

**PROPOSIÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS PARA
ESTIMAR O TAMANHO ÓTIMO DE PARCELAS
EXPERIMENTAIS**

PATRICIA FERREIRA PARANAIBA

2007

PATRICIA FERREIRA PARANAIBA

**PROPOSIÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS PARA ESTIMAR O
TAMANHO ÓTIMO DE PARCELAS EXPERIMENTAIS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de "Mestre".

Orientador: Prof. Dr. Augusto Ramalho de Morais

Co-orientador: Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira

LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL
2007

PATRICIA FERREIRA PARANAIBA

**PROPOSIÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS PARA ESTIMAR O
TAMANHO ÓTIMO DE PARCELAS EXPERIMENTAIS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de "Mestre".

APROVADA em 15 de fevereiro de 2007

Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira	UFLA
Prof. Dr. Paulo Roberto Cecon	UFV
Prof. Dr. Renato Ribeiro de Lima	UFLA

Prof. Dr. Augusto Ramalho de Moraes
UFLA
(Orientador)

**LAVRAS
MINAS GERAIS-BRASIL**

AGRADECIMENTOS

A minha mãe e irmãos, pelo apoio incondicional em todos os momentos, fazendo-se sempre presentes ao longo do curso.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), ao Departamento de Ciências Exatas (DEX) e em especial ao Programa de Pós-Graduação em Agronomia/Estatística e Experimentação Agropecuária, pelos conhecimentos.

Ao CNPq, pela bolsa de estudos.

A todos os professores do DEX pelos ensinamentos e amizade.

Às funcionárias do DEX, Maria, Josi, Edila e Selma, pela disponibilidade e colaboração durante o curso.

Aos amigos Amanda Neves, Anderson Castro, Claudiney Nunes, Graziela Dutra, Josiane Magalhães, Luciene Resende, Natascha Almeida, Patrícia Neves, Renata Rodrigues, Roberta Bessa e Verônica Yumi, pela amizade, companherismo e paciência no convívio diário.

Aos amigos de Ipatinga e Viçosa.

Aos colegas do curso.

A todos que, de alguma forma, contribuíram positivamente para a minha formação profissional e realização do presente trabalho, meu sincero agradecimento.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	i
LISTA DE FIGURAS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	vi
1 INTRODUÇÃO	1
2 REFERENCIAL TEÓRICO	3
2.1 Regressão não linear	3
2.1.1 Modelos não-lineares	3
2.1.1.1 Método do gradiente	7
2.1.1.2 Método de Newton	8
2.1.1.3 Método de Gauss-Newton	8
2.1.1.4 Método de Marquardt	9
2.1.2 Modelo segmentado	10
2.2 Métodos para estimar o tamanho da parcela experimental	11
2.2.1 Inspeção Visual da Curvatura Máxima	11
2.2.2 Método empírico de Smith	14
2.2.3 Método da Curvatura Máxima	14
3 METODOLOGIA	21
3.1 Modelo Linear Segmentado com Platô	21
3.2 Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação	22
3.3 Inspeção Visual da Curvatura Máxima	22
3.4 Método da Curvatura Máxima	23
3.5 Exemplos reais	23
3.5.1 Ensaio em branco com arroz	23

3.5.2 Ensaio em branco com trigo	24
3.5.3 Ensaio em branco com mandioca	25
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	26
4.1 Modelo Linear Segmentado com Platô	26
4.2 Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação	27
4.3 Ensaio em branco com arroz	29
4.3.1 Tamanho da parcela pelo método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima	29
4.3.2 Tamanho da parcela pelo Método da Curvatura Máxima	31
4.3.3 Tamanho da parcela pelo Modelo Linear Segmentado com Platô	34
4.3.4 Tamanho da parcela pelo método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação	35
4.4 Ensaio em branco com trigo para a variedade Aliança	37
4.4.1 Tamanho da parcela pelo método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima	37
4.4.2 Tamanho da parcela pelo Método da Curvatura Máxima	38
4.4.3 Tamanho da parcela pelo Modelo Linear Segmentado com Platô	39
4.4.4 Tamanho da parcela pelo método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação	40
4.5 Comparações entre os métodos	40
4.6 Tamanhos ótimos de parcelas estimados	43
5 CONCLUSÃO	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48
ANEXOS	52

LISTA DE TABELAS

3.1	Produções de grãos (g/m^2) de arroz, variedade <i>IR – 8</i> , de um ensaio em branco.	24
4.1	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para o ensaio com arroz. .	30
4.2	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas (UEB), coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Aliança.	37
4.3	Coefficiente de autocorrelação espacial de primeira ordem (ρ) e tamanho ótimo de parcela (X_o) para a variedade Aliança.	40
4.4	Coefficiente de determinação (R^2) e coeficiente de variação no ponto corresponde ao platô (CVP) para o Modelo Linear Segmentado com Platô (MLSP), coeficiente de determinação (R^2), estimativas dos parâmetros da função $CV(X) = A/X^B$ e coeficiente de variação no ponto X_{MC} ($CV_{(X_{MC})}$) para o Método da Curvatura Máxima (MCM).	42
4.5	Tamanho estimado da parcela (UEB), para os ensaios com arroz, trigo e mandioca, respectivamente, pelos métodos de Inspeção Visual da Curvatura Máxima (IVCM), da Curvatura Máxima (MCM), Modelo Linear Segmentado com Platô (MLSP), da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação (CMCV), considerando $\rho = 0$. .	44

1.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade IAC 350.	55
2.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade IAC 289.	56
3.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade BRS 207.	57
4.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Platinão-RT.	58
5.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Platinão-PPA.	58
6.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Cramuquém-RT.	59
7.A	Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Cramuquém-PPA.	59

LISTA DE FIGURAS

2.1	Croqui de um ensaio em branco.	12
2.2	Relação gráfica entre o coeficiente de variação e as X unidades básicas.	13
2.3	Representação da curva.	16
2.4	Representação da curva.	17
4.1	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.	31
4.2	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.	32
4.3	Relação entre curvatura e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.	33
4.4	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.	34
4.5	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.	35
4.6	Relação entre curvatura e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.	36
4.7	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a variedade Aliança.	38
4.8	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a variedade Aliança.	39
1.B	Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade IAC-350.	60

2.B	Relação entre coeficiente de variação (<i>CV</i>) e tamanho de parcela (<i>X</i>), para a variedade IAC-289.	60
3.B	Relação entre coeficiente de variação (<i>CV</i>) e tamanho de parcela (<i>X</i>), para a variedade BRS-207.	61
4.B	Relação entre coeficiente de variação (<i>CV</i>) e tamanho de parcela (<i>X</i>), para a variedade Platinão-RT.	61
5.B	Relação entre coeficiente de variação (<i>CV</i>) e tamanho de parcela (<i>X</i>), para a variedade Platinão-PPA.	62
6.B	Relação entre coeficiente de variação (<i>CV</i>) e tamanho de parcela (<i>X</i>), para a variedade Cramuquém-RT.	62
7.B	Relação entre coeficiente de variação (<i>CV</i>) e tamanho de parcela (<i>X</i>), para a variedade Cramuquém-PPA.	63

RESUMO

PARANAÍBA, Patrícia Ferreira. **Proposição e avaliação de métodos para estimar o tamanho ótimo de parcelas experimentais**. 2007. 63 p. (Dissertação-Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária). Universidade Federal de Lavras, Lavras MG. *

O tamanho da parcela experimental deve ser adequadamente determinado para que se possa reduzir o erro experimental e aumentar a precisão experimental. Embora a maioria dos métodos para estimar o tamanho ótimo de parcelas apresente resultados adequados, alguns trabalhos apresentam resultados insatisfatórios. Por esta razão, o objetivo deste trabalho foi propor e avaliar dois novos métodos para a determinação do tamanho ótimo de parcelas: o método do Modelo Linear Segmentado com Platô, que utiliza a técnica platô de resposta a modelos que possuam mínimo e o método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação, que se baseia somente no coeficiente de autocorrelação espacial de primeira ordem, variância amostral e média amostral das parcelas de ensaios de uniformidade. Esses novos métodos foram comparados com o método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima e o Método da Curvatura Máxima, utilizando ensaios em branco com arroz, trigo e mandioca. Verificou-se que os novos métodos podem ser utilizados na determinação do tamanho ótimo de parcelas experimentais. Os tamanhos ótimos de parcelas não apresentaram grande variação em razão dos métodos utilizados, com exceção do método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima.

*Comitê orientador: Augusto Ramalho de Moraes - UFLA (Orientador), Daniel Furtado Ferreira - UFLA (Co-orientador).

ABSTRACT

PARANAÍBA, Patrícia Ferreira. **Proposal and evaluation of methods for estimating the optimum size of experimental parcels.** 2007. 63 p.(Master Dissertation in Statistics and Agricultural Experimentation). Federal University of Lavras, Lavras MG. *

The size of the experimental parcel must suitably determined in order to reduce the experimental error and increase the experimental precision. Although most of the estimation methods for optimum parcel size can be considered appropriate, some of them present unsatisfactory results. For that reason, the main objective of this work is to propose and evaluate two new methods for determining the optimum parcels size: the Segmented Linear Model with Plateau method, which uses the plateau technique of reply to models that contain minimum; and the Coefficient of Variation Maximum Bending method, that is based only on the autocorrelation coefficient, obtained by a first-order system of neighboring sample variance and sample mean of the uniformity assays parcels. Both new methods have been compared with the Maximum Bending Visual Inspection method and the Maximum Bending method, using blank assays with rice, wheat and cassava. It was verified that the new methods can be used in the determination of optimum experimental parcels size. The estimated optimum parcel sizes did not variate much along the methods, except for the Maximum Bending Visual Inspection method.

*Guidance committee: Augusto Ramalho de Moraes - UFLA (Major Professor), Daniel Furtado Ferreira - UFLA (Co-adviser).

1 INTRODUÇÃO

Em qualquer planejamento de experimentos, é necessário que o pesquisador defina adequadamente o que constituirá a unidade experimental ou parcela, visando aumentar a eficiência do experimento, mediante a redução do erro experimental.

O erro experimental, que consiste na variância existente entre unidades experimentais que receberam o mesmo tratamento, é estimado mediante a aplicação da repetição, um dos princípios da experimentação.

O uso de parcelas grandes tem sido associado à adoção de poucas repetições, representando um risco para a precisão experimental. Teoricamente, quanto maior o número de repetições, maior é a precisão, uma vez que o aumento do número de graus de liberdade do resíduo assegura estimativas fidedignas dos efeitos dos tratamentos.

Embora se considere que quanto maior o tamanho da parcela, menor o erro experimental e, conseqüentemente, maior a precisão do experimento, essa relação não é linear. O aumento no tamanho da parcela, inicialmente, leva a uma diminuição do erro experimental até um determinado ponto, a partir do qual o ganho com precisão é muito pequeno. Por isso, a importância de métodos de determinação do tamanho ótimo de parcelas. Na literatura, existem vários métodos, dentre os quais os mais utilizados são: método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima e Método da Curvatura Máxima. Cada método tem um artifício para determinar o ponto, a partir do qual o ganho em precisão é muito pequeno.

Muitos pesquisadores têm encontrado resultados insatisfatórios para o tamanho ótimo de parcelas. No Método da Curvatura Máxima, têm sido obtidos tamanhos muito pequenos de parcelas. Na Inspeção Visual da Curvatura Máxima,

além do julgamento ser subjetivo, os tamanhos de parcelas encontrados são muito grandes.

Por essas razões, o presente trabalho teve por objetivo propôr dois novos métodos de determinação do tamanho ótimo de parcelas experimentais: Modelo Linear Segmentado com Platô e Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação, que foram comparados com os métodos de Inspeção Visual da Curvatura Máxima e Método da Curvatura Máxima, utilizando exemplos reais com arroz, trigo e mandioca.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Regressão não linear

2.1.1 Modelos não-lineares

Avaliar uma possível relação entre uma variável dependente e uma variável independente é uma tarefa comum em análises estatísticas e pode ser feita por meio dos modelos de regressão, os quais se dividem em duas classes distintas: os lineares e os não-lineares.

Em uma regressão não-linear, respostas univariadas Y_j obedecem ao modelo:

$$Y_j = F_j(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{Z}_j) + \epsilon_j,$$

para $j = 1, 2, \dots, n$, sendo que a função $F_j(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{Z}_j)$ tem forma funcional conhecida, \mathbf{Z}_j é um vetor de variáveis regressoras, $\boldsymbol{\beta}$ é um vetor de parâmetros m dimensional desconhecido e ϵ_j representa o erro experimental.

Draper & Smith (1998) classificam os modelos como:

A) modelos lineares: aqueles que as derivadas parciais não são funções dos parâmetros, isto é:

$$\frac{\partial}{\partial \beta_k} F_j(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{Z}) = g(Z), \text{ com } j = 1, 2, \dots, n \text{ e } k = 1, 2, \dots, m$$

em que n é o número de observações e m o número de parâmetros do modelo;

B) modelos linearizáveis: aqueles que podem ser transformados em lineares por meio de alguma transformação. Tem-se o modelo:

$$Y = \beta^Z e$$

no qual o erro é dito multiplicativo. Aplicando-se logaritmo à igualdade, tem-se:

$$\begin{aligned} \ln Y &= \ln(\beta^Z e) \\ &= \ln(\beta^Z) + \ln(e) \\ &= Z \ln(\beta) + \ln(e). \end{aligned}$$

Sendo $X = \ln(Y)$; $b = \ln(\beta)$; $\epsilon = \ln(e)$, o modelo fica:

$$X = bZ + \epsilon,$$

que é um modelo linear, pois

$$\frac{\partial F(\beta, \mathbf{Z})}{\partial b} = Z = g(Z).$$

Logo, o modelo é dito linearizável;

C) modelos não-lineares: aqueles que não se enquadram nos casos A e B.

