

EUSTÁQUIO SIMPLÍCIO

DETERMINAÇÃO DO TAMANHO DE PARCELAS
EXPERIMENTAIS EM POVOAMENTOS
DE *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden

2 exs.
cot.

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura de Lavras, como parte das exigências do Curso de Pós-Graduação em Agronomia, concentração em Fito-tecnia para obtenção do grau de "MESTRE".



RELATÓRIO SUPLENTE

DETERMINAÇÃO DO TAMANHO DE FÁBRICA
EXPERIMENTAIS EM FUNDAMENTOS
DE ... Hill & Meiden

[REDACTED]

[REDACTED]

DETERMINAÇÃO DO TAMANHO DE PARCELAS EXPERIMENTAIS
EM POVOAMENTOS DE *Eucalyptus grandis*
Hill ex-Maiden.

APROVADA:

A. Soares

Prof. ANTONIO RESENDE SOARES
Orientador

L. Henrique de Aquino

Prof. LUIZ HENRIQUE DE AQUINO
Conselheiro

J. Augusto Muniz

Prof. JOEL AUGUSTO MUNIZ
Conselheiro

À minha esposa Divina
e meus filhos: Camilla, Carinna e Júnior.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

O autor agradece a todos que de uma ou outra forma contribuíram para a realização deste trabalho, e em particular:

Ao Professor Dr. Antonio Resende Soares pelo interesse, dedicação e capacidade com que orientou este trabalho.

Aos Professores conselheiros Luiz Henrique de Aquino e Joel Augusto Muniz pelos ensinamentos, sugestões e esclarecimentos durante o desenvolvimento do trabalho.

Ao Professor Dr. Hilton Thadeu Z. do Couto pela ajuda, confiança e dados necessários.

Ao Departamento de Agricultura da Escola Superior de Agricultura de Lavras (ESAL), por permitir a especialização.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão de bolsa.

Ao Professor Luiz Antonio Bastos de Andrade pela amizade.

Ao meu cunhado Hilário, minha irmã Sandra, meus sobrinhos Júnior e Humberto pela inestimável ajuda, apoio, crédito e amor.

Ao meu pai Moura, minha mãe Elza e irmãos, pelo apoio.

Ao Professor Edson A. Velano pela ajuda prestada.

À MECATEC - Batista e Carvalho Ltda. na pessoa de João Vitor Batista.

Ao Artur C. Sanfins pela amizade, dedicação e competência na programação.

Aos Colegas de Pós-Graduação pela amizade e confiança.

Aos Funcionários da Biblioteca Central da ESAL pelo apoio.

À Professora Erly Maria de Carvalho e Silva pela ajuda no summary.

À Fundação de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão - FAEPE, pela colaboração e apoio na reprodução da tese.

BIOGRAFIA DO AUTOR

EUSTÁQUIO SIMPLÍCIO, filho de Mouracinir Simplício e Elza Moreira Simplício, natural de Campo Belo - Minas Gerais.

Concluiu o primário no Grupo Escolar Prof. José Monteiro em Campo Belo - MG; o Ginásial na Escola Agrotécnica Federal de Machado - MG; o Técnico na Escola Agrotécnica de Muzambinho - MG e o curso de Graduação em Engenharia Florestal pela Universidade Federal de Viçosa - MG.

Prestou serviços ao Projeto Jari, Florestal Acesita, Emater-MG e Siderúrgicas em Minas Gerais. Atualmente Professor da Fundação de Ensino e Tecnologia de Alfenas.

Concluiu o mestrado em Agronomia - Fitotecnia, pela Escola Superior de Agricultura de Lavras, em 1987.

SUMÁRIO

	Página
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	3
2.1. Heterogeneidade do Solo	3
2.2. Métodos para Determinação do Tamanho e Forma de Parcela	4
2.3. Tamanho e Forma de Parcelas para Espécies Florestais	8
3. MATERIAL E MÉTODO	11
3.1. Ensaio de Uniformidade	11
3.2. Coeficiente de Heterogeneidade do Solo	11
3.3. Estimativa das variâncias	14
3.3.1. Parcelas Retangulares	14
3.3.2. Parcelas Quadradas	18
3.3.3. Parcelas Lineares	21
3.4. Estimativa das Variâncias e Covariâncias de V_1' ..	23
3.5. A Matriz de Variância e Covariância de V_1'	29
3.6. Matriz de Ponderação W^{-1}	29
3.7. O Método dos Mínimos Quadrados Generalizados ...	35
3.8. Tamanho da Parcela	38

	Página
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
4.1. Parcelas Retangulares	40
4.2. Parcelas Quadradas	43
4.3. Parcelas Lineares	49
4.4. Discussão Geral	54
5. CONCLUSÕES	58
6. RESUMO	59
7. SUMMARY	61
8. LITERATURA CITADA	63

LISTA DE QUADROS

Quadro		Página
1	Forma, tamanho e número de parcelas nos diferentes tipos de parcelas retangulares	15
2	Análise de variância para o modelo de classificação hierárquica para parcelas retangulares com os componentes de variância	16
3	Forma, tamanho e número de parcelas nos diferentes tipos de parcelas quadradas	19
4	Análise de variância para o modelo de classificação hierárquica para parcelas quadradas com os componentes de variância	20
5	Forma, tamanho e número de parcelas nos diferentes tipos de parcelas lineares	22
6	Análise de variância para o modelo de classificação hierárquica para parcelas lineares com os componentes de variância	22
7	Matriz de variância e covariância de $V_i^!$ para parcelas retangulares	30
8	Matriz de variância e covariância de $V_i^!$ para parcelas quadradas e lineares	31
9	Matriz de ponderação do logaritmo dos valores de $V_{\bar{X}_i}$ para parcelas retangulares	33

Quadro	Página
10	Matriz de ponderação do logarítmo dos valores de $V_{\bar{X}_i}$ para parcelas quadradas e lineares 34
11	Análise de variância para o modelo linear $Y=X\beta +\theta$.. 37
12	Análise de variância do ensaio de uniformidade, segundo o modelo proposto para parcelas retangulares . 40
13	Variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, para parcelas retangulares 41
14	Tamanho de parcelas retangulares para Eucalyptus grandis Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para de lineamentos em blocos casualizados com 10 tratamentos** 44
15	Tamanho de parcelas retangulares para Eucalyptus grandis Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para de lineamentos em blocos casualizados com 20 tratamentos** 45
16	Análise de variância do ensaio de uniformidade, segundo o modelo proposto para parcelas quadradas 43
17	Variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, para parcelas quadradas 46
18	Tamanho de parcelas quadradas para Eucalyptus grandis Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delieamentos em blocos casualizados com 10 tratamentos** 47
19	Tamanho de parcelas lineares para Eucalyptus grandis Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delienamentos em blocos casualizados com 20 tratamentos** 48

Quadro	Página
20 Análise da variância do ensaio de uniformidade, segundo o modelo proposto para parcelas lineares	50
21 Variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo , para parcelas lineares	51
22 Tamanho de parcelas lineares para <i>Eucalyptus grandis</i> Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delimitamentos em blocos casualizados com 10 tratamentos	52
23 Tamanho de parcelas lineares para <i>Eucalyptus grandis</i> Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delimitamentos em blocos casualizados com 20 tratamentos	53

1. INTRODUÇÃO

A partir de 1966 o reflorestamento no Brasil experimentou um grande avanço com os benefícios fiscais concedidos pelo governo, atingindo em 1986 cerca de 5,5 milhões de hectares implantados, esperando-se, para o final do século, que o Brasil atinja 10,7 milhões de hectares reflorestados, caso persista as atuais produtividades, segundo AFONSO NETO (1) e DELLA LUCIA (10).

Este incremento em área florestal, o mais expressivo em âmbito mundial, é formado na sua grande maioria pelas espécies do gênero **Eucalyptus**.

As pesquisas e experimentações com **Eucalyptus** vêm sendo conduzidas desde 1903, quando o Engenheiro Edmundo Navarro de Andrade introduziu várias espécies desse gênero, que se tornaram economicamente importantes devido a alta produtividade das mesmas quando comparadas com outras essências florestais.

Um dos problemas que se apresenta frequentemente ao pesquisador florestal, além da área exigida e o tempo relativamente longo para se obter os dados finais, é a escolha das dimensões da parcela experimental.

No Brasil, uma conseqüência da falta de um conhecimento mais fidedigno e válido é o uso de parcelas com dimensões estabelecidas de um modo empírico, conforme a experiência do pesquisador, sem ter em conta critérios científicos no momento da tomada de decisão.

Um estudo que vise a determinação das dimensões ótimas

das parcelas experimentais resultaria numa grande contribuição para o desenvolvimento de pesquisas e para a realização de inventários e manejo de florestas, pois um tamanho adequado de parcelas pode reduzir o efeito da variabilidade ambiental sobre os resultados experimentais.

Desta forma, objetivou-se, no presente trabalho, determinar o tamanho ótimo de parcelas experimentais para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, a partir de dados de um ensaio de uniformidade, instalado no município de Paraibuna, Estado de São Paulo.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Heterogeneidade do Solo

A variação de respostas em parcelas experimentais, para um mesmo tratamento, e a magnitude do erro experimental estão relacionadas diretamente com o grau de heterogeneidade do solo, que pode ser estimado através de ensaios de uniformidade ou ensaios em branco.

Nos ensaios de uniformidade toda a área é plantada com uma única variedade, a mais pura possível e submetida a práticas idênticas de cultivo. Em seguida, a área é dividida em unidades, denominadas unidades básicas, cuja produção é medida separadamente; assim, os rendimentos de parcelas adjacentes podem ser somados para estabelecer parcelas de diferentes tamanhos e formas (DE LA LOMA, 9). Esse mesmo autor verificou que pode existir uma grande variação na produtividade de parcelas experimentais, mesmo em áreas aparentemente homogêneas, e que as produtividades de parcelas adjacentes eram mais semelhantes do que as parcelas distanciadas.

Além da heterogeneidade do solo, os ensaios de uniformidade podem servir, também, para: determinar o tamanho, a forma, o número de repetições e a orientação das parcelas e dos blocos no campo; construir mapas de fertilidade do solo e realizar correções, por covariância, dos rendimentos subsequentes sobre as mesmas parcelas (LOVE, 23).

2.2. Métodos para Determinação do Tamanho e Forma de Parcela

Desde o início do presente século tem-se utilizado uma série de técnicas estatísticas para a determinação do tamanho ótimo da parcela experimental, algumas de precisão reconhecida e outras com restrições ou até sem sucesso. Os principais métodos utilizados na determinação do tamanho e da forma ideais de parcelas experimentais são:

Lei da Variância de SMITH

SMITH (32), após criticar minuciosamente os métodos e resultados de trabalhos de seus antecessores, propôs um método para determinar o tamanho de parcelas, baseado na relação empírica entre o tamanho das mesmas e a variância, estabelecendo uma relação negativa, conforme a expressão seguinte:

$$V_{\bar{X}_i} = \frac{V_1}{X_i^b}$$

em que

$V_{\bar{X}_i}$ = a variância do rendimento médio por unidade básica para parcela de X_i unidades;

V_1 = a variância do rendimento de parcelas constituídas por uma unidade básica;

X_i = o número de unidades básicas que compõem a parcela no i -ésimo tamanho de parcela considerado, $i = 1, 2, \dots, n$;

b = o coeficiente de heterogeneidade do solo.

