

**PROPOSTA DE UM MODELO LOGÍSTICO DE
TRÊS PARÂMETROS A PARTIR DA TEORIA DA
RESPOSTA AO ITEM: UMA APLICAÇÃO EM
DADOS DO VESTIBULAR DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DE LAVRAS**

FABRÍCIA DE MATOS OLIVEIRA FERNANDES

2008

FABRÍCIA DE MATOS OLIVEIRA FERNANDES

**PROPOSTA DE UM MODELO LOGÍSTICO DE TRÊS
PARÂMETROS A PARTIR DA TEORIA DA RESPOSTA AO
ITEM: UMA APLICAÇÃO EM DADOS DO VESTIBULAR
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de “Mestre”.

Orientador

Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira

LAVRAS

MINAS GERAIS-BRASIL

2008

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da UFLA**

Fernandes, Fabrícia de Matos Oliveira.

Proposta de um modelo logístico de três parâmetros a partir da teoria da resposta ao item: uma aplicação em dados do vestibular da Universidade Federal de Lavras / Fabrícia de Matos Oliveira Fernandes. – Lavras: UFLA, 2008.

145 p. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2008.

Orientador: Marcelo Silva de Oliveira.

Bibliografia.

1. Teoria da resposta ao item. 2. Modelo logístico. 3. Vestibular. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.2

FABRÍCIA DE MATOS OLIVEIRA FERNANDES

PROPOSTA DE UM MODELO LOGÍSTICO DE TRÊS PARÂMETROS A PARTIR DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM: UMA APLICAÇÃO EM DADOS DO VESTIBULAR DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de “Mestre”.

APROVADA em 14 de fevereiro de 2008

Prof^a. Dr^a. Claudette Maria Medeiros Vendramini USF

Prof. Dr. João Domingos Scalon UFLA

Prof. Dr. Eric Batista Ferreira UFLA

Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira

UFLA

(Orientador)

LAVRAS

MINAS GERAIS-BRASIL

*“A mente que se abre a uma nova idéia,
jamais voltará ao seu tamanho original”.*

(Albert Einstein)

Aos meus pais, Alberto (in memoriam) e Lucrecia,

Ao tio José,

Aos meus irmãos, Édla e Sérgio,

pelo amor incondicional e

incentivo

Ofereço.

Aos meus filhos Cláudio e Gabriel, razão da minha vida,

Dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que está acima de tudo que existe, pela dádiva da vida, saúde, pela família que colocou em meu caminho e força de vontade para vencer mais uma etapa da minha vida.

Aos meus filhos, Cláudio e Gabriel, pela compreensão, carinho, paciência e pela torcida para que eu vencesse mais este sonho.

A minha mãe, Lucrécia e ao tio José, um pai e um amigo, minha eterna gratidão, pelo amor incondicional, pela confiança, pelas orações e por estarem sempre presentes nas horas mais difíceis de minha vida.

À minha irmã, Édla, exemplo de dedicação e compreensão, pelo carinho, amor, preocupação e apoio incondicional nas horas mais difíceis. Amo você!

Ao meu irmão, Sérgio, pelo carinho, pelos primeiros ensinamentos e também, pelas horas de conversa e momentos divertidos que me proporcionou.

Ao meu cunhado, Fernando, minhas sobrinhas Fernanda e Luisa, e meu sobrinho Vítor Hugo, pela torcida, carinho e confiança em mim depositada.

Ao professor Marcelo Silva de Oliveira, pelos ensinamentos, dedicação e responsabilidade com que me orientou e, principalmente, pela amizade e disponibilidade.

Ao Eric, pela dedicação com que me co-orientou, pela amizade, confiança e disponibilidade em auxiliar-me a qualquer momento.

À UFLA e ao DEX, pela oportunidade de realizar o Mestrado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudos.

Aos professores do DEX, pelas condições para a realização do mestrado e aos funcionários do DEX, em especial a Selminha, pela eficiência e atenção.

Aos meus colegas do mestrado, pelas horas de estudo e também pelas horas de laser e risadas, que me ajudaram a chegar ao final deste curso.

Aos colegas do doutorado, em especial a Verônica e a Luciene, pela amizade e pelos trabalhos que juntas concretizamos.

À Elisa, companheira de estudos, pela amizade, companheirismo e apoio durante esses dois anos.

A minha amiga Maria Imaculada, pelos conselhos, disponibilidade, compreensão e preocupação comigo. Obrigada pela força e disposição em sempre me ajudar.

À minha amiga Enilza, pelo apoio nos momentos difíceis, pelos conselhos, amizade, carinho e pelas boas risadas que demos juntas. Muito obrigada por sempre estar ao meu lado.

Aos primos Denise e Marcelo, pela amizade, incentivo e por estarem sempre dispostos a me ajudar.

Aos meus amigos, Nádia, Gabriella, Márcia, Itamar e Muriel, pela amizade e pelos momentos que passamos juntos.

Ao meu amigo Francisco, pelo apoio logo que cheguei a Lavras, incentivo, confiança e amizade.

Ao meu amigo Richardson, pelas horas de estudos, pelas trocas de conhecimentos, pela confiança nos ensinamentos de cálculo e pela torcida.

Ao Jorge, pelo carinho, companhia, paciência e compreensão nas horas mais difíceis.

A todos os meus familiares, que acreditaram e colaboraram pelo meu sucesso profissional.

A todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização desta etapa difícil, mas importante de minha vida, o meu sincero agradecimento.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	i
LISTA DE FIGURAS	ii
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO GERAL	1
1 Introdução	1
2 Teoria Clássica da Medida (TCM)	3
2.1 Outros métodos de análise de testes	3
3 Referências bibliográficas	10
CAPÍTULO 2: PROPOSTA DO MODELO DE 3 PARÂMETROS BASEADA NA TRI	11
Resumo	11
Abstract	12
1 Introdução	13
2 Modelos da TRI	18
2.1 Modelo da ogiva-normal	19
2.2 Modelo de Rasch ou logístico de um parâmetro	19
2.3 Modelos logísticos de 2 e 3 parâmetros	20
3 Dedução do modelo da ogiva normal de 2 parâmetros	21
4 Dedução do modelo de 3 parâmetros proposto	26
5 Referências bibliográficas	30
CAPÍTULO 3: APLICAÇÃO AOS DADOS DO VESTIBULAR	32
Resumo	32

Abstract	33
1 Introdução	34
2 Metodologia	35
2.1 Materiais	35
2.2 Estimação dos parâmetros	35
3 Resultados e discussão	39
3.1 Estimativa dos parâmetros dos itens	40
3.2 Análises gráficas dos itens de Biologia	49
3.3 Comparação entre os resultados dos modelos da TRI	53
4 Conclusões	56
5 Referências bibliográficas	57
6 ANEXOS	58

LISTA DE TABELAS

1.1	Exemplo para testar a eficiência de um item.	6
1.2	Índices de dificuldade e do poder discriminativo das notas das provas de conhecimentos gerais e redação do ENEM e do vestibular da UFSJ.	8
2.3	Esquema básico sobre divisões de testes.	15
3.4	Números “zero” denotam que o candidato errou o item, e números “um”, que ele acertou.	37
3.5	Número de candidatos que acertaram cada item (1 a 10)	37
3.6	Proporções de acertos em cada item (1 a 10)	38
3.7	Habilidades estimadas para os 16 candidatos	38
3.8	Classificação dos intervalos do parâmetro de discriminação a	40
3.9	Classificação dos intervalos do parâmetro de dificuldade b	41
3.10	Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso Engenharia de Alimentos.	43
3.11	Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso Agronomia.	46
3.12	Habilidade estimada dos 8 primeiros candidatos ao curso de Engenharia dos Alimentos, prova de Português	51
3.13	Estimativas dos parâmetros dos itens da prova de Matemática do curso Engenharia de Alimentos do modelo de 3 parâmetros de Birnbaum.	54
3.14	Estimativas dos parâmetros dos itens da prova de Matemática do curso Engenharia de Alimentos do modelo de 3 parâmetros do modelo proposto no capítulo 2.	54

LISTA DE FIGURAS

2.1	Curva característica do item.	17
2.2	Gráfico de três parâmetros da teoria da resposta ao item.	21
2.3	Gráfico da distribuição condicional para Y_i	25
3.4	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia	50
3.5	Gráfico de dispersão de b e a.	52

RESUMO

FERNANDES, Fabrícia de Matos Oliveira. **Proposta de um modelo logístico de três parâmetros a partir da teoria da resposta ao item**: uma aplicação em dados do vestibular da Universidade Federal de Lavras. 2008. 142 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária)- Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG. *

Na área educacional, vem crescendo o interesse em avaliar e selecionar candidatos observando-se suas habilidades individuais. A teoria da resposta ao item (TRI) propõe modelos para avaliar as características de um candidato, que não podem ser observadas diretamente. Este estudo tem o objetivo de propor um modelo consistente de 3 parâmetros, via TRI. Foram ajustados modelos da TRI aos dados do vestibular do segundo semestre de 2007 da Universidade Federal de Lavras (UFLA), investigando-se assim a qualidade das provas de vestibular dessa instituição. Para os ajustes dos modelos, foram usadas as propostas feitas por Baker (2001). Tais ajustes permitiram observar que os índices de acerto casual foram muito baixos e que os itens considerados mais difíceis foram os de Matemática, Física e Química. Quanto ao poder de discriminação, as questões de Matemática, Espanhol, Física e Química, nessa ordem, apresentaram maior discriminação. As outras provas não obtiveram índice de discriminação relevante. O modelo proposto mostrou-se eficiente e ajustou-se bem aos dados do vestibular.

Palavras-chave: Teoria da resposta ao item, modelo logístico, vestibular.

* **Comitê Orientador:** Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Orientador); Eric Batista Ferreira - (Co-orientador).

ABSTRACT

FERNANDES, Fabrícia de Matos Oliveira. **A three parameter logistic model based on the item response theory**: an application on data from the admission exam of the Federal University of Lavras. 2008. 142 p. Dissertation (Master in Statistics and agricultural experimentation) - Federal University of Lavras, Lavras, MG.*

The interest in assessing and selecting candidates based on their individual skills has increased in the educational area. Item Response Theory (IRT) proposes models to assess the characteristics of a candidate that can not be directly observed. This study has the objective to present a three parameter model, via IRT. We adjusted IRT models to the data of the admission exam of second half of 2007 from the Federal University of Lavras (UFLA), for investigating the quality of such exam. Proposals made by Baker (2001) were used for the settings the models. Results suggested that rates of casual success were very low and that the items were considered more difficult for Mathematics, Physics and Chemistry. Questions of Mathematics, English, Physics and Chemistry, in this order, had greater discrimination power. The other tests did not obtained relevant discrimination index. Suggested model turned up to be efficient and suitably adjusted to the admission exam data.

Key-words: Item Response Theory, logistic model, admission exam.

* **Guidance Committee:** Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Supervisor); Eric Batista Ferreira - (Co-supervisor)

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO GERAL

1 Introdução

O interesse em avaliar e selecionar candidatos observando-se suas habilidades individuais vem crescendo, tanto na área educacional como na empresarial. Por esse motivo, a avaliação vem ocupando espaço nas práticas das instituições privadas e órgãos públicos.

Foi pensando na comparação entre indivíduos que surgiu a teoria da resposta ao item (TRI), que propõe modelos para avaliar as características de um candidato que não podem ser observadas diretamente, permitindo a representação da relação entre a probabilidade de um aluno responder corretamente a um item e a sua habilidade na área de conhecimento avaliada. Uma das principais características da TRI é tratar os itens como elementos centrais, e não a prova como um todo. Esse método permite que populações sejam comparadas, desde que as provas às quais se submetem sejam iguais ou tenham alguns itens em comuns.

O termo *item* aqui será definido como o menor fragmento de uma questão (quando se trata de prova aberta) ou a própria (questão quando se trata de múltipla escolha). Ou seja, numa prova que não é de múltipla escolha, uma questão poderá conter quantos itens o elaborador quiser, F ou V, por exemplo. No caso da prova de múltipla escolha, o item é a própria questão.

Nas últimas décadas, a TRI vem se tornando uma técnica muito utilizada em vários países. No Brasil, tem sido empregada essencialmente na produção de índices de competência para alunos que respondem a testes de avaliação educacional em larga escala (Andrade et al., 2000).

A construção de modelos para a avaliação de provas permite que se construam in-

dicadores com diversas finalidades, como, por exemplo, elaboração de provas de vestibulares com itens estruturados, estimando-se o grau de dificuldade do item, a habilidade do candidato em relação ao item e também a discriminação.

Neste trabalho serão estudadas as provas de vestibular com questões de múltipla escolha, com o principal objetivo de se chegar a um modelo que será deduzido, referindo-se ao cálculo de probabilidades e que atenda às necessidades de um processo avaliativo e seletivo.

Serão observadas, nesse modelo, as variáveis (X, Y, Z) , em que X é a variável que assume os valores 0, se o candidato erra a questão e 1, se o candidato acerta. A variável Y é a habilidade do candidato. A variável Z é a atitude de se escolher ao acaso uma alternativa, assumindo o valor 0, se houve a intenção do candidato escolher ao acaso e 1, se não houve intenção do candidato de se escolher ao acaso uma alternativa do item.

A habilidade aqui é denotada por Y , devido ao fato de que variáveis aleatórias são definidas, geralmente, por letras latinas maiúsculas.

Neste capítulo são abordados alguns métodos de análise estatística de testes. No capítulo 2, apresentam-se os aspectos históricos, os modelos da TRI e a dedução do modelo proposto. No capítulo 3, apresenta-se uma aplicação do modelo proposto aos dados do vestibular da Universidade Federal de Lavras, segundo semestre de 2007.

2 Teoria Clássica da Medida (TCM)

Desde o início do século XX, já se ouvia falar em métodos e resultados estatísticos para analisar dados para diferenças individuais. Cada vez mais, esses métodos vêm sendo aperfeiçoados, devido à necessidade de medir habilidades de candidatos e alunos.

Um dos métodos estatísticos citados é a TCM, que tem como unidade central a prova como um todo. O resultado observado X para cada indivíduo submetido a um teste tem uma distribuição cujo valor esperado é chamado de escore verdadeiro T ou μ . Estes dois escores são relacionados pela expressão (1.1).

$$X = \mu + E, \quad (1.1)$$

em que X é a pontuação observada no teste; μ é o escore verdadeiro e E é o erro de medida. Como, por definição, o valor esperado de X é μ , a esperança de E é zero.

2.1 Outros métodos de análise de testes

Segundo Baquero (1968), depois de aplicados os testes (múltipla escolha), um estudo científico deverá ser feito para verificar os seguintes índices analíticos: o índice de dificuldade e de eficiência das opções. A constatação destes índices é necessária quando se tratam de testes de aptidão, e é muito útil nos testes objetivos.

O índice de dificuldade de um item não é nada além da porcentagem de indivíduos da amostra que responderam corretamente a um item. Por exemplo, numa amostra de 100 candidatos de um vestibular, supondo que um determinado item tenha sido respondido corretamente por 75 deles, o índice de dificuldade será igual a 75%.

Quanto mais acerto, mais fácil será o item e vice-versa. Um item com um índice de dificuldade 100% quer dizer que é muito fácil, pois todos o acertaram e, ao contrário,

0% de acerto indica um item muito difícil.

O interesse de um teste, principalmente em se tratando de vestibular, é pôr em evidência as diferenças individuais. Para isso um teste deverá ser composto de itens difíceis, fáceis e de média dificuldade. Um item será ideal se discriminar dentro dos indivíduos de um grupo. Matematicamente, um item que discrimina bem é aquele que tem um índice de dificuldade de 50% (Baquero, 1968).

O índice de dificuldade (ID) é calculado de acordo com a equação (1.2);

$$ID = \frac{a}{n}, \quad (1.2)$$

em que a é o número de indivíduos que acertaram o item e n é o número de indivíduos que resolveram o teste.

Sendo o número de indivíduos de uma amostra grande, o cálculo do ID para cada item torna-se muito trabalhoso, se for seguido o processo indicado anteriormente. Mas, os psicometristas averiguaram que, quando uma amostra é muito grande, não é necessário analisar todos os indivíduos do grupo, bastando usar um processo chamado de 27%.

Tal processo supõe os seguintes passos:

1. ordenam-se os resultados, de tal maneira que o indivíduo que obteve a melhor nota total do teste será o número 1, seguido da segunda melhor nota e assim por diante;
2. depois dos testes ordenados, serão escolhidos 27% dos que obtiveram maior resultado e também os 27% com menor resultado, dividindo-os em grupo superior e grupo inferior;
3. conta-se o número de respostas certas obtidas no grupo superior e inferior, e também o número de indivíduos que estão sendo analisados;
4. depois de realizados os passos anteriores, aplica-se a seguinte fórmula;

$$ID = \frac{a_s + a_i}{n_s + n_i} \quad (1.3)$$

em que, a_s é o número de indivíduos que acertaram o item no grupo superior; a_i é o número de indivíduos que acertaram o item no grupo inferior; n_s é o número de indivíduos que resolveram¹ o item no grupo superior e n_i é o número de indivíduos que resolveram o item no grupo inferior.

Os valores obtidos a partir das fórmulas indicadas variam entre 0 e 100, indicando a proporção de indivíduos que resolveram satisfatoriamente um item analisado. Quanto maior a porcentagem de acerto dos indivíduos, menor será a dificuldade do item, sendo que, para um ID de 100%, não há discriminação.

Como índice de dificuldade tem a ver com o fenômeno da inteligência e o modelo normal se adequa bem a diversas variáveis, tais como peso, altura, dosagem de substâncias no sangue, entre outras, é razoável assumir que o fenômeno da inteligência se enquadra à curva normal, pois tomando-se uma amostra representativa de indivíduos, certamente encontram-se poucas pessoas muito inteligentes, poucas pessoas pouco inteligentes e maioria das pessoas com inteligência próxima da média.

O poder discriminativo (PD) de um item indica em que grau tal elemento diferencia os indivíduos do grupo superior e do grupo inferior. Os grupos são obtidos segundo o processo dos 27%, o qual permite formar grupos extremos grandes e diferentes ao mesmo tempo (Pinheiro, 2006).

Quando existe mais acerto do grupo superior e menos acerto do grupo inferior, diz-se que o item discrimina positivamente.

Pode-se também verificar a eficiência das alternativas. Tal eficiência refere-se à validade das mesmas, ou seja, até que ponto as alternativas usadas cumpriram o fim para

¹Note que o número de indivíduos que resolveram o item i é igual ao número de indivíduos que fizeram o teste, menos aqueles indivíduos que deixaram o item i em branco.

que foram propostas as questões.

A melhor maneira para analisar a eficiência das opções é colocá-las numa tabela. A seguir, mostra-se um exemplo de uma maneira de analisar a eficiência de um item (Baquero, 1968).

TABELA 1.1: Exemplo para testar a eficiência de um item.

Grupos	Opções					NR*	Total
	A	B	C	D	E		
27% superior	2	40	5	7	3	0	57
27% inferior	4	20	9	9	9	6	57

*NR: não resolveram.

Pelos dados da Tabela 1.1, pode-se deduzir que o item em questão apresenta boas opções, pois todas elas foram levadas em conta pelo respondente. A opção A é boa, já que, além de ter sido marcada por 6 indivíduos, discrimina positivamente, pois, no grupo superior, há menos indivíduos que erraram que no grupo inferior; pode-se dizer a mesma coisa das opções C, D e E; todas foram marcadas e discriminam positivamente. A resposta verdadeira do item (B) é lógica, pois, além de apresentar uma discriminação positiva, foi, por sua vez, a mais marcada.

A metodologia acima é utilizada por Baquero (1968). Tal metodologia é usada na Universidade Federal de Lavras (UFLA), com uma alteração na fórmula original, adotando todos os candidatos do vestibular no cálculo do ID, do PD e da eficiência das alternativas.

Um outro método estatístico, descrito a seguir, foi utilizado por Scalon (2002) para comparar as provas de vestibular da Universidade Federal de São João Del Rei (UFSJ) com as do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Montou-se um banco de dados para os métodos estatísticos a partir de notas de candidatos inscritos no processo seletivo. Tais notas foram tratadas estatisticamente,

fazendo-se, inicialmente, análises descritivas por meio do uso de medidas de tendência central, posição e variabilidade.

Com os resultados obtidos na análise descritiva, examinam-se duas características quantitativas das notas: o grau de dificuldade e o poder discriminativo das provas, utilizando-se o índice de dificuldade (denotado por P) e a discriminação (denotada por D).

O índice de dificuldade P é obtido a partir da razão entre o nível de desempenho com o nível de desempenho mais alto possível dos candidatos. O nível de desempenho dos candidatos é definido como sendo a diferença da média do grupo e a nota mais baixa possível, enquanto o nível de desempenho mais alto possível é definido como sendo a diferença entre a nota mais alta possível e a nota mais baixa possível. O índice P pode ser multiplicado por 100, para que se possa expressá-lo em forma de porcentagem. Quanto maior o valor de P, mais fácil é a prova.

O índice do poder discriminativo é estabelecido com base no pressuposto de que candidatos com diversos níveis de rendimento apresentam diferentes desempenhos em um exame. Assim, procurou-se comparar o desempenho entre grupos extremos. Para a formação desses grupos, adota-se o método de 25% inferiores e superiores, mesmo método dos 27% citado anteriormente. Operacionalmente, o índice de discriminação D é definido como sendo a diferença entre a dificuldade do exame para o grupo superior e a dificuldade do mesmo exame para o grupo inferior. O índice D pode ter um campo de variação entre 0 e 1. Quanto maior o valor de D, maior o poder discriminativo da prova. Os resultados estão apresentados na Tabela 1.2.

Segundo Batista (1999), o modelo da TCM tem alguns problemas não resolvidos, devido a limitações intrínsecas, tais como:

- o índice de dificuldade é calculado com base na proporção entre os candidatos que acertaram o teste e os que resolveram o teste. Esta proporção depende da amostra

TABELA 1.2: Índices de dificuldade e do poder discriminativo das notas das provas de conhecimentos gerais e redação do ENEM e do vestibular da UFSJ.

Prova	Dificuldade	Poder discriminativo
Redação-UFSJ	28,72	0,56
Redação-ENEM	60,31	0,35
Conh. Gerais-UFSJ	47,08	0,31
Conh. Gerais-ENEM	52,18	0,40

FONTE: Scalon (2002).

de indivíduos, tornando o item fácil ou difícil, variando de teste para teste;

- a confiabilidade, um dos conceitos fundamentais, é definida em termos de testes paralelos, os quais precisam produzir um escore verdadeiro idêntico e variâncias também iguais. Obviamente, a obtenção de formas assim paralelas de um mesmo teste é algo difícil;
- a comparação entre desempenhos dos candidatos fica restrita à aplicação do mesmo teste ou de forma paralelas. Segundo Lord (1980), o escore tem maior validade quando a dificuldade do teste é compatível com a habilidade dos alunos. Caso contrário, não fornece estimativas precisas da habilidade testada. Pode-se entender que Lord está afirmando que a validade de um teste aumenta à medida que o nível de dificuldade do mesmo se aproxima do nível de habilidade do candidato. Porém, na prática, não se conhece a habilidade dos candidatos;
- a impossibilidade de se fazer previsões sobre o desempenho de um candidato em um determinado item, o que dificulta a elaboração de um teste com características predeterminadas;
- a suposição de homocedasticidade do escore verdadeiro estimado para cada candidato contraria as indicações observadas no dia-a-dia, uma vez que alguns candidatos resolvem provas com mais precisão que outros, dependendo da habilidade

de cada um.

Devido aos pontos falhos na TCM, a TRI passou a ocupar lugar de destaque. No próximo capítulo são expostos seus modelos, suposições, bem como a dedução do modelo da ogiva normal de 2 parâmetros e a dedução do modelo logístico de 3 parâmetros proposto neste trabalho.

3 Referências bibliográficas

ANDRADE, D.F.; TAVARES, H.R.; VALLE, R.C. Teoria da resposta ao item: conceitos e aplicações. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 14., 2000, Caxambu, MG **Anais...** São Paulo: USP, 2000.

BAKER, F.B. **The basics of item response theory**. 2.ed. Wisconsin: University of Wisconsin, 2001. 172 p.

BAQUERO, M. **Testes psicométricos e projetivos**. São Paulo: Edições Loyola, 1968.

BATISTA, J.R. **Valores plausíveis para estimação de Parâmetros populacionais em modelos da teoria da resposta ao item**. 1999. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.

LORD, F.M. **Applications of item response theory to practical testing problems**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1980.

PINHEIRO, E.C. **Implementação de métodos estatísticos para avaliação educacional no software R**. 2006. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade de São Paulo, São Paulo.

SCALON, J.D. Exame nacional do ensino médio e vestibular: uma análise estatística comparativa de notas **Vertentes**, São João Del Rei, MG, n.19, p. 88-89, 2002.

CAPÍTULO 2: PROPOSTA DO MODELO DE 3 PARÂMETROS BASEADA NA TRI

RESUMO

FERNANDES, Fabrícia de Matos Oliveira. Proposta do modelo de 3 parâmetros baseada na TRI. In - **Proposta de um modelo logístico de três parâmetros a partir da teoria da resposta ao item:** uma aplicação em dados do vestibular da Universidade Federal de Lavras. 2008. Cap.2, p.11-31. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária)- Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG. *

Conhecer as diferenças individuais quanto às habilidades educacionais e psicológicas fez com que vários métodos fossem desenvolvidos. Surgiu, então, a TRI, que propõe modelos para avaliar as características de um candidato que não podem ser observadas diretamente, permitindo a representação da relação entre a probabilidade de um aluno responder corretamente a um item e a sua habilidade na área de conhecimento avaliada. Foram desenvolvidos alguns modelos da TRI, entre eles, modelo da ogiva normal a 2 parâmetros e os logísticos de 1, 2 e 3 parâmetros. Os modelos da TRI mais utilizados são os logísticos, pois não exigem integral. Foi deduzido o modelo da ogiva normal de 2 parâmetros da TRI (Lord, 1980). Deduziu-se também a proposta do modelo de 3 parâmetros da TRI, baseada em cálculos de probabilidade.

* **Comitê Orientador:** Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Orientador); Eric Batista Ferreira - (Co-orientador).

ABSTRACT

FERNANDES, Fabrícia de Matos Oliveira. A three parameter model based on IRT. In - **A three parameter logistic model based on the item response theory**: an application on data from the admission exam of the Federal University of Lavras. 2008 Cap.2, p.11-31.. Dissertation (Master in Statistics and agricultural experimentation) - Federal University of Lavras, Lavras, MG. *

Knowing the differences on individual psychological and educational skills has caused the development of several methods. Then IRT arises proposing models to assess the characteristics of a candidate that can not be directly observed, allowing representing the relationship between the probability of a student to respond properly an item and his/her skill in such particular area of knowledge. We developed some IRT models, including one model a two parameter cumulative normal and logistics of 1, 2 and 3 parameters. Both the two parameter cumulative normal model (Lord, 1980) and the three parameter IRT suggested model were derived, the later via probability theory.

* **Guidance commete:** Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Supervisor); Eric Batista Ferreira - (Co-supervisor).

1 Introdução

Durante muito tempo, os instrumentos de medir eram semelhantes a termômetros, sendo as medidas feitas com dispositivos físicos e interpretadas por uma escala numérica. Estes instrumentos não são válidos, certamente, para testes psicológicos e educativos. Surgiu, então, a idéia de avaliar psicologicamente pessoas por meio de aplicações de testes, analisando suas respostas.

Conhecer as diferenças individuais quanto às habilidades educacionais e psicológicas fez com que vários métodos fossem desenvolvidos ao longo do tempo. O pioneiro do assunto foi W. Wundt (1832-1920), fundador do primeiro laboratório de psicologia experimental em Leipzig, Alemanha, em 1879, citado por Baquero (1968). Ele formulou um projeto de psicologia como ciência independente, utilizando o método experimental em situações controladas em laboratório.

Nessa mesma época, o inglês Galton (1822-1911) o elaborador da sugestão de que a distribuição normal é completamente determinada pela média e o desvio padrão, citado por Ferreira & Tavares (2008). Ele também inventou o aparelho chamado *quincunx*, para ilustrar como poderia ser visualizada a curva normal. Estabeleceu um laboratório antropométrico elaborando avaliações reveladoras das diferenças da capacidade dos indivíduos, utilizando métodos estatísticos para analisar dados que tais avaliações lhe proporcionavam, levando em conta a curva normal.

Os resultados estatísticos de Galton tiveram continuidade com seu discípulo Pearson (1857-1936), com ótimas perspectivas no campo da psicologia e da educação, citado por Baquero (1968). A psicometria, que consiste no conjunto de técnicas utilizadas para mensurar de forma adequada e comprovada experimentalmente comportamentos que se deseja conhecer melhor, mesmo tendo sido iniciada por Francis Galton, teve no francês Binet (1857-1911) um maior impulso (Binet & Simon, 1905).

Binet, com a colaboração de Simon (1873-1961), preparou o primeiro teste que alcançou repercussão mundial, em 1905. Binet e Simon desenvolveram o primeiro teste com 30 questões (itens), com o objetivo de avaliar as mais variadas funções como compreensão e raciocínio, para detectar o nível de inteligência ou de retardo mental de adultos e crianças das escolas parisienses (Silva, 2007).

Estes testes de conteúdo cognitivo atendiam as funções mais amplas e foram bem aceitos nos Estados Unidos, a partir da sua tradução por Terman (1877-1956), professor da Stanford University. Nasceu assim, a era dos testes com base no conceito de quociente de inteligência (QI) (Terman, 1958).

Com o advento da primeira Guerra Mundial, em 1917, apareceu um novo tipo de teste nos Estados Unidos, o teste coletivo, devido à necessidade de classificar os melhores soldados, colocando, assim, cada soldado no posto para o qual era capacitado. O uso de provas coletivas possibilitou a medida da inteligência a grupos numerosos. Sua utilização se estendeu rapidamente ao campo social, industrial e, sobretudo, aos centros educativos, pois eram vantajosos em alguns pontos, tais como: a possibilidade de ser aplicado em um grande número de candidatos, o predomínio nos aspectos qualitativos e exatidão em estatística devido ao grande número de candidatos, ser econômico, fácil e de rápida aplicação e interpretação, sendo possível, ainda, tirar uma conclusão geral dos testes manipulados (Baquero, 1968).

Com o progresso alcançado pela psicometria, foram ampliadas as técnicas de construção de testes aos exames escolares, medindo melhor o conhecimento no campo escolar, profissional ou social, eliminando, assim, o fator subjetivo, ou seja, o conhecimento mais amplo dos mesmos. Os testes ficaram padronizados e a impressão que se tinha era a de que o ritmo de crescimento da aplicação dos mesmos era de proporção ascendente. Um esquema básico sobre divisões de testes pode ser visto na Tabela 2.3

TABELA 2.3: Esquema básico sobre divisões de testes.

Testes		
	Objetivos	Conhecimentos escolares Conhecimentos profissionais Conhecimentos sociais
Psicométricos	Aptidões	Aptidões psicológicas aptidões práticas Atitudes Interesses
	Questionários	Valores Caráter
Projetivos	Personalidade	Sintéticos Analíticos

Fonte: adaptado por Baquero (1968).

(Baquero, 1968).

Os testes psicométricos constituem uma medida objetiva e sua função é analisar amostras de comportamento humano, examinando-as sob condições padronizadas, seguindo normas do tipo quantitativo e comparando-as com padrões baseados em pesquisa estatística.

Os testes projetivos acomodam a normas do tipo qualitativo, geralmente testam aspectos cognitivos da conduta e, quando oferecem uma visão total da personalidade, são denominados de sintéticos e analíticos quando testam aspectos parciais.

Vale ressaltar que o termo "teste", em psicometria, é designado como um conjunto de provas que se aplica a pessoas para avaliar seu desenvolvimento mental, suas aptidões, habilidades, conhecimentos, etc.. Na realidade, o teste é uma medida de desempenho ou de execução, seja por meio de operações mentais ou manuais.

Na realidade, o que sempre se quis foi avaliar desenvolvimento mental, aptidões,

habilidades e conhecimentos de indivíduos. Foi pensando nisso que surgiu a TRI, desde os anos 1950, embora seus alicerces tenham sido construídos há mais de uma década.

Segundo Linden & Hambleton (1996), entre os precursores se encontram M.W. Richardson, por volta de 1936, comparando os parâmetros dos itens obtidos pela Teoria Clássica da Medida (TCM), com os moldes usados pela TRI hoje, usando o mesmo raciocínio de Binet & Simon (1905). Em 1943, Lawley, indicou alguns métodos para estimar os parâmetros dos itens, os quais se afastavam da teoria clássica. E, os trabalhos de Tucker (1946), que parece ter sido o primeiro a utilizar a expressão Curva Característica do Item (CCI), um dos conceitos fundamentais da TRI, que associa biunivocamente a habilidade do aluno à probabilidade de ele responder corretamente ao item. Tal curva tem, no eixo das abscissas, a escala da habilidade e, no eixo das ordenadas, a probabilidade de acertar um item, como mostrado na Figura 2.1.

