-irmãos. Para os dados em que as unidades básicas eram plantas, a metodologia estimou a variância total da população. Nesse caso, essa estimativa foi comparada com:

$$\hat{V}_G = \hat{\sigma}_g^2 + \hat{\sigma}_w^2$$

em que $\hat{\sigma}_w^2$ é a variância genética média dentro das parcelas experimentais do delineamento original. Este componente foi obtido a partir de:

$$\hat{\sigma}_w^2 = \hat{\sigma}_f^2 - \hat{\sigma}_{ew}^2$$

em que $\hat{\sigma}_f^2$ é a variância fenotípica média dentro das parcelas experimentais e $\hat{\sigma}_{ew}^2$ é a variância ambiental dentro de parcelas, estimada a partir dos dados referentes aos dois clones presentes no ensaio.

Com os dados simulados, o modelo de Shrikhande (1957) foi avaliado a partir da distribuição empírica de amostragem dos estimadores, para os diferentes métodos de ajustes, em cada combinação de ρ e h^2 . Foram calculados a média das estimativas, o erro padrão e o intervalo de confiança associado a cada parâmetro. Adicionalmente, os estimadores foram ainda avaliados pelo seguinte coeficiente de precisão (CP), dado pela expressão:

$$CP = \frac{\sqrt{EQM}}{\theta}$$

em que EQM é o erro quadrático médio, dado por:

$$\text{EQM} = \frac{\sum_{i=1}^n [\hat{\theta}_i - \theta]^2}{n}$$

sendo que:

θ : valor paramétrico;

$\hat{\theta}_i$: estimativa do parâmetro da i -ésima simulação, para $i = 1, 2, \dots, n$ simulações.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Dados experimentais

Os valores de QM_x , considerando como unidades básicas parcelas experimentais e plantas, obtidos para as duas repetições do experimento de campo podem ser observados no anexo (TABELAS 1A, 2A, 3A e 4A). De posse desses valores são apresentadas nas TABELAS 2, 3, 4 e 5 as somas de quadrados e quadrados médios referentes ao ajustamento ao modelo de Shrikhande (1957), pelos métodos QMO e QMP, bem como as estimativas dos parâmetros e sua precisão. Na TABELA 6 são apresentadas as estimativas dos componentes de variância associado ao modelo do delineamento em blocos casualizados.

TABELA 2. Somas de quadrados e quadrados médios referentes ao modelo de regressão não-linear, ajustado pelo método QMO, estimativas dos parâmetros e sua precisão, para a primeira e segunda repetições do experimento de campo, considerando como unidades básicas plantas.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.
Modelo	4	2204,4516	551,1129
Resíduo	18	11,4880	0,6382
Total não-corrigido	22	2215,9396	
Total corrigido	21	57,4142	

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,95$)
b	0,8179	0,5341	[-0,3043; 1,9401]
V_G	6,3347	19,5314	[-34,6989; 47,3683]
V_E	5,2107	19,1619	[-35,0467; 45,4681]
h^2	0,5487		

TABELA 3. Somas de quadrados e quadrados médios referentes ao modelo de regressão não-linear, ajustado pelo método QMP, estimativas dos parâmetros e sua precisão, para a primeira e segunda repetições do experimento de campo, considerando como unidades básicas plantas.

Causa de Variação		G.L.	S.Q.	Q.M.
Modelo		4	2202,4233	550,6058
Resíduo		18	13,5163	0,7509
Total não-corrigido		22	2215,9396	
Total corrigido		21	57,4142	
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,95$)	
b	0,6414	0,5705	[-0,4768; 1,7596]	
V _G	9,0376	4,2147	[0,7768; 17,2984]	
V _E	1,8749	4,1057	[-6,1723; 9,9221]	
h ²	0,8282			

TABELA 4. Somas de quadrados e quadrados médios referentes ao modelo de regressão não-linear, ajustado pelo método QMO, estimativas dos parâmetros e sua precisão, para a primeira e segunda repetições do experimento de campo, considerando como unidades básicas parcelas experimentais.

Causa de Variação		G.L.	S.Q.	Q.M.
Modelo		4	380,9163	95,2291
Resíduo		18	9,8214	0,5456
Total não-corrigido		22	390,7377	
Total corrigido		21	34,3457	
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,95$)	
b	0,3163	0,7933	[-1,3505; 1,9830]	
V _G	5,1081	1,5659	[1,8184; 8,3979]	
V _E	0,4553	1,1179	[-1,8933; 2,8038]	
h ²	0,9182			

TABELA 5. Somas de quadrados e quadrados médios referentes ao modelo de regressão não-linear, ajustado pelo método QMP, estimativas dos parâmetros e sua precisão, para a primeira e segunda repetições do experimento de campo, considerando como unidades básicas parcelas experimentais.

Causa de Variação		G.L.	S.Q.	Q.M.
Modelo		4	372,1364	93,0341
Resíduo		18	18,6013	1,0334
Total não-corrigido		22	390,7377	
Total corrigido		21	34,3457	
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,95$)	
b	0,8335	1,1681	[-1,4560; 3,1230]	
V_G	2,5746	15,6474	[-28,0943; 33,2435]	
V_E	1,8850	15,5628	[-28,6181 ; 32,3881]	
h^2	0,5773			

TABELA 6. Resumo da análise de variância, ao nível de plantas, estimativas dos componentes de variância e sua precisão para o experimento de campo.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.
Blocos	2	53,8119	53,8119
Tratamentos	55	1146,7652	20,8503
Erro	3129	24859,7191	7,9449
Total corrigido	3185	26060,2963	
Componente de variância	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,95$)
$\hat{\sigma}_g^2$	0,2276	0,0738	[0,0829; 0,3722]
$\hat{\sigma}_e^2$	7,9450	0,2012	[7,5506; 8,3394]
h^2	0,0278		
$\hat{\sigma}_w^2$	4,7557		
$\hat{\sigma}_{ew}^2$	2,1143		

Para os dados em que as unidades básicas eram compostas por plantas, a estimativa da variância genética pelo método dos momentos é dada por $\hat{\sigma}_g^2 + \hat{\sigma}_w^2 = 4,9833$ (TABELA 6). As estimativas de V_G obtidas pela metodologia de Shrikhande (1957), nos dois métodos de ajustes analisados (TABELAS 2 e 3), mostraram-se satisfatórias, 6,3347 para o método QMO e 9,0376 para o método QMP. Observa-se um maior erro padrão associado às estimativas de V_G e V_E , no método QMO. Isto está coerente com o fato de que, em presença de heterocedastia, espera-se que o QMP apresente uma maior precisão das estimativas. Os dois métodos em estudo, propiciaram estimativas altas para b , indicando que as unidades básicas adjacentes não devem apresentar autocorrelação.

Para os dados em que as unidades básicas eram compostas por parcelas experimentais, a estimativa para a variância genética foi igual a 0,2276 (TABELA 6). As estimativas para V_G , obtidas pelo modelo em estudo, mostraram-se insatisfatórias, 5,1081 e 2,5746, para os métodos QMO e QMP, respectivamente (TABELAS 4 e 5). Observa-se que o erro padrão associado às estimativas dos parâmetros no método QMO, mostrou-se inferior ao método QMP, diferentemente do que foi verificado na situação anterior. De fato, no método QMP, necessita-se estimar a matriz D das variâncias, necessária para se estimar o erro padrão, isto pode levar a uma menor precisão das estimativas. Verifica-se que as estimativas para V_E e h^2 , nos dois métodos analisados, mostraram-se bem diferentes do que foi observado para o método dos momentos.

Comparando-se as duas situações em estudo, unidades básicas correspondentes a plantas, e a parcelas experimentais, observa-se resultados mais aproximados no primeiro caso. Deve-se ressaltar que para os dados experimentais que tiveram por unidades básicas parcelas experimentais, é de se esperar que haja uma menor correlação entre as parcelas simuladas, em virtude

da maior distância espacial entre unidades básicas. Isso deve ter piorado a qualidade dos estimadores. Namkoong e Squillace (1970) e Conkle (1962), já haviam relatado que em populações onde não há uma estrutura forte de correlação, ou seja, b próximo de 1, tornam-se estatisticamente indistinguíveis as variâncias ambiental e genética.

Outro aspecto a ser considerado é o referente à competição entre as unidades básicas adjacentes. Alguns autores como Sakai e Mukaide (1967) já haviam relatado deficiências do modelo originalmente proposto por Shrikhande (1957), com relação a não levar em conta os efeitos devido à competição. Segundo estes autores, os efeitos da competição ambiental podem aumentar substancialmente a variância total em povoamentos com mistura de genótipos, em relação aos povoamentos puros, exercendo influência nas estimativas de herdabilidade.

4.2 Dados simulados

Para os dados obtidos por simulação, e analisados pelo método QMO, na TABELA 7 é apresentada a percentagem de repetições em que a matriz jacobiano foi singular, para cada combinação de h^2 e ρ .

Verifica-se que, com baixa correlação ($\rho = 0,1$), houve um maior número de situações em que não foi possível o ajuste do modelo. O mesmo foi verificado para o par $\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,8$, embora com menos intensidade.

A singularidade da matriz jacobiano está associada à ocorrência de multicolinearidade da matriz de incidência do modelo linearizado (28). Sob baixa correlação, portanto, espera-se uma baixa eficiência da metodologia de Shrikhande (1957), devido à indistinguilidade entre V_G e V_E , em conformidade com as observações de Namkoong e Squillace (1970) e Conkle (1962).

Com relação aos métodos QMP e QMG, embora possam ter ocorrido

TABELA 7. Percentagem de repetições em que a matriz Jacobiano foi singular para os dados de simulação em cada par de h^2 e ρ , para o ajuste não-linear pelo método QMO.

ρ	h^2		
	0,2	0,5	0,8
0,1	27,7	39,1	47,3
0,5	0,0	0,3	12,5
0,9	0,0	1,3	1,0

matrizes jacobiano singulares, foram observadas apenas 1 e 2 situações, respectivamente, em que as matrizes $X'D^{-1}X$ e $X'W^{-1}X$ foram singulares, nas 9.000 repetições simuladas para cada método. Isso ilustra um ponto favorável com relação aos métodos QMP e QMG, evitando a ocorrência de problemas no processo de estimação, no tocante a multicolinearidade, em virtude da consideração das matrizes D e W , que quase sempre são não singulares.

Nas TABELAS 8, 9 e 10 são apresentados os valores paramétricos, a média de suas estimativas e sua precisão, ao longo das várias simulações, para os métodos QMO, QMP e QMG, após o ajuste ao modelo proposto para cada par de h^2 e ρ .

Observa-se que, nos métodos QMP e QMG, para uma mesma herdabilidade, consegue-se estimativas mais precisas, e menor CP, dos parâmetros V_G , V_E e h^2 , com o aumento de ρ . Nesses dois métodos, também foi verificado que, para $\rho = 0,9$, as estimativas de b foram estatisticamente inferiores ($\gamma = 0,99$) às obtidas para os outros valores de ρ , o que está de acordo com o esperado.

Com o método QMO não houve uma relação clara entre as estimativas de b e os valores de ρ . Em todas as situações, para um mesmo ρ e h^2 , o método QMO apresentou estimadores menos precisos, maior CP, para todos os

TABELA 8. Valores paramétricos, número de observações, estimativas e sua precisão, para os dados simulados em cada par de ρ e h^2 , para o ajuste não-linear pelo método QMO.

Parâmetro	Valor Paramétrico	n	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,99$)	CP
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,5097	0,0159	[0,4686; 0,5508]	
VG	0,5051	723	1,3614	0,0437	[1,2486; 1,4742]	2,88
VE	2,0202		1,1823	0,0455	[1,0649; 1,2997]	0,73
h^2	0,2000		0,5441	0,0174	[0,4992; 0,5891]	2,90
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,4729	0,0175	[0,4276; 0,5182]	
VG	2,0202	609	2,3429	0,0761	[2,1463; 2,5395]	0,94
VE	2,0202		1,6982	0,0782	[1,4961; 1,9004]	0,97
h^2	0,5000		0,5861	0,0190	[0,5371; 0,6351]	0,95
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,3998	0,0189	[0,3509; 0,4487]	
VG	8,0808	527	6,5958	0,1933	[6,0961; 7,0954]	0,58
VE	2,0202		3,4206	0,1998	[2,9042; 3,9371]	2,37
h^2	0,8000		0,6655	0,0194	[0,6152; 0,7157]	0,58
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,6760	0,0061	[0,6603; 0,6917]	
VG	0,6667	1000	0,8359	0,0349	[0,7458; 0,9260]	1,67
VE	2,6667		2,5935	0,0361	[2,5003; 2,6868]	0,43
h^2	0,2000		0,2466	0,0102	[0,2202; 0,2730]	1,63
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,6516	0,0091	[0,6282; 0,6750]	
VG	2,6667	997	1,9624	0,0679	[1,7871; 2,1377]	0,85
VE	2,6667		3,4783	0,0691	[3,2999; 3,6567]	0,87
h^2	0,5000		0,3632	0,0125	[0,3309; 0,3954]	0,84
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,5289	0,0137	[0,4935; 0,5642]	
VG	10,6667	875	7,2498	0,2033	[6,7248; 7,7747]	0,65
VE	2,6667		6,1710	0,2090	[5,6314; 6,7106]	2,66
h^2	0,8000		0,5460	0,0152	[0,5066; 0,5854]	0,65
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,4868	0,0059	[0,4716; 0,5019]	
VG	2,6316	1000	3,6044	0,1297	[3,2697; 3,9390]	1,60
VE	10,5263		9,9084	0,1350	[9,5599; 10,2569]	0,41
h^2	0,2000		0,2686	0,0095	[0,2440; 0,2933]	1,55
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,4965	0,0111	[0,4678; 0,5252]	
VG	10,5263	987	29,7454	0,6871	[27,9721; 31,5186]	2,74
VE	10,5263		22,9769	0,6985	[21,1741; 24,7796]	2,40
h^2	0,5000		0,5672	0,0130	[0,5336; 0,6008]	0,83
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,4963	0,0113	[0,4672; 0,5253]	
VG	42,1053	990	29,8585	0,6830	[28,0959; 31,6212]	0,59
VE	10,5263		22,8323	0,6980	[21,0309; 24,6337]	2,40
h^2	0,8000		0,5704	0,0130	[0,5368; 0,6040]	0,59

TABELA 9. Valores paramétricos, número de observações, estimativas e sua precisão, para os dados simulados em cada par de ρ e h^2 , para o ajuste não-linear pelo método QMP.

Parâmetro	Valor Paramétrico	n	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,99$)	CP
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,7780	0,0089	[0,7550; 0,8010]	
VG	0,5051	1000	0,7992	0,0331	[0,7139; 0,8845]	2,15
VE	2,0202		1,7215	0,0332	[1,6558; 1,8072]	0,54
h^2	0,2000		0,3180	0,0132	[0,2840; 0,3519]	2,16
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,7082	0,0119	[0,6775; 0,7389]	
VG	2,0202	1000	1,8298	0,0555	[1,6866; 1,9729]	0,87
VE	2,0202		2,2137	0,0553	[2,0709; 2,3566]	0,87
h^2	0,5000		0,4522	0,0137	[0,4169; 0,4876]	0,87
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,6153	0,0140	[0,5793; 0,6513]	
VG	8,0808	1000	6,5832	0,1257	[6,2588; 6,9076]	0,53
VE	2,0202		3,5232	0,1255	[3,1995; 3,8470]	2,10
h^2	0,8000		0,6512	0,0124	[0,6191; 0,6832]	0,53
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,6886	0,0044	[0,6773; 0,6998]	
VG	0,6667	1000	0,5850	0,0291	[0,5100; 0,6601]	1,38
VE	2,6667		2,7465	0,0292	[2,6711; 2,8219]	0,35
h^2	0,2000		0,1754	0,0087	[0,1529; 0,1979]	1,38
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,7167	0,0077	[0,6969; 0,7364]	
VG	2,6667	1000	1,6628	0,0624	[1,5017; 1,8239]	0,83
VE	2,6667		3,6826	0,0627	[3,5209; 3,8443]	0,83
h^2	0,5000		0,3113	0,0117	[0,2811; 0,3414]	0,83
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,6218	0,0122	[0,5902; 0,6533]	
VG	10,6667	1000	8,0135	0,1602	[7,6002; 8,4269]	0,53
VE	2,6667		5,3119	0,1597	[4,8997; 5,7241]	2,13
h^2	0,8000		0,6012	0,0120	[0,5703; 0,6321]	0,53
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,5072	0,0045	[0,4956; 0,5188]	
VG	2,6316	1000	3,2215	0,1084	[2,9418; 3,5012]	1,32
VE	10,5263		9,9197	0,1103	[9,6351; 10,2044]	0,33
h^2	0,2000		0,2449	0,0082	[0,2237; 0,2661]	1,32
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,5381	0,0067	[0,5208; 0,5555]	
VG	10,5263	1000	8,5452	0,2151	[7,9900; 9,1003]	0,67
VE	10,5263		12,4712	0,2154	[11,9154; 13,0270]	0,67
h^2	0,5000		0,4064	0,0102	[0,3800; 0,4327]	0,67
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,5132	0,0108	[0,4854; 0,5411]	
VG	42,1053	1000	31,9048	0,6511	[30,2245; 33,5850]	0,54
VE	10,5263		20,7407	0,6490	[19,0659; 22,4155]	2,18
h^2	0,8000		0,6058	0,0123	[0,5740; 0,6375]	0,54

TABELA 10. Valores paramétricos, número de observações, estimativas e sua precisão, para os dados simulados em cada par de ρ e h^2 , para o ajuste não-linear pelo método QMG.

Parâmetro	Valor Paramétrico	n	Estimativa	Erro Padrão	I.C. ($\gamma = 0,99$)	CP
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,7576	0,0095	[0,7330; 0,7822]	
VG	0,5051	1000	0,8475	0,0338	[0,7604; 0,9347]	2,22
VE	2,0202		1,6749	0,0338	[1,5876; 1,7623]	0,56
h^2	0,2000		0,3365	0,0134	[0,3018; 0,3711]	2,23
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,7302	0,0114	[0,7008; 0,7595]	
VG	2,0202	1000	1,7858	0,0546	[1,6459; 1,9276]	0,86
VE	2,0202		2,2516	0,0545	[2,1111; 2,3922]	0,86
h^2	0,5000		0,4421	0,0135	[0,4073; 0,4770]	0,86
$\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,6533	0,0133	[0,6190; 0,6876]	
VG	8,0808	1000	5,8470	0,1365	[5,4947; 6,1992]	0,60
VE	2,0202		4,2590	0,1361	[3,9079; 4,6102]	2,40
h^2	0,8000		0,5781	0,0135	[0,5434; 0,6129]	0,60
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,7033	0,0031	[0,6952; 0,7114]	
VG	0,6667	1000	0,4253	0,0237	[0,3642; 0,4864]	1,18
VE	2,6667		2,8933	0,0239	[2,8317; 2,9548]	0,30
h^2	0,2000		0,1280	0,0071	[0,1096; 0,1463]	1,18
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,7497	0,0059	[0,7344; 0,7650]	
VG	2,6667	1000	1,5423	0,0555	[1,3991; 1,6855]	0,78
VE	2,6667		3,7962	0,0557	[3,6523; 3,9401]	0,78
h^2	0,5000		0,2891	0,0104	[0,2622; 0,3159]	0,78
$\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,6641	0,0113	[0,6349; 0,6933]	
VG	10,6667	1000	7,4522	0,1679	[7,0190; 7,8854]	0,58
VE	2,6667		5,8953	0,1681	[5,4613; 6,3294]	2,33
h^2	0,8000		0,5587	0,0125	[0,5263; 0,5911]	0,58
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,2$						
b			0,4879	0,0033	[0,4795; 0,4964]	
VG	2,6316	1000	2,7450	0,0766	[2,5472; 2,9428]	0,92
VE	10,5263		9,7317	0,0800	[9,5252; 9,9382]	0,25
h^2	0,2000		0,2201	0,0061	[0,2042; 0,2359]	0,98
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,5$						
b			0,5200	0,0054	[0,5060; 0,5339]	
VG	10,5263	1000	9,0329	0,1771	[8,5789; 9,4930]	0,55
VE	10,5263		11,7122	0,1800	[11,2479; 12,1795]	0,55
h^2	0,5000		0,4364	0,0085	[0,4143; 0,4585]	0,56
$\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,8$						
b			0,5061	0,0098	[0,4808; 0,5315]	
VG	42,1053	1000	32,9759	0,6100	[31,4015; 34,5502]	0,51
VE	10,5263		19,3453	0,6093	[17,7728; 20,9178]	2,01
h^2	0,8000		0,6303	0,0116	[0,6003; 0,6603]	0,51

parâmetros em estudo, com exceção do par $\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,8$, no qual o método QMG mostrou-se com maior CP.

Deve-se observar que o modelo, para o método QMO, foi ajustado em um número (n) de simulações inferior aos métodos QMP e QMG, para algumas combinações de ρ e h^2 , uma vez que não foram considerados os casos em que a matriz jacobiano foi singular.

O método QMO não apresentou tendenciosidade evidente para o parâmetro V_E no par $\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,2$, sendo que sua estimativa não diferiu estatisticamente ($\gamma = 0,99$) do valor paramétrico.

Para valores de $\rho = 0,5$ e $\rho = 0,9$, quando se utilizou o método QMG, foram obtidas estimativas com menor CP, do que verificado em outros métodos, para todos os parâmetros, com exceção do par $\rho = 0,5$ e $h^2 = 0,8$, no qual o método QMP foi o mais preciso. O método QMG propiciou um valor médio das estimativas de V_G estatisticamente igual ($\gamma = 0,99$) ao valor paramétrico quando $\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,2$.

Para as situações de baixa correlação ($\rho = 0,1$), o método QMP mostrou-se mais preciso, com exceção do par $\rho = 0,1$ e $h^2 = 0,5$, em que o método QMG apresentou menor CP, porém com valores próximos, 0,87 e 0,86, respectivamente.

Para os três métodos em estudo, obteve-se estimativas mais precisas para V_G e h^2 à medida que se aumentava o valor de h^2 , e estimativas mais precisas para V_E , à medida que se diminuía a herdabilidade. Esta tendência só não foi verificada para o método QMO no par $\rho = 0,9$ e $h^2 = 0,5$, para o parâmetro V_G , embora tenha-se obtido menor CP para alta herdabilidade.

Deve-se observar que não se espera com essa metodologia obter estimativas tão precisas como aquelas obtidas nos delineamentos com repetições, mas sim valores aproximados, em situações onde não se poderia

obter nenhuma informação. O modelo proposto por Shrikhande (1957) pode ser considerado satisfatório em situações em que existe uma certa estrutura de autocorrelação e alta herdabilidade entre os indivíduos. Nesses casos o ajuste pelo método QMG seria mais indicado. Para situações de baixa correlação e alta herdabilidade, o ajuste pelo método QMP apresentaria melhores resultados. Nos casos de baixa correlação e baixa herdabilidade o modelo de Shrikhande (1957) apresenta a menor eficiência, nos três métodos analisados.

4.3 Considerações finais

Os resultados obtidos com os dados experimentais e os dados simulados mostraram-se coerentes. Foi observado nos dados simulados que, com valores de herdabilidade baixos e baixa correlação o modelo proposto por Shrikhande (1957) mostrou-se insatisfatório. Nos dados experimentais foi obtida estimativa de h^2 , pelo método dos momentos, considerada baixa, e o fato de utilizar-se, como unidades básicas, parcelas experimentais ao invés de plantas, certamente deve ter acarretado baixas correlações entre as parcelas simuladas, propiciando estimadores de pior qualidade.

A partir dos dados simulados, o ajuste ao modelo pelos métodos dos quadrados mínimos ponderado e generalizado deve ser preferido ao método dos quadrados mínimos ordinário. No entanto, com os dados experimentais a estimativa utilizando o QMP diferiu mais daquela tida como padrão (método dos momentos), em relação à estimativa gerada pelo QMO. Isso sugere que o fato de se estimar os elementos da matriz D pode reduzir a qualidade da estimação. O método dos quadrados mínimos generalizado, da forma que foi usado para os dados simulados, em uma situação real, não poderia ser usado, devido ao fato de as diferentes formas das parcelas utilizadas não permitirem, ou tornar difícil a obtenção de expressões aproximadas para o cálculo das covariâncias entre

parcelas. Uma alternativa seria manter fixa uma forma de parcela, de modo que essas expressões pudessem ser obtidas considerando a covariância exclusivamente como originada do fato de se utilizar as mesmas unidades básicas nos diferentes tamanhos de parcelas, ignorando as correlações espaciais entre parcelas.

5 CONCLUSÕES

1. A metodologia de Shrikhande (1957) propicia melhores estimativas quando as unidades básicas correspondem a plantas, em relação a grupos de plantas, devido à menor autocorrelação espacial entre unidades básicas, neste último caso.
2. O ajustamento ao modelo de Shrikhande (1957) apresenta níveis de precisão superiores à medida que a autocorrelação espacial entre parcelas e o coeficiente de herdabilidade aumentam.
3. De uma maneira geral, os métodos dos quadrados mínimos ponderado e generalizado, da forma como proposto neste estudo, apresentam níveis de precisão superiores ao método dos quadrados mínimos ordinário.
4. Em situações de baixa autocorrelação espacial e baixa herdabilidade o modelo de Shrikhande (1957) é pouco eficiente, devido à baixa dissociabilidade entre V_G e V_E .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARD, Y. **Nonlinear parameter estimation**. New York: Academic, 1974. 341p.
- BEARZOTI, E.; PINTO, C.A.B.P. Dimensionamento de parcela em experimentos de seleção de batata (*Solanum tuberosum* L.). **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.20, n.2, p.151-159, 1996.
- CONKLE, M.T. **The determination of experimental plot size and shape based on the variation of tree heights and diameters in plantation grown loblolly (*Pinus taeda* L.) and slash (*Pinus elliottii* Engelm. pine.)**. Raleigh: North Carolina State University, 1962. 78p. (Thesis - M.S.).
- CORDEIRO, C.M.T.; MIRANDA, J.E.C. de; CAMPOS, J. Tamanho de parcelas e número de repetições em experimentos de batata. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.17, n.9, p.1341-1348, Set. 1982.
- DRAPER, N.R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. New York: John Wiley and Sons, 1981. 710p.
- GALLANT, A.R. **Nonlinear statistical models**. New York: John Wiley and Sons, 1987. 610p.
- GOLASZEWSKI, J.; EATON, G.W.; BAUMANN, T.E. Optimum plot size in field experiments with strawberries. **Journal of Small Fruit and Viticulture**, New York, v.3, n.1, p.39-48, 1995.
- HARTLEY, H.O. The modified Gauss-Newton method for the fitting of nonlinear regression function by least squares. **Technometrics**, Alexandria, v.3, n.2, p.269-280, May 1961.
- HATHEWAY, W.H. Convenient plot size. **Agronomy Journal**, Madison, v.53, n.4, p. 279-280, Jul./Aug. 1961.
- HATHEWAY, W.H.; WILLIAMS, E.J. Efficient estimation of the relationship between plot size and variability of crop yields. **Biometrics**, Washington, v.14, n.2, p. 207-222, June 1958.