Considera-se o modelo:

$$Y = \beta^Z + \epsilon$$

no qual o erro é dito aditivo e não existe transformação capaz de tornar o modelo linear. Verifica-se que as derivadas parciais são funções dos parâmetros:

$$\frac{\partial F(\beta, \mathbf{Z})}{\partial \beta} = Z\beta^{Z-1} = g(Z, \beta),$$

portanto, o modelo é dito não-linear.

Seja o modelo não-linear F definido de forma geral para o vetor de parâmetros $\beta = (\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_m)'$ e para o vetor de variáveis regressoras da j-ésima unidade amostral $\mathbf{Z}_j' = (Z_{1j} \ Z_{2j} \ \dots \ Z_{pj})$, temos:

$$Y_j = F_j(\beta, \mathbf{Z}_j) + \epsilon_j,$$

em que $E(\epsilon_j) = 0$, $Var(\epsilon_j) = \sigma^2$ e $\epsilon_j \sim N(0, \sigma^2)$. Este modelo pode ser escrito na forma matricial por :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\beta, \mathbf{Z}) + \epsilon,$$

$$\text{no qual } \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{Z}) = \begin{pmatrix} F(\beta_1, Z_1) \\ F(\beta_2, Z_2) \\ \vdots \\ F(\beta_n, Z_n) \end{pmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{pmatrix},$$

em que pode-se expressar o vetor do modelo $\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})$ simplesmente por \mathbf{F} .

Um dos métodos utilizados para estimar os parâmetros baseia-se na minimização da soma de quadrados dos resíduos $L(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\epsilon}'\boldsymbol{\epsilon}$. Assim, substituindo-se $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{F}$ (derivando em relação a $\boldsymbol{\beta}$), tem-se:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}) &= \boldsymbol{\epsilon}'\boldsymbol{\epsilon} \\ &= (\mathbf{Y} - \mathbf{F})'(\mathbf{Y} - \mathbf{F}) \\ &= (\mathbf{Y}' - \mathbf{F}')(\mathbf{Y} - \mathbf{F}) \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{F} - \mathbf{F}'\mathbf{Y} + \mathbf{F}'\mathbf{F} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'\mathbf{F} + \mathbf{F}'\mathbf{F}. \\ \frac{\partial L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{-\partial 2\mathbf{Y}'\mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\beta}} + \frac{\partial \mathbf{F}'\mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\beta}}, \end{aligned}$$

em que,

$$\frac{-\partial 2\mathbf{Y}'\mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{-\partial 2\mathbf{Y}'\mathbf{F}}{\partial \mathbf{F}} \times \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{Y}'X,$$

sendo $X = \partial \mathbf{F} / \partial \boldsymbol{\beta}$ a matriz de derivadas parciais, tal que cada coluna é formada pela derivada da função linear em relação aos parâmetros.

Também pode-se simplificar $\partial \mathbf{F}'\mathbf{F} / \partial \boldsymbol{\beta}$, obtendo-se:

$$\frac{\partial \mathbf{F}'\mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial \mathbf{F}'\mathbf{F}}{\partial \mathbf{F}} \times \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 2\mathbf{F}'X.$$

Logo,

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{Y}'X + 2\mathbf{F}'X.$$

Igualando-se a zero a primeira derivada e considerando que as matrizes \mathbf{F} e X são simétricas, obtêm-se as equações normais para os modelos não-lineares:

$$\begin{aligned} -2\mathbf{Y}'X + 2\mathbf{F}'X &= 0 \\ X'\mathbf{F} &= X'\mathbf{Y}. \end{aligned}$$

Como \mathbf{F} e X são funções de β , o sistema de equações normais não apresenta uma solução explícita para $\widehat{\beta}$, que é obtida por processos iterativos. Para isso, precisa-se de um valor inicial para o vetor de parâmetros, que deve ser melhorado continuamente até que a soma de quadrados dos resíduos seja minimizada.

Seja β_0 esse valor inicial. Para o valor no k -ésimo passo do processo iterativo do vetor de parâmetros, deve-se calcular a matriz X e estimar-se o vetor de resíduos dado por $\epsilon = \mathbf{Y} - \mathbf{F}(\beta_k)$, no ponto inicial ($k = 0$). Neste caso, se $SQE(\beta_k) = \epsilon' \epsilon$ for a soma de quadrados dos resíduos avaliada na k -ésima iteração, então X e \mathbf{Y} são usados para calcular um vetor Δ de tal forma que

$$SQE(\beta_k + \lambda\Delta) < SQE(\beta_k)$$

para uma constante λ qualquer, espera-se que $\widehat{\beta_k + \lambda\Delta}$ seja melhor do que $\widehat{\beta_k}$.

Existem quatro métodos de estimação descritos na literatura (Gallant, 1942). Estes quatro métodos diferem na forma como Δ é calculado para propiciar as trocas necessárias no vetor de parâmetros no sentido da convergência, ou seja, na redução das somas de quadrados dos resíduos. De forma geral, os critérios básicos são:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \textit{Gradiente} : & \Delta = X' \epsilon \\ \textit{Gauss - Newton} : & \Delta = (X'X)^- X' \epsilon \\ \textit{Newton} : & \Delta = G^- X' \epsilon \\ \textit{Marquardt} : & \Delta = [X'X + \delta \textit{diag}(X'X)]^- X' \epsilon \end{array} \right.$$

em que $(X'X)^-$ é uma inversa generalizada.

Os métodos de Gauss-Newton e Marquardt realizam a regressão dos resíduos em relação às primeiras derivadas do modelo não-linear em relação aos parâmetros, até que haja a convergência. O método de Newton faz a regressão destes resíduos em relação a uma função das segundas derivadas do modelo não-linear com relação aos parâmetros (G^-).

2.1.1.1 Método do gradiente

Este método é baseado no gradiente ou grau de variação de ϵ' . Seja β_k a estimativa do vetor de parâmetros na k -ésima iteração do processo. Assim, este gradiente é definido por:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial L(\beta_k)}{\partial(\beta_k)} = -X'Y + X'F = -X'(Y - F) = -X'\epsilon$$

pois X e F são avaliados no ponto β_k .

A quantidade $-X'\epsilon$ é o gradiente para o qual ϵ' cresce. Sendo assim, $\Delta = X'\epsilon$ é o grau de variação para o método do gradiente. Para utilizar-se este método, deve-se, inicialmente, estipular um valor arbitrário para o vetor de parâmetros, digamos β_0 , calcula-se ϵ e Δ . Assim, pode-se obter o valor do parâmetro no $(k + 1)$ -ésimo passo, tomando a estimativa do k -ésimo passo por:

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \lambda\Delta, \quad (2.1)$$

em que o escalar λ é escolhido no k -ésimo passo, para que

$$SQE(\beta_k + \lambda\Delta) < SQE(\beta_k), \quad (2.2)$$

ou seja, λ é o minimizador de ϵ na direção do gradiente. Espera-se que $\widehat{\beta}_k + \lambda\Delta$ seja melhor do que $\widehat{\beta}_k$.

O método do gradiente possui convergência muito lenta e, em geral, não é utilizado para estimar parâmetros dos modelos não-lineares. Quando, no entanto, as

estimativas iniciais são adequadas, este método se torna particularmente útil, pois sempre converge para um ponto de mínimo da soma de quadrados dos resíduos.

2.1.1.2 Método de Newton

O método de Newton utiliza a segunda derivada do erro em relação aos parâmetros e obtém o vetor Δ , dado por:

$$\Delta = G^{-1} X' \epsilon,$$

em que

$$G = X' X + \sum_{j=1}^n H_j(\beta_k) \epsilon_j,$$

sendo que a matriz H_j , de dimensão $r \times r$, avaliada para o vetor de parâmetros β_k no k -ésimo passo para a j -ésima observação amostral, é a matriz Hessiana do vetor de erros ϵ . O elemento (ℓ, k) desta matriz, $[H_j]_{\ell k}$, é dado por:

$$[H_j]_{\ell k} = \left[\frac{\partial^2 \epsilon_j}{\partial \beta_\ell \partial \beta'_k} \right]_{\ell k}.$$

Estimado o vetor Δ , devem-se aplicar as equações 2.1 e 2.2 para se obter uma nova equação e recalculer o vetor de parâmetros.

Pelo fato do método de Newton utilizar as segundas derivadas (matriz G), essa informação envolve avaliar G e resolver $G\Delta = X'\epsilon$. Portanto, o processo é caro, em termos de trabalho computacional (tempo). Se o número de variáveis for muito grande, a memória necessária para armazenar esta informação pode ser insuficiente e este processo torna-se inviável.

2.1.1.3 Método de Gauss-Newton

O método de Gauss-Newton usa a expansão em série de Taylor do vetor de funções

$$\mathbf{F}(\beta) = \mathbf{F}(\beta_0) + X(\beta - \beta_0) + \dots,$$

em que a matriz de primeiras derivadas X é avaliada no ponto β_0 .

Substituindo-se os dois primeiros termos desta série nas equações normais, tem-se:

$$\begin{aligned} X' \mathbf{F}(\beta) &= X' \mathbf{Y} \\ X' [\mathbf{F}(\beta_0) + X(\beta - \beta_0)] &= X' \mathbf{Y} \\ X' X(\beta - \beta_0) &= X' \mathbf{Y} - X' \mathbf{F}(\beta_0) \\ X' X \Delta &= X' \epsilon \end{aligned}$$

e, portanto,

$$\Delta = (X' X)^{-1} X' \epsilon.$$

Estimado o valor de Δ para o vetor β_0 , aplicam-se as equações 2.1 e 2.2 para se obter o vetor de estimativas do passo 1. O processo é repetido um determinado número de vezes, até que o vetor de estimativas não se altere mais dentro de precisão pré-estipulada.

2.1.1.4 Método de Marquardt

Marquardt (1963), citado por Chiacchio (1993), propõe um método baseado na interpolação entre dois métodos: método de Gauss-Newton e o método do gradiente. A fórmula de atualização do vetor de parâmetros é dada por:

$$\Delta = [(X' X) + \delta \text{diag}(X' X)]^{-1} X' \epsilon.$$

Se $\delta \rightarrow 0$, há uma aproximação ao método de Gauss-Newton se $\delta \rightarrow \infty$, há uma aproximação ao método do gradiente. No processo de estimação, deve-se estabelecer um valor de δ . Por padrão, pode-se começar o processo com $\delta = 10^{-7}$. Se $SQE(\beta_0 + \Delta) < SQE(\beta_0)$, então, $\delta = \delta/10$ na próxima iteração; se ocorrer o contrário, ou seja, $SQE(\beta_0 + \Delta) > SQE(\beta_0)$, então $\delta = 10\delta$.

Assim, se a soma de quadrados do resíduo decresce a cada iteração, utiliza-se essencialmente o método de Gauss-Newton; se ocorrer o contrário, o valor de δ é aumentado em cada iteração, passando-se a utilizar o método do gradiente.

De acordo com Souza (1998), quando a convergência não ocorre, utilizando qualquer um destes métodos, deve-se tentar encontrar valores iniciais melhores para β_0 ou utilizar uma função resposta com menos parâmetros. Uma boa maneira de verificar a precisão da solução numérica é provocando mudanças nas condições iniciais e verificando se os novos valores iniciais conduzem à mesma solução.

2.1.2 Modelo segmentado

Dentre os modelos segmentados existe, o modelo platô de resposta linear (LRP). Esse modelo possui dois segmentos, dos quais o primeiro descreve uma reta crescente ou decrescente (dependendo do valor de β_1 da equação 2.3), até uma determinada altura P que é o platô. A partir desse ponto, o valor Y_i assume um valor constante P , que é o segundo segmento. O modelo platô de resposta linear é (Ferreira, 2006):

$$Y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i & \text{se } X_i \leq X_0 \\ P + \epsilon_i & \text{se } X_i > X_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

em que Y_i é a variável dependente (resposta); β_0 é o intercepto do modelo linear simples do segmento anterior ao Platô; β_1 é o coeficiente angular neste mesmo segmento; ϵ_i é o erro associado à i -ésima observação; P é o Platô e X_0 é o ponto de junção dos dois segmentos.

O modelo LRP permite a comparação de combinações alternativas de retas e platôs e escolhe, como melhor opção de ajustamento, a combinação que tenha a menor soma de quadrados dos desvios.

Este método tem sido utilizado em várias áreas e com diferentes propósitos.

Portz et al. (2000) utilizaram modelo LRP para determinar um nível mínimo de nutrientes em dietas para peixes que garanta o máximo desempenho da espécie em ganho de peso. Esta resposta é considerada importante na determinação da relação custo-benefício de rações para peixes. Rezende (2002) utilizou o modelo LRP para determinar níveis adequados de nutrientes na ração, até a estabilização no crescimento de frangos de corte, evitando uma perda de peso do animal devido ao excesso de nutrientes.

