



**MARCOS ANTONIO ISAAC JÚNIOR**

**MODELO MISTO E REDE NEURAL  
ARTIFICIAL PARA ESTIMATIVAS  
DENDROMÉTRICAS DE ÁRVORES  
INDIVIDUAIS**

**LAVRAS – MG  
2018**

**MARCOS ANTONIO ISAAC JÚNIOR**

**MODELO MISTO E REDE NEURAL ARTIFICIAL PARA  
ESTIMATIVAS DENDROMÉTRICAS DE ÁRVORES INDIVIDUAIS**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Manejo Florestal, para a obtenção do título de Doutor.

Prof. PhD. Natalino Calegario  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2018**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Isaac Júnior, Marcos Antonio.

Modelo misto e rede neural artificial para estimativas  
dendrométricas de árvores individuais / Marcos Antonio Isaac  
Júnior. - 2018.

81 p.

Orientador(a): Natalino Calegario.

.  
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Lavras, 2018.  
Bibliografia.

1. Inteligência computacional. 2. Modelos não lineares mistos.  
3. Sólido de revolução. I. Calegario, Natalino. . II. Título.

**MARCOS ANTONIO ISAAC JÚNIOR**

**MODELO MISTO E REDE NEURAL ARTIFICIAL PARA  
ESTIMATIVAS DENDROMÉTRICAS DE ÁRVORES INDIVIDUAIS**

**MIXED MODEL AND ARTIFICIAL NEURAL NETWORK FOR  
DENDROMETRIC ESTIMATES OF INDIVIDUAL TREES**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Manejo Florestal, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 09 de março de 2014.

Dr. Fausto Weimar Acerbi Júnior UFLA  
Dr. Paulo Fernando Trugilho UFLA  
Dr. Bruno Henrique Groenner Barbosa UFLA  
Dr. Adriano Ribeiro de Mendonça UFES

Prof. PhD. Natalino Calegario  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2018**

*À todas as pessoas que me apoiaram até este momento da minha vida,  
em especial, aos meus avós, Florisvaldo e Aparecida (in memoriam), que me  
deram conselhos e sempre estiveram ao meu lado para realizar meus sonhos e  
objetivos. Aos meus pais Vanda e Marcos e ao meu amor Marise.*

*Dedico*

## AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao Departamento de Engenharia Florestal. Ao Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq), pela concessão de bolsa de estudo.

Aos professores, especialmente, Lucas e Bruno, e funcionários, em especial à Francisca, que me receberam e apoiaram nesta etapa da minha vida. Ao meu orientador, Natalino Calegario por me apoiar para minha formação e desenvolver minha tese.

Quero, também, agradecer aos educadores que se tornaram amigos e pessoas que me ajudaram no entendimento melhor da vida, estes sempre estarão presentes nas minhas lembranças, Jana, Elder, Moisés, Leila, Marco Amaro, Marcos, Kusdra, Evandro, Simone, Edmilson, Zenóbio e Tarcísio.

Aos companheiros de trabalho e amizades que fiz nesta universidade Joyce, Geisi, Túlio, Ailton, Túlio, Larissa, Juninho, Sarita, Amanda, Cris, Ana, Gislean, Clarissa, Caio, Ezequiel e Josina. E, em especial, aos meus amigos e irmãos Sérgio, Pedro, Elliezer, Ulisses, Diana, Lorena, Raimundo, Mirian, Renato, Cledson, Juscélia, Ernani e Francesca. A minha família Rai, Lucas, Melissa, Sara, Vitor, Maria Eduarda e Fábio.

E agradecer a Deus por me dar forças para continuar realizando meus sonhos.

“Nunca tenha certeza de nada. A sabedoria  
começa com a dúvida.” ( Sigmund Freud)

## RESUMO GERAL

A carência de hardwares e softwares com alta capacidade de processamento era uma limitação para os ajustes de modelos de regressão mais complexos e inteligência computacional. Atualmente, é possível realizar esses ajustes e, com o passar dos anos, vem crescendo o uso de modelos não lineares mistos e redes neurais artificiais nas diversas áreas do conhecimento. Com o emprego desses novos métodos, é possível uma melhoria da exatidão das estimativas das variáveis florestais, auxiliando nas tomadas de decisão para o planejamento florestal. No primeiro artigo deste estudo foi feita uma revisão de literatura para compreender melhor estes métodos e a sua importância para a obtenção de melhores resultados. O segundo artigo utilizou a técnica de modelos não lineares mistos em multinível, com o objetivo de explicar a variação da altura de árvores individuais, em função de variáveis das árvores e do povoamento, e avaliar a qualidade dos ajustes para obtenção de sortimentos florestais. Por último, no artigo 3, fez-se uso das Redes Neurais Artificiais e procurou-se demonstrar que as mesmas podem ser tratadas como modelos de regressão, sendo possível recuperar seus parâmetros, obter um modelo e estimar o volume do fuste por meio da integração da estimativa da altura em função do raio. Provou-se que é possível usar os dois métodos para melhorar as estimativas das variáveis florestais.

**Palavras-chave:** Inteligência computacional. Modelos não lineares mistos. Sólido de revolução.



## GENERAL ABSTRACT

The scarce availability of hardware and software with high processing capacity was a limitation for the adjustments of more complex regression models and computational intelligence. Nowadays, it is possible to make these adjustments and, throughout the years, the use of nonlinear mixed-effects models and artificial neural networks are becoming usual to several areas of knowledge. Using these new methods is possible to improve the precision in the estimation of the forest variables, supporting the decision making for forest planning. In the first chapter of this study, a literature review was performed to a better understanding of these methods and their importance for better results. The second article explored the technique of multilevel nonlinear mixed-effects models, aiming to explain the variation of the height of individualized trees as a function of the tree and stands variables, and also to evaluate the quality of adjustments to obtain forest assortments. Finally, in article 3, artificial neural networks were used to try demonstrating that they can be treated as regression models, making possible to recover their parameters, to obtain a model and to estimate the volume of the stem through the integration of tree height as a function of its radius. It has been proved that it is possible to use both methods to improve the estimation of forest variables.

**Keywords:** Computational intelligence. Nonlinear mixed models. Solid revolution.

## SUMÁRIO

<b>PRIMEIRA PARTE</b> .....	<b>12</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>1.1 OBJETIVO GERAL</b> .....	<b>14</b>
<b>1.1.1 Objetivos Específicos</b> .....	<b>14</b>
<b>1.2 HIPÓTESES</b> .....	<b>14</b>
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1 BIOMETRIA FLORESTAL</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1.1 Função de afilamento</b> .....	<b>17</b>
<b>2.2 MODELOS NÃO LINEARES MISTOS</b> .....	<b>19</b>
<b>2.2.1 Modelo não linear misto de único nível</b> .....	<b>20</b>
<b>2.2.2 Modelo não linear misto em multinível</b> .....	<b>21</b>
<b>2.2.3 Funções de Variância</b> .....	<b>23</b>
<b>2.2.4 Estruturas de Correlação</b> .....	<b>24</b>
<b>2.3 INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL</b> .....	<b>25</b>
<b>2.3.1 Redes Neurais Artificiais</b> .....	<b>25</b>
<b>3 CONSIDERAÇÕES GERAIS</b> .....	<b>30</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>31</b>
<b>ARTIGO 1 - ESTIMATIVA DA ALTURA POR MEIO DE MODELOS NÃO LINEARES MISTOS EM MULTINÍVEL E SEU EFEITO NA OBTENÇÃO DOS SORTIMENTOS</b> .....	<b>35</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>38</b>
<b>2 MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	<b>39</b>
<b>2.1 BASE DE DADOS</b> .....	<b>39</b>

2.2	<b>AJUSTE DO MODELO NÃO LINEAR GENERALIZADO MULTINÍVEL DE EFEITO MISTO PARA CRESCIMENTO EM ALTURA DO POVOAMENTO FLORESTAL .....</b>	<b>41</b>
2.2.1	<b>Critérios de avaliação .....</b>	<b>43</b>
2.3	<b>OBTENÇÃO DO SORTIMENTO DO POVOAMENTO FLORESTAL .....</b>	<b>45</b>
3	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>46</b>
3.1	<b>MODELO MULTINÍVEL DE EFEITO MISTO NÃO LINEAR PARA ALTURA TOTAL DE ÁRVORES DE EUCALIPTO.....</b>	<b>46</b>
3.2	<b>OBTENÇÃO DO SORTIMENTO .....</b>	<b>50</b>
4	<b>DISCUSSÃO.....</b>	<b>52</b>
5	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>56</b>
	<b>REFERÊNCIA .....</b>	<b>57</b>
	<b>ARTIGO 2 - PARAMETER RECOVERING AND PREDICTING TREE STEM VOLUME BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORK..</b>	<b>59</b>
1	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>61</b>
2	<b>MATERIAL AND METHODS.....</b>	<b>62</b>
2.1	<b>DATA COLLECTION.....</b>	<b>62</b>
2.2	<b>DATA PROCESSING AND ORGANIZATION.....</b>	<b>63</b>
2.3	<b>ADJUSTMENT OF NONLINEAR MODELS .....</b>	<b>63</b>
2.4	<b>ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS .....</b>	<b>65</b>
2.5	<b>EVALUATION CRITERIA .....</b>	<b>66</b>
2.6	<b>OBTAINING THE VOLUME PER INDIVIDUAL TREE .....</b>	<b>67</b>
3	<b>RESULTS .....</b>	<b>68</b>
4	<b>DISCUSSION .....</b>	<b>76</b>
5	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>78</b>

**REFERENCES.....79**

## PRIMEIRA PARTE

### 1 INTRODUÇÃO

A compreensão das interações entre as plantas e o ambiente que as circundam, fatores edafoclimáticos, remete há muitos anos. As formas de representação comumente usadas são por meio de modelos estatísticos, matemáticos e computacionais. Assim, estudos para a representação da natureza vem crescendo. Vários pesquisadores tem se esforçado para serem os mais fidedignos possível para realizar a representação do meio ambiente por meio da modelagem. Essas, podem possibilitar melhoras quanto a representação dos efeitos das mudanças climáticas na agricultura como em diversas outras áreas.

Há alguns anos a falta de *hardwares* e *softwares* com alta capacidade de processamento era uma limitação para os ajustes de modelos de regressão mais complexos como os de efeito misto e o uso de técnicas de inteligência computacional como as redes neurais artificiais.

Atualmente, é possível utilizar técnicas de maior complexidade computacional e, com o passar dos anos, vem crescendo o uso de modelos não lineares mistos e de redes neurais artificiais.

Esses métodos veem sendo cada vez mais aplicados pelos pesquisadores, que buscam ganhos como precisão e exatidão em relação às variáveis de estudo. Contudo, esses métodos não são difundidos para a maioria da sociedade, pois necessitam de melhor entendimento para poderem ser compartilhados.

O método de regressão linear é o mais usual, ainda, no setor florestal por propiciar ajustes precisos e exatidão. Porém, esse método não possibilita a interpretação dos parâmetros, isto é, compreender como a variável biológica afeta o ambiente de estudo. Uma forma de possibilitar a interpretação dos parâmetros é por meio de modelos não lineares biológicos. Esse método procura

representar o crescimento da variável biológica. Porém, avalia apenas o efeito fixo, isto é, não considera a aleatoriedade, o acaso, que circunda o ambiente de estudo.

Assim, modelos não lineares mistos permitem estudar o efeito fixo e o efeito aleatório do ambiente de estudo em diversas áreas do conhecimento como agricultura, biologia, economia, fabricação e geofísica. As aplicações dos modelos não lineares mistos podem ser utilizadas em povoamentos florestais para a estimativa e predição do crescimento em altura (ADAME et al., 2008; CALEGARIO et al., 2005; CRECENTE-CAMPO et al., 2010; MENDONÇA; CARVALHO; CALEGARIO, 2015; RAZALI et al., 2015), estimativa e predição do crescimento em diâmetro (TIMILSINA; STAUDHAMMER, 2013) e para avaliar o perfil longitudinal do fuste da árvore (CARVALHO et al., 2014; PIRES; CALEGARIO, 2007)

Além dos modelos não lineares mistos, outras formas de representar essas interações são por meios da inteligência computacional. As Redes Neurais Artificiais (RNAs) apresentam flexibilidade ao realizar o treinamento para a base de dados e permitem a utilização de uma ou mais variáveis de entrada e saída, bem como de dados que apresentam comportamento não linear, *outliers* e distribuição Gaussiana (ÖZÇELIK et al., 2010).

Como exemplo de algumas aplicações das RNAs em estudos biométricos florestais têm-se, Binoti et al. (2015) que estimaram a produção volumétrica para uma população de clones de eucalipto. Soares et al. (2012) que obtiveram resultados satisfatórios para a realização do inventário florestal utilizando RNAs para prever diâmetros de árvores considerando a altura total e o diâmetro comercial. Zhao et al. (2013) que aplicaram RNAs para ajustar modelos de área basal e modelos de incremento de volume individuais e obtiveram resultados satisfatórios. Leite et al. (2011), Schikowski, Dalla Corte e

Sanqueta (2015) e Nunes e Gørgens (2016) conseguiram representar o perfil longitudinal do *Eucalyptus* sp. e *Tectona grandis* e florestas nativas.

## **1.1 Objetivo Geral**

Compreender e avaliar o uso dos modelos não lineares mistos em multinível e das RNAs aplicados ao planejamento florestal.

### **1.1.1 Objetivos Específicos**

- a) Ajustar o modelo não linear misto em multinível para o crescimento em altura do povoamento florestal e avaliar os resultados dos ajustes para obtenção de sortimentos florestais;
- b) Recuperar os parâmetros das RNAs, comparar os modelos não lineares com as RNAs e integrar a altura em função do raio para a obtenção do volume total do fuste.

## **1.2 Hipóteses**

Assumem-se como hipóteses:

- 1) Com o ajuste do modelo não linear em multinível é possível melhorar a exatidão na obtenção de sortimentos florestais;
- 2) Com o uso das RNAs é possível gerar um modelo e integrá-lo para a obtenção do volume total do fuste.

## **2 REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1 Biometria florestal**

A utilização de modelos estatísticos, computacionais e matemáticos para a representação do perfil da árvore auxilia na tomada de decisão quanto aos padrões de corte. Estes modelos permitem no planejamento florestal a tomada de decisão para a aplicação de quais tratamentos silviculturais adotar, tais como os desbastes e as desramas, que estão relacionados ao tipo de forma da árvore (PEREIRA et al., 2005).

Para a realização da modelagem do meio ambiente são necessários a realização da mensuração dos indivíduos arbóreos. Essas medições podem ser feitas de forma indireta ou direta. A mensuração indireta, implica no envolvimento de medidas geométricas e trigonométricas para determinação da altura (HUSCH; MILLER; BEERS, 1982). Quando realizada de forma direta, esta deve ser feita assumindo um padrão de medição, isto é, qual a unidade de medida será usada (HUSCH; MILLER; BEERS, 1982).

A mensuração da árvore é importante, pois a mesma apresenta variações nas formas ao longo do fuste, dificultando a determinação do ponto de transição entre os sólidos existentes na árvore (LOUREIRO et al., 2012). Vários fatores afetam a forma da árvore, são eles: espécie, sítio, tratamentos silviculturais, idade, aspectos genéticos, dentre outros (AVERY; BURKHART, 1994; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2009).

Essas medições ao longo do perfil longitudinal do fuste são importantes para a determinação do volume total e/ou seccional da árvore. O cálculo do volume é feito por meio do seccionamento do fuste e cubagem rigorosa, para minimizar o efeito das variações da forma do fuste (LOUREIRO et al., 2012; HUSCH; MILLER; BEERS, 1982).



Estudos referentes à forma do tronco buscam descrever o perfil da árvore por meio de modelos estatísticos e procuram, assim, estimar o volume da árvore, com base no diâmetro à altura do peito (DAP) e na altura total (ANUCHIN, 1970; FINGER, 1992; HUSCH; MILLER; BEERS, 1982). Além dos modelos estatísticos, outros métodos veem sendo empregados no setor florestal.

O fuste da árvore é representado por meio de modelos dendrométricos (paraboloide, neiloide, cilindro e cone) que visam analisar as cubagens com os sólidos geométricos de revolução. Os sólidos de revolução são gerados, quando ocorre a rotação de formas geométricas em torno do seu eixo: cilindro - ocorre rotação de um retângulo em torno de um lado; cone - por meio de um triângulo retângulo; esfera - é em torno do semicírculo de diâmetro; e o paraboloide (HUSCH; MILLER; BEERS, 1982).