- HOFFMANN, R.; VIEIRA, S. **Análise de regressão**. 2.ed. São Paulo: Hucitec; EDUSP, 1987. 379p.
- KOCK, E.J. ; RIGNEY, J.A. A method of estimating optimum plot size from experimental data. **Agronomy Journal**, Madison, v.43, p.17-21, 1951.
- MARQUES JÚNIOR, O.G. **Estimativas dos parâmetros genéticos e fenotípicos e avaliação da eficiência da seleção precoce em *Eucalyptus cloeziana* F. Muell.** Lavras, UFLA, 1995. 69p. (Dissertação - Mestrado em Genética e Melhoramento de Plantas).
- NAMKOONG, G.; MILLER, D.L. Estimation of non-linear parameters for a non-asymptotic function. **Biometrics**, Washington, v.24, p.439-440, June 1968.
- NAMKOONG, G.; SQUILLACE, A.E. Problems in estimating genetic variance by Shrikhande's method. **Silvae Genetica**, Frankfurt, v.19, p.74-77, 1970.
- OLIVEIRA, R.P. **Estudo comparativo de alguns métodos de estimação do tamanho adequado de parcelas experimentais.** Brasília: EMBRAPA-DMQ, 1976. 100p.
- REDDY, M.N.; CHETTY, C.K.R. Modified use of Smith's law for coefficient of heterogeneity on the basis of field experiments conducted on the size and shape of plots and blocks for dryland castor. **Indian Journal of Agricultural Sciences**, New Delhi, v.53, n.4, p.250-255, 1983.
- SAKAI, K.; HATAKEIAMA, S. Estimation of genetic parameters in forest trees without raising progeny. **Silvae Genetica**, Frankfurt, v.12, p.152-157, 1963.
- SAKAI, K.; MUKAIDE, H. Estimation of genetic, environmental, and competition variances in standing forest. **Silvae Genetica**, Frankfurt, v.16, n.5/6, p.149-152, 1967.
- SAS INSTITUTE Inc. **SAS/STAT[®] user's guide**. 4.ed. North Carolina: SAS Institute Inc., 1989. v.2. 846p.
- SEARLE, S.R. **Linear models**. New York: John Wiley and Sons, 1971. 531p.
- SHRIKHANDE, V.J. Some considerations in designing experiments on coconut trees. **Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics**, New Delhi, v.9, p.82-99, 1957.

SMITH, H.F. An empirical law describing heterogeneity in the yield of agricultural crops. **Journal of Agricultural Science, Cambridge**, v.28, n.1, p.1-23, Jan. 1938.

ANEXOS

LISTA DE TABELAS

Tabela		Página
1A	Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a primeira repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas plantas.....	44
2A	Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a segunda repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas plantas.....	45
3A	Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a primeira repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas parcelas experimentais.....	46
4A	Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a segunda repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas parcelas experimentais.....	47

TABELA 1A. Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a primeira repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas plantas.

Tamanho	Forma	QMx	G.L.	QMx Médio
1	1 x 1	9,1256	1024	9,1256
2	2 x 1	8,5954	417	9,3095
	1 x 2	9,9787	445	
3	3 x 1	9,7676	243	10,0975
	1 x 3	11,4875	264	
	2 + 1	8,3051	160	
4	4 x 1	8,5804	151	9,8299
	1 x 4	11,2573	173	
	2 x 2	9,4541	160	
	3 + 1	9,8474	107	
5	5 x 1	11,0024	113	11,4012
	1 x 5	14,1302	112	
	4 + 1	9,8162	62	
	3 + 2	9,4217	82	
6	6 x 1	10,5467	75	11,6448
	1 x 6	14,2280	92	
	3 x 2	10,1335	82	
	2 x 3	11,2842	87	
7	7 x 1	11,8406	59	12,0211
	1 x 7	12,8871	60	
	4 + 3	11,2100	51	
	5 + 2	12,0223	48	
8	8 x 1	10,7137	43	11,4629
	1 x 8	15,7219	52	
	4 x 2	9,2167	46	
	2 x 4	9,7443	50	
9	9 x 1	11,8494	32	13,2216
	1 x 9	14,3705	36	
	5 + 4	14,8112	33	
	7 + 2	11,3021	26	
10	10 x 1	10,3790	28	11,6838
	5 x 2	13,5116	30	
	6 + 4	9,5717	21	
	7 + 3	12,8169	23	
12	12 x 1	12,0786	16	11,8427
	3 x 4	11,8424	24	
	4 x 3	12,0866	18	
	6 x 2	11,4994	18	
	2 x 6	11,7601	24	

TABELA 2A. Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a segunda repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas plantas.

Tamanho	Forma	OMx	G.L.	OMx Médio
1	1 x 1	7,3247	1434	7,3247
2	2 x 1	7,0154	622	7,9023
	1 x 2	8,7738	633	
3	3 x 1	7,3571	327	8,1235
	1 x 3	9,3824	373	
	2 + 1	7,2335	246	
4	4 x 1	6,3877	230	8,5886
	1 x 4	9,8591	251	
	2 x 2	8,5358	246	
	3 + 1	9,7810	168	
5	5 x 1	6,0133	160	8,4993
	1 x 5	11,4407	184	
	4 + 1	6,9192	100	
	3 + 2	8,6203	120	
6	6 x 1	7,8887	100	10,1931
	1 x 6	14,1791	139	
	3 x 2	9,6383	120	
	2 x 3	8,1693	127	
7	7 x 1	6,5240	52	8,9204
	1 x 7	11,9592	101	
	4 + 3	7,5047	77	
	5 + 2	7,7186	61	
8	8 x 1	6,7146	51	9,4244
	1 x 8	14,2382	78	
	4 x 2	6,8209	72	
	2 x 4	8,8243	83	
9	9 x 1	5,6209	43	8,2065
	1 x 9	10,5969	61	
	5 + 4	7,4714	49	
	7 + 2	8,2929	16	
10	10 x 1	5,7445	35	8,0728
	5 x 2	7,3767	47	
	6 + 4	11,5893	33	
	7 + 3	7,9585	16	
12	12 x 1	7,5078	11	11,0202
	3 x 4	13,8618	37	
	4 x 3	6,7634	25	
	6 x 2	11,0638	28	
	2 x 6	12,0953	36	

TABELA 3A. Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a primeira repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas parcelas experimentais.

Tamanho	Forma	QMx	G.L.	QMx Médio
1	1 x 1	3,3566	220	3,3566
2	2 x 1	3,1977	94	3,7091
	1 x 2	4,1997	98	
3	3 x 1	3,2953	62	3,6442
	1 x 3	3,9685	48	
	2 + 1	3,7759	46	
4	4 x 1	2,9952	46	4,1948
	1 x 4	5,5026	48	
	2 x 2	4,2247	46	
	3 + 1	3,9053	31	
5	5 x 1	5,0138	39	4,6076
	1 x 5	5,4185	24	
	4 + 1	3,4348	23	
	3 + 2	4,3302	30	
6	6 x 1	2,6976	31	4,1172
	1 x 6	4,7184	23	
	3 x 2	4,9745	30	
	2 x 3	4,3202	22	
7	7 x 1	4,4184	23	5,6198
	1 x 7	6,5117	23	
	4 + 3	5,1870	22	
	5 + 2	6,5445	18	
8	8 x 1	2,6047	22	5,3193
	1 x 8	8,3592	23	
	4 x 2	4,3261	22	
	2 x 4	5,8491	22	
9	9 x 1	3,8585	15	7,4227
	1 x 9	10,9525	22	
	5 + 4	8,0156	18	
	7 + 2	3,9365	10	
10	10 x 1	5,6908	15	5,8057
	5 x 2	8,1809	18	
	6 + 4	3,3586	14	
	7 + 3	5,1286	10	
12	12 x 1	3,0768	14	5,9773
	3 x 4	8,6400	14	
	4 x 3	8,0030	16	
	6 x 2	3,9240	14	
	2 x 6	5,9436	10	

TABELA 4A. Variâncias entre totais de parcelas simuladas em vários tamanhos e formas para a segunda repetição do experimento de campo, considerando como unidades básicas parcelas experimentais.

Tamanho	Forma	OMx	G.L.	OMx Médio
1	1 x 1	2,7256	278	2,7256
2	2 x 1	2,5032	138	2,9090
	1 x 2	3,3149	138	
3	3 x 1	2,9354	82	2,8491
	1 x 3	3,1768	79	
	2 + 1	2,3643	68	
4	4 x 1	2,2040	68	3,0961
	1 x 4	4,0825	59	
	2 x 2	3,1285	68	
	3 + 1	3,1026	40	
5	5 x 1	2,3749	54	3,1562
	1 x 5	4,0458	39	
	4 + 1	2,3406	33	
	3 + 2	4,0163	40	
6	6 x 1	2,5518	40	3,6635
	1 x 6	4,4053	39	
	3 x 2	3,9730	40	
	2 x 3	3,7444	39	
7	7 x 1	3,1443	26	3,7826
	1 x 7	4,9525	38	
	4 + 3	3,1596	33	
	5 + 2	3,5018	26	
8	8 x 1	2,6683	26	3,1526
	1 x 8	4,4203	19	
	4 x 2	2,6448	33	
	2 x 4	3,4297	19	
9	9 x 1	2,0997	26	2,8049
	1 x 9	3,6830	19	
	5 + 4	3,0275	26	
	7 + 2	2,4603	12	
10	10 x 1	2,0386	26	2,5567
	5 x 2	3,2566	26	
	6 + 4	2,0940	19	
	7 + 3	2,8956	12	
12	12 x 1	3,4984	12	4,0767
	3 x 4	5,4667	17	
	4 x 3	2,7982	19	
	6 x 2	2,9003	19	
	2 x 6	5,6531	19	

O procedimento indicado para situações em que se têm experimentos genéticos bem planejados fornece estimativas ótimas de parâmetros genéticos e de outras funções de interesse, bem como de medidas de distâncias genéticas.

2.3.1 Extensão multivariada para o modelo de Griffing (1956)

Martinez Garza (1983) discutiu a técnica de análise de variância multivariada para os modelos 2 e 4 de Griffing (1956).

Sakaguti (1994) apresentou, com base no modelo proposto por Griffing (1956), a técnica de análise de variância multivariada para dialelos completos desbalanceados em cruzamentos com coelhos.

O modelo estatístico para a extensão multivariada do modelo 4 de Griffing (1956), em que são considerados apenas os híbridos F_1 , é dado por:

$$y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + g_i^{(t)} + g_j^{(t)} + s_{ij}^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

em que:

- $y_{ij}^{(t)}$: valor médio do cruzamento dialélico entre os genitores i e j , em que $i, j = 1, 2, \dots, p$, com $i < j$, para a variável t , em que $t = 1, 2, \dots, k$;
- $m^{(t)}$: média geral para a variável t ;
- $g_i^{(t)}$ e $g_j^{(t)}$: efeitos da capacidade geral de combinação do i -ésimo e j -ésimo genitor, respectivamente, para a variável t ;
- $s_{ij}^{(t)}$: efeitos da capacidade específica de combinação para os cruzamentos entre os genitores i e j , para a variável t ;
- $\bar{e}_{ij}^{(t)}$: erro experimental médio, em que os $\bar{e}_{ij}^{(t)}$ têm distribuição multinormal k -dimensional com vetor nulo de médias e uma matriz de variâncias e covariâncias Σ .

A estimação dos efeitos da capacidade combinatória, geral e específica e de suas respectivas somas de quadrados e produtos, é feita pelo método dos quadrados mínimos. Assim, obtêm-se as soluções com base nas equações normais $X'X\hat{\beta} = X'Y$, derivadas do modelo linear $Y = X\beta + \varepsilon$, em que $\varepsilon \sim N_k(\phi, \Sigma)$.

Uma vez que a matriz X não é de posto coluna completo e pela necessidade de tornar certas funções paramétricas estimáveis são utilizadas as seguintes restrições nos parâmetros:

$$i) \sum_i g_i^{(0)} = \sum_j g_j^{(0)} = 0$$

$$ii) \sum_i s_{ij}^{(0)} = \sum_j s_{ij}^{(0)} = 0$$

Na Tabela 3 é apresentado o esquema da análise de variância multivariada para o modelo 4 de Griffing (1956).

TABELA 3 Esquema da análise de variância multivariada para o modelo 4 de análise dialélica proposto por Griffing (1956).

FV	GL	Matriz de SQP
CGC	$p - 1$	SQP (CGC)
CEC	$p(p - 3)/2$	SQP (CEC)
Resíduo ¹	v	SQP (resíduo)

¹ v é o número de graus de liberdade do resíduo e SQP (resíduo) é a matriz de soma de quadrados e produtos do resíduo dividida pelo número de observações que deram origem às médias da tabela dialélica, obtida em análise de variância multivariada preliminar.

As matrizes de SQP (CGC) e SQP (CEC) são dadas por:

$$\text{SQP (CGC)} = \begin{vmatrix} \sum_i \hat{g}_i^{(1)} Y_{i \cdot}^{(1)} & \sum_i \hat{g}_i^{(1)} Y_{i \cdot}^{(2)} & \dots & \sum_i \hat{g}_i^{(1)} Y_{i \cdot}^{(k)} \\ \sum_i \hat{g}_i^{(2)} Y_{i \cdot}^{(1)} & \sum_i \hat{g}_i^{(2)} Y_{i \cdot}^{(2)} & \dots & \sum_i \hat{g}_i^{(2)} Y_{i \cdot}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_i \hat{g}_i^{(k)} Y_{i \cdot}^{(1)} & \sum_i \hat{g}_i^{(k)} Y_{i \cdot}^{(2)} & \dots & \sum_i \hat{g}_i^{(k)} Y_{i \cdot}^{(k)} \end{vmatrix}$$

$$\text{SQP (CEC)} = \begin{vmatrix} \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(1)} Y_{ij}^{(1)} & \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(1)} Y_{ij}^{(2)} & \dots & \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(1)} Y_{ij}^{(k)} \\ \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(2)} Y_{ij}^{(1)} & \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(2)} Y_{ij}^{(2)} & \dots & \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(2)} Y_{ij}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(k)} Y_{ij}^{(1)} & \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(k)} Y_{ij}^{(2)} & \dots & \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(k)} Y_{ij}^{(k)} \end{vmatrix}$$

No Anexo B são apresentados, matricialmente, os passos necessários para a obtenção da extensão multivariada para o modelo 4 de Griffing (1956).

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Descrição dos modelos estatísticos

Para a obtenção da extensão multivariada do método de Gardner & Eberhart (1966) foram empregados os seguintes modelos estatísticos:

$$(1) y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + \frac{1}{2}(v_i^{(t)} + v_j^{(t)}) + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

$$(2) y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + \frac{1}{2}(v_i^{(t)} + v_j^{(t)}) + \theta \bar{h}^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

$$(3) y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + \frac{1}{2}(v_i^{(t)} + v_j^{(t)}) + \theta(\bar{h}^{(t)} + h_i^{(t)} + h_j^{(t)}) + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

$$(4) y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + \frac{1}{2}(v_i^{(t)} + v_j^{(t)}) + \theta(\bar{h}^{(t)} + h_i^{(t)} + h_j^{(t)} + s_{ij}^{(t)}) + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

em que:

$y_{ij}^{(t)}$: valor médio observado em um genitor ($i = j$) ou em uma combinação híbrida ($i \neq j$), para a variável t , em que $i, j = 1, 2, \dots, p$ e $t = 1, 2, \dots, k$;

$m^{(t)}$: média geral, para a variável t ;

$v_i^{(t)}$ e $v_j^{(t)}$: efeito dos genitores i e j , para a variável t ;

$\bar{h}^{(t)}$: efeito da heterose média, para a variável t ;

$h_i^{(t)}$ e $h_j^{(t)}$: efeito heterótico dos genitores i e j , para variável t ;

$s_{ij}^{(t)}$: efeito da heterose específica entre os genitores i e j , para a variável t ;

$\bar{e}_{ij}^{(t)}$: erro experimental médio, em que os \bar{e}_{ij} têm distribuição multinormal k -dimensional com vetor nulo de médias e uma matriz de variâncias e covariâncias Σ .

$\theta = 0$, quando $i = j$ e $\theta = 1$, quando $i \neq j$.

No modelo reduzido (1) admite-se que não existe heterose nos cruzamentos entre os genitores i e j ; no modelo reduzido (2) admite-se a existência de um mesmo efeito heterótico para todos os cruzamentos; no modelo reduzido (3) a heterose não é a mesma em todos os cruzamentos, sendo que cada genitor apresenta um efeito heterótico próprio; no modelo completo (4) admitem-se as mesmas pressuposições do modelo reduzido (3) mais um efeito adicional, resultante da heterose específica de cada cruzamento entre os genitores i e j (Cruz & Regazzi, 1997).

Para apresentar os processos de estimação dos efeitos da constante ($m^{(t)}$), dos genitores ($v_i^{(t)}$ e $v_j^{(t)}$) e das heteroses ($\bar{h}^{(t)}$, $h_i^{(t)}$, $h_j^{(t)}$ e $s_{ij}^{(t)}$), para cada modelo, foi usado um dialelo específico, em que se dispõe de quatro genitores ($p = 4$) e de seus híbridos F_1 e a avaliação de três variáveis ($k = 3$), sem perda de generalidades. Os valores médios dos cruzamentos para a t -ésima variável estão apresentados na Tabela 4.

TABELA 4 Valores médios ($Y_{ij}^{(t)}$) para a t -ésima variável de um esquema dialélico envolvendo quatro genitores e seus híbridos F_1 .

Genitores	1	2	3	4	Total ($Y_{i.}^{(t)}$) ¹
1	$Y_{11}^{(t)}$	$Y_{12}^{(t)}$	$Y_{13}^{(t)}$	$Y_{14}^{(t)}$	$Y_{1.}^{(t)} = Y_{11}^{(t)} + Y_{12}^{(t)} + Y_{13}^{(t)} + Y_{14}^{(t)}$
2		$Y_{22}^{(t)}$	$Y_{23}^{(t)}$	$Y_{24}^{(t)}$	$Y_{2.}^{(t)} = Y_{12}^{(t)} + Y_{22}^{(t)} + Y_{23}^{(t)} + Y_{24}^{(t)}$
3			$Y_{33}^{(t)}$	$Y_{34}^{(t)}$	$Y_{3.}^{(t)} = Y_{13}^{(t)} + Y_{23}^{(t)} + Y_{33}^{(t)} + Y_{34}^{(t)}$
4				$Y_{44}^{(t)}$	$Y_{4.}^{(t)} = Y_{14}^{(t)} + Y_{24}^{(t)} + Y_{34}^{(t)} + Y_{44}^{(t)}$
Total					$Y_{..}^{(t)} = Y_{11}^{(t)} + Y_{12}^{(t)} + \dots + Y_{44}^{(t)}$

¹ $Y_{ij}^{(t)} = Y_{ji}^{(t)}$ nos casos em que $i > j$.

Então, para os esquemas dialélicos têm-se, de forma generalizada, que:

$$i) \quad Y_{..}^{(t)} = Y_{11}^{(t)} + Y_{12}^{(t)} + \dots + Y_{1p}^{(t)} + Y_{22}^{(t)} + Y_{23}^{(t)} + \dots + Y_{pp}^{(t)} = \sum_i \sum_j Y_{ij}^{(t)}$$

$$ii) \quad Y_{i.}^{(t)} = Y_{i1}^{(t)} + Y_{i2}^{(t)} + \dots + Y_{ip}^{(t)} = \sum_j Y_{ij}^{(t)}$$

3.2 Notação matricial

Considerando o esquema dialélico da Tabela 4, e expressando os modelos em notação matricial do tipo $Y = X\beta + \epsilon$, em que:

- Y: matriz de médias da tabela dialélica, de dimensão $p(p+1)/2 \times k$;
- X: matriz com os coeficientes relacionados aos parâmetros do modelo, de dimensão $p(p+1)/2 \times m$, sendo m o número de parâmetros do modelo;
- β : matriz de parâmetros do modelo, de dimensão $m \times k$;
- ϵ : matriz de erros, de dimensão $p(p+1)/2 \times k$.

então, têm-se as seguintes matrizes para os modelos considerados:

3.2.1 Modelo reduzido (1)

Para o modelo reduzido (1), as matrizes são dadas por:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11}^{(1)} & Y_{11}^{(2)} & Y_{11}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{22}^{(1)} & Y_{22}^{(2)} & Y_{22}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{33}^{(1)} & Y_{33}^{(2)} & Y_{33}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \\ Y_{44}^{(1)} & Y_{44}^{(2)} & Y_{44}^{(3)} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{vmatrix} m^{(1)} & m^{(2)} & m^{(3)} \\ v_1^{(1)} & v_1^{(2)} & v_1^{(3)} \\ v_2^{(1)} & v_2^{(2)} & v_2^{(3)} \\ v_3^{(1)} & v_3^{(2)} & v_3^{(3)} \\ v_4^{(1)} & v_4^{(2)} & v_4^{(3)} \end{vmatrix} \quad \varepsilon = \begin{vmatrix} \bar{e}_{11.}^{(1)} & \bar{e}_{11.}^{(2)} & \bar{e}_{11.}^{(3)} \\ \bar{e}_{12.}^{(1)} & \bar{e}_{12.}^{(2)} & \bar{e}_{12.}^{(3)} \\ \bar{e}_{13.}^{(1)} & \bar{e}_{13.}^{(2)} & \bar{e}_{13.}^{(3)} \\ \bar{e}_{14.}^{(1)} & \bar{e}_{14.}^{(2)} & \bar{e}_{14.}^{(3)} \\ \bar{e}_{22.}^{(1)} & \bar{e}_{22.}^{(2)} & \bar{e}_{22.}^{(3)} \\ \bar{e}_{23.}^{(1)} & \bar{e}_{23.}^{(2)} & \bar{e}_{23.}^{(3)} \\ \bar{e}_{24.}^{(1)} & \bar{e}_{24.}^{(2)} & \bar{e}_{24.}^{(3)} \\ \bar{e}_{33.}^{(1)} & \bar{e}_{33.}^{(2)} & \bar{e}_{33.}^{(3)} \\ \bar{e}_{34.}^{(1)} & \bar{e}_{34.}^{(2)} & \bar{e}_{34.}^{(3)} \\ \bar{e}_{44.}^{(1)} & \bar{e}_{44.}^{(2)} & \bar{e}_{44.}^{(3)} \end{vmatrix}$$

3.2.2 Modelo reduzido (2)

As matrizes Y e ε não serão apresentadas para os modelos seguintes por serem iguais às matrizes apresentadas no modelo reduzido (1). Para o modelo reduzido (2), têm-se que:

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \beta = \begin{vmatrix} m^{(1)} & m^{(2)} & m^{(3)} \\ v_1^{(1)} & v_1^{(2)} & v_1^{(3)} \\ v_2^{(1)} & v_2^{(2)} & v_2^{(3)} \\ v_3^{(1)} & v_3^{(2)} & v_3^{(3)} \\ v_4^{(1)} & v_4^{(2)} & v_4^{(3)} \\ \bar{h}^{(1)} & \bar{h}^{(2)} & \bar{h}^{(3)} \end{vmatrix}$$

3.2.3 Modelo reduzido (3)

Para o modelo reduzido (3), as matrizes são dadas por:

3.3 Estimação dos efeitos dos parâmetros

Para a estimação dos efeitos da constante ($m^{(0)}$), dos genitores ($v_i^{(0)}$ e $v_j^{(0)}$) e das heteroses ($\bar{h}^{(0)}$, $h_i^{(0)}$, $h_j^{(0)}$ e $s_{ij}^{(0)}$) e de suas respectivas somas de quadrados e produtos, utilizou-se o método dos quadrados mínimos. Assim, obtêm-se as soluções com base nas equações normais $X'X\hat{\beta} = X'Y$, derivadas do modelo linear $Y = X\beta + \varepsilon$, em que $\varepsilon \sim N_k(\phi, \Sigma)$.

Uma vez que a matriz X não é de posto coluna completo e pela necessidade de tornar certas funções paramétricas estimáveis, foram adotadas as seguintes restrições paramétricas:

$$i) \quad \sum_i g_i^{(0)} = \sum_j g_j^{(0)} = 0$$

$$ii) \quad \sum_i h_i^{(0)} = \sum_j h_j^{(0)} = 0$$

$$iii) \quad \sum_i s_{ij}^{(0)} = \sum_j s_{ij}^{(0)} = 0$$

Para cada modelo considerado, as matrizes $X'X$ e $X'Y$, são apresentadas a seguir:

3.3.1 Modelo reduzido (1)

Para o modelo reduzido (1), a matriz $X'X$ é dada por:

$$X'X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

O resultado geral pode ser assim representado:

$$X'X = \begin{vmatrix} p(p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 \\ (p+1)/2 & (p+3)/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ (p+1)/2 & 1/4 & (p+3)/4 & 1/4 & 1/4 \\ (p+1)/2 & 1/4 & 1/4 & (p+3)/4 & 1/4 \\ (p+1)/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & (p+3)/4 \end{vmatrix}$$

Pode-se simplificar a matriz $X'X$ com o uso das restrições paramétricas apresentadas anteriormente. Então tem-se que $X'X\beta = (X'X_R + A)\beta$, em que:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{vmatrix}$$

utilizando-se as restrições paramétricas, tem-se que $A\beta = 0$. Então:

$$X'X_R = X'X - A$$

assim:

$$X'X_R = \begin{vmatrix} p(p+1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (p+1)/2 & (p+2)/4 & 0 & 0 & 0 \\ (p+1)/2 & 0 & (p+2)/4 & 0 & 0 \\ (p+1)/2 & 0 & 0 & (p+2)/4 & 0 \\ (p+1)/2 & 0 & 0 & 0 & (p+2)/4 \end{vmatrix}$$

Para os demais modelos será utilizado o mesmo processo de simplificação apresentado anteriormente.