Se a equação proposta por Smith for linearizada, o coe-

ficiente de heterogeneidade do solo pode ser estimado como um coeficiente de regressão linear. Na obtenção do tamanho ótimo da parcela, o mesmo autor associou o coeficiente de heterogeneidade do solo aos custos do experimento; entretanto, o tamanho ótimo da parcela depende, também, do delineamento, do tempo e das taxas de juros adotadas no momento.

A fórmula de Smith que considera os custos para determinar o tamanho ótimo da parcela é a seguinte:

$$X = \frac{b K_1}{(1 - b)k_2}$$

onde:

X = tamanho ótimo da parcela

b = coeficiente de heterogeneidade do solo

K_1 = parte do custo associado ao número de unidades básicas

K_2 = parte do custo associado a unidade de área.

A referida fórmula apresenta variantes para os casos em que se considera a bordadura, isto é:

$$X = \frac{b(K_1 + K_3A)}{(1 - b) (K_2 + K_3B)}$$

onde:

X = tamanho ótimo da parcela

b = coeficiente de heterogeneidade do solo

K_1 = custo proporcional ao número de parcelas por tratamento

K_2 = custo proporcional a área da unidade experimental

K_3 = custo de manutenção das áreas de bordadura

A = qualquer custo não indicado nos anteriores

B = razão entre a área da bordadura e a efetiva.

HATHEWAY & WILLIAMS (17) observaram que os valores obtidos pelo coeficiente b de Smith, em alguns casos, foram superiores à unidade, pelo que não se poderia interpretar corretamente os resultados. O método proposto pelos autores leva em consideração as correlações entre as estimativas das variâncias usadas e a estimativa do coeficiente de heterogeneidade do solo. Para tanto, sugeriram a ponderação dos logarítmos das estimativas das variâncias observadas entre parcelas de diferentes tamanhos pelos elementos da inversa de sua matriz de covariância (matriz informação). Este método é de eficiência reconhecida e utilizado por muitos pesquisadores, entre eles: ARROYO & CHAVES (2), BRIM & MASON (4), MONZÓN PAIVA (24), GUPTON (15), HERNANDEZ & ARROYO (18), PASTOR TALLEDO (26) e ROBINSON *et alii* (28).

Método de HATHEWAY

HATHEWAY (16), combinando a fórmula de Cochran e Cox, para determinar o número de repetições com a relação de Smith, obteve uma equação que permite calcular o tamanho ótimo da parcela experimental independente dos custos. Sua fórmula considera o coeficiente de variação, o número de repetições previsto, o coeficiente de heterogeneidade do solo, os valores da distribuição de t de Student nos níveis α e $2(1 - P)$ e a diferença mínima significativa entre média de dois tratamentos, medida em percentagem da verdadeira média.

Método da Otimização

PABLOS & CASTILLO (25), num estudo para determinar o tamanho ótimo de parcelas, propuseram este método, que consiste em minimizar a função resposta, representada pelo coeficiente de variação. Neste método considera-se que qualquer parcela tem duas

dimensões, comprimento e largura, e que a variação do erro experimental é função da magnitude de ambas. Por tal motivo, a partir do conjunto de parcelas do ensaio em branco, geram-se novas parcelas variando suas dimensões de acordo com uma estrutura fatorial. Com o conjunto de coeficientes de variação se obtém uma superfície de resposta, cujo modelo real se supõe ser um modelo quadrático em comprimento e largura. O objetivo é encontrar as dimensões, comprimento e largura, que otimizem a função resposta, isto é, o coeficiente de variação. Este modelo tem o inconveniente de não servir à otimização de parcelas circulares e lineares.

Método da Informação Relativa

Segundo KELLER (20), esse método consiste em calcular a variância para cada tamanho de parcela proposto e em seguida dividi-la pelo número de unidades básicas que a compõe, obtendo-se uma variância que seria comparável com a da unidade básica. Assumindo-se que esta contribuirá com 100% da informação, divide-se esta variância pela comparável de cada tipo de parcela para se obter a porcentagem de informação correspondente. O mesmo autor infere que a variância comparável aumenta e a informação relativa reduz à medida que o tamanho da parcela aumenta. Este método foi utilizado por vários pesquisadores, entre eles, LACA VALEZ (22) e RODRIGUES (29).

Método da Máxima Curvatura

Utilizado por vários pesquisadores, como: GARBER & PIERRE (14), IMMER (19), LACA VALEZ (22), REYNOLDS et alii (27), RODRIGUES (29) e SOTO MARTINEZ (34), o método da máxima curvatura consiste em construir um gráfico com o coeficiente de variação no eixo das ordenadas e o tamanho da parcela no das abcissas. Sobre a curva traçada se localiza o ponto da curvatura máxima que define o tamanho ótimo da parcela experimental. SMITH (32) critica es

te método por ser inconsistente, não produzindo sempre os mesmos resultados, pois podem variar com a escala em que se medem as variáveis. Esse autor sugere que, o método pode ser melhorado com o uso da mesma escala, tanto nas abscissas como nas ordenadas.

2.3. Tamanho e Forma de Parcelas para Espécies Florestais

SOARES (33), estudando o tamanho e forma de parcelas experimentais em híbrido de *Eucalyptus grandis*, na região de Bom Despacho - M.G., pelo método da eficiência relativa, concluiu que dentre as unidades retangulares, as de 500 m² (10 x 50 m) foram as melhores e que a melhor parcela quadrada foi de 900 m² (30 x 30 m).

EVANS et alii (11) utilizando o método da máxima curvatura na determinação do tamanho ótimo das parcelas de *Pinus elliottii* Engelm, através das características: altura total, diâmetro (DAP), altura do fuste e espessura da casca, obtiveram, como tamanho ótimo, parcelas contendo 20 árvores.

WRIGHT (35) e WRIGHT & FREELAND (37) verificaram para *Pinus resinosa*, *Pseudotsuga mensiesiie*, *Liriodendron tulipifera*, em Michigan, usando o método de Smith, que parcelas de uma só árvore eram mais eficientes que parcelas de múltiplas árvores. O mesmo estudo indicou que o tamanho ótimo da parcela variava de 0,39 a 21,90 árvores por parcela, dependendo do índice de heterogeneidade do solo. Porém observaram que parcelas com uma árvore desviaram seu comportamento daquele que seria o normal da curva, representada pela variância e pelo tamanho da parcela, enquanto que parcelas com 4 árvores não apresentaram este desvio, por isso recomendam a utilização destas últimas.

BLAKE (3), utilizando o método da máxima curvatura, verificou que parcelas de uma árvore mostravam coeficiente de variação maior que as de múltiplas, sendo 10 o número ideal de árvores por parcela, já que um número maior não acrescentava maiores in-

formações e não proporcionava redução significativa do erro. Ao se usar parcelas maiores, o número de repetições reduzia, mas gerava necessidade de maior número de árvores no experimento, sendo portanto menos eficiente. Entretanto, o tamanho ótimo pelo Método da Máxima Curvatura foi de 6 a 8 árvores por parcela, considerando-se a altura, e de 8 a 12 árvores por parcela para diâmetro. Estes dados correspondem a um estudo realizado num povoamento com faixa etária entre 8 e 9 anos.

A determinação do tamanho de parcelas para árvore e arbustos pela regra de Smith, segundo MONZÓN PAIVA (24) é eficiente apenas quando a fonte de variação for a heterogeneidade do solo. Contudo grande parte da variação apresentada pelas árvores e arbustos se deve a outras causas, tais como: forma em que se realizam os trabalhos de condução do experimento, se manual ou mecanizado; tamanho, forma e topografia da área total disponível para o experimento; material genético; disponibilidade de insumos, mão-de-obra e recursos econômicos; natureza e precisão da informação buscada; e custo dos distintos trabalhos.

Comparando taxas de crescimento em testes de procedência de *Pinus sylvestris* com 13 anos de idade, em New Hampshire, WRIGHT & BALDWIN (36) mostraram que os melhores tamanhos foram de 200 árvores para parcelas retangulares e de 15 árvores para linhas.

CONCKLE (8), ao determinar o tamanho e forma de parcelas, pelo método de Smith utilizaram como amostra 300 árvores para *Pinus elliottii* Engelm e 225 para *P. taeda* L., com idade de 4 e 5 anos respectivamente, concluindo-se que parcelas de única árvore são muito eficientes para árvores com idade de 4 e 5 anos, enquanto que para árvores mais velhas as melhores parcelas foram as de 8 e 9 árvores. Este autor encontrou diversos valores de "b" inclusive $b = 1.059 \pm 0.335$, isto é, maior que a unidade.

Uma extensa publicação sobre procedimentos e técnicas

de instalação de parcela, visando a padronização de ensaios de campo, foi publicada por KIESSELBACK (21). Em adição, estudos sobre tamanho e forma de parcela foram catalogados por COCHRAN (6), com 134 experimentos referentes a diversas culturas.

3. MATERIAL E MÉTODO

3.1. Ensaio de Uniformidade

Os dados de volume utilizados neste trabalho foram coletados no município de Paraibuna, Estado de São Paulo, com 23°12' de latitude sul, 46°48' de longitude oeste e altitude de 456 m.

O tipo climático da região é Csa, segundo a classificação de Köppen, com temperatura média de 22°C e precipitação média anual de 1600 mm.

O ensaio foi desenvolvido num solo podzolizado, textura argilosa com declividade ondulada a fortemente ondulada.

* Utilizou-se 6400 árvores de *Eucalyptus grandil* Hill ex Maiden, com 6 anos de idade, plantadas no espaçamento 3 x 2m constituindo 80 fileiras de 80 plantas. A unidade básica constou de uma árvore, devidamente identificada de forma a simular parcelas de diversos tamanhos.

3.2. Coeficiente de Heterogeneidade do Solo *de acordo com a lei de Smith* *da informação relativa*

O coeficiente de heterogeneidade do solo proposto por SMITH (32), em sua lei empírica, para explicar o efeito do tamanho das parcelas sobre a variância entre elas é dado pela expressão

$$V_{X_i} = \frac{V_1}{X_i^b}$$

onde:

$V_{\bar{X}_i}$ = variância do rendimento médio por unidade básica para parcela de X_i unidades.

X_i = número de unidades básicas que compõem a parcela no i -ésimo tamanho de parcela considerando, $i = 1, 2, \dots, n$.

V_1 = variância do rendimento de parcelas constituídas por uma unidade básica.

b = coeficiente de heterogeneidade do solo, sendo $0 \leq b \leq 1$.

Valores de b próximo de 0 (zero) indicam parcelas adjacentes correlacionadas e solo homogêneo e quando próximo de 1, parcelas adjacentes não correlacionadas e solo heterogêneo.

Para se estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo foi escolhido o método de HATHEWAY & WILLIAMS (17) que leva em consideração as correlações entre as estimativas das variâncias. Estas correlações se originam no próprio processo de composição dos diversos tamanhos de parcela que vai acumulando componentes comuns. A aplicação do método dos mínimos quadrados para a estimação de b não é válida porque os erros associados à variável dependente são correlacionados. Por esta razão é que optamos pelo método proposto por HATHEWAY & WILLIAMS (17). O método pondera os logaritmos das estimativas das variâncias pelos elementos da inversa de sua matriz de covariância (matriz de informação). Este método, conhecido como método dos quadrados mínimos generalizados, leva a uma estimativa de b não viciada e assintoticamente de mínima variância.