Estes são obtidos pela rotação da curva, de forma geral  $y = k$  em torno do seu eixo  $x$ , a forma do expoente muda conforme a equação, diferente do sólido gerado. Husch, Miller e Beers (1982) consideram que se a equação  $y = k$  pode representar o perfil longitudinal do fuste, pode-se obter o volume dos sólidos de revolução por seção e/ou total da árvore por meio da integração (EQUAÇÃO 1).

$$v = \pi \int_a^b y^2 dx \quad (1)$$

Assim, assume que o corpo de revolução que em todas as seções do fuste sobre um plano perpendicular ao seu eixo longitudinal assume ser um círculo (HUSCH; MILLER; BEERS, 1982; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2009). Devido a dificuldade na obtenção do volume da árvore, por meio do índice da geratriz da paraboloide, procura-se obter o volume real da árvore ou

das seções pelo deslocamento da água ou xilômetro (MACHADO, FIGUEIREDO FILHO, 2009). Contudo, o procedimento mais usual para a estimativa do volume real, é a cubagem rigorosa, que implica na divisão do fuste da árvore em “n” seções, conforme o afilamento do fuste. Este procedimento leva em consideração a medição dos diâmetros ao longo do fuste e permite a obtenção dos diâmetros da árvore de forma absoluta e relativa ou a combinação de ambos (MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2009).

As fórmulas, utilizadas para realização da mensuração das várias secções do fuste, são a de Smalian, Huber e Newton (HUSCH; MILLER; BEERS, 1982; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2009) e relativa a de Hohenald (MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2009). Existem outros métodos de cubagem, porém menos usuais no setor florestal brasileiro.

Assim, para a determinação multiprodutos como energia, celulose e serraria são ajustados funções de afilamento, que procuram representar o perfil longitudinal do fuste da árvore. Esses permitem a estimativa do volume total e/ou seccional do fuste.

### **2.1.1 Função de afilamento**

A função de afilamento permite a avaliação biológica e econômica de um maciço florestal e uma análise do povoamento florestal de forma quantitativa, número de toras com os seus respectivos volumes. Os volumes podem ser obtidos por meio da integração da função. Devido apresentar uma maior flexibilidade para cálculos de volume, essa tem grande aplicabilidade para o planejamento florestal. Geralmente, a função de afilamento faz uso das variáveis DAP e altura total (LEITE et al., 2006; NUNES; TOMÉ; TOMÉ, 2010) para o ajuste da função.

Os modelos não lineares biológicos têm fácil aceitação, pois permitem a visualização de pontos de inflexão, bem como verificar as relações biológicas dos dados observados (RATKOWSKY, 1983). O modelo de Garay (1979) é derivado de Chapman-Richards, esse modelo permite representar o perfil do fuste e, com isso gerar uma curva sigmoide (RIOS, 1997).

Outro modelo utilizado é o logístico que apresenta interpretabilidade biológica de seus parâmetros e os mesmos apresentam ajustes com o perfil da árvore (CALEGARIO, 2002). O modelo de Gompertz é muito utilizado na modelagem econométrica, pois apresenta uma assimetria sobre seu ponto de inflexão e apresenta uma curvatura aceitável (RATKOWSKY, 1983).

O modelo tipo-Weibull com 4 parâmetros apresenta um comportamento satisfatório, quando comparado com os outros modelos, pois os parâmetros alfa e beta possuem um comportamento inicialmente linear (RATKOWSKY, 1983). Esses modelos não lineares biológicos podem ser empregados com os modelos não lineares mistos.

Além dos modelos não lineares biológicos, vem sendo cada vez mais usual no setor florestal o uso das RNAs. As RNAs têm mostrado uma capacidade de generalização, quando realizado o treinamento dos dados, mesmo que apresentem ruídos. As RNAs têm sido aplicadas para reconhecimento de padrões, classificação, ajustes, otimização, agrupamento, previsão e controle. Outro ponto de importância, é o uso da função de ativação logística, que é semelhante a função não linear biológica logística. Desta forma, o uso das RNAs para os ajustes das variáveis de interesse florestal, tem demonstrado eficiência como outro método para auxiliar no planejamento florestal.

## 2.2 Modelos não lineares mistos

Diferentemente dos modelos não lineares, os modelos lineares têm dificuldade de representar os dados observados de estrutura não linear, pois, para serem ajustados, é necessário aumentar a ordem de um modelo polinomial (PINHEIRO; BATES, 2000) e os parâmetros não explicam a parte biológica dos dados.

De acordo com Ratkowsky (1983), os modelos não lineares podem ser usados em diversas áreas, como: biologia, agronomia, engenharia e economia. Inúmeras funções estatísticas foram propostas para modelar curvas biológicas. Entre estes estão Gompertz, logístico, Richards (1959), Morgan-Mercer-Flodin (1975) e o modelo derivado da distribuição de Weibull (1951), designado de modelo tipo-Weibull (RATKOWSKY, 1983), entre outras.

Contudo, se tornou necessário o uso de métodos estatísticos mais robustos que permitam uma análise mais precisa dos dados a serem analisados. Neste contexto, os modelos não lineares mistos vêm sendo cada vez mais aplicados no setor florestal. De acordo com Pinheiro e Bates (2000), os modelos não lineares mistos permitem que a predição se estenda além do intervalo dos dados observados. Ao adicionar os efeitos aleatórios nos modelos não lineares, é possível avaliar a correlação dentro dos grupos (PINHEIRO; BATES, 2000). Porém, uma desvantagem dos modelos não lineares mistos é a obtenção dos valores iniciais dos parâmetros de efeito fixo, já que isso não ocorre com os modelos lineares mistos (PINHEIRO; BATES, 2000).

De acordo com Twisk (2003), os dados são considerados longitudinais quando a variável resposta é remeida em uma mesma unidade amostral e no mesmo indivíduo no tempo. Assim, os modelos não lineares mistos podem ser ajustados com um único ou mais níveis.

### 2.2.1 Modelo não linear misto de único nível

De acordo com Lindstrom e Bates (1990), quando o modelo não linear misto é considerado com apenas um nível hierárquico, sua representação é a seguinte (EQUAÇÃO 2):

$$y_{ij} = f(\phi_{ij}, v_{ij}) + \varepsilon_{ij}, \quad i=1, \dots, M, j=1, \dots, n_i, \quad (2)$$

em que:  $M$  é o número de grupos;  $n_i$  é o número de observações no  $i$ -ésimo grupo;  $\varepsilon_{ij}$  é o erro distribuído normalmente dentro do  $i$ -ésimo grupo e  $j$ -ésima observação.

Conforme Pinheiro e Bates (2000) e Fitzmaurice et al. (2008)  $f$  representa valores reais para uma função diferenciável geral para um grupo específico de vetor do parâmetro  $\phi_{ij}$  e um vetor de covariáveis  $v_{ij}$ , sendo que pelo menos um componente é não linear para o parâmetro  $\phi_{ij}$ . Assim, o modelo (EQUAÇÃO 3) expressa  $\phi_{ij}$  como:

$$\phi_{ij} = \mathbf{A}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{B}_{ij}\mathbf{b}_i, \quad \mathbf{b}_i \sim N(0, \psi), \quad (3)$$

em que:  $\boldsymbol{\beta}$  é um vetor ( $\mathbf{p} \times 1$ ) de efeitos fixos;  $\mathbf{b}_i$  é um vetor ( $\mathbf{q}_i \times 1$ ) de efeitos aleatórios associado com o  $i$ -ésimo grupo com uma matriz de covariância-variância  $\psi$ ;  $\mathbf{A}_{ij}$  e  $\mathbf{B}_{ij}$  são matrizes que dependem do grupo e, possivelmente, dos valores das covariáveis na  $j$ -ésima observação.

Conforme Pinheiro e Bates (2000), as matrizes  $\mathbf{A}_{ij}$  e  $\mathbf{B}_{ij}$  podem depender de  $j$ , isto é, permitem que sejam adicionadas as covariáveis de tempo nos efeitos fixos ou efeitos aleatórios do modelo. Neste caso, assume que as observações nos grupos sejam independentes e que os  $\varepsilon_{ij}$  são independentemente distribuídos com  $N(0, \sigma^2)$  e independentemente de  $\mathbf{b}_i$ .

Os coeficientes para um grupo específico da função não linear  $\phi_{ij}$  podem ser originários das matrizes de incidência  $\mathbf{A}_{ij}$  e  $\mathbf{B}_{ij}$  (PINHEIRO; BATES, 2000).

Contudo, caso queira um segundo nível, é necessário adicionar um outro grupo ao modelo para calcular as derivadas da função do modelo em relação a  $\boldsymbol{\beta}$  e  $\mathbf{b}_i$  (PINHEIRO; BATES, 2000). Assim (EQUAÇÃO 4 e EQUAÇÃO 5),

$$y_{ij} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\phi}_{ij}, \mathbf{v}_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\phi}_{ij} = \mathbf{A}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{B}_{ij}\mathbf{b}_i,$$

para  $i = 1, \dots, M$ , em que

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ \boxtimes \\ y_{in_i} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\phi}_i = \begin{bmatrix} \phi_{i1} \\ \boxtimes \\ \phi_{in_i} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \boxtimes \\ \varepsilon_{in_i} \end{bmatrix}, \mathbf{f}(\boldsymbol{\phi}_{ij}, \mathbf{v}_{ij}) = \begin{bmatrix} f(\phi_{i1}, \mathbf{v}_{i1}) \\ \boxtimes \\ f(\phi_{in_i}, \mathbf{v}_{in_i}) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} v_{i1} \\ \boxtimes \\ v_{in_i} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i1} \\ \boxtimes \\ \mathbf{A}_{in_i} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i1} \\ \boxtimes \\ \mathbf{B}_{in_i} \end{bmatrix}.$$

### 2.2.2 Modelo não linear misto em multinível

O modelo não linear misto pode ser conduzido para mais de um nível aninhado. Considerando dois níveis como exemplo (EQUAÇÃO 6), estes são dispostos da seguinte forma, o primeiro estágio expressa a variável resposta  $y_{ijk}$  para  $k$ -ésima observação no  $j$ -ésimo grupo do segundo nível do  $i$ -ésimo grupo de primeiro nível (PINHEIRO; BATES, 2000).

$$y_{ij} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\phi}_{ijk}, \mathbf{v}_{ijk}) + \varepsilon_{ijk}, i=1, \dots, M, j=1, \dots, M_i, K=1, \dots, n_{ij} \quad (6)$$

em que:  $M$  é o número de grupos de primeiro nível;  $M_i$  é o número de grupos de segundo nível dentro do primeiro grupo de nível;  $n_{ij}$  é o número de observações no  $j$ -ésimo grupo de segundo nível do primeiro grupo de nível;  $\varepsilon_{ijk}$  é um termo de erro dentro do grupo normalmente distribuído.

Conforme Pinheiro e Bates (2000), na Equação 6,  $f$  representa valores reais para uma função diferenciável geral para um grupo específico de vetor do parâmetro  $\phi_{ijk}$  e um vetor de covariantes  $v_{ijk}$ , sendo que pelo menos um componente é não linear para o parâmetro  $\phi_{ij}$ . Assim, a segunda etapa do modelo (EQUAÇÃO 7) expressa  $\phi_{ij}$  como:

$$\phi_{ijk} = \mathbf{A}_{ijk}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{B}_{i,jk}\mathbf{b}_i + \mathbf{B}_{ijk}\mathbf{b}_{ij}, \quad (7)$$

$$\mathbf{b}_i \sim N(0, \psi_1), \mathbf{b}_{ij} \sim N(0, \psi_2).$$

em que:  $\boldsymbol{\beta}$  é um vetor ( $p \times 1$ ) de efeitos fixos;  $\mathbf{b}_i$  é um vetor ( $q_1 \times 1$ ) de efeitos aleatórios independentemente distribuídos com uma matriz de covariância-variância  $\psi_1$ ;  $\mathbf{b}_{ij}$  é um vetor ( $q_2 \times 1$ ) de efeitos aleatórios independentemente distribuídos com uma matriz de covariância-variância  $\psi_2$ , e pressuposto ser independente dos efeitos aleatórios do primeiro nível;  $\mathbf{A}_{ijk}$  e  $\mathbf{B}_{ijk}$  são matrizes de incidência;  $\varepsilon_{ijk}$ , dentro dos grupos, são independentemente distribuídos e são independente dos efeitos aleatórios.

Segue (EQUAÇÃO 8 e EQUAÇÃO 9),

$$Y_{ij} = f(\phi_{ij}, v_{ij}) + \varepsilon_{ij}, \quad (8)$$

$$\phi_{ij} = \mathbf{A}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{B}_{i,j}\mathbf{b}_i + \mathbf{B}_{ij}\mathbf{b}_{ij},$$

Para  $i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, M_i$ , em que

$$\mathbf{y}_{ij} = \begin{bmatrix} y_{ij1} \\ \vdots \\ y_{ijn_j} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\phi}_{ij} = \begin{bmatrix} \phi_{ij1} \\ \vdots \\ \phi_{ijn_j} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{ij1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ijn_j} \end{bmatrix}, \mathbf{f}_{ij}(\boldsymbol{\phi}_{ij}, \mathbf{v}_{ij}) = \begin{bmatrix} f(\phi_{ij1}, \mathbf{v}_{ij1}) \\ \vdots \\ f(\phi_{ijn_j}, \mathbf{v}_{ijn_j}) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{ij1} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{ijn_j} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ij1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{ijn_j} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{i,j} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{i,j1} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{i,jn_j} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{ij1} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{ijn_j} \end{bmatrix}.$$

### 2.2.3 Funções de Variância

Conforme Pinheiro e Bates (2000), as funções de variância são empregadas para ajustar a variabilidade dos erros dentro do grupo usando covariáveis. Considerando um único nível para um modelo não linear misto (EQUAÇÃO 10) (DAVIDIAN; GILTINAN, 1995; FITZMAURICE et al., 2008; LITTELL et al., 2006; MOLENBERGHS; VERBEKE; 2005),

$$\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} | \mathbf{b}_i) = \sigma^2 \mathbf{g}^2(\boldsymbol{\mu}_{ij}, \mathbf{v}_{ij}, \boldsymbol{\delta}), \quad i=1, \dots, M, j=1, \dots, n_i, \quad (10)$$

em que:  $\boldsymbol{\mu}_{ij} = E[y_{ij} | \mathbf{b}_i]$ ;  $\mathbf{v}_{ij}$  é o vetor de variância das covariáveis;  $\boldsymbol{\delta}$  é um vetor da variância dos parâmetros;  $\mathbf{g}(\cdot)$  é a função de variância, assumindo contínuo em  $\boldsymbol{\delta}$ .

De acordo com o exemplo de Fitzmaurice et al. (2008); Littell et al. (2006); Molenberghs e Verbeke (2005) e Pinheiro e Bates (2000), o aumento da potência, valor absoluto de uma covariável ( $\mathbf{v}_{ij}$ ), acarreta o aumento da variabilidade dentro do grupo. Assim (EQUAÇÃO 11),

$$\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} | \mathbf{b}_i) = \sigma^2 |\mathbf{v}_{ij}|^{2\delta} \quad (11)$$



em que: A função de variância neste caso é  $g(x,y) = |x|^y$  e a covariável  $v_{ij}$  pode ser o valor esperado  $\mu_{ij}$ .

A função da variância pode ser utilizada para modelos em multinível (PINHEIRO; BATES, 2000; WEST; WELCH; GATECKI, 2015). Segue (EQUAÇÃO 12),

$$\text{Var}(\varepsilon_{ijk} | \mathbf{b}_{i,j}, \mathbf{b}_{ij}) = \sigma^2 g^2(\mu_{ijk}, \mathbf{v}_{ijk}, \boldsymbol{\delta}),$$

$$i=1, \dots, M, j=1, \dots, M_i, k=1, \dots, n_{ij},$$
(12)

Em que:  $\mu_{ij} = E[y_{ij} | \mathbf{b}_{i,j}, \mathbf{b}_{ij}]$ ;  $\mathbf{v}_{ij}$  é o vetor de variância das covariáveis;  $\boldsymbol{\delta}$  é um vetor da variância dos parâmetros;  $g(\cdot)$  é a função de variância, assumindo contínuo em  $\boldsymbol{\delta}$ .

#### 2.2.4 Estruturas de Correlação

Pinheiro e Bates (2000), Molenberghs e Verbeke (2005) relataram que as estruturas de correlação são usadas para descrever a dependência entre as observações. Contudo, quando aplicado com modelo de efeito misto, podem ser usados para descrever a dependência entre os erros dentro do grupo (PINHEIRO; BATES, 2000). As estruturas de correlação podem ser usadas em dados de série temporal, associado com uma variável de tempo, e dados espaciais, que estão associados por meio de um vetor de localização espacial bidimensional (PINHEIRO; BATES, 2000).