A matriz $X'Y$ para o modelo reduzido (1) é dada por:

$$X'X = \begin{vmatrix} p(p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & p(p-1)/2 \\ (p+1)/2 & (p+3)/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & (p-1)/2 \\ (p+1)/2 & 1/4 & (p+3)/4 & 1/4 & 1/4 & (p-1)/2 \\ (p+1)/2 & 1/4 & 1/4 & (p+3)/4 & 1/4 & (p-1)/2 \\ (p+1)/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & (p+3)/4 & (p-1)/2 \\ p(p-1)/2 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & p(p-1)/2 \end{vmatrix}$$

Simplificando, com o uso das restrições paramétricas, tem-se que:

$$X'X_R = \begin{vmatrix} p(p+1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & p(p-1)/2 \\ (p+1)/2 & (p+2)/4 & 0 & 0 & 0 & (p-1)/2 \\ (p+1)/2 & 0 & (p+2)/4 & 0 & 0 & (p-1)/2 \\ (p+1)/2 & 0 & 0 & (p+2)/4 & 0 & (p-1)/2 \\ (p+1)/2 & 0 & 0 & 0 & (p+2)/4 & (p-1)/2 \\ p(p-1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & p(p-1)/2 \end{vmatrix}$$

A matriz $X'Y$ é dada por:

$$X'Y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{11}^{(1)} & Y_{11}^{(2)} & Y_{11}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{22}^{(1)} & Y_{22}^{(2)} & Y_{22}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{33}^{(1)} & Y_{33}^{(2)} & Y_{33}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \\ Y_{44}^{(1)} & Y_{44}^{(2)} & Y_{44}^{(3)} \end{vmatrix}$$

assim:

$$X'Y = \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \\ Y_H^{(1)} & Y_H^{(2)} & Y_H^{(3)} \end{vmatrix}$$

A notação $Y_H^{(i)}$ refere-se ao total de todas as combinações híbridas e $Y_{..}^{(i)}$ refere-se ao total de todas as combinações híbridas, acrescido dos valores médios dos genitores. Logo, tem-se que:

$$Y_H^{(i)} = Y_{..}^{(i)} - \sum_i Y_{ii}^{(i)}$$

Define-se $Y_G^{(i)}$ como o total dos valores médios dos genitores. Então verificam-se as seguintes relações:

- i) $Y_G^{(i)} = \sum_i Y_{ii}^{(i)}$
- ii) $Y_G^{(i)} = Y_{..}^{(i)} - Y_H^{(i)}$

3.3.3 Modelo reduzido (3)

Para o modelo reduzido (3), a matriz $X'X$ é dada por:

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

O resultado geral é representado por:

$$X'X = \begin{vmatrix} p(p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & (p+1)/2 & p(p-1)/2 & (p-1) & (p-1) & (p-1) & (p-1) \\ (p+1)/2 & (p+3)/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ (p+1)/2 & 1/4 & (p+3)/4 & 1/4 & 1/4 & (p-1)/2 & 1/2 & (p-1)/2 & 1/2 & 1/2 \\ (p+1)/2 & 1/4 & 1/4 & (p+3)/4 & 1/4 & (p-1)/2 & 1/2 & 1/2 & (p-1)/2 & 1/2 \\ (p+1)/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & (p+3)/4 & (p-1)/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & (p-1)/2 \\ p(p-1)/2 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & (p-1)/2 & p(p-1)/2 & (p-1) & (p-1) & (p-1) & (p-1) \\ (p-1) & (p-1)/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & (p-1) & (p-1) & 1 & 1 & 1 \\ (p-1) & 1/2 & (p-1)/2 & 1/2 & 1/2 & (p-1) & 1 & (p-1) & 1 & 1 \\ (p-1) & 1/2 & 1/2 & (p-1)/2 & 1/2 & (p-1) & 1 & 1 & (p-1) & 1 \\ (p-1) & 1/2 & 1/2 & 1/2 & (p-1)/2 & (p-1) & 1 & 1 & 1 & (p-1) \end{vmatrix}$$

Simplificando, pelo uso das restrições paramétricas, tem-se que:

$$X'X_R = \begin{vmatrix} p(p+1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & p(p-1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (p+1)/2 & (p+2)/4 & 0 & 0 & 0 & (p-1)/2 & (p-2)/2 & 0 & 0 & 0 \\ (p+1)/2 & 0 & (p+2)/4 & 0 & 0 & (p-1)/2 & 0 & (p-2)/2 & 0 & 0 \\ (p+1)/2 & 0 & 0 & (p+2)/4 & 0 & (p-1)/2 & 0 & 0 & (p-2)/2 & 0 \\ (p+1)/2 & 0 & 0 & 0 & (p+2)/4 & (p-1)/2 & 0 & 0 & 0 & (p-2)/2 \\ p(p-1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & p(p-1)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (p-1) & (p-2)/2 & 0 & 0 & 0 & (p-1) & (p-2) & 0 & 0 & 0 \\ (p-1) & 0 & (p-2)/2 & 0 & 0 & (p-1) & 0 & (p-2) & 0 & 0 \\ (p-1) & 0 & 0 & (p-2)/2 & 0 & (p-1) & 0 & 0 & (p-2) & 0 \\ (p-1) & 0 & 0 & 0 & (p-2)/2 & (p-1) & 0 & 0 & 0 & (p-2) \end{vmatrix}$$

A matriz $X'Y$ é dada por:

$$X'Y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{11}^{(1)} & Y_{11}^{(2)} & Y_{11}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{22}^{(1)} & Y_{22}^{(2)} & Y_{22}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{33}^{(1)} & Y_{33}^{(2)} & Y_{33}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \\ Y_{44}^{(1)} & Y_{44}^{(2)} & Y_{44}^{(3)} \end{vmatrix}$$

assim:

$$X'Y = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \\ Y_H^{(1)} & Y_H^{(2)} & Y_H^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} - Y_{11}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} - Y_{11}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} - Y_{11}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} - Y_{22}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} - Y_{22}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} - Y_{22}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} - Y_{33}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} - Y_{33}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} - Y_{33}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} - Y_{44}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} - Y_{44}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} - Y_{44}^{(3)} \end{array} \right| \end{array}$$

3.3.4 Modelo completo (4)

Para o modelo completo (4), a matriz $X'X$ é dada por:

$$X'X = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \end{array}$$

A matriz $X'Y$ é dada por:

$$X'Y = \begin{array}{c|cccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} Y_{11}^{(1)} \quad Y_{11}^{(2)} \quad Y_{11}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} \quad Y_{12}^{(2)} \quad Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} \quad Y_{13}^{(2)} \quad Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} \quad Y_{14}^{(2)} \quad Y_{14}^{(3)} \\ Y_{22}^{(1)} \quad Y_{22}^{(2)} \quad Y_{22}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} \quad Y_{23}^{(2)} \quad Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} \quad Y_{24}^{(2)} \quad Y_{24}^{(3)} \\ Y_{33}^{(1)} \quad Y_{33}^{(2)} \quad Y_{33}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} \quad Y_{34}^{(2)} \quad Y_{34}^{(3)} \\ Y_{44}^{(1)} \quad Y_{44}^{(2)} \quad Y_{44}^{(3)} \end{array}$$

assim:

$$X'Y = \begin{array}{c|ccc} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \\ Y_H^{(1)} & Y_H^{(2)} & Y_H^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} - Y_{11}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} - Y_{11}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} - Y_{11}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} - Y_{22}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} - Y_{22}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} - Y_{22}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} - Y_{33}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} - Y_{33}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} - Y_{33}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} - Y_{44}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} - Y_{44}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} - Y_{44}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{array}$$

3.4 Estimadores dos efeitos

Os estimadores dos efeitos da constante ($m^{(t)}$), dos genitores ($v_i^{(t)}$ e $v_j^{(t)}$) e das heteroses ($\bar{h}^{(t)}$, $h_i^{(t)}$, $h_j^{(t)}$ e $s_{ij}^{(t)}$) foram obtidos por meio da solução do sistema de equações normais dada por $X'X_R\hat{\beta} = X'Y$ para cada modelo considerado.

3.5 Variâncias dos efeitos e dos contrastes entre efeitos

Admitindo-se o modelo completo (4) como fixo e que se tenha interesse em testar hipóteses de funções lineares, algumas estimáveis sob restrição paramétrica, foram obtidas as variâncias dos efeitos ou dos contrastes entre efeitos. Para isso, foi considerado que:

- i) $\hat{V}(Y_{ii}^{(t)}) = \hat{V}(Y_{ij}^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- ii) $C\hat{ov}(Y_{ij}^{(t)}, Y_H^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_{ij}^{(t)}, Y_i^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- iii) $C\hat{ov}(Y_i^{(t)}, Y_k^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_i^{(t)}, Y_j^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- iv) $C\hat{ov}(Y_i^{(t)}, Y_G^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_G^{(t)}, Y_j^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- v) $C\hat{ov}(Y_j^{(t)}, Y_m^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_j^{(t)}, Y_m^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_j^{(t)}, Y_m^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- vi) $C\hat{ov}(Y_{ii}^{(t)}, Y_i^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_{ii}^{(t)}, Y_G^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- vii) $\hat{V}(Y_i^{(t)}) = \hat{V}(Y_G^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_G^{(t)}, Y_{..}^{(t)}) = p\hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- viii) $\hat{V}(Y_{..}^{(t)}) = \frac{p(p+1)}{2}\sigma_e^2^{(t)}$
- ix) $\hat{V}(Y_H^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_H^{(t)}, Y_{..}^{(t)}) = \frac{p(p-1)}{2}\sigma_e^2^{(t)}$
- x) $C\hat{ov}(Y_i^{(t)}, Y_H^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_H^{(t)}, Y_j^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^2^{(t)}$
- xi) $C\hat{ov}(Y_G^{(t)}, Y_H^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_{ii}^{(t)}, Y_H^{(t)}) = 0$
- xii) $C\hat{ov}(Y_{ii}^{(t)}, Y_{jj}^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) = 0$

$$\text{xiii) } \text{C}\hat{\text{o}}\text{v}(Y_{ii}^{(t)}, Y_{.j}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{o}}\text{v}(Y_{i.}^{(t)}, Y_{.j}^{(t)}) = 0$$

Define-se $\hat{\sigma}_e^2{}^{(t)}$ como o quadrado médio do resíduo para a variável t , obtido em análise de variância univariada preliminar, dividido pelo número de observações (r) que deram origem aos valores médios da tabela dialélica, ou seja:

$$\hat{\sigma}_e^2{}^{(t)} = \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

3.6 Estimadores das somas de quadrados e produtos dos efeitos

As matrizes de somas de quadrados e produtos (SQP), associadas aos parâmetros de cada modelo considerado, são dadas por:

$$\begin{aligned} \text{i) } \text{SQP do modelo reduzido (1)} &= R(m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \text{SQP do modelo reduzido (2)} &= R(m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \text{SQP do modelo reduzido (3)} &= R(m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) } \text{SQP do modelo completo (4)} &= R(m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}, s_{ij}^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(4)} \end{aligned}$$

Para o cálculo da matriz de SQP da constante (C) foi considerado o modelo estatístico dado por:

$$(5) \quad Y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

em que os termos são definidos como anteriormente.

Então, tem-se que a matriz de somas de quadrados e produtos para o modelo reduzido (5) é dado por:

$$\text{SQP do modelo reduzido (5)} = \text{SQP da constante} = R(m^{(t)}) = \hat{\beta}' X' Y_{(5)} = C$$

As matrizes de somas de quadrados e produtos para o efeito do tratamento, do genitor, da heterose, da heterose média, da heterose do genitor e da heterose específica, são obtidas por meio de:

$$\begin{aligned} \text{i) SQP (tratamento)} &= R(v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}, s_{ij}^{(t)} / m^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(4)} - C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) SQP (genitor)} &= R(v_i^{(t)}, v_j^{(t)} / m^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(1)} - C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) SQP (heterose)} &= R(\bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}, s_{ij}^{(t)} / m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(4)} - \hat{\beta}' X' Y_{(1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) SQP (heterose média)} &= R(\bar{h}^{(t)} / m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(2)} - \hat{\beta}' X' Y_{(1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v) SQP (heterose do genitor)} &= R(h_i^{(t)}, h_j^{(t)} / m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(3)} - \hat{\beta}' X' Y_{(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{vi) SQP (heterose específica)} &= R (s_{ij}^{(t)}/m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}) = \\
 &= \hat{\beta}' X' Y_{(4)} - \hat{\beta}' X' Y_{(3)}
 \end{aligned}$$

Dessa forma, o esquema da análise de variância multivariada, para o modelo de análise dialélica proposto por Gardner & Eberhart (1966), é apresentado na Tabela 5.

Para a aplicação dos testes multivariados para hipótese de igualdade dos efeitos genéticos dos modelos, são utilizados quatro critérios. Esses critérios podem ser aproximados pela distribuição de F e estão apresentados na Tabela 6.

TABELA 5 Esquema da análise de variância multivariada para o modelo de análise dialélica proposto por Gardner & Eberhart (1966).

FV	GL	Matriz de SQP
Tratamento	$[p(p+1)/2] - 1$	SQP (tratamento)
Genitor	$(p-1)$	SQP (genitor)
Heterose	$p(p-1)/2$	SQP (heterose)
Heterose média	1	SQP (heterose média)
Heterose do genitor	$(p-1)$	SQP (heterose do genitor)
Heterose específica	$p(p-3)/2$	SQP (heterose específica)
Resíduo ¹	v	SQP (resíduo)

¹ v é o número de graus de liberdade do resíduo e SQP (resíduo) é a matriz de soma de quadrados e produtos do resíduo dividida pelo número de observações que deram origem às médias da tabela dialélica, obtida em análise de variância multivariada preliminar.

TABELA 6 Estatísticas multivariadas e suas equivalências aproximadas com a distribuição de F.

Critério	Estatística	Aproximação de F	GL de F
Wilks	$\Lambda = \frac{ E }{ H + E } = \prod \frac{1}{1 + \lambda_i}$	$F = \left(\frac{1 - \Lambda^{t^{-1}}}{\Lambda^{t^{-1}}} \right) \left(\frac{rt - 2f}{pq} \right)$	$v_1 = pq^1$ $v_2 = rt - 2f$
Traço de Pillai	$V = \text{tr}[H(H + E)^{-1}] = \sum \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i}$	$F = \left(\frac{V}{s - V} \right) \left(\frac{2n + s + 1}{2m + s + 1} \right)$	$v_1 = s(2m + s + 1)$ $v_2 = 2(2n + s + 1)$
Raiz máxima de Roy	$\theta = \lambda_i$	$F = \frac{\theta(v - d + q)}{d}$	$v_1 = d$ $v_2 = v - d + q$
Traço de Hotelling-Lawley	$U = \text{tr}(HE^{-1}) = \sum \lambda_i$	$F = \frac{2(sn + 1)U}{s^2(2m + s + 1)}$	$v_1 = s(2m + s + 1)$ $v_2 = 2(sn + 1)$

¹p: número de variáveis = posto(H + E); q: GL de tratamento; v : GL do resíduo; s = min (p, q); r = v - (p - q + 1)/2; f = (pq - 2)/4; d = max (p, q); m = (|p - q| - 1)/2; n = (v - p - 1)/2 e t = $\sqrt{\frac{p^2q^2 - 4}{p^2 + q^2 - 5}}$, se (p² + q² - 5) > 0 ou t = 1, caso contrário.

Para efeito da aplicação prática dos testes de hipótese de igualdade dos efeitos genéticos dos modelos considerados neste trabalho, foi utilizado o teste de Wilks.

Basicamente, o teste envolve o cálculo de determinantes de matrizes. O valor calculado para Λ é dado por:

$$\Lambda_{\text{calculado}} = \frac{|E|}{|H + E|}$$

em que:

$|E|$: determinante da matriz de SQP (resíduo);

$|E + H|$: determinante da matriz $E + H$, em que H é a matriz de SQP associada à hipótese em questão.

Para a rejeição da hipótese utiliza-se o valor tabelado dado por:

$$\Lambda_{\text{tab}}(\alpha, p, q, v)$$

em que:

α : nível de significância;

p : número de variáveis;

q : número de graus de liberdade associada à hipótese;

v : número de graus de liberdade do resíduo.

Rejeita-se a hipótese $H_0: H = 0$ se:

$$\Lambda_{\text{calculado}} < \Lambda_{\text{tab}}(\alpha, p, q, v)$$

As tabelas para o teste de Wilks são limitadas a certos níveis dos parâmetros. Dessa forma, procedeu-se à transformação dos valores de Λ para valores de F , segundo a expressão proposta por Harris (1975) e apresentada na Tabela 6.

3.7 Material vegetal

Será apresentada como ilustração do procedimento de análise de variância multivariada para os cruzamentos dialélicos, a análise de um dialelo envolvendo 6 linhagens de milho e seus respectivos híbridos F₁. Essas linhagens são oriundas do Centro Internacional de Melhoramento de Milho e Trigo (CYMMIT) e utilizadas no programa de melhoramento de milho da Universidade Federal de Lavras (UFLA). Os dados foram obtidos de um experimento conduzido na safra de 1999/2000 na área experimental do Departamento de Biologia da UFLA. O delineamento utilizado foi o de blocos ao acaso com 3 repetições.

As seguintes variáveis foram avaliadas:

- (1) peso do pendão (PP), em gramas;
- (2) número de ramificações do pendão (NRP);
- (3) altura da primeira espiga (AE), em cm;
- (4) altura da planta (AP), em cm;
- (5) produção (P), em g/parcela.

Inicialmente, foi realizado uma análise de variância univariada preliminar, segundo o modelo estatístico dado por:

$$y_{ij} = m + b_j + t_i + e_{ij}$$

em que:

- y_{ij} : Valor médio da parcela que recebeu o tratamento i , no bloco j , em que $i = 1, 2, \dots, 21$ e $j = 1, 2, 3$;
- m : efeito da média geral;

- b_j : efeito do bloco j ;
- t_i : efeito do tratamento i ;
- e_{ij} : erro experimental, suposto normal e i.i.d., com média zero e variância σ_e^2 .

Posteriormente, foi realizada a análise de variância multivariada considerando simultaneamente as cinco variáveis avaliadas. O modelo estatístico foi dado por:

$$y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + b_j^{(t)} + t_i^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$$

em que:

- $y_{ij}^{(t)}$: Valor médio da parcela que recebeu o tratamento i , no bloco j , em que $i = 1, 2, \dots, 21$ e $j = 1, 2$ e 3 , para a variável t , em que $t = 1, 2, \dots, 5$;
- $m^{(t)}$: efeito da média geral, para a variável t ;
- $b_j^{(t)}$: efeito do bloco j , para a variável t ;
- $t_i^{(t)}$: efeito do tratamento i , para a variável t ;
- $\bar{e}_{ij}^{(t)}$: erro experimental médio, em que os \bar{e}_{ij} têm distribuição multinormal k -dimensional com vetor nulo de médias e uma matriz de variâncias e covariâncias Σ .

Para a ilustração do procedimento de análise de variância multivariada para o modelo de Gardner e Eberhart (1966) foram utilizadas as médias das tabelas dialéticas e as informações obtidas nas análises de variância univariada e multivariada preliminares.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Estimadores dos efeitos

As expressões dos estimadores dos parâmetros dos efeitos da constante ($m^{(t)}$), dos genitores ($v_i^{(t)}$ e $v_j^{(t)}$) e das heteroses ($\bar{h}^{(t)}$, $h_i^{(t)}$, $h_j^{(t)}$ e $s_{ij}^{(t)}$) foram obtidas pela expansão do sistema de equações normais $X'X_R \hat{\beta} = X'Y$ para cada modelo considerado.

4.1.1 Modelo reduzido (1)

Para o modelo reduzido (1), em que admite-se que não existe heterose nos cruzamentos entre os genitores, a solução do sistema de equações normais $X'X_R \hat{\beta} = X'Y$ propiciou a obtenção dos estimadores dos efeitos da constante ($m^{(t)}$) e dos genitores ($v_i^{(t)}$ e $v_j^{(t)}$). As equações normais, de forma generalizada, são apresentadas a seguir:

$$\text{i) } \frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} = Y_{..}^{(t)}$$

$$\text{ii) } \frac{p+1}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p+2}{4} \hat{v}_i^{(t)} = \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})$$

Desenvolvendo-se as equações normais, tem-se que as expressões dos estimadores dos parâmetros dos efeitos da constante ($m^{(t)}$) e dos genitores ($v_i^{(t)}$ e $v_j^{(t)}$) são dadas por:

$$\hat{m}^{(t)} = \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)} \quad (1)$$

e

$$\hat{v}_i^{(t)} = \frac{2}{p+2} \left[Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)} - \frac{p+1}{2} \left(\frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)} \right) \right]$$
$$\hat{v}_i^{(t)} = \frac{2}{p+2} \left(Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_{..}^{(t)} \right) \quad (2)$$

4.1.2 Modelo reduzido (2)

Para o modelo reduzido (2), em que admite-se a existência de um mesmo efeito heterótico para todos os cruzamentos, desenvolvendo-se o sistema $X'X_R \hat{\beta} = X'Y$, obtêm-se as seguintes equações normais:

- i) $\frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_{..}^{(t)}$
- ii) $\frac{p+1}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p+2}{4} \hat{v}_i^{(t)} + \frac{p-1}{2} \bar{h}^{(t)} = \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})$
- iii) $\frac{p(p-1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_H^{(t)}$

Desenvolvendo-se o sistema de equações normais, a equação (i) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\bar{h}^{(t)} = \frac{2}{p(p-1)} \left(Y_{..}^{(t)} - \frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} \right)$$

substituindo em (iii), tem-se que:

$$\frac{p(p-1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \left[\frac{2}{p(p-1)} \left(Y_{..}^{(t)} - \frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} \right) \right] = Y_H^{(t)}$$

$$\frac{p(p-1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \left(Y_{..}^{(t)} - \frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} \right) = Y_H^{(t)}$$

$$Y_{..}^{(t)} + \hat{m}^{(t)} \left(\frac{p(p-1)}{2} - \frac{p(p+1)}{2} \right) = Y_H^{(t)}$$

$$Y_{..}^{(t)} + \hat{m}^{(t)} \left(\frac{p^2 - p - p^2 - p}{2} \right) = Y_H^{(t)}$$

$$\hat{m}^{(t)} = \frac{1}{p} (Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)}) = \frac{1}{p} Y_G^{(t)}$$

Observa-se que, para o modelo reduzido (2), o parâmetro $m^{(t)}$ apresenta um novo estimador. Conseqüentemente, sua representação será $m_G^{(t)}$, em vez de $m^{(t)}$. Assim, tem-se:

$$\hat{m}_G^{(t)} = \frac{1}{p} Y_G^{(t)} \quad (3)$$

Substituindo-se o estimador (3) na equação (i), tem-se que:

$$\frac{p(p+1)}{2} \left(\frac{1}{p} Y_G^{(t)} \right) + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_{..}^{(t)}$$

$$\bar{h}^{(t)} = \frac{2}{p(p-1)} \left(Y_{..}^{(t)} - \frac{p+1}{2} Y_G^{(t)} \right)$$

Observa-se que a expressão anterior é a mesma obtida para o estimador do efeito do genitor ($v_i^{(t)}$) para o modelo reduzido (1), ou seja, expressão (2).

4.1.3 Modelo reduzido (3)

Para o modelo reduzido (3), em que a heterose não é a mesma em todos os cruzamentos, sendo que cada genitor apresenta um efeito heterótico próprio, foram obtidas as seguintes equações normais, pela resolução do sistema $X'X_R \hat{\beta} = X'Y$:

$$i) \quad \frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_{..}^{(t)}$$

$$ii) \quad \frac{p+1}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p+2}{4} \hat{v}_i^{(t)} + \frac{p-1}{2} \bar{h}^{(t)} + \frac{p-2}{2} \hat{h}_i^{(t)} = \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})$$

$$iii) \quad \frac{p(p-1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_H^{(t)}$$

$$iv) \quad (p-1)\hat{m}^{(t)} + \frac{p-2}{2} \hat{v}_i^{(t)} + (p-1)\bar{h}^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}$$

Desenvolvendo-se o sistema para o modelo reduzido (3), observa-se que as equações normais (i) e (iii) são as mesmas obtidas para o modelo reduzido (2). Portanto, os estimadores dos parâmetros dos efeito da constante ($m^{(t)}$) e do efeito da heterose média ($\bar{h}^{(t)}$) são os mesmos dos apresentados para o modelo reduzido (2), ou seja, expressões (3) e (4), respectivamente.

Substituindo-se as expressões (3) e (4) na equação (iv), tem-se que:

$$(p-1)\frac{1}{p}Y_G^{(t)} + \frac{p-2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + \frac{1}{p}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)} - pY_G^{(t)}) + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}$$

$$\frac{p-2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - Y_G^{(t)} + \frac{1}{p}(Y_G^{(t)} - Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)}) + Y_G^{(t)}$$

$$\frac{p-2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} + \frac{1}{p}(Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)} - Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)})$$

$$\frac{p-2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_H^{(t)}$$

$$\hat{h}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2}\left(Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_H^{(t)} - \frac{p-2}{2}\hat{v}_i^{(t)}\right)$$

$$\hat{h}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2}\left(Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_H^{(t)}\right) - \frac{1}{2}\hat{v}_i^{(t)} \quad (5)$$

Substituindo as expressões (3) e (4) na equação (ii), tem-se que:

$$\frac{p+1}{2}\left(\frac{1}{p}Y_G^{(t)}\right) + \frac{p+2}{4}\hat{v}_i^{(t)} + \frac{1}{2p}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)} - pY_G^{(t)}) + \frac{p-2}{2}\hat{h}_i^{(t)} = \frac{1}{2}(Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)})$$

$$\frac{p+2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)} - \frac{p+1}{p}Y_G^{(t)} - \frac{1}{p}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)} - pY_G^{(t)})$$

$$\frac{p+2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_G^{(t)} - \frac{1}{p}Y_G^{(t)} - \frac{1}{p}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)}) + Y_G^{(t)}$$

$$\frac{p+2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)} - \frac{1}{p}(Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)}) - \frac{1}{p}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)})$$

$$\frac{p+2}{2}\hat{v}_i^{(t)} + (p-2)\hat{h}_i^{(t)} = Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_{..}^{(t)}$$

$$\hat{h}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2}\left(Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_{..}^{(t)} - \frac{p+2}{2}\hat{v}_i^{(t)}\right) \quad (6)$$

Igualando-se as expressões (5) e (6), tem-se que:

$$\frac{1}{p-2} \left(Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_H^{(t)} \right) - \frac{1}{2} \hat{v}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2} \left(Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_{..}^{(t)} - \frac{p+2}{2} \hat{v}_i^{(t)} \right)$$

$$\frac{p+2}{2(p-2)} \hat{v}_i^{(t)} - \frac{1}{2} \hat{v}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2} \left(Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_{..}^{(t)} \right) - \frac{1}{p-2} \left(Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_H^{(t)} \right)$$

$$\left(\frac{p+2}{2(p-2)} - \frac{1}{2} \right) \hat{v}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2} \left(Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_{..}^{(t)} - Y_{i \cdot}^{(t)} + Y_{ii}^{(t)} + \frac{2}{p} Y_H^{(t)} \right)$$

$$\frac{p+2-p+2}{2(p-2)} \hat{v}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2} \left[2Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p} (Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)}) \right]$$

$$\frac{2}{p-2} \hat{v}_i^{(t)} = \frac{1}{p-2} \left(2Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_G^{(t)} \right)$$

$$\hat{v}_i^{(t)} = Y_{ii}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)}$$

Observa-se que o estimador do efeito do genitor para o modelo reduzido (3) é diferente do obtido para os modelos reduzidos (1) e (2). Conseqüentemente, sua representação será $v_i^{\prime(t)}$, em vez de $v_i^{(t)}$. Assim, tem-se:

$$\hat{v}_i^{\prime(t)} = Y_{ii}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} \quad (7)$$

Substituindo a expressão (7) na (5), tem-se a expressão para o estimador do efeito da heterose do genitor, ou seja:

$$\begin{aligned}\hat{h}_i^{(t)} &= \frac{1}{p-2} \left(Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{\bar{i}}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_H^{(t)} \right) - \frac{1}{2} \left(Y_{\bar{i}}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} \right) \\ \hat{h}_i^{(t)} &= \frac{1}{p-2} \left[Y_{i\cdot}^{(t)} - \left(1 + \frac{p-2}{2} \right) Y_{\bar{i}}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_H^{(t)} + \frac{p-2}{2p} Y_G^{(t)} \right] \\ \hat{h}_i^{(t)} &= \frac{1}{p-2} \left(Y_{i\cdot}^{(t)} - \frac{p}{2} Y_{\bar{i}}^{(t)} - \frac{2}{p} Y_H^{(t)} + \frac{p-2}{2p} Y_G^{(t)} \right)\end{aligned}\quad (8)$$

4.1.4 Modelo completo (4)

Para o modelo completo (4), desenvolvendo-se o sistema $X'X_R \hat{\beta} = X'Y$, obtêm-se as seguintes equações normais:

$$\begin{aligned}\text{i)} \quad & \frac{p(p+1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_{\cdot\cdot}^{(t)} \\ \text{ii)} \quad & \frac{p+1}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p+2}{4} \hat{v}_i^{(t)} + \frac{p-1}{2} \bar{h}^{(t)} + \frac{p-2}{2} \hat{h}_i^{(t)} = \frac{1}{2} (Y_{\bar{i}}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)}) \\ \text{iii)} \quad & \frac{p(p-1)}{2} \hat{m}^{(t)} + \frac{p(p-1)}{2} \bar{h}^{(t)} = Y_H^{(t)} \\ \text{iv)} \quad & (p-1) \hat{m}^{(t)} + \frac{p-2}{2} \hat{v}_i^{(t)} + (p-1) \bar{h}^{(t)} + (p-2) \hat{h}_i^{(t)} = Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{\bar{i}}^{(t)} \\ \text{v)} \quad & \hat{m}^{(t)} + \frac{1}{2} (\hat{v}_i^{(t)} + \hat{v}_j^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} + \hat{h}_i^{(t)} + \hat{h}_j^{(t)} + \hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)}\end{aligned}$$

As equações (i), (ii), (iii) e (iv) são as mesmas obtidas para o modelo reduzido (3). Então os estimadores dos parâmetros para os efeitos da constante ($m^{(t)}$), dos genitores ($v_i^{(t)}$) e da heterose média ($\bar{h}^{(t)}$) e específica ($h_i^{(t)}$) são

os mesmos apresentados anteriormente, ou seja, expressões (3), (7), (4) e (8), respectivamente.