2.2 Métodos para estimar o tamanho da parcela experimental

Vários métodos são empregados para estimar o tamanho da parcela experimental e a maioria deles está baseado na utilização de ensaios em branco, também conhecidos como ensaios de uniformidade, nos quais toda a área experimental é plantada com uma única cultivar, utilizando-se práticas idênticas de cultivo, sem efeitos de tratamentos.

Os métodos descritos a seguir foram utilizados por diversos autores, entre eles Gomez & Gomez (1984) para estimar o tamanho da parcela em experimentos com arroz, Viana (1999) em experimentos com mandioca e Henriques Neto (2003) para experimentos com trigo.

2.2.1 Inspeção Visual da Curvatura Máxima

Nesse método, calculam-se os coeficientes de variação $CV_{(X)}$ para cada tamanho (X) de parcela, sem levar em consideração a forma das mesmas e o conjunto dos pontos obtidos $[X, CV_{(X)}]$ são relacionados num sistema de eixos coordenados.

Para o cálculo do $CV_{(X)}$, os dados do ensaio em branco formam um *gride* $r \times c$, com r linhas e c colunas, como na Figura 2.1, podendo as X unidades ex-

perimentais básicas (UEB) ser agrupadas, de modo que X seja divisor de rc . Para cada valor de X formado pela soma das UEB adjacentes é calculado o coeficiente de variação.

x_{11}	x_{12}	x_{13}	\cdots	x_{1c}
x_{21}	x_{22}	x_{23}	\cdots	x_{2c}
x_{31}	x_{32}	x_{33}	\cdots	x_{3c}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
x_{r1}	x_{r2}	x_{r3}	\cdots	x_{rc}

FIGURA 2.1: Croqui de um ensaio em branco.

Apenas para ilustrar, o cálculo do coeficiente de variação referente às parcelas de dimensão 2×1 :

x_{11}	x_{12}	\cdots	x_{1c}
x_{21}	x_{22}		x_{2c}
x_{31}	x_{32}	\cdots	x_{4c}
x_{41}	x_{42}		x_{5c}
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
$x_{(r-1)1}$	$x_{(r-1)2}$	\cdots	$x_{(r-1)c}$
x_{r1}	x_{r2}		x_{rc}

Aqui serão obtidos $rc/2$ UEB, cada uma formada pela soma dos valores de duas linhas. Desse modo, calcula-se:

$$CV_{(L \times C)} = \frac{\sqrt{V(\bar{X})}}{\bar{y}(X)} 100$$

$$CV_{(2 \times 1)} = \frac{\sqrt{\frac{(x_{11}+x_{21})^2 + \cdots + (x_{(r-1)c}+x_{rc})^2 - \frac{[(x_{11}+x_{21}) + \cdots + (x_{(r-1)c}+x_{rc})]^2}{rc/2}}{\frac{rc}{2} - 1}}}{\frac{(x_{11}+x_{21}) + (x_{12}+x_{22}) + \cdots + (x_{(r-1)c}+x_{rc})}{rc/2}} 100$$

Analogamente, são calculados os coeficientes de variação para os demais valores de X .

$$CV_{(X)} = \frac{\sqrt{V_{(X)}}}{\bar{y}_{(X)}} 100$$

em que $CV_{(X)}$ é o coeficiente de variação entre parcelas de tamanhos (X); $V_{(X)}$ é a variância entre as parcelas de X unidades experimentais básicas; $\bar{y}_{(X)}$ é a média das parcelas de X unidades experimentais básicas.

Pelo método original, uma curva seria traçada à mão livre, por meio das coordenadas resultantes e o ponto de máxima curvatura é localizado por inspeção visual, adotando-se como tamanho ótimo da parcela o valor correspondente à abscissa do ponto de máxima curvatura (Federer, 1955). Em trabalhos mais recentes, são utilizadas ferramentas computacionais para o ajuste de uma linha de tendência, como ilustrado na Figura 2.2.

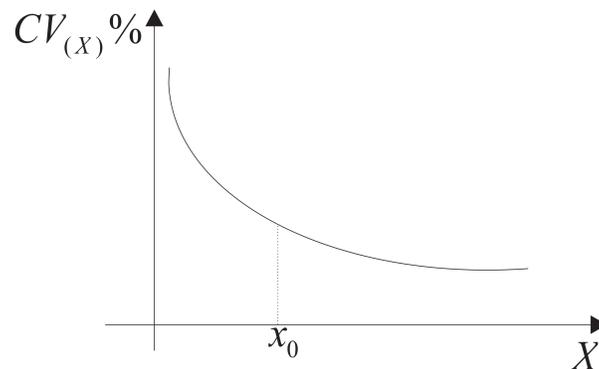


FIGURA 2.2: Relação gráfica entre o coeficiente de variação e as X unidades básicas.

O método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima é bastante simples e de fácil utilização. Entretanto, o fato de o ponto correspondente ao tamanho ótimo da unidade experimental ser determinado visualmente constitui uma fonte de erro e discrepância na estimação do tamanho de parcela por este método, pois não existe

um critério único no estabelecimento da localização desse ponto sobre a curva.

O ponto de máxima curvatura tem sido considerado como o ponto onde ocorre maior taxa de mudança no índice de variação por incremento de tamanho de parcela (Le Clerg, 1967); ponto da curva onde o raio de curvatura é menor (Rossetti, 1979) e ponto da curva de maior distância perpendicular, em relação a uma reta, unindo suas extremidades (Bakke, 1988). Neste trabalho, optou-se pelo método descrito por Le Clerg.

2.2.2 Método empírico de Smith

Smith (1938) apresenta a equação $VU_{(X)} = \frac{V_1}{X^b}$, para relacionar a variância por unidade básica, calculada entre as parcelas de X unidades experimentais básicas ($VU_{(X)}$); a variância dos valores de parcelas constituídas de uma unidade básica (V_1); número de unidades básicas que compõem a parcela no i -ésimo tamanho de parcela considerando $i = 1, 2, \dots, N$; índice de heterogeneidade do solo (b), considerado a principal causa do erro experimental, sendo $0 \leq b \leq 1$. Este índice indica o grau de correlação entre unidades experimentais e baseia-se numa relação empírica entre o tamanho da parcela e sua variância, estabelecendo uma dependência negativa, ou seja, quando o tamanho relativo da parcela aumenta a variância diminui.

Valores de b próximos à unidade indicam alta heterogeneidade da área ou baixa correlação entre parcelas adjacentes, o que indica a necessidade de parcelas maiores como tamanho ótimo.

2.2.3 Método da Curvatura Máxima

Com o intuito de aperfeiçoar o método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima, eliminando os problemas relativos à dependência do tamanho da parcela

em relação à escala dos eixos coordenados, Lessman & Atkins (1963) propuseram uma modificação nesse método, baseados no método empírico de Smith (1938). Este método consiste em representar a relação entre o coeficiente de variação $CV_{(X)}$ e o tamanho da parcela, com o uso da equação:

$$CV_{(X)} = \frac{A}{X^B} \quad (2.4)$$

em que $CV_{(X)}$ é o coeficiente de variação entre parcelas de tamanhos (X); X é o número de unidades experimentais básicas (UEB) agrupadas, A e B são parâmetros da equação 2.4, que é um modelo não-linear, pois as derivadas parciais

$$\frac{\partial CV_{(X)}}{\partial A} = \frac{1}{X^B} \quad e \quad \frac{\partial CV_{(X)}}{\partial B} = \frac{-A \ln(X)}{X^B},$$

são funções de, pelo menos, um dos parâmetros.

Para o ajuste do modelo 2.4, pode-se utilizar o método dos quadrados mínimos para modelos não-lineares de Gauss-Newton (Gallant, 1942).

Para encontrar o tamanho ótimo de parcela por este método é preciso definir uma função de curvatura referente à equação 2.4. Para isso, são necessários alguns conceitos de geometria diferencial e movimento curvilíneo (Leithold, 1994).

Sejam f e g duas funções com valores reais de uma variável real t . Então, para todo número t do domínio comum a f e g , haverá um vetor \mathbf{R} , de acordo com a Figura 2.3, definido por:

$$\mathbf{R}(t) = f(t)\mathbf{i} + g(t)\mathbf{j}. \quad (2.5)$$

Tendo 2.5 como equação vetorial, seja s o comprimento de arco da curva C , medido entre um ponto fixo $(f(t_o), g(t_o))$ ao ponto $(f(t), g(t))$, em que s é crescente quando t cresce, então, a derivada de s em relação a t será o módulo da derivada do vetor posição no ponto $(f(t), g(t))$, dado por:

$$\|\mathbf{R}'(t)\| = \frac{ds}{dt}. \quad (2.6)$$

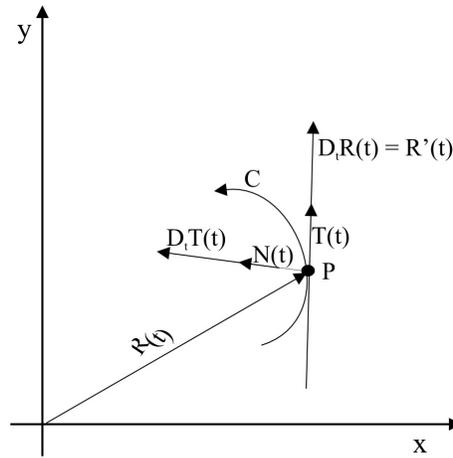


FIGURA 2.3: Representação da curva.

Seja $\mathbf{T}(t)$ o vetor tangente unitário de C em P , na mesma direção de $D_t \mathbf{R}(t)$ como na Figura 2.3, dado por:

$$\mathbf{T}(t) = \frac{D_t \mathbf{R}(t)}{\|D_t \mathbf{R}(t)\|}. \quad (2.7)$$

Seja $\mathbf{N}(t)$ o vetor normal unitário, na mesma direção de $D_t \mathbf{T}(t)$ como na Figura 2.3, dado por:

$$\mathbf{N}(t) = \frac{D_t \mathbf{T}(t)}{\|D_t \mathbf{T}(t)\|}.$$

Das equações 2.6 e 2.7, tem-se:

$$D_t \mathbf{R}(t) = \|D_t \mathbf{R}(t)\| \mathbf{T}(t) = \frac{ds}{dt} \mathbf{T}(t).$$

Tomando $t = s$, tem-se:

$$D_s \mathbf{R}(s) = \mathbf{T}(s).$$

Um conceito importante nesse estudo é o de curvatura, que fornece a taxa de variação da direção de uma curva em relação à variação em seu comprimento.

Relacionado com esse conceito, está o ângulo que dá a direção do vetor tangente unitário associado à curva C . Portanto, seja ϕ o ângulo, em radianos, medido a partir da direção do eixo x positivo no sentido anti-horário até a direção do vetor tangente unitário $\mathbf{T}(t)$ (Figura 2.4):

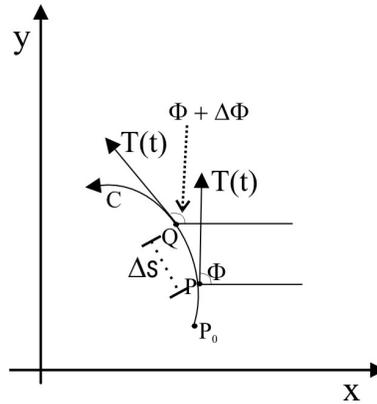


FIGURA 2.4: Representação da curva.

Calculando $\mathbf{T}(t)$, tem-se:

$$\mathbf{T}(t) = \|\mathbf{T}(t)\|(\cos\phi\mathbf{i} + \sin\phi\mathbf{j}) = \cos\phi\mathbf{i} + \sin\phi\mathbf{j}.$$

Diferenciando-se em relação a ϕ , obtém-se:

$$D_\phi\mathbf{T}(t) = -\sin\phi\mathbf{i} + \cos\phi\mathbf{j}.$$

Uma vez que $\|D_\phi\mathbf{T}(t)\| = \sqrt{(-\sin\phi)^2 + (\cos\phi)^2} = 1$, $D_\phi\mathbf{T}(t)$ é um vetor unitário.

Para chegar à definição de curvatura, deve-se considerar o vetor $D_s\mathbf{T}(t)$, pela regra da cadeia:

$$D_s\mathbf{T}(t) = D_\phi\mathbf{T}(t)\frac{d\phi}{ds}.$$

Logo,

$$\begin{aligned}\|D_s\mathbf{T}(t)\| &= \left\| D_\phi\mathbf{T}(t)\frac{d\phi}{ds} \right\| \\ &= \|D_\phi\mathbf{T}(t)\| \left| \frac{d\phi}{ds} \right| \\ &= \left| \frac{d\phi}{ds} \right|.\end{aligned}$$

Por definição, o vetor curvatura de C em P , denotado por $\mathbf{K}(t)$, será dado por:

$$\mathbf{K}(t) = D_s\mathbf{T}(t).$$

A curvatura de C em P , denotada por $K(t)$, é o módulo do vetor curvatura, isto é,

$$K(t) = \|D_s\mathbf{T}(t)\| = \left| \frac{d\phi}{ds} \right|.$$

Deve-se obter agora uma fórmula para calcular a curvatura diretamente das equações paramétricas da curva, $x = f(t)$ e $y = g(t)$. Como $K(t) = \left| \frac{d\phi}{ds} \right|$, calcula-se primeiro $\frac{d\phi}{ds}$.