O assunto esteve esquecido e voltou a ser discutido quando os psicometristas (especialistas em testes psicométricos que avaliam o comportamento do indivíduo) comprovaram pontos falhos na TCM. Sendo assim, Frederic Lord (1952) propôs o modelo a 2 parâmetros, trazendo um novo ânimo ao desenvolvimento da teoria. Ele elaborou não somente um modelo teórico, mas também métodos para estimar os parâmetros dos itens dentro da nova teoria, utilizando o modelo da ogiva normal. Os modelos elaborados por Lord se aplicam a testes cujas respostas são dicotômicas, isto é, certo e errado (Batista, 1999).

Mesmo assim, a teoria manteve-se lenta devido à complexidade matemática dos modelos e aos recursos computacionais precários. Somente em 1960 o matemático dinamarquês Georg Rasch desenvolveu três modelos de resposta ao item, sendo o modelo logístico de 1 parâmetro, o modelo ordinal e o modelo multivariado. Rasch trabalhou com medida educacional e psicológica em 1940. Desenvolveu, em 1950, o modelo de Poisson, para a realização de testes de leitura e modelo para testar inteligência. O último

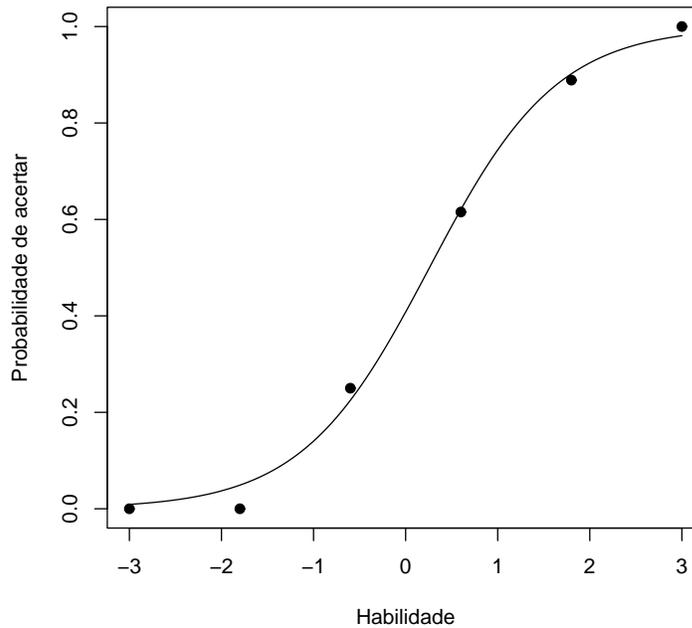


FIGURA 2.1: Curva característica do item.

chamado de modelo estrutural para itens do teste foi generalizado para modelo de Rasch. Entre tais modelos, o mais conhecido e usado foi o modelo logístico de 1 parâmetro, também conhecido como modelo de Rasch, que tem uma forma matemática mais vantajosa, pois não envolve integral.

Birnbaum, em 1968, substituiu o modelo da ogiva normal de 2 parâmetros pelo modelo logístico de 2 parâmetros. Posteriormente, foi incorporado um terceiro parâmetro, chamado de acerto ao acaso (“chute”), também proposto por Birnbaum. Esse parâmetro foi incorporado pelo fato de se perceber que alguns examinados acertavam questões, mesmo com uma habilidade baixa. Tal modelo foi chamado de modelo logístico de 3 parâmetros. Nesta época, década de 1960, Lord e Novick publicaram vários capítulos

em seu livro sobre a teoria, nos Estados Unidos (Birnbaum, 1968).

Com a marcante revolução computacional, no final da década de 1980, o uso da TRI foi generalizado na década de 1990. As primeiras iniciativas para a introdução da TRI no Brasil foram feitas por Fletcher, na Fundação Carlos Chagas, em avaliações escolares, por volta de 1993 (Batista, 1999).

Ainda segundo Batista, quando foi constatada a necessidade de modelos teóricos capazes de permitir comparações seguras entre resultados das aplicações dos testes ao longo dos anos, o Sistema de Avaliação do Ensino Brasileiro (SAEB) aderiu à TRI, em 1995 .

Nos dias de hoje, seu uso nas avaliações educacionais brasileiras é muito incentivado e valorizado pelos órgãos governamentais, como o Ministério da Educação (MEC), e usado em vários estados (Bragion, 2007).

2 Modelos da TRI

Os modelos da TRI dão resultado para cada item que compõe uma determinada prova. Na história da TRI, a primeira forma de resposta observada foram os itens dicotomizados com respostas certas ou erradas. A resposta do examinado j submetido ao item i é denotado pela variável aleatória X_{ij} , a qual pode assumir os valores, $X_{ij} = 1$ (correta) e $X_{ij} = 0$ (errada).

Em tais modelos, o parâmetro da habilidade y do examinado e os parâmetros do item a_i e b_i assumem o intervalo de $(-\infty, \infty)$.

Os modelos da TRI seguem 2 pressuposições, que se referem as características dos itens. A primeira está associada à unidimensionalidade, ou seja, o grupo de itens deve medir uma mesma variável. Apesar de haver um conjunto de habilidades que está por trás de um desempenho comportamental qualquer, admite-se que se está medindo uma única habilidade, para satisfazer à pressuposição de unidimensionalidade.

A segundo pressuposto é referente à independência local dos itens. Isso quer dizer que uma resposta a um item não tem influência nas respostas dos outros itens.

Sendo essa suposição verdadeira, torna-se útil, porque a seqüência de respostas do sujeito a uma série de itens será o produto das probabilidades de cada item individual. Não há como demonstrar essas duas suposições e elas nem possuem bases lógicas; elas são simplesmente aceitas ou não aceitas (Pasquali & Primi, 2003).

2.1 Modelo da ogiva-normal

Lord (1980) propôs o modelo da ogiva normal de 2 parâmetros.

$$P_i(y) = \int_{-\infty}^{a_i(y-b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t)^2}{2}} dt, \quad (2.4)$$

em que $P_i(t | y, a_i, b_i)$ é a probabilidade de um examinado com habilidade y acertar um item i ; b_i e a_i são parâmetros que caracterizam o item i e t é a realização da variável aleatória com distribuição normal padronizada.

O parâmetro b_i é usualmente referido como dificuldade do item e representa o ponto na escala da habilidade do examinado com 50% de probabilidade de responder corretamente ao item i . O parâmetro a_i é a discriminação do item proporcional a $P_i(y)$, no ponto $y = b_i$.

2.2 Modelo de Rasch ou logístico de um parâmetro

A principal motivação de Rasch foi o desejo de modelar para referenciar população e examinados.

No modelo de um parâmetro, é considerado só o grau de dificuldade, representa-

do pela equação (2.5).

$$P(X_{ij} = 1|y) = \frac{1}{1 + \exp^{-(y-b_i)}}, \quad (2.5)$$

em que X_{ij} é a variável dicotômica que pode assumir os valores 1 (quando o examinado j responder corretamente ao item i), ou 0 (quando o examinado responder incorretamente), isto é, indicadora do acerto; y é o nível de habilidade do examinado j e b_i é o parâmetro de dificuldade do item i .

2.3 Modelos logísticos de 2 e 3 parâmetros

Lord em 1952, desenvolveu o modelo da TRI de dois parâmetros baseado na distribuição normal acumulada (Lord, 1980). Birnbaum (1968), substituiu a função de ogiva normal pela função logística de dois parâmetros, por ser matematicamente mais vantajosa, pois não envolve integral. O modelo logístico de dois parâmetros proposto por Birnbaum é dado pela equação (2.6),

$$P(X_{ij} = 1|y) = \frac{1}{1 + \exp^{-a_i(y-b_i)}}. \quad (2.6)$$

Em tal modelo $P(X_{ij})$ e b_i são definidos do mesmo modo que que no modelo de um parâmetro. O modelo de dois parâmetros agora está acrescido do parâmetro a_i que se refere à discriminação do item i .

Nos estudos utilizando os modelos anteriores notou-se que muitos examinados com habilidades muito baixas também acertavam itens de múltipla escolha. Dessa forma foi incorporado o terceiro parâmetro c , chamado de acerto ao acaso. O modelo está expresso na equação (2.7):

$$P(X_{ij} = 1|y) = c + (1 - c) \frac{1}{1 + \exp^{-a_i(y-b_i)}}, \quad (2.7)$$

em que c é o parâmetro de acerto ao acaso.

Na Figura 2.2 está representado o modelo de 3 parâmetros da TRI.

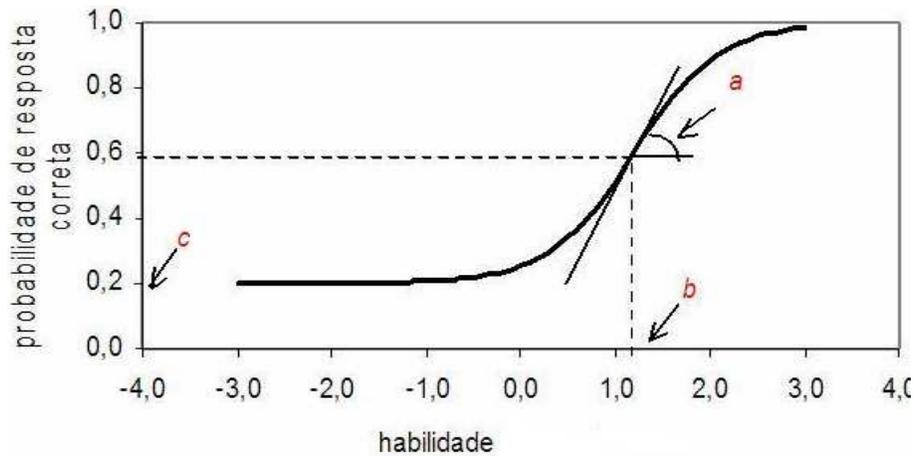


FIGURA 2.2: Gráfico de três parâmetros da teoria da resposta ao item.

FONTE: Andrade (2000).

3 Dedução do modelo da ogiva normal de 2 parâmetros

Um raciocínio para usar a equação da ogiva normal é apresentada a seguir (Lord, 1980).

Suponha a variável aleatória (não observável) Y_i que determina o desempenho de um examinado no item i . Define-se uma constante γ_i , tal que se Y_i apresenta valores maiores que esta constante, a resposta ao item está correta, ou seja, $X_i = 1$ e, para Y_i com valores menores que esta constante a resposta ao item será errada, ou seja, $X_i = 0$. Então, para um certo $Y_i < \gamma_i$, a resposta do item está errada e, para $Y_i > \gamma_i$, a resposta está correta. A variável Y_i pode ser entendida como a soma de um fator θ_i e um fator de

erro do item i não encontrado em outros itens. A habilidade aqui será denotada por θ_i .

$$Y_i = \theta_i + \varepsilon_i$$

que segue as seguintes suposições:

1. a regressão $\mu_i | \theta_i$ de Y_i sobre θ_i é linear;
2. Y_i é homocedástico, ou em outras palavras, a variância condicional $\sigma_i^2 | \theta_i$ é constante;
3. a distribuição condicional de Y_i dado θ_i é normal.

A função de resposta do item i é dada pela área abaixo da curva normal padronizada, $P_i = P(X_i = 1 | \theta_i) = P(Y_i > \gamma_i)$.

Para o cálculo da $P(Y_i > \gamma_i)$ faz-se uma padronização

$$P(Y_i > \gamma_i) = P\left(\frac{Y_i - \mu_i\theta_i}{\sigma_i|\theta_i} > \frac{\gamma_i - \rho_i\theta_i}{\sigma_i^2|\theta_i}\right),$$

A variância condicional de regressão é dada por: $\sigma_i^2 | \theta_i = 1 - \rho_i^2$. Substituindo-se em (2.8)

fazendo-se

$$-L_i = \left(\frac{\gamma_i - \rho_i\theta_i}{\sqrt{1 - \rho_i^2}}\right),$$

tem-se

$$P(Y_i > \gamma_i) = P\left(\frac{Y_i - \mu_i\theta_i}{\sigma_i | \theta_i} > -L_i\right). \quad (2.8)$$

O sinal negativo para $-L_i$ é colocado apenas para enfatizar que γ_i seja menor que $\mu_i | \theta_i$.

Sendo a regressão de Y_i sobre θ_i dada pela expressão $\mu_i | \theta_i = \beta_i\theta_i$, tem-se, para o presente caso, em que Y_i e θ_i são ambas normais, com média zero e variância 1, que a equação de regressão passa a ser simplesmente $\mu_i | \theta_i = \rho_i\theta_i$, em que ρ_i é a correlação

entre Y_i e θ_i . A justificativa para tal expressão pode ser verificada a seguir.

Considerando o modelo de regressão de Y_i sobre θ_i , sabe-se que o coeficiente de regressão β_i é dado pela expressão

$$\begin{aligned}\beta_i &= \frac{S_{y\theta_i}}{S_y S_{\theta_i}} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i \theta_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n \theta_i)}{n}}{(\sum_{i=1}^n y^2) - \frac{(\sum_{i=1}^n y)^2}{n}},\end{aligned}$$

sendo S_y a variância de Y e S_{θ_i} a variância de θ_i .

O coeficiente de correlação de Y e θ_i é dado por

$$\begin{aligned}\rho_i &= \frac{S_{y\theta_i}}{\sigma_y \sigma_{\theta_i}} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i \theta_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n \theta_i)}{n}}{\sqrt{\left[\left(\sum_{i=1}^n y^2 \right) - \frac{(\sum_{i=1}^n y)^2}{n} \right] \left[\left(\sum_{i=1}^n \theta_i^2 \right) - \frac{(\sum_{i=1}^n \theta_i)^2}{n} \right]}}.\end{aligned}$$

Observando que ambas as variáveis têm variância 1, tem-se que $\beta_i = \rho_i$, ou seja a reta de regressão ficará

$$\mu_i | \theta_i = \rho_i \theta_i.$$

tem-se,

$$\begin{aligned} -L_i &= \frac{\gamma_i - \rho_i \theta_i}{\sqrt{1 - \rho_i^2}} = \\ &= \frac{\gamma_i}{\sqrt{1 - \rho_i^2}} - \frac{\rho_i}{\sqrt{1 - \rho_i^2}} \theta_i. \end{aligned}$$

Desta última expressão, tem-se que o coeficiente de regressão é dado por $a_i = \frac{\rho_i}{\sqrt{1 - \rho_i^2}}$. Observe que, quanto maior o valor de a_i maior a inclinação da reta, ou seja, maior é a discriminação do item i .

Como $b_i = \frac{\gamma_i}{\rho_i}$, (parâmetro de dificuldade do item i), tem-se a expressão para $-L_i$, em função dos parâmetros de discriminação (a_i) e de dificuldade (b_i), ou seja:

$$-L_i = a_i(b_i - \theta_i).$$

De acordo com a padronização feita em (2.8), tem-se que

$$-L_i = \frac{\gamma_i - \rho_i \theta_i}{\sqrt{1 - \rho_i^2}}$$

terá distribuição $N(0, 1)$. Sendo assim, a probabilidade de um examinado com habilidade θ_i acertar a um item i é dada por:

$$P_i(\theta_i) = \int_{-L_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t)^2}{2}} dt.$$

Para distribuições simétricas, sabe-se que:

$$\int_{-L_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t)^2}{2}} dt = \int_{-\infty}^{L_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t)^2}{2}} dt.$$

Portanto, a probabilidade do examinado responder corretamente o item i é dada por:

$$P_i(\theta_i) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta_i - b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t)^2}{2}} dt. \quad (2.9)$$

Na Figura 2.3 é mostrado o gráfico da distribuição condicional para os níveis de habilidades.

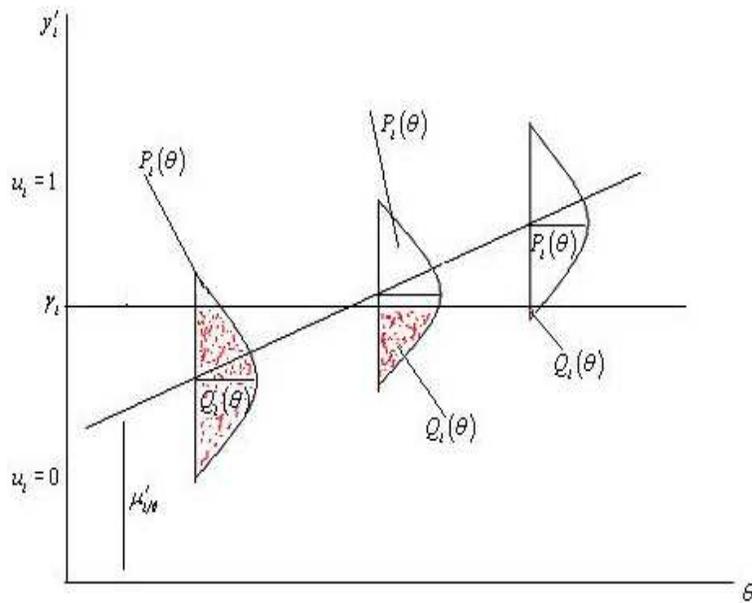


FIGURA 2.3: Gráfico da distribuição condicional para Y_i .

4 Dedução do modelo de 3 parâmetros proposto

Na realização de um fenômeno aleatório, é comum se ter interesse em uma ou mais quantidades. Essas quantidades são funções das ocorrências do fenômeno (Magalhães, 2006).

Não se sabe o resultado de um experimento antes de sua realização. Pode-se definir um espaço de probabilidade conveniente, para que se avalie qualquer evento de interesse.

Aqui, o interesse é avaliar um indivíduo que resolve um determinado teste, bem como este mesmo teste resolvido. A população considerada é o conjunto de todos os indivíduos que se candidataram ao vestibular do segundo semestre de 2007, da UFLA.

O espaço amostral é definido da forma: $\Omega = \{\omega \mid \omega \text{ é uma tripla } (x, y, z)\}$, em que $x \in \{0, 1\}$ é indicadora do acerto, $y \in \mathfrak{R} \mid y$ é a habilidade do candidato e $z \in \{0, 1\}$ indica acerto casual.

Serão estudadas as seguintes variáveis aleatórias:

$$X(\omega) = X(x, y, z) = x;$$

$$Y(\omega) = Y(x, y, z) = y;$$

$$Z(\omega) = Z(x, y, z) = z.$$

Pode-se estudar, modelar ou, até mesmo, deduzir algumas probabilidades do espaço amostral acima, conforme pode ser verificado a seguir:

- $P[X = 1 \mid Y = y]$: classifica um item quanto ao grau de dificuldade, discriminação e intenção de escolher um item ao acaso;
- $P[Y > y \mid X = 1]$: mede a habilidade de um candidato que acertou o item por habilidade;

- $P[Z = 1]$: mede a probabilidade da intenção de escolher um item ao acaso;
- $P[Z = 1 | Y > y]$: mede a probabilidade de um candidato ter acertado por acaso;
- $P[Y > y | Z = 1]$: mede a habilidade de um aluno que acertou o item por acaso;
- $P[X = 1 | Z = 1]$: mede a probabilidade de um candidato acertar um item por acaso;
- $P[X = 1 | Z = 0]$: mede a probabilidade de um candidato ter acertado um item por habilidade;
- $P[X = 1]$: mede a probabilidade de acertar um item.

Quando um candidato faz uma prova de vestibular, leva consigo toda a sua história de vida, tudo aquilo que influenciou em seu aprendizado, como, por exemplo, cultura, condições sócio-econômicas, origem e tipo de escola que freqüentou. São várias variáveis que se pode observar, tendo-se, então, um processo estocástico multivariado.

Neste trabalho será desenvolvida a classificação de um item quanto à dificuldade, à discriminação e a intenção de acerto ao acaso, ficando as outras medidas como propostas para trabalhos futuros.

Pode-se definir a probabilidade de acertar a um item, dada uma habilidade, como:

$$\begin{aligned}
 P[\text{acertar} | \text{habilidade}] &= P[X = 1 | Y = y] = \\
 &= \underbrace{P[X = 1; Z = 1 | Y = y]}_{(I)} + \underbrace{P[X = 1; Z = 0 | Y = y]}_{(II)} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

Para demonstrar a igualdade acima, será usada a representação abaixo:

Dados 3 eventos, A, B e C quaisquer, tem-se:

$$\begin{aligned}P[A \cap B | C] &= P[A | B \cap C] \cdot P[B | C] \\&= \frac{P[A \cap B \cap C]}{P[B \cap C]} \cdot \frac{P[B \cap C]}{P[C]} \\&= \frac{P[A \cap B \cap C]}{P[C]} \\&\Rightarrow P[A \cap B \cap C] = P[A \cap B | C] \cdot P[C].\end{aligned}$$

Voltando às variáveis aleatórias, seja (I) a seguinte igualdade,

$$P[X = 1; Z = 1 | Y = y] = P[X = 1 | Z = 1; Y = y]P[Z = 1 | Y = y].$$

Considerando d como o número de alternativas e supondo d^{-1} a probabilidade de acerto ao acaso independente da habilidade y , tem-se:

$$P[X = 1 | Z = 1; Y = y] = d^{-1} \text{ e } P[Z = 1 | Y = y] = c(y),$$

em que $c(y)$ é a probabilidade de acertar um item ao acaso.

Considerando agora o acerto por habilidade pura (II), tem-se:

$$P[X = 1; Z = 0 | Y = y] = P[X = 1 | Z = 0; Y = y] \cdot P[Z = 0 | Y = y].$$

Considerando que $\frac{1}{1 + \exp(-a(y - b))}$ seja a probabilidade de acerto por habilidade pura, modelo de dois parâmetros, tem-se:

$$P[X = 1 | Z = 0; Y = y] = \frac{1}{1 + \exp(-a(y - b))}$$

e

$$P[Z = 0 | Y = y] = 1 - c(y).$$

Substituindo-se na equação (2.10), tem-se a seguinte expressão:

$$P[X = 1 | Y = y] = \underbrace{d^{-1} \cdot c(y)}_{(I)} + \underbrace{(1 - c(y)) \cdot \frac{1}{1 + \exp(-a(y - b))}}_{(II)}$$

Logo, o modelo de três parâmetros pode ser escrito da forma:

$$P[X = 1 | Y = y] = d^{-1} \cdot c(y) + (1 - c(y)) \cdot \frac{1}{1 + \exp(-a(y - b))}.$$

Pode-se observar que o parâmetro c , intenção de acertar ao acaso, está condicionado à habilidade, o que não acontece no modelo de 3 parâmetros proposto por Birnbaum.

5 Referências bibliográficas

BAQUERO, M. **Testes psicométricos e projetivos**. São Paulo: Edições Loyola, 1968.

BATISTA, J.R. **Valores plausíveis para Estimação de parâmetros populacionais em modelos da teoria da resposta ao item**. 1999. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.

BINET, A.; SIMON, T.A. Méthodes nouvelles pour le diagnostic du niveau intellectuel des anormaux. *l'Année Psychologie*, v. 11, p.191-336, 1905.

BIRNBAUM, A. Some latent trait models. In LORD, F.M.; NOVICK, M. R. (Ed.). **Statistical theories of mental test scores**. Reading, M.A.: Addison-Wesley, 1968.

BRAGION, M.L.L. **Um modelo de teoria de resposta ao item para os dados do vestibular 2006-2 da UFLA**. 2007. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

LAWLEY, D.N. On problems connected with item selection and test construction. **Proceedings of the Royal Society of Edinburgh** v.61, p.273-287, 1943.

LINDEN, W.J. van der; HAMBLETON, R.K. **Handbook of modern item response theory**. New York: Springer-Verlag, 1996

LORD, F.M. **Applications of item response theory to practical testing problems**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1980.

MAGALHÃES, M.N. **Probabilidade e variáveis aleatórias**. 2.ed São Paulo: USP, 2006.

FERREIRA, M.J.; TAVARES, I. Notas sobre a história da estatística. **Dossiers didáticos**. Disponível em: <<http://alea-estp.ine.pt/>> Acesso em: 05 jan. 2008.

PASQUALI, L.; PRIMI, R. Fundamentos da teoria da resposta ao item: TRI. **Avaliação Psicológica**, v.2, n.2, p.99-110, dez. 2003. Disponível em: <http://pepsic.bvs-psi.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1677-04712003000200002&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 10 dez.

2007.

RASCH, G. **Probabilistic models for some intelligence and attainment test.**
Copenhagen: The Danish Institute of Educational Research, 1960.

RICHARDSON, M.W. The relationship between difficulty and the differential validity of a test. **Psychometrika**, v.1, p. 33-49, 1936.

SILVA, V.S. **Os testes psicológicos e as suas práticas.** Disponível em:
<<http://www.algosobre.com.br/psicologia/os-testes-psicologicos-e-as-suas-praticas-.html>>
Acesso em: 25 nov.2007.

TERMAN, L.M. **Medida de la inteligência.** Madrid: Espasa Calpe, 1958.

TUCKER, L.R. Maximum validity of a test with equivalent items. **Psychometrika**, v.11, p.1-13, 1946.

CAPÍTULO 3: APLICAÇÃO AOS DADOS DO VESTIBULAR

RESUMO

FERNANDES, Fabrícia de Matos Oliveira. Aplicação aos dados do vestibular. In - **Proposta de um modelo logístico de três parâmetros a partir da teoria da resposta ao item:** uma aplicação em dados do vestibular da Universidade Federal de Lavras. 2008. Cap.3 p.32-57. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária)- Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG. *

Para estimar os parâmetros do modelo proposto no capítulo 2, foi desenvolvida uma rotina em linguagem R, usando a função *nls* (Nonlinear Least Squares). Nessa função, são dados valores iniciais para os parâmetros dos itens e as estimativas são fornecidas pela função após a convergência de um processo iterativo de estimação. Depois de estimados os parâmetros dos itens, estimam-se os parâmetros das habilidades. Resumindo-se os principais resultados, tem-se que a TRI permite que se analisem todos os aspectos de discriminação, dificuldade e acerto casual, bem como as habilidades dos candidatos, tendo como exemplo as provas de vestibular 2007-2 da UFLA. Em geral, as provas de Matemática, Física e Química foram as mais difíceis. A prova de Espanhol foi considerada difícil e de discriminação ótima, na maioria dos itens. A implementação dos algoritmos usando o software R foi eficiente, pois eles apresentaram resultados rápidos e de fácil leitura.

* **Comitê Orientador:** Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Orientador); Eric Batista Ferreira -(Co-orientador).

ABSTRACT

FERNANDES, Fabrícia de Matos Oliveira. Application to the admission exam data. In - **A three parameter logistic model based on the item response theory:** an application on data from the admission exam of the Federal University of Lavras. 2008. Cap.3 p.35-58. Dissertation (Master in Statistics and agricultural experimentation) - Federal University of Lavras, Lavras, MG.*

To estimate the model parameters proposed in Chapter 2, it was developed a routine in R language, using the function *nls* () (Nonlinear Least Squares). Initial values are given for the parameters of the items and their estimates are provided by the convergence of the algorithm. Based on the parameters estimates, skills parameters are estimated. Results suggest that the IRT allows analyzing the aspects of discrimination, difficulty and casual success, as well as the skills of the candidates, taking as an example the second admission exam data of 2007 of Federal University of Lavras. In general, the tests of Mathematics, Physics and Chemistry were the most difficult. Test of Spanish was considered difficult and of great discrimination, in most items. Algorithms implementation using software R was efficient as provided easy-to-get results.

* **Guidance commete:** Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Supervisor); Eric Batista Ferreira - (Co-supervisor).

1 Introdução

Um dos passos mais importantes da TRI é a estimação dos parâmetros. Existem dois tipos de parâmetros; os que se referem aos itens e os que se referem aos indivíduos, que são as habilidades (Azevedo, 2003).

Os parâmetros são estimados a partir de um conjunto de respostas dadas por certa quantidade de indivíduos; estimam-se os parâmetros utilizando-se procedimentos iterativos, devido à complexidade dos cálculos. Tais parâmetros devem estar na mesma métrica, para que sejam estimados.

Métrica se refere ao tipo de escala utilizada para medir um dado fenômeno. Quando se diz que um indivíduo obteve 9 numa prova de desempenho, será um desempenho excelente se a métrica utilizada é uma escala que vai de 0 a 10. Mas representaria péssimo desempenho, se a escala utilizada fosse de 0 a 100 (Pasquali & Primi, 2003).

Existem vários métodos utilizados para a estimação de parâmetros de itens de provas, os quais dependem do número de grupos e de tipos de prova. Na TRI, este processo de estimação é conhecido como calibração. Normalmente, a estimação é realizada pelo método da máxima verossimilhança, aplicando-se algum processo iterativo como o algoritmo Newton- Raphson e "Scoring" de Fischer, ou por meio dos procedimentos bayesianos, utilizados com bastante frequência (Vergara, 2005). Maiores detalhes podem ser encontrados em alguns trabalhos, como o de Valle (1999).

Neste capítulo será apresentado o processo de estimação proposto por Baker (2001), utilizando-se o modelo de 3 parâmetros apresentado no capítulo 2, bem como a implementação do software R.

2 Metodologia

2.1 Materiais

Os dados para a realização deste trabalho foram fornecidos pela Comissão Permanente de Processo Seletivo (COPESE) da Universidade Federal de Lavras (UFLA) e referem-se aos resultados do vestibular do segundo semestre de 2007.

A estimação dos parâmetros foi feita utilizando-se a proposta de Baker (2001) e ajustando-se o modelo por meio do método dos mínimos quadrados não lineares, adotando-se o modelo de 3 parâmetros, proposto no capítulo 2, por meio da função nls (non-linear least squares do software R). Todas as rotinas desenvolvidas, parâmetros estimados e gráficos construídos foram feitos no software R, versão 2.5.0 (R Development Core Team, 2007).

As provas deste vestibular constaram de 66 itens e 3.321 respondentes. A UFLA conta atualmente com 13 (treze) cursos de graduação: Agronomia, Zootecnia, Engenharia Agrícola, Engenharia Florestal, Medicina Veterinária, Administração, Ciência da Computação, Engenharia de Alimentos, Química (Licenciatura), Ciências Biológicas, Educação Física (Licenciatura), Matemática (Licenciatura) e Sistemas de Informação. Foram feitos ajuste do modelo para cada curso separadamente, considerando como populações distintas de candidatos.

2.2 Estimação dos parâmetros

Para a estimação dos parâmetros adotou-se a proposta feita por Baker (2001). A descrição dessa metodologia é explicada a seguir.

Toma-se uma amostra de M examinados que responderam a um teste com N itens. Obtém-se o vetor resposta dos examinados e dividem-se os mesmos em J grupos, cada

grupo contendo examinados com o mesmo nível de habilidade y_j . Essa habilidade é, a princípio, o número de acertos de cada examinado no teste. Cria-se uma escala para y_j que seja adequada ao modelo. Dentro de cada grupo, determinam-se r_j examinados que responderam corretamente a um dado item i e m_j examinados que responderam ao teste. A forma de se calcular tal proporção é mostrada na equação (3.11).

$$p(y_j) = \frac{r_j}{m_j}. \quad (3.11)$$

Feito isso, plotam-se os pontos dos parâmetros de dificuldade e probabilidade de acerto, para ajuste do modelo de 3 parâmetros proposto no capítulo 2 tópico 3.

Depois de estimados os parâmetros dos itens, são estimadas as habilidades, de acordo com Baker (2001), conforme a equação (3.12).

$$y^{s+1} = y^s + \frac{\sum_{i=1}^N a_i [u_i - P_i(y^s)]}{\sum_{i=1}^N a_i^2 P_i(y^s) Q_i(y^s)}, \quad (3.12)$$

em que y^s é a habilidade estimada na iteração s ; a_i é o parâmetro de discriminação do item; u_i é a resposta dada pelo examinado no item i ; $P_i(y^s)$ é a probabilidade de resposta correta, dada pelo modelo da CCI, com nível de habilidade na iteração s e $Q_i(y^s) = 1 - P_i(y^s)$ é a probabilidade de resposta incorreta, dada pelo modelo da CCI, com nível da habilidade na iteração s .

Para melhor compreensão do método descrito anteriormente, considere o seguinte exemplo real: 16 dos candidatos ao curso de Engenharia de Alimentos que prestaram o vestibular no segundo semestre de 2007 na UFPA, obtiveram os seguintes resultados nos 10 itens da prova de Português exposto na (Tabela 3.4).

O agrupamento, ou seja, a formação dos J grupos, é feito indicando quantos candidatos acertaram cada item, dado seu número total de acertos no teste. Na Tabela 3.5, as linhas denotam o número total de acertos e as colunas, os itens.

TABELA 3.4: Números “zero” denotam que o candidato errou o item, e números “um”, que ele acertou.