Para o estimador do parâmetro do efeito da heterose específica ($s_{ij}^{(t)}$) tem-se, pela equação (v), que:

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} - \hat{m}^{(t)} - \frac{1}{2}(\hat{v}_i^{(t)} + \hat{v}_j^{(t)}) - (\bar{h}^{(t)} + \hat{h}_i^{(t)} + \hat{h}_j^{(t)})$$

Substituindo as expressões (3) e (7), tem-se:

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} - \frac{1}{2} \left(Y_{ii}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} + Y_{jj}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} \right) - (\bar{h}^{(t)} + \hat{h}_i^{(t)} + \hat{h}_j^{(t)})$$

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} - \frac{1}{2} Y_{ii}^{(t)} + \frac{1}{2p} Y_G^{(t)} - \frac{1}{2} Y_{jj}^{(t)} + \frac{1}{2p} Y_G^{(t)} - (\bar{h}^{(t)} + \hat{h}_i^{(t)} + \hat{h}_j^{(t)})$$

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{jj}^{(t)}) - (\bar{h}^{(t)} + \hat{h}_i^{(t)} + \hat{h}_j^{(t)})$$

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = h_{ij}^{(t)} - (\bar{h}^{(t)} + \hat{h}_i^{(t)} + \hat{h}_j^{(t)}) \quad (9)$$

em que:

$$h_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{jj}^{(t)}) \quad (10)$$

Pode-se observar, pela expressão (10), que $h_{ij}^{(t)}$ corresponde à expressão da heterose ou vigor híbrido para uma determinada variável t , ou seja, corresponde ao desempenho do híbrido com relação à média dos genitores i e j . Portanto, a estimativa do efeito da heterose específica é a heterose observada em

um determinado cruzamento menos o somatório das estimativas dos efeitos da heterose média e das heteroses do genitor.

Verifica-se também que o parâmetro $s_{ij}^{(t)}$ pode ser estimado por meio da substituição das expressões (4), (8) e (10) na expressão (9), ou seja:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{ij}^{(t)} &= Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{2}(Y_{ii}^{(t)} + Y_{jj}^{(t)}) - \frac{1}{p(p-1)}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)} - pY_G^{(t)}) - \frac{1}{p-2}\left(Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_H^{(t)}\right) + \\ &+ \frac{1}{2}(Y_{ii}^{(t)} - \frac{1}{p}Y_G^{(t)}) - \frac{1}{p-2}(Y_{.j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)} - \frac{2}{p}Y_H^{(t)}) + \frac{1}{2}(Y_{jj}^{(t)} - \frac{1}{p}Y_G^{(t)}) \\ \hat{s}_{ij}^{(t)} &= Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{2}(Y_{ii}^{(t)} + Y_{jj}^{(t)}) - \frac{1}{p(p-1)}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)}) - \frac{1}{p-2}(Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} + Y_{.j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) + \\ &+ \frac{4}{p(p-2)}Y_H^{(t)} + \frac{1}{2}(Y_{ii}^{(t)} + Y_{jj}^{(t)}) + \frac{1}{p-1}Y_G^{(t)} - \frac{1}{p}Y_G^{(t)} \\ \hat{s}_{ij}^{(t)} &= Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p(p-1)}Y_{..}^{(t)} + \left(\frac{4}{p(p-2)} - \frac{1}{p(p-1)}\right)Y_H^{(t)} - \\ &- \frac{1}{p-2}(Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} + Y_{.j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) + \left(\frac{1}{p-1} - \frac{1}{p}\right)Y_G^{(t)} \\ \hat{s}_{ij}^{(t)} &= Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p(p-1)}Y_{..}^{(t)} + \frac{3p-2}{p(p-1)(p-2)}Y_H^{(t)} - \\ &- \frac{1}{p-2}(Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} + Y_{.j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) + \frac{1}{p(p-1)}Y_G^{(t)} \\ \hat{s}_{ij}^{(t)} &= Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p(p-1)}Y_{..}^{(t)} + \frac{3p-2}{p(p-1)(p-2)}Y_H^{(t)} - \\ &- \frac{1}{p-2}(Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} + Y_{.j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) + \frac{1}{p(p-1)}(Y_{..}^{(t)} - Y_H^{(t)}) \end{aligned}$$

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} + \left(\frac{3p-2}{p(p-1)(p-2)} - \frac{1}{p(p-1)} \right) Y_H^{(t)} - \frac{1}{p-2} (Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{i\bar{i}}^{(t)} + Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{\bar{j}j}^{(t)})$$

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} + \frac{2p}{p(p-1)(p-2)} Y_H^{(t)} - \frac{1}{p-2} (Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{i\bar{i}}^{(t)} + Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{\bar{j}j}^{(t)})$$

$$\hat{s}_{ij}^{(t)} = Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p-2} \left[(Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{i\bar{i}}^{(t)}) + (Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{\bar{j}j}^{(t)}) - \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right] \quad (11)$$

Observa-se que as expressões dos estimadores dos parâmetros dos efeitos que foram obtidas anteriormente são as mesmas obtidas considerando o modelo univariado de Gardner & Eberhart (1966). Apesar dessas expressões serem obtidas para os quatro modelos, considera-se apenas o modelo completo (4) como referência para comparações com análises univariadas tradicionalmente usadas.

4.2 Variâncias dos efeitos e dos contrastes entre efeitos

As expressões dos estimadores das variâncias dos efeitos, ou das variâncias dos contrastes entre efeitos, serão apresentadas apenas para o modelo completo (4) pelos motivos apresentados anteriormente.

4.2.1 Variância do efeito da constante

Para o efeito da constante, tem-se:

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(t)}) = \hat{V}\left(\frac{1}{p} Y_G^{(t)}\right)$$

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(t)}) = \frac{1}{p^2} \hat{V}(Y_G^{(t)})$$

como $\hat{V}(Y_G^{(t)}) = p\hat{\sigma}_e^{2(t)}$ e $\hat{\sigma}_e^{2(t)} = \frac{QMR^{(t)}}{r}$, então:

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(t)}) = \frac{1}{p^2} p \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(t)}) = \frac{1}{p} \frac{QMR^{(t)}}{r} \quad (12)$$

4.2.2 Variância do efeito do genitor

Para a variância do efeito do genitor, obtêm-se:

$$\hat{V}(\hat{v}'_i^{(t)}) = \hat{V}\left(Y_{ii}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)}\right)$$

$$\hat{V}(\hat{v}'_i^{(t)}) = \hat{V}(Y_{ii}^{(t)}) + \frac{1}{p^2} \hat{V}(Y_G^{(t)}) - \frac{2}{p} \text{Côv}(Y_{ii}^{(t)}, Y_G^{(t)})$$

como $\hat{V}(Y_{ii}^{(t)}) = \text{Côv}(Y_{ii}^{(t)}, Y_G^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^{2(t)}$ e os demais termos definidos como anteriormente, então:

$$\hat{V}(\hat{v}'_i^{(t)}) = \left(1 + \frac{1}{p} - \frac{2}{p}\right) \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{v}'_i^{(t)}) = \frac{p-1}{p} \frac{QMR^{(t)}}{r} \quad (13)$$

4.2.3 Variância do contraste entre efeitos dos genitores

A variância do contraste entre efeitos dos genitores é dada por:

$$\hat{V}(\hat{v}'_i(t) - \hat{v}'_j(t)) = \hat{V}(\hat{v}'_i(t)) + \hat{V}(\hat{v}'_j(t)) - 2\hat{C}\hat{o}v(\hat{v}'_i(t), \hat{v}'_j(t))$$

como:

$$\hat{C}\hat{o}v(\hat{v}'_i(t), \hat{v}'_j(t)) = \hat{C}\hat{o}v\left[\left(Y_{ii}(t) - \frac{1}{p}Y_G(t)\right)\left(Y_{jj}(t) - \frac{1}{p}Y_G(t)\right)\right]$$

$$\hat{C}\hat{o}v(\hat{v}'_i(t), \hat{v}'_j(t)) = -\frac{1}{p}\hat{C}\hat{o}v(Y_{ii}(t), Y_G(t)) - \frac{1}{p}\hat{C}\hat{o}v(Y_{jj}(t), Y_G(t)) + \frac{1}{p^2}\hat{V}(Y_G(t))$$

$$\hat{C}\hat{o}v(\hat{v}'_i(t), \hat{v}'_j(t)) = -\frac{1}{p} \frac{QMR(t)}{r} \quad (14)$$

e os demais termos definidos como anteriormente, então:

$$\hat{V}(\hat{v}'_i(t) - \hat{v}'_j(t)) = \left(\frac{2p-2}{p} + \frac{2}{p}\right) \frac{QMR(t)}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{v}'_i(t) - \hat{v}'_j(t)) = 2 \frac{QMR(t)}{r} \quad (15)$$

4.2.4 Variância do efeito da heterose média

Para a variância do efeito da heterose média, tem-se:

$$\hat{V}(\bar{h}^{(t)}) = \hat{V}\left[\frac{1}{p(p-1)}(Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)} - pY_G^{(t)})\right]$$

$$\hat{V}(\bar{h}^{(i)}) = \frac{1}{p^2(p-1)^2} \left[\hat{V}(Y_{..}^{(i)}) + \hat{V}(Y_H^{(i)}) + p^2 \hat{V}(Y_G^{(i)}) + 2C\hat{O}v(Y_{..}^{(i)}, Y_H^{(i)}) - \right. \\ \left. - 2pC\hat{O}v(Y_{..}^{(i)}, Y_G^{(i)}) - 2pC\hat{O}v(Y_H^{(i)}, Y_G^{(i)}) \right]$$

como $\hat{V}(Y_{..}^{(i)}) = \frac{p(p+1)}{2} \hat{\sigma}_e^2$, $\hat{V}(Y_H^{(i)}) = C\hat{O}v(Y_{..}^{(i)}, Y_H^{(i)}) = \frac{p(p-1)}{2} \hat{\sigma}_e^2$, $C\hat{O}v(Y_{..}^{(i)}, Y_G^{(i)}) = \hat{\sigma}_e^2$ e $C\hat{O}v(Y_H^{(i)}, Y_G^{(i)}) = 0$, e os demais termos definidos como anteriormente, então:

$$\hat{V}(\bar{h}^{(i)}) = \frac{1}{p^2(p-1)^2} \left(\frac{p(p+1)}{2} + \frac{p(p-1)}{2} + p^3 + p(p-1) - 2p^2 \right) \frac{QMR^{(i)}}{r}$$

$$\hat{V}(\bar{h}^{(i)}) = \frac{1}{p^2(p-1)^2} \left(\frac{p(p+1) + p(p-1) + 2p^3 + 2p(p-1) - 4p^2}{2} \right) \frac{QMR^{(i)}}{r}$$

$$\hat{V}(\bar{h}^{(i)}) = \frac{1}{p^2(p-1)^2} \left(\frac{p^2 + p + p^2 - p + 2p^3 + 2p^2 - 2p - 4p^2}{2} \right) \frac{QMR^{(i)}}{r}$$

$$\hat{V}(\bar{h}^{(i)}) = \frac{1}{p^2(p-1)^2} [p(p+1)(p-1)] \frac{QMR^{(i)}}{r}$$

$$\hat{V}(\bar{h}^{(i)}) = \frac{p+1}{p(p-1)} \frac{QMR^{(i)}}{r} \quad (16)$$

4.2.5 Variância do efeito da heterose do genitor

Para a variância do efeito da heterose do genitor, obtêm-se:

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(i)}) = \hat{V} \left[\frac{1}{p-2} \left(Y_{i.}^{(i)} - \frac{p}{2} Y_H^{(i)} - \frac{2}{p} Y_H^{(i)} + \frac{p-2}{2p} Y_G^{(i)} \right) \right]$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left[\hat{V}(Y_i^{(t)}) + \frac{p^2}{4} \hat{V}(Y_{ii}^{(t)}) + \frac{4}{p^2} \hat{V}(Y_G^{(t)}) + \frac{(p-2)^2}{4p^2} \hat{V}(Y_H^{(t)}) - \right. \\ \left. - p \text{C}\hat{o}v(Y_i^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) - \frac{4}{p} \text{C}\hat{o}v(Y_i^{(t)}, Y_H^{(t)}) + \frac{p-2}{p} \text{C}\hat{o}v(Y_i^{(t)}, Y_G^{(t)}) + \right. \\ \left. + 2 \text{C}\hat{o}v(Y_{ii}^{(t)}, Y_H^{(t)}) - \frac{p-2}{2} \text{C}\hat{o}v(Y_{ii}^{(t)}, Y_G^{(t)}) - \frac{2(p-2)}{p^2} \text{C}\hat{o}v(Y_H^{(t)}, Y_G^{(t)}) \right]$$

como $\hat{V}(Y_i^{(t)}) = p\hat{\sigma}_e^{2(t)}$, $\text{C}\hat{o}v(Y_i^{(t)}, Y_H^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^{2(t)}$, $\text{C}\hat{o}v(Y_{ii}^{(t)}, Y_H^{(t)}) = 0$, $\text{C}\hat{o}v(Y_i^{(t)}, Y_G^{(t)}) = \text{C}\hat{o}v(Y_i^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^{2(t)}$, e os demais termos definidos como anteriormente, então:

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left[p + \frac{p^2}{4} + \frac{2(p-1)}{p} + \frac{(p-2)^2}{4p} - p - \frac{4(p-1)}{p} + \frac{p-2}{p} - \frac{p-2}{2} \right] \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left[\frac{p^3 + 8(p-1) + (p-2)^2 - 16(p-1) + 4(p-2) - 2p(p-2)}{4p} \right] \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{1}{4p(p-2)^2} (p^3 + p^2 - 4p + 4 - 8p + 8 + 4p - 8 - 2p^2 + 4p) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{1}{4p(p-2)^2} (p^3 - p^2 - 4p + 4) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{1}{4p(p-2)^2} (p-1)(p+2)(p-2) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) = \frac{(p-1)(p+2)}{4p(p-2)} \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r} \quad (17)$$

como $\text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) = \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) = \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) = 0$,

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d}{p-2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \frac{4d^2}{(p-2)^2} \Delta(Y_{i \cdot}^{(0)}) \right] \\ & - \frac{d}{p-2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \frac{2d}{p-2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) - \frac{4}{p-2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) \\ & - \frac{4}{p-2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \frac{d}{2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) - \frac{d}{4} \Delta(Y_{i \cdot}^{(0)}) \\ & + \frac{2d}{p-2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) - \frac{2}{p} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \frac{4}{p^2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) - \\ & \text{Cov}(h_{i \cdot}^{(0)}, h_{j \cdot}^{(0)}) = \frac{1}{1 - 2d} \left[-\text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) - \frac{2}{p} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) - \frac{d}{2} \text{Cov}(Y_{i \cdot}^{(0)}, Y_{j \cdot}^{(0)}) + \right. \\ & \left. \left[\frac{1}{1 - 2d} \left(Y_{i \cdot}^{(0)} - \frac{2}{p} Y_{j \cdot}^{(0)} - \frac{d}{2} Y_{i \cdot}^{(0)} + \frac{2d}{p-2} Y_{j \cdot}^{(0)} \right) \right] \right] \\ & \left. \left[\frac{1}{1 - 2d} \left(Y_{i \cdot}^{(0)} - \frac{2}{p} Y_{j \cdot}^{(0)} - \frac{d}{2} Y_{i \cdot}^{(0)} + \frac{2d}{p-2} Y_{j \cdot}^{(0)} \right) \right] \right] \end{aligned}$$

em que:

$$\Delta(h_{i \cdot}^{(0)}) - h_{j \cdot}^{(0)} = \Delta(h_{i \cdot}^{(0)}) + \Delta(h_{j \cdot}^{(0)}) - 2\text{Cov}(h_{i \cdot}^{(0)}, h_{j \cdot}^{(0)})$$

tem-se:

Para a variância do contraste entre efeitos das heteroses dos genitores,

4.2.6 Variância do contraste entre efeitos das heteroses dos genitores

$C\hat{ov}(Y_{i \cdot}^{(t)}, Y_{j \cdot}^{(t)}) = C\hat{ov}(Y_G^{(t)}, Y_{j \cdot}^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^{2(t)}$, $C\hat{ov}(Y_H^{(t)}, Y_{j \cdot}^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^{2(t)}$, e

os demais termos definidos como anteriormente, assim:

$$C\hat{ov}(\hat{h}_i^{(t)}, \hat{h}_j^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left[1 - \frac{2(p-1)}{p} + \frac{p-2}{2p} - \frac{p-2}{4} - \frac{2(p-1)}{p} + \frac{2(p-1)}{p} + \frac{p-2}{2p} - \frac{p-2}{4} + \frac{(p-2)^2}{4p} \right] \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$C\hat{ov}(\hat{h}_i^{(t)}, \hat{h}_j^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left[1 - \frac{2(p-1)}{p} + \frac{2(p-2)}{2p} - \frac{2(p-2)}{4} + \frac{(p-2)^2}{4p} \right] \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$C\hat{ov}(\hat{h}_i^{(t)}, \hat{h}_j^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left[\frac{-(p+2)(p-2)}{4p} \right] \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$C\hat{ov}(\hat{h}_i^{(t)}, \hat{h}_j^{(t)}) = -\frac{p+2}{4p(p-2)} \frac{QMR^{(t)}}{r} \quad (18)$$

então:

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)} - \hat{h}_j^{(t)}) = \hat{V}(\hat{h}_i^{(t)}) + \hat{V}(\hat{h}_j^{(t)}) - 2C\hat{ov}(\hat{h}_i^{(t)}, \hat{h}_j^{(t)})$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)} - \hat{h}_j^{(t)}) = \left[\frac{2(p-1)(p+2)}{4p(p-2)} + \frac{2(p+2)}{4p(p-2)} \right] \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)} - \hat{h}_j^{(t)}) = \frac{(p+2)[(p-1)+1]}{2p(p-2)} \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{h}_i^{(t)} - \hat{h}_j^{(t)}) = \frac{p+2}{2(p-2)} \frac{QMR^{(t)}}{r} \quad (19)$$

4.2.7 Variância do efeito da heterose específica

Para a variância do efeito da heterose específica, tem-se:

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = \hat{V} \left[Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p-2} \left((Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) + (Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) - \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right]$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = \hat{V} \left[\frac{1}{p-2} \left((p-2)Y_{ij}^{(t)} - Y_{i \cdot}^{(t)} + Y_{ii}^{(t)} - Y_{\cdot j}^{(t)} + Y_{jj}^{(t)} + \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = & \frac{1}{(p-2)^2} \left[(p-2)^2 \hat{V}(Y_{ij}^{(t)}) + \hat{V}(Y_{i \cdot}^{(t)}) + \hat{V}(Y_{ii}^{(t)}) + \hat{V}(Y_{\cdot j}^{(t)}) + \hat{V}(Y_{jj}^{(t)}) + \right. \\ & + \frac{4}{(p-1)^2} \hat{V}(Y_H^{(t)}) - 2(p-2) \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{i \cdot}^{(t)}) + 2(p-2) \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) - \\ & - 2(p-2) \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{\cdot j}^{(t)}) + 2(p-2) \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{jj}^{(t)}) + \frac{4(p-2)}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_H^{(t)}) - \\ & - 2 \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i \cdot}^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) + 2 \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i \cdot}^{(t)}, Y_{\cdot j}^{(t)}) - 2 \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i \cdot}^{(t)}, Y_{jj}^{(t)}) - \frac{4}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i \cdot}^{(t)}, Y_H^{(t)}) - \\ & - 2 \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ii}^{(t)}, Y_{\cdot j}^{(t)}) + 2 \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ii}^{(t)}, Y_{jj}^{(t)}) + \frac{4}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ii}^{(t)}, Y_H^{(t)}) - \\ & \left. - 2 \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{\cdot j}^{(t)}, Y_{jj}^{(t)}) - \frac{4}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{\cdot j}^{(t)}, Y_H^{(t)}) + \frac{4}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{jj}^{(t)}, Y_H^{(t)}) \right] \end{aligned}$$

como $\hat{V}(Y_{ij}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{i \cdot}^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^{2(t)}$, $\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{\cdot j}^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^{2(t)}$,
 $\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i \cdot}^{(t)}, Y_{jj}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ii}^{(t)}, Y_{\cdot j}^{(t)}) = 0$, e os demais termos definidos como anteriormente, assim:

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left((p-2)^2 + 2p + \frac{2p}{p-1} - 4(p-2) + \frac{4(p-2)}{p-1} - 8 \right) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left(\frac{p^3 - 7p^2 + 16p - 12}{p-1} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = \frac{1}{(p-2)^2} \left(\frac{(p-3)(p-2)^2}{p-1} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) = \frac{p-3}{p-1} \frac{QMR^{(t)}}{r} \quad (20)$$

4.2.8 Variância do contraste entre efeitos das heteroses específicas

Para o contraste que envolve a comparação entre duas combinações híbridas que apresentem pelo menos um genitor em comum, a estimativa de sua variância é dada por:

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{ik}^{(t)}) = \hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) + \hat{V}(\hat{s}_{ik}^{(t)}) - 2\text{C}\hat{\text{o}}\text{v}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)})$$

em que:

$$\text{C}\hat{\text{o}}\text{v}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{o}}\text{v} \left[\frac{1}{p-2} \left((p-2)Y_{ij}^{(t)} - Y_{i\cdot}^{(t)} + Y_{i\bar{i}}^{(t)} - Y_{\cdot j}^{(t)} + Y_{j\bar{j}}^{(t)} + \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right. \\ \left. \frac{1}{p-2} \left((p-2)Y_{ik}^{(t)} - Y_{i\cdot}^{(t)} + Y_{i\bar{i}}^{(t)} - Y_{\cdot k}^{(t)} + Y_{k\bar{k}}^{(t)} + \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right]$$

Para efeitos de simplificação, os termos em que a estimativa da covariância for igual a zero serão desconsiderados para o desenvolvimento da expressão anterior. Então:

$$\begin{aligned} \text{C}\hat{\text{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) = & \frac{1}{(p-2)^2} \left[-(p-2)\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_{i\cdot}^{(t)}) + \frac{2(p-2)}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_H^{(t)}) - \right. \\ & -(p-2)\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i\cdot}^{(t)}, Y_{ik}^{(t)}) + \hat{V}(Y_{i\cdot}^{(t)}) - \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i\cdot}^{(t)}, Y_{ii}^{(t)}) + \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i\cdot}^{(t)}, Y_{\cdot k}^{(t)}) - \\ & - \frac{2}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i\cdot}^{(t)}, Y_H^{(t)}) - \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{ii}^{(t)}, Y_{i\cdot}^{(t)}) + \hat{V}(Y_{ii}^{(t)}) + \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{\cdot j}^{(t)}, Y_{i\cdot}^{(t)}) + \\ & + \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{\cdot j}^{(t)}, Y_{\cdot k}^{(t)}) - \frac{2}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{\cdot j}^{(t)}, Y_H^{(t)}) + \frac{2(p-2)}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{ik}^{(t)}) - \\ & \left. - \frac{2}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{i\cdot}^{(t)}) - \frac{2}{p-1} \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{\cdot k}^{(t)}) + \frac{4}{(p-1)^2} \hat{V}(Y_H^{(t)}) \right] \end{aligned}$$

como $\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i\cdot}^{(t)}, Y_{ik}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{i\cdot}^{(t)}, Y_{\cdot k}^{(t)}) = \text{C}\hat{\text{ov}}(Y_{\cdot j}^{(t)}, Y_{\cdot k}^{(t)}) = \hat{\sigma}_{e_j}^{2(t)}$,
 $\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{ik}^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^{2(t)}$, $\text{C}\hat{\text{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{\cdot k}^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^{2(t)}$, e os demais termos definidos como anteriormente, então:

$$\begin{aligned} \text{C}\hat{\text{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \left(-2(p-2) + \frac{4(p-2)}{p-1} + p-6 + \frac{2p}{p-1} \right) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r} \\ \text{C}\hat{\text{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \left(-p-2 + \frac{6p-8}{p-1} \right) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r} \\ \text{C}\hat{\text{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \left(\frac{-p^2 + 5p - 6}{p-1} \right) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r} \\ \text{C}\hat{\text{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \left(\frac{-(p-3)(p-2)}{p-1} \right) \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r} \\ \text{C}\hat{\text{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{-(p-3)}{(p-2)(p-1)} \frac{\text{QMR}^{(t)}}{r} \end{aligned} \quad (21)$$

assim:

$$\begin{aligned}\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \left(\frac{2(p-3)}{p-1} + \frac{2(p-3)}{(p-1)(p-2)} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r} \\ \hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{2(p-3)}{p-1} \left(1 + \frac{1}{p-2} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r} \\ \hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{ik}^{(t)}) &= \frac{2(p-3)}{p-2} \frac{QMR^{(t)}}{r}\end{aligned}\quad (22)$$

Para as demais comparações entre os efeitos das heteroses específicas, o estimador da variância do contraste é dado por:

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{km}^{(t)}) = \hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)}) + \hat{V}(\hat{s}_{km}^{(t)}) - 2C\hat{ov}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)})$$

em que:

$$\begin{aligned}C\hat{ov}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)}) &= C\hat{ov} \left[\frac{1}{p-2} \left((p-2)Y_{ij}^{(t)} - Y_{i.}^{(t)} + Y_{.j}^{(t)} - Y_{.j}^{(t)} + Y_{ij}^{(t)} + \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{p-2} \left((p-2)Y_{km}^{(t)} - Y_{k.}^{(t)} + Y_{.k}^{(t)} - Y_{.m}^{(t)} + Y_{mm}^{(t)} + \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right]\end{aligned}$$

Os termos em que a estimativa da covariância for igual a zero serão desconsiderados para o desenvolvimento da expressão anterior. Então:

$$\begin{aligned} \widehat{C\hat{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)}) = & \frac{1}{(p-2)^2} \left[\frac{2(p-2)}{p-1} \widehat{C\hat{ov}}(Y_{ij}^{(t)}, Y_H^{(t)}) + \widehat{C\hat{ov}}(Y_i^{(t)}, Y_k^{(t)}) + \right. \\ & + \widehat{C\hat{ov}}(Y_i^{(t)}, Y_m^{(t)}) - \frac{2}{p-1} \widehat{C\hat{ov}}(Y_i^{(t)}, Y_H^{(t)}) + \widehat{C\hat{ov}}(Y_j^{(t)}, Y_k^{(t)}) + \\ & + \widehat{C\hat{ov}}(Y_j^{(t)}, Y_m^{(t)}) - \frac{2}{p-1} \widehat{C\hat{ov}}(Y_j^{(t)}, Y_H^{(t)}) + \frac{2(p-2)}{p-1} \widehat{C\hat{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{km}^{(t)}) - \\ & \left. - \frac{2}{p-1} \widehat{C\hat{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_k^{(t)}) - \frac{2}{p-1} \widehat{C\hat{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_m^{(t)}) + \frac{4}{(p-1)^2} \hat{V}(Y_H^{(t)}) \right] \end{aligned}$$

como $\widehat{C\hat{ov}}(Y_i^{(t)}, Y_k^{(t)}) = \widehat{C\hat{ov}}(Y_i^{(t)}, Y_m^{(t)}) = \widehat{C\hat{ov}}(Y_j^{(t)}, Y_k^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2(t)$,
 $\widehat{C\hat{ov}}(Y_j^{(t)}, Y_m^{(t)}) = \widehat{C\hat{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_{km}^{(t)}) = \hat{\sigma}_e^2(t)$, $\widehat{C\hat{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_k^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^2(t)$,
 $\widehat{C\hat{ov}}(Y_H^{(t)}, Y_m^{(t)}) = (p-1)\hat{\sigma}_e^2(t)$, e os demais termos definidos como anteriormente, então:

$$\begin{aligned} \widehat{C\hat{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \left(\frac{4(p-2)}{p-1} - 4 + \frac{2p}{p-1} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r} \\ \widehat{C\hat{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \left(-4 + \frac{6p-8}{p-1} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r} \\ \widehat{C\hat{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)}) &= \frac{1}{(p-2)^2} \frac{2(p-2)}{p-1} \frac{QMR^{(t)}}{r} \\ \widehat{C\hat{ov}}(\hat{s}_{ij}^{(t)}, \hat{s}_{km}^{(t)}) &= \frac{2}{(p-1)(p-2)} \frac{QMR^{(t)}}{r} \end{aligned} \tag{23}$$

então:

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{km}^{(t)}) = \left(\frac{2(p-3)}{p-1} - \frac{4}{(p-1)(p-2)} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{km}^{(t)}) = \frac{2}{p-1} \left((p-3) - \frac{2}{p-2} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{km}^{(t)}) = \frac{2}{p-1} \left(\frac{(p-4)(p-1)}{p-2} \right) \frac{QMR^{(t)}}{r}$$

$$\hat{V}(\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{km}^{(t)}) = \frac{2(p-4)}{p-2} \frac{QMR^{(t)}}{r} \quad (24)$$

Observa-se que as expressões dos estimadores das variâncias dos parâmetros dos efeitos e dos contrastes entre efeitos, que foram obtidas anteriormente, são equivalentes às obtidas considerando o modelo univariado de Gardner & Eberhart (1966).