Pelo método dos quadrados mínimos generalizados obtém-se o sistema de equações normais

$$(X' W^{-1} X) \tilde{\beta} = X' W^{-1} Y$$

que conduz ao estimador

$$\tilde{\beta} = (X' W^{-1} X)^{-1} X' W^{-1} Y$$

As estimativas dos parâmetros são:

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}X$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_i \sum_j W^{ij} Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum_i \sum_j W^{ij} X_i (X_i - \bar{X})}$$

onde:

Y_i = logaritmo da estimativa da variância do rendimento médio por unidade básica para parcela de tamanho i , $Y_i = \ln \hat{V}_{X_i}$

W^{ij} = elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de W que é a inversa da matriz de variância e covariância dos Y_i

X_i = logaritmo do número de unidades básicas que compõe a parcela do i -ésimo tamanho

\bar{Y} = média ponderada por W^{ij} dos Y_i

\bar{X} = média ponderada por W^{ij} dos X_i

A estimativa da variância de β é:

$$\hat{V}(\beta) = (X' W^{-1} X)^{-1}$$

e a estimativa da variância de \hat{b} é:

$$\hat{V}(\hat{b}) = \frac{1}{\sum_i \sum_j W^{ij} X_i (X_i - \bar{X})}$$

3.3. Estimativa das Variâncias

Para se obter as estimativas das variâncias foram considerados três tipos de parcelas: retangulares, quadradas e lineares.

3.3.1. Parcelas Retangulares

O modelo matemático de classificação hierárquica para estimar as variâncias é:

$$Y_{(ijkl)m} = \mu + a_i + b_{(i)j} + c_{(ij)k} + d_{(ijk)l} + e_{(ijkl)m}$$

onde:

$Y_{(ijkl)m}$ = volume da m-ésima parcela tipo E, dentro da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A.

μ = média geral.

a_i = efeito da i-ésima parcela tipo A, $i = 1, \dots, a$

$b_{(i)j}$ = efeito da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $j = 1, 2, \dots, b$

$c_{(ij)k}$ = efeito da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $k = 1, 2, \dots, c$

$d_{(ijk)l}$ = efeito da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $l = 1, 2, \dots, d$

$e_{(ijkl)m}$ = efeito da m-ésima parcela tipo E, dentro da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro de j-ésima parcela tipo B, dentro de i-ésima parçe

la tipo A, $m = 1, 2, \dots, e$

Os tipos de parcelas estabelecidos neste modelo, a forma, o tamanho e o número de parcelas em cada tipo estão apresentados no Quadro 1.

QUADRO 1 - Forma, tamanho e número de parcelas nos diferentes tipos de parcelas retangulares.

Tipo	Dimensões (X) (Y)		Tamanho (Unidades básicas/parcela)	Número de Parcelas
A	20	8	160	40
B	20	4	80	80
C	10	4	40	160
D	5	4	20	320
E	5	2	10	640

A análise de variância com os componentes de variância para o modelo em questão está apresentada no Quadro 2.

As estimativas das variâncias das parcelas de vários tamanhos reduzidas à unidade básica são designados por $V_1^!$. Elas são obtidas como funções lineares dos quadrados médios do Quadro 2, como se mostra a seguir:

Parcela Tipo A

$$V_1^! = \text{QM Entre Parcelas A} = \frac{(a - 1) V_1}{a - 1} = \frac{f_1 V_1}{f_1}$$

QUADRO 2 - Análise de variância para o modelo de classificação hierárquica para parcelas retangulares com os componentes de variância.

Fontes de Variação	G.L.	Q.M.	E(QM)
Entre parcelas A	f_1	V_1	$\sigma_E^2 + e\sigma_D^2 + d\sigma_C^2 + cde\sigma_B^2 + bcde\sigma_A^2$
Entre parcelas B dentro de A	f_2	V_2	$\sigma_E^2 + e\sigma_D^2 + d\sigma_C^2 + cde\sigma_B^2$
Entre parcelas C dentro de B	f_3	V_3	$\sigma_E^2 + e\sigma_D^2 + d\sigma_C^2$
Entre parcelas D dentro de C	f_4	V_4	$\sigma_E^2 + e\sigma_D^2$
Entre parcelas E Dentro de D	f_5	V_5	σ_E^2

$f_1 = a - 1$, $f_2 = a(b - 1)$, $f_3 = ab(c - 1)$, $f_4 = abc(d - 1)$, $f_5 = abcd(e - 1)$
 $a = 40$, $b = 2$, $c = 2$, $d = 2$, $e = 2$

Parcela Tipo B

$$\begin{aligned}
 V'_2 &= \text{QM Entre Parcelas B} = \frac{\text{SQ Entre Parcelas B}}{ab - 1} = \\
 &= \frac{\text{SQ Entre Parcelas A} + \text{SQ Entre Parcelas B} : \text{A}}{ab - 1} = \\
 &= \frac{(a - 1)V_1 + a(b - 1)V_2}{ab - 1} = \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{f_1 + f_2}
 \end{aligned}$$

Parcela Tipo C

$$\begin{aligned}
 V'_3 &= \text{QM Entre Parcelas C} = \frac{\text{SQ Entre Parcela C}}{abc - 1} = \\
 &= \frac{(a - 1)V_1 + a(b - 1)V_2 + ab(c - 1)V_3}{abc - 1} = \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2 + f_3 V_3}{f_1 + f_2 + f_3}
 \end{aligned}$$

Parcela Tipo D

$$\begin{aligned}
 V'_4 &= \text{QM Entre Parcelas D} = \frac{\text{SQ Entre Parcelas D}}{abcd - 1} = \\
 &= \frac{(a - 1)V_1 + a(b - 1)V_2 + ab(c - 1)V_3 + abc(d - 1)V_4}{abcd - 1} = \\
 &= \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2 + f_3 V_3 + f_4 V_4}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4}
 \end{aligned}$$

Parcelas Tipo E

$$\begin{aligned}
 V'_5 &= \text{QM Entre Parcelas E} = \frac{\text{SQ Entre Parcelas E}}{abcde - 1} = \\
 &= \frac{(a-1)V_1 + a(b-1)V_2 + ab(c-1)V_3 + abc(d-1)V_4 + abcd(e-1)V_5}{abcde - 1} = \\
 &= \frac{f_1V_1 + f_2V_2 + f_3V_3 + f_4V_4 + f_5V_5}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5}
 \end{aligned}$$

Generalizando, tem-se:

$$V'_i = \frac{\sum_{j=1}^i f_j V_j}{\sum_{j=1}^i f_j}, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

Os valores V_{X_i} são obtidos dividindo-se cada valor de V'_i pelo número de unidades básicas X_i contidas em cada tamanho de parcela, isto é,

$$V_{X_i} = \frac{V'_i}{X_i}$$

3.3.2. Parcelas Quadradas

O modelo matemático de classificação hierárquica para estimar as variâncias é:

$$Y_{(ijk)l} = \mu + a_i + b_{(i)j} + c_{(ij)k} + d_{(ijk)l}$$

onde:

$Y_{(ijk)l}$ = volume da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A

μ = média geral

a_i = efeito da i-ésima parcela tipo A, $i = 1, 2, \dots, a$

$b_{(i)j}$ = efeito da j-ésima parcela tipo B, dentro de i-ésima parcela tipo A, $j = 1, 2, \dots, b$

$c_{(ij)k}$ = efeito da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $k = 1, 2, \dots, c$

$d_{(ijk)l}$ = efeito da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $l = 1, 2, \dots, d$

Os tipos de parcelas estabelecidos neste modelo, a forma, o tamanho e o número de parcelas em cada tipo estão apresentados no Quadro 3.

QUADRO 3 - Forma, tamanho e número de parcelas nos diferentes tipos de parcelas quadradas.

Tipo	Dimensões		Tamanho (Unidades básicas/parcela)	Número de Parcelas
	(X)	(Y)		
A	20	20	400	16
B	10	10	100	64
C	5	5	25	256
D	1	1	1	6400

A análise de variância com os componentes de variância

para o modelo em questão está apresentada no Quadro 4.

QUADRO 4 - Análise de variância para o modelo de classificação hierárquica para parcelas quadradas com os componentes de variância.

Fontes de Variação	G.L.	Q.M.	E(QM)
Entre parcelas A	f_1	V_1	$\sigma_D^2 + d\sigma_C^2 + cd\sigma_D^2 + bcd\sigma_A^2$
Entre parcelas B dentro de A	f_2	V_2	$\sigma_D^2 + d\sigma_C^2 + cd\sigma_B^2$
Entre parcelas C dentro de B	f_3	V_3	$\sigma_D^2 + d\sigma_C^2$
Entre parcelas D dentro de C	f_4	V_4	σ_D^2

$$f_1 = a - 1, \quad f_2 = a(b - 1), \quad f_3 = ab(c - 1), \quad f_4 = abc(d - 1)$$

$$a = 16, \quad b = 4, \quad c = 4, \quad d = 25$$

As estimativas das variâncias das parcelas de vários tamanhos, reduzidas à unidade básica, são obtidas por funções lineares dos quadrados médios do Quadro 4, através da expressão:

$$V_i' = \frac{\sum_{j=1}^i f_j V_j}{\sum_{j=1}^i f_j}, \quad i = 1, 2, \dots, 4$$

Os valores $V_{\bar{X}_i}$ são obtidos pela expressão

$$V_{\bar{X}} = \frac{V_i'}{X_i}$$

3.3.3. Parcelas Lineares

O modelo matemático de classificação hierárquica para estimar as variâncias é

$$Y_{(ijk)l} = \mu + a_i + b_{(i)j} + c_{(ij)k} + d_{(ijk)l}$$

onde:

$Y_{(ijk)l}$ = volume da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A

μ = média geral

a_i = efeito da i-ésima parcela tipo A, $i = 1, 2, \dots, a$

$b_{(i)j}$ = efeito da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $j = 1, 2, \dots, b$

$c_{(ij)k}$ = efeito da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $k = 1, 2, \dots, c$

$d_{(ijk)l}$ = efeito da l-ésima parcela tipo D, dentro da k-ésima parcela tipo C, dentro da j-ésima parcela tipo B, dentro da i-ésima parcela tipo A, $l = 1, 2, \dots, d$

Os tipos de parcelas estabelecidas neste modelo, a forma, o tamanho e o número de parcelas em cada tipo estão apresentados no Quadro 5.

QUADRO 5 - Forma, tamanho e número de parcelas nos diferentes tipos de parcelas lineares.

Tipo	Dimensões		Tamanho (Unidades básicas/parcela)	Número de Parcelas
	(X)	(Y)		
A	40	1	40	160
B	20	1	20	320
C	10	1	10	640
D	5	1	5	1280

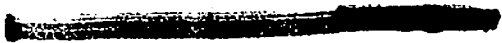
A análise de variância com os componentes de variância para o modelo em questão está apresentada no Quadro 6.

QUADRO 6 - Análise de variância para o modelo de classificação hierárquica para parcelas lineares com os componentes de variância.