Candidato	Item									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
4	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
5	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
6	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
7	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
8	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
9	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
10	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
11	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
12	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
13	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
14	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
15	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
16	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0

TABELA 3.5: Número de candidatos que acertaram cada item (1 a 10)

G	Item									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
3	2	1	0	2	3	0	2	0	0	2
4	1	4	2	0	1	3	1	1	2	1
5	3	1	4	3	2	2	2	0	3	0
6	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1

A proporção sugerida por Baker (2001) é calculada de acordo com a equação (3.11). Os resultados são apresentados na Tabela 3.6.

Em seguida, os parâmetros do modelo proposto no capítulo 2 tópico 3 são esti-

TABELA 3.6: Proporções de acertos em cada item (1 a 10)

G	Item									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
2	0,50	0,25	0,00	0,50	0,75	0,00	0,50	0,00	0,00	0,50
3	0,25	1,00	0,50	0,00	0,25	0,75	0,25	0,25	0,50	0,25
4	0,75	0,25	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,00	0,75	0,00
5	1,00	1,00	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
6	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

G: grupo.

mados para possibilitar o cálculo das habilidades, que são dadas pela equação (3.12). As habilidades dos candidatos do exemplo são apresentadas na Tabela 3.7.

TABELA 3.7: Habilidades estimadas para os 16 candidatos

Candidato	Habilidade	Candidato	Habilidade
1	7,291	9	3,946
2	4,120	10	7,123
3	6,684	11	7,829
4	6,676	12	2,311
5	4,118	13	3,946
6	2,724	14	5,741
7	5,912	15	4,441
8	5,691	16	5,033

3 Resultados e discussão

A escala da habilidade é arbitrária, em que o importante são as relações de ordem existentes entre seus pontos e não necessariamente sua magnitude. A habilidade pode assumir qualquer valor real entre $-\infty$ e ∞ . Assim, precisa-se estabelecer uma origem e uma unidade de medida para a definição da escala. Esses valores são escolhidos de modo a representar, respectivamente, o valor médio e o desvio padrão das habilidades dos indivíduos da população em estudo (Andrade et al., 2000).

A habilidade que seguia uma escala de (-3;3), neste trabalho tal escala foi modificada para (0;12). Como se trata de uma escala, sua mudança não acarreta nenhum problema nas estimações dos parâmetros. Assim, é feita uma analogia aos anos escolares da primeira série do ensino fundamental à terceira série do ensino médio. Supõe-se que alunos com habilidades maiores tiveram maior aproveitamento dos anos escolares, e alunos com habilidades menores, menor aproveitamento. Não foram considerados os cursos pré-vestibulares.

O parâmetro de dificuldade (b) é o ponto na escala de habilidade no qual a probabilidade de uma resposta correta é de 50%. A métrica teórica deste parâmetro na prática vai de -3 a $+3$, mas, aqui foi alterado para 0 a 12. Os 50% nessa escala da habilidade é igual a 6. Sendo que itens, com $b > 6$, são classificados como difíceis e $b < 6$, fáceis.

A métrica teórica do parâmetro de discriminação (a) vai de $-\infty$ a $+\infty$, mas valores negativos ficam de difícil interpretação porque eles diriam que indivíduos de maior habilidade tendem a errar o item, como sujeitos de menor habilidade tendem a acertar.

Na prática, a métrica deste parâmetro vai de 0 a 3, em que 0 significa nenhuma discriminação e 3, discriminação praticamente perfeita (Pasquali & Primi, 2003).

3.1 Estimativa dos parâmetros dos itens

Para estimar os parâmetros do modelo proposto foi desenvolvida uma rotina em linguagem R, usando a função *nls* (Nonlinear Least Squares). Nessa função, são dados valores iniciais para os parâmetros dos itens e as estimativas são fornecidas pela função após a convergência de um processo iterativo de estimação. Depois de estimados os parâmetros dos itens, estimam-se os parâmetros das habilidades, de acordo com a equação (3.12). Todos os itens convergiram de maneira satisfatória.

As estimativas dos parâmetros a , b , e c do modelo proposto que são os valores de discriminação, dificuldade e acerto ao acaso, respectivamente, foram obtidas utilizando-se os dados referentes aos candidatos de todos os cursos citados no item 3.1. Para os cursos de Engenharia de Alimentos e Agronomia, estas estimativas estão apresentadas nas Tabelas 3.10 e 3.11. Para a classificação dos parâmetros dos itens foram sugeridos os valores das Tabelas 3.8 e 3.9; tal sugestão se baseia numa adaptação de Baker (2001). Os valores para o parâmetro c acima de 0,25 poderiam ser testados para se averiguar a hipótese nula de igualdade à probabilidade de se acertar a questão por puro acaso (25%), uma vez que cada item possui quatro alternativas. Por sua vez, parâmetros c consideravelmente menores que 0,25 indicam que a probabilidade de acerto do item por acaso é baixa.

TABELA 3.8: Classificação dos intervalos do parâmetro de discriminação a

$a \geq 3$	Ótima
$2 \leq a < 3$	Boa
$1 \leq a < 2$	Ruim
$a < 1$	Péssima

TABELA 3.9: Classificação dos intervalos do parâmetro de dificuldade b

$b > 7$	Difícil
$5 < b \leq 7$	Média
$b \leq 5$	Fácil

De acordo com os dados da Tabela 3.10, a prova de Português apresentou apenas uma questão fácil, tendo todas as outras sido consideradas difíceis para os candidatos a este curso.

Quanto ao grau de discriminação os itens 5 e 7 desta mesma prova apresentaram ótima discriminação.

A prova de Geografia apresentou a maioria das seus itens fáceis, sendo difíceis apenas os itens 12 e 13. O item 14, apesar de ser considerado muito fácil, apresentou um grau de discriminação ótimo.

Na prova de História, os itens 19 e 21 foram considerados fáceis, os itens 20 e 22 de dificuldade mediana e os itens 23 e 24 foram considerados difíceis, tendo os valores para os índices de discriminação sido baixos.

Para a prova de Filosofia foi considerado um item fácil e outro médio, com índices de dificuldade baixo.

Ao contrário das outras, a prova de Espanhol apresentou 6 itens difíceis e um de dificuldade mediana e o grau de discriminação ótimo para os itens 27, 31, 32 e 33. O item 28 obteve um grau de discriminação bom e os demais, baixos.

Para a prova de Biologia, foram 2 itens fáceis, 4 com dificuldade mediana e 2 difíceis.

Índices de dificuldade elevados foram observados nas provas de Física e Matemática. Na prova de Física, foram 5 itens difíceis, 2 fáceis e 1 mediano, enquanto que, para Matemática, foram 4 difíceis, 1 fácil e 3 com dificuldade média. Apenas na questão 57 de Matemática houve um índice de discriminação bom; os demais foram baixos, tanto

para Física como para Matemática.

A disciplina de Química apresentou 2 índices de dificuldade difícil (62 e 64) e todos os outros foram considerados de dificuldade média, sendo os índices de discriminação todos baixos.

Quanto ao parâmetro de acerto ao acaso, ele foi elevado para os itens 27 e 31 da prova de Espanhol, sendo baixo para todos os outros itens de todas as provas. Importante ressaltar que, mesmo sendo baixos, os valores de acerto ao acaso não são constantes, ou seja, mesmo com itens com 4 alternativas, os valores do parâmetro c nem sempre são iguais a 25%.

Analisando-se agora a Tabela 3.10, sobre os dados do curso de Agronomia, tem-se que a prova de Português teve 5 itens difíceis, 3 de dificuldade mediana e 2 fáceis. O item 5 apresentou um índice de discriminação mediano.

Geografia apresentou apenas 2 itens difíceis, com os demais medianos e fáceis. A prova de História apresentou 2 itens difíceis, 2 medianos e 2 fáceis, sendo, então, uma prova bem balanceada.

Filosofia apresentou um item de dificuldade mediana e outro difícil, enquanto que a prova de Espanhol foi considerada muito difícil como um todo, com o item 30 considerado com um índice de discriminação mediano.

A classificação da prova de Biologia foi como uma prova difícil, em razão de haver apenas um item fácil e todos os outros difíceis.

Considerada muito difícil também foi a prova de Matemática, com índices de discriminação ótimos nas questões 51, 53, 55 e 56, seguida pela prova de Física.

Cont.

TABELA 3.10: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso Engenharia de Alimentos.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,509 P	9,350 D	0,002
	2	0,294 P	11,715 D	0,000
	3	0,693 P	10,833 D	0,014
	4	0,715 P	10,525 D	0,005
	5	3,000 O	9,696 D	0,020
	6	0,563 P	3,756 F	0,000
	7	3,000 O	10,323 D	0,117
	8	0,727 P	9,000 D	0,000
	9	0,387 P	11,105 D	0,004
	10	0,891 P	11,052 D	0,013
Geografia	11	0,562 P	5,494 M	0,000
	12	0,294 P	11,715 D	0,000
	13	0,693 P	10,833 D	0,014
	14	3,000 O	1,561 F	0,000
	15	0,373 P	5,100 M	0,000
	16	0,257 P	5,820 M	0,000
	17	0,656 P	4,870 F	0,000
	18	0,431 P	5,974 M	0,000
História	19	0,336 P	0,000 F	0,010
	20	0,375 P	5,608 M	0,000
	21	0,495 P	2,957 F	0,000
	22	0,422 P	6,539 M	0,017
	23	0,462 P	8,980 D	0,000
	24	0,330 P	9,473 D	0,007
Filosofia	25	0,656 P	4,870 F	0,000
	26	0,487 P	6,812 M	0,000

Cont.

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	3,000 O	9,504 D	0,272
	28	1,741 M	7,946 D	0,204
	29	0,495 P	2,957 F	0,000
	30	0,619 P	12,000 P	0,000
	31	3,000 O	9,453 P	0,263
	32	3,000 O	9,611 P	0,109
	33	3,000 O	9,731 P	0,168
	34	0,487 P	6,812 M	0,000
Biologia	35	0,395 P	0,000 F	0,003
	36	0,553 P	7,524 D	0,042
	37	0,268 P	1,631 F	0,000
	38	0,282 P	6,874 M	0,000
	39	0,213 P	5,814 M	0,000
	40	0,305 P	8,702 D	0,061
	41	0,217 P	12,000 D	0,015
	42	0,301 P	5,000 M	0,000
Física	43	0,304 P	1,964 F	0,010
	44	0,181 P	8,394 D	0,000
	45	0,302 P	10,490 D	0,000
	46	0,348 P	9,596 D	0,011
	47	0,213 P	5,814 M	0,000
	48	0,435 P	4,753 F	0,000
	49	0,196 P	8,817 D	0,000
	50	0,275 P	11,361 D	0,012
Matemática	51	0,097 P	5,400 M	0,039
	52	0,207 P	7,245 D	0,093
	53	0,149 P	11,426 D	0,000
	54	0,654 P	4,665 F	0,006
	55	0,200 P	11,720 D	0,000
	56	0,183 P	8,641 D	0,000
	57	1,175 M	10,623 D	0,048
	58	0,457 P	6,732 M	0,023

O: ótima D: difícil M: média. F: fácil. B: boa. P: péssima.

Cont.

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,297 P	5,400 M	0,039
	60	0,414 P	6,656 M	0,018
	61	0,331 P	5,742 M	0,022
	62	0,291 P	8,682 D	0,009
	63	0,213 P	5,814 M	0,000
	64	0,225 P	8,663 D	0,000
	65	0,587 P	5,927 M	0,016
	66	0,457 P	6,732 M	0,023

O: ótima D: difícil M: média. F: fácil. B: boa. P: péssima.

A prova de Química também apresentou um item de discriminação ótima, de número 63, constando de 6 itens difíceis, 1 fácil e 1 de dificuldade mediana. Quanto à discriminação dos demais itens, não foi citada em razão de ser muito baixa.

TABELA 3.11: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso Agronomia.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,314 P	5,333 M	0,026
	2	0,290 P	7,419 D	0,000
	3	0,397 P	5,580 M	0,022
	4	0,582 P	9,370 D	0,040
	5	1,704 B	10,707 D	0,029
	6	0,383 P	3,489 F	0,000
	7	0,363 P	8,392 D	0,022
	8	0,780 P	9,911 D	0,033
	9	0,420 P	4,818 F	0,011
	10	0,329 P	8,657 D	0,001
Geografia	11	0,293 P	5,494 M	0,000
	12	0,211 P	11,715 D	0,000
	13	0,388 P	10,833 D	0,014
	14	0,681 P	1,561 F	0,000
	15	0,230 P	5,100 M	0,000
	16	0,383 P	5,820 M	0,000
	17	0,397 P	4,870 F	0,000
	18	0,481 P	5,974 M	0,000
História	19	0,392 P	2,958 F	0,013
	20	0,399 P	5,723 M	0,000
	21	0,358 P	3,553 F	0,014
	22	0,169 P	6,355 M	0,000
	23	0,435 P	7,365 D	0,020
	24	0,233 P	8,978 D	0,000

O: ótima D: difícil M: média. F:fácil. B: boa. P: péssima.

Cont.

Cont.

Disciplina	Item	a	b	c
Filosofia	25	0,397 P	5,981 M	0,032
	26	0,481 P	7,679 D	0,009
Espanhol	27	0,345 P	12,000 D	0,000
	28	0,750 P	12,000 D	0,000
	29	0,358 P	3,553 F	0,014
	30	1,152 B	12,000 D	0,000
	31	0,218 P	12,000 D	0,000
	32	0,549 P	12,000 D	0,000
	33	0,660 P	12,000 D	0,000
	34	0,920 P	12,000 D	0,000
Biologia	35	0,221 P	0,908 F	0,029
	36	0,355 P	8,045 D	0,000
	37	0,462 P	2,312 F	0,000
	38	0,221 P	8,587 D	0,000
	39	0,449 P	7,737 D	0,011
	40	0,396 P	7,871 D	0,027
	41	0,319 P	9,281 D	0,004
	42	0,920 P	12,000 D	0,000
Física	43	0,334 P	0,974 F	0,000
	44	0,355 P	8,045 D	0,000
	45	0,772 P	10,950 D	0,034
	46	0,221 P	8,587 D	0,000
	47	0,339 P	6,057 M	0,000
	48	0,276 P	9,096 D	0,032
	49	0,337 P	9,386 D	0,032
	50	0,920 P	12,000 D	0,000
Matemática	51	3,000 O	10,149 D	0,130
	52	0,355 P	8,045 D	0,000
	53	3,000 O	10,189 D	0,174
	54	0,221 P	8,587 D	0,000
	55	3,000 O	10,107 D	0,100
	56	3,000 O	9,657 D	0,039
	57	0,920 P	12,000 D	0,000
	58	0,920 P	12,000 D	0,000

O: ótima D: difícil M: média. F:fácil. B: boa. P: péssima.

Cont.

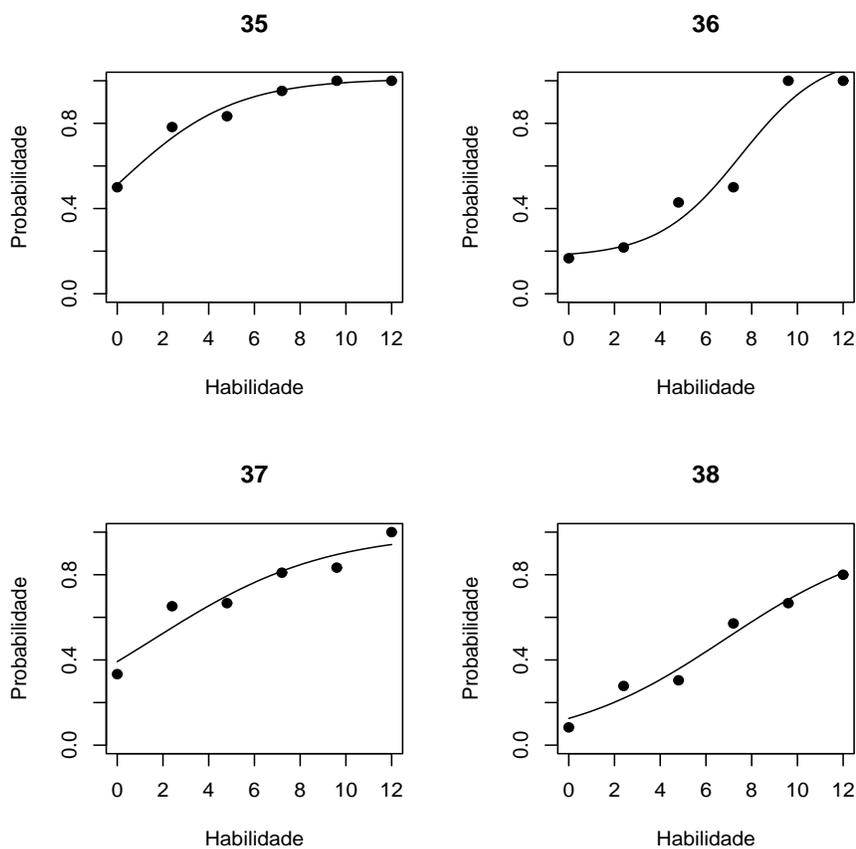
Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,401 P	3,016 F	0,000
	60	0,364 P	7,585 D	0,041
	61	0,377 P	7,277 D	0,030
	62	0,209 P	10,015 D	0,000
	63	3,000 O	10,107 D	0,100
	64	0,225 P	7,959 D	0,033
	65	0,400 P	6,166 M	0,015
	66	0,355 P	7,337 D	0,035

O: Ótima D: Difícil M: Média. F:Fácil. B: Boa. P: Péssima.

Comparando-se os resultados das Tabelas 3.10 e 3.11, pode-se observar que a prova de Português teve um nível maior de dificuldade para os candidatos de Engenharia dos Alimentos. A prova de Espanhol foi muito difícil para os dois cursos, mas discriminou mais os candidatos ao curso de Engenharia de Alimentos. As provas de Matemática, Física e Biologia, nessa ordem, foram as mais difíceis para os concorrentes ao curso de Agronomia. A prova de Matemática obteve itens que discriminaram mais para Agronomia. O parâmetro de acerto ao acaso não foi relevante para o curso de Agronomia.

3.2 Análises gráficas dos itens de Biologia

A título de ilustração, na Figura 3.4 estão os gráficos dos itens da prova de biologia. Os pontos são os grupos formados de acordo com a equação (3.11) e a linha tracejada é a curva ajustada. De acordo com os gráficos, o modelo logístico de 3 parâmetros proposto foi bem ajustado para os itens em questão. O gráfico referente ao item de número 35 mostra um aumento rápido de probabilidade de acerto, verificando, assim que o item é fácil, de acordo com os valores da Tabela 3.10. De uma maneira geral, os gráficos que seguem confirmam os resultados das tabelas.



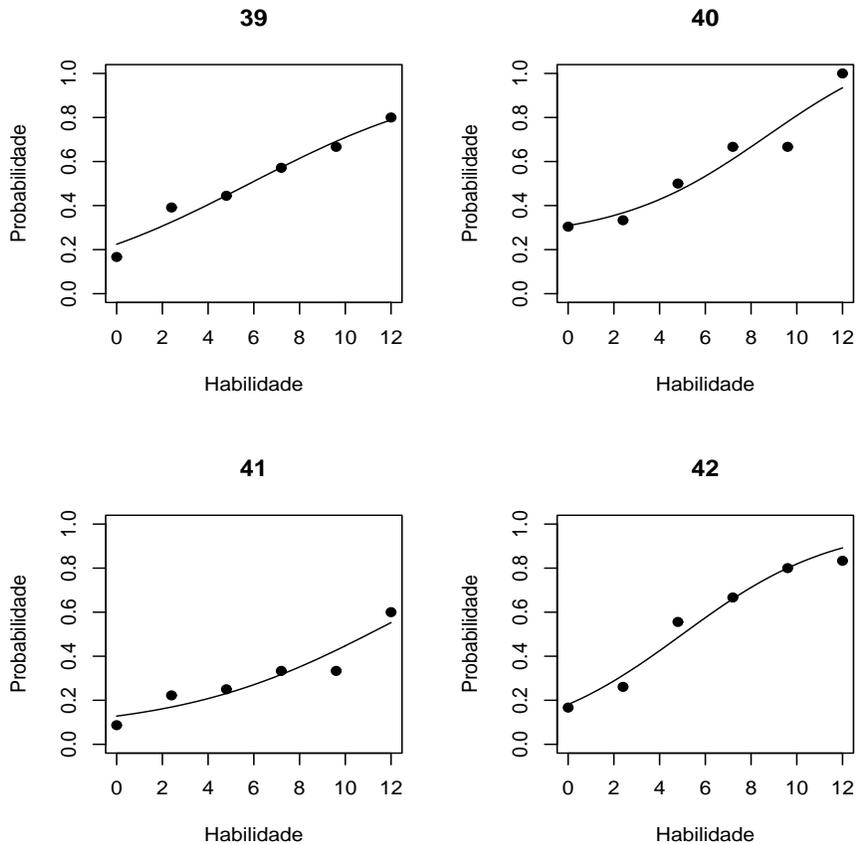


FIGURA 3.4: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia

a) Considerações gerais sobre os parâmetros das habilidades e dos itens

Na estimação da habilidade, foi possível observar que, quando a prova foi mais difícil, exigiu uma habilidade maior do examinado. Além disso, quanto maior proporção de acerto, maior foi a habilidade apresentada pelo examinado. No entanto, para alguns examinados com proporções de acertos iguais, foram encontradas habilidades diferentes. Isso se deve ao fato de que a habilidade foi estimada considerando-se a prova com todos os itens. Portanto, a habilidade depende do tipo de itens que foram

TABELA 3.12: Habilidade estimada dos 8 primeiros candidatos ao curso de Engenharia dos Alimentos, prova de Português

Candidato	Porcentagem de acerto na prova de português	Habilidade do candidato	Média de dificuldade dos itens
1	0,40	6,73	9,40
2	0,30	8,78	9,78
3	0,40	7,02	10,78
4	0,50	9,84	9,50
5	0,40	11,08	8,47
6	0,30	9,21	10,42
7	0,40	6,39	9,15
8	0,70	11,35	9,56

respondidos.

- b) Análise dos parâmetros a e b dos itens da prova para o curso de Engenharia dos Alimentos. De acordo com a análise exploratória pode-se observar que uma regressão linear simples, de a sobre b não apresentou um bom ajuste, como mostrado no gráfico de dispersão da Figura 3.5.

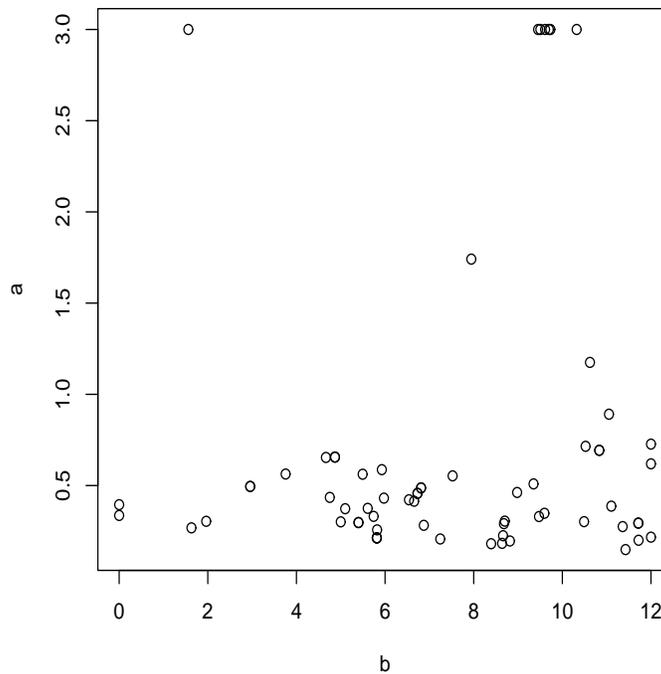


FIGURA 3.5: Gráfico de dispersão de b e a.

O modelo de regressão ajustado $a = 0,42484 - 0,03815b$ tem um coeficiente de determinação $R^2 = 0,0047$, o que indica que a qualidade de ajuste não é boa. Portanto, para os dados estudados, não houve uma correlação entre dificuldade do item e discriminação, podendo-se observar que itens mais difíceis nem sempre discriminam bem e vice-versa como se espera e como geralmente acontece.

As seguintes observações gerais podem ser feitas sobre os parâmetros do itens: o parâmetro de discriminação foi bem baixo na maioria dos itens, destacando-se as provas de Espanhol, que obteve valores de discriminação ótimo para a maioria dos candidatos, independente do curso e Matemática, que obteve discriminação ótima para candidatos aos cursos de Agronomia, Educação Física e Medicina Veterinária. Essas apresentaram discriminação alta para os candidatos ao curso de Matemática. Para o parâmetro de dificuldade, destacam-se as disciplinas de Matemática, Física, Química, Biologia e Es-

panhol, como as provas mais difíceis para a maioria dos candidatos. Ressalta-se que tais provas foram mais difíceis para os candidatos aos cursos de Educação Física e Administração. Quanto à intensão de acerto ao acaso, este foi irrelevante para a maioria dos candidatos, observando-se assim, que as provas são feitas de maneira bem elaborada. Todos os resultados tabelados e os gráficos encontram-se em anexo para verificação.

O que pode ser observado é que as provas são consideradas mais fáceis (ou difíceis) de acordo com o curso escolhido. Por exemplo, os candidatos aos cursos de Educação Física e Administração têm mais dificuldades em provas de exatas, ao contrário dos candidatos que concorrem aos demais cursos, ressaltando que a prova de Matemática foi considerada difícil pela maioria dos candidatos. Não serão discutidos aqui aspectos como provas mal elaboradas ou candidatos mal preparados, pois não é o objetivo do presente trabalho.

3.3 Comparação entre os resultados dos modelos da TRI

As Tabelas 3.13 e 3.14 se referem às estimativas dos parâmetros do modelo da TRI de 3 parâmetros, proposto por Birnbaum e as estimativas dos parâmetros do modelo proposto da TRI neste trabalho, respectivamente.

Pode-se observar que houve uma diferença entre os resultados do item 58 nas duas tabelas. Na primeira, este item apresentou ótima discriminação, enquanto que, na segunda, o item apresentou baixa discriminação. O mesmo ocorreu com o parâmetro b , o item 51. Na primeira tabela, apresentou-se difícil e, na segunda, apresentou dificuldade mediana.

Quanto ao parâmetro c , pode-se notar que, dividindo-se os valores da Tabela 3.13 por quatro, têm-se valores aproximados aos da Tabela 3.14, como, por exemplo, 0,162 (3.13) dividido por 4 é igual a 0,040, bem aproximado de 0,039 (3.14).

Uma prova bem elaborada seria aquela em houvesse itens difíceis, médios e fá-

TABELA 3.13: Estimativas dos parâmetros dos itens da prova de Matemática do curso Engenharia de Alimentos do modelo de 3 parâmetros de Birnbaum.

Disciplina	Item	a	b	c
Matemática	51	0,451	10,537	0,162
	52	0,683	6,528	0,573
	53	0,149	11,426	0,000
	54	0,702	4,629	0,040
	55	0,200	11,720	0,000
	56	0,183	8,641	0,000
	57	2,299	10,077	0,201
	58	3,000	7,919	0,108

TABELA 3.14: Estimativas dos parâmetros dos itens da prova de Matemática do curso Engenharia de Alimentos do modelo de 3 parâmetros do modelo proposto no capítulo 2.

Disciplina	Item	a	b	c
Matemática	51	0,297	5,400	0,039
	52	0,207	7,245	0,093
	53	0,149	11,426	0,000
	54	0,654	4,665	0,006
	55	0,200	11,720	0,000
	56	0,183	8,641	0,000
	57	1,175	10,623	0,048
	58	0,457	6,732	0,023

ceis, com ótima discriminação e que a inclinação de acerto ao acaso fosse baixa. Mas, a construção de tais provas é um desafio em toda e qualquer instituição, pois não se conhecem as habilidades dos candidatos.

Os métodos propostos podem resolver tal problema, pois os elaboradores podem observar quais provas se apresentaram mais estruturadas, organizando, assim, itens baseados nessas provas. Por exemplo, pode-se citar a prova de Geografia, na qual existem itens difíceis, médios e fáceis. Quanto à discriminação, a prova de Espanhol apresentou

discriminação ótima em quase todos os seus itens. Observar a estrutura desse itens pode ajudar a elaborar as próximas provas de vestibular da UFLA.

4 Conclusões

Resumindo-se os principais resultados, tem-se que a TRI permite que se analisem todos os aspectos de discriminação, dificuldade e acerto casual, bem como as habilidades dos candidatos, tendo como exemplo as provas de vestibular do segundo semestre de 2007 da UFLA. Pode-se observar que, em geral, a dificuldade de um item não está relacionada com seu poder de discriminação, ou seja, nem sempre provas difíceis levam a uma ótima discriminação dos candidatos.

Em geral, as provas de Matemática, Física e Química foram as mais difíceis. A prova de Espanhol, foi considerada difícil e de discriminação ótima na maioria dos itens, tendo apresentado probabilidade de acerto casual alta. Quanto à discriminação dos itens, as provas de Matemática, Física, Química e Biologia foram as que apresentaram valores mais relevantes.

Pode-se concluir que o modelo proposto, mostrou-se eficiente e que se ajustou bem aos dados do vestibular. Os resultados alcançados, podem ser úteis para a discussão sobre a elaboração do próximo vestibular.

A implementação dos algoritmos usando o software R foi eficiente, pois, além de apresentar resultados rápidos e de fácil leitura, não implica em custos (por ser um software gratuito), possibilitando o seu uso por esta ou por qualquer outra instituição.

5 Referências bibliográficas

ANDRADE, D.F.; TAVARES, H.R.; VALLE, R.C. Teoria da resposta ao item: conceitos e aplicações. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 14., 2000, Caxambu, MG **Anais...** São Paulo: USP, 2000.

AZEVEDO, C.L.N. **Métodos de Estimação na Teoria da Resposta ao Item.** 2003. 121p. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade de São Paulo, São Paulo.

BAKER, F.B. **The basics of item response theory.** 2.ed. Wisconsin: University of Wisconsin, 2001. 172p.

PASQUALI, L.; PRIMI, R. Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item: TRI. **Avaliação Psicológica**, v.2, n.2, p.99-110, dez. 2003. Disponível em: <http://pepsic.bvs-psi.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1677-04712003000200002&lng-pt&nrm=iso>. Acesso em: 10 dez. 2007.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing.** Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing.

VALLE, R. C. **Teoria da Resposta ao Item.** 1999. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade de São Paulo, São Paulo.