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\frac{ds}{dt}}.$$

Com a hipótese de que s é crescente quando t cresce, $\frac{ds}{dt} > 0$. Assim,

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}}. \quad (2.8)$$

Para encontrar $\frac{d\phi}{dt}$ observa-se que, sendo ϕ a medida em radianos do ângulo que dá a direção do vetor tangente, tem-se $\text{tg}\phi = \frac{dy}{dx}$. Logo,

$$\text{tg}\phi = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}. \quad (2.9)$$

Derivando-se implicitamente em relação a t ambos os membros da equação 2.9, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sec^2 \phi \frac{d\phi}{dt} &= \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right) \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - \left(\frac{dy}{dt}\right) \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right) \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - \left(\frac{dy}{dt}\right) \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)}{\sec^2 \phi \left(\frac{dx}{dt}\right)^2}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Como $\sec^2 \phi = 1 + \tan^2 \phi$, tem-se:

$$\sec^2 \phi = 1 + \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}.$$

Substituindo-se essa expressão de $\sec^2 \phi$ em 2.10, tem-se:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right) \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - \left(\frac{dy}{dt}\right) \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

Substituindo-se o resultado em 2.8 e como $K(t) = \left|\frac{d\phi}{ds}\right|$, tem-se a expressão da curvatura de uma curva, ou seja,

$$K(t) = \frac{\left|\left(\frac{dx}{dt}\right) \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - \left(\frac{dy}{dt}\right) \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)\right|}{\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (2.11)$$

Suponha que a equação cartesiana de uma curva seja dada na forma $y = F(x)$, casos especiais da fórmula 2.11 podem ser usados para encontrar a curvatura da curva em tal situação.

Se $y = F(x)$ for uma equação de uma curva C , um conjunto de equações paramétricas de C será $x = t$ e $y = F(t)$. Então,

$$\frac{dx}{dt} = 1, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Substituindo-se em 2.11, obtém-se:

$$K = \frac{\left| \frac{d^2y}{dx^2} \right|}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}.$$

Fazendo uma analogia dessa fórmula para a equação 2.4, obtém-se:

$$K = \frac{CV''}{(1 + (CV')^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.12)$$

em que K é a função de curvatura, CV' e CV'' são a primeira e a segunda derivadas da equação 2.4.

A curvatura é máxima onde a derivada primeira de K em relação a X for igual a zero. Logo, o ponto de curvatura máxima é dado por:

$$\widehat{X}_{CM} = \left[\frac{\widehat{A}^2 \widehat{B}^2 (2\widehat{B} + 1)}{\widehat{B} + 2} \right] \frac{1}{2 + 2\widehat{B}}.$$

3 METODOLOGIA

Dois novos métodos de determinação de tamanho ótimo de parcela são propostos nas duas primeiras seções metodológicas deste trabalho. Concomitantemente, são apresentados os métodos de Inspeção Visual da Curvatura Máxima e da Curvatura Máxima, para fins de comparação nas duas seções seguintes.

A avaliação do desempenho destes métodos será realizada por meio do uso de exemplos reais com arroz, trigo e mandioca, considerando diferentes variáveis. Em todos os casos, serão considerados ensaio em branco contendo um único fator e condições ambientais idênticas de todas as unidades experimentais básicas (UEB). Uma importante característica destes ensaios é que as UEB são geo-referenciadas.

Os dados foram coletados em um *gride* $r \times c$, com r linhas e c colunas, com um total de rc UEB, e foram formados vários tamanhos de parcelas com X unidades experimentais básicas agrupadas de modo conveniente, em que X refere-se a um divisor de rc . Para cada valor de X , há um coeficiente de variação associado.

3.1 Modelo Linear Segmentado com Platô

A teoria dos modelos lineares segmentados com platô foi aplicada no contexto de dimensionamento de tamanhos ótimos de parcela. Para isso, adotou-se o seguinte modelo:

$$CV_{(X)} = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon_x & \text{se } X \leq X_0 \\ CVP + \epsilon_x & \text{se } X > X_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

em que $CV_{(X)}$ é o coeficiente de variação entre totais de parcela de tamanho X ; X é número de UEB agrupadas; X_0 é o tamanho ótimo de parcelas para o qual o modelo linear se transforma em um platô, em relação à abscissa; CVP é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô (junção do segmento linear e

platô); β_0 e β_1 são intercepto e coeficiente angular, respectivamente, do segmento linear e ϵ_x é o erro associado ao $CV_{(X)}$ supostamente normal e independentemente distribuído com média 0 e variância σ_ϵ^2 constante.

Para o ajuste desse modelo, utilizou-se o método dos quadrados mínimos para modelos não lineares de Gauss-Newton (Gallant, 1942).

3.2 Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação

A grande dificuldade dos métodos apresentados é a realização do agrupamento de UEB para a determinação do $CV_{(X)}$. Este novo método foi motivado por esta limitação e é descrito na sequência.

A idéia é considerar o coeficiente de variação entre os totais de parcelas de tamanho X , que é função deste número de UEB agrupadas. Obtida a expressão do $CV_{(X)}$ entre totais, foi aplicado o Método da Curvatura Máxima para determinar X_0 .

3.3 Inspeção Visual da Curvatura Máxima

Um dos primeiros a ser usado para determinar o tamanho ótimo de parcelas para experimentos foi o método de Inspeção Visual. Por esse método, os rendimentos de unidades básicas experimentais adjacentes de experimentos de uniformidade são combinados, de modo a simularem parcelas de vários tamanhos. Obtêm-se os coeficientes de variação, para cada tamanho de parcela, por meio da equação 3.2.

$$CV_{(X)} = \frac{\sqrt{V_{(X)}}}{\bar{y}_{(X)}} 100. \quad (3.2)$$

Obtidos os coeficientes de variação, para cada tamanho de parcela, esses são

representados graficamente contra o tamanho de cada parcela avaliada. O tamanho ótimo de parcela é determinado visualmente, correspondendo ao ponto de curvatura máxima. A inspeção visual seguiu o padrão recomendado por Le Clerg (1967).

3.4 Método da Curvatura Máxima

O aperfeiçoamento do método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima, chamado de Método da Curvatura Máxima, foi desenvolvido por Lessman & Atkins (1963), que estabeleceram uma função do tipo $CV_{(X)} = \frac{A}{X^B}$, para explicar a relação entre coeficientes de variação e tamanho de parcela, permitindo que o ponto que corresponde ao tamanho ótimo de parcela fosse determinado algebricamente.

O tamanho ótimo de parcela foi estimado por:

$$\widehat{X}_{CM} = \left[\frac{\widehat{A}^2 \widehat{B}^2 (2\widehat{B} + 1)}{\widehat{B} + 2} \right]^{\frac{1}{2 + 2\widehat{B}}},$$

em que \widehat{A} e \widehat{B} são os estimadores de A e B obtidos pelo método de mínimos quadrados para modelos não-lineares de Gauss-Newton (Gallant, 1942).

3.5 Exemplos reais

3.5.1 Ensaio em branco com arroz

Foi utilizado o exemplo de Gomez & Gomez (1984) de um ensaio em branco com arroz, originalmente com $18 \times 36 = 648$ unidades experimentais básicas (UEB) de $1 \times 1 = 1 \text{ m}^2$ de área, do qual foi utilizada uma parte apenas, constituída pelas dez primeiras linhas e colunas, reduzindo-o a $10 \times 10 = 100$ UEB de $1 \times 1 = 1 \text{ m}^2$. Os dados deste ensaio em branco estão reproduzidos na Tabela 3.1.

TABELA 3.1: Produções de grãos (g/m^2) de arroz, variedade *IR – 8*, de um ensaio em branco.

842	844	808	822	979	954	965	906	898	856
803	841	870	970	943	914	916	836	858	926
773	782	860	822	932	971	765	875	853	936
912	887	815	937	844	661	841	844	809	778
874	792	803	793	818	799	767	855	792	858
908	875	899	788	867	790	831	757	751	774
875	907	921	963	875	880	898	802	874	928
891	928	871	875	865	777	738	796	855	901
823	784	754	873	764	775	752	753	720	798
785	794	764	822	714	748	724	717	736	724

3.5.2 Ensaios em branco com trigo

Os dados foram obtidos de Henriques Neto (2003), sobre quatro ensaios em branco com trigo. Os ensaios foram realizados na Fazenda Experimental do Departamento de Fitotecnia da Universidade Federal de Viçosa, localizada no município de Coimbra, MG.

As variedades Aliança e IAC 350 foram cultivadas nas condições de sequeiro e as cultivares IAC 289 e BRS 207 foram cultivadas nas condições de irrigação. Os quatro ensaios foram implantados sob sistema de plantio convencional.

Todos os experimentos tiveram a mesma estrutura de plantio, constando de uma área total de $180 m^2$, formada de trinta fileiras de trinta metros de comprimento. Foram colhidos os 12 metros centrais de cada uma das 24 fileiras centrais do experimento, perfazendo uma área útil de $57,6 m^2$. Na colheita, as plantas

foram agrupadas em conjunto, de forma que cada unidade experimental básica (UEB) tivesse $0,2\ m^2$, obtendo-se, assim, um total de 288 UEB por ensaio, dos quais foram obtidas as produções de grãos de cada UEB, em gramas por unidade básica.

3.5.3 Ensaios em branco com mandioca

Os dados foram obtidos de Viana (1999) e referem-se a dois ensaios em branco: um com a variedade Platinão e o outro com a variedade Cramuquém. Estes ensaios foram conduzidos na Área Experimental do Campus da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, em Vitória da Conquista, BA.

Para a variedade Platinão, o ensaio em branco foi formado de 24 fileiras, com 96 plantas em cada fileira, numa área total de $1.382,4\ m^2$. Na colheita, as plantas foram agrupadas em conjuntos, de forma que cada unidade experimental básica (UEB) tivesse $2,4\ m^2$ com 4 plantas, obtendo-se um total de 576 UEB.

O ensaio em branco para a variedade Cramuquém foi formado de 27 fileiras, com 96 plantas cada, numa área total de $1.555,2\ m^2$. Na colheita, as plantas foram agrupadas em conjunto, de forma que cada UEB tivesse $4,8\ m^2$ com 8 plantas, obtendo-se um total de 324 UEB.

Na colheita, as plantas foram avaliadas quanto ao rendimento de raízes tuberosas (RT) e peso da parte aérea (PPA, *kg/ha*).

Foram aplicados os métodos de determinação de tamanho ótimo de parcelas mencionados neste trabalho, nos sete ensaios em branco e os resultados obtidos foram comparados entre si.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Modelo Linear Segmentado com Platô

A matriz das derivadas parciais foi obtida a partir do modelo 3.1 reescrito da seguinte forma, utilizando variáveis Dummy (Z_X):

$$CV_{(X)} = (\beta_0 + \beta_1 X)Z_X + CVP(1 - Z_X) + \epsilon_x,$$

em que $Z_X = 1$ se $X \leq X_0$ e 0 se $X > X_0$.

Para se obter continuidade, os dois segmentos, linear e platô, devem ser iguados no ponto X_0 . Assim, $\beta_0 + \beta_1 X_0 = CVP$, ou seja,

$$X_0 = \frac{(CVP - \beta_0)}{\beta_1}. \quad (4.1)$$

Para a obtenção do ajuste de mínimos quadrados é necessário obter as derivadas parciais em relação aos parâmetros (β_0, β_1, CVP) do modelo. O parâmetro X_0 é função destes três parâmetros, como se pode observar na equação 4.1. Assim, as derivadas parciais são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial CV_{(X)}}{\partial \beta_0} &= Z_X, \\ \frac{\partial CV_{(X)}}{\partial \beta_1} &= XZ_X, \\ \frac{\partial CV_{(X)}}{\partial CVP} &= 1 - Z_X. \end{aligned}$$

Essas derivadas parciais, a princípio, não parecem ser funções dos parâmetros β_0, β_1 e CVP , o que classificaria o modelo como linear nos parâmetros. No entanto, verifica-se que estes são funções de Z_X , que depende de X_0 , que, por sua vez, é função dos parâmetros β_0, β_1 e CVP . Assim, foi utilizado o método de Gauss-Newton para o ajuste deste modelo. Para isso, foi utilizado o procedimento

NLIN do programa *SAS*[®] (1995). O valor X_0 foi considerado como tamanho ótimo de parcela, por estabilizar o $CV_{(X)}$ em um nível mínimo *CVP*.

4.2 Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação

Seja Y o total de X parcelas, dado por:

$$Y = \sum_{i=1}^X Z_i,$$

em que Z_i representa a realização da variável aleatória Z na i -ésima UEB. Sendo descrito pelo seguinte modelo:

$$Z_i = \mu + \epsilon_i,$$

em que μ é a média geral das parcelas com 1 (uma) UEB; ϵ_i é o erro experimental associado à observação Z_i e, tal que,

$$\epsilon_i = \rho\epsilon_{i-1} + U_i.$$

sendo ρ o coeficiente de autocorrelação espacial de primeira ordem, U_i o erro experimental "puro", independente e $U_i \sim N(0, \sigma^2)$.