As estruturas de correlação dentro do grupo para um único nível (MOLENBERGHS; VERBEKE, 2005; PINHEIRO; BATES, 2000). Segue (EQUAÇÃO 13),

$$\text{cor}(\epsilon_{ij}, \epsilon_{ij'}) = h \left[ d(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{p}_{ij'}), \boldsymbol{\rho} \right], \quad i=1, \dots, M, j, j'=1, \dots, n_i \quad (13)$$

em que:  $\boldsymbol{\rho}$  é o vetor de correlação dos parâmetros;  $h(\cdot)$  é uma função de correlação com os valores entre -1 e 1, contínuo em  $\boldsymbol{\rho}$  e tal que  $h(0, \boldsymbol{\rho}) = 1$ , se as duas observações tiverem vetores de posição idênticos, são a mesma observação e, portanto, têm correlação 1.

Generalizando para agrupamento em multinível (PINHEIRO; BATES, 2000; WEST; WELCH; GATECKI, 2015). Segue (EQUAÇÃO 14),

$$\text{cor}(\epsilon_{ijk}, \epsilon_{ijk'}) = h \left[ d(\mathbf{p}_{ijk}, \mathbf{p}_{ijk'}), \boldsymbol{\rho} \right], \quad (14)$$

$$i=1, \dots, M, j=1, \dots, M_i, k, k'=1, \dots, n_{ij}$$

Em que:  $\boldsymbol{\rho}$  é o vetor de correlação dos parâmetros;  $h(\cdot)$  é uma função de correlação com os valores entre -1 e 1, contínuo em  $\boldsymbol{\rho}$  e tal que  $h(0, \boldsymbol{\rho}) = 1$ , se duas observações tiverem vetores de posição idênticos, são a mesma observação e, portanto, têm correlação 1.

## 2.3 Inteligência Computacional

A Inteligência Computacional se baseia nas características da natureza, isto é, procura aprender, reagir, generalizar, descobrir e abstrair (ENGELBRECHT, 2007). E, procura representar características biológicas por meio de modelos matemáticos e computacionais (ENGELBRECHT, 2007). Os algoritmos usados para a representação da natureza e biológico são conhecidos como algoritmos inteligentes, são eles: redes neurais artificiais (RNAs), computação evolutiva (CE), sistema de enxames (SE), sistemas imunes artificiais (SIA) e sistemas *fuzzy* (SF) (ENGELBRECHT, 2007).

### 2.3.1 Redes Neurais Artificiais

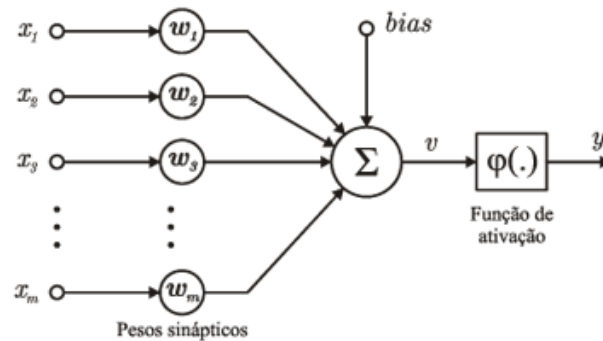
As RNAs surgiram no intuito de representar o cérebro humano (BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2011; HAYKIN, 2001). O primeiro

trabalho com RNAs foi em 1943. Foi implementado pelo psiquiatra e neuroanatomista McCulloch e o matemático Pitts, com o objetivo de representar o sistema nervoso humano por meio da modelagem matemática (BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2011; HAYKIN, 2001).

O neurônio biológico é constituído pelas seguintes partes: os dendritos, responsáveis pelos estímulos nervosos; o corpo da célula, responsável pelos processos metabólicos e, onde impulsos são processados e gerados; e o axônio pelo qual os impulsos são enviados. Desta forma, o neurônio artificial (FIGURA 1) procura por meio da modelagem matemática reconstituir o neurônio biológico: entrada ( $x_m$ ), que estão conectados a seus pesos ( $w_m$ ) (HAYKIN, 2001). Cada entrada é multiplicada por seu peso que indica a importância de cada entrada na saída (HAYKIN, 2001).

Conforme a Figura 1, os valores dos pesos das entradas, de acordo com a origem dos dados, podem assumir intervalos negativos ou positivos (HAYKIN, 2001). Posteriormente, ocorre a soma e passa pela função de ativação que restringe a amplitude de saída do neurônio e aplica a não linearidade ao modelo (HAYKIN, 2001). O bias tem a função de aumentar ou diminuir a influência dos valores das entradas (HAYKIN, 2001). Existem quatro tipos de função de ativação, são eles: tangente hiperbólica, logística, semilinear ou limiar (HAYKIN, 2001).

Figura 1 - Representação de um neurônio artificial.



Legenda: Análise automática de oscilografias em sistemas elétricos de potência.  
 Fonte: Moreto e Rolim (2010).

As RNAs podem assumir diferentes arquiteturas, isto é, ter um único neurônio ou mais neurônios. As arquiteturas podem ser de uma única camada alimentada para frente (*feed forward*), multicamadas alimentadas para frente e apresentar redes recorrentes, isto é, terem conexões com os neurônios posteriores (HAYKIN, 2001). As formas de aprendizagem das RNAs podem ser supervisionadas, na qual mostra o caminho a seguir na rede, ou não-supervisionado, a qual não tem conhecimento do ambiente externo (HAYKIN, 2001) e por reforço, que se baseia se a saída está correta ou não.

O algoritmo *backpropagation* pode ser representado de acordo com o exemplo a seguir. Este algoritmo consiste em duas fases: a primeira realiza a propagação para frente, os pesos são multiplicados (são gerados de forma aleatória) com as suas respectivas variáveis de entrada, ocorre a soma e em seguida para a função de ativação e obtem-se a saída, essa é subtraída. A segunda fase ocorre com a atualização dos pesos, em que os pesos são ajustados e propagados para trás e com isso os pesos são atualizados. Esse processo ocorre até que a resposta originada seja igual a saída desejada ou atenda aos critérios de parada.

Considerando-se a função ativação logística (EQUAÇÃO 15). Esta permite trabalhar em um intervalo contínuo entre 0 e 1 que apresenta um comportamento linear e não-linear. Além disso, essa função apresenta uma característica importante, que é ser diferenciável (HAYKIN, 2001).

$$f_j[u_j(t)] = \frac{1}{1 + \exp(-pu_j)} \quad (15)$$

em que:  $f_j[u_j(t)]$  é a função de ativação logística no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $u_j$  - soma ponderada dos sinais que produz um nível de atividade no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $t$ -ésimo padrão de treinamento apresentado à rede;  $p$  - é o parâmetro de inclinação.

A primeira fase: *forward* -  $x(n)$ , vetor de entrada e  $d(n)$ , o vetor de saída (EQUAÇÃO 16),

$$u_j^l(t) = \sum_{i=0}^{m_0} w_{ji}^{(l)}(t) y_i^{(l-1)}(t) \quad (16)$$

em que:  $u_j^l(t)$  - campo do local induzido para o neurônio  $j$  na camada  $l$ ;  $y_i^{(l-1)}(t)$  é o sinal (função) de saída do neurônio  $i$  na camada anterior  $l - 1$  na iteração  $t$ ;  $w_{ji}^{(l)}$  é o peso sináptico do neurônio  $j$  da camada  $l$ , que é alimentado pelo neurônio  $i$  da camada  $l - 1$ . Para  $i = 0$ ,  $y_0^{(l-1)}(t) = +1$  e  $w_{j0}^{(l)} = b_j^{(l)}$  é bias aplicado ao neurônio  $j$  camada  $l$ .

Em seguida assume o uso de uma função logística, o sinal de saída do neurônio  $j$  na camada  $l$  (EQUAÇÃO 17):

$$y_j^{(l)}(t) = f_j[u_j^l(t)] \quad (17)$$

em que:  $y_i^{(l-1)}(t)$  é o sinal (função) de saída do neurônio  $i$  na camada anterior  $l - 1$  na iteração  $t$ ;  $f_j[u_j(t)]$  - função de ativação logística no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ .

Posteriormente obtém-se o sinal de erro (EQUAÇÃO 18):

$$e_j(t) = d_j(t) - y_j(t) \quad (18)$$

em que:  $d(t)$  é o  $j$ -ésimo elemento do vetor resposta desejada.

Calculado o erro na última camada, inicia-se a segunda fase, *backward*, que consiste na atualização dos pesos (EQUAÇÃO 19). Cálculo dos  $\delta$ s nos gradientes locais da rede:

$$\delta_j(t) = f_j'[u_j(t)] * [d_j(t) - y_j(t)] \quad (19)$$

em que:  $\delta_j(t)$  é o erro da rede no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $t$ -ésimo padrão de treinamento apresentado à rede;  $f_j'[u_j(t)]$  é a derivada da função de ativação sigmoideal no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $d_j$  é a saída desejada no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $y_j$  é a saída obtida no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ .

A partir do cálculo ocorre a atualização dos pesos (EQUAÇÃO 20).

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) - \alpha * \delta_j(t) * x_i(t) \quad (20)$$

em que:  $w_{ji}$  são os pesos no  $j$ -ésimo neurônio no instante  $(t+1)$  e na  $i$ -ésima camada na arquitetura da rede;  $t$ -ésimo padrão de treinamento apresentado à rede;  $\alpha$  é a taxa de aprendizagem;  $\delta_j(t)$  é o erro da rede no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $x_i(t)$  é o vetor resultante da saída da camada anterior na  $i$ -ésima camada na arquitetura da rede.

Posteriormente, são calculados os erros nas camadas intermediárias, com base na camada de saída e, novamente, são atualizados os pesos (EQUAÇÃO 21).

$$\delta_j(t) = f_j'[u_j(t)] * \sum_k [\delta_k(t) * W_{kj}] \quad (21)$$

em que:  $\delta_j(t)$  é o erro da rede no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $f_j'[u_j(t)]$  é a derivada da função de ativação sigmoideal no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $w_{ki}$  são os pesos no  $k$ - neurônios conectados na  $i$ -ésima camada na arquitetura da rede.

Para evitar os mínimos locais, o termo *momentum* pode ser implementado, e este permite a otimizar o tempo de treinamento (EQUAÇÃO 22),

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) - \alpha * \delta_j(t) * x_i(t) * \eta * [w_{ji}(t) - w_{ji}(t-1)] \quad (22)$$

em que:  $w_{ji}$  são os pesos no  $j$ -ésimo neurônio no instante  $t$  e na  $i$ -ésima camada na arquitetura da rede;  $t$ -ésimo padrão de treinamento apresentado à rede;  $\alpha$  é a taxa de aprendizagem;  $\delta_j(t)$  é o erro da rede no  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída no instante  $t$ ;  $x_i(t)$  é o vetor resultante da saída da camada anterior na  $i$ -ésima camada na arquitetura da rede;  $\eta$  é o termo *momentum*.

Os critérios de parada são utilizados para avaliar o desempenho de uma rede. Geralmente, faz-se uso do erro quadrático médio que verifica se o erro de uma época (iteração) para outra atinja um valor pequeno e a validação cruzada em que são formados dois conjuntos o de treinamento e o de validação. As RNAs apresentam as seguintes desvantagens quanto a determinação dos números de neurônios na camada intermediária que podem originar: *overfitting*, que é o excesso de neurônios durante o treinamento das redes, ou *underfitting*, que é falta de neurônios durante o treinamento das redes. Contudo, as RNAs têm mostrado uma grande capacidade de generalização.

### 3 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Com o ajuste do modelo não linear em multinível e das RNAs são possíveis melhores resultados para o planejamento florestal.

## REFERÊNCIAS

- ADAME, P.; DEL-RÍO, M.; CAÑELLAS, I. A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 256, n. 1/2, p. 88-98, 2008.
- ANUCHIN, N. P. **Forest mensuration**. 2. ed. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translat, 1970. 460 p.
- AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. 4. ed. New York: McGraw-Hill, 1994. 400 p.
- BINOTI, M. L. M. da S. et al. Prognose em nível de povoamento de clones de eucalipto empregando redes neurais artificiais. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 97-105, 2015.
- BRAGA, A. P.; CARVALHO, A. C. P. L. F.; LUDERMIR, T. B. **Redes neurais artificiais: teoria e aplicações**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2011. 248 p.
- CALEGARIO, N. et al. Estimativa do crescimento de povoamentos de Eucalyptus baseada na teoria dos modelos não lineares em multinível de efeito misto. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 15, n. 3, p. 285-292, 2005.
- CALEGARIO, N. **Modeling Eucalyptus stand growth based on linear and nonlinear mixed-effects models**. 2002. 121 p. Dissertation (Doctor of Philosophy) - University of Georgia in Partial Fulfillment, Georgia, 2002.
- CARVALHO, S. P. C. et al. Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 42, n. 104, p. 605-614, dez., 2014.
- CRECENTE-CAMPO, F. et al. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for Eucalyptus globulus L. in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 259, p. 943-952, 2010.
- DAVIDIAN, M.; GILTINAN, D. M. **Nonlinear Models for Repeated Measurement Data**. 1. ed. New York: Chapman & Hall, London, 1995. 360 p.
- ENGELBRECHT, A. P. **Computational intelligence: an introduction**, 2. ed. Chichester: J. Wiley, 2007.



FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria: Ed. UFSM, 1992. 269 p.

FITZMAURICE, G.; DAVIDIAN, M.; VERBEKE, G.; MOLENBERGHS, G. **Longitudinal data analysis**. New York: Chapman and Hall/CRC, 2008. 632 p.

HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 898 p.

HUSCH, B.; MILLER, C.; BEERS, T. W. **Forest mensuration**. 3. ed. New York: J. Wiley, 1982. 443 p.

LEITE, H. G. et al. Estimation of inside-bark diameter and heartwood diameter for *Tectona grandis* Linn, trees using artificial neural networks. **European Journal of Forest Research**, Georgetown, v. 130, n. 2, p. 263-269, 2011.

LEITE, H. G. et al. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (Roll.) Warb. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 30, n. 1, p. 99-106, 2006.

LINDSTROM, M. J.; BATES, D. M. Nonlinear mixed-effects models for repeated measures data. **Biometrics**, Washington, v. 46, p. 673-687, 1990.

LITTELL, R. C. et al. **SAS® for mixed models**. 2 ed. Cary: SAS Institute Inc., 2006. 795 p.

LOUREIRO, G. H. et al. Avaliação de equações de afilamento em um plantio de *araucaria angustifolia* (bert.) O, Ktze utilizando o diâmetro como variável dependente. In: CONGRESSO FLORESTAL PARANAENSE, 4., 2012, Paraná. **Anais...** Paraná: Associação Paranaense de Empresas de Base Florestal, 2012.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Paraná: Ed. Fupef, 2009. 309 p.

MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N. Modelos hipsométricos generalizados mistos na predição da altura de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 107-115, 2015.

MOLENBERGHS, G.; VERBEKE, G. **Models for discrete longitudinal data**. New York: Springer, 2005. 671 p.

MORETO, M.; ROLIM, J. G. Análise automática de oscilografias em sistemas elétricos de potência. **Revista Controle & Automação**, Campinas, v. 21, n. 4, p. 347-362, 2010.

NUNES, M. H.; GÖRGENS, E. B. Artificial Intelligence Procedures for Tree Taper Estimation within a Complex Vegetation Mosaic in Brazil. **Plos One**, San Francisco, v. 11, n. 5, p. 1-16, 2016.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 40, n. 4, p. 747-760, 2010.

ÖZÇELİK, R. et al. Estimating tree bole volume using artificial neural network models for four species in Turkey. **Journal of Environmental Management**, London, v. 91, p. 742-753, 2010.

PEREIRA, J. E. S. et al. Modelagem do volume do tronco do *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 12., 2005, Bauru. **Anais...** Bauru: SIMPEP, 2005.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in s and s-plus**. New York: Springer-Verlag, 2000. 528 p.

PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não-lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 31, n. 5, p. 845-852, 2007.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling**. New York: Marcel Dekker, 1983. 288 p.

RAZALI, W. M. W. et al. Mixed-effects models for predicting early height growth of forest trees planted in sarawak, Malaysia. **Journal of Tropical Forest Science**, Selangor, v. 27, n. 2, p. 267-276, 2015.

RIOS, M. S. **A eficiência das funções polinomiais, da função Spline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii***. 1997. 116 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1997.