VERGARA, L.G.L. **Avaliação do ensino de ergonomia para o desing aplicando a Teoria da Resposta ao Item (TRI).** 2005 Tese (Doutorado em Estatística) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

6 ANEXOS

ANEXO A	61
ANEXO B	89
ANEXO C	145

ANEXO A: Tabelas da estimativas dos parâmetros a , b e c .		Páginas
TABELA 1A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Administração.	61
TABELA 2A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Engenharia Agrícola.	63
TABELA 3A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Biologia.	65
TABELA 4A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Ciência da computação.	67
TABELA 5A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Educação física.	69
TABELA 6A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Engenharia florestal.	71
TABELA 7A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Matemática.	73
TABELA 8A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Química.	75
TABELA 9A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Sist. de informação.	77
TABELA 10A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Veterinária.	79
TABELA 11A	Estimativas dos parâmetros dos ítems das provas para o curso de Zootecnia.	81

ANEXO A

TABELA 1A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Administração.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,304	3,809	0,000
	2	0,281	6,721	0,000
	3	0,343	4,759	0,000
	4	0,452	4,358	0,000
	5	0,260	9,209	0,000
	6	0,563	3,756	0,000
	7	0,889	8,222	0,030
	8	0,326	10,932	0,000
	9	0,424	3,904	0,000
	10	0,329	8,657	0,000
Geografia	11	0,304	3,809	0,000
	12	0,458	9,760	0,0103
	13	0,309	8,862	0,000
	14	0,421	0,000	0,008
	15	0,340	5,083	0,000
	16	0,411	6,787	0,000
	17	0,360	6,197	0,028
	18	0,400	8,660	0,007
História	19	0,419	2,709	0,001
	20	0,407	6,295	0,000
	21	0,387	2,793	0,009
	22	0,305	4,785	0,000
	23	0,500	7,577	0,005
	24	0,207	9,395	0,000
Filosofia	25	0,360	6,197	0,028
	26	0,598	9,378	0,060

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	0,602	7,365	0,006
	28	0,547	8,668	0,000
	29	0,595	4,557	0,011
	30	0,956	12,000	0,000
	31	0,611	6,607	0,033
	32	0,253	12,000	0,000
	33	0,542	10,219	0,000
	34	0,598	9,378	0,060
Biologia	35	0,814	2,404	0,000
	36	0,226	9,129	0,000
	37	0,458	2,141	0,000
	38	0,235	9,266	0,000
	39	0,592	9,774	0,053
	40	0,491	5,277	0,0005
	41	0,277	10,759	0,030
	42	0,602	7,371	0,016
Física	43	0,207	2,510	0,000
	44	0,458	11,827	0,065
	45	0,278	12,000	0,000
	46	0,395	11,578	0,044
	47	0,264	7,299	0,000
	48	0,591	9,345	0,043
	49	0,558	10,793	0,049
	50	0,602	7,371	0,0162
Matemática	51	3,000	10,274	0,079
	52	3,000	10,457	0,419
	53	3,000	10,393	0,162
	54	3,000	10,406	0,185
	55	3,000	10,118	0,089
	56	3,000	10,392	0,128
	57	1,261	10,763	0,052
	58	3,000	10,401	0,078

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	3,000	10,250	0,232
	60	3,000	10,331	0,112
	61	3,000	10,614	0,138
	62	3,000	10,243	0,103
	63	1,704	10,707	0,029
	64	3,000	10,507	0,182
	65	3,000	10,323	0,117
	66	0,223	9,220	0,000

TABELA 2A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Engenharia agrícola.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,448	3,696	0,000
	2	0,412	5,348	0,000
	3	0,405	7,539	0,012
	4	0,452	4,358	0,000
	5	0,554	9,133	0,024
	6	0,421	7,383	0,052
	7	0,309	8,328	0,007
	8	0,383	5,883	0,011
	9	0,579	4,584	0,000
	10	0,669	9,304	0,061
Geografia	11	0,370	6,445	0,015
	12	0,412	5,348	0,000
	13	0,405	7,539	0,012
	14	0,860	0,707	0,000
	15	0,249	6,159	0,000
	16	0,493	6,231	0,000
	17	0,309	8,328	0,007
	18	0,383	5,883	0,011
História	19	0,493	4,474	0,001
	20	0,181	9,497	0,000
	21	0,325	0,839	0,009
	22	0,509	4,312	0,000
	23	0,318	11,432	0,005
	24	0,236	12,000	0,000
Filosofia	25	0,309	8,328	0,007
	26	0,993	10,188	0,027

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	0,507	5,115	0,007
	28	0,519	6,248	0,000
	29	0,523	5,496	0,011
	30	2,862	10,423	0,003
	31	0,503	7,249	0,000
	32	0,515	6,670	0,000
	33	0,512	7,527	0,002
	34	1,027	8,620	0,000
Biologia	35	0,507	5,115	0,007
	36	0,226	12,000	0,000
	37	0,232	0,000	0,027
	38	2,862	10,423	0,003
	39	0,264	10,860	0,012
	40	0,904	11,312	0,103
	41	0,251	9,382	0,000
	42	1,027	8,620	0,000
Física	43	0,311	2,447	0,030
	44	0,232	12,000	0,000
	45	0,187	12,000	0,000
	46	0,493	5,399	0,000
	47	0,264	10,860	0,012
	48	0,485	4,206	0,000
	49	0,225	10,224	0,000
	50	1,027	8,620	0,000
Matemática	51	0,311	2,447	0,030
	52	0,666	2,757	0,011
	53	0,536	6,007	0,007
	54	0,623	2,794	0,006
	55	1,629	10,843	0,038
	56	0,377	4,573	0,004
	57	0,851	7,757	0,031
	58	1,027	8,620	0,000

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,322	4,425	0,013
	60	0,322	8,434	0,049
	61	0,467	7,415	0,016
	62	0,272	12,000	0,000
	63	0,227	12,000	0,000
	64	0,226	9,198	0,000
	65	0,348	7,855	0,027
	66	1,027	8,620	0,000

TABELA 3A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Biologia.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,326	1,877	0,000
	2	0,465	6,520	0,012
	3	0,298	6,912	0,000
	4	0,594	8,331	0,013
	5	0,451	7,895	0,017
	6	0,569	2,800	0,000
	7	0,227	8,829	0,000
	8	0,593	9,315	0,017
	9	0,399	4,193	0,000
	10	0,669	9,304	0,061
Geografia	11	0,399	4,935	0,000
	12	0,401	8,965	0,000
	13	0,298	6,912	0,000
	14	0,638	2,416	0,000
	15	0,515	6,088	0,000
	16	6,070	6,070	0,000
	17	3,408	3,408	0,019
	18	7,316	7,316	0,014
História	19	0,938	8,512	0,143
	20	1,068	11,523	0,108
	21	1,649	8,613	0,175
	22	0,440	9,743	0,090
	23	0,212	7,824	0,000
	24	0,375	7,766	0,0262
Filosofia	25	0,275	3,408	0,019
	26	1,035	11,157	0,085

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	3,000	10,011	0,975
	28	3,000	8,318	0,737
	29	1,649	8,613	0,175
	30	3,000	9,551	0,116
	31	0,212	7,824	0,000
	32	3,000	7,569	0,374
	33	0,275	3,408	0,019
	34	1,035	11,157	0,085
Biologia	35	0,342	0,000	0,009
	36	3,000	8,318	0,737
	37	0,236	2,033	0,034
	38	0,434	9,190	0,030
	39	0,576	6,854	0,000
	40	0,393	6,407	0,000
	41	0,275	3,408	0,019
	42	0,410	6,586	0,000
Física	43	0,3471	3,614	0,022
	44	1,068	11,523	0,108
	45	0,241	9,224	0,000
	46	0,302	7,153	0,000
	47	0,320	5,616	0,000
	48	0,313	8,487	0,006
	49	0,271	10,526	0,052
	50	0,827	11,710	0,010
Matemática	51	1,134	10,695	0,045
	52	0,429	3,372	0,020
	53	0,501	9,592	0,022
	54	0,452	4,358	0,000
	55	0,697	7,801	0,044
	56	0,459	6,405	0,035
	57	0,889	8,222	0,0303
	58	0,633	9,077	0,023

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,182	3,246	0,000
	60	0,412	5,348	0,000
	61	0,359	5,990	0,021
	62	3,000	9,551	0,116
	63	0,554	9,133	0,024
	64	0,309	8,447	0,033
	65	0,275	3,408	0,019
	66	0,383	5,883	0,011

TABELA 4A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Ciência da computação.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,372	4,910	0,000
	2	0,470	9,290	0,016
	3	0,467	7,415	0,016
	4	0,272	12,000	0,000
	5	0,227	12,000	0,000
	6	1,618	1,564	0,000
	7	0,251	11,341	0,000
	8	0,501	9,417	0,027
	9	0,397	4,027	0,022
	10	0,669	9,304	0,061
Geografia	11	0,394	4,827	0,001
	12	0,327	6,552	0,000
	13	0,467	7,415	0,016
	14	1,935	1,939	0,000
	15	0,286	5,585	0,000
	16	0,410	6,831	0,000
	17	0,406	3,334	0,000
	18	0,501	9,417	0,027
História	19	0,573	3,128	0,000
	20	0,558	6,759	0,015
	21	0,333	1,404	0,003
	22	0,436	5,786	0,034
	23	0,284	9,519	0,000
	24	0,273	11,368	0,000
Filosofia	25	0,693	9,632	0,019
	26	0,336	5,168	0,000

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	0,083	0,000	0,092
	28	0,147	0,000	0,070
	29	0,071	0,000	0,091
	30	3,000	8,176	4,077
	31	0,025	0,000	0,127
	32	0,275	3,234	0,028
	33	0,150	0,000	0,064
	34	0,218	8,908	0,108
Biologia	35	1,628	1,659	0,000
	36	0,508	8,923	0,018
	37	0,717	2,286	0,000
	38	0,416	8,440	0,008
	39	0,526	4,212	0,011
	40	0,704	5,325	0,000
	41	0,468	12,000	0,000
	42	0,775	7,826	0,016
Física	43	0,469	0,625	0,001
	44	0,398	6,921	0,029
	45	0,649	9,464	0,032
	46	0,540	5,683	0,000
	47	0,406	8,292	0,039
	48	0,482	4,820	0,016
	49	1,579	11,000	0,051
	50	0,916	10,135	0,007
Matemática	51	1,514	8,398	0,045
	52	3,000	9,809	0,110
	53	0,649	9,464	0,032
	54	3,000	8,244	0,200
	55	0,254	8,224	0,000
	56	0,255	8,808	0,000
	57	0,643	9,935	0,042
	58	0,29	12,000	0,000

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,303	3,790	0,000
	60	0,273	7,445	0,000
	61	0,558	10,421	0,083
	62	0,309	9,087	0,000
	63	0,252	12,000	0,000
	64	1,051	11,016	0,077
	65	0,286	6,802	0,002
	66	0,396	5,777	0,000

TABELA 5A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Educação Física.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,278	5,006	0,043
	2	0,533	7,417	0,008
	3	0,443	4,854	0,000
	4	0,723	8,204	0,020
	5	0,567	8,764	0,047
	6	0,469	5,821	0,033
	7	0,150	0,000	0,064
	8	0,218	8,908	0,108
	9	0,381	6,022	0,026
	10	0,326	7,498	0,005
Geografia	11	0,220	4,625	0,000
	12	0,462	9,208	0,005
	13	0,278	10,272	0,008
	14	0,374	4,963	0,039
	15	0,329	4,691	0,000
	16	0,455	6,968	0,018
	17	0,366	6,858	0,035
	18	0,521	8,661	0,038
História	19	0,235	4,313	0,000
	20	0,369	5,097	0,005
	21	0,370	3,971	0,022
	22	0,431	3,789	0,000
	23	0,439	7,064	0,008
	24	0,455	6,968	0,018
Filosofia	25	0,645	9,456	0,017
	26	0,521	8,661	0,038

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	0,276	3,174	0,000
	28	0,566	6,824	0,000
	29	0,437	5,449	0,000
	31	0,335	12,000	0,000
	32	0,295	2,892	0,000
	33	0,455	6,968	0,0189
	34	0,242	6,049	0,000
	35	0,521	8,661	0,038
Biologia	35	3,000	10,229	0,181
	36	0,189	11,991	0,000
	37	0,437	5,449	0,000
	38	1,448	11,069	0,062
	39	0,194	10,324	0,000
	40	3,000	10,484	0,141
	41	0,295	12,000	0,000
	42	0,236	12,000	0,000
Física	43	0,227	5,106	0,000
	44	0,189	11,991	0,000
	45	0,828	11,538	0,045
	46	1,448	11,069	0,062
	47	0,292	7,653	0,000
	48	0,152	12,000	0,001
	49	0,157	12,000	0,000
	50	0,236	12,000	0,000
Matemática	51	3,000	9,884	0,055
	52	3,000	10,429	0,288
	53	3,000	9,969	0,068
	54	3,000	10,355	0,173
	55	3,000	10,372	0,093
	56	3,000	10,274	0,120
	57	3,000	10,340	0,056
	58	0,314	11,928	0,000

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,403	2,682	0,000
	60	1,316	10,952	0,061
	61	3,000	9,969	0,068
	62	3,000	10,355	0,173
	63	0,443	9,634	0,000
	64	3,000	10,274	0,120
	65	0,263	10,783	0,038
	66	0,380	8,209	0,029

TABELA 6A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Engenharia florestal.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,348	5,981	0,042
	2	0,421	8,515	0,024
	3	0,320	5,717	0,000
	4	0,365	9,795	0,000
	5	0,443	9,634	0,000
	6	0,283	4,701	0,021
	7	0,263	10,783	0,038
	8	-0,155	0,000	0,000
	9	0,354	4,559	0,000
	10	0,326	7,498	0,005
Geografia	11	0,343	4,684	0,000
	12	0,421	8,515	0,024
	13	0,538	9,137	0,016
	14	0,370	1,962	0,000
	15	0,241	4,491	0,000
	16	0,296	5,700	0,000
	17	0,350	6,495	0,0441
	18	0,352	8,185	0,000
História	19	0,452	2,223	0,000
	20	0,421	5,836	0,000
	21	0,332	2,449	0,017
	22	0,462	4,286	0,000
	23	0,486	8,930	0,036
	24	0,799	10,154	0,035
Filosofia	25	0,249	10,828	0,000
	26	0,352	8,185	0,000

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	3,000	3,055	0,240
	28	3,000	5,313	0,115
	29	3,000	3,095	0,159
	30	0,608	8,932	0,010
	31	1,059	5,001	0,305
	32	3,000	5,807	0,032
	33	1,079	5,980	0,217
	34	0,352	8,185	0,000
Biologia	35	0,216	2,048	0,044
	36	0,715	9,635	0,049
	37	0,471	2,733	0,000
	38	0,226	8,595	0,000
	39	0,478	6,466	0,000
	40	0,293	7,844	0,000
	41	1,079	5,980	0,217
	42	0,466	6,551	0,007
Física	43	0,284	6,208	0,061
	44	0,407	7,082	0,000
	45	1,059	8,629	0,042
	46	0,401	6,155	0,022
	47	0,514	7,787	0,047
	48	0,495	6,258	0,010
	49	0,650	7,921	0,042
	50	0,625	10,412	0,009
Matemática	51	0,172	12,000	0,000
	52	0,361	2,784	0,000
	53	0,197	12,000	0,012
	54	0,355	7,145	0,024
	55	0,209	12,000	0,000
	56	0,236	8,868	0,000
	57	0,650	7,921	0,042
	58	0,625	10,412	0,009

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	3,000	10,397	0,253
	60	3,000	10,503	0,189
	61	3,000	10,251	0,118
	62	1,419	10,660	0,035
	63	3,000	10,341	0,070
	64	3,000	10,465	0,091
	65	0,376	9,373	0,051
	66	0,410	8,233	0,029

TABELA 7A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Matemática.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,432	4,686	0,000
	2	0,618	8,766	0,036
	3	0,474	5,070	0,005
	4	0,678	8,452	0,031
	5	0,736	6,545	0,021
	6	0,569	3,437	0,000
	7	0,321	9,361	0,000
	8	2,022	9,494	0,025
	9	0,454	4,857	0,010
	10	0,481	7,621	0,031
Geografia	11	0,355	7,436	0,018
	12	0,353	9,887	0,000
	13	0,474	5,070	0,005
	14	1,059	1,207	0,000
	15	0,553	7,834	0,024
	16	0,297	5,661	0,000
	17	0,619	4,609	0,000
	18	0,613	7,132	0,000
História	19	0,366	5,334	0,000
	20	0,348	5,727	0,000
	21	0,288	9,862	0,084
	22	0,316	5,781	0,000
	23	0,553	7,834	0,024
	24	0,580	12,000	0,049
Filosofia	25	0,133	12,000	0,000
	26	0,613	7,132	0,000

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	3,000	1,832	0,000
	28	1,890	1,982	0,000
	29	0,720	6,517	0,000
	30	0,567	12,000	0,000
	31	3,000	2,294	4,967
	32	1,670	6,675	0,000
	33	2,111	4,288	0,000
	34	0,613	7,132	0,000
Biologia	35	0,657	2,001	0,009
	36	0,347	8,714	0,000
	37	0,484	2,231	0,000
	38	0,567	12,000	0,000
	39	0,367	10,606	0,008
	40	1,670	6,675	0,000
	41	1,182	10,611	0,048
	42	0,881	9,217	0,033
Física	43	2,047	6,403	0,086
	44	3,000	9,967	0,134
	45	0,219	12,000	0,000
	46	1,007	10,724	0,064
	47	0,287	9,604	0,000
	48	0,865	10,269	0,044
	49	3,000	9,872	0,099
	50	0,359	12,000	0,000
Matemática	51	1,409	10,751	0,045
	52	0,355	1,470	0,006
	53	0,574	9,434	0,049
	54	0,469	7,661	0,019
	55	0,462	5,996	0,011
	56	0,813	7,131	0,013
	57	0,392	9,326	0,000
	58	-3,000	0,000	0,021

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,333	3,512	0,000
	60	0,655	10,320	0,058
	61	0,961	7,902	0,037
	62	0,303	12,000	0,000
	63	1,405	10,817	0,049
	64	0,836	10,873	0,078
	65	0,384	6,090	0,000
	66	0,173	7,600	0,000

TABELA 8A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Química.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,452	3,548	0,007
	2	1,408	10,841	0,043
	3	0,453	5,723	0,000
	4	0,367	9,228	0,000
	5	1,405	10,817	0,049
	6	0,505	3,558	0,000
	7	0,525	9,624	0,035
	8	0,469	11,248	0,000
	9	0,433	3,595	0,000
	10	0,492	7,478	0,005
Geografia	11	0,524	4,952	0,000
	12	0,412	8,331	0,000
	13	0,339	9,274	0,000
	14	2,250	1,561	0,000
	15	0,443	6,791	0,020
	16	0,309	7,134	0,012
	17	0,378	7,989	0,065
	18	0,201	7,621	0,000
História	19	0,313	3,824	0,009
	20	0,479	6,946	0,000
	21	0,217	9,788	0,123
	22	0,351	5,624	0,016
	23	0,829	7,404	0,007
	24	0,440	7,155	0,012
Filosofia	25	0,328	10,940	0,000
	26	0,458	7,891	0,013

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	3,000	8,651	0,191
	28	3,000	6,337	0,120
	29	3,000	6,337	0,120
	30	3,000	9,000	0,000
	31	3,000	8,651	0,191
	32	3,000	11,694	0,000
	33	3,000	6,337	0,120
	34	0,458	7,891	0,013
Biologia	35	0,224	0,941	0,033
	36	1,145	9,993	0,022
	37	0,711	2,604	0,000
	38	0,568	8,964	0,029
	39	0,507	7,330	0,003
	40	0,477	5,920	0,013
	41	3,000	6,337	0,120
	42	0,604	5,715	0,004
Física	43	0,224	0,941	0,033
	44	1,145	9,993	0,022
	45	0,711	2,604	0,000
	46	0,568	8,964	0,029
	47	0,507	7,330	0,003
	48	0,477	5,920	0,013
	49	3,000	6,337	0,120
	50	0,604	5,715	0,004
Matemática	51	0,563	10,209	0,001
	52	0,396	1,754	0,005
	53	0,711	2,604	0,000
	54	0,568	8,964	0,029
	55	0,285	12,000	0,000
	56	1,145	10,598	0,052
	57	1,313	10,499	0,038
	58	0,604	5,715	0,004

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,263	8,921	0,052
	60	0,428	6,201	0,006
	61	0,600	7,472	0,028
	62	0,941	11,736	0,027
	63	0,285	12,000	0,000
	64	0,414	4,937	0,000
	65	0,535	3,760	0,000
	66	0,354	3,218	0,000

TABELA 9A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Siatema de informação.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,496	4,735	0,004
	2	0,428	6,201	0,006
	3	0,354	5,102	0,000
	4	0,283	9,528	0,000
	5	0,217	8,742	0,000
	6	0,428	4,496	0,000
	7	0,551	7,255	0,007
	8	0,308	9,038	0,001
	9	0,350	5,665	0,027
	10	0,230	10,220	0,000
Geografia	11	0,213	4,631	0,000
	12	0,386	10,363	0,028
	13	0,434	7,425	0,000
	14	0,422	2,456	0,000
	15	0,334	6,016	0,001
	16	0,590	8,968	0,024
	17	0,380	4,969	0,005
	18	0,452	8,522	0,047
História	19	0,393	3,652	0,014
	20	0,419	6,777	0,025
	21	0,480	4,151	0,010
	22	0,333	4,925	0,000
	23	0,687	9,634	0,038
	24	0,590	8,968	0,024
Filosofia	25	0,284	8,769	0,000
	26	0,891	10,660	0,057

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	3,000	6,224	0,180
	28	3,000	5,594	0,070
	29	3,000	5,594	0,070
	30	0,842	6,269	0,020
	31	3,000	5,439	0,260
	32	0,876	6,401	0,028
	33	3,000	5,828	0,110
	34	0,891	10,660	0,057
Biologia	35	0,522	0,000	0,006
	36	0,830	8,504	0,006
	37	0,644	2,570	0,000
	38	0,612	7,653	0,000
	39	0,515	6,733	0,016
	40	0,986	8,419	0,033
	41	0,361	12,000	0,000
	42	0,434	7,500	0,045
Física	43	0,223	6,265	0,078
	44	0,118	8,538	0,000
	45	-1,166	0,000	0,005
	46	0,323	8,872	0,000
	47	0,595	8,796	0,033
	48	0,225	8,317	0,000
	49	0,344	8,514	0,000
	50	0,434	7,500	0,045
Matemática	51	0,131	12,000	0,000
	52	0,477	3,974	0,011
	53	0,307	11,187	0,044
	54	0,233	8,010	0,000
	55	0,234	7,392	0,000
	56	0,385	10,519	0,027
	57	0,302	12,000	0,000
	58	0,434	7,500	0,045

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,427	4,231	0,017
	60	0,380	8,118	0,028
	61	0,408	8,188	0,033
	62	0,812	8,743	0,031
	63	0,473	12,000	0,000
	64	1,125	8,438	0,052
	65	0,752	10,148	0,051
	66	0,434	7,500	0,045

TABELA 10A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de
Medicina veterinária.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,331	3,787	0,000
	2	0,516	6,641	0,013
	3	0,353	6,454	0,043
	4	0,459	9,296	0,026
	5	0,440	7,605	0,030
	6	0,487	3,669	0,000
	7	0,639	10,202	0,051
	8	0,238	12,000	0,000
	9	0,497	4,247	0,000
	10	0,666	8,795	0,043
Geografia	11	0,511	6,319	0,000
	12	0,460	8,855	0,000
	13	0,222	8,482	0,000
	14	0,483	2,137	0,004
	15	0,253	7,120	0,033
	16	0,311	6,227	0,000
	17	0,359	8,211	0,053
	18	0,313	9,633	0,047
História	19	0,508	3,511	0,000
	20	0,401	5,906	0,000
	21	0,211	0,000	0,008
	22	0,417	7,083	0,040
	23	0,315	7,594	0,000
	24	1,090	10,998	0,049
Filosofia	25	0,399	9,162	0,000
	26	0,313	9,633	0,047

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	0,860	8,875	0,008
	28	0,658	11,400	0,013
	29	0,474	8,033	0,008
	30	0,940	12,000	0,000
	31	0,366	7,323	0,026
	32	0,983	11,406	0,005
	33	0,285	9,878	0,000
	34	0,322	12,000	0,000
Biologia	35	2,115	1,602	0,000
	36	0,442	9,709	0,033
	37	0,345	0,963	0,000
	38	0,286	7,919	0,000
	39	0,469	8,114	0,029
	40	0,349	6,956	0,000
	41	0,353	8,814	0,000
	42	0,322	12,000	0,000
Física	43	0,362	1,638	0,000
	44	0,348	8,303	0,052
	45	0,793	9,854	0,041
	46	0,482	8,763	0,034
	47	0,465	5,511	0,000
	48	0,328	5,342	0,006
	49	0,207	7,654	0,000
	50	0,322	12,000	0,000
Matemática	51	3,000	10,462	0,141
	52	3,000	10,414	0,258
	53	3,000	10,408	0,077
	54	0,482	8,763	0,034
	55	3,000	10,353	0,065
	56	3,000	10,453	0,144
	57	1,536	10,706	0,038
	58	3,000	10,474	0,083

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,471	3,017	0,000
	60	0,357	5,385	0,000
	61	0,405	6,482	0,018
	62	1,210	10,962	0,061
	63	3,000	10,353	0,065
	64	0,174	9,178	0,047
	65	0,417	7,370	0,005
	66	0,400	4,701	0,000

TABELA 11A: Estimativas dos parâmetros dos itens das provas para o curso de Zootecnia.

Disciplina	Item	a	b	c
Português	1	0,279	4,358	0,031
	2	0,685	6,205	0,011
	3	0,430	4,671	0,009
	4	1,125	9,058	0,027
	5	0,325	8,825	0,013
	6	0,695	3,438	0,000
	7	0,453	6,585	0,000
	8	0,435	12,000	0,000
	9	0,419	5,698	0,025
	10	0,577	10,708	0,088
Geografia	11	0,450	6,754	0,000
	12	0,359	9,196	0,007
	13	0,340	7,435	0,000
	14	0,251	2,786	0,033
	15	0,368	4,179	0,000
	16	0,359	6,832	0,000
	17	0,524	3,367	0,000
	18	0,314	8,424	0,000
História	19	0,531	3,512	0,000
	20	0,314	7,164	0,026
	21	0,453	3,518	0,014
	22	0,389	9,474	0,063
	23	0,704	6,434	0,000
	24	0,208	9,594	0,013
Filosofia	25	0,413	11,204	0,032
	26	0,598	9,876	0,044

Disciplina	Item	a	b	c
Espanhol	27	0,246	9,741	0,000
	28	0,142	10,336	0,000
	29	0,033	9,603	0,000
	30	0,732	12,000	0,003
	31	0,169	7,786	0,000
	32	0,324	12,000	0,000
	33	0,137	9,243	0,000
	34	0,598	9,876	0,044
Biologia	35	0,064	0,000	0,102
	36	0,142	10,336	0,000
	37	0,699	2,794	0,000
	38	0,576	9,807	0,030
	39	0,651	6,288	0,000
	40	0,338	7,186	0,000
	41	1,150	10,789	0,053
	42	0,382	7,718	0,006
Física	43	0,369	1,144	0,002
	44	0,100	12,000	0,000
	45	0,218	12,000	0,000
	46	0,536	10,746	0,043
	47	0,651	6,288	0,000
	48	0,206	9,874	0,000
	49	0,280	8,890	0,000
	50	0,382	7,718	0,006
Matemática	51	1,009	11,603	0,044
	52	0,494	7,999	0,038
	53	0,522	10,384	0,040
	54	0,350	7,878	0,001
	55	3,000	9,206	0,049
	56	0,364	9,847	0,021
	57	0,298	11,724	0,000
	58	0,382	7,718	0,006

Disciplina	Item	a	b	c
Química	59	0,314	2,805	0,000
	60	0,314	7,237	0,000
	61	0,522	10,384	0,040
	62	0,350	7,878	0,001
	63	0,619	10,912	0,028
	64	0,108	9,267	0,000
	65	0,298	11,724	0,000
	66	0,345	5,254	0,000

ANEXO B	Páginas
FIGURA 1B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Administração . 90
FIGURA 2B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Administração . 91
FIGURA 4B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Administração . . . 91
FIGURA 5B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Administração . . 92
FIGURA 6B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Administração . . 92
FIGURA 7B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Administração 93
FIGURA 8B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Administração 93
FIGURA 9B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Administração . . 94
FIGURA 10B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Eng. Agrícola . 95
FIGURA 11B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Eng. Agrícola . . 96
FIGURA 12B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Enge. Agrícola . . 96
FIGURA 13B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Eng. Agrícola . . 97
FIGURA 14B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Eng. Agrícola . . 97
FIGURA 15B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Eng. Agrícola 98
FIGURA 16B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Eng. Agrícola 98
FIGURA 17B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Eng. Agrícola . . 99
FIGURA 18B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Agronomia . . . 100
FIGURA 19B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Agronomia . . . 101
FIGURA 20B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Agronomia 101
FIGURA 21B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Agronomia . . . 102
FIGURA 22B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Agronomia . . . 102
FIGURA 23B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Agronomia 103
FIGURA 24B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Agronomia . 103

FIGURA 25B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Agronomia	104
FIGURA 26B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Eng. dos Alimentos	105
FIGURA 27B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Eng. dos Alimentos	106
FIGURA 28B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Eng. dos Alimentos	106
FIGURA 29B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Eng. dos Alimentos	107
FIGURA 30B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Eng. dos Alimentos	107
FIGURA 31B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Eng. dos Alimentos	108
FIGURA 32B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Eng. dos Alimentos	108
FIGURA 33B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Eng. dos Alimentos	109
FIGURA 34B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Ed. Física	110
FIGURA 35B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Ed. Física	111
FIGURA 36B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Ed. Física	111
FIGURA 37B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Ed. Física	112
FIGURA 38B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Ed. Física	112
FIGURA 39B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Ed. Física	113
FIGURA 40B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Ed. Física . .	113
FIGURA 41B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Ed. Física	114
FIGURA 42B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Eng. Florestal	115
FIGURA 43B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Eng. Florestal	116
FIGURA 44B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Eng. Florestal . .	116
FIGURA 45B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Eng. Florestal .	117
FIGURA 46B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Eng. Florestal . .	117

FIGURA 47B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Eng. Florestal	118
FIGURA 48B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Eng. Florestal 118	
FIGURA 49B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Eng. Florestal . .	119
FIGURA 50B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Matemática . .	120
FIGURA 51B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Matemática . . .	121
FIGURA 52B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Matemática	121
FIGURA 53B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Matemática . . .	122
FIGURA 54B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Matemática	122
FIGURA 55B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Matemática	123
FIGURA 56B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Matemática .	123
FIGURA 57B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Matemática	124
FIGURA 58B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Química	125
FIGURA 59B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Química	126
FIGURA 60B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Química	126
FIGURA 61B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Química	127
FIGURA 62B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Química	127
FIGURA 63B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Química	128
FIGURA 64B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Química	128
FIGURA 65B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Química	129
FIGURA 67B	Gráficos dos itens 01 a 11 de Português curso Sist. de informação 130	
FIGURA 68B	Gráficos dos itens 12 a 18 de Geografia curso Sist. de informação 131	
FIGURA 69B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Sist. de informação 131	

FIGURA 70B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Sist. de informação	132
FIGURA 71B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Sist. de informação	132
FIGURA 72B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Sist. de informação	133
FIGURA 73B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Sist. de informação	133
FIGURA 74B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Sist. de informação	134
FIGURA 75B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Veterinária ...	135
FIGURA 76B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Veterinária ...	136
FIGURA 77B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Veterinária	136
FIGURA 78B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Veterinária ...	137
FIGURA 79B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Veterinária ...	137
FIGURA 80B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Veterinária	138
FIGURA 81B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Veterinária ..	138
FIGURA 82B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Veterinária ...	139
FIGURA 83B	Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Zootecnia ...	140
FIGURA 84B	Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Zootecnia ...	141
FIGURA 85B	Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Zootecnia	141
FIGURA 86B	Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Zootecnia	142
FIGURA 87B	Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Zootecnia	142
FIGURA 88B	Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Zootecnia	143
FIGURA 89B	Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Zootecnia ..	143
FIGURA 90B	Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Zootecnia	144

ANEXO B: Os gráficos a seguir referem-se ao ajuste do modelo de três parâmetros proposto, por curso. Observa-se que alguns gráficos estão com uma linha horizontal, indicando que não houve convergência. Existem também gráficos mal ajustados, em que a curva ajustada está afastada dos pontos, isso é inerente ao algoritmo, que não é objeto do estudo.

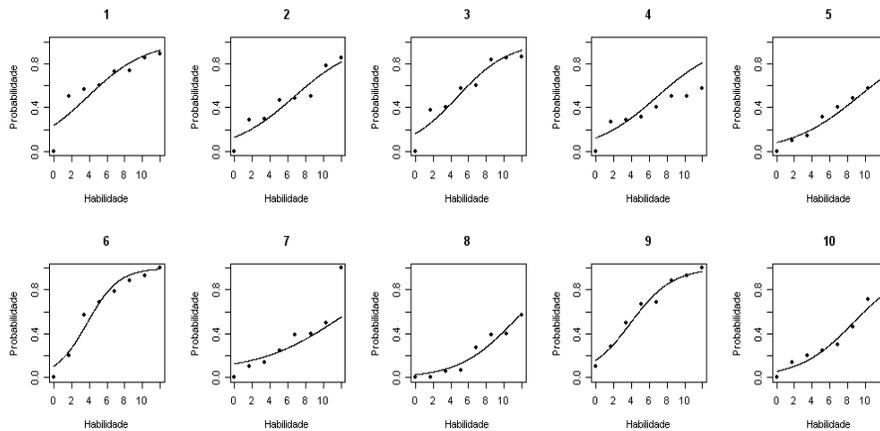


FIGURA 1B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Administração.

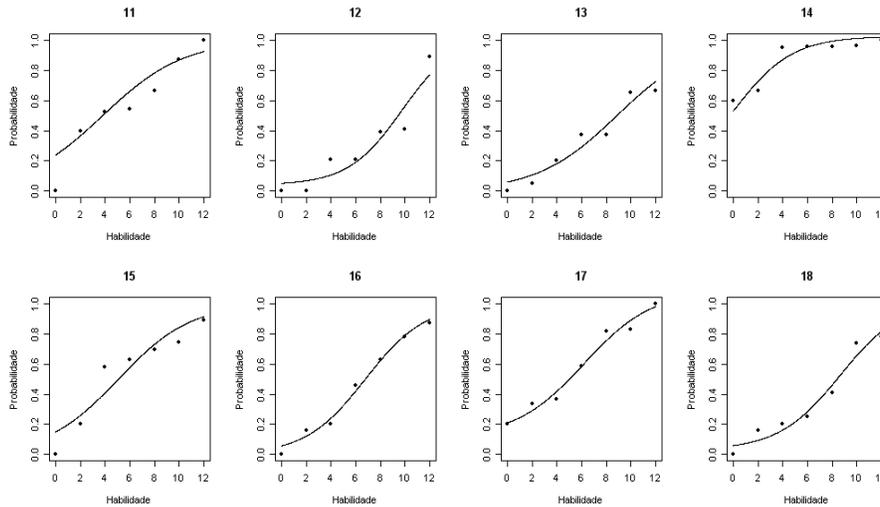


FIGURA 2B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Administração.