Então, a variância de Y é dada por:

$$V(Y) = V\left(\sum_{i=1}^X Z_i\right) = X(1 - \rho^2)\sigma^2.$$

O coeficiente de variação é dado pela raiz quadrada dessa variância, dividido pela média geral $E(Y) = X\mu$, multiplicado por 100. Logo,

$$\begin{aligned} CV &= \frac{\sqrt{X}\sqrt{(1 - \rho^2)\sigma^2}}{X\mu} \times 100 \\ &= \frac{100\sqrt{(1 - \rho^2)\sigma^2/\mu^2}}{\sqrt{X}}. \end{aligned}$$

Os parâmetros μ , σ^2 e ρ não são conhecidos e foram estimados, na amostra original, por:

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{rc} Z_i}{rc}, \\ \widehat{\sigma^2} &= S^2 = \frac{1}{rc-1} \left[\sum_{i=1}^{rc} Z_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{rc} Z_i \right)^2}{rc} \right], \\ \hat{\rho} &= \frac{\sum_{i=1}^{rc} (\hat{\epsilon}_i - \bar{\epsilon})(\hat{\epsilon}_{i-1} - \bar{\epsilon})}{\sum_{i=1}^{rc} (\hat{\epsilon}_i - \bar{\epsilon})^2},\end{aligned}$$

em que $\hat{\epsilon}_i$ e $\hat{\epsilon}_{i-1}$ são os erros de um modelo contendo apenas o intercepto, nos espaços i e $i-1$, respectivamente.

Assim, o coeficiente de variação amostral entre totais de parcelas de tamanho X pode ser expresso por:

$$CV_{(X)} = \frac{100\sqrt{(1-\hat{\rho}^2)S^2/\bar{Z}^2}}{\sqrt{X}}.$$

Para determinar a curvatura máxima, obtém-se a função de curvatura K (equação 2.12), que depende da primeira e segunda derivadas de $CV_{(X)}$ em relação a X . Essas derivadas são:

$$\begin{aligned}\frac{\partial CV_{(X)}}{\partial X} &= \frac{-50\sqrt{(1-\hat{\rho}^2)S^2}}{\sqrt{S^2 X^3 \bar{Z}}}, \\ \frac{\partial CV_{(X)}}{\partial X \partial X} &= \frac{-25(1-\hat{\rho}^2)S^2[(1-\hat{\rho}^2)S^2+4]}{(1-\hat{\rho}^2)X^4\sqrt{2S^2\bar{Z}}}.\end{aligned}$$

Então, a função de curvatura pode ser expressa por:

$$K = \frac{-25(1 - \hat{\rho}^2)S^2[(1 - \hat{\rho}^2)S^2 + 4]}{(1 - \hat{\rho}^2)X^4\sqrt{2S^2\bar{Z}} \left(1 + 2500\frac{(1 - \hat{\rho}^2)S^2}{X^3\bar{Z}^2}\right)^{1.5}}.$$

O máximo da função de curvatura foi obtido derivando-se K em relação a X , igualando-se a zero a expressão resultante e resolvendo em X . Logo o ponto máximo foi

$$\widehat{X}_O = \frac{10\sqrt[3]{2(1 - \hat{\rho}^2)S^2\bar{Z}}}{\bar{Z}}.$$

Esta expressão foi utilizada para determinar o tamanho ótimo de parcela, sem a necessidade de efetivamente agrupar as unidades experimentais básicas.

4.3 Ensaio em branco com arroz

4.3.1 Tamanho da parcela pelo método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima

Na estimação do tamanho de parcela, por este método, foram avaliadas 100 unidades experimentais básicas, como visto na Tabela 3.1, que podem ser agrupadas de 15 modos diferentes. Apenas para ilustrar, seja o cálculo do coeficiente de variação referente às parcelas de dimensão 2×1 :

842	944	...	856
803	841		926
773	782	...	936
912	887		778
⋮	⋮	⋮	⋮
823	784	...	798
785	794		724

$$\begin{aligned}
CV_{(L \times C)} &= \frac{\sqrt{V(X)}}{\bar{y}(X)} 100 \\
CV_{(2 \times 1)} &= \frac{\sqrt{\frac{1645^2 + 1685^2 + \dots + 1522^2 - \frac{(1645 + 1685 + \dots + 1522)^2}{50}}{49}}}{\frac{1645 + 1685 + \dots + 1522}{50}} 100 \\
&= 6,5724\%.
\end{aligned}$$

Analogamente, para as demais formas, calcula-se o $CV_{(X)}$. Como o que está sendo levado em consideração é o tamanho da parcela e não a forma, calcula-se a média dos $CV_{(X)}$ das parcelas de diferentes formas, mas com o mesmo tamanho, correspondendo a 8 diferentes tamanhos, obtendo os resultados da Tabela 4.1.

TABELA 4.1: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV_{(X)}$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V_{(X)}$), para o ensaio com arroz.

Tamanho de parcela (X)	$CV_{(X)}$ (%)	$V_{(X)}$
1	8,1942	4724,526
2	6,9458	27235,644
4	6,0975	41857,888
5	5,0855	95906,475
10	4,2196	560574,600
20	3,5304	911165,200
25	3,4435	521483,125
50	2,4733	2213592,500

Considerando-se os dados da Tabela 4.1, o conjunto dos pontos obtidos $[X, CV_{(X)}]$ são relacionados num sistema de eixos coordenados. Uma linha de tendência foi ajustada aos pontos e está representada na Figura 4.1.

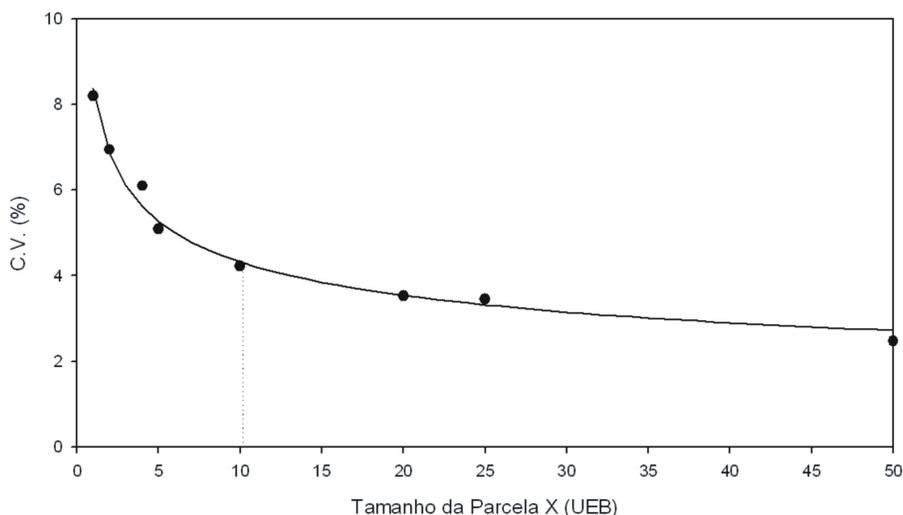


FIGURA 4.1: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.

Por inspeção visual, determina-se o ponto a partir do qual o CV_X apresenta menor variação. Pela análise do gráfico da Figura 4.1, pode-se observar o valor de X aproximadamente 10,5 UEB, ou seja, parcelas em torno de 10,5 m^2 .

4.3.2 Tamanho da parcela pelo Método da Curvatura Máxima

Utilizando-se o Método da Curvatura Máxima, o tamanho da parcela é estimado com base na relação entre coeficiente de variação e tamanho de parcela, mediante o ajuste de uma equação de regressão entre essas variáveis. Utilizando-se os valores da Tabela 4.1, os parâmetros A e B da equação $CV_{(X)} = \frac{A}{X^B}$ foram estimados por meio do PROC NLIN, do sistema $SAS^{\text{®}}$ (1995). O coeficiente de determinação foi $R^2 = 98,55\%$, indicando um bom ajuste dos dados à equação.

Na Figura 4.2 é apresentada o gráfico da equação de regressão para os valores de A e de B estimados. O modelo ajustado é:

$$\widehat{CV_{(X)}} = \frac{8,3726}{X^{0,2872}}.$$

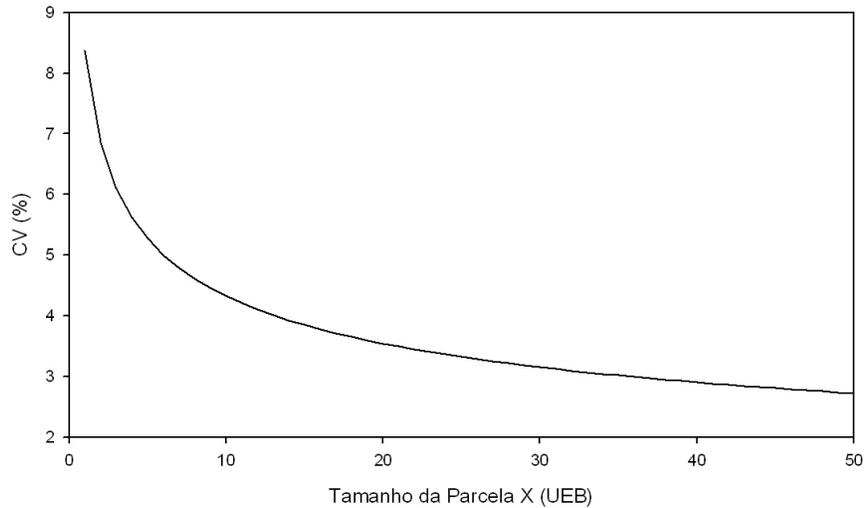


FIGURA 4.2: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.

Considerando-se a função de curvatura geral dada por:

$$K = \frac{CV''}{(1 + (CV')^2)^{\frac{3}{2}}},$$

em que:

$$CV' = \frac{-2.40461072}{x^{2.2872}} \quad e \quad CV'' = \frac{3,095214919}{x^{2,2872}}.$$

Então, obteve-se:

$$K = \frac{3,095214919}{x^{2.2872} \left(1 + \frac{5,782152715}{x^{2.5744}}\right)^{1.5}}.$$

Na Figura 4.3 apresenta-se o gráfico da função de curvatura. Visualmente, pode-se observar que o ponto máximo da função de curvatura é obtido para um valor de X próximo de 2.

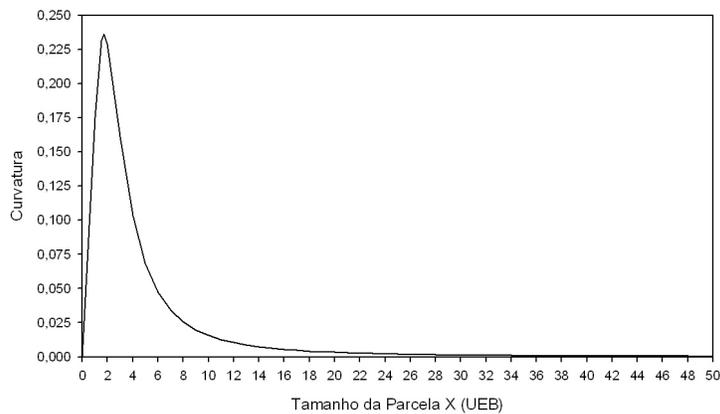


FIGURA 4.3: Relação entre curvatura e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.

Para determinar este ponto de máximo, obtém-se a primeira derivada e iguala-se a zero, ou seja, obtém-se:

$$\frac{dK}{dX} = 0.$$

Assim, pode-se obter o ponto de máximo, que é dado por:

$$\widehat{X}_{MC} \cong 1,71.$$

O Método da Curvatura Máxima possui uma fórmula matemática fechada para este modelo, dada por:

$$X_{MC} = \left[\frac{A^2 B^2 (2B + 1)}{B + 2} \right]^{\frac{1}{2 + 2B}}.$$

Substituindo \hat{A} e \hat{B} , obtém-se:

$$\widehat{X}_{MC} = \left[\frac{8,3726^2 0,2872^2 (2(0,2872) + 1)}{0,2872 + 2} \right]^{\frac{1}{2 + 2,5744}},$$

que resulta em:

$$\widehat{X}_{MC} = 1,710115187.$$

Pelo Método da Curvatura Máxima o tamanho da parcela é aproximadamente 1,71 UEB, ou seja, parcelas em torno de $1,71m^2$.

4.3.3 Tamanho da parcela pelo Modelo Linear Segmentado com Platô

Utilizando-se os tamanhos de parcelas e os seus respectivos $CV_{(X)}$ apresentados na Tabela 4.1, por meio do PROC NLIN, do sistema *SAS*[®](1995), foram estimados os valores de β_0, β_1, PeX_0 do modelo 3.1. O coeficiente de determinação foi de $R^2 = 93,17\%$, indicando que houve um bom ajuste dos dados à equação.

O modelo ajustado foi:

$$\widehat{CV_{(X)}} = \begin{cases} 8,7005 - 0,7066X & \text{se } X \leq 7,478 \\ 3,4167 & \text{se } X > 7,478 \end{cases}$$

Por meio do Modelo Linear Segmentado com Platô, o tamanho ótimo da parcela é de, aproximadamente, 7,48 UEB, ou seja, parcelas em torno de $7,48m^2$, (Figura 4.4).

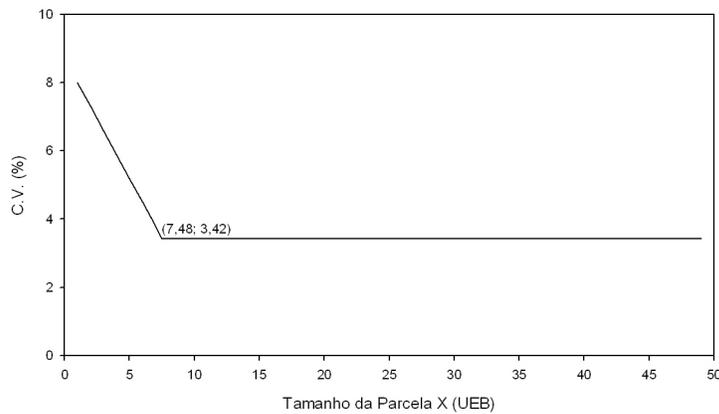


FIGURA 4.4: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.