SCHIKOWSKI, A. B.; DALLA CORTE, A. P.; SANQUETTA, C. R. Estudo da forma do fuste utilizando redes neurais artificiais e funções de afilamento. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Curitiba, v. 35, n. 82, p. 119-127, 2015.

SOARES, F. A. A. M. N. et al. Recursive diameter prediction for calculating merchantable volume of Eucalyptus clones without previous knowledge of total tree height using artificial neural networks. **Applied Soft Computing**, Amsterdam, v. 12, n. 8, p. 2030-2039, Aug. 2012.

TIMILSINA, N.; STAUDHAMMER, C. L. Individual tree-based diameter growth model of slash pine in Florida using nonlinear mixed modeling. **Forest Science**, Lawrence, v. 59, n. 1, p. 27-37, February, 2013.

TWISK, J. W. R. **Applied longitudinal data analysis for epidemiology: a practical guide**. New York: Cambridge University Press, 2003. 295 p.

WEST, B. T.; WELCH, K. B.; GATECKI, A. T. **Linear mixed models: a practical guide using statistical software**. 2 ed. Ann Arbor: Chapman and Hall/CRC, 2015. 405 p.

ZHAO, C. P. A. et al. Integrating biophysical controls in forest growth and yield predictions with artificial intelligence technology. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 43, p. 1162-1171, 2013.

**SEGUNDA PARTE – ARTIGOS**

**ARTIGO 1 - ESTIMATIVA DA ALTURA POR MEIO DE MODELOS  
NÃO LINEARES MISTOS EM MULTINÍVEL E SEU EFEITO NA  
OBTENÇÃO DOS SORTIMENTOS**

Marcos Antonio Isaac Júnior<sup>1</sup>

**ARTIGO FORMATADO DE ACORDO COM A NBR 6022 (ABNT, 2003).**

---

<sup>1</sup> Doutorando no Departamento de Ciências Florestais. Universidade Federal de Lavras, UFLA. maisaacjr@yahoo.com.br

## RESUMO

Este trabalho procurou estudar o comportamento da variável altura total de árvores cultivadas de *Eucalyptus* como uma função de outras variáveis relativas à árvores ou ao povoamento, como idade, diâmetro, sítio, área basal e densidade por unidade de área. Assim, fez-se uso da técnica de modelos não lineares mistos em multinível, com o objetivo de ajustar o modelo para crescimento em altura do povoamento, além de avaliar a qualidade do ajuste para obtenção de sortimentos florestais. Os dados foram obtidos de povoamento clonal de *Eucalyptus* sp. localizados nos municípios de Catalão e Ouvidor, Goiás, Brasil. A área de estudo possui aproximadamente 1000 hectares e o plantio apresenta diferentes idades. Foi ajustada uma função logística de três parâmetros e considerado quatro cenários para avaliação: Cenário 1 - Função logística de 3 parâmetros na sua forma original; Cenário 2 – Cenário 1 considerando efeitos mistos em multinível; Cenário 3 - Cenário 2 com adição das covariáveis Idade e área basal  $G_i$ ; e Cenário 4 - Cenário 3 com o ajuste da autocorrelação. O Cenário 4 apresentou os melhores resultados para RMSE, RMSE%, Critérios de Avaliação, análise gráfica dos resíduos e análise das alturas observadas e estimadas. Posteriormente, foi ajustado o polinômio de quinto grau e obtido o sortimento para todas as parcelas dos dados de inventários de 2010 e 2012. Assim, obteve-se o sortimento e foi observada a diferença de 1,67 % dos parâmetros de efeitos aleatórios (nível um) em relação aos parâmetros de efeitos fixos. O modelo não linear misto em multinível melhorou a exatidão das estimativas. Contudo, não foi possível estimar os sortimentos para o segundo nível.

**Palavras-chave:** Afilamento. Autocorrelação. Adição de covariantes.

## ABSTRACT

This work aimed to study the behavior of the variable total height of *Eucalyptus* trees as a function of other variables related to trees or stands, such as age, diameter, site, basal area and density per unit area. Thus, the multilevel nonlinear mixed-effect models technique was used to adjust the model for growth in height from the stand, besides evaluating the quality of the adjustment to obtain forest assortments. The data were obtained from clonal stands of *Eucalyptus* sp. located in the cities of Catalão and Ouidor, both at Goiás State, Brazil. The study area has approximately 1000 hectares, and the planting sites have different plant ages. A three-parameter logistic function was set and four scenarios were considered for evaluation: Scenario 1 - Logistic function of 3 parameters in their original form; Scenario 2 - Scenario 1 considering mixed-effects in multilevel; Scenario 3 - Scenario 2 with addition of covariates: age and basal area; and Scenario 4 - Scenario 3 with the autocorrelation adjustment. Scenario 4 had the best results for Root Mean Square Error (RMSE), RMSE%, Evaluation Criteria, graphical analysis of residues and analysis of observed and estimated heights. Subsequently, the fifth-degree polynomial was adjusted, and the assortment was obtained for all samples of the plant inventory data of 2010 and 2012. Thus, with the assortment, a difference of 1.67% of the random effects parameters (level one) in relation to fixed effects parameters was observed. The multilevel nonlinear mixed-effect model improved the precision of the estimations. However, it was not possible to estimate the assortments for the second level.

**Keywords:** Tree taper. Autocorrelation. Addition of covariates.

## 1 INTRODUÇÃO

Compreender cada vez mais a variabilidade que ocorre em torno das florestas é de extrema importância. Alguns anos atrás alegava-se a falta de computadores com alta capacidade de processamento para realizar os ajustes de modelos não lineares. Atualmente, com o desenvolvimento das técnicas computacionais, é possível realizar esses ajustes e com o passar dos anos vem crescendo o uso de modelos não lineares generalizados de efeitos mistos.

Os modelos não lineares mistos permitem realizar análises de dados agrupados e aplicações em diversas áreas do conhecimento como agricultura, biologia, economia, fabricação e geofísica (PINHEIRO; BATES, 2000; RATKOWSKY, 1983). O uso de modelos não lineares biológicos são devido à sua interpretabilidade, parcimônia e validade, além do intervalo dos dados observados (PINHEIRO; BATES, 2000).

Esses modelos não lineares mistos podem ser considerados como um modelo hierárquico, isto é, em um nível, considerando a  $j$ -ésima observação no  $i$ -ésimo grupo (FITZMAURICE et al., 2008; MOLENBERGHS; VERBEKE, 2005). Contudo, o modelo de um único nível pode ser usado de acordo com o número de fatores aninhados, conseqüentemente ocorre a alteração no modelo para os efeitos aleatórios (FITZMAURICE et al., 2008; MOLENBERGHS; VERBEKE, 2005; PINHEIRO; BATES, 2000).

Diversos pesquisadores, como Calegario et al. (2005a), aplicaram modelos não lineares de efeitos mistos para estimativa em altura em povoamento florestal de *Eucalyptus* sp. e relataram a sua importância para o planejamento florestal. Timilsina e Staudhammer (2013), ao ajustarem modelos de crescimento em diâmetro por meio dos modelos generalizados de efeito misto, mencionaram a importância que os efeitos aleatórios têm em incorporar efeitos quando atribuído a um outro nível, isto é, ao acrescentar a variável árvore.

Mendonça, Carvalho e Calegario (2015), ao ajustarem modelos não lineares de efeitos mistos e corrigirem a heterogeneidade de variância, obtiveram um aumento na precisão do crescimento em altura do povoamento de *Eucalyptus* sp..

Razali et al. (2015) ajustaram modelos de efeitos mistos para estudar o crescimento das árvores florestais plantadas em Sarawak, na Malásia, Sharma (2016) estudou as relações da altura-diâmetro de árvores usando um método não linear de efeitos mistos, Sun, Gao e Li (2017) ajustaram o modelo linear de efeito misto para verificar o perfil da copa na competição entre as árvores e Melesse e Zewotir (2017) ajustaram dois modelos não lineares de efeitos mistos e avaliaram o crescimento de dois clones de eucaliptos e compararam o seu potencial de crescimento.

Assim, o objetivo deste trabalho foi ajustar o modelo não linear misto em multinível para o crescimento em altura do povoamento florestal e avaliar a consequência dos níveis para obtenção de sortimentos florestais.

## **2 MATERIAL E MÉTODOS**

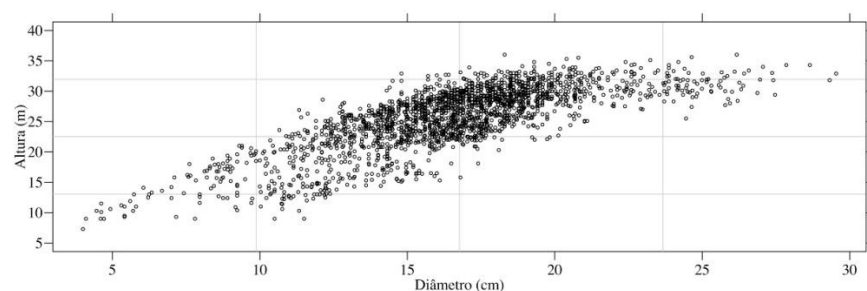
### **2.1 Base de dados**

Os dados foram obtidos de povoamentos clonais de *Eucalyptus* sp.. O plantio localiza-se no município de Catalão e Ouvidor, Estado de Goiás, Brasil. O clima da região é caracterizado como chuvoso e seco (clima Cwb-mesotérmico), com temperatura média anual de 22°C e precipitação média anual com valores entre 1200 e 1800 mm (KÖPPEN; GEIGER, 1936).

A área de estudo é de aproximadamente 1000 hectares e o plantio apresenta diferentes idades (FIGURA 1).



Figura 1 - Representação da relação entre altura e diâmetro dos povoamentos florestais.



Fonte: Do autor (2018).

Os dados foram provenientes dos inventários florestais realizados em 2010 e 2012, em que foram realizadas as medições do diâmetro a 1,3m do solo (DAP) e da altura total (Ht) das árvores. Para isso, fez-se uso do método de amostragem casual simples (ACS). Foram utilizadas 35 unidades amostrais temporárias e 55 unidades amostrais permanentes, de formatos retangular e área variável de aproximadamente 450m<sup>2</sup> (MELO, 2014). Esses dados foram utilizados para a modelagem do crescimento da altura do povoamento florestal.

A análise descritiva do povoamento pode ser visualizada na Tabela 1 (MELO, 2014).

Tabela 1 – Estatística descritiva do povoamento.

Variável	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	CV
Idade (anos)	1,70	6,90	-	-	25,63
N (árvores/ha)	891	1612	1189	1191	7,15
S (m)	27,00	39,00	33,86	33,00	6,46
$\overline{Dq}$ (cm)	10,16	18,53	15,50	15,72	8,95
G (m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> )	10,18	34,74	22,58	22,99	17,37

Fonte: Melo (2014).

## 2.2 Ajuste do modelo não linear generalizado multinível de efeito misto para crescimento em altura do povoamento florestal

O modelo não linear ficou disposto da seguinte forma: o primeiro estágio expressa a variável resposta  $y_{ijk}$  para  $k$ -ésima observação no  $j$ -ésimo grupo do segundo nível do  $i$ -ésimo grupo de primeiro nível (PINHEIRO; BATES, 2000). Conforme Calegario et al. (2005a)  $i$  e  $j$  representam a  $i$ -ésima unidade amostral e a  $j$ -ésima árvore medida no tempo  $k$ , respectivamente. De acordo com os autores, os dados oriundos das mensurações das árvores dentro das unidades amostrais são desbalanceados e com número de medições diferentes.

$$y_{ijk} = f(\phi_{ijk}, v_{ijk}) + \varepsilon_{ijk}, i=1, \dots, M, j=1, \dots, M_i, k=1, \dots, n_{ij}, \quad (1)$$

em que:  $M$  é o número de grupos da unidade amostral no primeiro nível;  $M_i$  é o número de grupos de árvore no segundo nível dentro do primeiro grupo de nível;  $n_{ij}$  é o número de observações no  $j$ -ésimo grupo de segundo nível do primeiro grupo de nível;  $\varepsilon_{ijk}$  é um termo de erro dentro do grupo normalmente distribuído.

Conforme Pinheiro e Bates (2000), na Equação 1,  $f$  representa valores reais para uma função diferenciável geral para um grupo específico de vetor do parâmetro  $\phi_{ijk}$  e um vetor de covariantes  $v_{ijk}$ , sendo que pelo menos um componente é não linear para o parâmetro  $\phi_{ij}$ .

Assim, na segunda etapa o modelo expressa  $\phi_{ij}$  como (EQUAÇÃO 2):

$$\phi_{ij} = \mathbf{A}_{ijk} \boldsymbol{\beta}_i + \mathbf{B}_{i,jk} \mathbf{b}_i + \mathbf{B}_{i,jk} \mathbf{b}_{ij}, \mathbf{b}_i \approx N(0, \Psi_1) \text{ e } \mathbf{b}_{ij} \approx N(0, \Psi_2) \quad (2)$$

em que:  $\beta$  é um vetor ( $p \times 1$ ) de efeitos fixos;  $b_i$  é um vetor ( $q_1 \times 1$ ) de efeitos aleatórios independentemente distribuídos com uma matriz de covariância-variância  $\psi_1$ ;  $b_{ij}$  é um vetor ( $q_2 \times 1$ ) de efeitos aleatórios independentemente distribuídos com uma matriz de covariância-variância  $\psi_1$ , e pressuposto ser independente dos efeitos aleatórios do primeiro nível;  $A_{ijk}$  e  $B_{ijk}$  são matrizes de incidência;  $\varepsilon_{ijk}$ , dentro dos grupos, são independentemente distribuídos e são independentemente dos efeitos aleatórios.

Assim, foi ajustada a função logística de três parâmetros em multinível (CALEGARIO et al., 2005a) (EQUAÇÃO 3) para o crescimento em altura do povoamento florestal.

$$Ht_{ijk} = \frac{\phi_{1ij}}{1 + \exp \left[ \frac{\phi_{2ij} - dap_{ijk}}{\phi_{3ij}} \right]} + \varepsilon_{ijk} \quad (3)$$

Decomposição dos parâmetros:  $\phi_k = \phi_{k0} \text{Idade}_i + \phi_{k1} G_i + \phi_{k2} \text{Idade}G_i$ ,  $m = 1, 2, 3$  em que:  $Ht_{ijk}$  = altura total na  $i$ -ésima unidade amostral e  $j$ -ésima árvore medida no tempo  $k$  (m);  $dap_{ijk}$  = diâmetro à altura do peito na  $i$ -ésima unidade amostral e  $j$ -ésima árvore medida no tempo  $k$  (m);  $\phi_{is}$  = parâmetros de efeitos fixos e efeitos aleatórios;  $\varepsilon_{ijk}$  = erro aleatório.

Conforme Pinheiro e Bates (2000), na função logística de três parâmetros o parâmetro  $\phi_{1ij}$  representa a assíntota horizontal superior,  $\phi_{2ij}$  é o valor da variável  $x$  em que a resposta é  $\frac{\phi_{1ij}}{2}$ , que considera o ponto de inflexão da curva e  $\phi_{3ij}$  é o parâmetro escala, que representa o valor da distância no eixo  $x$  entre o ponto de inflexão e o ponto onde a resposta é  $\phi_1 / (1 + \exp\{-1\})$ , aproximadamente 0,73.

Foram considerados quatro cenários para o ajuste do crescimento em altura para o povoamento florestal:

- a) **Cenário 1** - Função logística de 3 parâmetros na sua forma original;

- b) **Cenário 2** - Função logística ajustada considerando efeitos mistos em multinível;
- c) **Cenário 3** - Cenário 2 com adição das covariáveis Idade e área basal  $G_1$ .
- d) **Cenário 4** - Cenário 3 com o ajuste da autocorrelação.

Para o ajuste da função logística de três parâmetros foi utilizada o pacote nlme (PINHEIRO; BATES, 2000), disponível no *software* R versão 3.4.3 (2017).

### 2.2.1 Critérios de avaliação

A comparação dos cenários se procedeu com a análise da Raiz quadrada do erro médio (RMSE) (EQUAÇÃO 4) e percentual (RMSE%) (EQUAÇÃO 5), Teste da razão da máxima verossimilhança (T.R.M.V.) (EQUAÇÃO 6), Critério de Informação de Akaike (AIC) (EQUAÇÃO 7) e Critério de Informação Bayesian (BIC) (EQUAÇÃO 8). A análise dos critérios AIC e BIC permitem avaliar qual foi a melhor função ajustada por meio da penalização do excesso de parâmetros. Além disso, foi realizada a análise gráfica dos resíduos padronizados e análises dos valores preditos versus os observados.