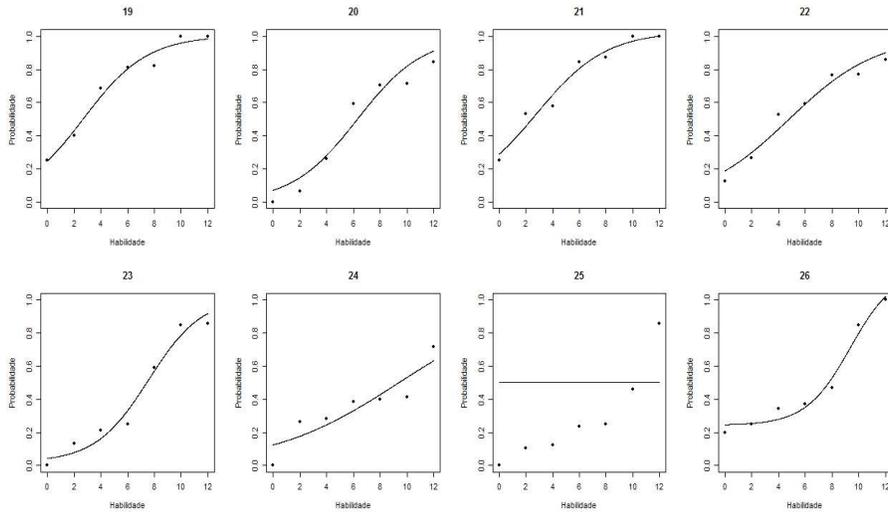


FIGURA 3B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Administração

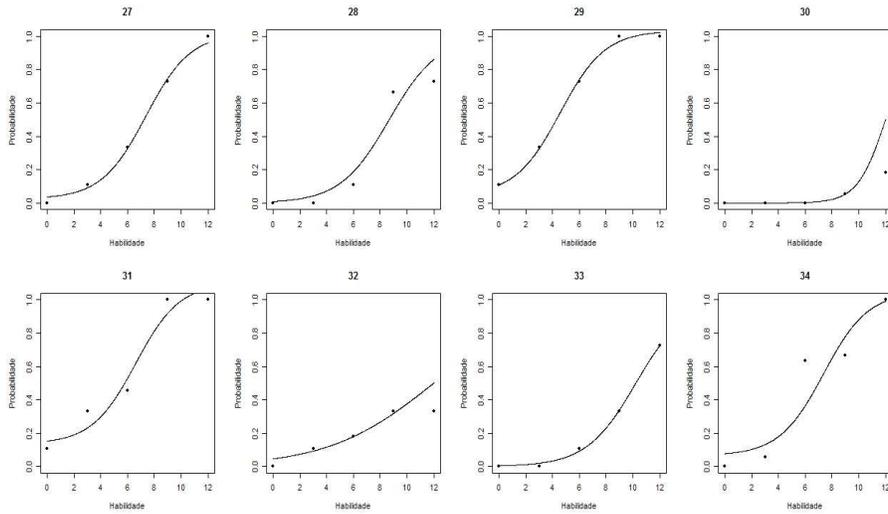


FIGURA 4B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Administração

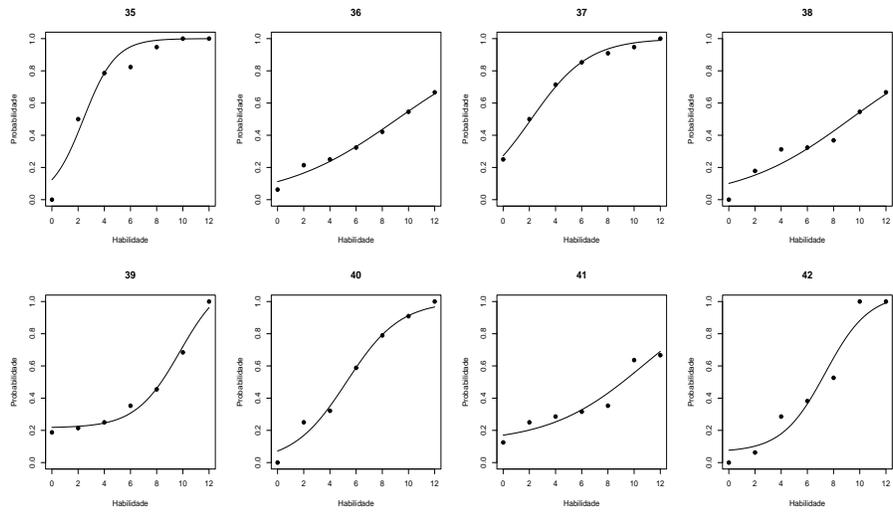


FIGURA 5B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Administração

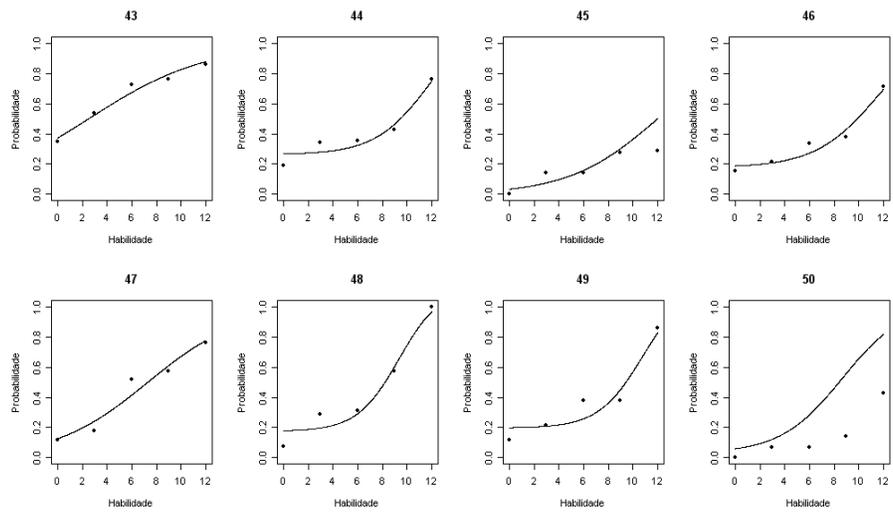


FIGURA 6B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Administração

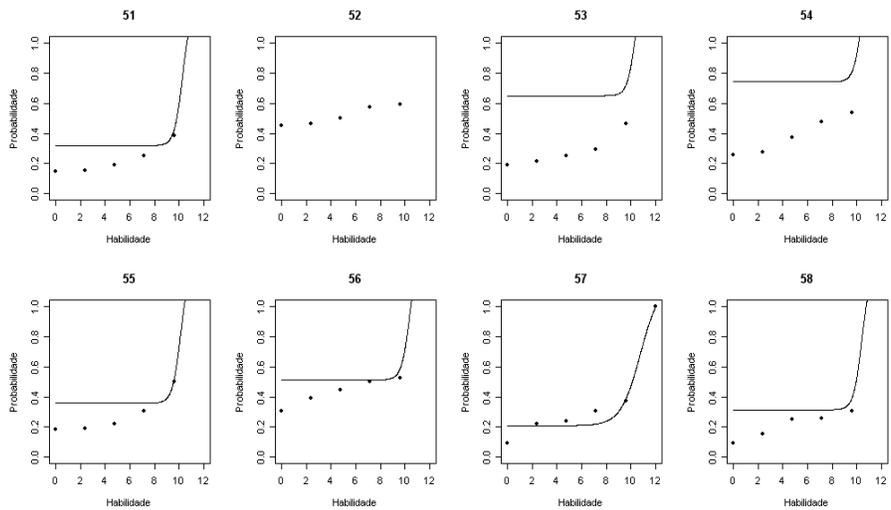


FIGURA 7B: Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Administração

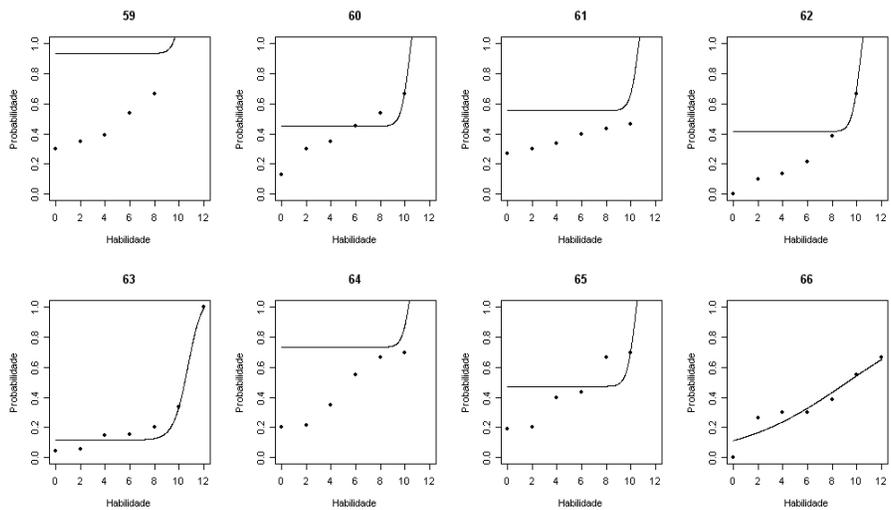


FIGURA 8B: Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Administração

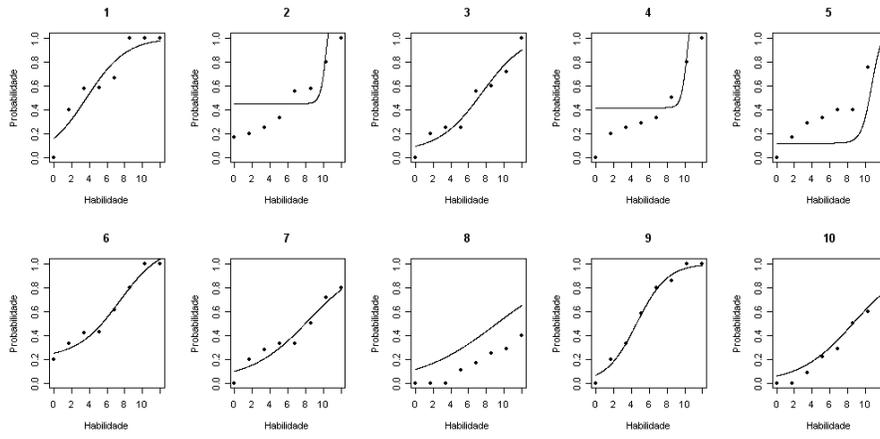


FIGURA 9B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Engenharia Agrícola

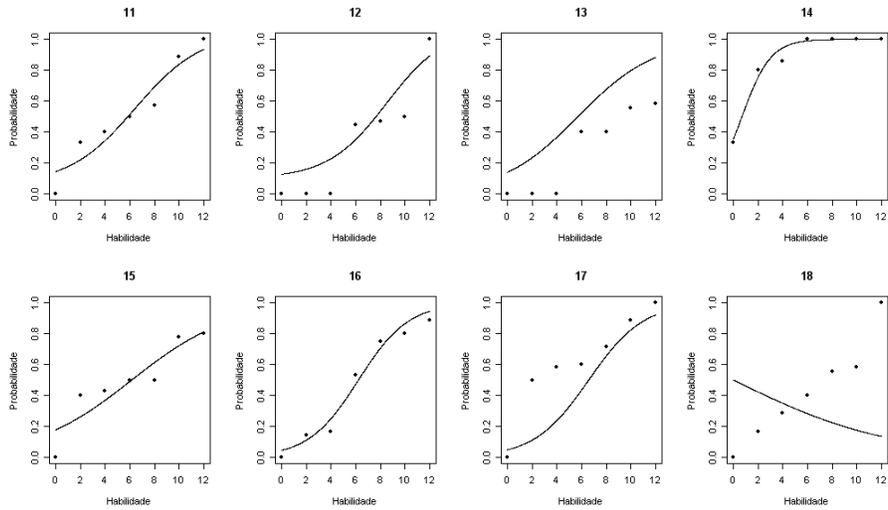


FIGURA 10B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Engenharia Agrícola.

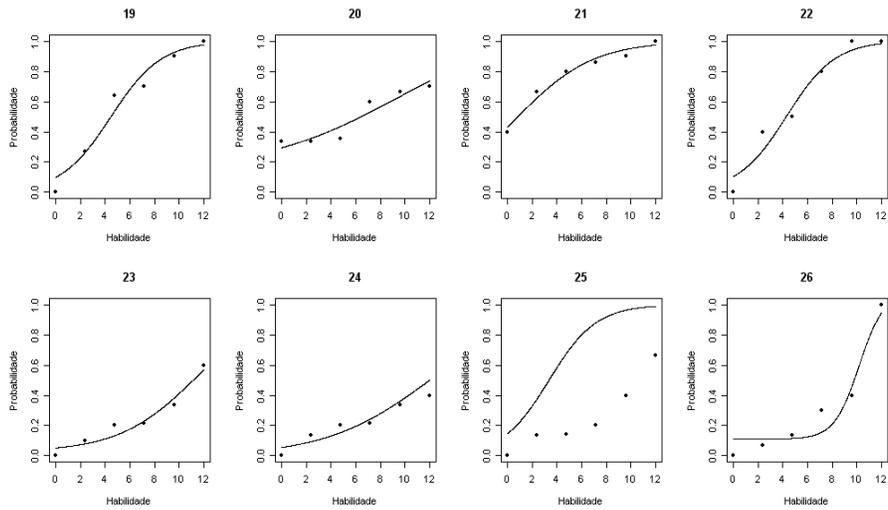


FIGURA 11B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Engenharia Agrícola

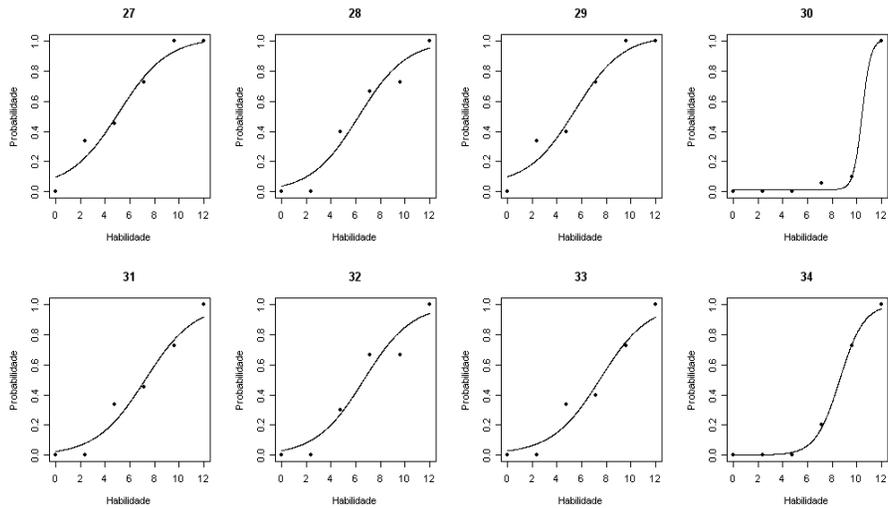


FIGURA 12B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Engenharia Agrícola.

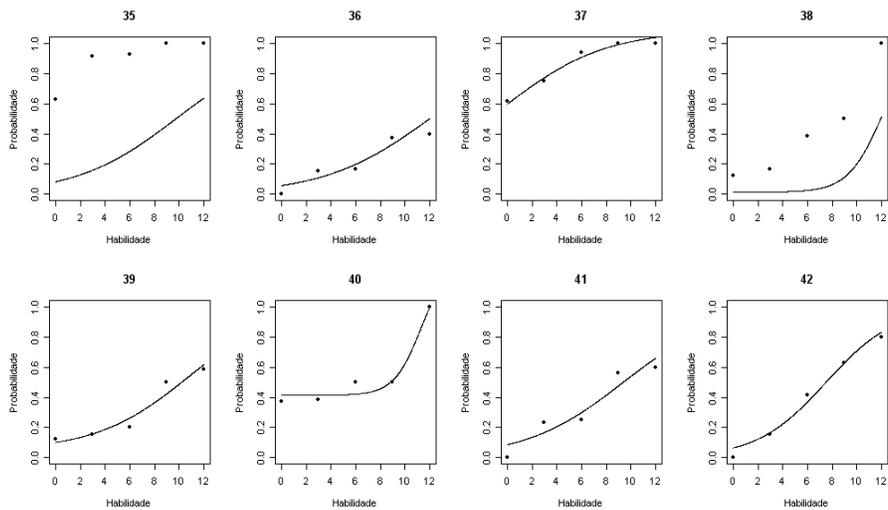


FIGURA 13B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Química curso Engenharia Agrícola

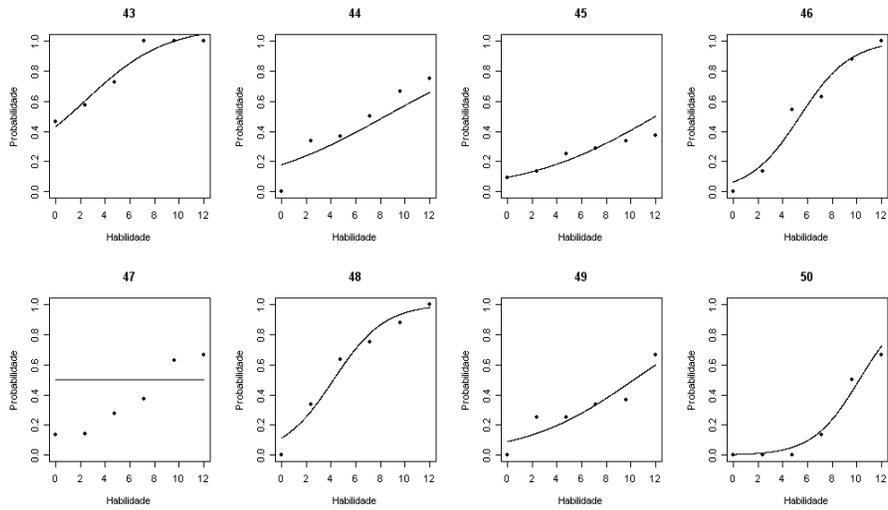


FIGURA 14B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Engenharia Agrícola

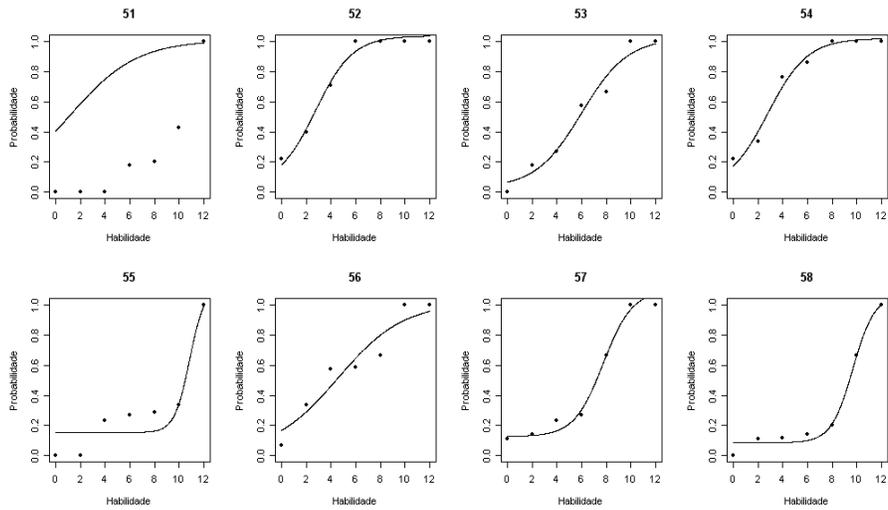


FIGURA 15B: Gráficos dos itens 51 a 58 de Matemática curso Engenharia Agrícola

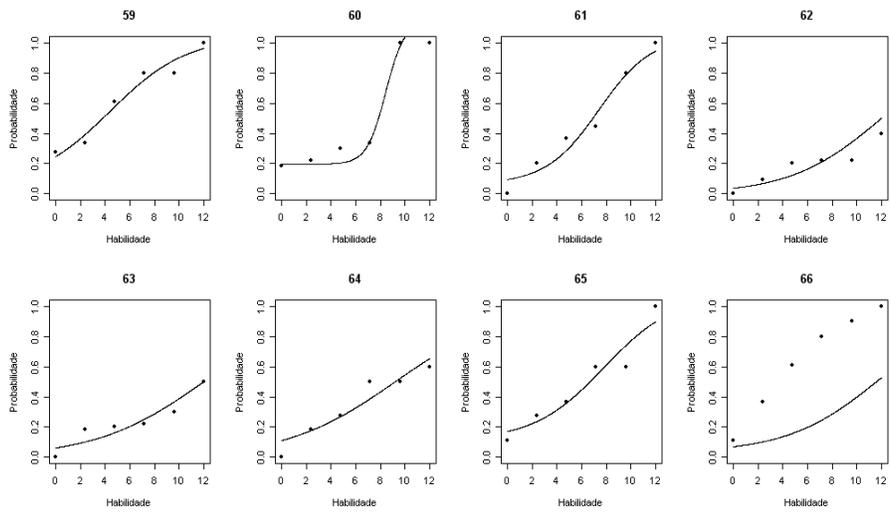


FIGURA 16B: Gráficos dos itens 59 a 66 de Química curso Engenharia Agrícola

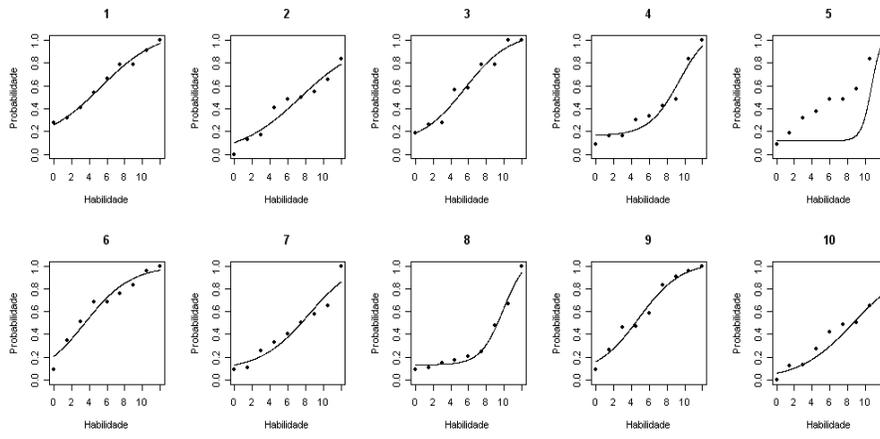


FIGURA 17B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Agronomia

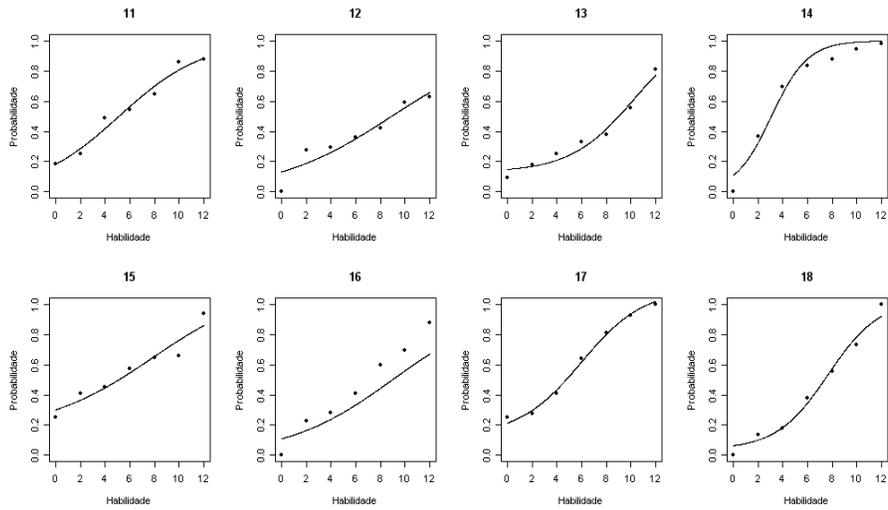


FIGURA 18B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Agronomia.

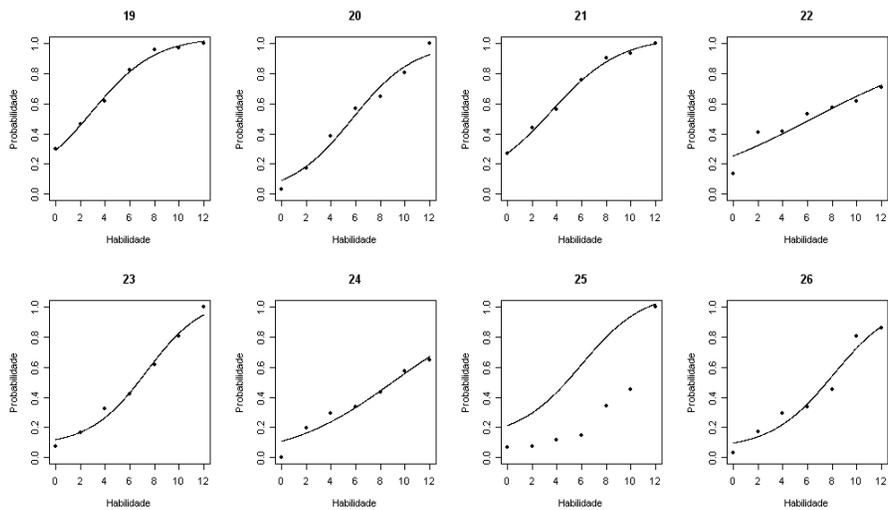


FIGURA 19B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Agronomia

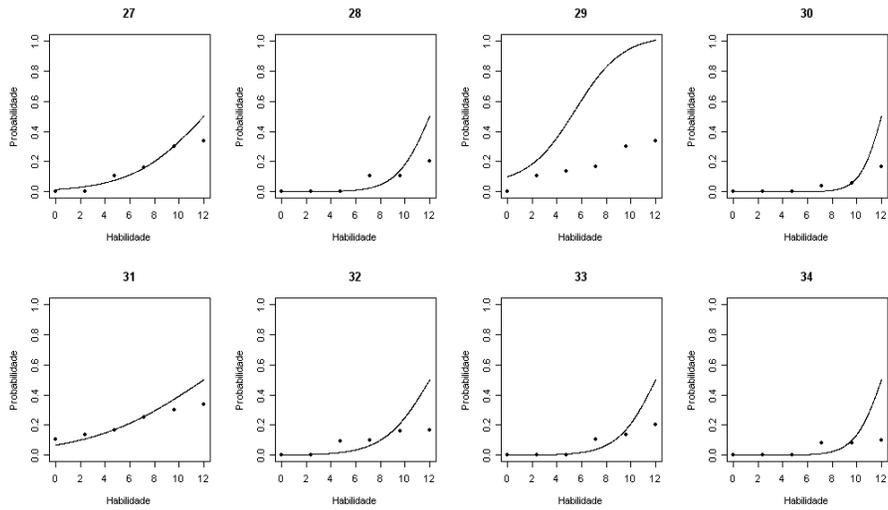


FIGURA 20B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Agronomia

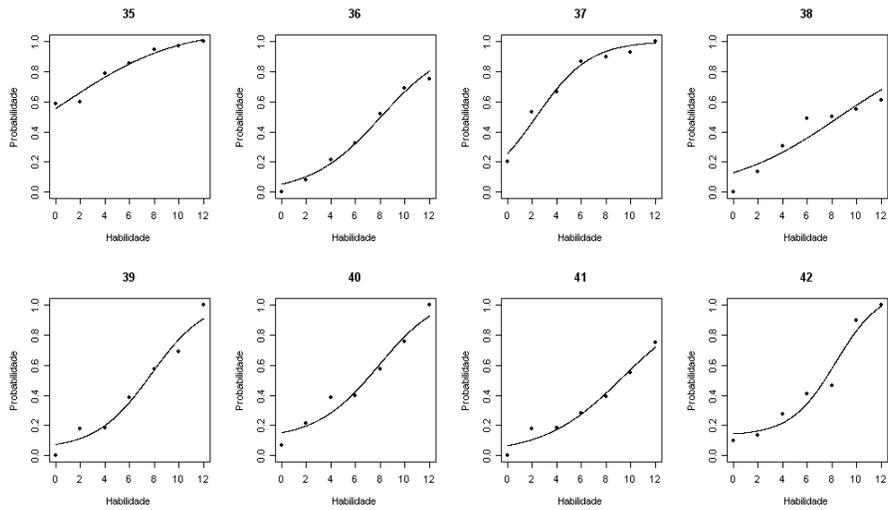


FIGURA 21B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Agronomia.

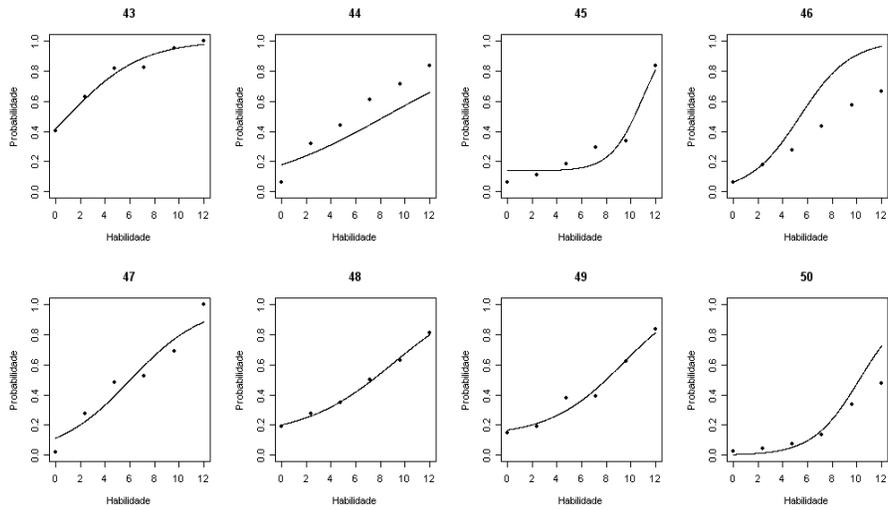


FIGURA 22B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Agronomia

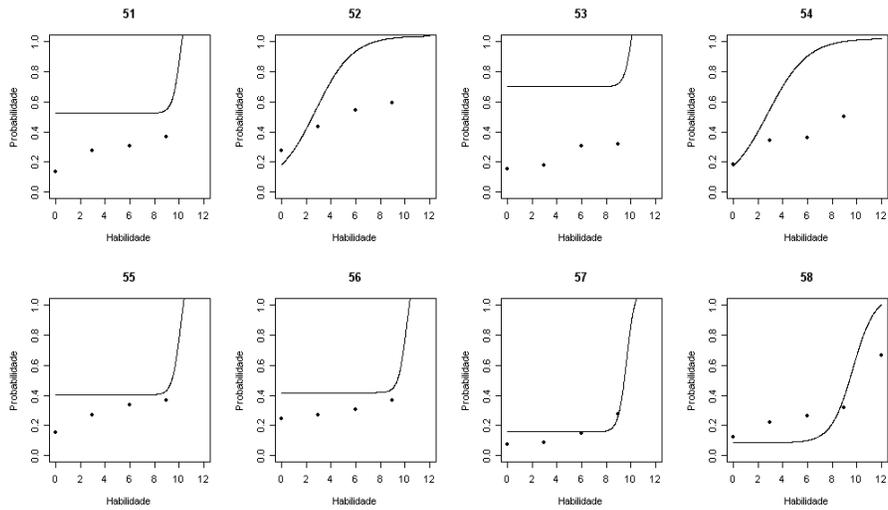


FIGURA 23B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Agronomia

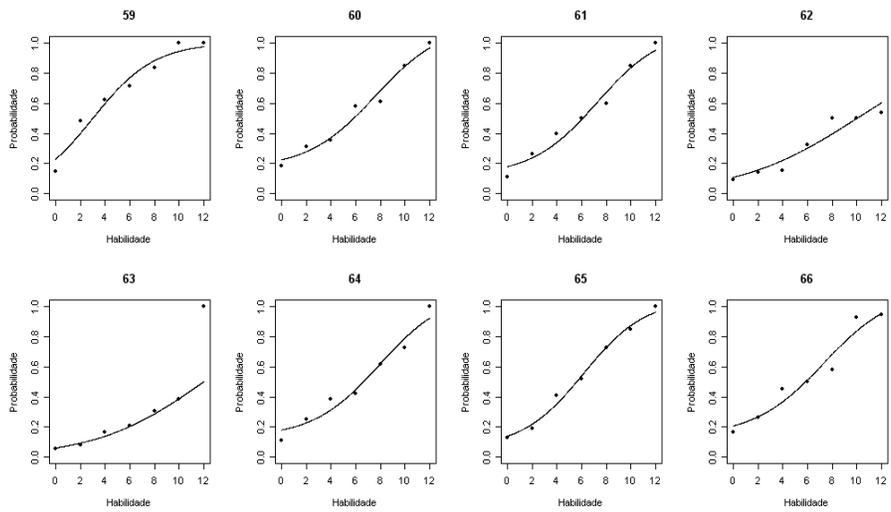


FIGURA 24B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Agronomia

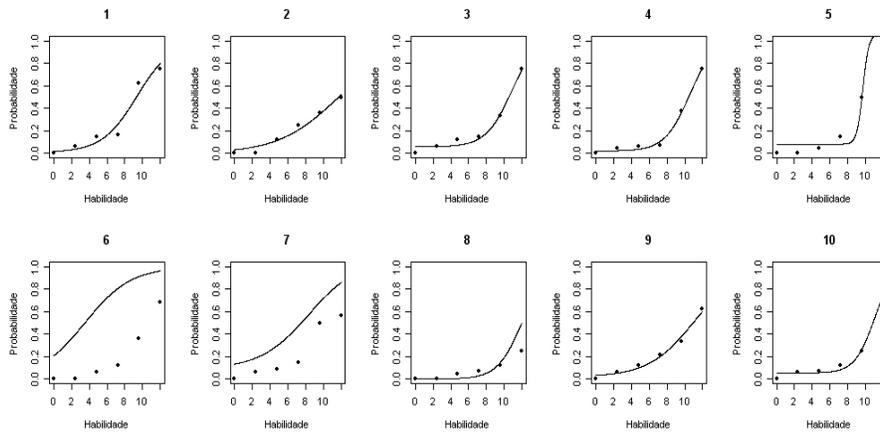


FIGURA 25B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Eng. dos alimentos

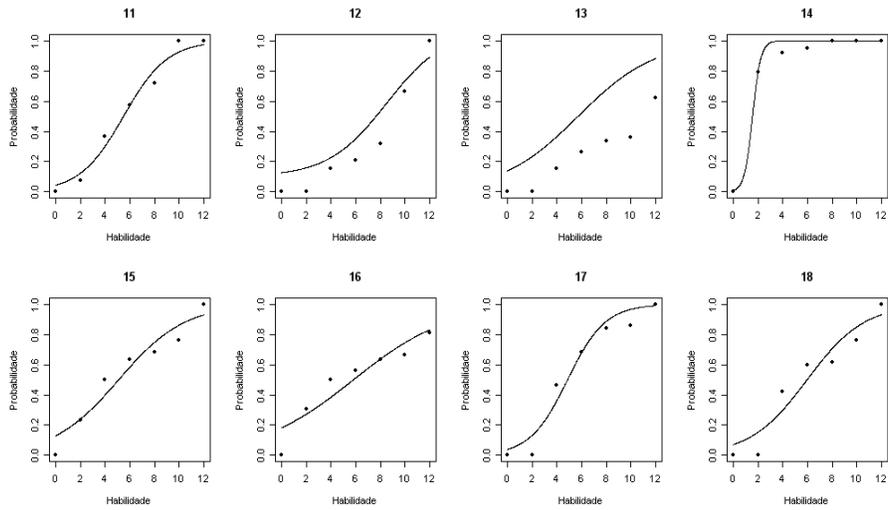


FIGURA 26B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Eng. dos alimentos

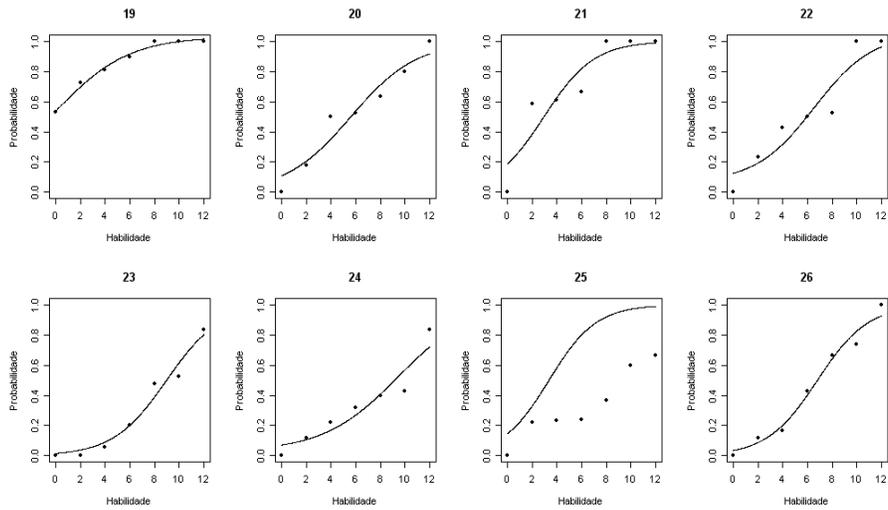


FIGURA 27B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Eng. dos alimentos

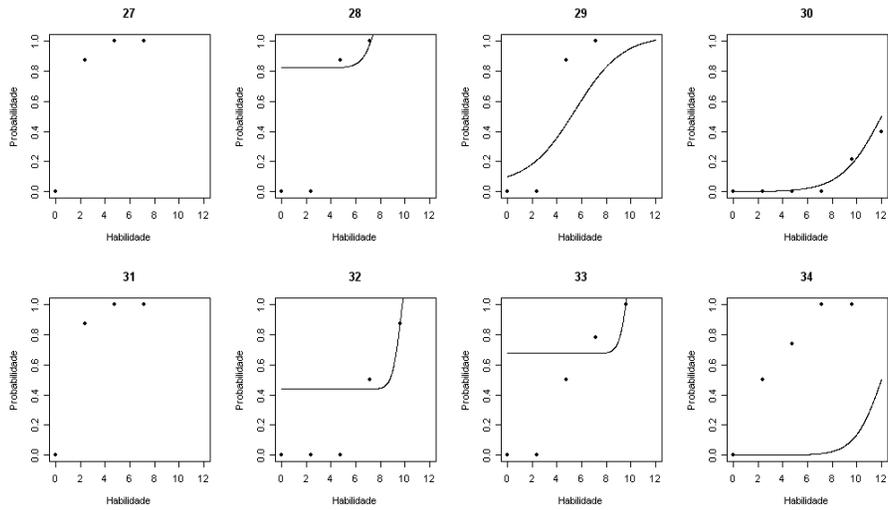


FIGURA 28B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Eng. dos alimentos

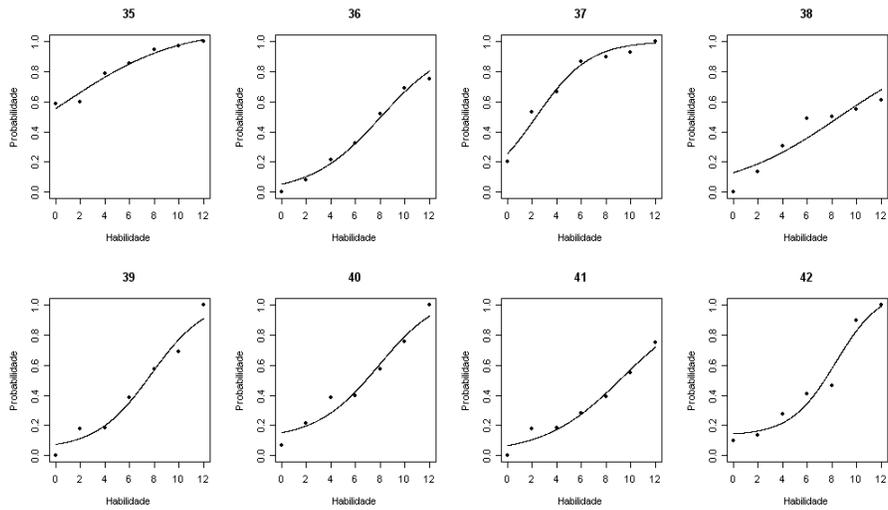


FIGURA 29B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Eng. dos alimentos.

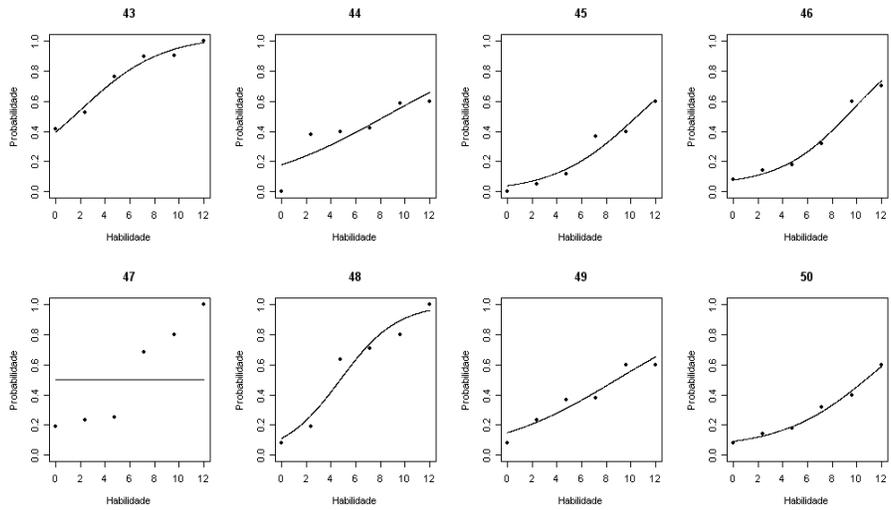


FIGURA 30B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Eng. dos alimentos.

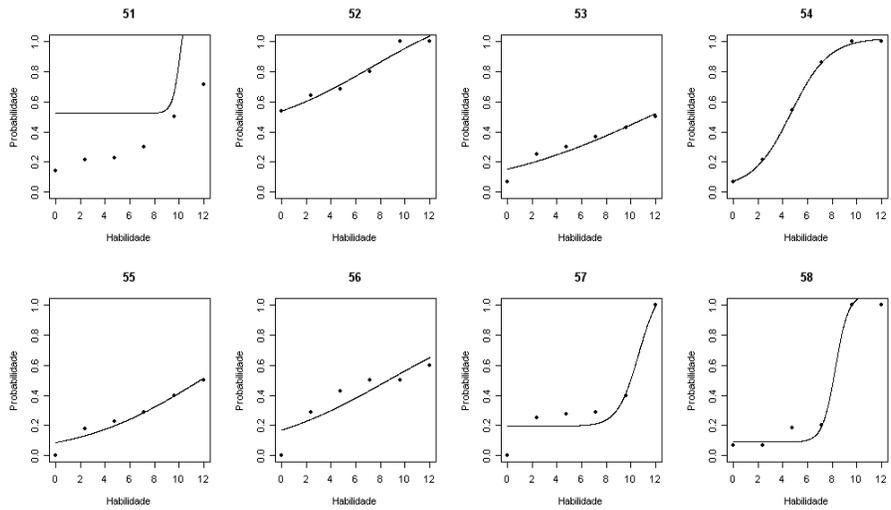


FIGURA 31B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Eng. dos alimentos

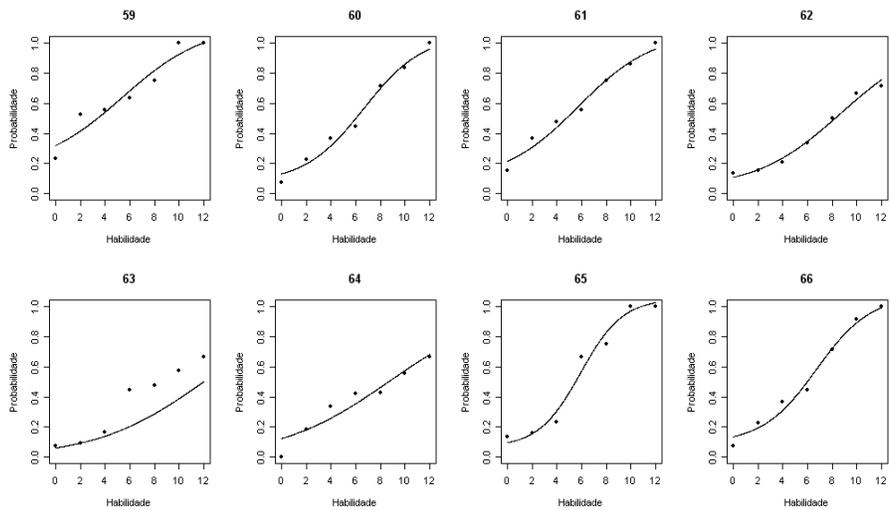


FIGURA 32B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Eng. dos alimentos