4.3.4 Tamanho da parcela pelo método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação

Utilizando-se os dados da Tabela 3.1, por meio do PROC REG do sistema *SAS*[®] (1995), foram estimados os valores de $\hat{\rho}$, S^2 , \bar{Z} da equação 4.2, ajustou-se um modelo linear contendo apenas o intercepto.

$$CV_{(X)} = \frac{\sqrt{(1 - \rho^2)S^2/\bar{Z}^2}}{\sqrt{X}} \times 100 \quad (4.2)$$

O modelo ajustado foi

$$\widehat{CV}_{(X)} = \frac{\sqrt{(1 - 0,15^2)4862,57/837,83^2}}{\sqrt{X}} \times 100.$$

Na Figura 4.5 é apresentado o gráfico da equação com os valores estimados, dado por:

$$\widehat{CV}_{(X)} = \frac{8,2272}{\sqrt{X}}.$$

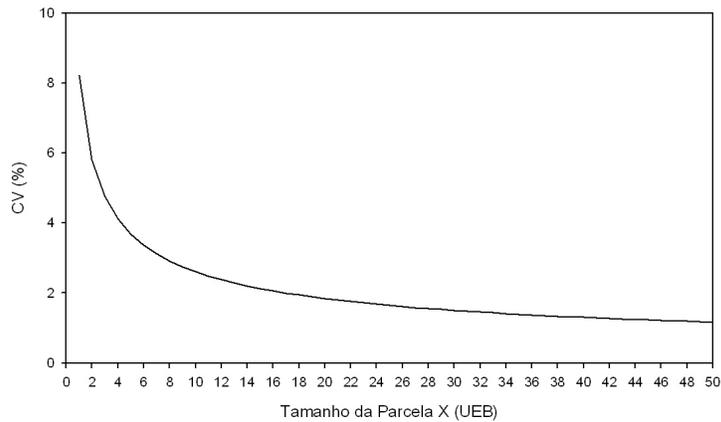


FIGURA 4.5: Relação entre coeficiente de variação (*CV*) e tamanho de parcela (*X*) de um ensaio em branco com arroz .

Calculando-se a primeira e a segunda derivadas do $CV_{(X)}$ em relação a X , obtém-se a expressão da função de curvatura dada por :

$$K = \frac{6,1704}{\sqrt{X^5 \left(1 + \frac{16,9217}{X^3}\right)^3}}.$$

Na Figura 4.6 é apresentado o gráfico da função de curvatura.

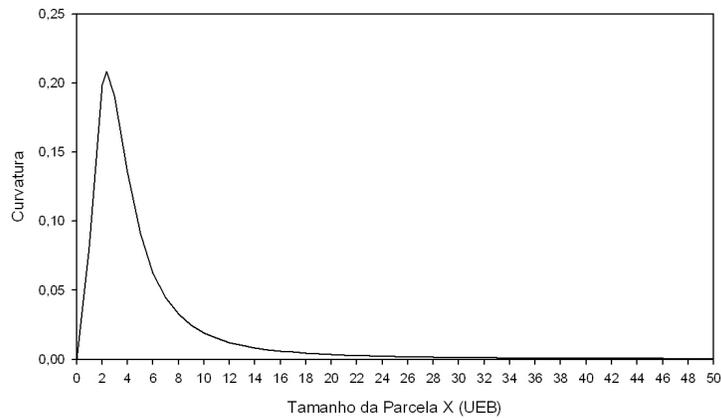


FIGURA 4.6: Relação entre curvatura e tamanho de parcela (X) de um ensaio em branco com arroz.

O método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação possui uma fórmula matemática fechada para este modelo, dada por:

$$X_O = \frac{10 \sqrt[3]{2(1 - \hat{\rho}^2)S^2 \bar{Z}}}{\bar{Z}}.$$

Substituindo-se $\hat{\rho}$, \bar{Z} e S^2 , tem-se $\widehat{X}_O = 2,38$.

Pelo método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação, o tamanho da parcela é de, aproximadamente 2,38 UEB, ou seja, parcelas em torno de $2,38m^2$.

4.4 Ensaio em branco com trigo para a variedade Aliança

4.4.1 Tamanho da parcela pelo método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima

Na estimação do tamanho de parcela para a variedade Aliança, foram avaliadas 288 UEB, que podem ser agrupadas de 41 modos diferentes, correspondendo a 13 diferentes tamanhos, como ilustrado na Tabela 4.2.

TABELA 4.2: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas (UEB), coeficiente de variação entre parcelas ($CV_{(X)}$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V_{(X)}$), para a variedade Aliança.

Tamanho de parcela (X)	$CV_{(X)}$ (%)	$V_{(X)}$
1	25,41	79,95
2	21,86	237,85
3	20,46	468,56
4	19,68	770,53
6	18,39	1509,89
8	17,98	2563,97
12	16,51	4900,48
16	17,73	9973,76
18	16,61	17345,48
24	15,48	34746,60
36	14,58	64317,84
48	14,91	125648,64
72	13,90	231144,48

Considerando-se os dados da Tabela 4.2, o conjunto dos pontos obtidos $[X, CV_{(X)}]$ são relacionados num sistema de eixos coordenados. Uma linha de tendência foi ajustada aos pontos, representada na Figura 4.7.

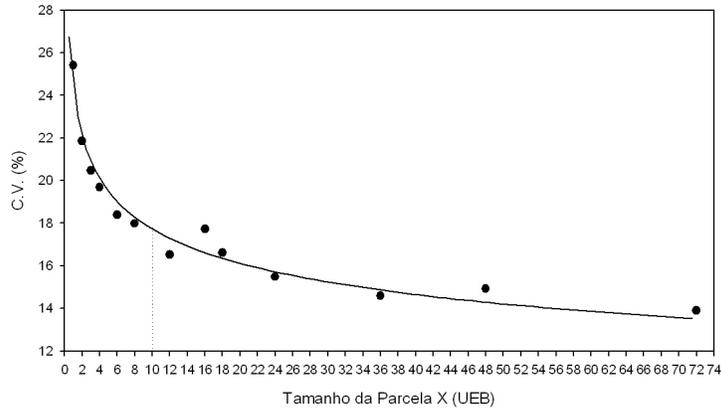


FIGURA 4.7: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a variedade Aliança.

Por inspeção visual, determina-se o ponto a partir do qual o CV_X apresenta menor variação. Pelo gráfico da Figura 4.7, pode-se observar que o valor de X é de, aproximadamente, 10,0 UEB, ou seja, parcelas em torno de 2,0 m^2 .

4.4.2 Tamanho da parcela pelo Método da Curvatura Máxima

Utilizando-se os valores da Tabela 4.2, os parâmetros A e B da equação $CV_{(X)} = \frac{A}{X^B}$ foram estimados por meio do PROC NLIN, do sistema SAS[®](1995). O coeficiente de determinação foi $R^2 = 96,32\%$, indicando que houve um bom ajuste dos dados à equação. O modelo ajustado é:

$$\widehat{CV_{(X)}} = \frac{24,3329}{X^{0,1375}}$$

Pelo Método da Curvatura Máxima, o tamanho ótimo da parcela é de, aproximadamente, 2,30 UEB, ou seja, parcelas em torno de 0,46 m^2 .

4.4.3 Tamanho da parcela pelo Modelo Linear Segmentado com Platô

De acordo com o tamanho das parcelas e os seus respectivos $CV_{(X)}$ da Tabela 4.2, novamente por meio do PROC NLIN do sistema *SAS*[®](1995), foram estimados os valores de β_0, β_1, P e X_0 do modelo platô. O coeficiente de determinação foi $R^2 = 82,19\%$, indicando que houve um bom ajuste dos dados à equação. A equação ajustada para este caso foi:

$$\widehat{CV_{(X)}} = \begin{cases} 26,5000 - 1,8590X & \text{se } X \leq 5,523 \\ 16,2322 & \text{se } X > 5,523 \end{cases}$$

Assim, pode-se observar, por meio do Modelo Linear Segmentado com Platô, que o tamanho ótimo da parcela é de, aproximadamente, 5,52 UEB, ou seja, parcelas em torno de $1,10m^2$, (Figura 4.8).

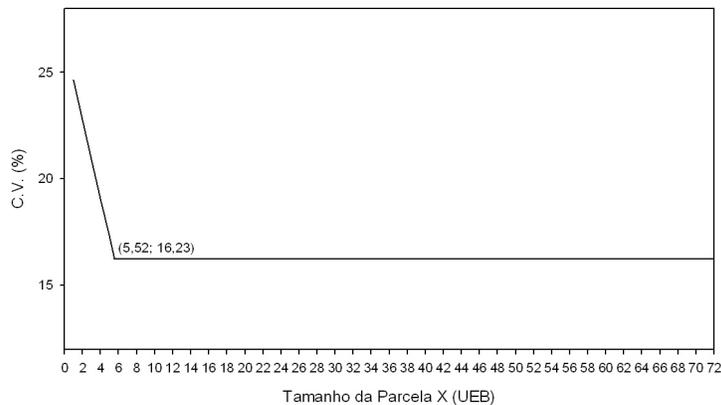


FIGURA 4.8: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a variedade Aliança.

4.4.4 Tamanho da parcela pelo método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação

Pelo fato de os dados originais do ensaio em branco com as 288 UEB não estarem disponíveis, foram considerados valores para o coeficiente de autocorrelação espacial de primeira ordem iguais a $\rho = 0; 0,1; 0,5$ e $0,9$, considerando a variância amostral $S^2 = 79,95$ e a média $\bar{Z} = 35,20$.

Para cada valor de ρ , foi calculado o tamanho ótimo de parcela, utilizando-se a expressão:

$$X_o = \frac{10^3 \sqrt{2(1 - \hat{\rho}^2) S^2 \bar{Z}}}{\bar{Z}}.$$

Pelo método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação, os tamanhos das parcelas variaram de 2,9 a 5,05 UEB, ou seja, parcelas em torno de 0,58 a 1,01m² (Tabela 4.3).

TABELA 4.3: Coeficiente de autocorrelação espacial de primeira ordem (ρ) e tamanho ótimo de parcela (X_o) para a variedade Aliança.

ρ	X_o
0	5,05
0,1	5,04
0,5	4,60
0,9	2,90

4.5 Comparações entre os métodos

Vários outros ensaios foram utilizados para exemplificar e permitir a comparação entre os métodos. Para evitar a apresentação repetitiva dos procedimen-

tos apresentados nos dois exemplos anteriores, optou-se por considerar apenas os principais resultados alcançados. Uma breve discussão dos resultados de cada um deles é realizado na seqüência.

Foi utilizado o ensaio de trigo com a variedade IAC 350, em que 288 UEB foram agregadas formando 13 diferentes tamanhos de parcelas. Cada unidade básica tinha área de $0,2m^2$ e os resultados para o tamanho de parcela (X), $CV_{(X)}$ e $V_{(X)}$ estão apresentados na Tabela 1.A. Para as variedades IAC 289 e BRS 207 de trigo, os resultados dos 13 tamanhos de parcela estão apresentados nas Tabelas 2.A e 3.A, respectivamente.

Foram utilizados ensaios em branco com mandioca, considerando duas variedades diferentes: a Platinão e a Cramuquém. Em ambos os ensaios, foram avaliados duas variáveis, o rendimento de raízes tuberosas (RT) e o peso da parte aérea (PPA). Foram consideradas 576 UEB, que foram agrupadas em 6 diferentes tamanhos. Os resultados dos 6 tamanhos de parcela para o $CV_{(X)}$ e $V_{(X)}$ estão apresentados nas Tabelas 4.A, 5.A, 6.A e 7.A, para as variedades Platinão variável RT, Platinão variável PPA, Cramuquém variável R e Cramuquém variável PPA, respectivamente.

Os quatro métodos foram aplicados a cada um destes ensaios em branco e as estimativas dos tamanhos ótimos de parcela foram obtidas. Para o método da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação, foram apresentadas apenas as estimativas considerando o parâmetro de autocorrelação ρ igual a zero.

Pode-se destacar que o ajuste do Modelo Segmentado com Platô em todos os casos foi considerado bom, com R^2 que variaram entre 82,19% e 97,47% (Tabela 4.4). Em quase todos os casos, o platô foi alcançado para um valor de $CV_{(X)}$ inferior a 10%, exceto para variedade Aliança, em que o $CV_{(X)}$ no platô foi de 16,23%.

Considerando que o índice de heterogeneidade do solo (b) da função $V_{(X)} = \frac{V_1}{X^b}$ é igual a $2B$ da função $CV_{(X)} = \frac{A}{X^B}$ (Thomas, 1974, citado por Oliveira et al., 2005), os ensaios de mandioca foram os que obtiveram maiores estimativas de B ($\hat{B} > 0,73$). Isso significa grande heterogeneidade do solo ou baixa correlação entre as parcelas adjacentes, indicando que as parcelas devem ser maiores.

TABELA 4.4: Coeficiente de determinação (R^2) e coeficiente de variação no ponto corresponde ao platô (CVP) para o Modelo Linear Segmentado com Platô (MLSP), coeficiente de determinação (R^2), estimativas dos parâmetros da função $CV_{(X)} = A/X^B$ e coeficiente de variação no ponto X_{MC} ($CV_{(X_{MC})}$) para o Método da Curvatura Máxima (MCM).