4.3 Estimadores das somas de quadrados e produtos dos efeitos

Para a obtenção das matrizes de somas de quadrados e produtos dos efeitos do tratamento, do genitor, da heterose, da heterose média, da heterose do genitor e da heterose específica foi necessária a obtenção das matrizes de SQP associadas aos parâmetros de cada modelo considerado.

4.3.1 Matriz de SQP para o modelo reduzido (1)

Tem-se, para o modelo reduzido (1), que a matriz de SQP é dada por:

$$\text{SQP do modelo reduzido (1)} = R (m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}) = \hat{\beta}' X' Y_{(t)}$$

Matricialmente, considerando um dialelo específico, em que se dispõe de quatro genitores e de seus híbridos e a avaliação de três variáveis, sem perda de generalidades, tem-se que as matrizes $\hat{\beta}'$ e $X'Y_{(1)}$ são dadas por:

$$\hat{\beta}' = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} & \hat{v}_1^{(1)} & \hat{v}_2^{(1)} & \hat{v}_3^{(1)} & \hat{v}_4^{(1)} \\ \hat{m}^{(2)} & \hat{v}_1^{(2)} & \hat{v}_2^{(2)} & \hat{v}_3^{(2)} & \hat{v}_4^{(2)} \\ \hat{m}^{(3)} & \hat{v}_1^{(3)} & \hat{v}_2^{(3)} & \hat{v}_3^{(3)} & \hat{v}_4^{(3)} \end{vmatrix}$$

$$X'Y_{(1)} = \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \end{vmatrix}$$

então:

$$\hat{\beta}'X'Y_{(1)} = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} & \hat{v}_1^{(1)} & \hat{v}_2^{(1)} & \hat{v}_3^{(1)} & \hat{v}_4^{(1)} \\ \hat{m}^{(2)} & \hat{v}_1^{(2)} & \hat{v}_2^{(2)} & \hat{v}_3^{(2)} & \hat{v}_4^{(2)} \\ \hat{m}^{(3)} & \hat{v}_1^{(3)} & \hat{v}_2^{(3)} & \hat{v}_3^{(3)} & \hat{v}_4^{(3)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \end{vmatrix}$$

Para o elemento da primeira linha e primeira coluna (a_{11}) da matriz de SQP, dada por $\hat{\beta}'X'Y_{(1)}$, tem-se que:

$$a_{11} = \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(1)} + \hat{v}_1^{(1)} (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 + \dots + \hat{v}_4^{(1)} (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2$$

$$a_{11} = \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(1)} + \sum_i \hat{v}_i^{(1)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(1)} + Y_{i.}^{(1)})$$

Para o elemento da primeira linha e segunda coluna (a_{12}), obtêm-se:

$$a_{12} = \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(2)} + \hat{v}_1^{(1)} (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 + \dots + \hat{v}_4^{(1)} (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2$$

$$a_{12} = \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(2)} + \sum_i \hat{v}_i^{(1)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(2)} + Y_{i.}^{(2)})$$

A matriz de SQP resultante do desenvolvimento de $\hat{\beta}' X' Y_{(t)}$ apresentará dimensão $k \times k$, em que k representa o número de variáveis analisadas no cruzamento dialélico. Observa-se que, na diagonal da matriz, têm-se as somas de quadrados e fora da diagonal têm-se as somas de produtos. Seja o elemento a_{mn} pertencente a essa matriz de SQP, em que o m representa a m -ésima linha e o n representa a n -ésima coluna, para $m, n = 1, 2, \dots, t, \dots, k$, generalizando para todos os elementos da matriz, tem-se que:

$$a_{tt} = \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) \quad (25)$$

para $m = n = t$, e

$$a_{mn} = \hat{m}^{(m)} Y_{..}^{(n)} + \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) \quad (26)$$

para $m \neq n$.

4.3.2 Matriz de SQP para o modelo reduzido (2)

Para o modelo reduzido (2), a matriz de SQP é dada por:

$$\text{SQP do modelo reduzido (2)} = R (m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}) = \hat{\beta}' X' Y_{(2)}$$

Matricialmente, para o modelo reduzido (2), tem-se que:

$$\hat{\beta}' = \begin{vmatrix} \hat{m}_G^{(1)} & \hat{v}_1^{(1)} & \hat{v}_2^{(1)} & \hat{v}_3^{(1)} & \hat{v}_4^{(1)} & \bar{h}^{(1)} \\ \hat{m}_G^{(2)} & \hat{v}_1^{(2)} & \hat{v}_2^{(2)} & \hat{v}_3^{(2)} & \hat{v}_4^{(2)} & \bar{h}^{(2)} \\ \hat{m}_G^{(3)} & \hat{v}_1^{(3)} & \hat{v}_2^{(3)} & \hat{v}_3^{(3)} & \hat{v}_4^{(3)} & \bar{h}^{(3)} \end{vmatrix}$$

$$X'Y_{(2)} = \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \\ Y_H^{(1)} & Y_H^{(2)} & Y_H^{(3)} \end{vmatrix}$$

O elemento da primeira linha e da primeira coluna (a_{11}) da matriz de SQP resultante do produto de $\hat{\beta}' X' Y_{(2)}$ é dado por:

$$a_{11} = \hat{m}_G^{(1)} Y_{..}^{(1)} + \hat{v}_1^{(1)} \frac{Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)}}{2} + \dots + \hat{v}_4^{(1)} \frac{Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)}}{2} + \bar{h}^{(1)} Y_H^{(1)}$$

$$a_{11} = \hat{m}_G^{(1)} Y_{..}^{(1)} + \sum_i \hat{v}_i^{(1)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(1)} + Y_{i.}^{(1)}) + \bar{h}^{(1)} Y_H^{(1)}$$

Para o elemento da primeira linha e segunda coluna (a_{12}), obtêm-se:

$$a_{12} = \hat{m}_G^{(1)} Y_{..}^{(2)} + \hat{v}_1^{(1)} \frac{Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)}}{2} + \dots + \hat{v}_4^{(1)} \frac{Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)}}{2} + \bar{h}^{(1)} Y_H^{(2)}$$

$$a_{12} = \hat{m}_G^{(1)} Y_{..}^{(2)} + \sum_i \hat{v}_i^{(1)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(2)} + Y_{i.}^{(2)}) + \bar{h}^{(1)} Y_H^{(2)}$$

generalizando, tem-se que:

$$a_{nt} = \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} \quad (27)$$

para $m = n = t$, e

$$a_{mm} = \hat{m}_G^{(m)} Y_{..}^{(n)} + \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) + \bar{h}^{(m)} Y_H^{(n)} \quad (28)$$

para $m \neq n$.

4.3.3 Matriz de SQP para o modelo reduzido (3)

Para o modelo reduzido (3), a matriz de SQP é dada por:

$$\begin{aligned} \text{SQP do modelo reduzido (3)} &= R (m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(3)} \end{aligned}$$

Matricialmente, tem-se que:

$$\hat{\beta}' = \begin{pmatrix} \hat{m}_G^{(1)} & \hat{v}'_1^{(1)} & \hat{v}'_2^{(1)} & \hat{v}'_3^{(1)} & \hat{v}'_4^{(1)} & \bar{h}^{(1)} & \hat{h}_1^{(1)} & \hat{h}_2^{(1)} & \hat{h}_3^{(1)} & \hat{h}_4^{(1)} \\ \hat{m}_G^{(2)} & \hat{v}'_1^{(2)} & \hat{v}'_2^{(2)} & \hat{v}'_3^{(2)} & \hat{v}'_4^{(2)} & \bar{h}^{(2)} & \hat{h}_1^{(2)} & \hat{h}_2^{(2)} & \hat{h}_3^{(2)} & \hat{h}_4^{(2)} \\ \hat{m}_G^{(3)} & \hat{v}'_1^{(3)} & \hat{v}'_2^{(3)} & \hat{v}'_3^{(3)} & \hat{v}'_4^{(3)} & \bar{h}^{(3)} & \hat{h}_1^{(3)} & \hat{h}_2^{(3)} & \hat{h}_3^{(3)} & \hat{h}_4^{(3)} \end{pmatrix}$$

$$X'Y_{(3)} = \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \\ Y_H^{(1)} & Y_H^{(2)} & Y_H^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} - Y_{11}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} - Y_{11}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} - Y_{11}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} - Y_{22}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} - Y_{22}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} - Y_{22}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} - Y_{33}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} - Y_{33}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} - Y_{33}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} - Y_{44}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} - Y_{44}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} - Y_{44}^{(3)} \end{vmatrix}$$

Generalizando, para os elementos da diagonal da matriz de SQP, as somas de quadrados são dadas por:

$$a_{tt} = \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} + \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) \quad (29)$$

para $m = n = t$, e as somas de produtos são dadas por:

$$a_{mm} = \hat{m}_G^{(m)} Y_{..}^{(n)} + \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) + \bar{h}^{(m)} Y_H^{(n)} + \sum_i \hat{h}_i^{(m)} (Y_{i.}^{(n)} - Y_{ii}^{(n)}) \quad (30)$$

para $m \neq n$.

4.3.4 Matriz de SQP para o modelo completo (4)

Para o modelo completo (4), tem-se que:

$$\begin{aligned} \text{SQP do modelo completo (4)} &= R (m^{(t)}, v_i^{(t)}, v_j^{(t)}, \bar{h}^{(t)}, h_i^{(t)}, h_j^{(t)}, s_{ij}^{(t)}) = \\ &= \hat{\beta}' X' Y_{(4)} \end{aligned}$$

Matricialmente, as matrizes $\hat{\beta}'$ e $X'Y_{(4)}$ são dadas por:

$$\hat{\beta}' = \begin{pmatrix} \hat{m}_G^{(1)} & \hat{v}_1^{(1)} & \hat{v}_2^{(1)} & \hat{v}_3^{(1)} & \hat{v}_4^{(1)} & \bar{h}^{(1)} & \hat{h}_1^{(1)} & \hat{h}_2^{(1)} & \hat{h}_3^{(1)} & \hat{h}_4^{(1)} & \hat{s}_{12}^{(1)} & \hat{s}_{13}^{(1)} & \hat{s}_{14}^{(1)} & \hat{s}_{23}^{(1)} & \hat{s}_{24}^{(1)} & \hat{s}_{34}^{(1)} \\ \hat{m}_G^{(2)} & \hat{v}_1^{(2)} & \hat{v}_2^{(2)} & \hat{v}_3^{(2)} & \hat{v}_4^{(2)} & \bar{h}^{(2)} & \hat{h}_1^{(2)} & \hat{h}_2^{(2)} & \hat{h}_3^{(2)} & \hat{h}_4^{(2)} & \hat{s}_{12}^{(2)} & \hat{s}_{13}^{(2)} & \hat{s}_{14}^{(2)} & \hat{s}_{23}^{(2)} & \hat{s}_{24}^{(2)} & \hat{s}_{34}^{(2)} \\ \hat{m}_G^{(3)} & \hat{v}_1^{(3)} & \hat{v}_2^{(3)} & \hat{v}_3^{(3)} & \hat{v}_4^{(3)} & \bar{h}^{(3)} & \hat{h}_1^{(3)} & \hat{h}_2^{(3)} & \hat{h}_3^{(3)} & \hat{h}_4^{(3)} & \hat{s}_{12}^{(3)} & \hat{s}_{13}^{(3)} & \hat{s}_{14}^{(3)} & \hat{s}_{23}^{(3)} & \hat{s}_{24}^{(3)} & \hat{s}_{34}^{(3)} \end{pmatrix}$$

$$X'Y_{(4)} = \begin{pmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ (Y_{11}^{(1)} + Y_{1.}^{(1)})/2 & (Y_{11}^{(2)} + Y_{1.}^{(2)})/2 & (Y_{11}^{(3)} + Y_{1.}^{(3)})/2 \\ (Y_{22}^{(1)} + Y_{2.}^{(1)})/2 & (Y_{22}^{(2)} + Y_{2.}^{(2)})/2 & (Y_{22}^{(3)} + Y_{2.}^{(3)})/2 \\ (Y_{33}^{(1)} + Y_{3.}^{(1)})/2 & (Y_{33}^{(2)} + Y_{3.}^{(2)})/2 & (Y_{33}^{(3)} + Y_{3.}^{(3)})/2 \\ (Y_{44}^{(1)} + Y_{4.}^{(1)})/2 & (Y_{44}^{(2)} + Y_{4.}^{(2)})/2 & (Y_{44}^{(3)} + Y_{4.}^{(3)})/2 \\ Y_H^{(1)} & Y_H^{(2)} & Y_H^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} - Y_{11}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} - Y_{11}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} - Y_{11}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} - Y_{22}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} - Y_{22}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} - Y_{22}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} - Y_{33}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} - Y_{33}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} - Y_{33}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} - Y_{44}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} - Y_{44}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} - Y_{44}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{pmatrix}$$

Generalizando, para os elementos da diagonal da matriz de SQP, tem-se que as somas de quadrados são dadas por:

$$a_{ii} = \hat{m}_G^{(i)} Y_{..}^{(i)} + \sum_i \hat{v}_i^{(i)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(i)} + Y_{i.}^{(i)}) + \bar{h}^{(i)} Y_H^{(i)} +$$

$$+ \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{\bar{i}}^{(t)}) + \sum_{i < j} \sum \hat{s}_{ij}^{(t)} Y_{ij}^{(t)} \quad (31)$$

para $m = n = t$, e as somas de produtos são dadas por:

$$\begin{aligned} a_{mn} = & \hat{m}_G^{(m)} Y_{\cdot\cdot}^{(n)} + \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{\bar{i}}^{(n)} + Y_{i\cdot}^{(n)}) + \bar{h}^{(m)} Y_H^{(n)} + \\ & + \sum_i \hat{h}_i^{(m)} (Y_{i\cdot}^{(n)} - Y_{\bar{i}}^{(n)}) + \sum_{i < j} \sum \hat{s}_{ij}^{(t)} Y_{ij}^{(t)} \end{aligned} \quad (32)$$

para $m \neq n$.

4.3.5 Matriz de SQP para a constante (C)

Para a obtenção da matriz de SQP da constante, tem-se que:

$$\text{SQP da constante} = R(\hat{m}^{(t)}) = \hat{\beta}' X' Y_{(5)} = C$$

Matricialmente, as matrizes $\hat{\beta}'$ e $X' Y_{(5)}$ são dadas por:

$$\hat{\beta}' = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} \\ \hat{m}^{(2)} \\ \hat{m}^{(3)} \end{vmatrix} \quad X' Y_{(5)} = \begin{vmatrix} Y_{\cdot\cdot}^{(1)} & Y_{\cdot\cdot}^{(2)} & Y_{\cdot\cdot}^{(3)} \end{vmatrix}$$

então:

$$C = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} Y_{\cdot\cdot}^{(1)} & \hat{m}^{(1)} Y_{\cdot\cdot}^{(2)} & \hat{m}^{(1)} Y_{\cdot\cdot}^{(3)} \\ \hat{m}^{(2)} Y_{\cdot\cdot}^{(1)} & \hat{m}^{(2)} Y_{\cdot\cdot}^{(2)} & \hat{m}^{(2)} Y_{\cdot\cdot}^{(3)} \\ \hat{m}^{(3)} Y_{\cdot\cdot}^{(1)} & \hat{m}^{(3)} Y_{\cdot\cdot}^{(2)} & \hat{m}^{(3)} Y_{\cdot\cdot}^{(3)} \end{vmatrix}$$

generalizando, para os elementos da diagonal da matriz de SQP, obtêm-se

$$a_{tt} = \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} \quad (33)$$

para $m = n = t$, e para os demais elementos, tem-se:

$$a_{mm} = \hat{m}^{(m)} Y_{..}^{(n)} \quad (34)$$

em que $m \neq n$.

4.3.6 Matriz de SQP para o efeito do genitor

A matriz de SQP para efeito do genitor é dada por:

$$\text{SQP (genitor)} = \hat{\beta}' X' Y_{(t)} - C$$

Para os elementos da diagonal da matriz de SQP (genitor), em que $m = n = t$, tem-se que:

$$a_{tt} = \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) - \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)}$$

$$a_{tt} = \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})$$

$$a_{tt} = \sum_i \left[\frac{2}{p+2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) - \frac{2}{p} Y_{..}^{(t)} \right] \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})$$

$$a_{tt} = \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})^2 - \frac{2}{p} Y_{..}^{(t)} \sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) \right]$$

Demonstra-se, por propriedades de somatório, que:

$$\sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) = 2Y_{..}^{(t)}$$

assim:

$$a_{tt} = \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)})^2 - \frac{4}{p} Y_{..}^{2(t)} \right] \quad (35)$$

Para os demais elementos da matriz de SQP (genitor), no qual $m \neq n$, tem-se:

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) \\ a_{mn} &= \sum_i \left[\frac{2}{p+2} (Y_{ii}^{(m)} + Y_{i.}^{(m)}) - \frac{2}{p} Y_{..}^{(m)} \right] \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) \\ a_{mn} &= \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(m)} + Y_{i.}^{(m)}) (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) - \frac{2}{p} Y_{..}^{(m)} \sum_i (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) \right] \\ a_{mn} &= \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(m)} + Y_{i.}^{(m)}) (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i.}^{(n)}) - \frac{4}{p} Y_{..}^{(m)} Y_{..}^{(n)} \right] \quad (36) \end{aligned}$$

4.3.7 Matriz de SQP para o efeito da heterose média

A matriz de SQP para o efeito da heterose média é dada por:

$$\text{SQP (heterose média)} = \hat{\beta}' X' Y_{(2)} - \hat{\beta}' X' Y_{(1)}$$

Os elementos da diagonal da matriz de SQP (heterose média), em que $m = n = t$, são dados por:

$$\begin{aligned}
 a_{tt} &= \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} - \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} - \\
 &\quad - \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) \\
 a_{tt} &= \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} - \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} \\
 a_{tt} &= \frac{Y_G^{(t)}}{p} Y_{..}^{(t)} + \frac{1}{p(p-1)} (Y_{..}^{(t)} + Y_H^{(t)} - p Y_G^{(t)}) Y_H^{(t)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)} Y_{..}^{(t)} \\
 a_{tt} &= \frac{1}{p} Y_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \frac{1}{p(p-1)} (Y_{..}^{(t)} Y_H^{(t)} + Y_H^2{}^{(t)} - p Y_G^{(t)} Y_H^{(t)}) - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)2} \\
 a_{tt} &= \frac{1}{p} Y_G^{(t)} (Y_G^{(t)} + Y_H^{(t)}) + \frac{1}{p(p-1)} [(Y_G^{(t)} + Y_H^{(t)}) Y_H^{(t)} + Y_H^2{}^{(t)} - p Y_G^{(t)} Y_H^{(t)}] - \\
 &\quad - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)2} \\
 a_{tt} &= \frac{1}{p} Y_G^2{}^{(t)} + \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p(p-1)} - \frac{1}{p-1} \right) Y_G^{(t)} Y_H^{(t)} + \frac{2}{p(p-1)} Y_H^2{}^{(t)} - \\
 &\quad - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)2} \\
 a_{tt} &= \frac{1}{p} Y_G^2{}^{(t)} + \frac{2}{p(p-1)} Y_H^2{}^{(t)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(t)2} \tag{37}
 \end{aligned}$$

Para os demais elementos da matriz de SQP (heterose média), em que $m \neq n$, tem-se que:

$$a_{mm} = \hat{m}_G^{(m)} Y_{..}^{(n)} + \bar{h}^{(m)} Y_H^{(n)} - \hat{m}^{(m)} Y_{..}^{(n)}$$

$$a_{mm} = \frac{Y_G^{(m)}}{p} Y_{..}^{(n)} + \frac{1}{p(p-1)} (Y_{..}^{(m)} + Y_H^{(m)} - p Y_G^{(m)}) Y_H^{(n)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(m)} Y_{..}^{(n)}$$

$$a_{mm} = \frac{1}{p} Y_G^{(m)} Y_{..}^{(n)} + \frac{1}{p(p-1)} (Y_{..}^{(m)} Y_H^{(n)} + Y_H^{(m)} Y_H^{(n)} - p Y_G^{(m)} Y_H^{(n)}) - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(m)} Y_{..}^{(n)}$$

$$a_{mm} = \frac{1}{p} Y_G^{(m)} Y_G^{(n)} + \frac{2}{p(p-1)} Y_H^{(m)} Y_H^{(n)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(m)} Y_{..}^{(n)} \quad (38)$$

4.3.8 Matriz de SQP para o efeito da heterose do genitor

Para a obtenção da matriz de SQP para o efeito da heterose do genitor, tem-se que:

$$\text{SQP (heterose do genitor)} = \hat{\beta}' X' Y_{(3)} - \hat{\beta}' X' Y_{(2)}$$

Para os elementos da diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se que:

$$\begin{aligned} a_{tt} &= \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} + \\ &+ \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) - \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} - \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) - \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} \\ a_{tt} &= \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) + \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) - \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) \\ a_{tt} &= \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) + \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) - \text{SQP (genitor)} \end{aligned}$$

$$a_u = \sum_i (Y_{ii}^{(u)} - \frac{1}{p} Y_G^{(u)}) \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(u)} + Y_i^{(u)}) + \sum_i \frac{1}{p-2} (Y_i^{(u)} - \frac{p}{2} Y_{ii}^{(u)} - \frac{2}{p} Y_H^{(u)} + \frac{p-2}{2p} Y_G^{(u)}) (Y_i^{(u)} - Y_{ii}^{(u)}) - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_u = \frac{1}{2} \sum_i Y_{ii}^{(u)} (Y_{ii}^{(u)} + Y_i^{(u)}) - \frac{1}{2p} \sum_i Y_G^{(u)} (Y_{ii}^{(u)} + Y_i^{(u)}) + \frac{1}{p-2} \sum_i Y_i^{(u)} (Y_i^{(u)} - Y_{ii}^{(u)}) - \frac{p}{2(p-2)} \sum_i Y_{ii}^{(u)} (Y_i^{(u)} - Y_{ii}^{(u)}) - \frac{2}{p(p-2)} \sum_i Y_H^{(u)} (Y_i^{(u)} - Y_{ii}^{(u)}) + \frac{1}{2p} \sum_i Y_G^{(u)} (Y_i^{(u)} - Y_{ii}^{(u)}) - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_u = \frac{1}{2} \sum_i (Y_{ii}^{2(u)} + Y_{ii}^{(u)} Y_i^{(u)}) - \frac{1}{2p} \sum_i (Y_G^{(u)} Y_{ii}^{(u)} + Y_G^{(u)} Y_i^{(u)}) + \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_i^{2(u)} - Y_i^{(u)} Y_{ii}^{(u)}) - \frac{p}{2(p-2)} \sum_i (Y_{ii}^{(u)} Y_i^{(u)} - Y_{ii}^{2(u)}) - \frac{2}{p(p-2)} \sum_i (Y_H^{(u)} Y_i^{(u)} - Y_H^{(u)} Y_{ii}^{(u)}) + \frac{1}{2p} \sum_i (Y_G^{(u)} Y_i^{(u)} - Y_G^{(u)} Y_{ii}^{(u)}) - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_u = \frac{p-1}{p-2} \sum_i Y_{ii}^{2(u)} - \frac{2}{p-2} \sum_i Y_{ii}^{(u)} Y_i^{(u)} - \frac{1}{p} \sum_i Y_G^{(u)} Y_{ii}^{(u)} + \frac{1}{p-2} \sum_i Y_i^{2(u)} - \frac{2}{p(p-2)} (Y_H^{(u)} \sum_i Y_i^{(u)} - Y_H^{(u)} \sum_i Y_{ii}^{(u)}) - \text{SQP (genitor)}$$

como:

$$i) \quad \sum_i Y_{ii}^{(u)} = Y_G^{(u)}$$

$$\text{ii) } \sum_i Y_{i \cdot}^{(t)} = Y_G^{(t)} + 2Y_H^{(t)}$$

então:

$$a_{tt} = \frac{p-1}{p-2} \sum_i Y_{ii}^{2(t)} - \frac{2}{p-2} \sum_i Y_{ii}^{(t)} Y_{i \cdot}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{2(t)} + \frac{1}{p-2} \sum_i Y_{i \cdot}^{2(t)} -$$

$$-\frac{2}{p(p-2)} [Y_H^{(t)}(Y_G^{(t)} + 2Y_H^{(t)}) - Y_H^{(t)} Y_G^{(t)}] - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_{tt} = \sum_i Y_{ii}^{2(t)} + \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i \cdot}^{2(t)} - 2Y_{ii}^{(t)} Y_{i \cdot}^{(t)} + Y_{ii}^{2(t)}) - \frac{1}{p} Y_G^{2(t)} -$$

$$-\frac{4}{p(p-2)} Y_H^{2(t)} - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_{tt} = \sum_i Y_{ii}^{2(t)} + \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})^2 - \frac{1}{p} Y_G^{2(t)} -$$

$$-\frac{4}{p(p-2)} Y_H^{2(t)} - \text{SQP (genitor)}$$

substituindo-se a expressão da SQP (genitor), então:

$$a_{tt} = \sum_i Y_{ii}^{2(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{2(t)} + \frac{1}{p-2} \left[\sum_i (Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})^2 - \frac{4}{p} Y_H^{2(t)} \right] -$$

$$-\frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)})^2 - \frac{4}{p} Y_{..}^{2(t)} \right] \quad (39)$$