#### Raiz quadrada do erro médio

Consiste em avaliar a acurácia do modelo.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} \quad (4)$$

$$\text{RMSE}(\%) = \frac{1}{\bar{Y}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} 100 \quad (5)$$

em que: RMSE = Raiz quadrada do erro médio (m); RMSE(%) = Raiz quadrada do erro médio; Y = altura total observada na  $i$ -ésima unidade amostral e  $j$ -ésima árvore medida no tempo  $k$  (m);  $\hat{Y}$  = altura total estimada na  $i$ -ésima unidade amostral e  $j$ -ésima árvore medida no tempo  $k$  (m); n = número de observações; p = número de parâmetros.

### Teste da razão da máxima verossimilhança (T.R.M.V)

Consiste em comparar modelos dois a dois, nos quais o seu valor é obtido pela diferença dos valores das suas funções de verossimilhança (PINHEIRO e BATES, 2000).

$$\text{T.R.M.V.} = 2[\log mv_2 - \log mv_1] \quad (6)$$

em que:  $mv_2$  = valor de função de verossimilhança do modelo 2;  $mv_1$  = valor de função de verossimilhança do modelo 1.

### Critério de Informação de Akaike (AIC)

Consiste em avaliar em penalizar o modelo com excesso de parâmetros.

$$\text{AIC} = -2\log(mv) + 2n_{\text{par}} \quad (7)$$

em que: AIC = Critério de Informação de Akaike; mv = valor da máxima verossimilhança; log = logaritmo neperiano; p = número de parâmetros do modelo.

### Critério de Informação Bayesian (BIC)

Consiste em avaliar em penalizar o modelo com excesso de parâmetros.

$$\text{BIC} = -2\log(mv) + 2n_{\text{par}} \log(N) \quad (8)$$

em que: BIC = Critério de Informação Bayesian; mv = valor da máxima verossimilhança; log = logaritmo neperiano; p = número de parâmetros do modelo; n = número de observações.

### 2.3 Obtenção do sortimento do povoamento florestal

Para a obtenção do sortimento do povoamento florestal analisado, o perfil de cada árvore inventariada foi recuperado utilizando o polinômio de quinto grau (EQUAÇÃO 9). Os parâmetros do polinômio foram estimados utilizando a base de dados da cubagem rigorosa de 425 árvores fora das unidades amostrais. O método de cubagem foi o de *Smalian*, com medidas de altura nas posições de 0,1 m; 1,30 m; 2 m e, posteriormente, a cada 2 m, até a posição com diâmetro de 4 cm (MELO, 2014).

$$\frac{dcc_{ij}}{DAP_i} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_i} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_i} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_i} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_i} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_{ij}}{Ht_i} \right)^5 + \varepsilon_{ij} \quad (9)$$

em que:  $dcc_{ij}$  = diâmetro com casca na  $h_{ij}$  da  $i$ -ésima árvore (cm) na  $j$ -ésima posição (m);  $DAP_i$  = diâmetro à altura do peito da  $i$ -ésima árvore (cm);  $h_{ij}$  = altura da  $i$ -ésima árvore na  $j$ -ésima posição (m);  $Ht_i$  = altura total da  $i$ -ésima árvore (m);  $\beta_s$  = parâmetros a serem estimados;  $\varepsilon_{ij}$  = erro aleatório.

Os sortimentos analisados estão apresentados na Tabela 2. Posteriormente, foram obtidos o número e o volume dos sortimentos. O volume foi obtido pelo somatório das seções pelo método de *Smalian*. Além disso, foi realizada a reconstituição do perfil longitudinal da árvore por meio dos sortimentos.

Tabela 2 – Determinação dos números e dos volumes por produto florestal.

Produtos	Comprimento (m)	Diâmetro Mínimo (cm)
Serraria	4,0	25
Pallets	2,8	18
Celulose	2,6	7

Fonte: Do autor (2018).

### 3 RESULTADOS

#### 3.1 Modelo multinível de efeito misto não linear para altura total de árvores de eucalipto

Ao realizar o ajuste do modelo multinível de efeito misto por grupo, sugerido por Pinheiro e Bates (2000), não foi possível identificar a estrutura de efeito aleatório. Assim, foi realizado o ajuste de cada parâmetro e suas combinações e, em seguida, avaliado o efeito aleatório por meio da máxima verossimilhança.

Os resultados obtidos da RMSE e da RMSE% foram menores para o Cenário 4, com os valores de 1,11 m e 4,32 %, respectivamente. Seguido do Cenário 3, com os valores de 1,30 m (RMSE) e 5,07 % (RMSE%). Para os Cenários 1 e 2, os valores foram de 3,07 m (RMSE) e 11,94 % (RMSE%), e de 2,31 m (RMSE) e 8,75 % (RMSE%), respectivamente. Cabe salientar que para o Cenário 3 foi considerada a inclusão das covariantes idade e área basal (G) nos parâmetros, e para o Cenário 4 foi considerado a autocorrelação.

Os resultados dos ajustes para os Cenários 1, 2, 3 e 4 podem ser visualizados na Tabela 3. Observa-se para os Cenários 3 e 4 parâmetros não significativos. Contudo, foram mantidos os parâmetros por não interferirem na análise dos resultados.

Tabela 3 – Parâmetros estimados para os efeitos fixos para os Cenários 1, 2, 3 e 4. (Continua)

Parâmetro estimado	Valor	Erro padrão	Valor-t	Valor-p
<b>Cenário 1</b>				
$\phi_1$	33,8471	0,4357	77,6911	<0,0001
$\phi_2$	10,0083	0,1417	70,6428	<0,0001
$\phi_3$	5,1185	0,2029	25,2269	<0,0001

Tabela 3 – Parâmetros estimados para os efeitos fixos para os Cenários 1, 2, 3 e 4. (Conclusão)

<b>Cenário 2</b>				
$\phi_1$	33,7554	0,3929	85,9199	<0,0001
$\phi_2$	9,3413	0,2369	39,4391	<0,0001
$\phi_3$	5,7062	0,2489	22,9215	<0,0001
<b>Cenário 3</b>				
$\phi_{10}$	3,3783	0,4496	7,5147	<0,0001
$\phi_{11}$	3,6417	0,0951	38,3106	<0,0001
$\phi_{12}$	0,3367	0,0297	11,3394	<0,0001
$\phi_{20}$	-0,4034	0,9411	-0,4286	0,6683
$\phi_{21}$	0,8203	0,1418	5,7830	<0,0011
$\phi_{22}$	0,1722	0,0525	3,2826	<0,0001
$\phi_{30}$	1,6388	0,8314	1,9711	0,0491
$\phi_{31}$	1,0574	0,1044	10,1303	<0,0001
$\phi_{32}$	-0,1296	0,0481	-2,6926	0,0073
<b>Cenário 4</b>				
$\phi_{10}$	4,7514	0,6169	7,7026	<0,0001
$\phi_{11}$	3,2504	0,1014	32,0615	<0,0001
$\phi_{12}$	0,3600	0,0381	9,4451	<0,0001
$\phi_{20}$	0,2824	1,0616	0,2660	0,7903
$\phi_{21}$	0,9564	0,1549	6,1743	<0,0001
$\phi_{22}$	0,1231	0,0606	2,0318	0,0426
$\phi_{30}$	3,1194	0,9521	3,2765	<0,0011
$\phi_{31}$	0,6085	0,1156	5,2624	<0,0001
$\phi_{32}$	-0,0993	0,0548	-1,8115	0,0705

Fonte: Do autor (2018).

De acordo com a Tabela 4, o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC) foram melhores para o Cenário 4, por ter apresentado o menor valor, seguido pelos Cenários 3, 2 e 1. Outro ponto importante a ser observado é o valor do logaritmo da máxima verossimilhança, sendo o maior valor obtido para o Cenário 4. Quanto aos valores obtidos para o



valor-p, todos foram significativos ( $p < 0,05$ ). Estes resultados demonstram que o Cenário 4 foi o melhor em relação aos demais Cenários.

Tabela 4 – Resultados das avaliações estatísticas e valores da máxima verossimilhança para os quatro cenários. (Continua)

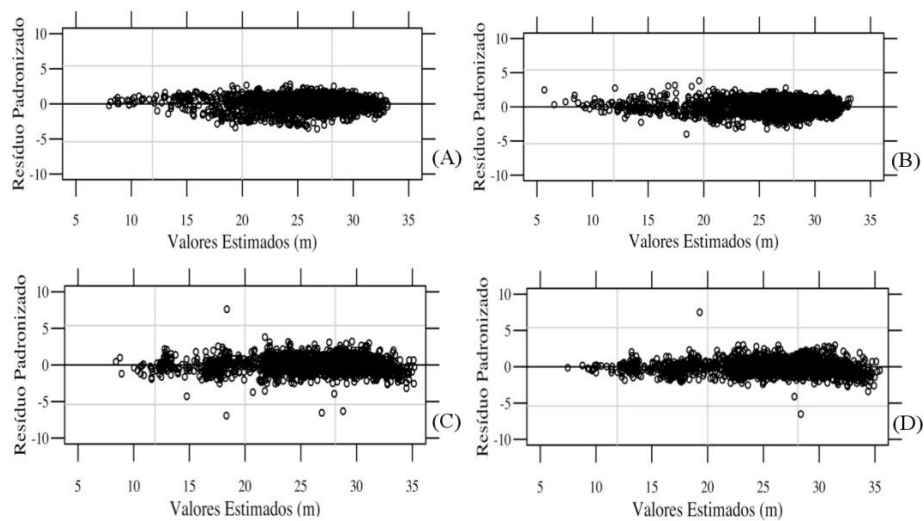
<b>C</b>	<b>GL</b>	<b>AIC</b>	<b>BIC</b>	<b>logLik</b>	<b>Teste</b>	<b>RazãoLog</b>	<b>Valor-p</b>
<b>1</b>	4	10907,625	10930,309	-5449,813			
<b>2</b>	10	10080,668	10137,377	-5030,334	1 vs 2	838,96	<0,0001
<b>3</b>	16	7752,763	7843,498	-3860,382	2 vs 3	2339,91	<0,0001
<b>4</b>	17	7740,707	7837,112	-3853,354	3 vs 4	14,06	0,0002

Legenda: GL é o grau de liberdade; C é o Cenário.

Fonte: Do autor (2018).

Pode ser observado na Figura 2 a análise gráfica dos resíduos padronizados para todos os cenários. O Cenário 4 apresentou a melhor distribuição dos resíduos. O Cenário 1 superestimou as Ht em torno de 15 m e 30 m. O Cenário 2 apresentou superestimativas das Ht entre 20 m e 30 m, e subestimativas para as menores alturas. O Cenário 3 apresentou uma melhor distribuição dos resíduos em relação aos demais Cenários. Porém, os resíduos foram mais dispersos ao longo do eixo dos valores estimados em relação ao Cenário 4. Assim, foi selecionado o Cenário 4 como melhor ajuste da função logística de 3 parâmetros.

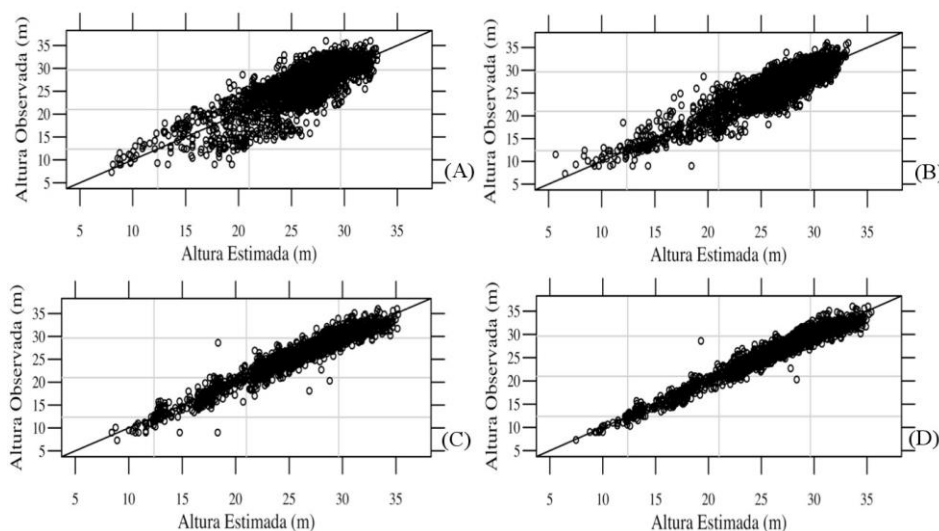
Figura 2 - Gráfico de resíduos para os Cenários: A) Cenário 1; B) Cenário 2; C) Cenário 3; e D) Cenário 4.



Fonte: Do autor (2018).

Ao analisar a Figura 3, o Cenário 1 e o Cenário 2 demonstraram que os valores superestimaram as Ht em relação aos valores observados. Contudo, ocorreu uma melhora nos valores estimados das Ht para o Cenário 2 quando considerando o modelo multinível de efeito misto. Para os Cenários 3 e 4 foi observado com se observaram melhor clareza a relação entre os valores estimados das Ht e os valores observados das Ht.

Figura 3 - Altura estimada e altura observada para os Cenários: A) Cenário 1; B) Cenário 2; C) Cenário 3; e D) Cenário 4.



Fonte: Do autor (2018).

Após analisar as Figuras 2 e 3, verificou-se que no Cenário 4 obteve-se melhores estimativas para o crescimento em Ht do povoamento florestal. Assim, o Cenário 4 foi selecionado como o de melhor ajuste.

### 3.2 Obtenção do sortimento

Para a obtenção do sortimento do povoamento florestal foi selecionado o Cenário 4 e ajustadas as Ht das árvores que não tiveram suas alturas medidas nas unidades amostrais, para os inventários realizados nos anos de 2010 e 2012. Em seguida, foi aplicada a função de afilamento para a predição dos diâmetros às várias alturas e, conseqüentemente, determinar o número de toras e o volume de acordo com os sortimentos. Os valores dos parâmetros ajustados podem ser visualizados na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores dos parâmetros ajustados para o polinômio de quinto grau.

Parâmetro estimado	Valor	Erro padrão	Valor-t	Valor-p
<b>R<sup>2</sup>ajustado - 0,98</b>				
$\beta_0$	1,132984	0,004153	272,84	<0,0001
$\beta_1$	-2,54696	0,113588	-22,42	<2e-16
$\beta_2$	10,495293	0,780658	13,44	<2e-16
$\beta_3$	-25,037627	2,077997	-12,05	<2e-16
$\beta_4$	26,312793	2,343226	11,23	<2e-16
$\beta_5$	-10,356956	0,93894	-11,03	<2e-16

Fonte: Do autor (2018).

De acordo com a Tabela 6, os valores dos números de toras e volumes para a população do ano de 2010 não foram diferentes em relação as Ht estimadas pelos parâmetros fixos e Ht preditos para os parâmetros do nível 1 (unidade amostral). Para o produto de serraria não ocorreu diferença para os números de toras. Contudo, os valores dos volumes foram diferentes. Para os produtos de pallets e celulose os valores dos números de toras e volumes foram diferentes para ambos. Tanto os valores dos números de toras e volumes foram maiores quando as Ht estimadas para os parâmetros fixos. Para o produto de celulose, os valores dos números de toras e volumes foram maiores para as Ht estimadas pelos parâmetros aleatórios. Ao observar os valores do volume total obtidos pelos parâmetros fixos e os preditos de nível 1, percebeu-se uma diferença de 0,01 %.

Para o ano de 2012, os valores dos números de toras e volumes para a população foram diferentes em relação às Ht estimadas pelos parâmetros fixos e Ht preditos para os parâmetros do nível 1. Os produtos de pallets obtiveram maiores valores dos números de toras e volumes quando comparado com o produto de celulose. A diferença entre as Ht estimadas pelos parâmetros fixos e as Ht preditos de nível 1 foi de 1,67 %.

Tabela 6 – Determinação dos sortimentos pelos parâmetros fixos e para os parâmetros de nível 1.