Ensaio	MLSP		MCM			
	R^2	CVP	R^2	A	B	$CV_{(X_{MC})}$
Arroz	93,17	3,4167	98,59	8,3726	0,2872	7,18
Aliança	82,19	16,2322	96,32	24,3329	0,1375	21,70
IAC 350	90,21	9,4471	98,80	22,0006	0,2613	15,95
IAC 289	84,36	3,7089	97,62	10,4917	0,3608	7,68
BRS 207	88,50	5,0100	99,04	11,7379	0,2622	9,69
Platinão-RT	94,90	3,5750	99,96	26,3045	0,7335	7,69
Platinão-PPA	95,25	4,2000	99,95	33,6133	0,7444	8,68
Cramuquém-R	96,97	2,9800	99,94	27,0919	0,8373	6,62
Cramuquém-PPA	97,47	3,1275	99,90	31,5256	0,8541	7,00

Para o modelo do Método da Curvatura Máxima $CV_{(X)} = \frac{A}{X^B}$, os R^2 foram muito elevados, em geral, superiores a 96%. Assim, existe alta confiabilidade

nas estimativas do tamanho ótimo de parcela por este método (Tabela 4.4). As estimativas de A e B deste modelo também são apresentadas na Tabela 4.4.

Como se pode observar na Tabela 4.4, os valores estimados para o coeficiente de variação no ponto representado pelo tamanho ótimo através do MCM ($CV_{(X_{MC})}$) variaram entre 6,62% e 21,70%. Já os valores do CVP variaram entre 2,98% e 16,23%, indicando que, pelo MLSP, é possível estimar tamanhos adequados de parcela com valores menores para o coeficiente de variação. Nota-se que todos os valores de CVP correspondem a valores inferiores aos $CV_{(X_{MC})}$.

4.6 Tamanhos ótimos de parcelas estimados

Um resumo das estimativas de tamanho de parcela para produção de grãos de arroz e de trigo, para produção de raízes tuberosas e peso da parte aérea para as variedades Platinão e Cramuquém de mandioca, obtidas pelos diferentes métodos utilizados, encontra-se na Tabela 4.5.

A determinação visual do ponto de estabilização da curva do coeficiente de variação por meio do método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima é um método subjetivo e, como tal, sujeito à variação entre observadores. As estimativas deste método foram sempre superiores às dos demais métodos, para todas as variedades e variáveis consideradas (Figuras 1.B a 7.B). Em geral, seus valores variaram de 10 a 15 UEB, como pode ser visto na Tabela 4.5. Não obstante, os valores observados para este método são muito superiores aos dos demais métodos, tendo, em alguns casos, sido mais de 6 vezes superior ao que apresentou menor valor.

Este resultado é consistente com os resultados de Zanon & Storck (2000) que utilizaram este método para estimar o tamanho ótimo de parcelas para *Eucalyptus Saligna* Smith e encontraram resultados muito discrepantes dos resultados exatos. Viana (1999), trabalhando com estimativas do tamanho de parcelas em experi-

mentos com mandioca, encontrou os maiores tamanhos pelo método de Inspeção Visual.

TABELA 4.5: Tamanho estimado da parcela (UEB), para os ensaios com arroz, trigo e mandioca, respectivamente, pelos métodos de Inspeção Visual da Curvatura Máxima (IVCM), da Curvatura Máxima (MCM), Modelo Linear Segmentado com Platô (MLSP), da Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação (CMCV), considerando $\rho = 0$.

Experimentos	IVCM	MCM	MLSP	CMCV
Arroz	10,50	1,71	7,48	2,38
Aliança	10,00	2,30	5,52	5,05
IAC 350	12,00	3,42	9,45	4,56
IAC 289	12,00	2,37	5,63	2,81
BRS 207	12,00	2,08	9,86	3,01
Platinão-RT	15,00	5,35	4,07	5,18
Platinão-PPA	15,00	6,16	4,21	6,09
Cramuquém-R	15,00	5,38	3,93	5,28
Cramuquém-PPA	15,00	5,82	4,03	5,83

O Método da Curvatura Máxima é um dos mais utilizados para determinar o tamanho das unidades experimentais básicas. De acordo com Bakke (1988) este método pode e deve ser utilizado para comparar um ou mais métodos de determinação de tamanho de unidades experimentais. Sua propriedade consiste em determinar o ponto de máxima curvatura, de forma algébrica, considerando a máxima curvatura e o vértice da curva, mas não o ponto de estabilização dos valores do coeficiente de variação experimental. Desse modo, o aumento no número de

plantas na parcela promove ganho significativo na precisão experimental, visto que o vértice da curva do coeficiente de variação experimental tende a ocorrer sempre na região das pequenas parcelas. Assim, este método tende a subestimar o número ótimo de plantas por parcela. Infelizmente, apesar de poder se afirmar que, em geral, o número ótimo de plantas por parcela foi subestimado, não se pode determinar o número ótimo real, mesmo em dados simulados.

Como se pode observar, com base nos dados da Tabela 4.5, para o ensaio com arroz, o tamanho da parcela foi de 1, 71 UEB; para os ensaios com trigo, os valores variaram de 2, 08 a 3, 42 UEB e, para os ensaios com mandioca, variaram de 5, 35 a 6, 16 UEB. Os valores estimados por este método foram menores quando comparados aos demais, exceto para os ensaios com mandioca, cujos valores estiveram bem próximos dos obtidos pelos métodos MLSP e CMCV.

Leite et al. (2005), utilizando o MCM para estimar o tamanho de parcela e de parâmetros genéticos em família de cana-de-açúcar, estimaram tamanhos de parcelas com menos de uma planta por parcela, ou seja, tamanhos não aplicáveis a este estudo.

De acordo com Chaves (1985), o valor da abscissa no ponto de máxima curvatura deve ser interpretado como o limite mínimo de tamanho de parcela e não como tamanho ótimo.

Henriques Neto (2003) encontrou valores pequenos de parcela pelo MCM, os quais não representam o tamanho apropriado para estudo da produção de grãos em experimentos com trigo. Já Viana et al. (2005), apesar de encontrarem forte tendência de estimativas de menores tamanhos por este método, afirmam que este foi o mais adequado.

Como se pode observar por meio da Tabela 4.5, os valores estimados pelo método MLSP não foram grandes como os encontrados pelo método IVCM e nem

pequenos, como os encontrados pelo método MCM nos ensaios com arroz e trigo. Para os ensaios com mandioca, os valores estimados para o tamanho da parcela foram bem próximos dos valores estimados com o MCM. O mesmo acontece com os valores encontrados pelo método CMCV, exceto para o valor encontrado para o ensaio com arroz, que também foi pequeno, ou seja, 2,38 UEB. Por isso, este método pode ser empregado para a obtenção do tamanho ótimo de parcelas, visto que é mais simples e prático. Além do mais, este método não é dependente de critérios pessoais e nem de qualidade de ajuste do modelos.

Os tamanhos das parcelas estimados para os ensaios com trigo estão dentro de limites aceitáveis, em comparação com os valores encontrados na literatura, bem como em relação aos tamanhos de parcela utilizados na prática (Taylor et al., 1999). Estes autores reuniram dados de 142 experimentos de competição de cultivares e constataram que o tamanho da parcela utilizada variou de 1,55 a 95,5 UEB.

O mesmo acontece com as estimativas obtidas para os ensaios com mandioca que, de acordo com a literatura, variaram de 2,08 a 33,33 UEB(Monzón et al., 1977, citados por Tineo & Villasmil, 1988), 20,83 UEB(Sinthuprama et al.,1973) e 23,04 UEB (Bueno & Gomes, 1983).

5 CONCLUSÃO

Os métodos Modelo Linear Segmentando com Platô e Curvatura Máxima do Coeficiente de Variação mostraram-se adequados para a obtenção do tamanho ótimo de parcelas experimentais, visto que obtiveram tamanhos similares para a maioria dos experimentos utilizados.

O Método da Curvatura Máxima apresentou os menores tamanhos de parcelas na maioria dos experimentos utilizados.

É recomendável o uso de mais de um método de determinação de tamanho ótimo de parcelas experimentais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAKKE, O. A. **Tamanho e forma ótimas de parcelas em delineamentos experimentais**. 1988. 142 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.
- BUENO, A.; GOMES, F. P. Estimativa do tamanho de parcela em experimento de mandioca. **Revista Brasileira de Mandioca**, Cruz das Almas, v. 2, n. 2, p. 39-44, 1983.
- CHAVES, L. J. **Tamanho da parcela para seleção de progênies de milho (Zea mays L.)**. 1985. 148 p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.
- CHIACCHIO, E. J. **Regressão não-linear**: desenvolvimento de um sistema computacional e aplicações. 1993. 149 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.
- DRAPER, N. R; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3. ed. New York: John Wiley, 1998. 706 p.
- FEDERER, W. T. **Experimental design**. New York: MacMillan, 1955. 544 p.
- FERREIRA, D.F. **Uso de Recursos Computacionais** Lavras, 2006.
- GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical model**. New York: John Wiley, 1942. 610p.
- GOMEZ, K. A.; GOMES, A. A. **Statistical procedures for agricultural research**. 2. ed. New York: John Wiley, 1984. 680 p.

- HENRIQUES NETO, D. **Estimativas de tamanho e forma de parcelas experimentais para avaliação do rendimento de grãos de trigo**. 2003. 138 p. Tese (Doutorado em Fitotecnia) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.
- LE CLERG, E. L. Significance of experimental design in plant breeding. In: FREY, K. J. **Plant breeding symposium**. Ames: Iowa State University, 1967. p. 243-313.
- LEITE, M. S. de O.; PETERNELLI, L. A.; BARBOSA, M. H. P.; SOUZA, E. F. M.; FARIA, R. de O. Estimação do tamanho de parcelas e de parâmetros genéticos em famílias de cana-de-açúcar. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA (RBRAS), 50.; SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA - SEAGRO, 11., 2005, Londrina. **Resumos...** Londrina, 2005.
- LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. São Paulo, 1994. 1178 p.
- LESSMAN, K. J.; ATKINS, R. E. Optimum plot size and relative efficiency of lattice designs for grain sorghum yield tests. **Crop Science**, Madison, v. 3, n. 5, p. 477-481, Sept./Oct. 1963.
- OLIVEIRA, S. J. R.; STORCK, L.; LOPES, S. J.; LÚCIO, A. D.; FEIJÓ, S.; DAMO, H. P. Tamanho da unidade básica nos ensaios em branco. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA (RBRAS), 50.; SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA - SEAGRO, 11., 2005, Londrina. **Resumos...** Londrina, 2005.

- PORTZ, L.; DIAS, C. T. dos S.; CYRINO, J. E. P. Regressão segmentada como modelo na derterminação de exigências nutricionais de peixes. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v. 57, n. 4, p. 601-607, out./dez. 2000.
- REZENDE, D. M. L. C. **Ajuste de modelos de platô de resposta aplicados ao estudo de exigência nutricional de frangos de corte**. 2002. 76 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- ROSSETTI, A. G. **Determinação do tamanho ótimo de parcelas em ensaios agrícolas**. 1979. 70 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agrônômica) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.
- SAS INSTITUTE. **SAS/STAT User's Guide**. Version 6. 2. ed. Cary: SAS Institute, 1995.
- SINTHUPRAMA, S.; THIRAPORN, C.; SONHLAKSAP, N. **Study on plot size and plot shape for cassava experiments: progress report of 1973**. Thailand: Depatament of Agriculture, 1973. p. 262-269.
- SMITH, H. F. An empirical law describing heterogeneity in the yields of agricultural crops. **Journal of Agricultural Science**, Cambridge, v. 28, p. 1-23, 1938. tomo único.
- SOUZA, G. da S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. Brasília: Embrapa-SPI/Embrapa-SEA, 1998. 489 p.
- TAYLOR, S. L; PAYTON, M. E.; RAUN, W. R. Relationship between mean yield, coefficient of variation, mean square error, and plot size in wheat field experiments. **Communications in Soil Science and Plant Analysis**, New York, v. 30, n. 9/10, p. 1439-1447, 1999.

TINEO, J. R.; VILLASMIL, J. J. Determinacion del tamaño óptimo de parcela experimental en yuca (*Manihot esculenta Crantz*). **Revista de la Facultad de Agronomía**, Maracaibo, v. 7, n. 2, p. 116-126, 1988.

VIANA, A. E. S. **Estimativas do tamanho de parcelas e características do material de plantio em experimentos com mandioca**. 1999. 123 p. Tese (Doutorado em Fitotecnia) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

VIANA, A. E. S.; SEDIYAMA, T.; CECON, P. R.; LOPES, S. C.; SEDIYAMA, M. A. N. Estimativas de tamanho de parcelas em experimentos com mandioca. **Horticultura brasileira**, Brasília, v. 20, n. 1, p. 58-63, mar. 2005.

ZANON, M. L. B.; STORCK, L. Tamanho ótimo de parcelas experimentais para *Eucalyptus Saligna* Smith em dois estágios de desenvolvimento. **CERNE**, Lavras, v. 6, n. 2, p. 104-111, 2000.