Os demais elementos da matriz de SQP (heterose do genitor), no qual $m \neq n$, são dados por:

$$a_{mn} = \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i \cdot}^{(n)}) + \sum_i \hat{h}_i^{(m)} (Y_{i \cdot}^{(n)} - Y_{ii}^{(n)}) - \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i \cdot}^{(n)})$$

$$a_{mn} = \sum_i \hat{v}_i^{(m)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i \cdot}^{(n)}) + \sum_i \hat{h}_i^{(m)} (Y_{i \cdot}^{(n)} - Y_{ii}^{(n)}) - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_{mn} = \sum_i (Y_{ii}^{(m)} - \frac{1}{p} Y_G^{(m)}) \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i \cdot}^{(n)}) + \sum_i \frac{1}{p-2} (Y_{i \cdot}^{(m)} - \frac{p}{2} Y_{ii}^{(m)} - \frac{2}{p} Y_H^{(m)} + \frac{p-2}{2p} Y_G^{(m)}) (Y_{i \cdot}^{(n)} - Y_{ii}^{(n)}) - \text{SQP (genitor)}$$

$$a_{mn} = \sum_i Y_{ii}^{(m)} Y_{ii}^{(n)} - \frac{1}{p} Y_G^{(m)} Y_G^{(n)} + \frac{1}{p-2} \left[\sum_i (Y_{i \cdot}^{(m)} - Y_{ii}^{(m)}) (Y_{i \cdot}^{(n)} - Y_{ii}^{(n)}) - \frac{4}{p} Y_H^{(m)} Y_H^{(n)} \right] - \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(m)} + Y_{i \cdot}^{(m)}) (Y_{ii}^{(n)} + Y_{i \cdot}^{(n)}) - \frac{4}{p} Y_{..}^{(m)} Y_{..}^{(n)} \right] \quad (40)$$

4.3.9 Matriz de SQP para o efeito da heterose específica

A matriz de SQP para o efeito da heterose específica é dada por:

$$\text{SQP (heterose específica)} = \hat{\beta}' X' Y_{(4)} - \hat{\beta}' X' Y_{(3)}$$

Para os elementos da diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se que as somas de quadrados são dadas por:

$$a_{tt} = \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} + \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) + \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(t)} Y_{ij}^{(t)} - \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} - \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)}) - \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} - \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})$$

$$a_{tt} = \sum_{i < j} \sum \hat{s}_{ij}^{(t)} Y_{ij}^{(t)}$$

$$a_{tt} = \sum_{i < j} \sum \left[Y_{ij}^{(t)} - \frac{1}{p-2} \left((Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) + (Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) - \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} \right) \right] Y_{ij}^{(t)}$$

$$a_{tt} = \sum_{i < j} \sum Y_{ij}^{2(t)} - \frac{1}{p-2} \sum_{i < j} \sum (Y_{i \cdot}^{(t)} + Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) Y_{ij}^{(t)} + \\ + \frac{1}{p-2} \sum_{i < j} \sum \frac{2}{p-1} Y_H^{(t)} Y_{ij}^{(t)}$$

Demonstra-se, por propriedades de somatório, que:

$$i) \quad \sum_{i < j} \sum (Y_{i \cdot}^{(t)} + Y_{\cdot j}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)} - Y_{jj}^{(t)}) Y_{ij}^{(t)} = \sum_i (Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})^2$$

$$ii) \quad \sum_{i < j} \sum Y_{ij}^{(t)} = Y_H^{(t)}$$

assim:

$$a_{tt} = \sum_{i < j} \sum Y_{ij}^{2(t)} - \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i \cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})^2 + \frac{2}{(p-1)(p-2)} Y_H^{2(t)} \quad (41)$$

Para os demais elementos da matriz de SQP (heterose específica), no qual $m \neq n$, tem-se que:

$$a_{mn} = \sum_{i < j} \sum \hat{s}_{ij}^{(m)} Y_{ij}^{(n)}$$

$$a_{mm} = \sum_{i < j} \sum_j \left[Y_{ij}^{(m)} - \frac{1}{p-2} \left((Y_{i\cdot}^{(m)} - Y_{ii}^{(m)}) + (Y_{\cdot j}^{(m)} - Y_{jj}^{(m)}) - \frac{2}{p-1} Y_H^{(m)} \right) \right] Y_{ij}^{(n)}$$

$$a_{mm} = \sum_{i < j} \sum_j Y_{ij}^{(m)} Y_{ij}^{(n)} - \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i\cdot}^{(m)} - Y_{ii}^{(m)}) (Y_{i\cdot}^{(n)} - Y_{ii}^{(n)}) +$$

$$+ \frac{2}{(p-1)(p-2)} Y_H^{(m)} Y_H^{(n)} \quad (42)$$

A matriz de SQP para o efeito da heterose específica pode ser calculada, de maneira equivalente, por:

$$\text{SQP (heterose específica)} = \text{SQP (heterose)} - \text{SQP (heterose média)} -$$

$$- \text{SQP (heterose do genitor)}$$

4.3.10 Matriz de SQP para o efeito do tratamento

A matriz de SQP para o efeito do tratamento é dada por:

$$\text{SQP (tratamento)} = \hat{\beta}' X' Y_{(4)} - C$$

Para os elementos da diagonal da matriz de SQP (tratamento), em que $m = n = t$, tem-se:

$$a_{tt} = \hat{m}_G^{(t)} Y_{\cdot\cdot}^{(t)} + \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i\cdot}^{(t)}) + \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} +$$

$$+ \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i\cdot}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) + \sum_{i < j} \sum_j \hat{s}_{ij}^{(t)} Y_{ij}^{(t)} - \hat{m}^{(t)} Y_{\cdot\cdot}^{(t)}$$

Utilizando-se dos resultados anteriores, em que:

$$i) \quad \hat{m}_G^{(t)} Y_{..}^{(t)} = \frac{1}{p} (Y_G^2{}^{(t)} + Y_G^{(t)} Y_H^2{}^{(t)})$$

$$ii) \quad \sum_i \hat{v}_i^{(t)} \frac{1}{2} (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i.}^{(t)}) = \frac{1}{2} \sum_i Y_{ii}^2{}^{(t)} + \frac{p-2}{2p} Y_G^2{}^{(t)} + \frac{p-1}{p} Y_G^{(t)} Y_H^2{}^{(t)}$$

$$iii) \quad \bar{h}^{(t)} Y_H^{(t)} = \frac{2}{p(p-1)} Y_H^2{}^{(t)} - \frac{1}{p} Y_G^{(t)} Y_H^{(t)}$$

$$iv) \quad \sum_i \hat{h}_i^{(t)} (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)}) = \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})^2 - \frac{4}{p(p-2)} Y_H^2{}^{(t)} - \\ - \frac{1}{2} Y_G^2{}^{(t)} + \frac{1}{2} \sum_i Y_{ii}^2{}^{(t)} - \frac{p-1}{p} Y_G^{(t)} Y_H^2{}^{(t)}$$

$$v) \quad \sum_{i < j} \sum_j \hat{s}_{ij}^{(t)} Y_{ij}^{(t)} = \sum_{i < j} \sum_j Y_{ij}^2{}^{(t)} - \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i.}^{(t)} - Y_{ii}^{(t)})^2 + \frac{2}{(p-1)(p-2)} Y_H^2{}^{(t)}$$

$$vi) \quad \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} = \frac{2}{p(p+1)} Y^2{}_{..}{}^{(t)}$$

assim:

$$a_u = \sum_{i < j} \sum_j Y_{ij}^2{}^{(t)} + \sum_i Y_{ii}^2{}^{(t)} - \frac{2}{p(p+1)} Y^2{}_{..}{}^{(t)}$$

$$a_u = \sum_{i \leq j} \sum_j Y_{ij}^2{}^{(t)} - \frac{2}{p(p+1)} Y^2{}_{..}{}^{(t)} \quad (43)$$

De maneira equivalente, para os demais elementos da matriz de SQP (tratamento), em que $m \neq n$, obtêm-se para a soma de produtos:

$$a_{mm} = \sum_{i \leq j} \sum Y_{ij}^{(m)} Y_{ij}^{(n)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{(m)} Y_{..}^{(n)} \quad (44)$$

4.3.11 Matriz de SQP para o efeito da heterose

A matriz de SQP para o efeito da heterose é dada por:

$$\text{SQP (heterose)} = \hat{\beta}' X' Y_{(4)} - \hat{\beta}' X' Y_{(1)}$$

Essa expressão é equivalente a:

$$\text{SQP (heterose)} = \text{SQP (tratamento)} - \text{SQP (genitor)}$$

Desenvolvendo a expressão anterior, para os elementos da diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se que:

$$a_{tt} = \sum_{i \leq j} \sum Y_{ij}^{2 \cdot (t)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^{2 \cdot (t)} - \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)})^2 - \frac{4}{p} Y_{..}^{2 \cdot (t)} \right]$$

$$a_{tt} = \sum_{i \leq j} \sum Y_{ij}^{2 \cdot (t)} - \frac{1}{p+2} \sum_i (Y_{ii}^{(t)} + Y_{i \cdot}^{(t)})^2 + \frac{2}{(p+1)(p+2)} Y_{..}^{2 \cdot (t)} \quad (45)$$

Para os demais elementos, em que $m \neq n$, tem-se:

$$a_{mn} = \sum_{i \leq j} \sum Y_{ij}^{(m)} Y_{ij}^{(n)} - \frac{1}{p+2} \sum_i (Y_{ii}^{(m)} + Y_{i \cdot}^{(m)})(Y_{ii}^{(n)} + Y_{i \cdot}^{(n)}) +$$

$$+ \frac{2}{(p+1)(p+2)} Y_{..}^{2 \cdot (m)} Y_{..}^{2 \cdot (n)} \quad (46)$$

4.4 Esperanças das matrizes de SQP

Considerando um modelo misto ou do tipo III (Eisenhart, 1947), em que os efeitos da média e da heterose média são fixos e os demais efeitos são aleatórios, pode-se obter as estimativas das matrizes de variância e covariâncias fenotípicas e genotípicas pelo método dos momentos ou da análise de variância (Searle, 1971). Para o modelo multivariado de Gardner & Eberhart (1966), este método consiste em se obter a esperança matemática das matrizes de somas de quadrados e produtos da análise de variância multivariada. Assim, obtêm-se as estimativas das matrizes de variância e covariância dos efeitos genéticos do modelo, igualando-se as matrizes de somas de quadrados e produtos, divididas pelos graus de liberdade associados a esses efeitos, com suas respectivas esperanças matemáticas. Assim, se $E(S) = \Sigma$, então:

$$S = \frac{\text{SQP (resíduo)}}{v}$$

em que S é a estimativa da matriz de variâncias e covariâncias do resíduo e v é o grau de liberdade do resíduo.

Para os efeitos genéticos do genitor, da heterose do genitor e da heterose específica, procede-se da mesma forma, obtendo-se suas respectivas matrizes de variâncias e covariâncias genotípicas S_V , S_{HV} e S_{HE} . Assim, pode-se estimar as matrizes de correlações genotípicas entre esses efeitos, em que a estimativa da correlação genotípica entre duas variáveis m e n é dada pela expressão:

$$r_{G(m,n)} = \frac{\hat{\sigma}_{G(m,n)}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{G(m)}^2 \hat{\sigma}_{G(n)}^2}}$$

em que:

- $r_{G(m,n)}$: estimativa do coeficiente de correlação genotípica entre as variáveis m e n;
- $\hat{\sigma}_{G(m,n)}$: estimativa da covariância genotípica entre as variáveis m e n;
- $\hat{\sigma}_{G(m)}^2$: estimativa da variância genotípica da variável m;
- $\hat{\sigma}_{G(n)}^2$: estimativa da variância genotípica da variável n.

Matricialmente, tem-se que, para um determinado efeito genético, a estimativa da matriz de correlação genética é dada por:

$$r_G = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2k} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & \dots & r_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & r_{k3} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

Outro tipo de informação de interesse que pode ser obtida se refere à estimativa da correlação fenotípica entre os efeitos genéticos do modelo.

4.5 Considerações gerais

As expressões obtidas para os estimadores dos parâmetros dos efeitos genéticos, de suas respectivas variâncias e dos contrastes entre efeitos, do modelo multivariado considerado, são as mesmas para o caso univariado. Observa-se que as expressões das somas de quadrados dos efeitos genéticos do modelo para o caso univariado são equivalentes aos elementos da diagonal da matriz de somas de quadrados e produtos, para o caso multivariado, considerando uma determinada variável t. Para os demais elementos fora da diagonal, tem-se a soma de produtos entre duas variáveis consideradas.

A extensão multivariada para o modelo de Gardner & Eberhart (1966) foi facilmente obtida pela derivação do modelo linear $Y = X\beta + \epsilon$, impondo-se restrições convenientes. Geneticamente, além de proporcionarem considerável simplificação, as restrições proporcionam estimadores cujo significado biológico tem sido de grande interesse para os geneticistas (Cruz & Regazzi, 1997). Segundo Camussi et al. (1985), o método de análise multivariada pode ser facilmente aplicado para uma larga variedade de modelos genéticos, ressaltando-se apenas os casos em que os efeitos ambientais não estão suficientemente controlados para assegurar a homocedasticidade dos dados.

Observa-se que os resultados apresentados anteriormente podem ser facilmente implementados em uma rotina computacional para a análise multivariada de tabelas dialélicas segundo o modelo proposto por Gardner & Eberhart (1966).

Uma vantagem da extensão multivariada, quando comparada com a metodologia univariada tradicional, é a possibilidade de se estimar as matrizes de variâncias e covariâncias dos efeitos genéticos do modelo. Dessa forma, pode-se estimar as correlações fenotípicas e genotípicas entre esses efeitos, podendo-se, conseqüentemente, utilizar tais informações para a orientação de programas de melhoramento.

De maneira geral, as informações fornecidas pela modelagem univariada são contempladas pela extensão multivariada, sem, no entanto, levar em consideração um nível de significância conjunto e o aproveitamento das correlações existentes entre as variáveis (Demétrio, 1985). Dessa forma, a análise multivariada do modelo de análise dialélica de Gardner & Eberhart (1966) se mostra eficiente nas situações em que se deseja melhorar várias características simultaneamente, principalmente com relação à heterose.

Para utilização da informação da análise de variância multivariada, o melhorista pode utilizar um ampla gama de metodologias multivariadas para

complementar os resultados obtidos e propiciar subsídios para utilização prática das informações resultantes. Dentre as várias possibilidades, destacam-se as variáveis canônicas, os componentes principais, a análise de fatores e os índices de seleção de Smith e Hazel (Cruz & Regazzi, 1997).

Essas metodologias multivariadas podem ser aplicadas a cada efeito genético do modelo (genitor, heterose média, heterose do genitor, heterose específica), tanto nas estimativas fenotípicas como nas matrizes de variâncias e covariâncias genéticas correspondentes. Para essa última situação são necessárias as esperanças das matrizes de variâncias e covariâncias de cada efeito genético do modelo submetido à análise de variância. Essas expressões, infelizmente, não estão disponíveis na literatura e podem ser alvo de futuros trabalhos.

Para ilustrar como aplicar essas técnicas e considerando que o objetivo do melhorista tenha foco na heterose específica é considerada a representação da matriz de variância e covariância dessa fonte de variação por S_{HE} . Para se construir um índice com o qual o melhorista possa selecionar combinações híbridas mais promissoras pode-se pensar em utilizar a técnica dos componentes principais. Assim, busca-se uma combinação linear dos efeitos genéticos $s_{ij}^{(t)}$ de um determinado híbrido ij com relação as $t = 1, 2, \dots, k$ variáveis. Essa combinação linear deve maximizar a variabilidade total contida em S_{HE} . Para isso, é necessário resolver o sistema de equações homogêneas dado por:

$$(S_{HE} - \lambda_t I) \underline{e}_t = \underline{0}$$

em que λ_t e \underline{e}_t são os pares de autovalores e autovetores de S_{HE} , respectivamente, com $t = 1, 2, \dots, k$.

Uma melhor alternativa a esse método seria aplicar a técnica das variáveis canônicas. A vantagem adicional dessa técnica em relação aos componentes principais é incorporar a informação residual para gerar a combinação linear almejada. O sistema de equações homogêneas formado é dado por:

$$(S_{HE} - \lambda_t S) \underline{e}_t = \underline{0}$$

em que S é a estimativa da matriz de variâncias e covariâncias do resíduo e os demais termos são definidos como anteriormente. As combinações lineares dos efeitos genotípicos $s_{ij}^{(t)}$, para i e j fixados, são obtidos pelos elementos de \underline{e}_t , cuja variabilidade captada do sistema é dado pela magnitude de λ_t , com $t = 1, 2, \dots, k$.

Uma terceira alternativa a essas metodologias é a técnica de análise de fatores. Essa é uma técnica refinada que poderia trazer informações adicionais da importância de cada variável para os fatores retidos na explicação de S_{HE} , por meio das comunalidades.

Finalmente, se as estimativas dos componentes genéticos da heterose específica (S_{GHE}) estiverem disponíveis é possível estipular um índice de seleção, baseado na teoria do índice clássico de Smith e Hazel (Cruz & Regazzi, 1997), por:

$$\underline{a} = S_{HE}^{-1} S_{GHE} \underline{b}$$

em que \underline{a} é o vetor de pesos econômicos e \underline{b} é o vetor dos coeficientes do índice de seleção que estipula a combinação linear dos efeitos genéticos de $s_{ij}^{(t)}$.

Todas essas técnicas podem ser utilizadas em complementação à análise de variância multivariada e se constituem nas vantagens das abordagens multivariadas em relação às técnicas univariadas. No entanto, a utilização de algumas dessas metodologias só é possível com a obtenção dos componentes de variância para esse modelo, o que não foi encontrado na literatura. Entretanto, algumas das análises, complementares à análise de variância multivariada, podem ser prontamente realizadas. É conveniente salientar que, se o objetivo do melhorista for centrado no efeito do genitor, ou de heterose média ou de heterose do genitor, as técnicas descritas anteriormente também se aplicam. Para isso basta substituir S_{HE} pelas correspondentes matrizes de variâncias e covariâncias de interesse.

4.6 Aplicação prática

Nas Tabelas 7, 8, 9, 10 e 11 são apresentadas as médias das tabelas dialélicas, para cada variável, oriundas de análises de variância univariada preliminar (Tabela 1A).

Com base nas Tabelas 7, 8, 9, 10 e 11, são obtidas algumas estatísticas que estão apresentadas na Tabela 12.

TABELA 7 Médias de peso do pendão, em gramas, de 6 genitores de milho e de seus respectivos híbridos F_1 .

Genitor	1	2	3	4	5	6	$Y_{ii}^{(0)} + Y_i^{(0)}$	$Y_i^{(0)} - Y_{ii}^{(0)}$
1	17,6667	19,0367	23,6667	22,6667	25,0000	22,3333	148,0367	112,7033
2	19,0367	23,2233	22,6667	21,0000	24,0000	22,3333	155,4833	109,0367
3	23,6667	22,6667	13,3333	27,0000	20,0000	14,6667	134,6667	108,0000
4	22,6667	21,0000	27,0000	13,1667	17,8333	18,0000	132,8333	106,5000
5	25,0000	24,0000	20,0000	17,8333	13,5567	16,4167	130,3633	103,2500
6	22,3333	22,3333	14,6667	18,0000	16,4167	13,9267	121,6033	93,7500

TABELA 8 Médias do número de ramificações do pendão de 6 genitores de milho e de seus respectivos híbridos F₁.

Genitor	1	2	3	4	5	6	$Y_{ii}^{(0)}+Y_{i.}^{(0)}$	$Y_{i.}^{(0)}-Y_{ii}^{(0)}$
1	19,2667	18,6667	22,1333	23,4667	24,2000	23,4667	150,4667	111,9333
2	18,6667	17,2667	24,5333	23,8000	22,3333	22,7333	146,6000	112,0667
3	22,1333	24,5333	23,1333	25,0000	24,5333	23,6000	166,0667	119,8000
4	23,4667	23,8000	25,0000	22,6000	25,9333	25,0667	168,4667	123,2667
5	24,2000	22,3333	24,5333	25,9333	22,6667	22,5333	164,8667	119,5333
6	23,4667	22,7333	23,6000	25,0667	22,5333	19,8000	157,0000	117,4000

TABELA 9 Médias da altura da primeira espiga, em cm, de 6 genitores de milho e de seus respectivos híbridos F₁.

Genitor	1	2	3	4	5	6	$Y_{ii}^{(0)}+Y_{i.}^{(0)}$	$Y_{i.}^{(0)}-Y_{ii}^{(0)}$
1	64,9333	79,1333	91,0000	96,1333	96,3333	96,0000	588,4667	458,6000
2	79,1333	77,3333	110,4667	101,5333	97,8667	96,6000	640,2667	485,6000
3	91,0000	110,4667	81,4000	105,0000	91,9333	90,1333	651,3333	488,5333
4	96,1333	101,5333	105,0000	76,8000	82,2000	84,4667	622,9333	469,3333
5	96,3333	97,8667	91,9333	82,2000	77,8000	80,0000	603,9333	448,3333
6	96,0000	96,6000	90,1333	84,4667	80,0000	72,8000	592,8000	447,2000

TABELA 10 Médias da altura de plantas, em cm, de 6 genitores de milho e de seus respectivos híbridos F₁.

Genitor	1	2	3	4	5	6	$Y_{ii}^{(0)}+Y_{i.}^{(0)}$	$Y_{i.}^{(0)}-Y_{ii}^{(0)}$
1	141,4667	171,7333	189,6000	196,8667	199,0000	190,0667	1230,2000	947,2667
2	171,7333	168,0667	210,0000	200,9333	198,6000	195,4667	1312,8667	976,7333
3	189,6000	210,0000	167,9333	206,0667	186,4667	181,0667	1309,0667	973,2000
4	196,8667	200,9333	206,0667	164,2667	174,8000	171,5333	1278,7333	950,2000
5	199,0000	198,6000	186,4667	174,8000	170,5333	173,5333	1273,4667	932,4000
6	190,0667	195,4667	181,0667	171,5333	173,5333	158,0000	1227,6667	911,6667

TABELA 11 Médias de produção, em g/parcela, de 6 genitores de milho e de seus respectivos híbridos F₁.

Genitor	1	2	3	4	5	6	$Y_{H_i}^{(0)} + Y_{i_i}^{(0)}$	$Y_{i_i}^{(0)} - Y_{H_i}^{(0)}$
1	411,63	798,86	1096,60	1386,20	1555,41	1199,10	6859,43	6036,16
2	798,86	696,35	1633,50	1422,00	1531,00	1531,00	8309,07	6916,36
3	1096,60	1633,50	115,52	1646,52	458,81	110,63	5177,10	4946,07
4	1386,20	1422,00	1646,52	133,41	100,87	196,87	5019,28	4752,46
5	1555,41	1531,00	458,81	100,87	135,04	205,00	4121,18	3851,10
6	1199,10	1531,00	110,63	196,87	205,00	310,76	3864,11	3242,60

TABELA 12 Estatísticas obtidas das médias das tabelas dialélicas para as variáveis peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm e produção (P), em g/parcela.

Estatística	PP	NRP	AE	AP	P
$Y_{..}^{(0)}$	411,4933	476,7333	1849,8667	3816,0000	16675,0867
$Y_H^{(0)}$	316,6200	352,0000	1398,8000	2845,7333	14872,3733
$Y_G^{(0)}$	94,8733	124,7333	451,0667	970,2667	1802,7133
$\sum_i (Y_{H_i}^{(0)} + Y_{i_i}^{(0)})$	822,9867	953,4667	3699,7333	7632,0000	33350,1733
$\sum_i (Y_{i_i}^{(0)} - Y_{H_i}^{(0)})$	633,2400	704,0000	2797,6000	5691,4667	29744,7467

4.6.1 Estimação das matrizes de SQP

Para cada efeito genético do modelo, as matrizes de SQP foram obtidas das expressões apresentadas anteriormente.