Produtos	Todas as Parcelas		Hectare		População	
	número de toras	volume (m <sup>3</sup> )	número de toras	volume (m <sup>3</sup> )	número de toras	volume (m <sup>3</sup> )
<b>fixo – 2010</b>						
<b>Serraria</b>	35	8,7677	7	1,8404	7347	1840,4122
<b>Pallets</b>	1211	125,3790	254	26,3181	254199	26318,0622
<b>Celulose</b>	29639	1085,0590	6221	227,7626	6221466	227762,6488
<b>Total</b>	30885	1219,2057	6483	255,9211	6483011	255921,1232
<b>nível 1 – 2010</b>						
<b>Serraria</b>	35	8,7669	7	1,8402	7347	1840,2354
<b>Pallets</b>	1195	123,7089	251	25,9675	250840	25967,4961
<b>Celulose</b>	29684	1085,5954	6231	227,8753	6230911	227875,2556
	30914	1218,0712	6489	255,6830	6489098	255682,9871
<b>fixo – 2012</b>						
<b>Serraria</b>						
<b>Pallets</b>	678	64.5372	232	22.0746	231906	22074.5604
<b>Celulose</b>	23155	884.8204	7920	302.6475	7920030	302647.5489
<b>Total</b>	23833	949.3576	8152	324.7221	8151936	324722.1093
<b>nível 1 – 2012</b>						
<b>Serraria</b>						
<b>Pallets</b>	675	64.2846	231	21.9882	230880	21988.1593
<b>Celulose</b>	23588	901.1646	8068	308.2380	8068135	308237.9982
<b>Total</b>	24263	965.4492	8299	330.2262	8299015	330226.1574

Fonte: Do autor (2018).

#### 4 DISCUSSÃO

Ao comparar o método tradicional de regressão não linear com o método de modelo não linear misto em multinível observou-se uma melhora na acurácia do ajuste. Assim, observa-se a necessidade da aplicação dos modelos não lineares mistos para o planejamento florestal. Trabalhos realizados, anteriormente, relatam a melhora da acurácia das funções ajustadas para o crescimento em altura total do povoamento. Mendonça, Carvalho e Calegario (2015), ao compararem o método tradicional de regressão não linear com a aplicação dos modelos de efeitos mistos, observaram a acurácia dos ajustes do

crescimento em altura por meio das funções logística de três parâmetros e assintótico.

Em trabalhos realizados por Adame et al. (2008) e Calegario et al. (2005a; 2005b) são observados uma redução da RMSE% e, conseqüentemente, um aumento na precisão na estimativa do crescimento em altura com a adição dos efeitos aleatórios. Crecente-Campo et al. (2010) ajustaram modelos de altura-diâmetro generalizados de efeitos mistos e obtiveram uma redução dos valores das RMSE%.

Sharma e Breidenbach (2015) ajustaram funções não lineares da relação diâmetro com altura com a inclusão de efeitos aleatórios para três espécies: *Picea abies* (L.) Karst., *Pinus sylvestris* L., e *Betula pubescens* (Ehrh.) na Noruega. Perceberam um viés significativo de predição de altura por meio dos modelos mistos.

Ao analisar os gráficos dos resíduos, Calegario et al. (2005a) verificaram que ao ajustar a função não obteve-se valores negativos da altura na base e no topo. Mendonça, Carvalho e Calegario (2015) perceberam melhorias na estimativa do crescimento em altura quando aplicaram os modelos generalizados mistos com adição de covariáveis.

Além dos ajustes da altura em função do diâmetro, observou-se a melhoria de ajustes por meio de modelos não lineares mistos para estudos de perfil de afilamento longitudinal. Carvalho et al. (2014) ajustaram o modelo logístico de efeitos mistos e observaram uma redução dos valores de erro padrão residual de 3,675 para 1,880 cm. Como pôde ser observado nos resultados ao ajustar a função de crescimento em altura total, percebe-se uma redução do erro e automaticamente um aumento na precisão do ajuste da função considerando efeitos aleatórios.

O modelo logístico modificado obteve um melhor resultado em relação ao outro modelo (CARVALHO et al., 2014). O RMSE foi reduzido de 0,8970

para 0,6448 cm. Os valores percentuais dos erros de estimativas das alturas são de 9,48 % para o modelo com covariante e 6,80% para o modelo relativizado (CARVALHO et al., 2014). Afetando diretamente a obtenção do volume obtido pela integração.

Ao adicionar as covariáveis na função logística de 3 parâmetros observou-se uma melhora no ajuste para o Cenário 3. Assim, pode ser observada a redução na heterogeneidade no gráfico de resíduos. Carvalho et al. (2014) ajustaram o modelo logístico para avaliar o perfil longitudinal, estimaram valores negativos de altura tanto na base quanto no topo. Quando avaliado seu formato original de ajuste, o modelo com presença de covariável é preferível à sua forma simplificada (CARVALHO et al., 2014). Esses mesmos autores mencionaram que visando associar precisão e parcimônia, recomenda-se o modelo logístico misto relativizado homocedástico como o mais indicado para descrever as variações da altura no afilamento das árvores avaliadas, bem como na estimativa do volume individual das árvores. Além disso, esses mesmos autores conseguiram uma melhor precisão das estimativas ao adicionar covariantes no modelo misto logístico de 1,4727 para 0,8970 cm.

No Cenário 4 obteve-se o melhor resultado, isso demonstra a importância de modelar a dependência do erro dos grupos no tempo, uma vez que permite obter uma melhor acurácia da predição da altura total para população. Outros pesquisadores ao modelar a autocorrelação obtiveram melhores resultados como Calegario et al. (2005a), esses pesquisadores que observaram a redução da variabilidade entre as unidades amostrais por meio da função de variância. Além disso, foi avaliada a modelagem da correlação. Foram testados: variações autoregressivas (AR(1)), média móvel (MA(1)) e a combinação entre eles (ARMA(2,1)). Garbera e Maguire (2003) ajustaram um modelo e obtiveram melhor ajuste com a combinação entre as variações autoregressivas e a média móvel (ARMA(2,2)), o resultado do teste das

máximas verossimilhanças foi de 4,81 ao comparar com o modelo ARMA(1,1), e um valor-p de 0,0281. Ao incorporar a autocorrelação no ajuste do modelo, reduziu-se o erro.

A presença de heterogeneidade da variância e da autocorrelação é comum em bases de dados biométricas longitudinais. Na modelagem de tais bases de dados, fundamentada nos modelos lineares e não lineares ordinários, as citadas características violam as pressuposições básicas da homogeneidade da variância e da independência entre as observações. Calegario et al. (2005c) observaram, que ao modelarem a autocorrelação, ocorreu uma melhoria na distribuição dos resíduos e a redução do logaritmo da máxima verossimilhança de -4404 para -869. Outro ponto importante foi a mudança dos valores ajustados para o modelo homocedástico.

Quanto aos Critérios de AIC e BIC, Mendonça, Carvalho e Calegario (2015) obtiveram melhores resultados ao adicionarem os efeitos aleatórios nos modelos. Crecente-Campo et al. (2010) observaram uma redução do BIC.

Razali et al. (2015) ao estudarem modelos de crescimento em altura de efeitos mistos para as espécies nativas plantadas em Sarawak *Calophyllum sclerophyllum*, *Dryobalanops beccarii*, *Shorea mecistopteryx*, *Shorea leprosula* e *Shorea brunnescens* obtiveram melhores resultados dos critérios de AIC e BIC para o modelo linear de efeitos mistos.

O modelo logístico modificado obteve um melhor resultado em relação ao modelo logístico ao descrever o perfil longitudinal, pois representou melhores estimativas nos valores centrais e na base da árvore (CARVALHO et al., 2014). Calegario et al. (2005a) verificaram que não ocorreu melhoras no resíduo quando adicionada funções de variância.

Uma estimativa mais precisa auxilia em uma tomada de decisão de acordo com a realidade do local. Ao obter os sortimentos por meio das estimativas dos parâmetros fixos e parâmetros aleatórios verificou-se as



diferenças. Logo, ajustes com a adição de efeitos aleatórios permitiram uma melhoria dos ajustes. Contudo, cabe salientar que o uso dos efeitos fixos estão relacionados com as estimativas dos valores e os efeitos aleatórios com as predições dos valores.

## **5 CONCLUSÃO**

Foi possível ajustar o modelo não linear misto em multinível para o crescimento em altura do povoamento florestal e foi observada a melhora por meio dos critérios de avaliação. Contudo, para o segundo nível observou-se a dificuldade para estimar as alturas totais. Outros pontos importantes para a melhora do ajuste do modelo é a adição das covariantes e da autocorrelação, uma vez que esta afeta a independência dos dados. Os sortimentos obtidos por meio das estimativas das alturas totais, parâmetros fixos e dos parâmetros aleatórios (primeiro nível (unidade amostral)), demonstraram o quanto é importante o uso dos modelos não lineares misto em multinível para predição e projeção das estimativas das alturas totais para o planejamento florestal e, conseqüentemente, nas tomadas de decisão.

## REFERÊNCIAS

- ADAME, P.; DEL-RÍO, M.; CAÑELLAS, I. A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 256, n. 1/2, p. 88-98, 2008.
- CALEGARIO, N. et al. Estimativa de crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada na teoria dos modelos não-lineares em multinível de efeito misto. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 15, n. 3, p. 285-292, 2005a.
- CALEGARIO, N. et al. Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos orestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 69, p. 38-50, 2005b.
- CALEGARIO, N. et al. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal *Eucalyptus* plantation case study. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 204, p. 11–20, 2005c.
- CARVALHO, S. P. C. et al. Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp.. **Scientia Florestalis**, Piracicaba, v. 42, n. 104, p. 605-614, dez. 2014.
- CRECENTE-CAMPO, F. et al. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 259, p. 943–952, 2010.
- FITZMAURICE, G.; DAVIDIAN, M.; VERBEKE, G.; MOLENBERGHS, G. **Longitudinal data analysis**. New York: Chapman and Hall/CRC, 2008. 613 p.
- GARBERA, S. M.; MAGUIRE, D. A. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 179, p. 507–522, 2003.
- KÖPPEN, W.; GEIGER, G. **Das geographische System der Klimate**. Ed. Handbuch der Klimatologie. Gebr: Borntraeger Berlin, 1936. 1-44 p.
- MELESSE, S. F.; ZEWOTIR, T. Comparison of two nonlinear curves to study the stem radial growth of *Eucalyptus* tree. **Baltic Forestry**, Lithuania, v. 23, n. 2, p. 45, 2017.

MELO, E. de A. **Desenvolvimento de modelos para crescimento florestal e afilamento de fuste**. 2014. 122 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2014.

MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N. Modelos hipsométricos generalizados mistos na predição da altura de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 107-115, 2015.

MOLENBERGHS, G.; VERBEKE, G. **Models for discrete longitudinal data**. New York: Springer, 2005. 671 p.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in s and s-plus**. New York: Springer-Verlag, 2000. 528 p.

R CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2017.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling**. New York: Marcel Dekker, 1983 288 p.

RAZALI, W. M. W. et al. Mixed-effects models for predicting early height growth of forest trees planted in sarawak, Malaysia. **Journal of Tropical Forest Science**, Selangor, v. 27, n. 2, p. 267–276, 2015.

SHARMA, M. Comparing Height-Diameter Relationships of Boreal Tree Species Grown in Plantations and Natural Stands. **Forest Science**, Lawrence, v. 62, n. 1, p. 70–77, Feb., 2016.

SHARMA, M.; BREIDENBACH, J. Modeling height-diameter relationships for Norway spruce, Scots pine, and downy birch using Norwegian national forest inventory data Ram P.. **Forest Science and Technology**, Seul, v. 11, n. 1, p. 44, March, 2015.

SUN, Y.; GAO, H.; LI, F. Using Linear Mixed-Effects Models with Quantile Regression to Simulate the Crown Profile of Planted *Pinus sylvestris* var. *Mongolica* trees. **Forests**, Basel, v. 8, p. 446, Nov., 2017.

TIMILSINA, N.; STAUDHAMMER, C. L. Individual tree-based diameter growth model of slash pine in Florida using nonlinear mixed modeling, **Forest Science**, Lawrence, v. 59, n. 1, 2013.

**ARTIGO 2 - PARAMETER RECOVERING AND PREDICTING TREE  
STEM VOLUME BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORK**

Marcos Antonio Isaac Júnior<sup>1</sup>

**ARTIGO FORMATADO DE ACORDO COM A NBR 6022 (ABNT, 2003).**

---

<sup>1</sup> Doutorando no Departamento de Ciências Florestais. Universidade Federal de Lavras, UFLA. maisaacjr@yahoo.com.br

## ABSTRACT

This study demonstrates how to recover the weights of the artificial neural network and how to estimate the stem volume by integrate the height equation as a function of the radius. The present study evaluated the use of artificial neural networks (ANN) and nonlinear regression functions in estimating the stem profile of *Toona ciliata*. The aims of this study are to recover the parameters of the ANN, to compare the nonlinear models with the ANN and to integrate the height as a function of the radius. A sample composed of 72 trees was used to estimate the height along the stem by fitting the following functions: three-parameter logistic, four-parameter logistic regression, Weibull, Garay and ANN. The root-mean-square error of the residuals, the mean relative error, the mean absolute error, the efficiency and the residual graphs were used as criteria of selection. An underestimation tendency was observed for both the nonlinear functions and the ANN. The criteria of avaluation and the residues graphics had better results for ANN. In the volume estimation through the integration of taper function, an underestimation tendency was observed. It was proved that is possible to recover the parameters of artificial neural networks. It was possible to obtain the stem multiple products by integrating the height as a function of the radius, and estimates obtained by ANN were considered as satisfactory when compared the functions.

**Keywords:** Regression Analysis. Artificial Intelligence. Solid of Revolution. Metaheuristic. Biologic Models.

## 1 INTRODUCTION

The Australian Red Cedar (*Toona ciliata* M. Roem.) is an exotic specie of commercial interest in Brazil due to the wood similarity with native cedars (*Cedrela odorata* and *Cedrela fissilis*) and the potential of use in furniture manufacturing (MURAKAMI, 2008). However, for the industrial scale uses, technical information regarding its implementation, handling, harvesting and the end destination are required. The stem profile study enables to estimate the volume at different heights through statistical models, based on the diameter at breast height (DBH) and total height (H) (NUNES; TOMÉ; TOMÉ, 2010). Knowing the profiles of the trees, especially their assortments, is important for planning in the industries, since these need to obtain precise volumes for each pre-defined diameter (NUNES; TOMÉ; TOMÉ, 2010).

The use of nonlinear models, especially with biological behavior, has been used in modeling stem's longitudinal profile (HORLE et al., 2010; MENDONÇA et al., 2014). Ratkowsky (1983) reports that the models have a curve that starts at some fixed points and increases their growth rate monotonically until reach an inflection point. After reaching this point, the growth rate decreases to approximate asymptotically some final value.

More recently, studies have been using artificial neural networks (ANN) to estimate forest population variables. Binoti et al. (2015) estimated the volumetric production for a population of *Eucalyptus* sp. clones. Soares et al. (2012) obtained satisfactory results for the forest inventory using ANN to predict tree diameters considering total height and commercial diameter. Ashraf et al. (2013) applied ANN to fit basal area models and individual volume models. Leite et al. (2011b) and Schikowski, Dalla Corte and Sanquetta (2015) were able to represent the longitudinal profile of *Eucalyptus* sp. and *Tectona grandis*.

The ANN show flexibility in performing the data training and allow using one or more input and output variables, as well as data that present nonlinear behavior, outliers, Gaussian distribution and noise (ÖZÇELİK et al., 2010). The disadvantages of ANN regards the large amount of data to perform network training. Furthermore, there is great difficulty in determining the number of neurons in the intermediate or hidden layer, i.e., causing over or under adjustment of the data. The aims of this study are to recover the parameters of the artificial neural networks, to compare the nonlinear models with the artificial neural networks and to integrate the height as a function of the radius.

## **2 MATERIAL AND METHODS**

### **2.1 Data Collection**

The study area is located at the Bela Vista farm, city of Campo Belo, Minas Gerais, Brazil, with latitude 20°53'58.89"S and longitude 45°17'33.04"W. The climate of the region is Cwa, according to Köppen classification (SAMPAIO et al., 2011). The Australian Red Cedar plantation is a provenance/progeny test from Australia. A randomized complete block design with three replicates and sample units consisting of 16 plants (4 rows x 4 plants) with 3x3 m spacing was used. Five progenies were used, totaling 15 sample units. Taper data were obtained by felling 72 trees selected in the sample units for cubage (TABLE 1).

Table 1 – Descriptive data analysis.

<b>Statistics</b>	<b>Average</b>	<b>Standard deviation</b>	<b>Minimum</b>	<b>Maximum</b>
<b>DBH (cm)</b>	16.83	2.66	8.29	23.91
<b>H (m)</b>	10.42	1.50	6.30	13.60

Legend: DBH=Diameter at Breast height; H=Total Height  
 Font: From the author (2018).