ANEXOS

ANEXO A	Páginas
TABELA 1A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade IAC 350 .	55
TABELA 2A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade IAC 289 .	56
TABELA 3A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade BRS-207	57
TABELA 4A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Platinão-RT	58
TABELA 5A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Platinão-PPA	58

TABELA 6A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Cramuquém-RT 59

TABELA 7A Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Cramuquém-PPA 59

ANEXO B	Páginas
FIGURA 1B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade IAC-350.	60
FIGURA 2B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade IAC-289.	60
FIGURA 3B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade BRS 207.	61
FIGURA 4B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Platinão-RT.	61
FIGURA 5B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Platinão-PPA.	62
FIGURA 6B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Cramuquém-RT.	62
FIGURA 7B Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Cramuquém-PPA.	63

TABELA 1.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade IAC 350.

Tamanho de parcela (X)	$CV_{(X)}$ (%)	$V(X)$
1	21,80	60,63
2	18,31	141,41
3	16,86	328,28
4	15,64	500,45
6	13,94	909,68
8	11,90	1217,73
12	11,91	2682,90
16	9,99	3520,32
18	11,04	6583,36
24	9,31	14314,08
36	9,26	19331,04
48	7,77	31358,16
72	6,85	29467,68

TABELA 2.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade IAC 289.

Tamanho de parcela (X)	$CV_{(X)}$ (%)	$V_{(X)}$
1	10,52	56,04
2	8,12	133,89
3	7,18	235,26
4	6,25	321,72
6	5,73	609,02
8	4,55	695,71
12	4,46	1531,66
16	3,20	1431,60
18	4,39	2960,68
24	3,04	8293,08
36	3,43	5964,84
48	2,24	14999,76
72	2,34	10804,80

TABELA 3.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade BRS 207.

Tamanho de parcela (X)	$CV_{(X)}$ (%)	$V(X)$
1	11,67	60,38
2	9,84	171,79
3	8,59	295,46
4	8,35	497,01
6	7,49	905,37
8	6,63	1283,01
12	6,37	2670,68
16	5,38	3403,04
18	5,90	6744,12
24	4,94	14024,88
36	4,84	17401,80
48	3,98	32258,88
72	3,66	35320,80

TABELA 4.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Platinão-RT.

Tamanho de parcela (X)	$CV(X)$ (%)	$V(X)$
1	26,37	1,3981
3	11,53	1,8542
6	7,08	3,1004
12	4,28	2,3991
36	2,25	17,6403
144	0,69	30,6801

TABELA 5.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Platinão-PPA.

Tamanho de parcela (X)	$CV(X)$ (%)	$V(X)$
1	33,53	0,9356
3	15,25	2,2072
6	8,63	2,6434
12	4,97	1,8895
36	2,53	11,6462
144	0,67	13,7763

TABELA 6.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Cramuquém-RT.

Tamanho de parcela (X)	$CV(X)$ (%)	$V(X)$
1	27,14	2,8064
3	10,68	3,8220
6	5,89	3,5462
12	3,50	5,5290
36	1,55	2,0595
108	0,98	52,7690

TABELA 7.A: Tamanho de parcela (X), em termos de unidades experimentais básicas, coeficiente de variação entre parcelas ($CV(X)$) e variância entre as parcelas de X UEB ($V(X)$), para a variedade Cramuquém-PPA.

Tamanho de parcela (X)	$CV(X)$ (%)	$V(X)$
1	31,47	5,2705
3	12,79	10,7857
6	6,25	6,1584
12	3,68	9,4060
36	1,60	8,4457
108	0,91	67,7286

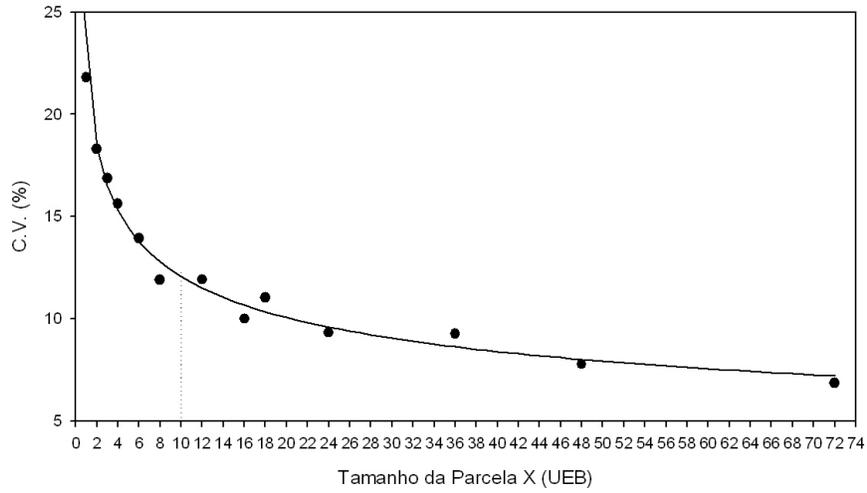


FIGURA 1.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade IAC-350.

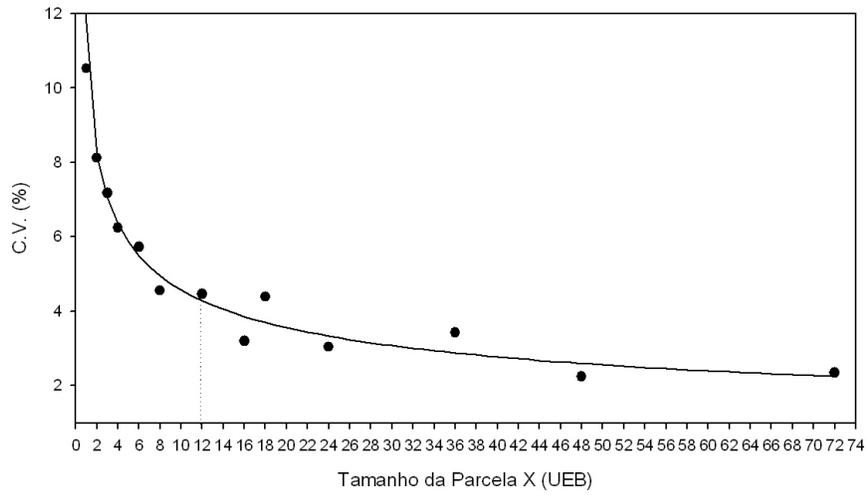


FIGURA 2.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade IAC-289.

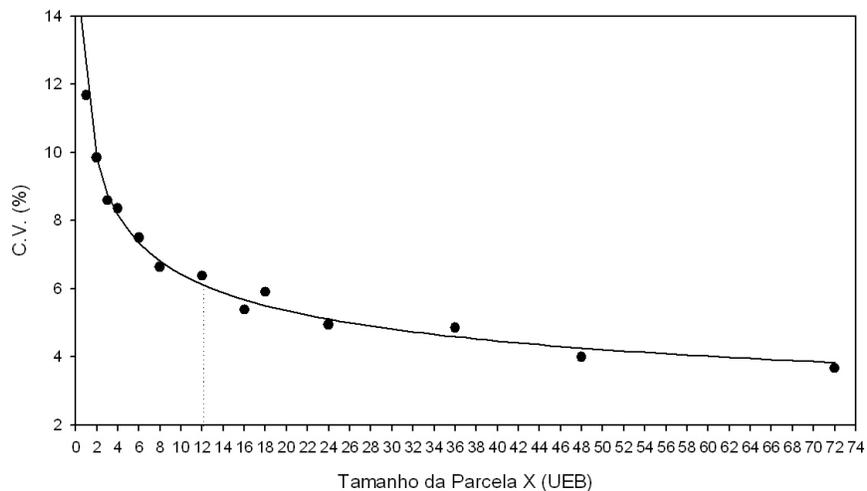


FIGURA 3.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade BRS-207.

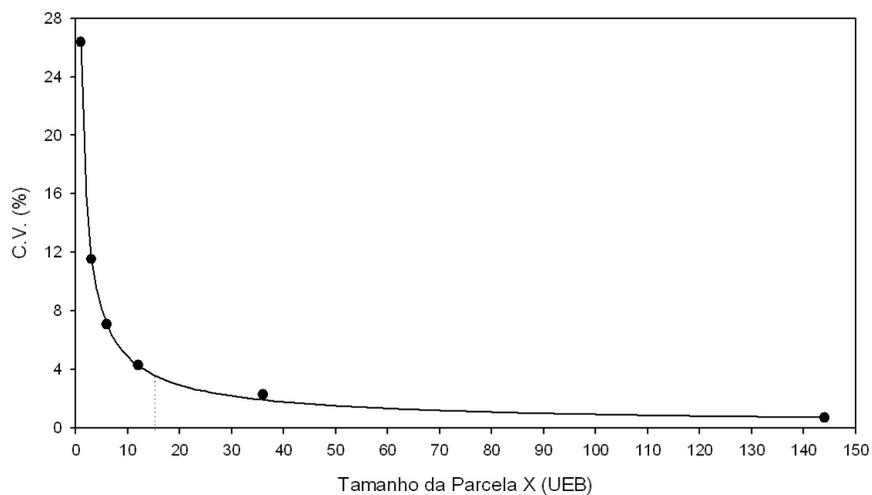


FIGURA 4.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Platinão-RT.

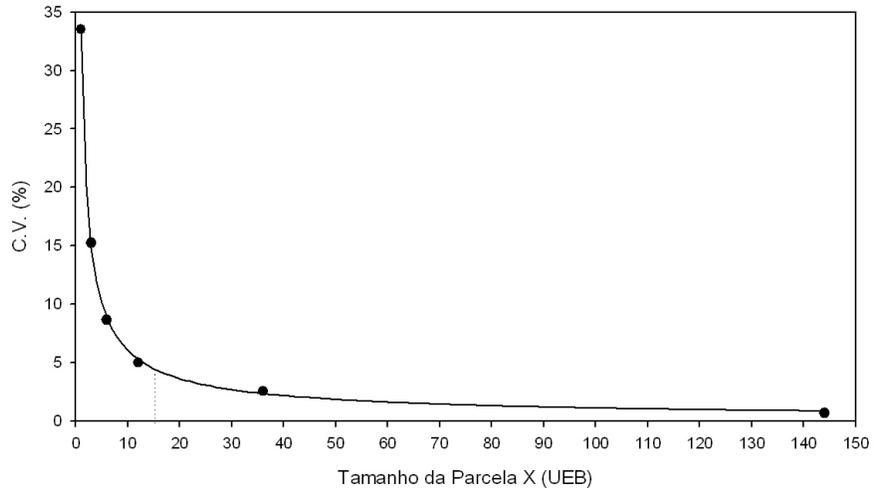


FIGURA 5.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Platinão-PPA.

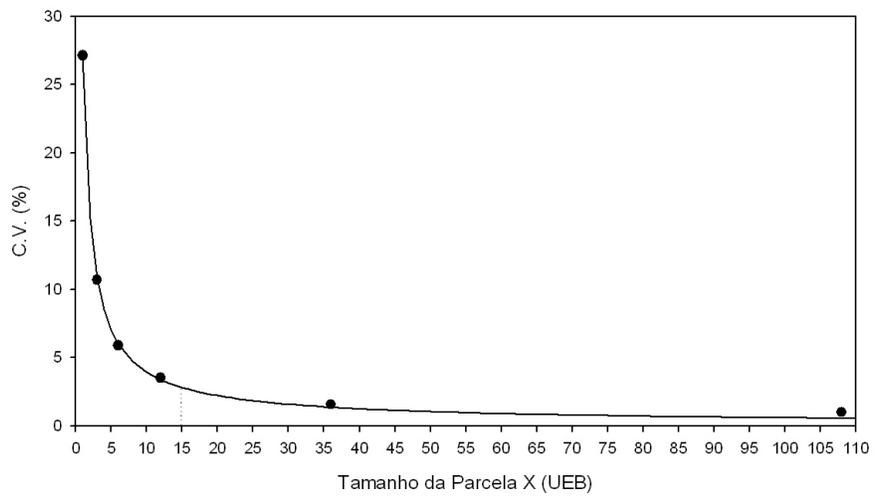


FIGURA 6.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Cramuquém-RT.

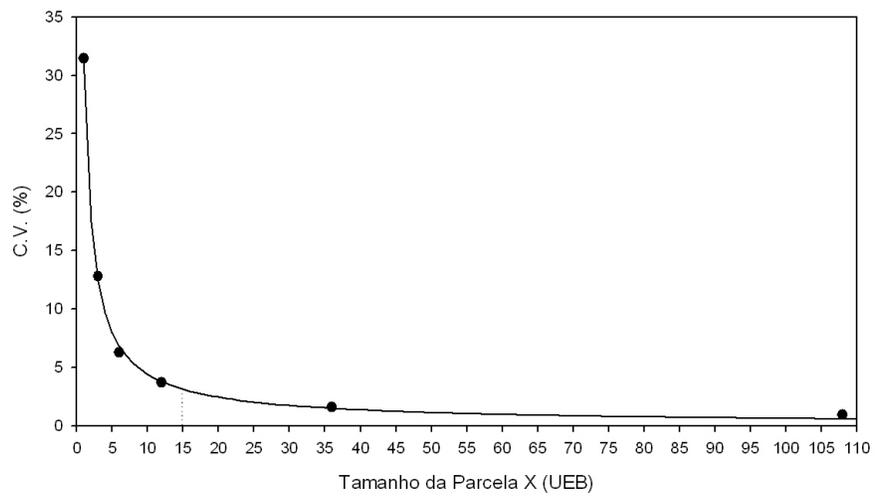


FIGURA 7.B: Relação entre coeficiente de variação (CV) e tamanho de parcela (X), para a variedade Cramuquém-PPA.