4.6.1.1 Matriz de SQP para o efeito do tratamento

Para os elementos da diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se, utilizando-se a expressão (43) e os dados das Tabelas 7 e 12, para o elemento da primeira linha e primeira coluna, a_{11} , que:

$$a_{11} = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 {}^{(1)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^2 {}^{(1)}$$

$$a_{11} = (17,6667^2 + \dots + 13,9267^2) - \frac{411,4933^2}{21}$$

$$a_{11} = 362,3920$$

Para o elemento da primeira linha e segunda coluna, a_{12} , em que $m \neq n$, utilizando-se a expressão (44) e os dados das Tabelas 7, 8 e 12, tem-se que:

$$a_{12} = \sum_i \sum_j Y_{ij} {}^{(1)} Y_{ij} {}^{(2)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..} {}^{(1)} Y_{..} {}^{(2)}$$

$$a_{12} = [(17,6667 \times 19,2667) + \dots + (13,9267 \times 19,8000)] - \frac{411,4933 \times 476,7333}{21}$$

$$a_{12} = 24,0324$$

Procedendo-se da mesma forma para os demais elementos, tem-se que a matriz de SQP para o efeito dos tratamentos é dada por:

$$\text{SQP (tratamento)} = \begin{vmatrix} 362,3920 & 24,0324 & 689,2299 & 1094,7971 & 46185,4739 \\ & 100,1833 & 313,9526 & 443,3073 & 3913,7233 \\ & & 2715,3363 & 4034,3689 & 114600,1087 \\ & & & 6225,9391 & 177978,1579 \\ & & & & 7581881,2634 \end{vmatrix}$$

4.6.1.2 Matriz de SQP para o efeito do genitor

Para o elemento a_{11} , pertencente à diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se, utilizando-se a expressão (35) e os dados das Tabelas 7 e 12, que:

$$a_{11} = \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(1)} + Y_{i.}^{(1)})^2 - \frac{4}{p} Y_{..}^{2(1)} \right]$$

$$a_{11} = \frac{1}{8} \left[(148,0367^2 + \dots + 121,6033^2) - \frac{4}{6} 411,4933^2 \right]$$

$$a_{11} = 95,8985$$

Para o elemento da primeira linha e segunda coluna, a_{12} , em que $m \neq n$, utilizando-se a expressão (36) e os dados das Tabelas 7, 8 e 12, obtêm-se:

$$a_{12} = \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(1)} + Y_{i.}^{(1)})(Y_{ii}^{(2)} + Y_{i.}^{(2)}) - \frac{4}{p} Y_{..}^{(1)} Y_{..}^{(2)} \right]$$

$$a_{12} = \frac{1}{8} \left[(148,0367 \times 150,4667 + \dots + 121,6033 \times 157,0000) - \frac{4}{6} (411,4933 \times 476,733) \right]$$

$$a_{12} = -48,4200$$

Procedendo-se da mesma forma para os demais elementos, tem-se que a matriz de SQP para o efeito do genitor é dada por:

$$\text{SQP (genitor)} = \begin{vmatrix} 95,8985 & -48,4200 & 58,7488 & 106,5409 & 12995,1652 \\ & 50,5630 & 28,1637 & 34,1122 & -7256,4621 \\ & & 415,6241 & 563,7250 & 8795,9448 \\ & & & 850,5244 & 14158,7102 \\ & & & & 1828887,6123 \end{vmatrix}$$

4.6.1.3 Matriz de SQP para o efeito da heterose

Para os elementos da diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se, utilizando-se a expressão (45) e os dados das Tabelas 7 e 12, para o elemento da primeira linha e primeira coluna, a_{11} , que:

$$a_{11} = \sum_{i \leq j} \sum Y_{ij}^{2 \cdot (1)} - \frac{1}{p+2} \sum_i (Y_{ii}^{(1)} + Y_{i \cdot}^{(1)})^2 + \frac{2}{(p+1)(p+2)} Y^2 \cdot \cdot^{(1)}$$

$$a_{11} = (148,0367^2 + \dots + 121,6033^2) - \frac{1}{8}(148,0367^2 + \dots + 121,6033^2) + \frac{2}{56} 411,4933^2$$

$$a_{11} = 266,4935$$

Uma outra forma de se calcular a matriz de SQP para o efeito da heterose é através da relação:

$$\text{SQP (heterose)} = \text{SQP (tratamento)} - \text{SQP (genitor)}$$

então, para o elemento a_{11} , tem-se:

$$a_{11} = 362,3920 - 95,8985 = 266,4935$$

Procedendo-se da mesma forma para os demais elementos, tem-se que a matriz de SQP para o efeito da heterose é dada por:

$$\text{SQP (heterose)} = \begin{vmatrix} 266,4935 & 72,4524 & 630,4811 & 988,2562 & 33190,3087 \\ & 49,6203 & 285,7889 & 409,1951 & 11170,1855 \\ & & 2299,7122 & 3470,6439 & 105804,1639 \\ & & & 5375,4146 & 163819,4477 \\ & & & & 5752993,6510 \end{vmatrix}$$

4.6.1.4 Matriz de SQP para o efeito da heterose média

Para o elemento a_{11} , utilizando-se a expressão (37) e os dados da Tabela 12, tem-se que:

$$a_{11} = \frac{1}{p} Y_G^2^{(1)} + \frac{2}{p(p-1)} Y_H^2^{(1)} - \frac{2}{p(p+1)} Y_{..}^2^{(1)}$$

$$a_{11} = \frac{1}{6} 94,8733^2 + \frac{1}{15} 316,6200^2 - \frac{1}{21} 411,4933^2$$

$$a_{11} = 120,1929$$

Procedendo-se da mesma forma para os demais elementos, tem-se que a matriz de SQP para o efeito da heterose média é dada por:

$$\text{SQP (heterose média)} = \begin{vmatrix} 120,1929 & 60,7741 & 410,2443 & 635,5886 & 15683,9491 \\ & 30,7293 & 207,4367 & 321,3788 & 7930,4877 \\ & & 1400,2583 & 2169,4160 & 53532,5200 \\ & & & 3361,0645 & 82937,8483 \\ & & & & 2046580,0397 \end{vmatrix}$$

4.6.1.5 Matriz de SQP para o efeito da heterose do genitor

Para os elementos da diagonal da matriz, em que $m = n = t$, utilizando-se a expressão (39) e os dados das Tabelas 7 e 12, para o elemento da primeira linha e primeira coluna, a_{11} , tem-se que:

$$a_{11} = \sum_i Y_{ii}^2^{(1)} - \frac{1}{p} Y_G^2^{(1)} + \frac{1}{p-2} \left[\sum_i (Y_{i.}^{(1)} - Y_{ii}^{(1)})^2 - \frac{4}{p} Y_H^2^{(1)} \right] -$$

$$- \frac{1}{p+2} \left[\sum_i (Y_{ii}^{(1)} + Y_{i.}^{(1)})^2 - \frac{4}{p} Y_{..}^2^{(1)} \right]$$

$$a_{11} = (17,6667^2 + \dots + 13,9267^2) - \frac{1}{6}94,8733^2 + \frac{1}{4} \left[(112,7033^2 + \dots + 93,7500^2) - \frac{4}{6}316,6200^2 \right] - \frac{1}{8} \left[(148,0367^2 + \dots + 121,6033^2) - \frac{4}{6}411,4933^2 \right]$$

$$a_{11} = 37,9432$$

Procedendo-se da mesma forma para os demais elementos, tem-se que a matriz de SQP para o efeito da heterose do genitor é dada por:

$$\text{SQP (heterose do genitor)} = \begin{vmatrix} 37,9432 & -6,2685 & 1,1501 & 23,7928 & 675,0188 \\ & 3,1999 & -2,3657 & -13,4470 & -347,7750 \\ & & 153,5696 & 257,5660 & 9352,7950 \\ & & & 493,4512 & 16612,2384 \\ & & & & 731739,3733 \end{vmatrix}$$

4.6.1.6 Matriz de SQP para o efeito da heterose específica

Para o elemento a_{11} , pertencente à diagonal da matriz, em que $m = n = t$, tem-se, utilizando-se a expressão (41) e os dados das Tabelas 7 e 12, que:

$$a_{11} = \sum_{i < j} \sum Y_{ij}^{2(1)} - \frac{1}{p-2} \sum_i (Y_{i \cdot}^{(1)} - Y_{i \cdot}^{(1)})^2 + \frac{2}{(p-1)(p-2)} Y_H^{2(1)}$$

$$a_{11} = (19,0367^2 + \dots + 16,4167^2) - \frac{1}{4}(112,7033^2 + \dots + 93,7500^2) + \frac{2}{20}316,6200^2$$

$$a_{11} = 108,3574$$

De maneira equivalente, pode-se calcular pela relação:

$$\text{SQP (heterose específica)} = \text{SQP (heterose)} - \text{SQP (heterose média)} - \\ - \text{SQP (heterose do genitor)}$$

então:

$$a_{11} = 266,4935 - 120,1929 - 37,9432 = 108,3574$$

Procedendo-se da mesma forma para os demais elementos, tem-se que a matriz de SQP para o efeito da heterose específica é dada por:

$$\text{SQP (heterose específica)} = \begin{vmatrix} 108,3574 & 17,9468 & 219,0867 & 328,8749 & 16831,3408 \\ & 15,6911 & 80,7178 & 101,2633 & 3587,4728 \\ & & 745,8843 & 1043,6620 & 42918,8489 \\ & & & 1520,8989 & 64269,3610 \\ & & & & 2974674,2380 \end{vmatrix}$$

4.6.1.7 Matriz de SQP para o resíduo

A matriz de SQP (resíduo) é obtida em análise de variância multivariada preliminar (Tabela 2A). Como a análise de variância multivariada foi efetuada com valores relativos a parcelas, a matriz de SQP (resíduo) deve ser dividida pelo número de observações que deram origem às médias da tabela dialética ($r = 3$) para se ter a mesma unidade na análise.

A matriz de SQP (resíduo), já dividida pelo número de observações, é dada por:

$$\text{SQP (resíduo)} = \begin{vmatrix} 130,6605 & 9,0160 & -85,5861 & -56,7630 & -299,3904 \\ & 47,0358 & 32,0449 & 32,7721 & -140,4046 \\ & & 299,1323 & 208,7257 & 2959,4160 \\ & & & 474,6844 & 2102,8227 \\ & & & & 420461,5164 \end{vmatrix}$$

4.6.2 Análise de variância multivariada

A análise de variância para a extensão multivariada do modelo de análise dialélica proposta por Gardner & Eberhart (1966) está apresentada na Tabela 13. O GL do resíduo e a matriz SQP (resíduo) foram obtidos em análise de variância multivariada preliminar (Tabela 2A).

Observa-se, pela Tabela 13, que, pelo critério de Wilks, utilizando-se a aproximação de F, rejeitou-se a hipótese de igualdade dos vetores dos efeitos dos tratamentos ($P < 0,01$). Desdobrando o efeito dos tratamentos observou-se que os genitores não constituem um grupo homogêneo e que existe manifestação da heterose em seus cruzamentos para as variáveis estudadas ($P < 0,01$). Pelo desdobramento do efeito da heterose, verificou-se que a heterose não foi a mesma para todos os genitores, sendo essa diferença causada pela heterose média, heterose do genitor e pela heterose específica.

TABELA 13 Esquema da análise de variância multivariada para o modelo de análise dialélica proposto por Gardner & Eberhart (1966).

FV	GL	Matriz de SQP	Λ	F	v_1	v_2	$P > F$
Tratamento	20	SQP (tratamento)	0,0014	5,13	100	180	0,0000
Genitor	5	SQP (genitor)	0,0296	8,54	25	135	0,0000
Heterose	15	SQP (heterose)	0,0065	4,38	75	177	0,0000
H. média	1	SQP (h. média)	0,0647	104,08	5	36	0,0000
H. do genitor	5	SQP (h. do genitor)	0,1528	3,56	25	135	0,0000
H. específica	9	SQP (h. específica)	0,0449	3,65	45	164	0,0000
Resíduo	40	SQP (resíduo)					

Observando-se os resultados da análise de variância univariada (Tabela 3A) para o modelo genético univariado de Gardner & Eberhart (1966), observa-se que, para todas as variáveis estudadas, houve efeito altamente significativo ($P < 0,01$) para genitores e heterose. Pelo desdobramento do efeito da heterose, observa-se que a variação deste efeito nos genitores foi causada pela heterose média, heterose do genitor e heterose específica, com exceção da variável NRP, em que essa diferença foi causada pela heterose média.

De maneira geral, comparando-se as duas formas de análise, observa-se que a extensão multivariada do modelo de análise dialélica de Gardner & Eberhart (1966) propiciou resultados semelhantes àquela da análise univariada.

4.6.3 Estimativas dos efeitos genéticos do modelo

As estimativas dos efeitos genéticos do modelo completo (4) são obtidas das expressões anteriormente apresentadas.

Para a variável (1), utilizando-se a expressão (3), tem-se que a estimativa do efeito da constante é dada por:

$$\hat{m}_G^{(1)} = \frac{1}{p} Y_G^{(1)} = \frac{1}{6} 94,8733 = 15,8122$$

para as demais variáveis, tem-se que:

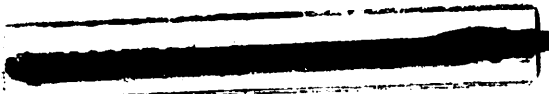
$$\hat{m}_G^{(2)} = 20,7889$$

$$\hat{m}_G^{(3)} = 75,1778$$

$$\hat{m}_G^{(4)} = 161,7111$$

$$\hat{m}_G^{(5)} = 300,4522$$

A estimativa da variância do efeito da constante, utilizando-se a expressão (12), para a variável PP, é dada por:


$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(1)}) = \frac{1}{p} \frac{QMR^{(1)}}{r} = \frac{1}{6} 3,2665 = 0,5444$$

em que $QMR^{(1)}/r$ corresponde ao primeiro elemento da matriz SQP (resíduo), dividido por 40 (GL do resíduo da Tabela 13). Para as demais variáveis, tem-se que:

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(2)}) = 0,1960$$

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(3)}) = 1,2464$$

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(4)}) = 19778,5000$$

$$\hat{V}(\hat{m}_G^{(5)}) = 1751,9228$$

As estimativas dos efeitos do genitor, de sua variância e da variância do contraste entre efeitos dos genitores, dada pelas expressões (7), (13) e (15), respectivamente, são apresentadas na Tabela 14.

Observando-se a Tabela 14, conclui-se que os genitores 1 e 2 apresentam um maior potencial de uso “per se” quando consideram-se as variáveis produção (P) e peso do pendão (PP). O uso do genitor 1, por outro lado, pode ser preferida caso o objetivo do programa de melhoramento seja o de reduzir a altura da planta (AP) e/ou a altura de inserção da primeira espiga (AE).

Na Tabela 15 são apresentadas as estimativas para os efeitos das heteroses média, heterose do genitor e heterose específica, e de suas respectivas variâncias entre efeitos e contrastes entre efeitos. Observa-se, pelas estimativas dos efeitos da heterose do genitor, que os genitores 1 e 2 mostraram-se com maior divergência em relação aos demais para a variável produção (P). Porém, quando cruzados entre si, obtiveram a maior estimativa negativa para o efeito

TABELA 14 Estimativas dos efeitos dos genitores, da variância dos efeitos dos genitores e da variância do contraste entre efeitos dos genitores para as variáveis peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm e produção (P), em g/parcela.

Genitor	PP	NRP	AE	AP	P
1	1,8545	-1,5222	-10,2445	-20,2444	111,1811
2	7,4111	-3,5222	2,1555	6,3556	395,9011
3	-2,4789	2,3444	6,2222	6,2222	-184,9355
4	-2,6455	1,8111	1,6222	2,5556	-167,0389
5	-2,2555	1,8778	2,6222	8,8222	-165,4122
6	-1,8855	-0,9889	-2,3778	-3,7111	10,3045
$\hat{V}(v_i^{(0)})$	2,7221	0,9799	6,2319	98892,50	8759,61
$\hat{V}(v_i^{(0)} - v_j^{(0)})$	6,5330	2,3518	14,9566	237342,00	21023,07

da heterose específica (-952,0368), indicando que esses genitores são menos divergentes nos locos em que os alelos favoráveis têm dominância. A combinação híbrida entre esses genitores seria mais recomendada para a redução da altura de espiga e de planta. As combinações híbridas entre os genitores 3×4, 1×5 e 2×6 apresentaram os valores mais altos para as estimativas dos efeitos das heteroses específicas para as variáveis PP, AP e P. As melhores combinações híbridas são aquelas que incluem pelo menos um genitor de alta contribuição para determinada variável. Por esta razão, devem ser recomendados, para o exemplo considerado, os híbridos 1×5 e 2×6 em termos de aumento de produção.

A utilização de outras técnicas de análise multivariada, para complementar as informações obtidas pela análise de variância multivariada, podem ser exploradas conforme comentários feitos anteriormente.

TABELA 15 Estimativas dos efeitos das heteroses médias, das heteroses dos genitores e das heteroses específicas, e de suas respectivas variâncias, para as variáveis peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm e produção (P), em g/parcela.

Heterose	PP	NRP	AE	AP	P
Média	5,2958	2,6778	18,0756	28,0044	691,0393
$\hat{v}(\bar{h}^{(0)})$	0,7622	0,2744	1,7449	2,7690	2452,6910
Genitor					
1	0,8636	-0,5889	3,2056	9,7944	214,0850
2	-2,8314	0,4444	3,7556	3,8611	291,7758
3	1,8545	-0,5556	2,4556	3,0445	89,6200
4	1,5628	0,5778	-0,0445	-0,8722	32,2692
5	0,5553	-0,3889	-5,7945	-8,4555	-193,8834
6	-2,0047	0,5111	-3,5778	-7,3722	-433,8667
$\hat{v}(\hat{h}_i^{(0)})$	1,3610	0,4900	3,1160	4,9446	4379,8069
$\hat{v}(\hat{h}_i^{(0)} - \bar{h}^{(0)})$	3,2665	1,1759	7,4783	11,8671	10511,5367
Específica					
12	-4,7363	-2,1333	-17,0367	-24,6933	-952,0368
13	0,1528	-0,6000	-5,9033	-5,9434	-161,7226
14	-0,4722	-0,1333	4,0300	7,0734	176,2831
15	2,6737	1,5333	9,4800	13,6567	570,8323
16	2,3819	1,3333	9,4300	9,9067	366,6440
23	0,0695	1,7667	6,8134	7,0900	155,1332
24	-1,2222	0,1667	2,6800	3,7733	-7,9710
25	2,5903	-0,3667	4,2634	5,8900	326,3748
26	3,2986	0,5666	3,2800	7,9401	478,4998
34	5,0370	-0,5667	5,4134	9,7900	709,1265
35	-1,1505	-0,1000	-2,4034	-5,3600	-253,2410
36	-4,1088	-0,5000	-3,9200	-5,5766	-449,2960
45	-2,9422	0,4333	-7,3366	-11,2767	-562,7785
46	-0,4005	0,1000	-4,7866	-9,3600	-314,6602
56	-1,1713	-1,5000	-4,0033	-2,9100	-81,1877
$\hat{v}(\hat{s}_{ij}^{(0)})$	1,9599	0,7055	4,4870	7,1203	6306,9220
$\hat{v}(\hat{s}_{ij}^{(0)} - \hat{s}_{ik}^{(0)})$	4,8998	1,7639	11,2175	17,8007	15767,3050
$\text{Cov}(\hat{s}_{ij}^{(0)}, \hat{s}_{km}^{(0)})$	3,2665	1,1759	7,4783	11,8671	10511,5367

5 CONCLUSÕES

- a) Expressões para somas de quadrados e produtos, estimadores dos efeitos genéticos, variâncias dos efeitos e dos contrastes entre efeitos e testes de hipóteses foram obtidos.

- b) A análise de variância multivariada para os cruzamentos dialélicos pode ser realizada para melhorar a heterose em várias características, simultaneamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, A. F. B. **Predição do potencial genético de populações segregantes do feijoeiro utilizando genitores inter-raciais.** 1997. 79 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

ABREU, V. N. **Estudo da capacidade de combinação de linhagens de matrizes de frango de corte, utilizando técnicas uni e multivariadas.** 1997. 107 p. Tese (Doutorado em Zootecnia) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

ANDERSON, T. W. **An introduction to multivariate statistical analysis.** New York: J. Wiley, 1958. 374 p.

BAENZIGER, P. S.; PETERSON, E. J. Genetic variation: its origin and use for breeding self-pollinated species. In: STALKER, H. T.; MULTRIPHY, J. P. **Plant breeding in the 1990's.** North Carolina: North Carolina State University, 1991. p. 69-100.

BAKER, J. F.; STEWART, T. S.; LONG, C. R.; CARTWRIGHT, T. C. Multiple regression and principal components analysis of puberty and growth in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 66, n. 12, p. 2147-2158, Dec. 1988.

BAKER, R. J. Issues in diallel analysis. **Crop Science**, Madison, v. 18, n. 3, p. 533-536, May/June 1978.

BERNARDO, R. Best linear unbiased prediction of maize single-cross performance. **Crop Science**, Madison, v. 36, n. 1, p. 50-56, Jan./Feb. 1996.

CAMUSSI, A.; OTTAVIANO, E.; CALINSKY, T.; KACZMAREK, Z. Genetic distance based on quantitative traits. **Genetics**, Austin, v. 111, n. 4, p. 945-962, 1985.

CHARCOSSET, A.; BONISSEAU, B.; TOUCHEBEUF, O.; BURSTIN, J.; DUBREUIL, P.; BARRIERE, Y.; GALLAIS, A.; DENIS, J. B. Prediction of maize hybrid silage performance using marker data: comparison of several models for specific combining ability. *Crop Science*, Madison, v. 38, n. 1. p. 38-44, Jan./Feb. 1998.

— CRUZ, C. D. **Aplicação de algumas técnicas multivariadas no melhoramento de plantas.** 1990. 188 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP.

CRUZ, C. D.; REGAZZI, A. J. **Modelos biométricos aplicados ao melhoramento genético.** 2. ed. Viçosa: UFV, 1997. 390 p.

CRUZ, C. D.; VENCOVSKY, R. Comparação de alguns métodos de análise dialélica. *Revista Brasileira de Genética*, Ribeirão Preto, v. 12, n. 3, p. 567-580, Set. 1989.

— DEMÉTRIO, C. G. B. **Análise multidimensional para dados de cana-de-açúcar.** 1985. 144 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba.

EISEN, E. J.; BOHREN, B. B.; McKEAN, H. E. Sex-linked and maternal effects in the diallel cross. *Australian Journal of Biological Sciences*, Collingwood, v. 19, n. 6, p. 1061-1071, 1966.

EISENHART, C. The assumptions underlying the analysis of variance. *Biometrics*, Washington, v. 3, n. 1, p.1-21, Mar. 1947.

FINNEY, D. J. Multivariate analysis and agricultural experiments. *Biometrics*, Washington, v. 12, n. 1, p. 64-71, Mar. 1956.

GARDNER, C. O. Simplified methods for estimating constants and computing sums of squares for a diallel cross analysis. *Fitotecnia Latinoamericana*, San José, v. 4, n. 2, p. 1-12, Jul./Dic. 1967.

GARDNER, C. O. Teoria de genética estadística aplicable a las medias de variedades, sus cruces y poblaciones afines. *Fitotecnia Latinoamericana*, San José, v. 2, n. 1/2, p. 11-22, Ene./Jun. 1965.

GARDNER, C. O.; EBERHART, S. A. Analysis and interpretation of the variety cross diallel and related population. **Biometrics**, Washington, v. 22, n. 3, p. 439-452, Sept. 1966.

GERALDI, I. O. **Método de análise estatística por combinação de cultivares em consórcio**. 1983. 120 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba.

GERALDI, I. O.; MIRANDA FILHO, J. B. Adapted models for the analysis of combining ability of varieties in partial diallel crosses. **Revista Brasileira de Genética**, Ribeirão Preto, v. 11, n. 2, p. 419-430, June 1988.

GILBERT, N. E. Diallel cross in plant breeding. **Heredity**, Edinburgh, v. 12, p. 477-492, 1958.

GRIFFING, B. Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. **Australian Journal of Biological Sciences**, Melbourn, v. 9, p. 463-493, 1956.

HARRIS, R. J. **A primer of multivariate statistics**. New York: Academic Press, 1975. 332 p.

HARVEY, W. **Least-square analysis os data with unequal subclass numbers**. Washington: ARS/USDA, 1975. 157 p.

HAYMAN, B. I. The analysis of variance of diallel tables. **Biometrics**, Washington, v. 10, n. 2, p. 235-244, June 1954a.

HAYMAN, B. I. The theory an analysis of diallel crosses. **Genetics**, Austin, v. 39, n. 6, p. 789-809, 1954b.

HENDERSON, C. R. **Estimation of general, specific and maternal combining ability in crosses among inbred lines of swine**. 1948. 112-p. Thesis (Ph. D.), Iowa State University, Iowa.

HOTELLING, H. The generalization of student's ratio. **The Annals of Mathematical Statistics**, Baltimore, v. 2, p. 360-378, 1931.

HOTELLING, H. The most predictable criterion. **Journal of Educational Psychology**, Washington, v. 26, n. 2, p. 139-142, 1935.

HULL, F. H. Regression analysis of yields of hybrid corn an inbred parent lines. **Maize Genetics Cooperative Newsletter**, Ithaca, v. 19, p. 21-27, 1945.

ITO, K; SCHULL, W. J. On the robustness of the T^2 test in multivariate analysis of variance when variance-covariance matrices are not equal. **Biometrika**, London, v. 51, n. 1/2, p. 71-82, June 1964.

JINKS, J. L. The analysis of continous variation in a diallel cross of *Nicotiana rustica* varieties. **Genetics**, Austin, v. 39, n. 6, p. 767-788, 1954.

JINKS, J. L.; HAYMAN, B. I. The analysis of diallel crosses. **Maize Genetics Cooperative Newsletter**, Ithaca, v. 27, p. 48-54, 1953.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied multivariate statistical analysis**. New Jersey: Prentice-Hall, 1992. 642 p.

KEMPTHORNE, O. The theory of the diallel cross. **Genetics**, Austin, v. 41, n. 4, p. 451-459, 1956.

KORIN, B. P. Some comments on the homocedasticity criterion M and the multivariate analysis of variance tests T^2 , W and R. **Biometrika**, London, v. 59, n. 1, p. 215-216, Apr. 1972.

MARDIA, K. V. The effect of nonnormality on some multivariate tests and robustness to nonnormality in the linear model. **Biometrika**, London v. 58, n. 1, p. 105-121, Apr. 1971.

MARRIOT, F. H. C. **The interpretation of multiple observation**. New York: Academic Press, 1974. 117 p.

MARTINEZ GARZA, A. **Diseños y analysis de experimentos de cruzas dialélicas**. Chapingo: Centro de Estadística y Cálculo, 1983. 252 p.

MIRANDA FILHO, J. B.; CHAVES, L. J. Analysis of diallel crosses with F_2 generations. **Brazilian Journal of Genetics**, Ribeirão Preto, v. 19, n. 1, p. 127-132, Mar. 1996.

MIRANDA FILHO, J. B.; GERALDI, I. O. An adapted model for the analysis of partial diallel crosses. **Revista Brasileira de Genética**, Ribeirão Preto, v. 14, n. 3, p. 677-688, Sept. 1984.

MORLEY-JONES, R. Analysis of variance on the half diallel table. **Heredity**, Edinburgh, v. 20, n. 1, p. 117-121, 1965.

MORRISON, D. F. **Multivariate statistical methods**. New York: McGraw-Hill, 1967. 338 p.

RAMALHO, M. A. P.; SANTOS, J. B. S.; ZIMMERMANN, M. J. O. **Genética quantitativa em plantas autógamas: aplicações ao melhoramento do feijoeiro**. Goiânia: UFG, 1993. 271 p.

RAO, C. R. **Advanced statistical methods in biometric research**. New York: J. Wiley, 1952. 390 p.

REZENDE, G. D. S.; RAMALHO, M. A. P. Competitive ability of maize and common bean (*Phaseolus vulgaris*) cultivars intercropped in different environments. **Journal of Agricultural Science**, Cambridge, v. 123, n. 2, p. 185-190, Oct. 1994.

SAKAGUTI, E. S. **Utilização de técnicas de análise multivariadas na avaliação de cruzamentos dialélicos em coelhos**. 1994. 172 p. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

SAS INSTITUTE. **SAS language and procedures: usage**. Version 6, 1. ed. Cary NC: SAS Institute, 1995. 373 p.

SEARLE, S. R. **Linear models**. New York: J. Wiley, 1971. 531 p.

SINGH, M.; SINGH, R. K. A comparison of different methods of half-diallel analysis. **Theoretical Applied Genetics**, Berlin, v. 67, n. 4, p. 323-326, 1984.

SMITH, H.; GNANADESIKAN, R.; HUGHES, J. B. Multivariate analysis of variance (MANOVA). **Biometrics**, Washington, v. 18, n. 1, p. 22-41, Mar. 1962.

SOARES, L. **Divergência genética com base em componentes principais modificados e análise dialélica em pimentão (*Capsicum annuum* L.)**. 1995. 213 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

- SOUZA, E. A. **Alternativas experimentais na avaliação de progênies em programas de melhoramento genético vegetal.** 1997. 122 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP.
- SPRAGUE, G. F.; TATUM, L. A. General vs. specific combining ability in crosses of corn. **Journal American Society Agronomy**, Geneva, v. 34, n. 10, p. 923-932, Oct. 1942.
- VEIGA, R. D. **Eficiência dos dialelos circulantes na escolha de genitores, avaliada com simulação de dados.** 1998. 95 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- VENCOVSKY, R. **Alguns aspectos teóricos e aplicados relativos a cruzamentos dialélicos.** 1970. 59 p. Tese (Livre Docência) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP.
- VENCOVSKY, R.; BARRIGA, P. **Genética biométrica no fitomelhoramento.** Ribeirão Preto: Sociedade Brasileira de Genética, 1992. 496 p.
- WALTERS, D. E.; GALE, J. S. A note on the Hayman analysis of variance for a full diallel table. **Heredity**, Edinburgh, v. 38, n. 3, p. 401-407, 1977.
- WALTERS, D. E.; MORTON, J. R. On the analysis of variance of a half diallel table. **Biometrics**, Washington, v. 34, n. 1, p. 91-94, Mar. 1978.
- WILKS, S. S. Certain generalizations in the analysis of variance. **Biometrika**, London, v. 24, n. 3/4, p. 471-494, Dec. 1932.
- YATES, F. The analysis of data from all possible reciprocal crosses between a set of parental lines. **Heredity**, Edinburgh, n. 3, v. 1, p. 287-301, 1947.