The sample units evaluations were performed at 5, 16, 30, and 51 months of age. The diameter at breast height (DBH) and total height (H) of each tree were registered and 5 cm thick wood discs. The wood discs were removed at the following heights in relation to the tree's base: 0.15 m; 0.7 m; 1.3 m; 50%, 70% and 85% of the tree's total height. After the natural drying, the discs were planed and sanded.

## 2.2 Data processing and organization

Disc images were obtained next to a graduated scale, in cm, with resolution of 13 megapixels and saved in jpeg format. Hereupon, the discs were measured using ImageJ software version 1.47V (RASBAND, 2007) whereby it was possible to measure the maximum and minimum diameters of each cross section. For the data processing, the trees were divided into five classes of diameters. For the training database, 70% of the trees were selected at random. The remaining 30% of the trees were used for testing.

## 2.3 Adjustment of nonlinear models

Four nonlinear models were used to represent the tree profile: the three-parameter logistic model (Log3-(1)), the four-parameter logistic regression



(Log4-(2)), Weibull (Wb-(3)), and Garay-type (Gy-(4)) (CAMPOS; LEITE, 2017).

$$h_{ij} = \frac{\varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_2 - r_{ij})/\varphi_3]} + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Decomposition of parameters:  $\varphi_k = \varphi_{k0} + \varphi_{k1} \text{DBH}_i + \varphi_{k2} H_i + \varphi_{k3} \overline{\text{HDC}}_k$ , m 1,2,3

$$h_{ij} = \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - r_{ij})/\varphi_4]} + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

Decomposition of parameters:  $\varphi_k = \varphi_{k0} + \varphi_{k1} \text{DBH}_i + \varphi_{k2} H_i + \varphi_{k3} \overline{\text{HDC}}_k$ , m 1,2,3,4

$$h_{ij} = \varphi_1 - \varphi_2 \exp\left(-\exp(\varphi_3) r_{ij}^{\varphi_4}\right) + \varepsilon_{ij} \quad (3)$$

Decomposition of parameters:  $\varphi_k = \varphi_{k0} + \varphi_{k1} \text{DBH}_i + \varphi_{k2} H_i + \varphi_{k3} \overline{\text{HDC}}_k$ , m 1,2,3,4

$$h_{ij} = H_i \left( -\exp\left((r_{ij} - \text{DBH}_i \varphi_1)(\text{DBH}_i \varphi_1 \varphi_2)^{-1}\right) - 1 \right) \varphi_3^{-1} \quad (4)$$

where in:  $h_{ij}$ =height of the i-th tree in the j-th position of the stem (m);  $r_{ij}$ =mean radius of the i-th tree in the j-th position of the stem (cm);  $H_i$ =Total height of the i-th tree;  $\text{DBH}_i$ =Mean diameter at breast height of the i-th tree (cm);  $\overline{\text{HDC}}_k$ =dominant and codominant mean height of the i-th sampling unit;  $\varepsilon_{ij}$ =random error for the i-th tree in the j-th position of the stem (m).

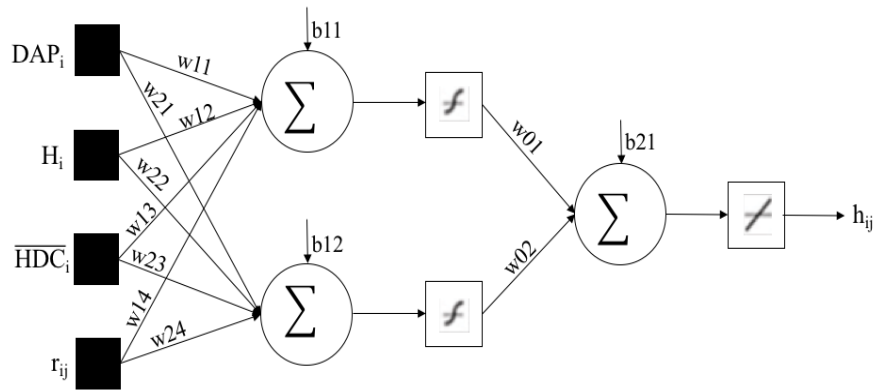
The adjust quality was assessed after addition of the variables  $H_i$ ,  $\text{DBH}_i$ , and  $\overline{\text{HDC}}_k$  as covariates, by decomposing the function parameters into equations 1, 2, and 3. Then, the significance analyses ( $p < 0.01$ ) of the parameters associated to covariates were performed.

The nonlinear equations were adjusted in R *software* 3.4.3 (2017), using the nlme package (PINHEIRO; BATES, 2000).

## 2.4 Artificial neural networks

In order to estimate the stem profile through ANN, the multilayer perceptron (MLP) network of feedforward architecture was used. The network architecture was defined with an input layer composed of the variables  $r_{ij}$ ,  $DBH_i$ ,  $H_i$ ,  $\overline{HDC}_k$ . One hidden layer with two neurons and one output layer composed of the variable  $h_i$  (FIGURE 1).

Figure 1 – Representation of an artificial neural network - multilayer perceptron. Composed of: input variables, synaptic weights ( $w_{ij}$ ), one intermediate layer in which additive functions, activation function and one output layer are found



Font: From the author (2018).

The data set normalization was performed in order to adjust ANN (EQUATION 5). In contrast, the denormalization of Equation 5 was performed in order to recover the results presented by ANN.

$$y_i = \frac{x_i}{\max(x_i)} \quad (5)$$

where in:  $y_i$  represents the output of the transformed value in the  $i$ -th observation;  $x_i$  value observed in  $i$ -th observation.

The training algorithm used in ANN for the taper adjustment was the resilient propagation (Rprop) (RIEDMILLER; BRAUN, 1993). The activation function was the sigmoidal (Function 6), using a learning rate of 0.01 and 500 iterations.

$$f_j [\varphi_j(x)] = \frac{1}{1 + \exp [-(\varphi_j(x))]} \quad (6)$$

where in:  $f_j [\varphi_j(x)]$ =sigmoidal activation function in the j-th neuron of the output layer at time t;  $\varphi_j$ =weighted sum of the signals that produces an activity level in the j-th neuron of the output layer at time x; x-th training pattern presented to the network.

The function obtained by ANN was:

$$h_{ij} = \varphi_{00} + \frac{\varphi_{01}}{1 + \exp [-(\varphi_{10} + \varphi_{11} \text{DAP}_i + \varphi_{12} H_i + \varphi_{13} \overline{\text{HDC}}_k + \varphi_{14} r_{ij})]} + \frac{\varphi_{02}}{1 + \exp [-(\varphi_{20} + \varphi_{21} \text{DAP}_i + \varphi_{22} H_i + \varphi_{23} \overline{\text{HDC}}_k + \varphi_{24} r_{ij})]} + \varepsilon_{ij} \quad (7)$$

where in:  $h_{ij}$ =height of the i-th tree in the j-th position of the stem (m);  $r_{ij}$ =mean radius of the i-th tree in the j-th position of the stem (cm);  $H_i$ =Total height of the i-th tree;  $\text{DBH}_i$ =Mean diameter at breast height of the i-th tree (cm);  $\overline{\text{HDC}}_k$ =dominant and codominant mean height of the k-th sampling unit;  $\varepsilon_{ij}$ =random error.

The processing for ANN was performed using Matlab *software* version 8.1.0.604.

## 2.5 Evaluation criteria

Estimates of the  $h_{ij}$  by taper functions and ANN were compared by the root mean square error (RMSE%) (EQUATION 8), mean relative error (bias) (EQUATION 9), Efficiency (EQUATION 10) (NUNES; GÖRGENS, 2016), mean absolute error (MAE) (EQUATION 11), and graphical analysis of the residuals.

$$\text{RMSE\%} = \sqrt{\frac{\sum \sum (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{n}} \cdot \frac{100}{\bar{y}} \quad (8)$$

$$\text{Bias} = \frac{\sum \sum (\hat{y}_{ij} - y_{ij})^2}{N} \quad (9)$$

$$\text{Efficiency} = \frac{\sum \sum (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{\sum \sum (y_{ij} - \bar{y})^2} \quad (10)$$

$$\text{MAE} = \frac{|\sum \sum (\hat{y}_{ij} - y_{ij})|}{N} \quad (11)$$

where in: RMSE%=verifies the function accuracy; Bias=measures the tendency to evaluate the over- or underestimation of the estimated data in relation to the observed data; Efficiency=measures the function efficiency; MAE=measures the function accuracy; n=number of observations;  $\bar{y}$ =mean of observed values;  $y_{ij}$ =vector of observed values;  $\hat{y}_{ij}$ =vector of estimated values.

## 2.6 Obtaining the volume per individual tree

The observed volumes of the sections were obtained by the *Smalian* method (CAMPOS; LEITE, 2017). The estimated volumes were obtained through the solid of revolution integration for the ANN and for the nonlinear functions (CARVALHO et al., 2014). This method obtains the volume by the sum of n rectangular elements, Riemann sum, according to Equation 12.

$$V \approx \sum_{i=1}^n \Delta V_i = \sum_{i=1}^n 2\pi \bar{r}_i f(r_{ij}) \Delta r \quad (12)$$

where in:  $V$  = volume of the  $j$ -th tree in  $m^3$ ;  $V_i$ =volume of the  $i$ -th cylinder varying from 1 ...  $n$  cylindrical layers ( $m^3$ );  $\bar{r}_i$ =mean radius of the  $i$ -th generated cylinder (m);  $f(r_{ij})$ =function that estimates the height in m.

Thus, the solid of revolution volume was obtained by approximation, through the integration (CALEGARIO, 2002), according to Equation 13, with performed based on upper stem diameter measurement.

$$V_{ij} = \frac{2\pi}{10000} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} r_{ij} f(r_{ij}) dr - \frac{2\pi}{10000} r_{ij}^2 f(r_{ij}) \quad (13)$$

where in:  $V_{ij}$  = volume of the  $i$ -th log in  $j$ -th tree, in  $m^3$ ;  $R_{\min}$  = smaller log radius (cm);  $R_{\max}$  = larger log radius (cm);  $f(r_{ij})$ = estimated log height for  $i$ -th radius and  $j$ -the tree.

### 3 RESULTS

Using the training data, the variables, which were used as covariates in the function adjustments, varied among functions and their parameters, depending on the significance in the adjustment (TABLE 2). With the inclusion of covariates, non-significant intercepts were observed that nevertheless were maintained to avoid influence on the adjustment quality. ANN showed root mean square error of 0.41 m (8.84%), which was lower in relation to the adjusted functions. Log3, Log4, Wb, and Gy functions showed residual standard error of 0.51 m (11.39%), 0.44 m (9.76%), 0.48 m (10.59%), and 0.44 m (9.31%), respectively.

Table 2 – Results adjustments for taper function and artificial neural network.  
(Continue)

Parameter	Value	Standard error	t-value	p-value
<b>Log3</b>				
$\varphi_{10}$ (intercept)	0.8778	0.9296	0.9443	0.3456
$\varphi_{12}$ ( $H_i$ )	0,963	0.0857	11.2338	< 0.0001
$\varphi_{20}$ (intercept)	0.6733	0.5319	1.2659	0.2063
$\varphi_{21}$ (DBH $_i$ )	0.1842	0.0143	12.8591	< 0.0001
$\varphi_{22}$ ( $H_i$ )	0.0975	0.0472	2.0664	0.0394
$\varphi_{30}$ (intercept)	-0.4371	0.3414	-1.2806	0.2011
$\varphi_{31}$ (DBH $_i$ )	-0.1333	0.0121	-10.997	< 0.0001
$\varphi_{32}$ ( $H_i$ )	0.0705	0.0299	2.3548	0.019
<b>Log4</b>				
$\varphi_{10}$ (intercept)	-3.7255	1.4831	-2.5121	0.0124
$\varphi_{11}$ (DBH $_i$ )	0.1722	0.0865	1.9901	0.0473
$\varphi_{12}$ ( $H_i$ )	1.2473	0,052	23.97	< 0.0001
$\varphi_{20}$ (intercept)	3.6429	1.2091	3.0129	0.0028
$\varphi_{21}$ (DBH $_i$ )	-0.1567	0.0712	-2.2	0.0284
$\varphi_{22}$ ( $H_i$ )	-0.2443	0.0454	-5.3789	< 0.0001
$\varphi_{30}$ (intercept)	0,974	0.5972	1.6309	0.1037
$\varphi_{31}$ (DBH $_i$ )	0.1944	0.0342	5.6786	< 0.0001
$\varphi_{32}$ ( $H_i$ )	0.0643	0.0272	2.3629	0.0186
$\varphi_{40}$ (intercept)	-1.7957	0.6952	-2,583	0.0102
$\varphi_{41}$ (DBH $_i$ )	0.2704	0.0444	6.0849	< 0.0001

Table 2 – Results adjustments for taper function and artificial neural network.  
(Continue)

<b>Wb</b>				
$\varphi_{10}$ (intercept)	0.4522	0.4642	0.9741	0.3306
$\varphi_{12}$ ( $H_i$ )	-0.3726	0.0688	-5.4172	< 0.0001
$\varphi_{32}$ ( $HDC_i$ )	0.0725	0.0293	2.4717	0.0139
$\varphi_{20}$ (intercept)	0.3419	0,693	0.4933	0.6221
$\varphi_{21}$ ( $DBH_i$ )	0.0839	0.0213	3.9363	< 0.0001
$\varphi_{22}$ ( $H_i$ )	-1,404	0,084	-16.7208	< 0.0001
$\varphi_{30}$ (intercept)	-1.8448	0.0708	-26.0516	< 0.0001
$\varphi_{31}$ ( $DBH_i$ )	-0.0776	0.0043	-18,224	< 0.0001
$\varphi_{40}$ (intercept)	1.5362	0,048	32.0289	< 0.0001
<b>Gy</b>				
$\varphi_1$	0.6131	0.0143	42.7886	< 0.0001
$\varphi_2$	0.7713	0.1492	5.1699	< 0.0001
$\varphi_3$	0.7313	0.0695	10.5189	< 0.0001
$\varphi_4$	0.6087	0.0826	7.3695	< 0.0001

Table 2 – Results adjustments for taper function and artificial neural network.  
(Conclusion)

ANN	
$\varphi_{00}$ (intercept)	0.6208
$\varphi_{01}$	-0.6294
$\varphi_{10}$ (intercept)	4.8495
$\varphi_{11}$ (DBH <sub>i</sub> )	0.0051
$\varphi_{12}$ (H <sub>i</sub> )	-0.5052
$\varphi_{13}$ (HDC <sub>i</sub> )	-0.0249
$\varphi_{14}$ (r <sub>ij</sub> )	0.5299
$\varphi_{02}$	0.4027
$\varphi_{20}$ (intercept)	-0.7907
$\varphi_{21}$ (DBH <sub>i</sub> )	0.4279
$\varphi_{22}$ (H <sub>i</sub> )	0.0402
$\varphi_{23}$ (HDC <sub>i</sub> )	-0.0445
$\varphi_{24}$ (r <sub>ij</sub> )	-0.9038

Font: From the author (2018).

Considering the data destined to tests of the  $h_{ij}$  estimate in the different techniques used, a lower residual standard error of 0.41 m (9.19%) was observed for the estimation using ANN. Through the regression method, in Log3, Log4, Wb, and Gy functions, residual standard error of 0.55 m (12.17%), 0.48 m (10.79%), 0.55 m (12, 16%), and 0.47 m (10.38%) were observed, respectively.

The training data values for Bias, MAE and Efficiency of the compared approaches are shown in Table 3. However, the same function did not show better results for the MAE and Efficiency in relation to ANN. It is realized that the Log4 function showed the best result for Bias.

For the test data, the Bias, MAE and Efficiency of the comparative approaches (TABLE 3) followed the trend observed for the training data. Thus, it can be observed that the Log4 function showed the best result for Bias.



However, the same function did not show better results for the MAE and Efficiency in relation to ANN.

Table 3. Bias, MAE and Efficiency of comparative approaches for training and test data.