Fontes de Variação	G.L.	Q.M.	E(QM)
Entre parcelas A	f_1	V_1	$\sigma_D^2 + d\sigma_C^2 + cd\sigma_B^2 + bcd\sigma_A^2$
Entre parcelas B dentro de A	f_2	V_2	$\sigma_D^2 + d\sigma_C^2 + cd\sigma_B^2$
Entre parcelas C dentro de B	f_3	V_3	$\sigma_D^2 + d\sigma_C^2$
Entre parcelas D dentro de C	f_4	V_4	σ_D^2

$$f_1 = a - 1, \quad f_2 = a(b - 1), \quad f_3 = ab(c - 1), \quad f_4 = abc(d - 1)$$

$$a = 160, \quad b = 2, \quad c = 2, \quad d = 2$$



1994

1995

1996

1997

1998

1999

2000

2001

2002

2003

2004

2005

2006

2007

2008

2009

2010

2011

2012

As estimativas das variâncias das parcelas de vários tamanhos, reduzidas à unidade básica, são obtidas por funções lineares dos quadrados médios do Quadro 6, através da expressão:

$$v_i' = \frac{\sum_{j=1}^i f_j V_j}{\sum_{j=1}^i f_j}, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

Os valores $V_{X_i}^-$ são obtidos pela expressão

$$V_{X_i}^- = \frac{V_i'}{X_i}$$

3.4. Estimativa das Variâncias e Covariâncias de V_i'

Admitindo-se que os volumes de madeira se distribuem segundo o modelo de probabilidade normal e que estas observações são independentes, a estimativa da variância de um quadrado médio (V_i) gerado por elas é dado por $2 V_i^2 / f_i$. As covariâncias entre dois quadrados médios V_i e V_j são iguais a zero.

Como V_i' é uma função linear de V_i , temos:

$$\hat{v}(V_1') = \hat{v}(V_1) = \frac{2V_1^2}{f_1}$$

$$\hat{v}(V_2') = \hat{v} \left[\frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{f_1 + f_2} \right] =$$

$$= \frac{1}{(f_1 + f_2)^2} \left[f_1^2 \hat{v}(v_1) + f_2^2 \hat{v}(v_2) - 2f_1 f_2 \text{Cov}(v_1, v_2) \right] =$$

$$= \frac{1}{(f_1 + f_2)^2} \left[2f_1^2 \frac{v_1^2}{f_1} + 2f_2^2 \frac{v_2^2}{f_2} \right] =$$

$$= \frac{2}{(f_1 + f_2)^2} \cdot (f_1 v_1^2 + f_2 v_2^2)$$

$$\hat{v}(v'_3) = \hat{v} \frac{f_1 v_1 + f_2 v_2 + f_3 v_3}{f_1 + f_2 + f_3} =$$

$$= \frac{1}{(f_1 + f_2 + f_3)^2} \left[2f_1^2 \frac{v_1^2}{f_1} + 2f_2^2 \frac{v_2^2}{f_2} + 2f_3^2 \frac{v_3^2}{f_3} \right] =$$

$$= \frac{2}{(f_1 + f_2 + f_3)^2} \cdot (f_1 v_1^2 + f_2 v_2^2 + f_3 v_3^2)$$

Generalizando, obtem-se:

$$\hat{v}(v'_i) = \frac{2}{\left(\sum_{j=1}^i f_j \right)^2} \cdot \sum_{j=1}^i f_j v_j^2, \quad i = 1, 2, \dots, v$$

onde:

$v = 5$ para parcelas retangulares

$v = 4$ para parcelas quadradas e lineares.

As estimativas das covariâncias são obtidas como segue:

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(V'_1, V'_2) &= E(V'_1 \cdot V'_2) - E(V'_1) \cdot E(V'_2) = \\
 &= E \left[V_1 \cdot \left(\frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{f_1 + f_2} \right) \right] - E \left[V_1 \right] E \left[\frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{f_1 + f_2} \right] = \\
 &= \frac{1}{f_1 + f_2} E \left[f_1 V_1^2 + f_2 V_1 V_2 \right] - \frac{1}{f_1 + f_2} E(V_1) \cdot E(f_1 V_1 + f_2 V_2) = \\
 &= \frac{f_1}{f_1 + f_2} E(V_1^2) + \frac{f_2}{f_1 + f_2} E(V_1 \cdot V_2) - \frac{f_1}{f_1 + f_2} \left[E(V_1) \right]^2 - \\
 &- \frac{f_2}{f_1 + f_2} E(V_1) E(V_2) = \\
 &= \frac{f_1}{f_1 + f_2} \left[E(V_1^2) - E^2(V_1) \right] + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \left[E(V_1 \cdot V_2) - E(V_1) E(V_2) \right] =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{f_1}{f_1 + f_2} V(V_1) + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \text{Cov}(V_1, V_2)$$

Portanto,

$$\text{Cov}(V'_1, V'_2) = \frac{2V_1^2}{f_1 + f_2}$$

Da mesma forma se obtém

$$\text{Cov}(V'_1, V'_3) = \frac{2V_1^2}{f_1 + f_2 + f_3}$$

$$\text{Cov}(V'_1, V'_4) = \frac{2V_1^2}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4}$$

$$\text{Cov}(V'_1, V'_5) = \frac{2V_1^2}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5}$$

$$\text{Cov}(V'_2, V'_3) = E(V'_2 \cdot V'_3) - E(V'_2) E(V'_3)$$

$$= E \left[\frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{f_1 + f_2} \cdot \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2 + f_3 V_3}{f_1 + f_2 + f_3} \right] -$$

$$\begin{aligned}
& - E \left[\frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{f_1 + f_2} \right] \cdot E \left[\frac{f_1 V_1 + f_2 V_2 + f_3 V_3}{f_1 + f_2 + f_3} \right] = \\
& = \frac{1}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} E \left[f_1^2 V_1^2 + 2f_1 f_2 V_1 V_2 + f_2^2 V_2^2 + f_1 f_3 V_1 V_3 + f_2 f_3 V_2 V_3 \right] - \\
& - \frac{1}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} E(f_1 V_1 + f_2 V_2) E(f_1 V_1 + f_2 V_2 + f_3 V_3) = \\
& = \frac{f_1^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} \left[E(V_1^2) - E^2(V_1) \right] + \frac{2f_1 f_2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} \cdot \\
& \cdot \left[E(V_1 V_2) - E(V_1) E(V_2) \right] + \frac{f_2^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} \left[E(V_2^2) - E^2(V_2) \right] + \\
& + \frac{f_1 f_3}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} \left[E(V_1 V_3) - E(V_1) E(V_3) \right] + \frac{f_2 f_3}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} \cdot \\
& \cdot \left[E(V_2 V_3) - E(V_2) E(V_3) \right] = \frac{f_1^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} V(V_1) + \\
& + \frac{f_2^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} V(V_2) = \frac{2f_1^2}{f_1(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)} V_1^2 +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{2f_2^2}{f_2(f_1+f_2)(f_1+f_2+f_3)} v_2^2$$

Portanto,

$$\text{côv } (v_2', v_3') = \frac{2f_1 v_1^2 + 2f_2 v_2^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3)}$$

Do mesmo modo,

$$\text{côv } (v_2', v_4') = \frac{2f_1 v_1^2 + 2f_2 v_2^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)}$$

$$\text{côv } (v_2', v_5') = \frac{2f_1 v_1^2 + 2f_2 v_2^2}{(f_1 + f_2)(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)}$$

$$\text{côv } (v_3', v_4') = \frac{2f_1 v_1^2 + 2f_2 v_2^2 + 2f_3 v_3^2}{(f_1 + f_2 + f_3)(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)}$$

$$\text{côv } (v_3', v_5') = \frac{2f_1 v_1^2 + 2f_2 v_2^2 + 2f_3 v_3^2}{(f_1 + f_2 + f_3)(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)}$$

$$\text{côv } (v_4', v_6') = \frac{2f_1 v_1^2 + 2f_2 v_2^2 + 2f_3 v_3^2 + 2f_4 v_4^2}{(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)}$$

3.5. A Matriz de Variância e Covariância de V_i'

A matriz ξ de variância e covariância de V_i' , é uma matriz simétrica cujos elementos são as variâncias de V_i' e as covariâncias de V_i' e V_j' . Ela é construída colocando-se na diagonal principal as variâncias e fora da diagonal as covariâncias.

As matrizes de variância e covariância para parcelas retangulares e para as parcelas quadradas e lineares estão apresentados no Quadro 7 e Quadro 8.

3.6. Matriz de Ponderação W^{-1}

Seja ξ a matriz de variância e covariância de V_i' . A matriz de ponderação W^{-1} é a inversa da matriz de variância e covariância do logarítmo dos valores de $V_{X_i}^-$.

Sabe-se que

$$\text{Cov}(\ln V_i', \ln V_j') \approx \text{Cov}\left(\frac{V_i'}{V_i'}, \frac{V_j'}{V_j'}\right), \quad V_i', \quad V_j'$$

Portanto,

$$\text{Cov}(\ln V_{X_i}^-, \ln V_{X_j}^-) \approx \frac{\text{Cov}(V_{X_i}^-, V_{X_j}^-)}{V_{X_i}^- \cdot V_{X_j}^-}, \quad V_i', \quad V_j'$$

Como $V_{X_i}^- = V_i'/X_i$ e $V_{X_j}^- = V_j'/X_j$, obtém-se

QUADRO 7 - Matriz de variância e covariância de V_i para parcelas retangulares.

$$\xi = \begin{bmatrix} \frac{A}{f_1^2} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^5 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i} & \frac{A+B}{(\sum_{i=1}^2 f_i)^2} & \frac{A+B}{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A+B}{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B}{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{i=1}^5 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A+B}{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A+B+C}{(\sum_{i=1}^3 f_i)^2} & \frac{A+B+C}{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B+C}{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{i=1}^5 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B}{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B+C}{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B+C+D}{(\sum_{i=1}^4 f_i)^2} & \frac{A+B+C+D}{\sum_{i=1}^4 f_i \sum_{i=1}^5 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^5 f_i} & \frac{A+B}{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{i=1}^5 f_i} & \frac{A+B+C}{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{i=1}^5 f_i} & \frac{A+B+C+D}{\sum_{i=1}^4 f_i \sum_{i=1}^5 f_i} & \frac{A+B+C+D+E}{(\sum_{i=1}^5 f_i)^2} \end{bmatrix}$$

$$A = 2f_1V_1^2 \quad B = 2f_2V_2^2 \quad C = 2f_3V_3^2 \quad D = 2f_4V_4^2 \quad E = 2f_5V_5^2$$

QUADRO 8 - Matriz de variância e covariância de V_i para parcelas quadradas e lineares.

$$\xi = \begin{bmatrix} \frac{A}{f_1^2} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i} & \frac{A+B}{(\sum_{i=1}^2 f_i)^2} & \frac{A+B}{f_1 \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A+B}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A+B}{f_1 \sum_{i=1}^3 f_i} & \frac{A+B+C}{(\sum_{i=1}^3 f_i)^2} & \frac{A+B+C}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} \\ \frac{A}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B}{f_1 \sum_{i=1}^4 f_i} & \frac{A+B+C+D}{(\sum_{i=1}^4 f_i)^2} \end{bmatrix}$$

$$A = 2f_1V_1^2 \quad B = 2f_2V_2^2 \quad C = 2f_3V_3^2 \quad D = 2f_4V_4^2$$

$$\begin{aligned} \text{Cov} (\ln \bar{V}_{X_i}, \ln \bar{V}_{X_j}) &\approx \frac{\text{Cov} (V'_i/X_i, V'_j/X_j)}{V'_i/X_i \cdot V'_j/X_j} \\ &= \frac{1}{X_i X_j} \cdot \frac{\text{Cov} (V'_i, V'_j)}{\frac{V'_i \cdot V'_j}{X_i \cdot X_j}} = \frac{\text{Cov} (V'_i, V'_j)}{V'_i \cdot V'_j}, \quad V_i, V_j \end{aligned}$$

Desta forma vê-se que podemos operar com a inversa da matriz de variância e covariância de V'_i , desde que cada elemento desta matriz seja devidamente corrigido pelo produto $V'_i \cdot V'_j$, V_i e V_j .

As matrizes de ponderação W^{-1} , para parcelas retangulares e para parcelas quadradas e lineares, estão apresentadas no Quadro 9 e Quadro 10.

Para parcelas retangulares, a comprovação dos pesos pode ser realizada pela seguinte expressão:

$$\sum_i \sum_j W^{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 f_i = \frac{1}{2} (\text{abcde} - 1)$$

e no caso de parcelas quadradas e lineares por:

$$\sum_i \sum_j W^{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 f_i = \frac{1}{2} (\text{abcd} - 1)$$

QUADRO 9 - Matriz de ponderação do logaritmo dos valores de V_{X_i} para parcelas retangulares.

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} (f_1 V_1')^2 \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - \frac{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i V_i V_i'}{B} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - \frac{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i V_i V_i'}{B} & \left(\sum_{i=1}^2 f_i V_i' \right)^2 \left(\frac{1}{B} + \frac{1}{C} \right) & - \frac{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{j=1}^3 f_j V_j V_j'}{C} & 0 & 0 \\ 0 & - \frac{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{j=1}^3 f_j V_j V_j'}{C} & \left(\sum_{i=1}^3 f_i V_i' \right)^2 \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right) & - \frac{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{j=1}^4 f_j V_j V_j'}{D} & 0 \\ 0 & 0 & - \frac{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{j=1}^4 f_j V_j V_j'}{D} & \left(\sum_{i=1}^4 f_i V_i' \right)^2 \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{E} \right) & - \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \sum_{j=1}^5 f_j V_j V_j'}{E} \\ 0 & 0 & 0 & - \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \sum_{j=1}^5 f_j V_j V_j'}{E} & \left(\sum_{i=1}^5 f_i V_i' \right)^2 \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{F} \right) \end{bmatrix}$$

$$A = 2f_1 V_1'^2, \quad B = 2f_2 V_2'^2, \quad C = 2f_3 V_3'^2, \quad D = 2f_4 V_4'^2, \quad E = 2f_5 V_5'^2$$

QUADRO 10 - Matriz de ponderação do logaritmo dos valores de V_{X_i} para parcelas quadradas e lineares.

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} (f_1 V_1')^2 \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} \right) & - \frac{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i V_1' V_2'}{B} & 0 & 0 \\ - \frac{f_1 \sum_{i=1}^2 f_i V_1' V_2'}{B} & \left(\sum_{i=1}^2 f_i V_2' \right)^2 \left(\frac{1}{B} + \frac{1}{C} \right) & - \frac{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{j=1}^3 f_j V_2' V_3'}{C} & 0 \\ 0 & - \frac{\sum_{i=1}^2 f_i \sum_{j=1}^3 f_j V_2' V_3'}{C} & \left(\sum_{i=1}^3 f_i V_3' \right)^2 \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right) & - \frac{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{j=1}^4 f_j V_3' V_4'}{D} \\ 0 & 0 & - \frac{\sum_{i=1}^3 f_i \sum_{j=1}^4 f_j V_3' V_4'}{D} & \left(\sum_{i=1}^4 f_i V_4' \right)^2 \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{E} \right) \end{bmatrix}$$

$$A = 2f_1 V_1'^2, \quad B = 2f_2 V_2'^2, \quad C = 2f_3 V_3'^2, \quad D = 2f_4 V_4'^2$$

3.7. O Método dos Mínimos Quadrados Generalizados

Seja o modelo

$$Y = X\beta + \theta, \quad E(Y) = X\beta, \quad V(Y) = E(\theta\theta') = W$$

onde, para parcelas retangulares,

$$Y' = \left| \ln V_{\bar{X}_1} \quad \ln V_{\bar{X}_2} \quad \ln V_{\bar{X}_3} \quad \ln V_{\bar{X}_4} \quad \ln V_{\bar{X}_5} \right|$$

é o vetor dos logaritmos das variâncias;

$$X' = \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \ln X_1 & \ln X_2 & \ln X_3 & \ln X_4 & \ln X_5 \end{array} \right|$$

é a matriz dos logaritmos do número de unidades básicas por parcelas;

$$\beta = \left| \begin{array}{cc} b_0 & b \end{array} \right|$$

é o vetor dos coeficientes linear e de regressão (coeficiente de heterogeneidade do solo):

θ é o vetor dos erros;

W é a matriz de variância e covariância dos logaritmos de $V_{\bar{X}_i}$.

Pretende-se minimizar a função

$Z = SQE = \theta' \theta = (Y - X\beta)' W^{-1} (Y - X\beta)$, onde W^{-1} é a inversa da matriz de variância e covariância devidamente corrigida.

Desenvolvendo, obtém-se

$$Z = \text{SQE} = Y'W^{-1}Y - 2\beta'X'W^{-1}Y + \beta'X'W^{-1}X\beta$$

Derivando em relação a β e igualando a zero, tem-se

$$\frac{\delta Z}{\delta \beta} = -2X'W^{-1}Y + 2X'W^{-1}X\bar{\beta} = 0$$

Resolvendo para $\bar{\beta}$,

$$\bar{\beta} = (X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}Y$$

É fácil verificar que $\bar{\beta}$ é uma estimativa não tendenciosa de β , pois $E(\bar{\beta}) = \beta$.

A variância de $\bar{\beta}$ é:

$$V(\bar{\beta}) = (X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}V(Y)[(X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}]'$$

Desenvolvendo a expressão matricial de $V(\bar{\beta})$ obtém-se

$$V(\bar{\beta}) = (X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}WW^{-1}X(X'W^{-1}X)^{-1}$$

Logo,

$$V(\bar{\beta}) = (X'W^{-1}X)^{-1}$$

As variações do modelo são determinadas como segue:

$$\text{SQE} = (Y - \hat{Y})'W^{-1}(Y - \hat{Y}), \quad \hat{Y} = X\bar{\beta} = X(X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}Y$$

Desenvolvendo-se a expressão de SQE obtém-se

$$\text{SQE} = Y'W^{-1}Y - Y'W^{-1}\hat{Y} - \hat{Y}'W^{-1}Y + \hat{Y}'W^{-1}\hat{Y}$$

$$SQE = Y' W^{-1} Y - \beta' X' W^{-1} Y$$

$$SQE = (Y' W^{-1} Y - C) - (\beta' X' W^{-1} Y - C), \text{ onde}$$

$$C = \frac{(Y' X^{-1} J)^2}{\sum_i \sum_j W^{ij}}, \quad J' = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

Então,

$$SQTotal = Y' W^{-1} Y - C$$

$$SQRegressão \text{ linear} = \beta' X' W^{-1} Y - C$$

O coeficiente de determinação é

$$R^2 = \frac{\beta' X' W^{-1} Y - C}{Y' W^{-1} Y - C}$$

A análise de variância está apresentada no Quadro 11.

QUADRO 11 - Análise de variância para o modelo linear $Y = X\beta + \theta$

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão linear	1	SQRL	QMRL	$\frac{QMRL}{QME}$
Erro	n-2	SQE	QME	
Total	n-1	SQTotal		

Para parcelas quadradas e lineares usa-se o mesmo procedimento.

3.8. Tamanho da Parcela

A fórmula proposta por HATHEWAY (16) para calcular o tamanho de parcela independente de custo, associa a fórmula de SMITH (32) para a determinação do coeficiente de heterogeneidade do solo $V_{\bar{X}_i} = V_1/X^b$ com a de COCHRAN & COX (7) para calcular o número de repetições. Ela é dada por:

$$X^b = \frac{2(CV_1)^2 (t_1 + t_2)^2}{rd^2}$$

onde:

- \bar{X} = tamanho ótimo da parcela
- b = coeficiente de heterogeneidade do solo
- CV_1 = coeficiente de variação das parcelas de uma unidade básica
- t_1 = valor crítico de t de Student para o nível de significância α
- t_2 = valor tabelado de t de Student correspondente a $2(1 - P)$ onde P é a probabilidade de se obter diferenças significativas ao nível de significância α
- r = número de repetições
- d = diferença α entre dois tratamentos que se deseja detectar, expressa em porcentagem da média.

Os tamanhos de parcelas serão determinados para delineamentos em blocos casualizados com 10 e 20 tratamentos e número de repetições igual a 2, 4, 6, 8, 10 e 12, para uma probabilidade de 80% de ocorrência de resultados significativos, ao nível de 5% pelo teste de t de Student. Serão considerados valores de coeficientes de variação iguais a 5%, 10%, 15%, 20%, 25% e 30%, e diferenças mínimas significativas entre médias de dois tratamentos, expressas em porcentagem da média, iguais a 5%, 10%, 15%, 20% e 25%.

Para permitir o estabelecimento das parcelas no campo , de acordo com a forma desejada, serão considerados os tamanhos mínimos de 6 e 4 unidades básicas para as parcelas retangulares e quadradas respectivamente.

Deste modo, deverão ser adicionadas unidades básicas aos tamanhos estimados, para permitir a obtenção da forma a ser utilizada.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Parcelas Retangulares

Os resultados da análise de variância segundo o modelo proposto para parcelas retangulares estão apresentados no Quadro 12.

QUADRO 12 - Análise de variância do ensaio de uniformidade, segundo o modelo proposto para parcelas retangulares.

Causas de Variação	G.L.	Q.M.
Entre parcelas A	39	1,421211 = V_1
Entre parcelas B dentro de A	40	2,718945 = V_2
Entre parcelas C dentro de B	80	2,057378 = V_3
Entre parcelas D dentro de C	160	1,388142 = V_4
Entre parcelas E dentro de D	320	0,881633 = V_5

De acordo com o modelo proposto, esperava-se que $V_1 > V_2 > V_3 > V_4 > V_5$; contudo, obteve-se um valor de $V_1 < V_2$, o que indica

que as diferenças entre parcelas de tamanho A não são significativas, isto é, o verdadeiro valor do componente é zero (GANGULI, 13; SEARLE, 30).

SEARLE (30), nestes casos sugere a eliminação do parâmetro correspondente no modelo, e a reestruturação da análise de variância, para se obter uma ponderação dos quadrados médios restantes, levando com isso a novas estimativas para os demais componentes de variância.

Provavelmente este fato se deve ao tipo de população utilizada, cujas sementes provêm de povoamentos naturais e de polinização aberta. Também um aumento muito grande no tamanho da parcela pode reduzir a variação entre as mesmas devido a uma maior variação dentro delas.

Os resultados referentes às variáveis originais e transformadas, utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, estão apresentados no Quadro 13.

QUADRO 13 - Variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, para parcelas retangulares.

Nº de Unidades básicas por parcela (X_i)	Estimativa da variância reduzida à unidade básica (V_i')	Estimativa de variância da média da parcela por unidade básica ($V_{\bar{X}_i}$)	$X_i' = \ln X_i$	$Y_i' = \ln V_{\bar{X}_i}$
160	1,421211	0,008883	5,075174	-4,723616
80	2,078291	0,025979	4,382027	-3,650467
40	2,067769	0,051694	3,688880	-2,962414
20	1,726890	0,086344	2,995732	-2,449416
10	1,303600	0,130360	2,302585	-2,037455

Os resultados do Quadro 13 permitem dizer que as variâncias da média da parcela por unidade básica aumentam com a redução do tamanho da parcela.

A matriz de ponderação W^{-1} usada para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo apresentou os seguintes elementos:

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} 24,69464 & -15,38742 & 0 & 0 & 0 \\ -15,38742 & 85,38345 & -79,70479 & 0 & 0 \\ 0 & -79,70479 & 334,90577 & -293,72217 & 0 \\ 0 & 0 & -293,72217 & 1102,18029 & -922,45442 \\ 0 & 0 & 0 & -922,45442 & 1394,87333 \end{bmatrix}$$

A estimativa de b , obtida pelo método dos quadrados mínimos generalizados foi igual a 0,7140. O coeficiente de determinação (R^2) foi de 0,96, o que indica que 96% da variação total no logaritmo da variância média da parcela por unidade básica se deve a variações no logaritmo do número de unidades básicas por parcela. É importante salientar que este valor de $b = 0,7140$ indica parcelas adjacentes com baixo grau de correlação.

Observa-se pelo Quadro 14 e Quadro 15, que com os valores de d e r fixos, o tamanho da parcela aumenta com a variação ambiental, representada pelo CV , o que indica que parcelas maiores podem reduzir a variação entre as mesmas; para CV e d fixos o tamanho da parcela reduz com o aumento do número de repetições, enquanto para CV e r fixos os tamanhos da parcela reduz com o aumento das diferenças reais requeridas entre as médias dos tratamentos.

De um modo geral, para se obter a mesma diferença real entre médias, à medida que a variação residual aumenta, tem-se que aumentar o número de repetições para manter o mesmo tamanho da parcela.

De qualquer modo o tamanho da parcela limita o número de repetições, isto é, um aumento no tamanho da parcela conduz ao uso de menor número de repetições, todavia, não de modo proporcional.

Nem todos os tamanhos de parcela estimadas são operacionalmente viáveis, a fim de se obter formas retangulares. Nestes casos, seria necessário adicionar mais unidades básicas de modo a permitir a formação de parcelas retangulares.

Por exemplo, para 10 tratamentos (Quadro 14) $d = 5\%$, $CV = 5\%$ e $r = 6$ e 8 , seria necessário adicionar 2 e 3 unidades, respectivamente, pois o menor tamanho para formar retângulo é de 6 unidades básicas, isto é, 3×2 unidades.

4.2. Parcelas Quadradas

Os resultados da análise de variância segundo o modelo proposto para parcelas quadradas estão apresentados no Quadro 16. Verifica-se, através destes resultados, que todos os componentes da variância são diferentes de zero, proporcionando $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$.

QUADRO 16 - Análise de variância do ensaio de uniformidade, segundo o modelo proposto para parcelas quadradas.

Causas de Variação	G.L.	Q.M.
Entre parcelas A	15	3,556646 = V_1
Entre parcelas B dentro de A	48	2,241306 = V_2
Entre parcelas C dentro de B	192	0,854467 = V_3
Entre parcelas D dentro de C	6144	0,045971 = V_4

QUADRO 14 - Tamanho de parcelas retangulares para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delimitamentos em blocos casualizados com 10 tratamentos**

Diferença entre tratamentos d(%)	Coeficiente de variação CV(%)	Repetições (r)					
		2	4	6	8	10	12
5	5	25	8	4	3	2	2
	10	174	53	29	19	14	11
	15	*	163	89	59	43	33
	20			200	132	96	73
	25					178	135
	30						
10	5	4	2	1	1	1	1
	10	25	8	4	3	2	2
	15	78	24	13	9	6	5
	20	174	53	29	19	14	11
	25		98	54	36	26	20
	30		163	89	59	43	33
15	5	2	1	1	1	1	1
	10	8	3	2	1	1	1
	15	25	8	4	3	2	2
	20	55	17	10	6	5	4
	25	105	32	17	12	9	7
	30	174	53	29	19	14	11
20	5	1	1	1	1	1	1
	10	4	2	1	1	1	1
	15	11	4	2	2	1	1
	20	25	8	4	3	2	2
	25	47	15	8	5	4	3
	30	78	24	13	9	6	5
25	5	1	1	1	1	1	1
	10	2	1	1	1	1	1
	15	6	2	1	1	1	1
	20	14	4	3	2	1	1
	25	25	8	4	3	2	2
	30	42	13	7	5	4	3

* Espaços em branco representam tamanhos de parcelas excedentes a 200 unidades básicas, com valores de até 3.715 unidades.

** Adicionar unidades básicas aos tamanhos de parcelas que não permitam a formação de retângulos.

QUADRO 15 - Tamanho de parcelas retangulares para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delineamentos em blocos casualizados com 20 tratamentos**

Diferença entre tratamentos d(%)	Coeficiente de variação CV(%)	Repetições (r)					
		2	4	6	8	10	12
5	5	21	8	4	3	2	2
	10	145	51	28	18	14	11
	15	*	155	88	57	41	32
	20			191	126	92	71
	25					170	132
	30						
10	5	3	2	1	1	1	1
	10	21	8	4	3	2	2
	15	65	23	13	8	6	5
	20	145	51	28	18	14	11
	25		80	52	34	25	19
	30		155	88	57	41	32
15	5	1	1	1	1	1	1
	10	7	3	2	1	1	1
	15	21	8	4	3	2	2
	20	47	16	9	6	5	4
	25	88	31	17	11	8	6
	30	145	51	28	18	14	11
20	5	1	1	1	1	1	1
	10	3	2	1	1	1	1
	15	10	4	2	2	1	1
	20	21	8	4	3	2	2
	25	39	14	8	5	4	4
	30	65	23	13	8	6	5
25	5	1	1	1	1	1	1
	10	1	1	1	1	1	1
	15	6	2	1	1	1	1
	20	11	4	3	2	1	1
	25	21	8	4	3	2	2
	30	35	13	7	5	4	3

* Espaços em branco representam tamanhos de parcelas excedentes a 200 unidades básicas, com valores de até 3.162 unidades.

** Adicionar unidades básicas aos tamanhos de parcelas que não permitam a formação de retângulos.

Os resultados referentes às variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo estão apresentados no Quadro 17.

QUADRO 17 - Variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, para parcelas quadradas.

Nº de Unidades básicas por parcela (X_i)	Estimativa da variância reduzida à unidade básica (V_i')	Estimativa de variância da média da parcela por unidade básica ($V_{X_i}^-$)	$X_i' = \ln X_i$	$Y_i' = \ln V_{X_i}^-$
400	3,556646	0,0088924	5,991464	-4,722603
100	2,554482	0,025545	4,605170	-3,667314
25	1,274471	0,050979	3,218876	-2,976342
1	0,094927	0,094927	0	-2,359233

Os resultados do Quadro 17 permitem dizer que as variâncias da média da parcela por unidade básica aumentam com a redução dos tamanhos da parcela, isto é, à medida que se aumenta o número de unidades básicas da parcela, as variâncias reduzem, o que está em concordância com SILVA DEL AGUILA (31) e com os resultados obtidos para parcelas retangulares, no presente trabalho.

A matriz de ponderação W^{-1} , usada para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, apresentou os seguintes elementos:

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} 13,39988 & -17,79935 & 0 & 0 \\ -17,79935 & 146,06569 & -186,53279 & 0 \\ 0 & -186,53279 & 4443,64779 & -7601,58733 \\ 0 & 0 & -7601,58733 & 14208,22560 \end{bmatrix}$$

QUADRO 18 - Tamanho de parcelas quadradas para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delineamentos em blocos casualizados com 10 tratamentos**

Diferença entre tratamentos d(%)	Coeficiente de variação CV(%)	Repetições (r)					
		2	4	6	8	10	12
5	5	*		399	68	17	6
	10						
	15						
	20						
	25						
	30						
10	5		2	1	1	1	1
	10			399	68	17	6
	15						
	20						
	25						
	30						
15	5	2	1	1	1	1	1
	10		42	4	1	1	1
	15			399	68	17	6
	20						170
	25						
	30						
20	5	1	1	1	1	1	1
	10		2	1	1	1	1
	15			170	14	1	1
	20			399	68	17	6
	25					239	80
	30						
25	5	1	1	1	1	1	1
	10	16	1	1	1	1	1
	15		13	1	1	1	1
	20			29	5	2	1
	25			399	68	17	6
	30					148	49

* Espaços em branco representam tamanhos de parcelas excedentes a 400 unidades básicas, com valores de até 1.38×10^{15} unidades.

** Adicionar unidades básicas aos tamanhos de parcelas que não permitam a formação de quadrados perfeitos.

QUADRO 19 - Tamanho de parcelas quadradas para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delineamentos em blocos casualizados com 20 tratamentos**

Diferença entre tratamentos d(%)	Coeficiente de variação CV(%)	Repetições (r)					
		2	4	6	8	10	12
5	5	*		347	55	15	5
	10						
	15						
	20						
	25						
	30						
10	5	103	2	1	1	1	1
	10			347	55	15	5
	15						
	20						
	25						
	30						
15	5	1	1	1	1	1	1
	10		34	3	1	1	1
	15			347	55	15	5
	20						152
	25						
	30						
20	5	1	1	1	1	1	1
	10	103	2	1	1	1	1
	15		139	12	2	1	1
	20			347	55	15	5
	25					205	70
	30						
25	5	1	1	1	1	1	1
	10	8	1	1	1	1	1
	15		10	1	1	1	1
	20			24	4	2	1
	25			347	55	15	5
	30					125	43

* Espaços em branco representam tamanhos de parcelas excedentes a 400 unidades básicas, com valores de até $6,6 \times 10^{14}$ unidades.

** Adicionar unidades básicas aos tamanhos de parcelas que não permitam a formação de quadrados perfeitos.

A soma de seus elementos é a metade do total de graus de liberdade disponível para análise.

A estimativa de b , obtida pelo método dos quadrados mínimos generalizados foi igual a 0,1685. O coeficiente de determinação (R^2) foi de 0,89, o que indica que 89% da variação total no logarítmo da variância média da parcela por unidade básica se deve a variações no logarítmo do número de unidades básicas por parcela. Este valor de b indica que as parcelas adjacentes mostraram-se correlacionadas.

Do mesmo modo que parcelas retangulares, com os valores de d e r fixos o tamanho da parcela aumenta com o CV , enquanto que para CV e d fixos o tamanho da parcela reduz com o aumento de r . Para CV e r fixos o tamanho da parcela reduz com o aumento de d . (Quadro 18 e Quadro 19).

Nem todos os tamanhos de parcela estimados são operacionalmente viáveis a fim de se obter formas quadradas. Nestes casos seria necessário adicionar mais unidades básicas de modo a permitir a formação de parcelas quadradas. Por exemplo, para 20 tratamentos (Quadro 19), $d = 15\%$, $CV = 15\%$ e $r = 8$ e 10 , seria necessário adicionar 9 e 1 unidades, respectivamente, pois o tamanho requerido para formar o quadrado é de 64 e 16 unidades básicas, isto é, 8×8 e 4×4 unidades.

4.3. Parcelas Lineares

Os resultados da análise de variância segundo o modelo proposto para parcelas lineares estão apresentados no Quadro 20.

QUADRO 20 - Análise da variância do ensaio de uniformidade, segundo o modelo proposto para parcelas lineares.

Causas de Variação	G.L.	Q.M.
Entre parcelas A	159	0,360032 = V_1
Entre parcelas B dentro de A	160	0,702486 = V_2
Entre parcelas C dentro de B	320	0,540376 = V_3
Entre parcelas D dentro de C	640	0,373544 = V_4

O Quadro 20 mostra que não existe diferenças significativas entre parcelas A, uma vez que $V_1 < V_2$ (GUNGULI, 13; SEARLE, 30). Por outro lado, houve significância nas diferentes parcelas B, entre parcelas C e entre parcelas de D.