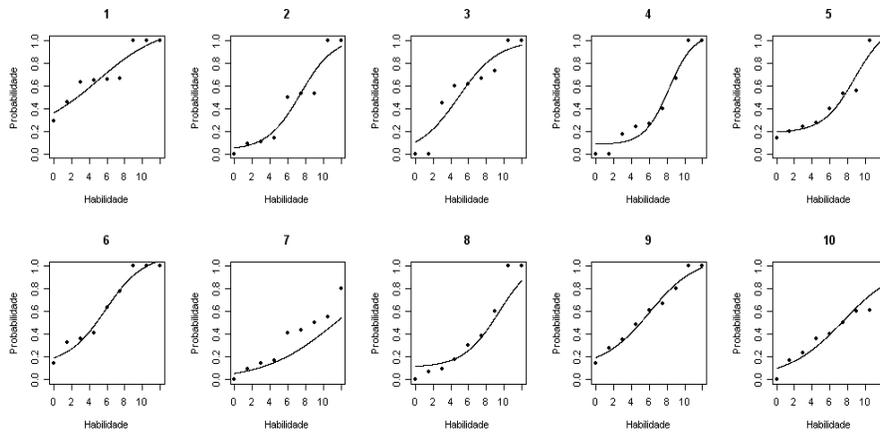


FIGURA 33B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Educ. Física

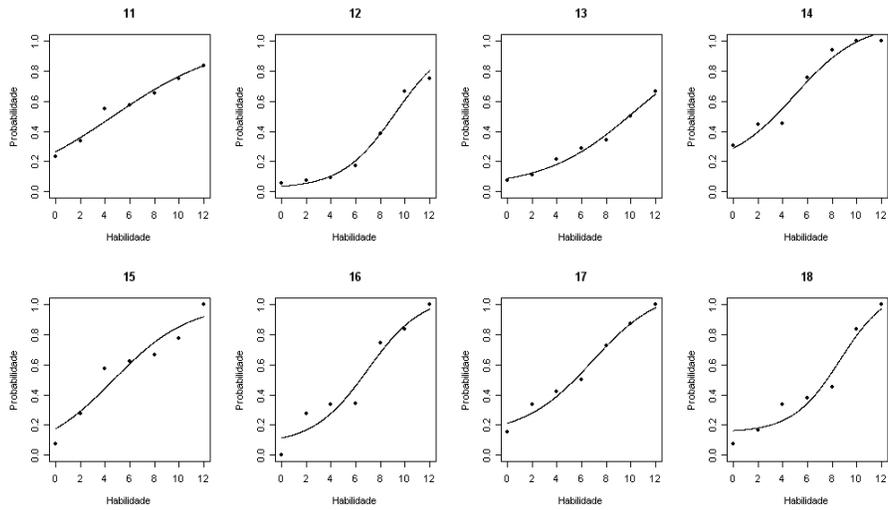


FIGURA 34B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Educ. Física

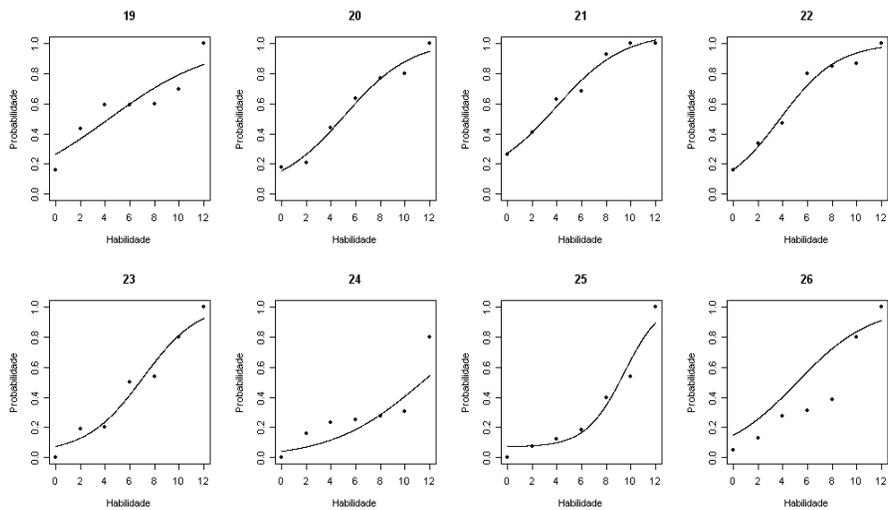


FIGURA 35B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Educ. Física

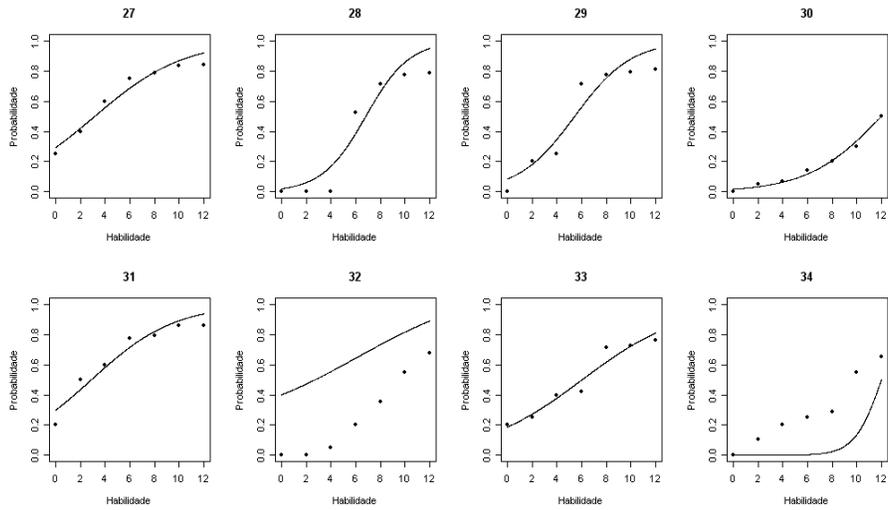


FIGURA 36B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Educ. Física

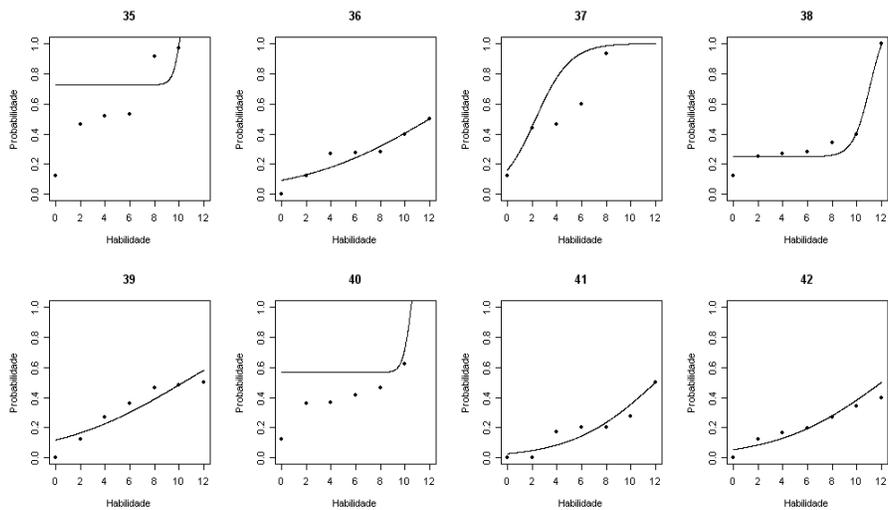


FIGURA 37B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Educ. Física

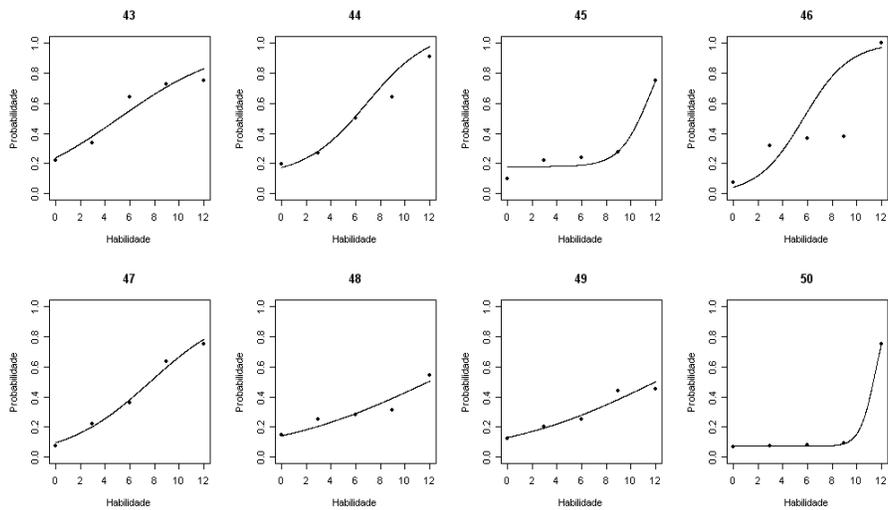


FIGURA 38B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Educ. Física

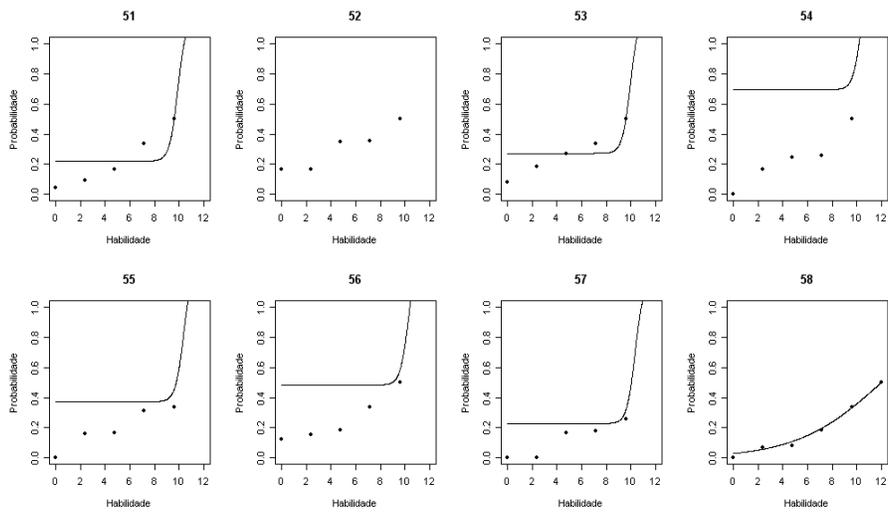


FIGURA 39B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Educ. Física

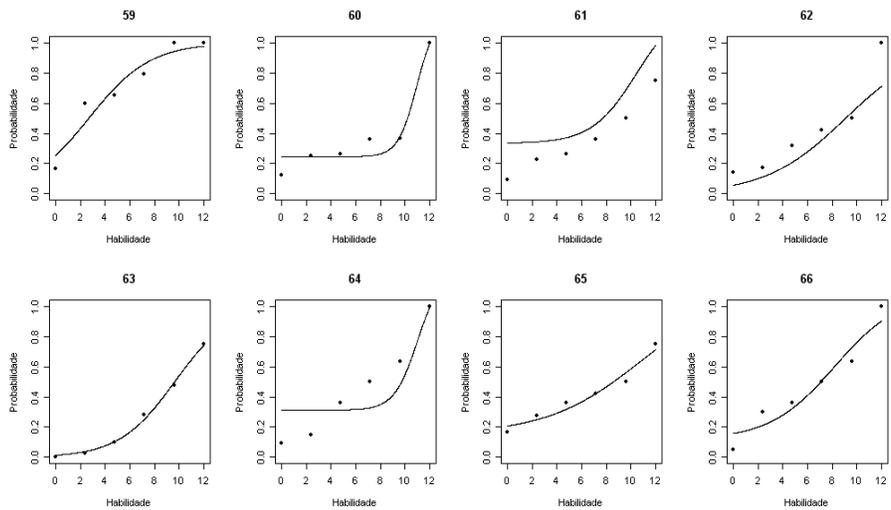


FIGURA 40B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Educ. Física

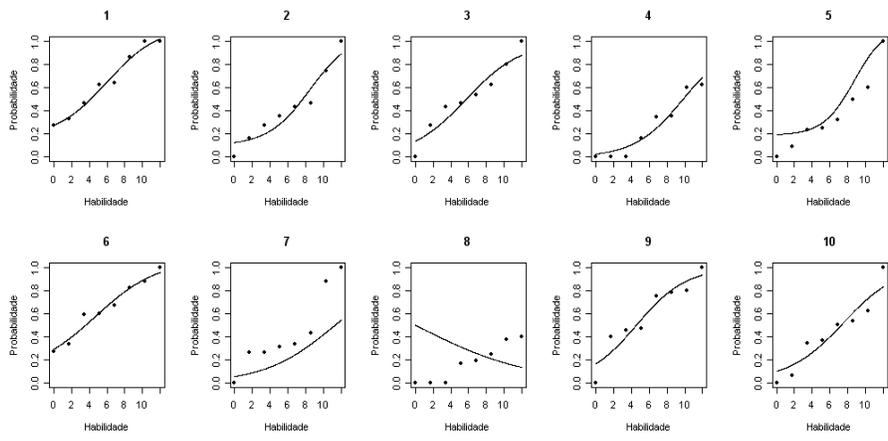


FIGURA 41B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Eng. Florestal

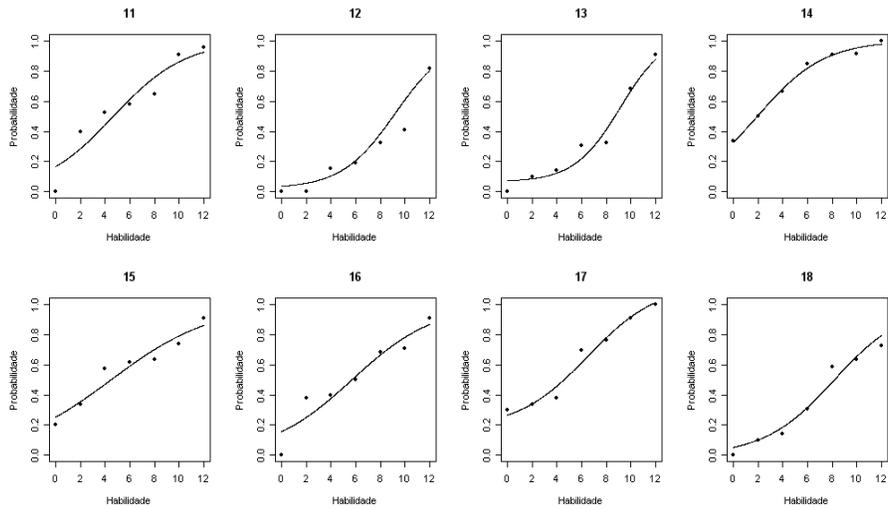


FIGURA 42B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Eng. Florestal

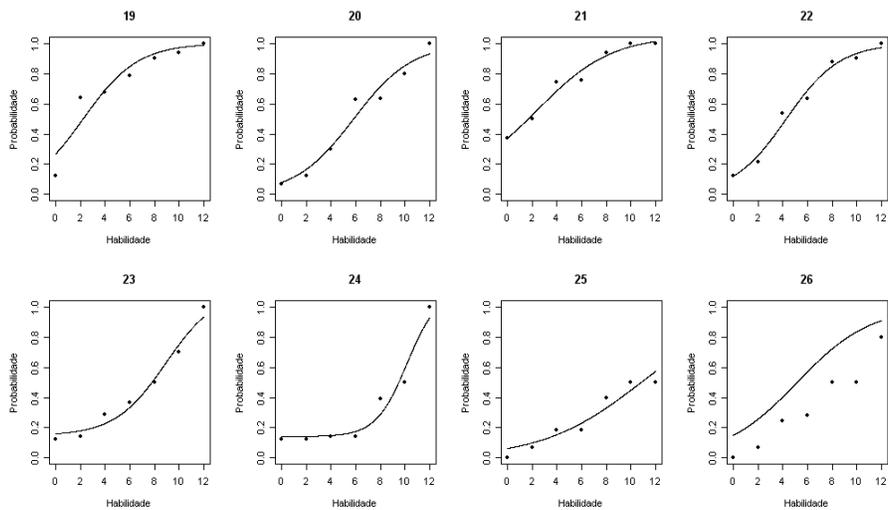


FIGURA 43B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Eng. Florestal

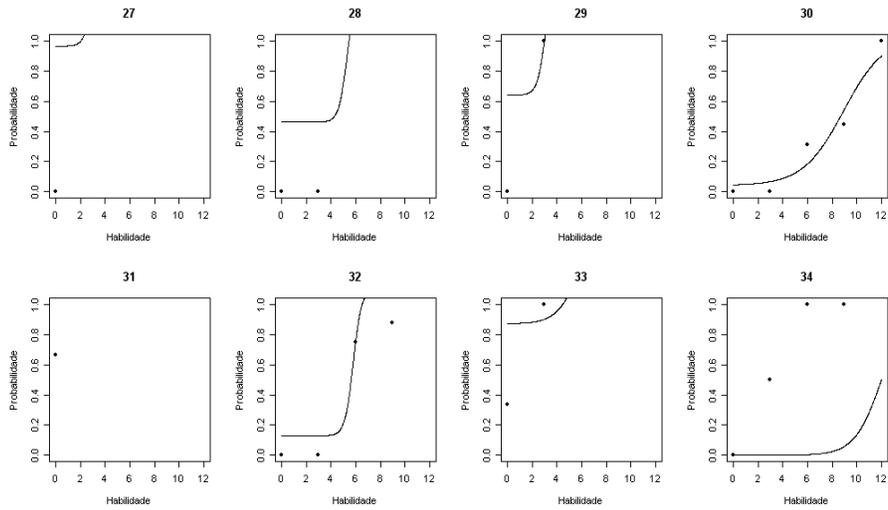


FIGURA 44B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Eng. Florestal

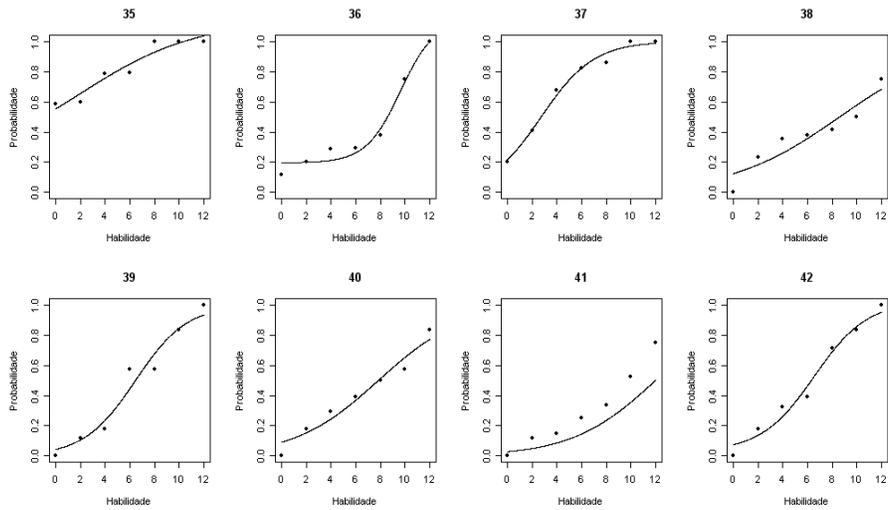


FIGURA 45B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Eng. Florestal

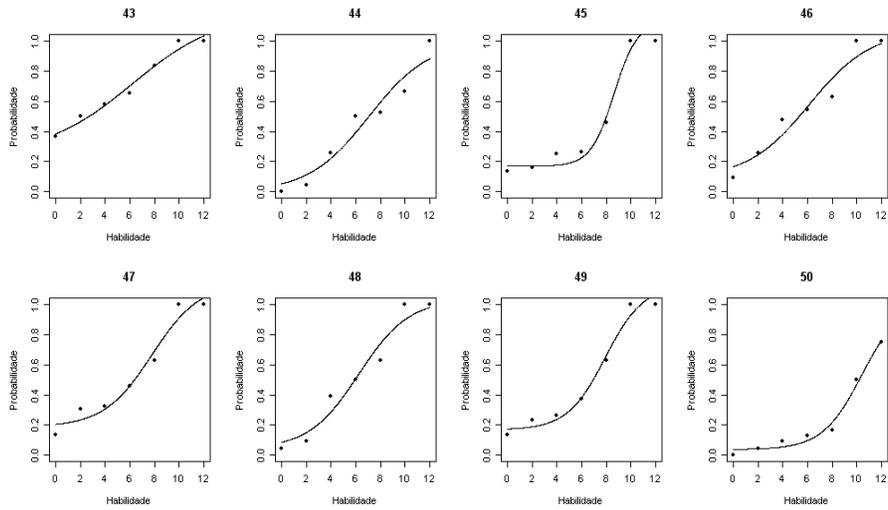


FIGURA 46B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Eng. Florestal

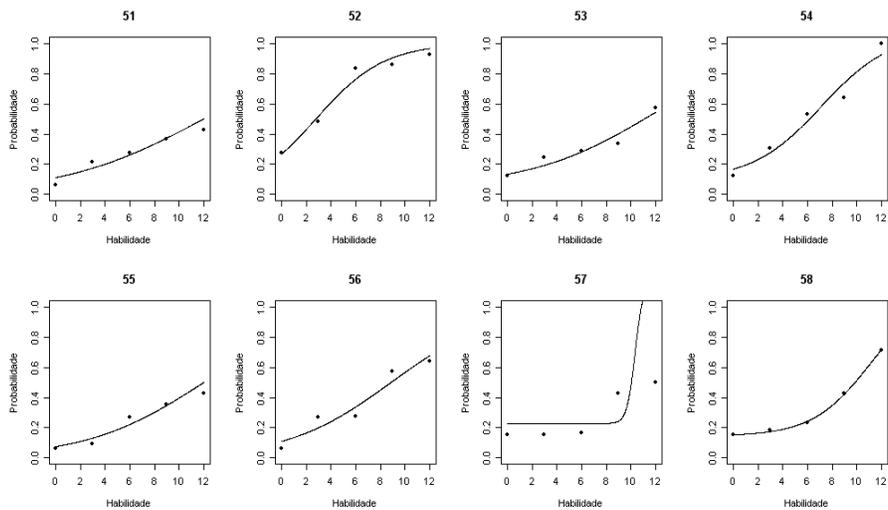


FIGURA 46B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Eng. Florestal

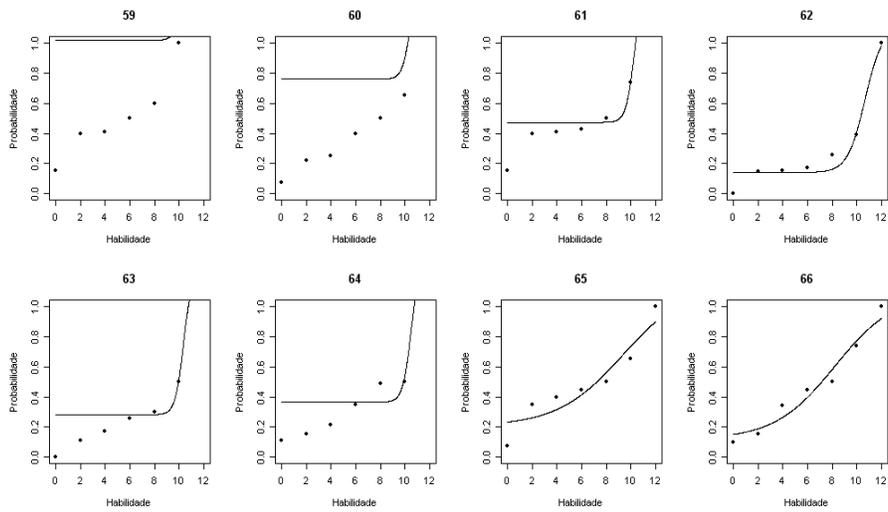


FIGURA 47B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Eng. Florestal

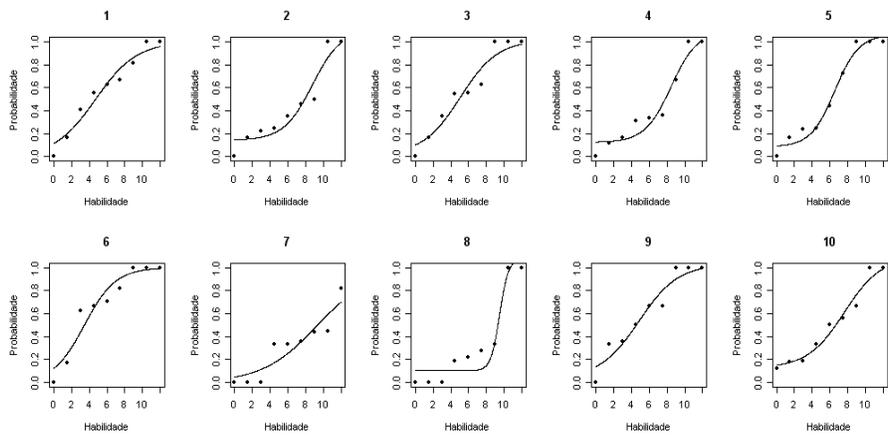


FIGURA 48B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Matemática

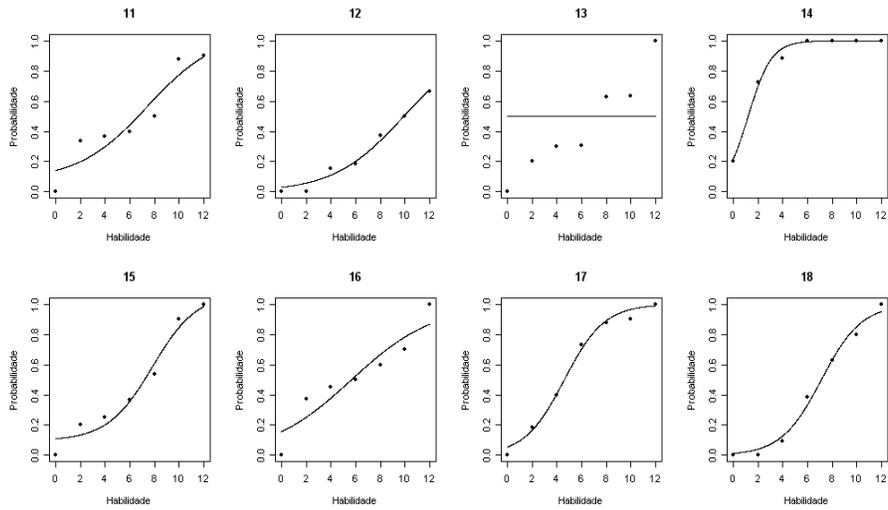


FIGURA 49B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Matemática

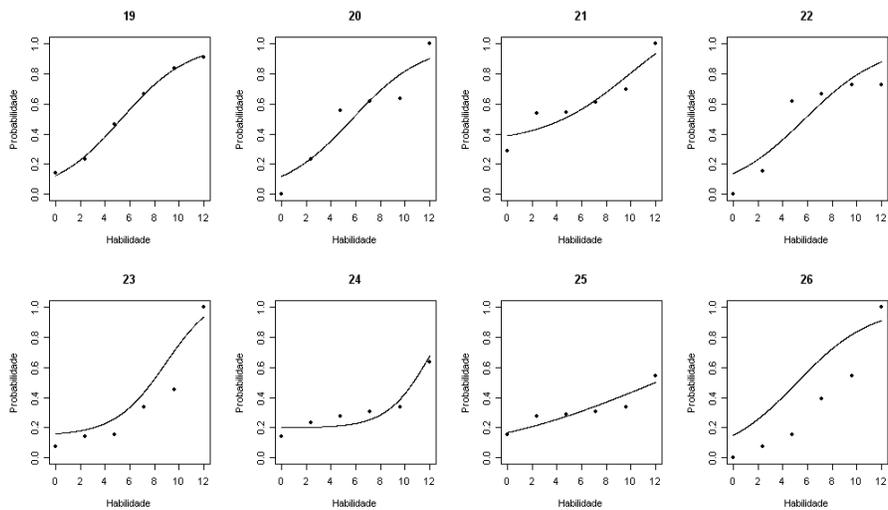


FIGURA 50B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Matemática

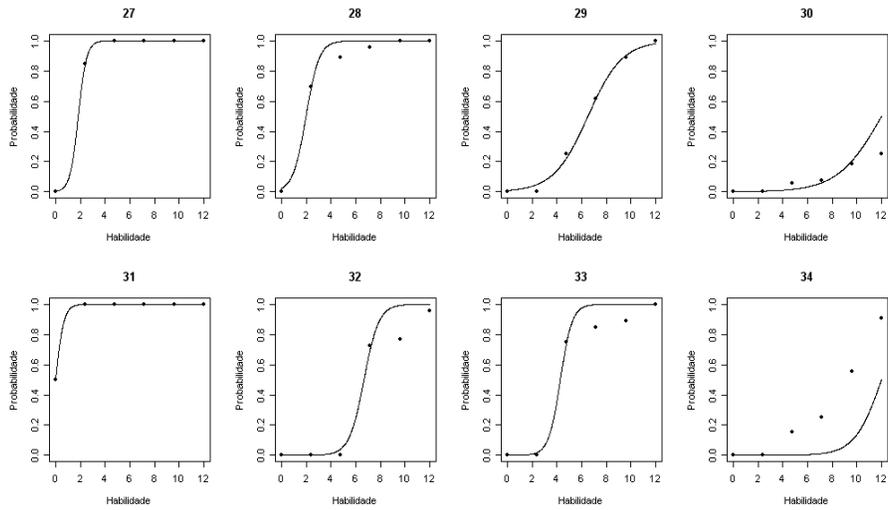


FIGURA 51B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Matemática

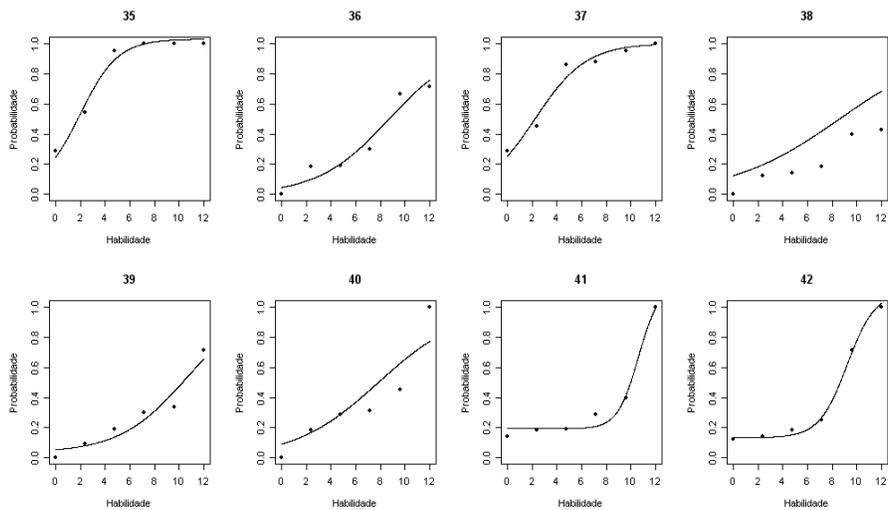


FIGURA 52B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Matemática

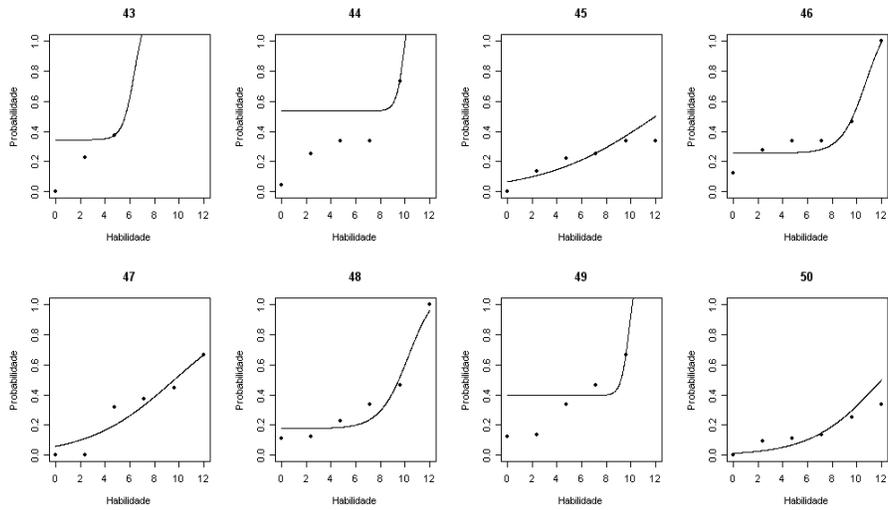


FIGURA 53B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Matemática

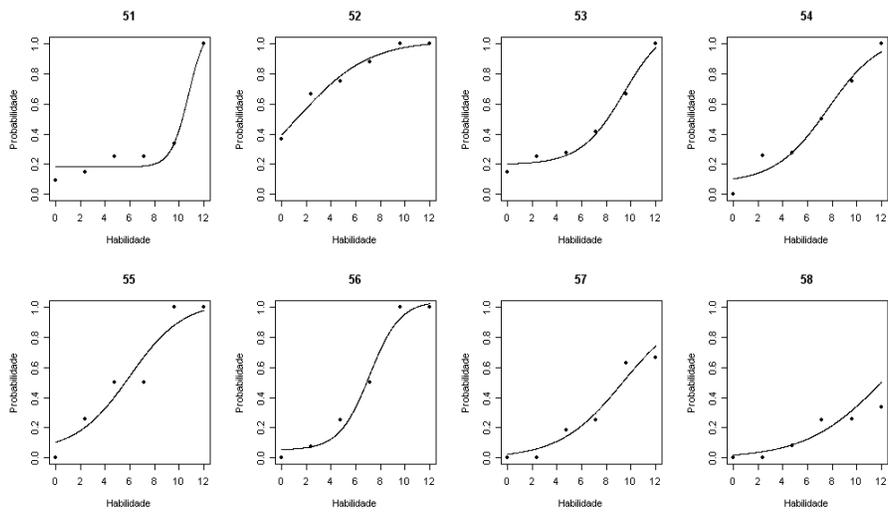


FIGURA 54B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Matemática

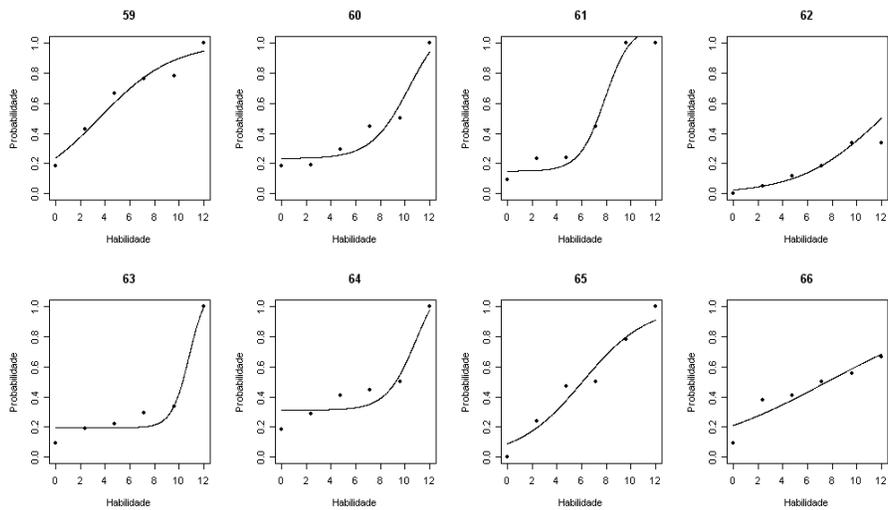


FIGURA 55B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Matemática

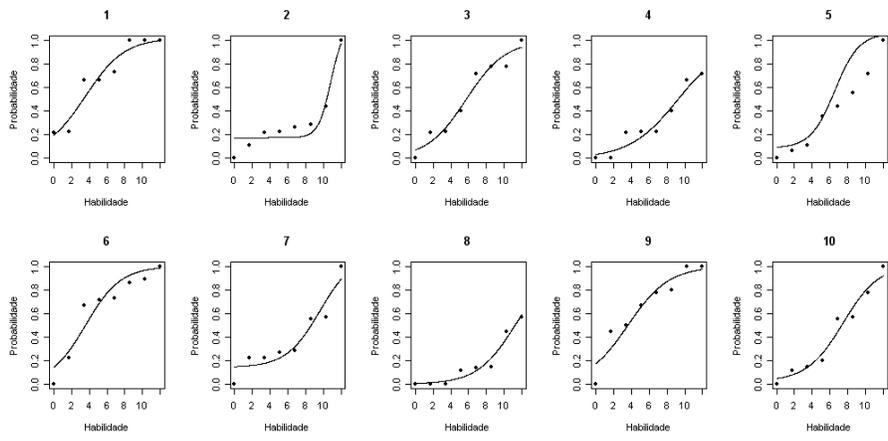


FIGURA 56B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Química

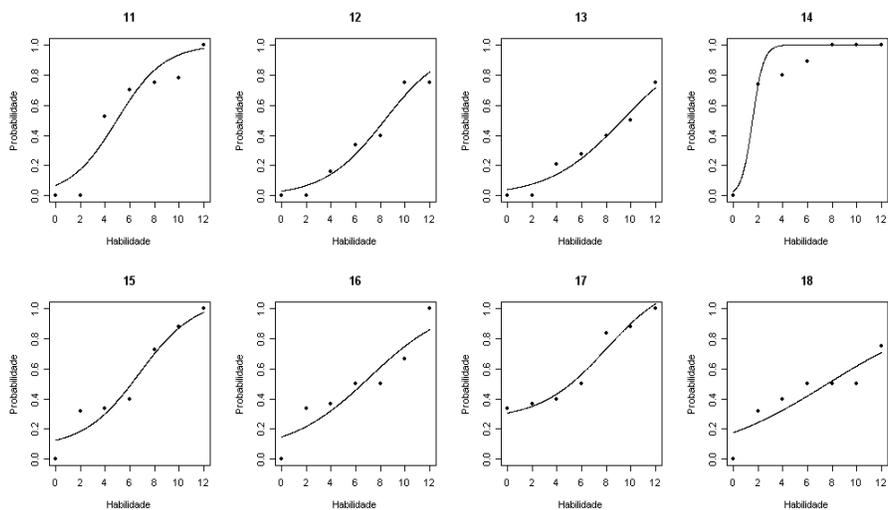


FIGURA 57B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Química

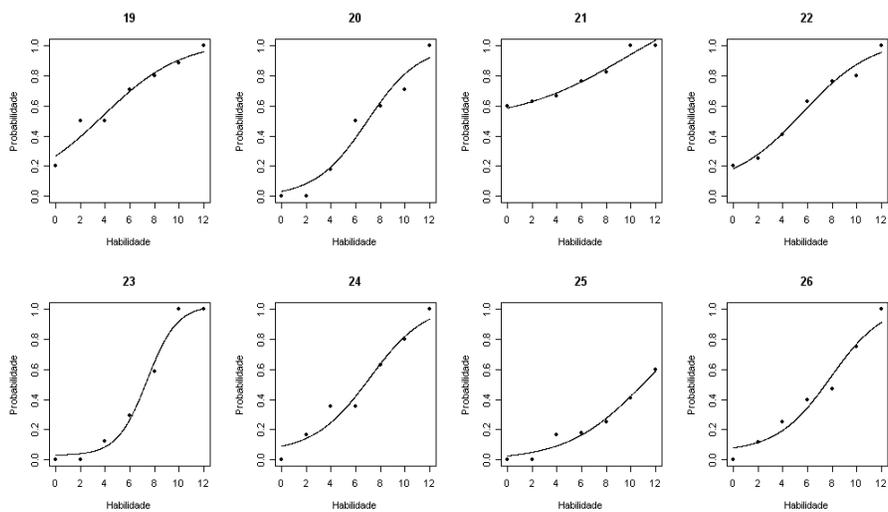


FIGURA 58B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Química

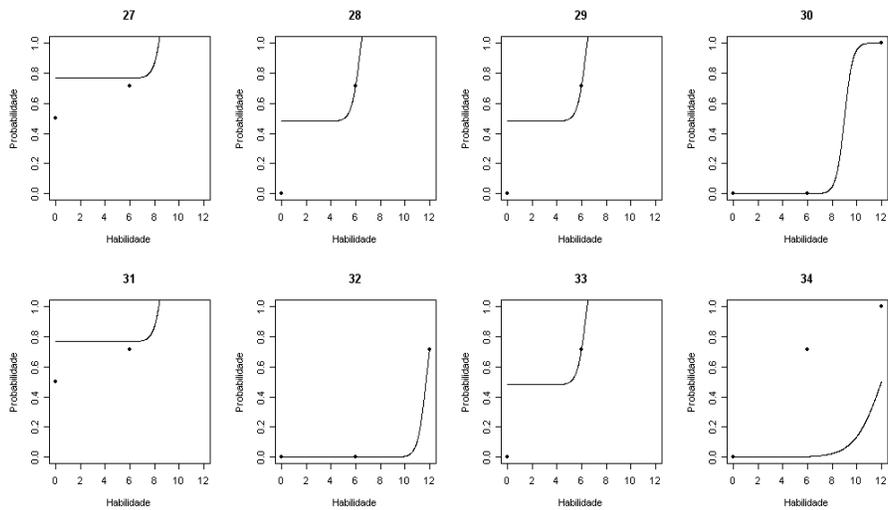


FIGURA 59B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Química

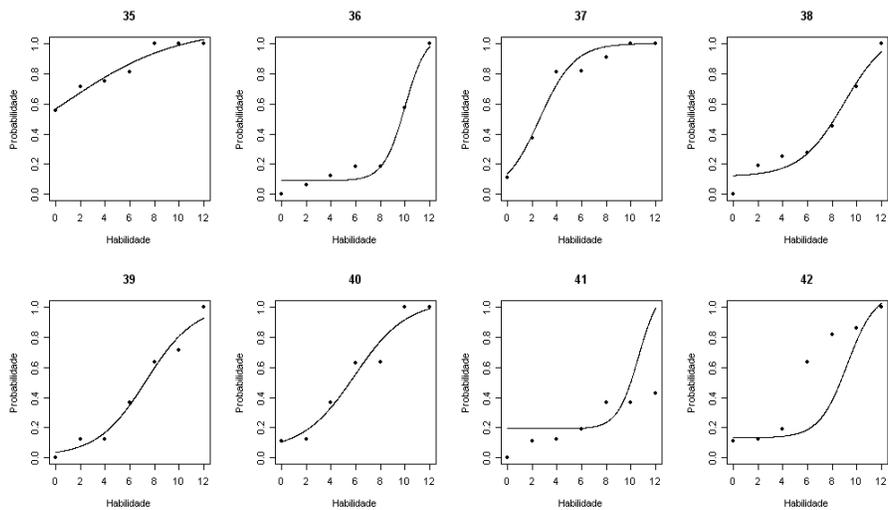


FIGURA 60B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Química

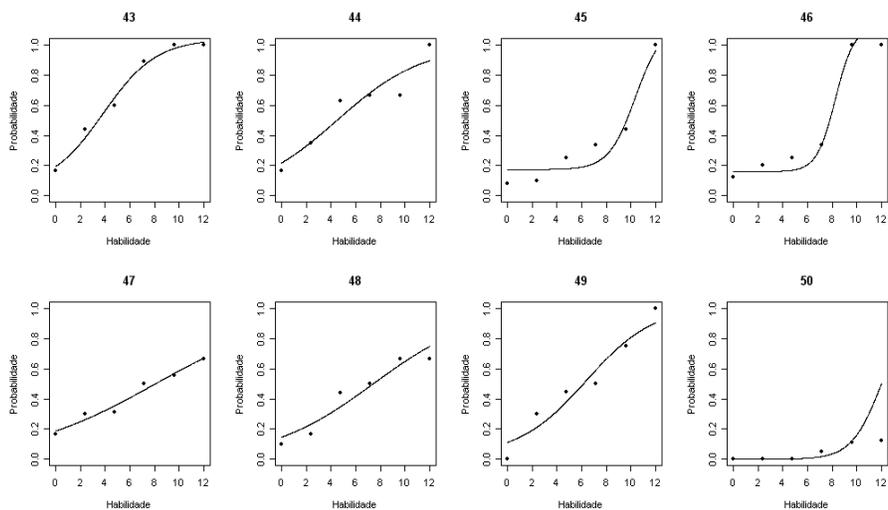


FIGURA 61B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Química

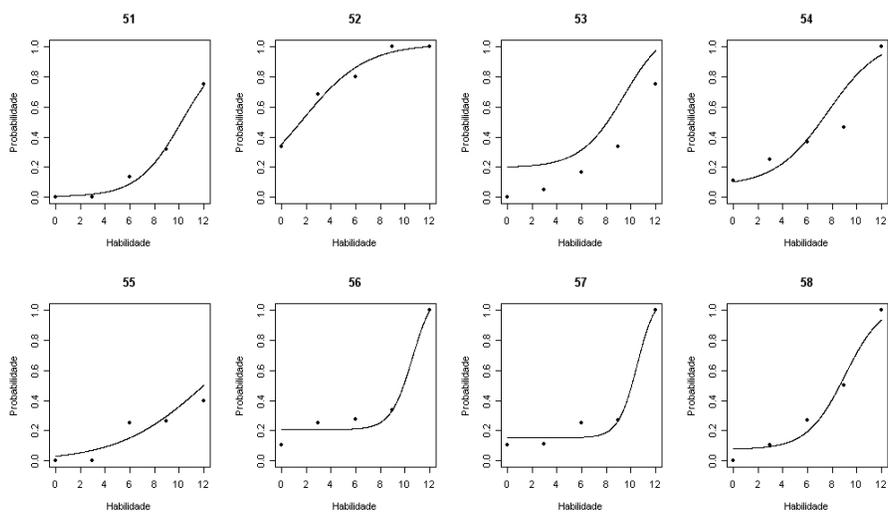


FIGURA 62B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Química

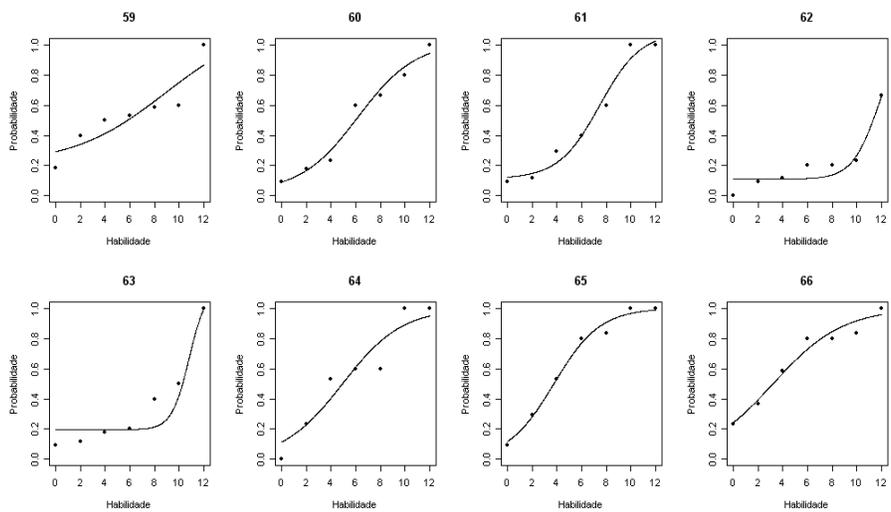


FIGURA 63B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Química

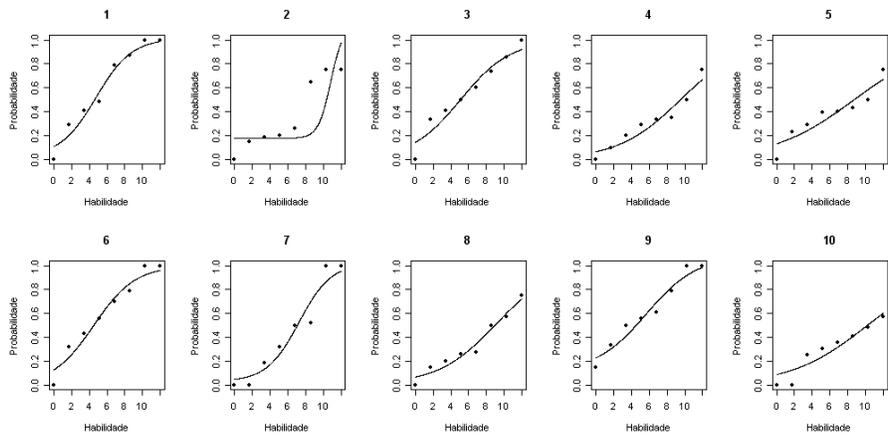


FIGURA 64B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Sis. de Informação

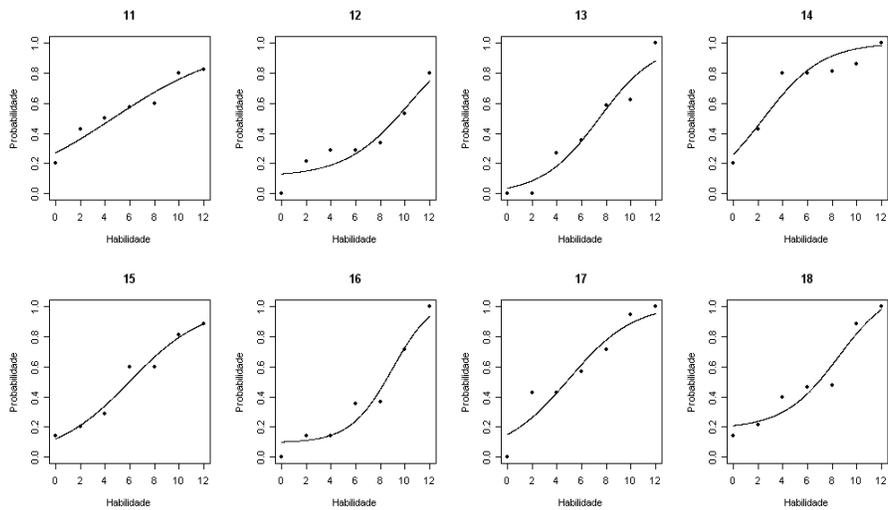


FIGURA 65B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Sis. de Informação

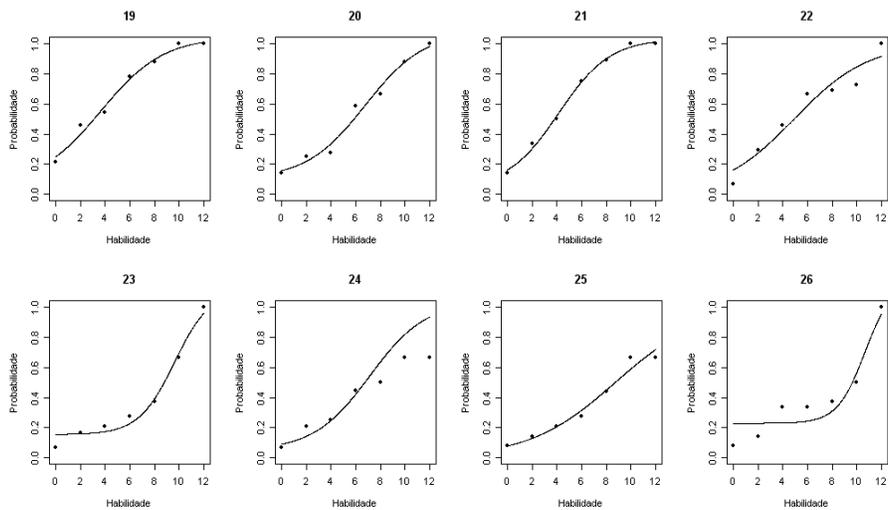


FIGURA 66B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Sis. de Informação

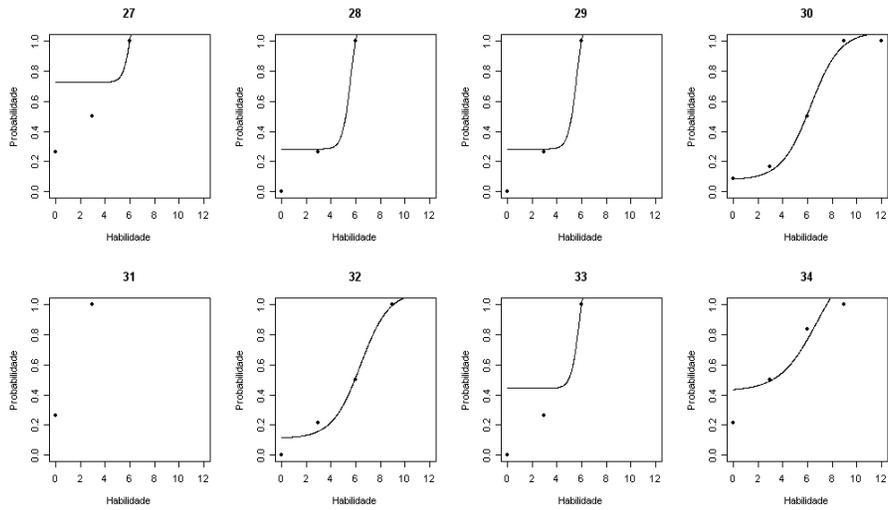


FIGURA 67B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Sis. de Informação