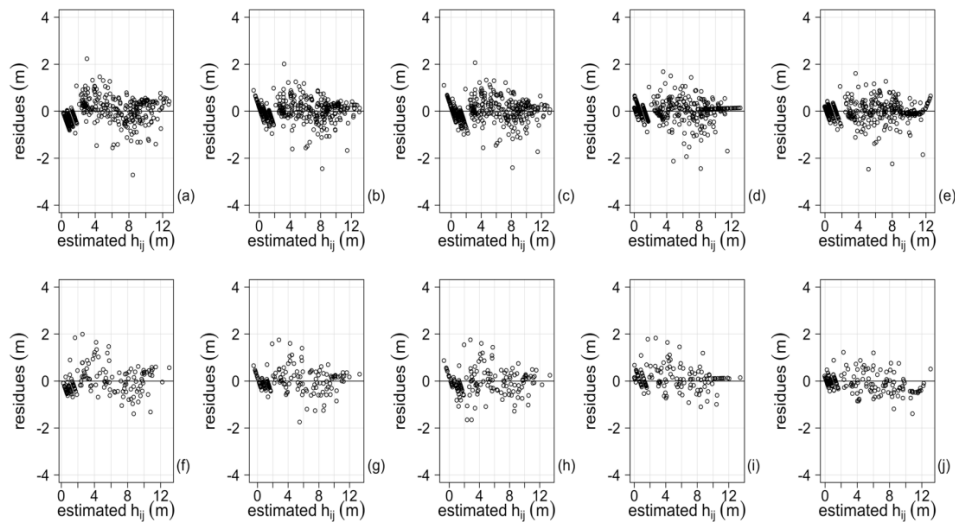
Approach	Gy	Log4	Log3	Wb	ANN
	<b>Training</b>				
<b>Bias</b>	-0.0092	0.0000	0.0587	0.0000	-0.0002
<b>MAE</b>	0.2797	0.3104	0.3933	0.3487	0.2752
<b>Efficiency</b>	1.0000	0.9868	0.9820	0.9844	0.9882
<b>Test</b>					
<b>Bias</b>	-0.1000	-0.0091	0.0287	0.0489	0.0822
<b>MAE</b>	0.3132	0.3441	0.4200	0.4028	0.3122
<b>Efficiency</b>	1.0000	0.9826	0.9779	0.9780	0.9874

Font: From the author (2018).

It was possible to observe for the training data through graphical analysis of residuals that the functions Log3, Log4 and Wb tended to underestimate the  $h_{ij}$  value, from the base up to approximately 6 m in height (FIGURE 2a, 2b and 2c). From this point onwards, the estimates tended to be smaller, with more emphasis on the Log4 function, with smallest amplitude of residuals. The functions Log4 and Wb estimated negative  $h_{ij}$  in the base, being more accentuated for the Wb function. However, the Log3 function did not estimate negative  $h_{ij}$  in the base, but overestimated the  $h_{ij}$  below the  $DBH_i$ . Regarding adjustments of the Log4, Log3 and Wb functions with covariates and for the Gy function (FIGURE 2d), better  $h_{ij}$  estimates were observed over 10 m, mainly at the base and at the top. ANN (FIGURE 2e) showed better estimates along the profile in relation to the adjusted functions, despite the underestimation in  $h_{ij} = H_i$ .

When analyzing the residue plots for the test data, it was possible to identify a trend of  $h_{ij}$  overestimations of the Log3, Log4, Wb and Gy functions, mainly between 2 and 6 m in height (FIGURE 2f-2i). Estimates of  $h_{ij}$  tended to approximate those observed from 6 m in all functions, with greater clarity in the Gy function. At the stem base, the Log3 and Wb functions overestimated the heights up to 2 m. As well as to the adjust data, the Gy function obtained better results than the other functions, considering the lowest residual standard error value and the residual distribution plot. ANN satisfactorily estimated  $h_{ij}$  along the profile, especially up to 10 m (FIGURE 2j). However, values of  $h_{ij}$  overestimations were observed above 10 m.

Figure 2 – Residual plots: Training - a) Log3; b) Log4; c) Wb; d) Gy ; e) ANN; Test - f) Log3; g) Log4; h) Wb; i) Gy ; j) ANN

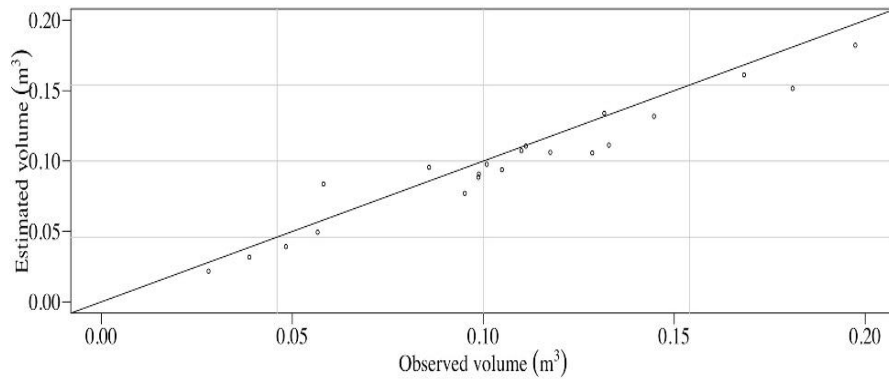


Font: From the author (2018).

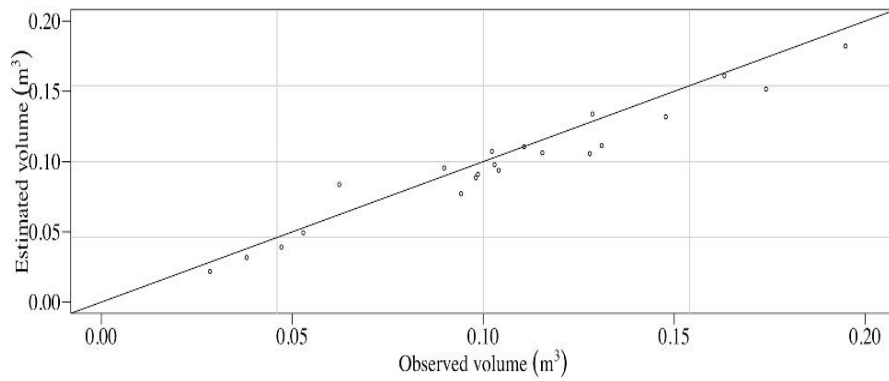
With the adjusted nonlinear functions and adjusted ANN were possible perform and integrate the height in function of the radius (FIGURE 3). The nonlinear functions and the ANN presented underestimate of the total volume of

the trees obtained through the integral, especially for the larger volumes. However, the ANN presented better estimates of the volume along the longitudinal profile of the stem.

Figure 3 – Observed volume versus estimated volume obtained by the integral of the height as a function of the radius: a) Log3; b) Log4; c) Wb; d) ANN. (Continue)

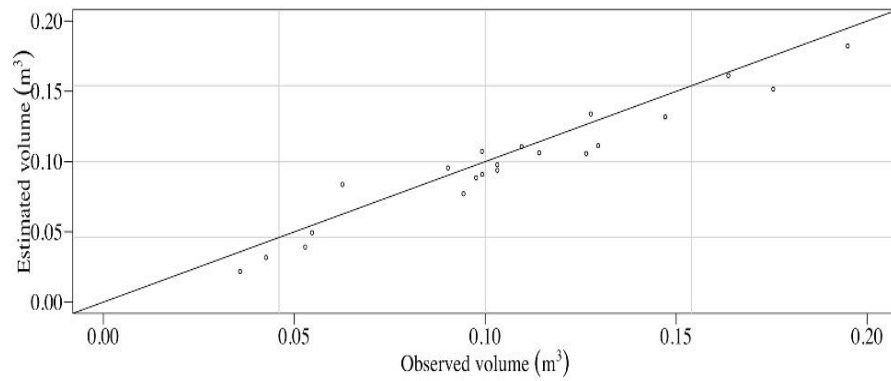


(a)

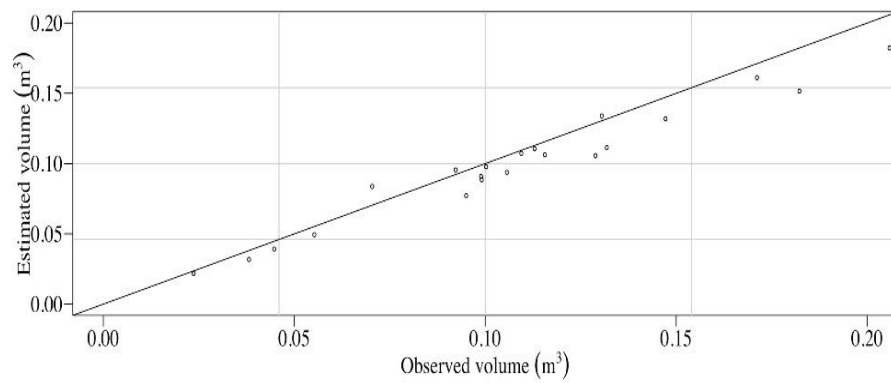


(b)

Figure 3 – Observed volume versus estimated volume obtained by the integral of the height as a function of the radius: a) Log3; b) Log4; c) Wb; d) ANN. (Conclusion)



(c)



(d)

Font: From the author (2018).

#### 4 DISCUSSION

When observing RMSE% results obtained by adjustments for  $h_{ij}$  estimates through nonlinear functions and the ANN for the *T. ciliata* species, it is verified that the results were close to those from Leite et al. (2011a). These authors, through the ANN, obtained results of RMSE% below 10.08% for the estimation of diameter without bark and the core along the trunk for *Tectona grandis* species. Thereby, these authors verified that ANN were more effective for the taper description when compared to the Kozak linear model.

Özçelik et al. (2013) compared the Gompertz function (mixed effect modeling) with ANN. The Gompertz function obtained a better RMSE% for the estimation of diameter versus height relationship. However, these same researchers mentioned that ANN showed acceptable estimates. Castaño-Santamaría et al. (2013) estimated tree heights in unequal stands and verified that ANN were effective when compared to mixed effect models. Thus, it can be observed that the  $h_{ij}$  estimates obtained by ANN showed satisfactory results when observed the results obtained by Özçelik et al. (2013) and Castaño-Santamaría et al. (2013).

One of the factors that may contribute for better  $h_{ij}$  estimates is the addition of covariates. Mendonça et al. (2014) performed the parameter decomposition for the logistic model and realized that the addition of covariates improved the model's prediction accuracy. Thereby, it is noticed that the inclusion of covariates helped in the adjustments of nonlinear functions and in ANN. The results found for Bias, MAE and Efficiency of the comparative approaches demonstrated that ANN were better in relation to the other approaches, taper and Random Forest models, for Bias and Efficiency (NUNES; GÖRGENS, 2016).

ANN did not show negative values in the stem base and overestimated in  $h_{ij} = H_i$ . Souza (2013) estimated the height through ANN and taper function and verified negative values in the base for all the evaluated eucalyptus treatments. Mendonça et al. (2007), in a study performed with eucalyptus in southern Bahia, verified that the height estimation errors in sections at the base near the DBH were higher.

ANN could not estimate the smallest diameters when representing the profile of *Tectona grandis* in a plantation located in the state of Mato Grosso, Brazil, to estimate the peeled and core diameters (LEITE et al., 2011b). Schikowski, Dalla Corte and Sanquetta (2015) reported that ANN are as good as regression models when well trained and compared to the Hradetzky and Garay models, i.e., for the diameter estimation.

When estimating volume by ANN, researchers have obtained satisfactory results. In a study performed by Binoti et al. (2014), the ANN proved to be efficient for estimating the tree's stem volume with and without bark for the eucalyptus stands. ANN, using the BackPropagation, Levenberg-Marquardt and generalized regression neural network algorithms were more accurate than the nonlinear regression models when estimating the stem diameter and volume (ÖZCELIK et al., 2013).

Özcelik et al. (2010), in a study performed with the use of ANN, estimated the tree stem volumes of *Pinus sylvestris* L., *Pinus brutia* Ten., *Abies cilicica* Carr., and *Cedrus libani* A. Rich. In this study, ANN, Backpropagation and Cascade Correlation architectures were compared with centroid methods, taper functions and volume tables. The Cascade Correlation architecture showed better results for the volume estimation of the four species in relation to the other methods.

However, this study in relation to ANN adjustments to obtain the volume, demonstrates that it is possible to perform the integral of the ANN to the tapering function and obtain the volume of the tree.

## **5 CONCLUSION**

The criteria of avaluation and the residuals graphics had better results for ANN compared to nonlinear functions, both for training and for test data. In the volume estimation through the integration of taper function, an underestimation tendency was observed for both the nonlinear functions and the ANN, being more accentuated for the latter. Estimates obtained by ANN were considered as satisfactory and can be applied for the estimation of the longitudinal profile of the Australian Cedar.

## REFERENCES

- ASHRAF, M. I. et al. Integrating biophysical controls in forest growth and yield predictions with artificial intelligence technology. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 43, p. 1162–1171, 2013.
- BINOTI, M. L. M. S. et al. Prognose em nível de povoamento de clones de eucalipto empregando redes neurais artificiais. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 97-105, 2015.
- BINOTI, M. L. M. S. et al. Redes neurais artificiais para estimação do volume de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 38, n. 2, p. 283-288, 2014.
- CALEGARIO, N. **Modeling *Eucalyptus* stand growth based on linear and nonlinear mixed-effects models**. 2002. 121 p. Dissertation (Doctor of Philosophy) - University of Georgia in Partial Fulfillment, Georgia, 2002.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**. 5th ed. Viçosa: Ed. UFV, 2017.
- CARVALHO, S. P. C. et al. Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 42, n. 104, p. 605-614, 2014.
- CASTAÑO-SANTAMARÍA, J. et al. Tree height prediction approaches for uneven-aged beech forests in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 307, p. 63-73, 2013.
- HORLE, D. C. et al. Modelagem não linear do perfil longitudinal de fustes de *Pinus oocarpa*. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 2, p. 177-184, 2010.
- LEITE, H. G. et al. Estimation of inside-bark diameter and heartwood diameter for *Tectona grandis* Linn, trees using artificial neural networks. **European Journal of Forest Research**, Georgetown, v. 130, n. 2, p. 263-269, 2011a.
- LEITE, H. G. et al. Modelo de afilamento de cerne de *Tectona grandis* L, f.. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 39, n. 89, p. 53-59, 2011b.
- MENDONÇA, A. R. et al. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, 2007.



MENDONÇA, A. R. et al. Modelagem da produção de sortimentos em povoamentos de eucalipto. **Cerne**, Lavras, v. 20, n. 4, p. 587-594, 2014.

MURAKAMI, C. H. G. **Cedro australiano**: valorização de espécies nobres. *Boletim Florestal*. v. 7, n. 2, p. 1-6, 2008.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 40, n. 4, p. 747-760, 2010.

NUNES, M. H.; GÖRGENS, E. B. Artificial Intelligence Procedures for Tree Taper Estimation within a Complex Vegetation Mosaic in Brazil. **Plos One**, San Francisco, v. 11, n. 5, p. 1-16, 2016.

ÖZÇELİK, R. et al. Estimating Crimean juniper tree height using nonlinear regression and artificial neural network models. **Forest and Ecology Management**, Amsterdam, v. 306, p. 52-60, 2013.

ÖZÇELİK, R. et al. Estimating tree bole volume using artificial neural network models for four species in Turkey. **Journal of Environmental Management**, London, v. 91, p. 742-753, 2010.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in s and s-plus**. New York: Springer-Verlag, 2000, 528 p.

R CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2017.

RASBAND, W. **ImageJ documentation**. [S.l.: s.n], 2007.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling**. New York: Marcel Dekker, 1983. 288 p.

RIEDMILLER, M.; BRAUN, H. A Direct Adaptive Method for Faster Backpropagation Learning: the RPROP Algorithm. *Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Neural Networks (ICNN)*, 586-591, 1993.  
<https://pdfs.semanticscholar.org/916c/eefae4b11dad3ee754ce590381c568c90de.pdf>. Accessed 01 November 2017.

SAMPAIO, M. S. et al. Uso de Sistema de Informação Geográfica para comparar a classificação climática de Koppen-Geiger e de Thornthwaite. In: XV

Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, 15, 2011, Curitiba, PR, Brasil. **Anais...**Curitiba: 2011. <http://www.dsr.inpe.br/sbsr2011/files/p0988.pdf>. Accessed 01 November 2017.

SCHIKOWSKI, A. B.; DALLA CORTE, A. P.; SANQUETTA, C. R. Estudo da forma do fuste utilizando redes neurais artificiais e funções de afilamento. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Curitiba, v. 35, n. 82, p. 119-127, 2015.

SOARES, F. A. A. M. N. et al. Recursive diameter prediction for calculating merchantable volume of *Eucalyptus* clones without previous knowledge of total tree height using artificial neural networks. **Applied Soft Computing**, Amsterdam, v. 12, n. 8, p. 2030-2039, 2012.

SOUZA, R. R. **Estudo da forma do fuste de árvores de *Eucalyptus* sp. em diferentes densidades de plantio**. 2013. 66 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, 2013.