Os resultados referentes às variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo estão apresentados no Quadro 21. Da mesma forma que para parcelas retangulares e quadradas, estes resultados mostram que as variâncias da média da parcela por unidade básica reduzem com o aumento dos tamanhos da parcela.

QUADRO 21 - Variáveis originais e transformadas utilizadas para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo, para parcelas lineares.

Nº de Unidades básicas por parcela (X_i)	Estimativa da variância reduzida à unidade básica (V_i')	Estimativa da variância da média da parcela por unidade básica ($V_{X_i}^-$)	$X_i' = \ln X_i$	$Y_i' = \ln V_{X_i}^-$
40	0,360032	0,009001	3,688880	-4,710420
20	0,531796	0,026590	2,995732	-3,627220
10	0,536093	0,053609	2,302585	-2,926038
5	0,454765	0,090951	1,609438	-2,397434

A matriz de ponderação W^{-1} usada para estimar o coeficiente de heterogeneidade do solo apresentou os seguintes elementos:

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} 100,25158 & -61,49625 & 0 & 0 \\ -61,49625 & 336,23348 & -310,96006 & \\ 0 & -310,96006 & 1284,96307 & -1115,56665 \\ 0 & 0 & -1115,56665 & 1894,09848 \end{bmatrix}$$

As covariâncias foram negativas nos três casos devido a não magnitude dos dados associados, isto é, dados muito pequenos de $V_{X_i}^-$ e dados grandes de $\ln X_i$.

A estimativa de b , obtida pelo método dos quadrados mínimos generalizados, foi igual a 0,9949.

O coeficiente de determinação (R^2) foi de 0,97; o que indica que 97% da variação total no logaritmo da variância média da parcela por unidade básica se deve à variações no logaritmo nú

QUADRO 22 - Tamanho de parcelas lineares para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delineamentos em blocos casualizados com 10 tratamentos.

Diferença entre tra- tamentos d(%)	coeficiente de variação CV(%)	Repetições (r)					
		2	4	6	8	10	12
5	5	10	5	3	3	2	2
	10	41	17	11	9	7	6
	15	92	39	26	19	15	13
	20	163	70	45	34	27	22
	25	*	108	71	53	41	34
	30		155	100	75	59	49
10	5	3	2	1	1	1	1
	10	19	5	3	3	2	2
	15	23	10	7	5	4	4
	20	41	17	11	9	7	6
	25	64	27	18	13	10	9
	30	92	39	26	19	15	13
15	5	2	1	1	1	1	1
	10	5	2	2	1	1	1
	15	10	5	3	3	2	2
	20	18	8	5	4	3	3
	25	29	13	8	6	5	4
	30	41	17	11	9	7	6
20	5	1	1	1	1	1	1
	10	3	2	1	1	1	1
	15	6	3	2	2	1	1
	20	10	5	3	3	2	2
	25	16	7	5	4	3	3
	30	23	10	7	5	4	4
25	5	1	1	1	1	1	1
	10	2	1	1	1	1	1
	15	4	2	1	1	1	1
	20	7	3	2	2	2	1
	25	10	5	3	3	2	2
	30	15	7	4	3	3	2

* Espaços em branco representam tamanhos de parcelas excedentes a 200 unidades básicas, com valores de até 368 unidades.

QUADRO 23 - Tamanho de parcelas lineares para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, com 6 anos de idade, para delineamentos em blocos casualizados com 20 tratamentos.

Diferença entre tra- tamentos d(%)	coeficiente de variação CV(%)	Repetições (r)					
		2	4	6	8	10	12
5	5	9	4	3	2	2	2
	10	36	17	11	8	7	6
	15	80	38	25	18	15	13
	20	145	67	44	32	26	22
	25	*	105	68	51	40	34
	30		152	98	73	58	48
10	5	3	2	1	1	1	1
	10	9	4	3	2	2	2
	15	20	10	7	5	4	3
	20	36	17	11	8	7	6
	25	57	26	17	13	10	9
	30	80	38	25	18	15	13
15	5	1	1	1	1	1	1
	10	4	2	2	1	1	1
	15	9	4	3	2	2	2
	20	16	8	5	4	3	3
	25	25	12	8	6	5	4
	30	36	17	12	8	7	6
20	5	1	1	1	1	1	1
	10	3	2	1	1	1	1
	15	5	3	2	2	1	1
	20	9	4	3	2	2	2
	25	14	7	5	4	3	2
	30	20	10	7	5	4	3
25	5	1	1	1	1	1	1
	10	2	1	1	1	1	1
	15	4	2	1	1	1	1
	20	6	3	2	2	2	1
	25	9	4	3	2	2	2
	30	13	6	4	3	3	2

* Espaços em branco representam tamanhos de parcelas excedentes a 200 unidades básicas, com valores de até 324 unidades.

mero de unidades básicas por parcela. É importante salientar que sendo b próximo de 1, as parcelas mostraram-se não correlacionadas.

Do mesmo modo que para parcelas retangulares e quadradas, há casos em que o tamanho da parcela linear não se mostrou sensível à variação no número de repetições. Para 10 tratamentos (Quadro 22), $d = 15$ e $CV = 10$, aumentando-se de 4 para 6 o número de repetições, o tamanho da parcela permaneceu inalterado, isto é, igual a 2. Semelhantemente, para 20 tratamentos (Quadro 23), aumentando-se de 8 para 12 o número de repetições, o tamanho da parcela permanece unitário, isto é, com uma única árvore.

Como o tamanho mínimo para permitir a instalação de parcelas lineares é de 2 unidades básicas, é necessário adicionar uma unidade básica às parcelas de tamanho 1.

Em várias situações foi obtida a parcela individual como a melhor. Isto traz vantagens, principalmente nos casos em que apenas esse tamanho de parcela torne possível o desenvolvimento do ensaio.

Deve-se salientar que, no caso da parcela individual, não há correlação entre o tamanho da parcela e CV ; entre o tamanho da parcela e d , e entre o tamanho da parcela e r .

4.4. Discussão Geral

Pelos resultados obtidos, pôde-se observar que alterações na forma das parcelas podem gerar coeficientes de heterogeneidade do solo bem diversos; para parcelas retangulares $b=0,7140$, para quadradas $b = 0,1685$ e para lineares $b = 0,9949$. Deste modo, uma modificação na forma pode mostrar menor ou maior correlação entre parcelas adjacentes, ambientes mais heterogêneos ou homogêneos, respectivamente.

Uma possível explicação para o antagonismo entre os va-

lores de b é que as parcelas retangulares tendem a participar mais de todas as grandes manchas de fertilidade da área do que as quadradas.

Para uma dada precisão, quando se fizer necessário o uso de parcelas menores, as retangulares mostram-se mais eficazes do que as quadradas. Isto significa que, para o mesmo número de repetições, mesmo CV e mesmo \bar{d} , o tamanho exigido quando se tratar de parcelas retangulares é menor do que das parcelas quadradas. Isto se verifica, também, com as parcelas lineares em relação às retangulares.

Convém ressaltar que a parcela individual, presente em todas as formas estudadas, é útil em muitos casos, especialmente quando for requerido um grande número de repetições, ou quando se pretender comparar um grande número de tratamentos, ou mesmo quando a área de instalação do ensaio apresentar obstáculos como valas, córregos, estradas, etc.

Parcelas quadradas têm sido utilizadas para a maioria dos ensaios com espécies florestais, a exemplo de ensaios de competição de espécies e ou de procedências. Nestes ensaios têm sido recomendados tamanhos de parcela útil com 1 a 9 árvores para a fase preliminar ou de amostragem ampla e com 9 a 49 árvores na fase de comprovação ou de amostragem restrita, incluindo-se nesta última apenas as espécies e ou procedências de maior potencial para a região; FERREIRA & ARAUJO (12).

Segundo SOARES (33), de um modo geral, as unidades de amostra de 500 m^2 e 600 m^2 são eficientes para estimativa de volume médio, número médio de árvores e sobrevivência, independente das formas das unidades. Esta área representaria para o espaçamento adotado neste trabalho, tamanhos de 84 a 100 árvores.

A preferência por parcelas quadradas está ligada ao fato das mesmas implicarem em perímetro mínimo e menor relação entre bordadura e área útil. Entretanto, estas parcelas seriam mais

adequadas para locais que apresentem alta correlação entre as parcelas adjacentes, isto é, b próximo de zero.

De um modo geral, os ensaios com espécies florestais exigem áreas relativamente grandes, pois, normalmente cada árvore ocupa uma área de 4 a 9 m². Isto implicaria na probabilidade de se ter ambiente muito heterogêneo. Por conseguinte, o uso de parcelas retangulares ou lineares pode redundar em uma menor área a ser ocupada pelo ensaio, como demonstra os resultados expostos nos Quadro 14, Quadro 15, Quadro 18, Quadro 19, Quadro 22 e Quadro 23.

Por outro lado, as parcelas retangulares podem ser utilizadas em quase todos os tipos de tratamentos, enquanto as lineares apresentam várias limitações, entre as quais podem-se citar: maior relação entre bordadura e área útil e impossibilidade de testar efeitos de espaçamento.

Quanto ao tamanho das parcelas retangulares, a utilização de 10 árvores para delineamentos em blocos casualizados, com número de tratamentos próximos ou acima de 10 e 6 repetições, permite, para CV até 20%, detectar diferenças de 15% ou menos entre médias de tratamentos. Este tamanho está bem próximo do usual, isto é, 9 árvores por parcela útil.

Contudo, para CV igual a 30%, seria necessário reduzir a exigência nas diferenças a detectar entre as verdadeiras médias. Entretanto, para parcelas retangulares, qualquer modificação em número de tratamento, CV, d e r , altera seu tamanho, que pode ser determinado pela seguinte fórmula:

$$x^{0,7140} = \frac{2(CV)^2 (t_1 + t_2)^2}{r d^2}$$

Por exemplo, para CV = 28%, d = 10%, r = 7 e 15 tratamentos em

blocos casualizados, obtém-se $t_1 = 1,993$, $t_2 = 0,847$ e um tamanho de parcela de 58 unidades.

É importante, salientar que de um modo geral, é preferível diminuir o tamanho da parcela que o número de repetições, dentro de limites prudentes e racionais, pois o CV é mais influenciado pela repetição que pelo tamanho da parcela (CALZADA BENZA, 5)

Exceto para parcelas quadradas, o tamanho da parcela diminui praticamente à metade quando se passa de 2 para 4 repetições, enquanto se mantém, praticamente o mesmo, quando o número de repetições excede a 10.

Quanto menor for a variabilidade do ambiente, menor será o número de repetições exigido. Entretanto, um mesmo grau de variabilidade pode influir diferentemente sobre as características das árvores; assim, o diâmetro é mais afetado do que a altura e esta do que a densidade básica.

Na condução dos experimentos, não só o tamanho e a forma da parcela são importantes, mas, a disposição das mesmas no campo pode também exercer influência sobre o erro experimental. A maior dimensão da parcela deve ficar paralela ao gradiente de fertilidade de modo a reduzir ao mínimo as diferenças entre o comprimento e a largura do bloco.

Assim, a parcela ideal será para cada caso a que melhor se adapte à natureza dos tratamentos e apresente melhor controle sobre os efeitos da variabilidade ambiental, possibilitando uma precisão desejável a um menor custo; este critério é essencial no campo florestal, onde as atividades demandam longo tempo e grandes investimentos.

5. CONCLUSÕES

Os resultados de um só ensaio de uniformidade dificilmente podem ser estendidos a todas as regiões onde se planta *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden. Contudo, no presente trabalho, pode-se concluir que:

a) O coeficiente de heterogeneidade do solo varia com a forma da parcela ($b_{\text{retangular}} = 0,7140$; $b_{\text{quadrada}} = 0,1685$; $b_{\text{linear}} = 0,9949$);

b) A forma retangular, por enquadrar uma maior variação ambiental e ser de possível aplicação à maioria dos tratamentos silviculturais, deve ser preferida sobre as formas quadrada e linear;

c) Para delineamentos em blocos casualizados, com 10 ou mais tratamentos, 10 unidades básicas em retângulo, com 6 repetições, podem constituir num tamanho ótimo, pois permite detectar, para coeficientes de variação de até 20%, diferenças mínimas de 15% entre verdadeiras médias de tratamentos;

d) Para ambientes mais homogêneos, com coeficiente de variação igual ou inferior a 10%, pode-se usar parcelas individuais com um número mínimo de 8 repetições, desde que as diferenças entre verdadeiras médias de tratamentos a detectar sejam superiores a 15%.

6. RESUMO

A determinação do tamanho ótimo de parcelas experimentais busca, principalmente, a minimização do erro experimental e alguns métodos utilizados na sua estimativa levam em consideração a heterogeneidade do solo, por medir a correlação entre as parcelas adjacentes.

Com o objetivo de determinar o tamanho ótimo de parcelas experimentais, para *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, estimou-se o coeficiente de regressão de Smith segundo o método de Hatheway & Williams para parcelas retangulares, quadradas e lineares, a partir de um ensaio em branco desta espécie, com 6 anos de idade, instalado no município de Paraibuna, São Paulo. O método considera as correlações entre as estimativas das variâncias usadas para a estimação do coeficiente de heterogeneidade do solo. Ele pondera os logarítmos das estimativas das variâncias pelos elementos da inversa de sua matriz de covariância (matriz de informação). As variâncias e covariâncias estimadas são imprecisas, mas, assintoticamente, o estimador de b é de variância mínima. As estimativas das variâncias reduzidas à unidade básica foram obtidas através de uma análise de variância de um modelo matemático em classificação hierárquica.

O tamanho ótimo da parcela foi determinado em função do número de repetições necessários para se obter uma diferença de médias, fixada "a priori", a um nível de 80% pelo teste de t a 5% de probabilidade, para 10 e 20 tratamentos, num delineamento em blocos casualizados.

Pelos resultados obtidos pôde-se concluir que: O coeficiente de heterogeneidade do solo varia com a forma da parcela ($b_{\text{retangular}} = 0,7140$; $b_{\text{quadrada}} = 0,1685$ e $b_{\text{linear}} = 0,9949$); a parcela retangular deve ser preferida sobre as formas quadrada e linear; parcelas retangulares com 10 unidades básicas e 6 repetições podem constituir num tamanho ótimo e para ambientes mais homogêneos, pode-se usar parcelas individuais com um número mínimo de 8 repetições.

7. SUMMARY

The determination of the optimum size of experimental plots searches, mainly, the minimization of the experimental error and some utilized methods on its estimate take on consideration the soil heterogeneity to measure the correlation among adjacent plots.

With the objective of determining the optimum size of experimental plots for *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden was estimated the regression coefficient proposed by Smith in accordance to Hatheway & Williams' method for rectangular, square and linear plots, from trial uniformity of this specie with six years old located in the county of Paraibuna, in the state of São Paulo. This method considers the correlation among the variance of the estimates used for estimating the soil heterogeneity coefficient and weigh the logarithms of the variance estimates by the inversion of the covariance matrix (information matrix) elements. The estimated variances and covariances are inaccuracy but asymptotically the estimator of b is the minimum variance. The variance estimates reduced to the basic unit were obtained through the analysis of variance from the mathematic model in hierarchic classification.

The optimum size of the plot was determined in function of the number of replications required to detect the true difference between two treatments fixed, previously, at the 80% level by the t test and at the 5% of probability, for 10 and 20 treatments, designed in randomization blocks.

The results lead to the following conclusions: The soil heterogeneity coefficient varies with the plot shape ($b_{\text{rectangular}} = 0,7140$; $b_{\text{square}} = 0,1685$ and $b_{\text{linear}} = 0,9949$) and the rectangular plot should be preferred instead square and linear shapes; rectangular plots with 10 basic units and 6 replications can constitute on optimum size; to more homogeneous ambient it can be used individual plots with a minimum number of 8 replications.

8. LITERATURA CITADA

1. AFONSO NETO, M.J. Eucalipto: uma atividade estratégica. Informe Agropecuário, Belo Horizonte, 12(141):1. 1986.
2. ARROYO VERGARA , R.J. & CHÁVEZ, M.A. Estimación eficiente de parâmetros en la determinación del tamaño óptimo de parcela. La Molina, Estación Experimental Agrícola de la Molina, 1966. 31p (Boletim, 15).
3. BLAKE, G.M. A study to determine optimum plot size for progeny testing of Pinus resinosa. Minneapolis, University of Minnesota, 1959. (Tese MS).
4. BRIM, C. & MASON, D.D. Estimates of optimum plot size for soybean yield trials. Agronomy Journal, Madison , 51(3): 331-4. 1959.
5. CALZADA BENZA, J. El error experimental y la precisión en los experimentos. La Molina, Estación Experimental Agrícola de La Molina, 1965. 29p. (Boletim, 67).
6. COCHRAN, W.G. Catalogue of uniformity trial data. Royal Statistical Society Journal, London, 4:233-55. 1937.
7. ——— & COX, G.M. Experimental designs. New York, John Wiley & Sons, 1957. 611p.
8. CONCKLE, M.T. The Determination of Experimental Plot size and Shape in Loblolly and Slash pines. Raleigh, N.C. State College, 1963. 50p.

9. DE LA LOMA, J.L. Experimentación Agrícola. México, Hispano Americana, 1966. 500p.
10. DELLA LÚCIA, M.A. Histórico da política da cultura do eucalipto. Informe Agropecuário, Belo Horizonte, 12(141):3-4. 1986.
11. EVANS, T.C.; BARBER, J.C. & SQUILLACE, A.E. Some statistical aspects of progeny testing. In: SOUTHERN CONFERENCE FOREST TREE IMPROVEMENT SCHOOL OF FORESTRY, 6, Gainesville, 1961. Proceedings. Gainesville, University of Flórida. 1961. p. 73-9.
12. FERREIRA, M. & ARAUJO, A.J. Procedimentos e recomendações para testes de procedencias. Curitiba, EMBRAPA/URPFCS, 1981. 28p.
13. GANGULI, M. A note on nested sampling. Sankhyã, 5(4):449-52. 1941.
14. GARBER, R.J. & PIERRE, W.H. Variation of yields obtained in small artificially constructed field plats. Journal American Society of Agronomy, Washington, 25:98-105, 1933
15. GUPTON, C.L. Estimates of optimum plot size and shape from uniformity data in Burley Tobacco (*Nicotiana tabacum* L.) . Agronomy Journal, Madison, 64(5):678-82. 1972.
16. HATHEWAY, W.H. Convenient plot size. Agronomy Journal, Madison, 53(4):279-80. 1961.
17. ——— & WILLIAMS, E.J. Efficient estimation of the relationship between plot size and the variability of crop yields. Biometrics, Washington, 14:207-22. 1958.
18. HERNANDEZ, L.J. & ARROYO, R.V. Investigaciones sobre tamaño de parcela en arroz. La Molina, Estação Experimental de La Molina, 1968. 12p. (Boletim, 20).

19. IMMER, F.R. Size and shape of plot in relation to field experiments with sugar beets. Journal Agronomy Research, Washington, 44:649-68. 1932.
20. KELLER, K.R. Uniformity trial on Hopo humulus lupulus L. for increasing the precision of yield experiments. Agronomy Journal, Madison, 41:389-92. 1949.
21. KIESSELBACH, T.A. Standards for the conduct of field experiments. Journal American Society of Agronomy, 25:803-28. 1923.
22. LACA VALEZ, A.A. Determinación del tamaño óptimo de parcela experimental en el cultivo de frijol. Lima, Universidad Nacional Agrária, 1961. (Tese MS).
23. LOVE, H.H. Experimental methods in agricultural research. Porto Rico, Agricultural Experiment Station of the University, 1943. p.169-83.
24. MONZÓN PAIVA, D. Experiencias en tecnica experimental de Campo. Maracay, Universidad Central de Venezuela, Facultad de Agronomy, 1977. 94p. (Tese MS).
25. PABLOS, J.L. & CASTILLO, A. Determinación del tamaño de parcela experimental óptimo mediante la forma canónica. Centro de estadística y calculo. Chapingo, Colégio de Postgrado. 1966. 16p.
26. PASTOR TALLEDO, V. Determinación del tamaño óptimo de parcelas de resultados experimentales; metodologia y aplicaciones. Lima, Universidad Nacional Agrária de La Molina, 1967. 63p. (Tese MS).
27. REYNOLDS, E.B.; KILOUCH, D.T. & VALENTINE, J.T. Size shape and replications of plots for field, experiments with cotton. Agronomy Journal. Madison, 26(9):725-34. 1934

28. ROBINSON, H.F.; RIGNEY, J.A. & HARVEY, P.H. Investigations in plot technique with peanuts. Raleigh, North Carolina Agricultural Experiment Station, 1948. 20p. (Technical Bulletin, 86).
29. RODRIGUES, M.R.E. Determinación del tamaño óptimo económico de parcela experimental en frijol. Lima, Universidad Nacional Agraria, 1966. 81p. (Tese MS).
30. SEARLE, S.R. Linear models. New York, John Wiley & Sons. 1971. p.406-8.
31. SILVA DEL AGUILA, A. Determinación del tamaño óptimo de parcela mediante la forma canónica. Lima, Universidad Nacional Agraria de La Molina, 1979. 75p. (Tese Ingeniero Estadístico).
32. SMITH, F.H. An empirical law describing heterogeneity in the yield of agricultural crops. Journal Agricultural Science. Cambridge, 28:1-23. 1938.
33. SOARES, V.P. Eficiência relativa de tamanhos e de formas de unidades de amostra em plantações de Eucalyptus grandis de origem híbrida, na região de Bom Despacho, Minas Gerais. Viçosa, UFV, 1980. p.65-68. (Tese MS)
34. SOTO MARTINEZ, C.A. Determinación del tamaño óptimo de parcela útil experimental para ajonjolí en iguales. Chapingo, Escuela Superior de Agricultura, 1964. 21p. (Tese MS).
35. WRIGHT, J.W. Plot size and experimental efficiency in forest genetic research. Ann Arbor, Michigan Agricultural Experiment Station, 1960. 28p. (Technical Bulletin, 280).
36. ——— & BALDWIN, H.I. The 1938 International Union Scotch pine provenance test in New Hampshire. Silvae genetica. Frankfurt, 6:2-14. 1957.

37. WRIGHT, J.W. & FREELAND, JR.F.D. Plot size in forest genetics research. Papers of Michigan Academy of Science, Arts, and Letters, Michigan, 44:177-82. 1959.