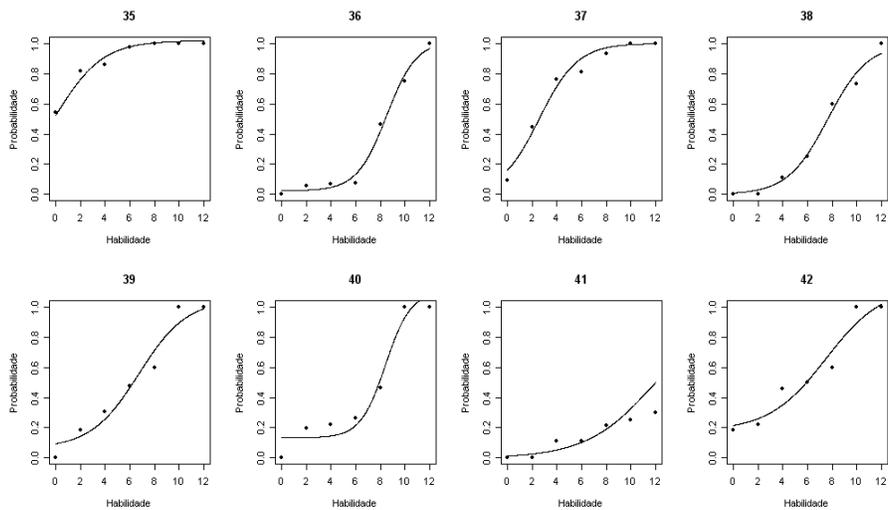


FIGURA 68B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Sis. de Informação

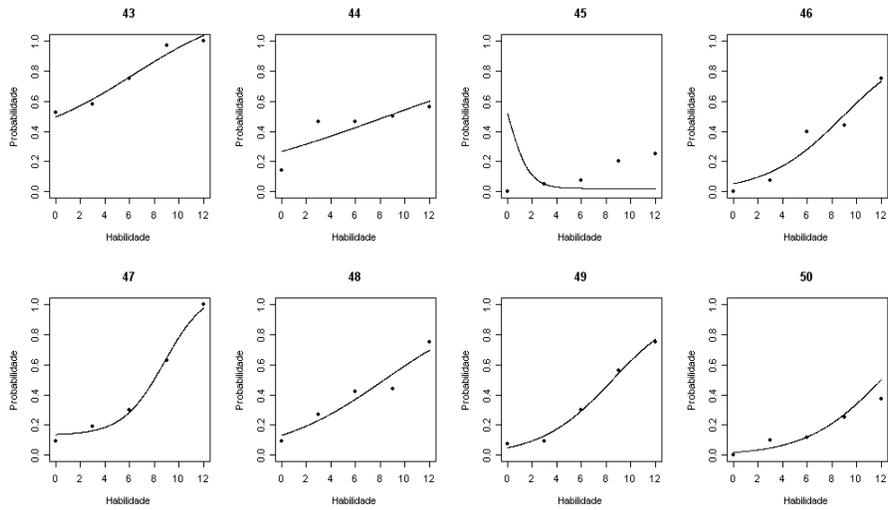


FIGURA 69B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Sis. de Informação

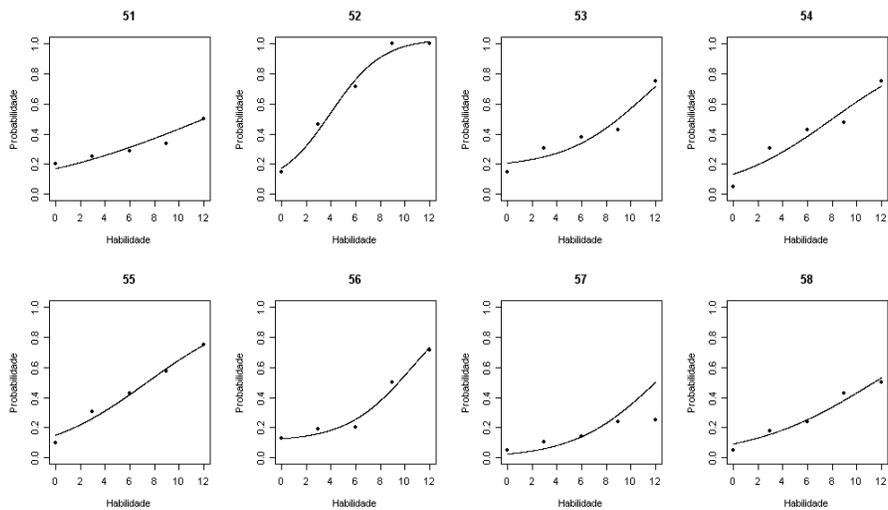


FIGURA 70B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Sis. de Informação

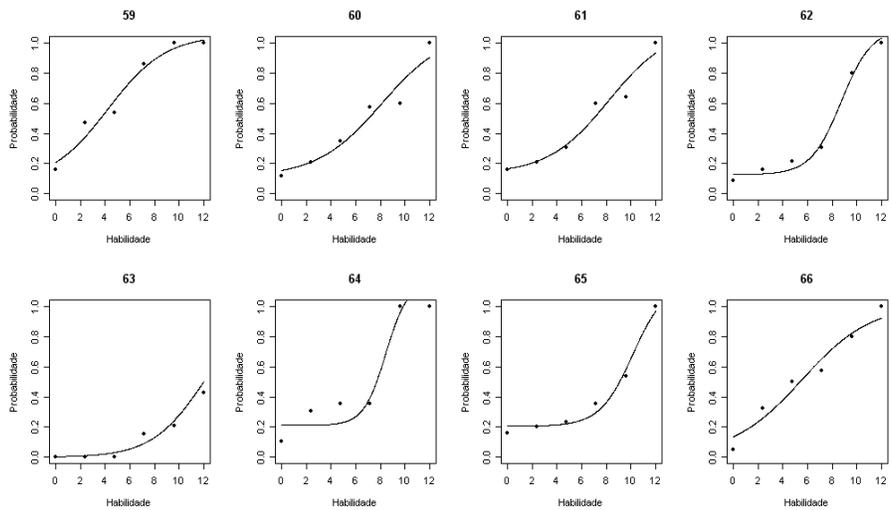


FIGURA 71B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Sis. de Informação

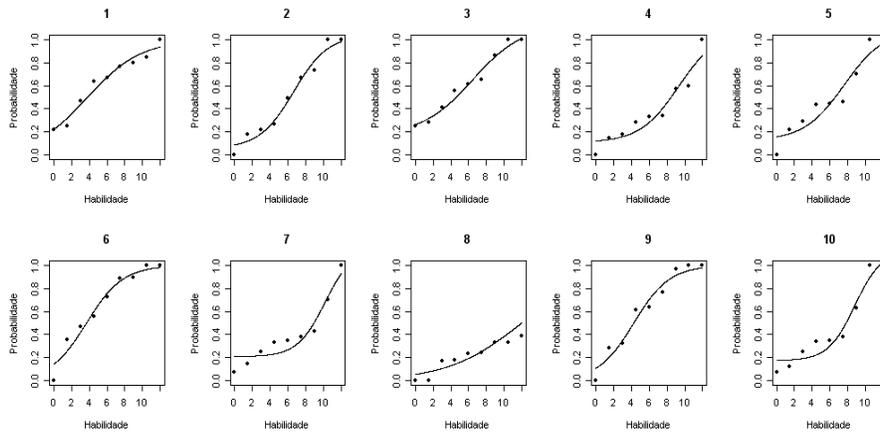


FIGURA 72B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Veterinária

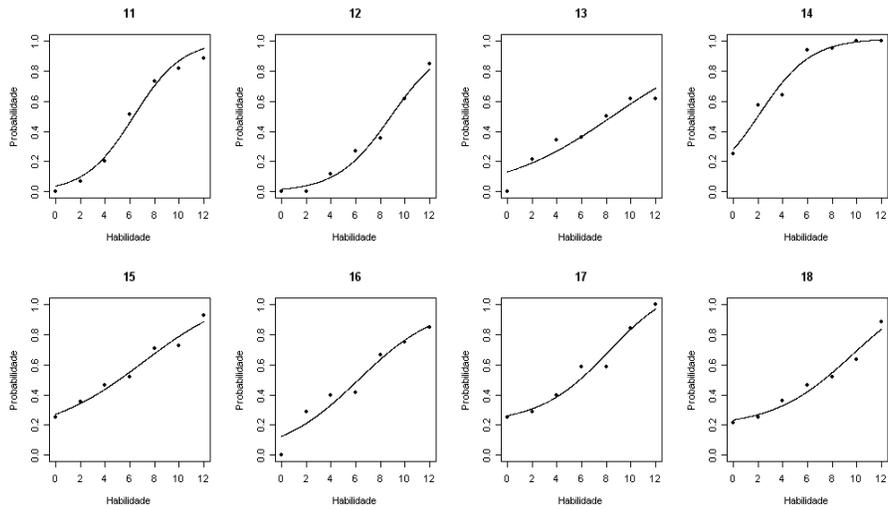


FIGURA 73B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Veterinária

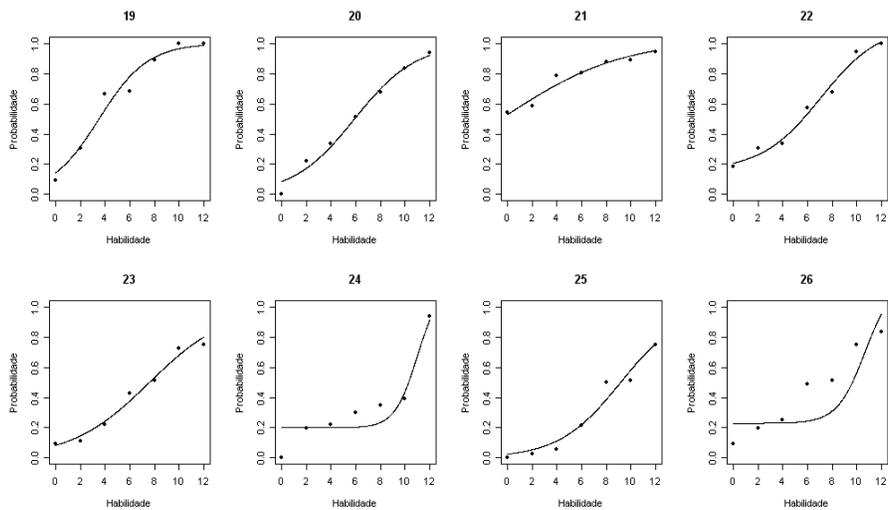


FIGURA 74B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Veterinária

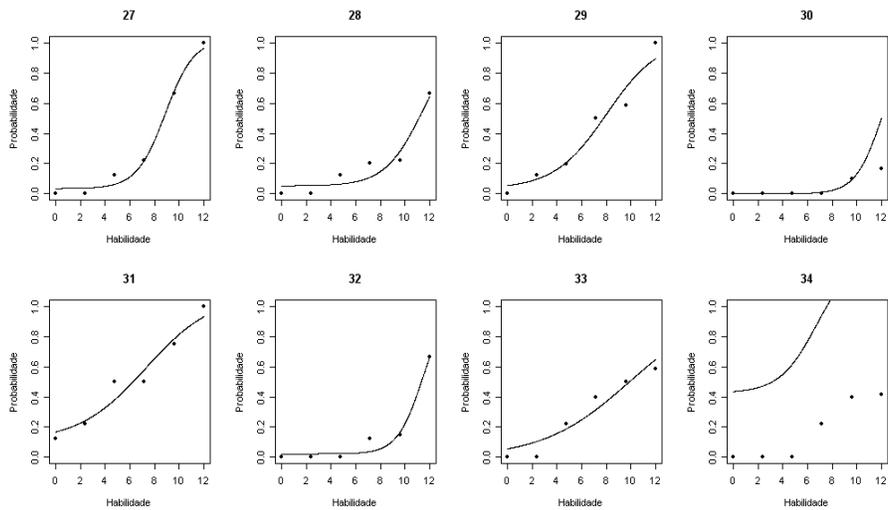


FIGURA 75B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Veterinária

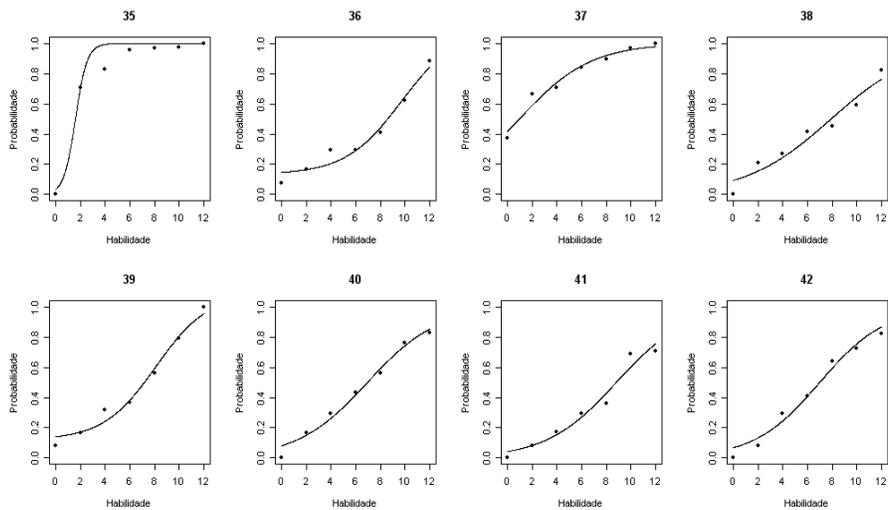


FIGURA 76B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Veterinária

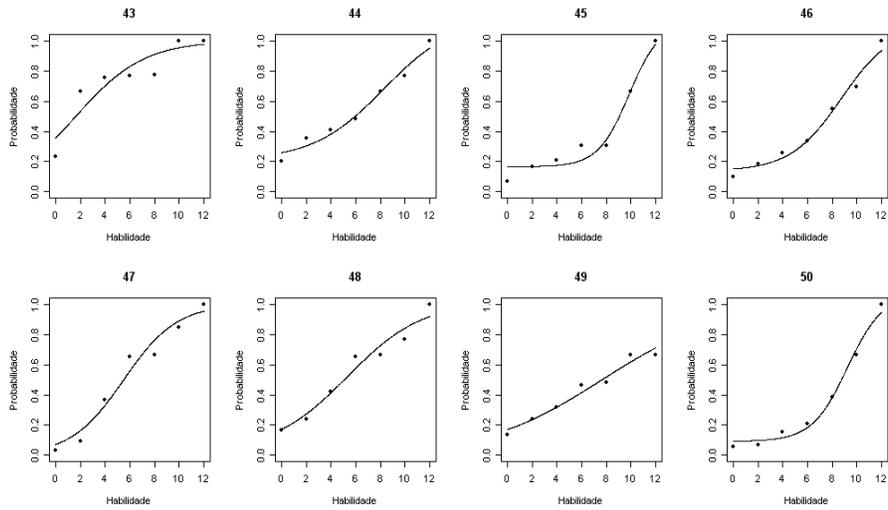


FIGURA 77B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Veterinária

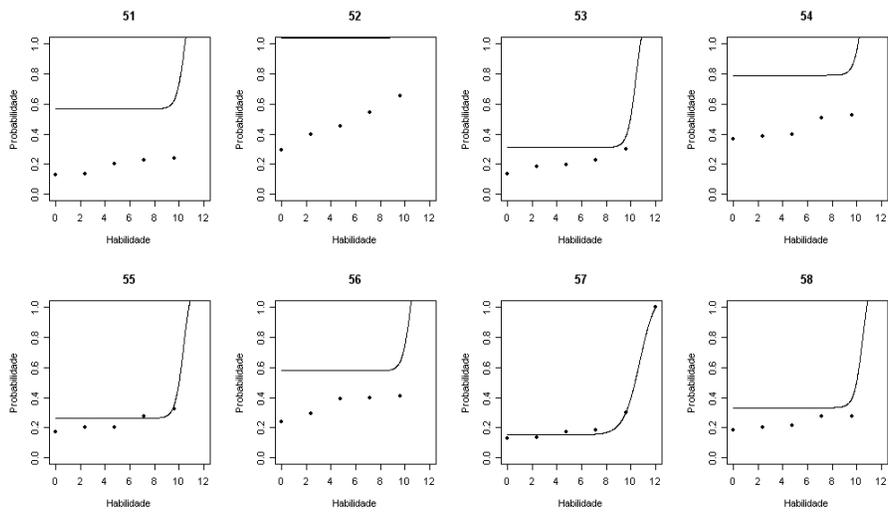


FIGURA 78B: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Veterinária

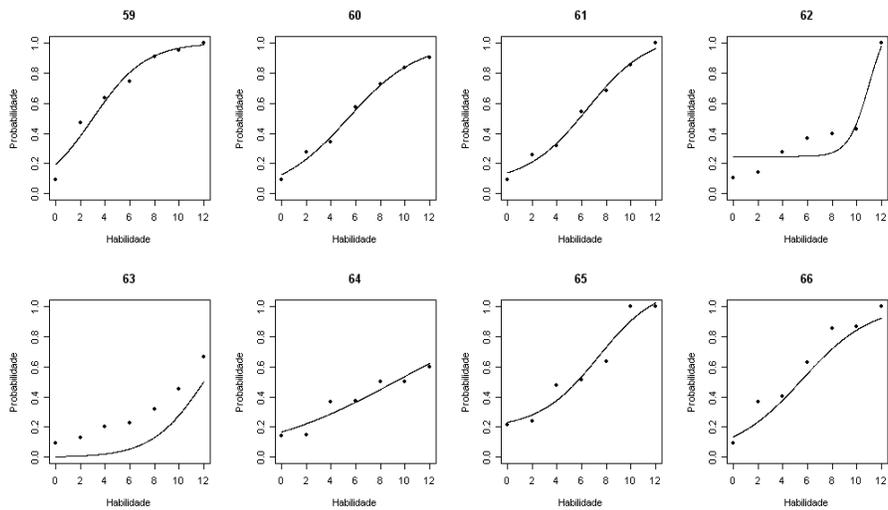


FIGURA 79B: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Veterinária

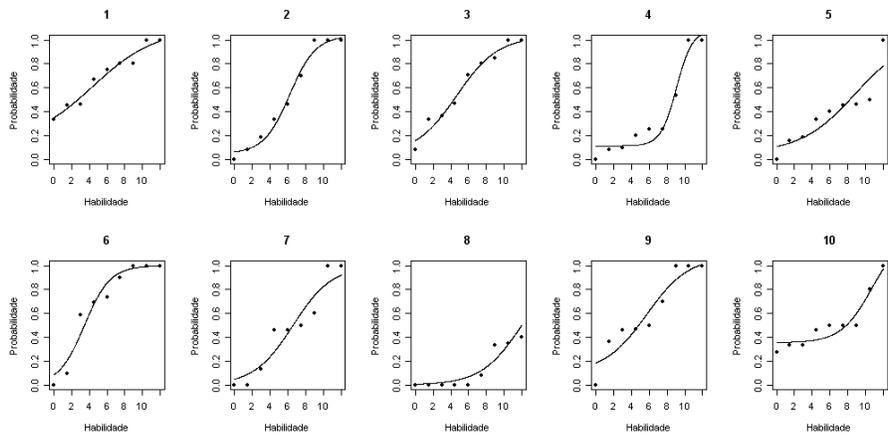


FIGURA 80B: Gráficos dos itens 01 a 10 de Português curso Zootecnia

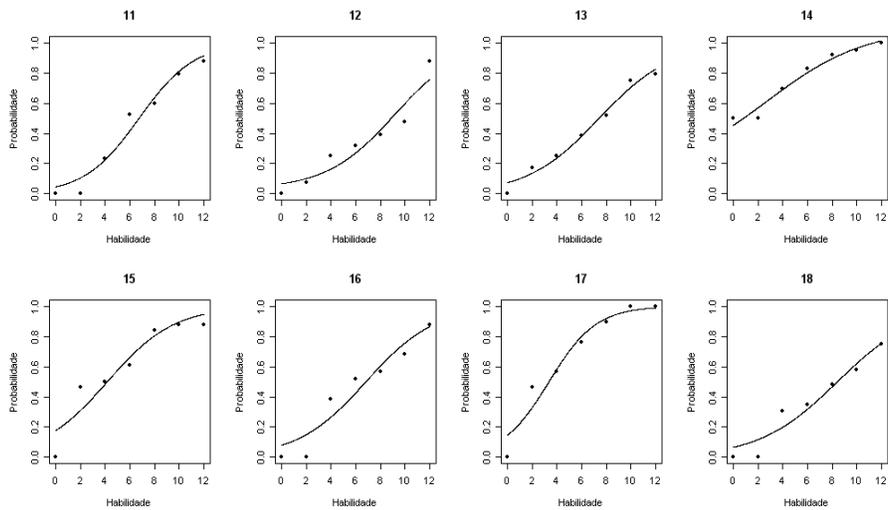


FIGURA 81B: Gráficos dos itens 11 a 18 de Geografia curso Zootecnia

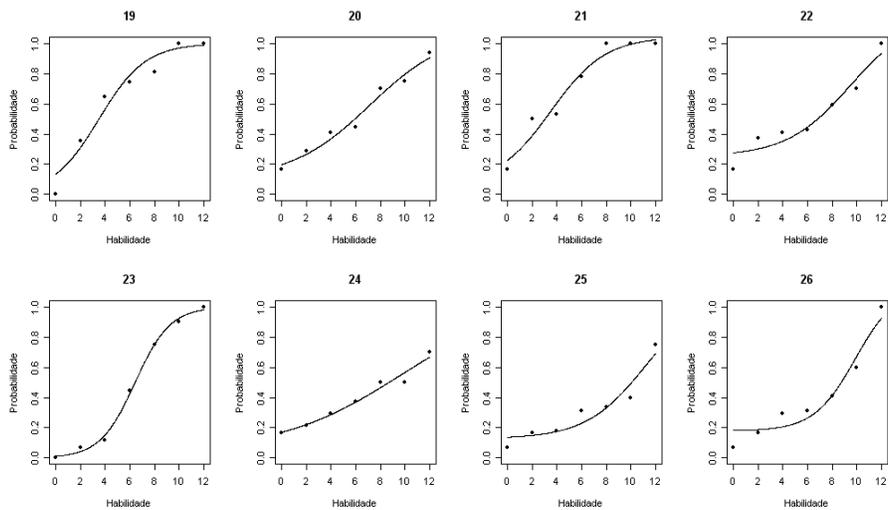


FIGURA 82B: Gráficos dos itens 19 a 26 de História curso Zootecnia

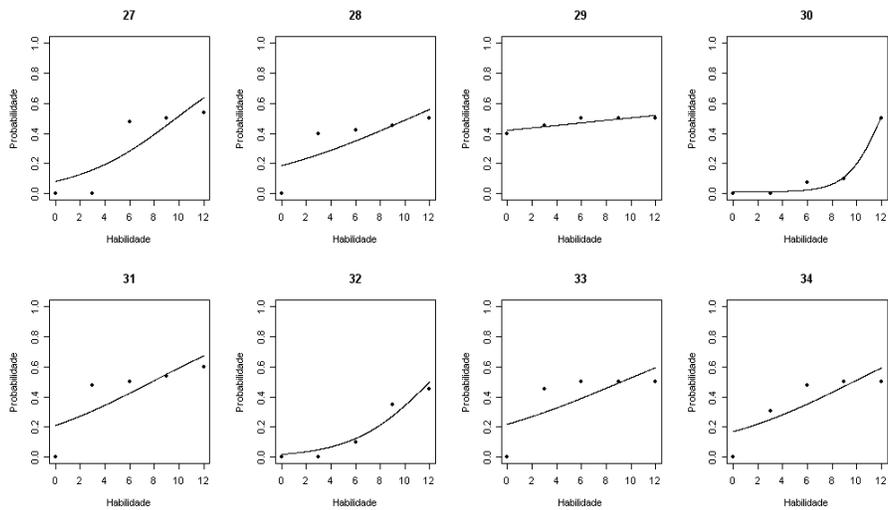


FIGURA 83B: Gráficos dos itens 27 a 34 de Espanhol curso Zootecnia

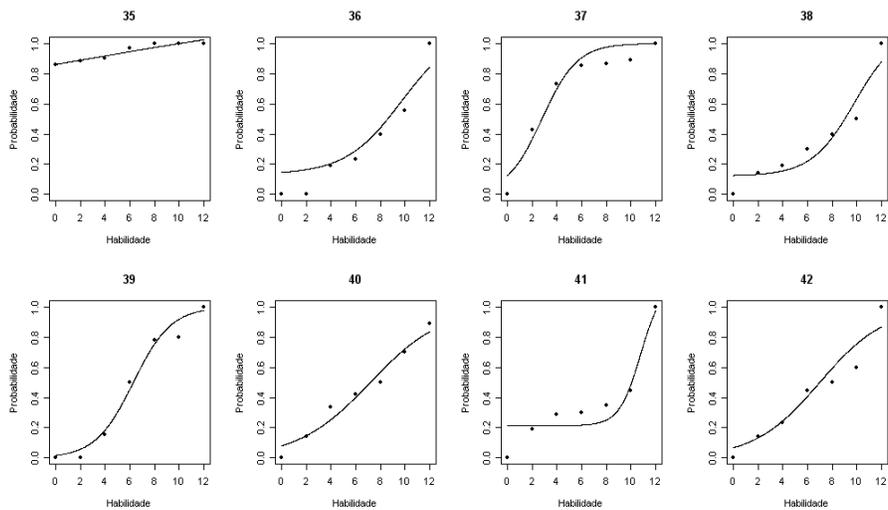


FIGURA 84B: Gráficos dos itens 35 a 42 de Biologia curso Zootecnia

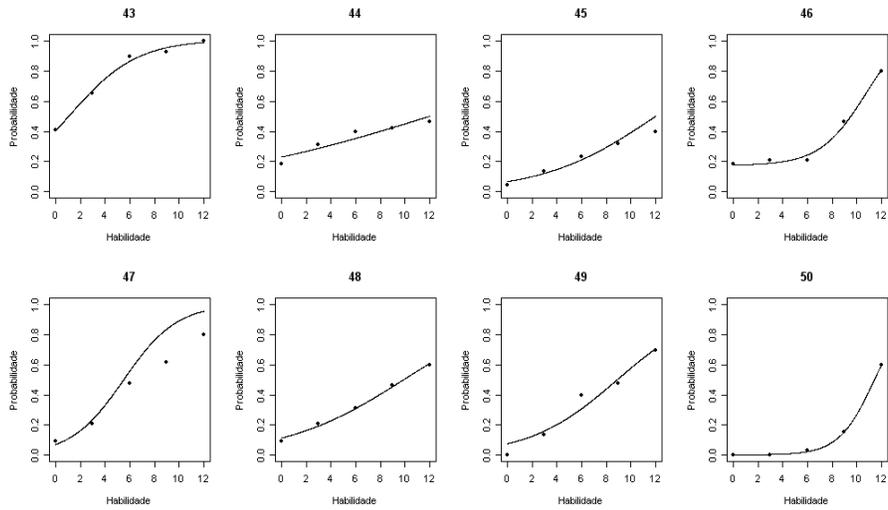


FIGURA 85B: Gráficos dos itens 43 a 50 de Física curso Zootecnia

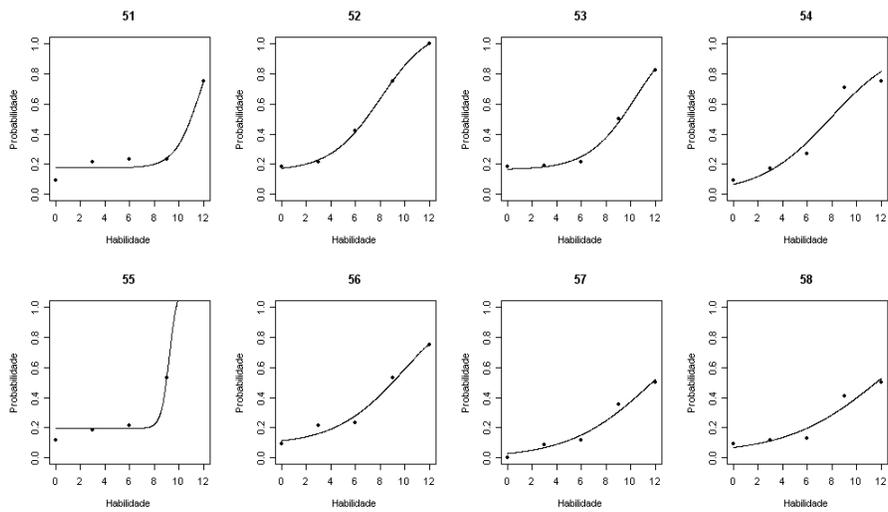


FIGURA 86: Gráficos dos itens 51 a 59 de Matemática curso Zootecnia

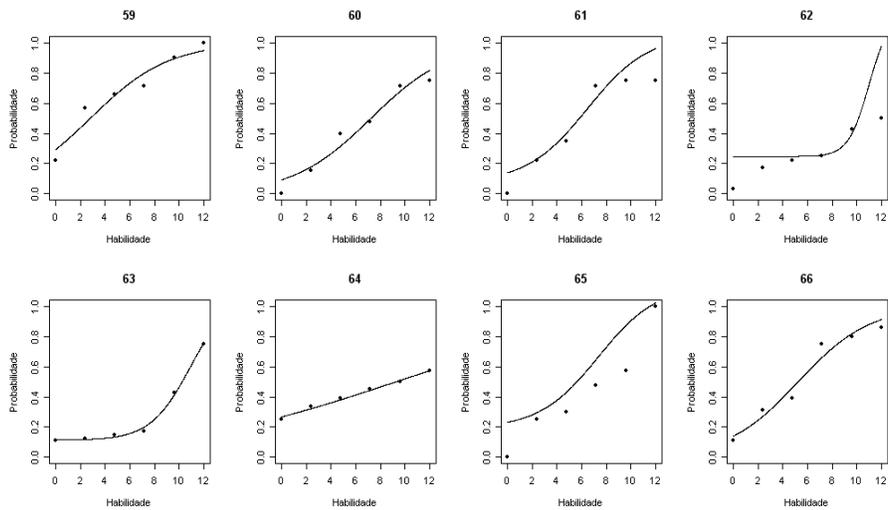


FIGURA 87: Gráficos dos itens 60 a 66 de Química curso Zootecnia

ANEXO C: Algoritmo utilizado para estimação dos parâmetros e construção de gráficos.

```
#Agrupamento sum.t<-apply(tab1,1,sum) for(i in 1:dim(tab1)[1])
if(sum.t[i]==0)tab1<-tab1[-i,];
sum.t<-sum.t[-i] for(i in 1:dim(tab1)[1]) if(sum.t[i]==8) tab1<-tab1[-i,];
sum.t<-sum.t[-i] # mudar, caso tenham N itens
J<-length(table(sum.t)) N<-dim(tab1)[2] tab3<-tab2<-matrix(0,(N-1),N)
for(i in 1:dim(tab1)[1]) for(j in 1:N) if(tab1[i,j]==1) tab2[sum.t[i],j]<-tab2[sum.t[i],j]+1
rownames(tab2)<-seq(1,7) #mudar, caso tenham N itens
z<-numeric(0) for(i in 1:dim(tab2)[1]) if(sum(tab2[i,])==0) z<-c(z,i) if (length(z)>0)
tab2<-tab2[-z,];tab3<-tab3[-z,]
for(i in 1:dim(tab2)[1]) for(j in 1:N) tab3[i,j]<-tab2[i,j]/table(sum.t)[i]
#Nuvem de pontos x<-seq(0,12,length.out=dim(tab2)[1])
xy<-data.frame(x,tab3)
colnames(xy)<-c('theta','it1','it2','it3','it4','it5','it6','it7','it8','it9','it10') Se quiser
ordenar... for(i in 1:8) xy[,i+1]<-sort(xy[,i+1])
Valores preditos e estimado g<-dim(xy)[1] esp<-matrix(0,g,N) par<-matrix(0,3,N)
rownames(par)<-c('a','b','c')
par(mfrow=c(2,4))
#Item 1:
mod1<-nls(formula=X1 (c/0.25+(1-c)*1/(1+exp(-a*(x - b)))),
data=xy, start=list(c=0.2,a=2,b=6), trace=TRUE, lower=c(0,-3,0), upper=c(1,3,12),
algorithm='port')
summary(mod1) par[3,1]<-summary(mod1)$coefficients[1,1]
par[1,1]<-summary(mod1)$coefficients[2,1]
par[2,1]<-summary(mod1)$coefficients[3,1]
```

```

plot(x,sort(tab3[,1]),ylim=c(0,1),main='59',xlab='Habilidade',ylab='Probabilidade',pch=19)
Se estiver ordenado x.log<-seq(0,12,by=0.01)
y.log<-par[3,1]/0.25+(1-par[3,1])*1/(1+exp(-par[1,1]*(x.log-par[2,1]))) f1<-function(t)
p.t<-par[3,1]/0.25+(1-par[3,1])*1/(1+exp(-par[1,1]*(t-par[2,1]))) p.t
points(x.log,y.log,type='l')
esp[,1]<-par[3,1]/0.25+(1-par[3,1])*1/(1+exp(-par[1,1]*(xy[,1]-par[2,1])))

```