ANEXOS

ANEXO A	Página
TABELA 1A Resumo das análises de variância de peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm e produção (P), em g/parcela.....	111
TABELA 2A Resumo da análise de variância multivariada preliminar para peso do pendão, em gramas; número de ramificações do pendão; altura da primeira espiga, em cm; altura da planta, em cm e produção, em g/parcela.....	111
TABELA 3A Resumo da análise de variância univariada para o modelo de análise dialélica proposto por Gardner & Eberhart (1966) para peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm e produção (P), em g/parcela	112

Extensão multivariada para o modelo de análise dialética proposto por
Griffing (1956) 113

¹ Dados relativos a parcelas.

FV	GL	Matriz de SQP ¹	V	F	V ₁	V ₂	P > F
Bloco	2	SQP (bloco)	0,3263	5,40	10	72	0,0000
Tratamento	20	SQP (tratamento)	0,0014	5,13	100	180	0,0000
Resíduo	40	SQP (resíduo)					

TABELA 2A Resumo da análise de variância multivariada preliminar para peso do pendão, em gramas; número de ramificações do pendão; altura da primeira espiga, em cm; altura da planta, em cm e produção, em g/parcela.

** Significativo a 1% de probabilidade pelo teste de F.
 ns Não-significativo pelo teste de F (P > 0,05).

¹ Dados relativos a parcelas.

FV	GL	QM ¹	PP	NRP	AE	AP	P
Bloco	2	72,9349**	42,1663**	141,8483**	38,4133 ^{ns}	11628,15 ^{ns}	
Tratamento	20	54,3588**	15,0275**	407,3004**	933,8909**	1137282,19**	
Resíduo	40	9,7995	3,5277	22,4349	35,6013	31534,61	
Média Geral		19,5949	22,7016	88,0889	181,7143	794,0517	22,36
CV (%)		15,98	8,27	5,38	3,28		

TABELA 1A Resumo das análises de variância de peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm e produção (P), em g/parcela.

TABELA 3A Resumo das análises de variância univariada para o modelo de análise dialélica proposto por Gardner & Eberhart (1966) para peso do pendão (PP), em gramas; número de ramificações do pendão (NRP); altura da primeira espiga (AE), em cm; altura da planta (AP), em cm; e produção (P), em g/parcela.

FV	GL	QM ¹				
		PP	NRP	AE	AP	P
Tratamento	20	18,1195 **	5,0091 **	135,77 **	311,30 **	379094,06 **
Genitor	5	19,1796 **	10,1125 **	83,12 **	170,10 **	365777,51 **
Heterose	15	17,7662 **	3,3080 **	153,31 **	358,36 **	383532,91 **
H. média	1	120,1938 **	30,7303 **	1400,25 **	3361,07 **	2046580,13 **
H. do genitor	5	7,5884 **	0,6397 ns	30,72 **	98,69 **	146347,86 **
H. específica	9	12,0396 **	1,7434 ns	82,88 **	168,99 **	330519,36 **
Resíduo	40	3,2665	1,1759	7,48	11,87	10511,54

¹ Dados relativos a médias.

** Significativo a 1% de probabilidade pelo teste de F.

^{ns} Não-significativo pelo teste de F ($P > 0,05$).

ANEXO B Extensão multivariada para o modelo de análise dialélica proposto por Griffing (1956).

Dada a escassez de literatura sobre a análise de variância multivariada para cruzamentos dialélicos, apresenta-se este anexo. O objetivo é o de apresentar os procedimentos para a obtenção da extensão multivariada para o modelo 4 de Griffing (1956).

Seja o seguinte esquema de um cruzamento dialélico balanceado envolvendo 4 genitores e a avaliação de 3 variáveis:

Genitores	1	2	3	4	Total ($Y_{i\cdot}^{(t)}$)
1	-	$Y_{12}^{(t)}$	$Y_{13}^{(t)}$	$Y_{14}^{(t)}$	$Y_{1\cdot}^{(t)} = Y_{12}^{(t)} + Y_{13}^{(t)} + Y_{14}^{(t)}$
2		-	$Y_{23}^{(t)}$	$Y_{24}^{(t)}$	$Y_{2\cdot}^{(t)} = Y_{12}^{(t)} + Y_{23}^{(t)} + Y_{24}^{(t)}$
3			-	$Y_{34}^{(t)}$	$Y_{3\cdot}^{(t)} = Y_{13}^{(t)} + Y_{23}^{(t)} + Y_{34}^{(t)}$
4				-	$Y_{4\cdot}^{(t)} = Y_{14}^{(t)} + Y_{24}^{(t)} + Y_{34}^{(t)}$
Total					$Y_{..\cdot}^{(t)} = Y_{12}^{(t)} + Y_{13}^{(t)} + \dots + Y_{34}^{(t)}$

O modelo estatístico geral é dado por:

$$Y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + g_i^{(t)} + g_j^{(t)} + s_{ij}^{(t)} + \bar{e}_{ij\cdot}^{(t)}$$

em que:

$Y_{ij}^{(t)}$: valor médio do cruzamento dialélico entre os genitores i e j, em que i, j = 1, 2, 3 e 4, com i < j, para a variável t, em que t = 1, 2 e 3;

$m^{(t)}$: média geral para a variável t;

$g_i^{(t)}$ e $g_j^{(t)}$: efeitos da capacidade geral de combinação do i-ésimo e j-ésimo genitor, respectivamente, para a variável t;

$s_{ij}^{(t)}$: efeitos da capacidade específica de combinação para os cruzamentos entre os genitores i e j, para a variável t;

$\bar{\epsilon}_{ij}^{(i)}$: erro experimental médio, em que os $\bar{\epsilon}_{ij}$ têm distribuição multinormal k-dimensional com vetor nulo de médias e uma matriz de variâncias e covariâncias Σ .

Expressando o modelo anterior sob a forma matricial $Y = X\beta + \epsilon$, tem-se que:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} m^{(1)} & m^{(2)} & m^{(3)} \\ g_1^{(1)} & g_1^{(2)} & g_1^{(3)} \\ g_2^{(1)} & g_2^{(2)} & g_2^{(3)} \\ g_3^{(1)} & g_3^{(2)} & g_3^{(3)} \\ g_4^{(1)} & g_4^{(2)} & g_4^{(3)} \\ s_{12}^{(1)} & s_{12}^{(2)} & s_{12}^{(3)} \\ s_{13}^{(1)} & s_{13}^{(2)} & s_{13}^{(3)} \\ s_{14}^{(1)} & s_{14}^{(2)} & s_{14}^{(3)} \\ s_{23}^{(1)} & s_{23}^{(2)} & s_{23}^{(3)} \\ s_{24}^{(1)} & s_{24}^{(2)} & s_{24}^{(3)} \\ s_{34}^{(1)} & s_{34}^{(2)} & s_{34}^{(3)} \end{pmatrix} \quad \epsilon = \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_{12}^{(1)} & \bar{\epsilon}_{12}^{(2)} & \bar{\epsilon}_{12}^{(3)} \\ \bar{\epsilon}_{13}^{(1)} & \bar{\epsilon}_{13}^{(2)} & \bar{\epsilon}_{13}^{(3)} \\ \bar{\epsilon}_{14}^{(1)} & \bar{\epsilon}_{14}^{(2)} & \bar{\epsilon}_{14}^{(3)} \\ \bar{\epsilon}_{23}^{(1)} & \bar{\epsilon}_{23}^{(2)} & \bar{\epsilon}_{23}^{(3)} \\ \bar{\epsilon}_{24}^{(1)} & \bar{\epsilon}_{24}^{(2)} & \bar{\epsilon}_{24}^{(3)} \\ \bar{\epsilon}_{34}^{(1)} & \bar{\epsilon}_{34}^{(2)} & \bar{\epsilon}_{34}^{(3)} \end{pmatrix}$$

Para a estimação dos efeitos da capacidade combinatória geral (CGC) e específica (CEC) e de suas respectivas somas de quadrados e produtos, utiliza-se o método dos quadrados mínimos. Assim, obtêm-se as soluções a partir das equações normais $X'X\hat{\beta} = X'Y$, derivadas do modelo linear $Y = X\beta + \epsilon$, em que $\epsilon \sim N_k(\phi, \Sigma)$.

Uma vez que a matriz X não é de posto coluna completo e pela necessidade de tornar certas funções paramétricas estimáveis, adotam-se as seguintes restrições nos parâmetros:

$$i) \sum_i g_i^{(0)} = \sum_j g_j^{(0)} = 0$$

$$ii) \sum_i s_{ij}^{(0)} = \sum_j s_{ij}^{(0)} = 0$$

Matricialmente, tem-se que $X'X$ é dada por:

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

então:

$$X'X = \begin{pmatrix} p(p-1)/2 & p-1 & p-1 & p-1 & p-1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ p-1 & p-1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ p-1 & 1 & p-1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ p-1 & 1 & 1 & p-1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ p-1 & 1 & 1 & 1 & p-1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$p(p-1)/2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$m^{(1)}$	$m^{(2)}$	$m^{(3)}$	$Y_{..}^{(1)}$	$Y_{..}^{(2)}$	$Y_{..}^{(3)}$
$p-1$	$p-2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$g_1^{(1)}$	$g_1^{(2)}$	$g_1^{(3)}$	$Y_{1.}^{(1)}$	$Y_{1.}^{(2)}$	$Y_{1.}^{(3)}$
$p-1$	0	$p-2$	0	0	0	0	0	0	0	$g_2^{(1)}$	$g_2^{(2)}$	$g_2^{(3)}$	$Y_{2.}^{(1)}$	$Y_{2.}^{(2)}$	$Y_{2.}^{(3)}$
$p-1$	0	0	$p-2$	0	0	0	0	0	0	$g_3^{(1)}$	$g_3^{(2)}$	$g_3^{(3)}$	$Y_{3.}^{(1)}$	$Y_{3.}^{(2)}$	$Y_{3.}^{(3)}$
$p-1$	0	0	0	$p-2$	0	0	0	0	0	$g_4^{(1)}$	$g_4^{(2)}$	$g_4^{(3)}$	$Y_{4.}^{(1)}$	$Y_{4.}^{(2)}$	$Y_{4.}^{(3)}$
1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	$s_{12}^{(1)}$	$s_{12}^{(2)}$	$s_{12}^{(3)}$	$Y_{12}^{(1)}$	$Y_{12}^{(2)}$	$Y_{12}^{(3)}$
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	$s_{13}^{(1)}$	$s_{13}^{(2)}$	$s_{13}^{(3)}$	$Y_{13}^{(1)}$	$Y_{13}^{(2)}$	$Y_{13}^{(3)}$
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	$s_{14}^{(1)}$	$s_{14}^{(2)}$	$s_{14}^{(3)}$	$Y_{14}^{(1)}$	$Y_{14}^{(2)}$	$Y_{14}^{(3)}$
1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	$s_{23}^{(1)}$	$s_{23}^{(2)}$	$s_{23}^{(3)}$	$Y_{23}^{(1)}$	$Y_{23}^{(2)}$	$Y_{23}^{(3)}$
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	$s_{24}^{(1)}$	$s_{24}^{(2)}$	$s_{24}^{(3)}$	$Y_{24}^{(1)}$	$Y_{24}^{(2)}$	$Y_{24}^{(3)}$
1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	$s_{34}^{(1)}$	$s_{34}^{(2)}$	$s_{34}^{(3)}$	$Y_{34}^{(1)}$	$Y_{34}^{(2)}$	$Y_{34}^{(3)}$

=

As seguintes equações normais são obtidas:

i)
$$\frac{p(p-1)}{2} \hat{m}^{(0)} = Y_{..}^{(0)}$$

ii)
$$(p-1) \hat{m}^{(0)} + (p-2) \hat{g}_i^{(0)} = Y_{i.}^{(0)}$$

iii)
$$\hat{m}^{(0)} + \hat{g}_i^{(0)} + \hat{g}_j^{(0)} + \hat{s}_{ij}^{(0)} = Y_{ij}^{(0)}$$

Desenvolvendo-se a equação (i), tem-se que a expressão do estimador do efeito da constante ($\hat{m}^{(0)}$) é dada por:

$$\hat{m}^{(0)} = \frac{2}{p(p-1)} Y_{..}^{(0)}$$

Para o estimador do efeito da capacidade geral de combinação ($\hat{g}_i^{(0)}$ e $\hat{g}_j^{(0)}$), desenvolvendo-se a equação (ii) e substituindo-se o resultado anterior, tem-se que:

$$\xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)} = - \frac{(z-d)}{1} Y_{(0)} + \frac{(z-d)(1-d)}{2} Y_{(0)}$$

$$\left[\frac{(z-d)(1-d)d}{p^2 Y_{(0)} - p^4 Y_{(0)} + 4 Y_{(0)}} + \frac{(z-d)}{1} Y_{(0)} \right] \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)} = \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)}$$

$$\left[\frac{(z-d)(1-d)d}{(p^2 - 2Y_{(0)} - (p-1)4Y_{(0)})} + \frac{(z-d)}{1} Y_{(0)} \right] \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)} = \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)}$$

$$\left[\frac{(z-d)d}{p(Y_{(0)} + Y_{(0)})} + \frac{(z-d)d}{4Y_{(0)}} - \frac{(1-d)d}{2} Y_{(0)} \right] \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)} = \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)}$$

$$\left[\frac{(z-d)d}{p^2 Y_{(0)} - 2Y_{(0)}} + \frac{(z-d)d}{2} Y_{(0)} - \frac{(1-d)d}{2} Y_{(0)} \right] \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)} = \xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)}$$

$$\xi_{(0)}^{ff} Y_{(0)} = - \xi_{(0)}^{ff} + \xi_{(0)}^{ff} + \xi_{(0)}^{ff}$$

anteriores, tem-se que:

($\xi_{(0)}^{ff}$), desenvolvendo-se a equação (iii) e substituindo-se os resultados Para o estimador do efeito da capacidade específica de combinação

$$\xi_{(0)}^{ff} = \frac{(z-d)d}{p^2 Y_{(0)} - 2Y_{(0)}}$$

$$\xi_{(0)}^{ff} = \frac{(z-d)}{Y_{(0)} - (p-1) \frac{(z-d)d}{2} Y_{(0)}}$$

$$\xi_{(0)}^{ff} = \frac{(z-d)}{Y_{(0)} - (p-1) \hat{m}}$$

As expressões das variâncias dos efeitos e dos contrastes entre efeitos da capacidade geral e específica de combinação são apresentadas abaixo:

Efeito ou Contraste	Variância ¹
$\hat{m}^{(t)}$	$2/[p(p-1)]$
$\hat{g}_i^{(t)}$	$(p-1)/[p(p-2)]$
$\hat{g}_i^{(t)} - \hat{g}_j^{(t)}$	$2(p-2)$
$\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{ij}^{(t)}$	$(p-3)/(p-1)$
$\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{ik}^{(t)}$	$2(p-3)/(p-2)$
$\hat{s}_{ij}^{(t)} - \hat{s}_{km}^{(t)}$	$2(p-4)/(p-2)$

¹ Multiplicado por $QMR^{(t)}/r$

Para a estimação das somas de quadrados e produtos sequenciais $R(\cdot/\cdot)$ ou tipo 1, para cada efeito, devem ser considerados os seguintes modelos:

- (1) $Y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + g_i^{(t)} + g_j^{(t)} + s_{ij}^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$
- (2) $Y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + g_i^{(t)} + g_j^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$
- (3) $Y_{ij}^{(t)} = m^{(t)} + \bar{e}_{ij}^{(t)}$

em que os termos são definidos como anteriormente.

As matrizes de SQP para cada um dos modelo considerados são dadas por:

$$\text{SQP do modelo completo (1)} = R(m^{(t)}, g_i^{(t)}, g_j^{(t)}, s_{ij}^{(t)}) = \hat{\beta}'X'Y_1$$

$$\text{SQP do modelo reduzido (2)} = R(m^{(t)}, g_i^{(t)}, g_j^{(t)}) = \hat{\beta}'X'Y_2$$

$$\text{SQP do modelo reduzido (3)} = R(m^{(t)}) = \hat{\beta}'X'Y_3$$

As matrizes de somas de quadrados e produtos para os efeitos da capacidade combinatória, geral (CGC) e específica (CEC), podem ser calculadas como:

$$\text{SQP (CGC)} = \hat{\beta}'X'Y_2 - \hat{\beta}'X'Y_3 = R(g_i^{(0)}, g_j^{(0)}/m^{(0)})$$

$$\text{SQP (CEC)} = \hat{\beta}'X'Y_1 - \hat{\beta}'X'Y_2 = R(s_{ij}^{(0)}/m^{(0)}, g_i^{(0)}, g_j^{(0)})$$

Matricialmente, para o cálculo de $\hat{\beta}'X'Y_1$, tem-se que:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{m}^{(1)} & \hat{m}^{(2)} & \hat{m}^{(3)} \\ \hat{g}_1^{(1)} & \hat{g}_1^{(2)} & \hat{g}_1^{(3)} \\ \hat{g}_2^{(1)} & \hat{g}_2^{(2)} & \hat{g}_2^{(3)} \\ \hat{g}_3^{(1)} & \hat{g}_3^{(2)} & \hat{g}_3^{(3)} \\ \hat{g}_4^{(1)} & \hat{g}_4^{(2)} & \hat{g}_4^{(3)} \\ \hat{s}_{12}^{(1)} & \hat{s}_{12}^{(2)} & \hat{s}_{12}^{(3)} \\ \hat{s}_{13}^{(1)} & \hat{s}_{13}^{(2)} & \hat{s}_{13}^{(3)} \\ \hat{s}_{14}^{(1)} & \hat{s}_{14}^{(2)} & \hat{s}_{14}^{(3)} \\ \hat{s}_{23}^{(1)} & \hat{s}_{23}^{(2)} & \hat{s}_{23}^{(3)} \\ \hat{s}_{24}^{(1)} & \hat{s}_{24}^{(2)} & \hat{s}_{24}^{(3)} \\ \hat{s}_{34}^{(1)} & \hat{s}_{34}^{(2)} & \hat{s}_{34}^{(3)} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X'Y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{vmatrix}$$

$$\hat{\beta}'X'Y_1 = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} & \hat{g}_1^{(1)} & \hat{g}_2^{(1)} & \hat{g}_3^{(1)} & \hat{g}_4^{(1)} & \hat{s}_{12}^{(1)} & \hat{s}_{13}^{(1)} & \hat{s}_{14}^{(1)} & \hat{s}_{23}^{(1)} & \hat{s}_{24}^{(1)} & \hat{s}_{34}^{(1)} \\ \hat{m}^{(2)} & \hat{g}_1^{(2)} & \hat{g}_2^{(2)} & \hat{g}_3^{(2)} & \hat{g}_4^{(2)} & \hat{s}_{12}^{(2)} & \hat{s}_{13}^{(2)} & \hat{s}_{14}^{(2)} & \hat{s}_{23}^{(2)} & \hat{s}_{24}^{(2)} & \hat{s}_{34}^{(2)} \\ \hat{m}^{(3)} & \hat{g}_1^{(3)} & \hat{g}_2^{(3)} & \hat{g}_3^{(3)} & \hat{g}_4^{(3)} & \hat{s}_{12}^{(3)} & \hat{s}_{13}^{(3)} & \hat{s}_{14}^{(3)} & \hat{s}_{23}^{(3)} & \hat{s}_{24}^{(3)} & \hat{s}_{34}^{(3)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} \\ Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{vmatrix}$$

Para o elemento da primeira linha e primeira coluna da matriz $\hat{\beta}'X'Y_1$, tem-se que:

$$a_{11} = \hat{m}^{(1)}Y_{..}^{(1)} + \sum_i \hat{g}_i^{(1)}Y_{i.}^{(1)} + \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(1)}Y_{ij}^{(1)}$$

Para o elemento da primeira linha e segunda coluna, tem-se:

$$a_{12} = \hat{m}^{(1)}Y_{..}^{(2)} + \sum_i \hat{g}_i^{(1)}Y_{i.}^{(2)} + \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(1)}Y_{ij}^{(2)}$$

Generalizando, a matriz resultante do produto de $\hat{\beta}'X'Y_1$ apresentará dimensão $k \times k$, em que o k representa o número de variáveis do cruzamento dialélico. Para o exemplo em questão, a matriz apresentará dimensão 3×3 . Seja o elemento a_{mn} , em que o m representa a m -ésima linha e o n representa a n -ésima coluna, para $m, n = 1, 2, \dots, t, \dots, k$. Generalizando para todos os elementos da matriz, tem-se que:

$$a_{nt} = \hat{m}^{(t)}Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{g}_i^{(t)}Y_{i.}^{(t)} + \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(t)}Y_{ij}^{(t)}$$

para $m = n = t$, e

$$a_{mn} = \hat{m}^{(m)}Y_{..}^{(n)} + \sum_i \hat{g}_i^{(m)}Y_{i.}^{(n)} + \sum_{i < j} \hat{s}_{ij}^{(m)}Y_{ij}^{(n)}$$

para $m \neq n$.

Para o cálculo da matriz $\hat{\beta}'X'Y_2$ tem-se:

$$\hat{\beta} = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} & \hat{m}^{(2)} & \hat{m}^{(3)} \\ \hat{g}_1^{(1)} & \hat{g}_1^{(2)} & \hat{g}_1^{(3)} \\ \hat{g}_2^{(1)} & \hat{g}_2^{(2)} & \hat{g}_2^{(3)} \\ \hat{g}_3^{(1)} & \hat{g}_3^{(2)} & \hat{g}_3^{(3)} \\ \hat{g}_4^{(1)} & \hat{g}_4^{(2)} & \hat{g}_4^{(3)} \end{vmatrix} \quad Y = \begin{vmatrix} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$X'Y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} \end{vmatrix}$$

$$\hat{\beta}'X'Y_2 = \begin{vmatrix} \hat{m}^{(1)} & \hat{g}_1^{(1)} & \hat{g}_2^{(1)} & \hat{g}_3^{(1)} & \hat{g}_4^{(1)} \\ \hat{m}^{(2)} & \hat{g}_1^{(2)} & \hat{g}_2^{(2)} & \hat{g}_3^{(2)} & \hat{g}_4^{(2)} \\ \hat{m}^{(3)} & \hat{g}_1^{(3)} & \hat{g}_2^{(3)} & \hat{g}_3^{(3)} & \hat{g}_4^{(3)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \\ Y_{1.}^{(1)} & Y_{1.}^{(2)} & Y_{1.}^{(3)} \\ Y_{2.}^{(1)} & Y_{2.}^{(2)} & Y_{2.}^{(3)} \\ Y_{3.}^{(1)} & Y_{3.}^{(2)} & Y_{3.}^{(3)} \\ Y_{4.}^{(1)} & Y_{4.}^{(2)} & Y_{4.}^{(3)} \end{vmatrix}$$

Para o elemento da primeira linha e primeira coluna da matriz $\hat{\beta}'X'Y_2$,

tem-se:

$$a_{11} = \hat{m}^{(1)}Y_{..}^{(1)} + \sum_i \hat{g}_i^{(1)}Y_{i.}^{(1)}$$

Para o elemento da primeira linha e segunda coluna, tem-se:

$$a_{12} = \hat{m}^{(1)}Y_{..}^{(2)} + \sum_i \hat{g}_i^{(1)}Y_{i.}^{(2)}$$

Generalizando, tem-se que:

$$a_u = \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)} + \sum_i \hat{g}_i^{(t)} Y_{i.}^{(t)}$$

para $m = n = t$, e

$$a_{mn} = \hat{m}^{(m)} Y_{..}^{(n)} + \sum_i \hat{g}_i^{(m)} Y_{i.}^{(n)}$$

para $m \neq n$.

Para o cálculo de $\hat{\beta}' X' Y_3$, obtêm-se:

$$\hat{\beta} = \left| \begin{array}{ccc} \hat{m}^{(1)} & \hat{m}^{(2)} & \hat{m}^{(3)} \end{array} \right| \quad X = \left| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right| \quad Y = \left| \begin{array}{ccc} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{array} \right|$$

$$X'Y = \left| \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{ccc} Y_{12}^{(1)} & Y_{12}^{(2)} & Y_{12}^{(3)} \\ Y_{13}^{(1)} & Y_{13}^{(2)} & Y_{13}^{(3)} \\ Y_{14}^{(1)} & Y_{14}^{(2)} & Y_{14}^{(3)} \\ Y_{23}^{(1)} & Y_{23}^{(2)} & Y_{23}^{(3)} \\ Y_{24}^{(1)} & Y_{24}^{(2)} & Y_{24}^{(3)} \\ Y_{34}^{(1)} & Y_{34}^{(2)} & Y_{34}^{(3)} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \end{array} \right|$$

$$\hat{\beta}' X' Y_3 = \left| \begin{array}{c} \hat{m}^{(1)} \\ \hat{m}^{(2)} \\ \hat{m}^{(3)} \end{array} \right| \left| \begin{array}{ccc} Y_{..}^{(1)} & Y_{..}^{(2)} & Y_{..}^{(3)} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(1)} & \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(2)} & \hat{m}^{(1)} Y_{..}^{(3)} \\ \hat{m}^{(2)} Y_{..}^{(1)} & \hat{m}^{(2)} Y_{..}^{(2)} & \hat{m}^{(2)} Y_{..}^{(3)} \\ \hat{m}^{(3)} Y_{..}^{(1)} & \hat{m}^{(3)} Y_{..}^{(2)} & \hat{m}^{(3)} Y_{..}^{(3)} \end{array} \right|$$

Generalizando, tem-se que:

$$a_{tt} = \hat{m}^{(t)} Y_{..}^{(t)}$$

para $m = n = t$, e

$$a_{mm} = \hat{m}^{(m)} Y_{..}^{(n)}$$

para $m \neq n$.

A matriz de somas de quadrados e produtos para o efeito da capacidade geral de combinação (CGC) é dada por:

$$SQP (CGC) = \hat{\beta}' X' Y_2 - \hat{\beta}' X' Y_3$$

então:

$$SQP (CGC) = \begin{vmatrix} \sum_i \hat{g}_i^{(1)} Y_{i.}^{(1)} & \sum_i \hat{g}_i^{(1)} Y_{i.}^{(2)} & \sum_i \hat{g}_i^{(1)} Y_{i.}^{(3)} \\ \sum_i \hat{g}_i^{(2)} Y_{i.}^{(1)} & \sum_i \hat{g}_i^{(2)} Y_{i.}^{(2)} & \sum_i \hat{g}_i^{(2)} Y_{i.}^{(3)} \\ \sum_i \hat{g}_i^{(3)} Y_{i.}^{(1)} & \sum_i \hat{g}_i^{(3)} Y_{i.}^{(2)} & \sum_i \hat{g}_i^{(3)} Y_{i.}^{(3)} \end{vmatrix}$$

Para a capacidade de combinação específica (CEC), tem-se que:

$$SQP (CEC) = \hat{\beta}' X' Y_1 - \hat{\beta}' X' Y_2$$

A generalização para um cruzamento dialélico envolvendo p genitores, a avaliação de k variáveis e o esquema de análise de variância multivariada para o modelo 4 de Griffing (1956) são apresentados no item 2.3.1.

$$SQP (CEC) = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(1)} Y_{ij}^{(1)} & \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(2)} Y_{ij}^{(2)} & \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(3)} Y_{ij}^{(3)} \\ \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(2)} Y_{ij}^{(1)} & \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(2)} Y_{ij}^{(2)} & \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(3)} Y_{ij}^{(3)} \\ \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(3)} Y_{ij}^{(1)} & \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(3)} Y_{ij}^{(2)} & \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f s_{ij}^{(3)} Y_{ij}^{(3)} \end{vmatrix}$$

assim SQP (CEC) é dado por: