



**PADRÕES DE NÃO-ALEATORIEDADE NO
CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO**

QUINTILIANO SIQUEIRA SCHRODEN NOMELINI

2007

QUINTILIANO SIQUEIRA SCHRODEN NOMELINI

**PADRÕES DE NÃO-ALEATORIEDADE NO CONTROLE
ESTATÍSTICO DE PROCESSO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de Mestre.

Orientador

Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira

**LAVRAS
MINAS GERAIS – BRASIL
2007**

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos
da
Biblioteca Central da UFLA**

Nomelini, Quintiliano Siqueira Schroden
Padrões de não-aleatoriedade no controle estatístico de processo /
Quintiliano Siqueira Schroden Momelini. -- Lavras : UFLA, 2007.
181 p. : il.

Orientador: Marcelo Silva de Oliveira
Dissertação (Mestrado) – UFLA.
Bibliografia.

1. Padrões de não-aleatoriedade. 2. CEP. 3. Gráfico de controle. I.
Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD-519.5
-388.342

QUINTILIANO SIQUEIRA SCHRODEN NOMELINI

**PADRÕES DE NÃO-ALEATORIEDADE NO CONTROLE
ESTATÍSTICO DE PROCESSO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 27 de fevereiro de 2007.

Prof. Dr. Marcelo Tavares	UFU
Prof. Dr. João Domingos Scalon	UFLA

Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira
UFLA
(Orientador)

**LAVRAS
MINAS GERAIS – BRASIL**

À

Minha noiva Albaniza,
pelo amor e dedicação,

OFEREÇO.

Meus pais, Neilton e Sandra, e minha irmã, Germana,

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Hoje eu sei, tenho muito a agradecer...

Aos meus pais, Neilton e Sandra; à minha noiva Albaniza, a minha irmã, Germana, à toda minha família, que tanto me incentivaram e me deram forças, agradeço pela compreensão e pelo apoio sem os quais eu jamais conseguiria realizar este trabalho.

À Universidade Federal de Lavras, em especial ao Departamento de Ciências Exatas, pela oportunidade de concretização deste trabalho.

Ao professor Marcelo Silva de Oliveira e amigo Eric Batista Ferreira, pelas sugestões, críticas e ensinamentos durante o curso.

Aos professores da Faculdade de Matemática, em especial, Arlindo, Heyder, Marcelo Tavares, Rogério e Ednaldo, pelo apoio e incentivo.

A todos os professores do DEX, pela amizade demonstrada nos corredores do Departamento. Também à Selminha, à Edila e à Jose, pelo carinho e pela disposição em ajudar.

Aos amigos do curso de mestrado. Jamais esquecerei da nossa convivência, dos momentos de risos, de choro e de estudos. Agradeço, também, aos amigos das outras turmas de mestrado e doutorado.

À CAPES e ao CNPQ, pelo apoio financeiro. E à empresa a qual prestei assessoria, pela confiança a mim concedida.

A Deus, por ter colocado todas essas pessoas no meu caminho. Eu sei que Ele as escolheu de modo que a minha vida pudesse ser mais feliz, e de maneira que eu conseguisse chegar aonde cheguei.

Muito obrigado!

SUMÁRIO

	Página
LISTAS DE FIGURAS.....	i
LISTAS DE TABELAS.....	v
RESUMO.....	viii
ABSTRACT.....	ix
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Justificativa.....	2
1.2 Problema de pesquisa.....	4
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	6
2.1 Evolução da Gestão da Qualidade.....	6
2.2 Uma ótica conceitual sobre qualidade.....	11
2.3 Processo.....	13
2.4 Variabilidade de um processo.....	15
2.5 Causas aleatórias e atribuíveis da variação da qualidade.....	17
2.6 Seis Sigma.....	20
2.6.1 Conceito do Seis Sigma.....	21
2.6.2 Característica do Seis Sigma.....	25
2.6.3 Habilitação para envolver-se com Seis Sigma.....	26
2.6.4 Significados estatístico do Seis Sigma.....	27
2.6.5 Método DMAIC.....	32
2.7 CEP: Uma ferramenta relevante para o Seis Sigma.....	37
2.7.1 Panorama histórico do CEP.....	38
2.7.2 Conceituando Controle Estatístico de Processos (CEP).....	40
2.7.3 As sete principais ferramentas do CEP.....	42
2.7.3.1 Histograma.....	42
2.7.3.2 Folha de verificação.....	47
2.7.3.3 Gráfico de Pareto.....	48
2.7.3.4 Diagrama de causa-e-efeito.....	52
2.7.3.5 Diagrama de concentração de defeito.....	56
2.7.3.6 Diagrama de dispersão.....	57
2.7.3.7 Gráfico de controle.....	58
2.7.3.7.1 Padrões de não-aleatoriedade do processo.....	64
2.7.3.7.2 Classificação dos gráficos de controle.....	71
2.7.3.7.2.1 Gráficos de controle para variáveis.....	71
2.7.3.7.2.2 Gráfico de controle para atributos.....	79
2.7.3.7.3 Limites de controle e limites de especificação.....	81
2.7.3.7.4 Limites de controle tentativos.....	82
2.7.3.7.5 Subgrupo racional.....	84
2.7.3.7.6 Tamanho (n) de amostras e frequências de amostragem.....	84
2.8 Análise de capacidade de processo.....	91

2.8.1 Índice de capacidade para processo centrado.....	92
2.8.2 Índice de capacidade com média deslocada.....	93
2.8.4 Intervalos de confiança para índices de capacidade.....	97
2.8.5 Análise utilizando gráficos de controle.....	98
2.9 Função de autocovariância e autocorrelação.....	98
3 MATERIAL E MÉTODOS.....	100
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	104
4.1 Etapa teórica.....	104
4.1.1 Estudos e discussões dos padrões de não-aleatoriedade.....	104
4.2 Etapa aplicada.....	117
5 CONCLUSÕES.....	141
6 TRABALHOS FUTUROS.....	144
7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	145
8 ANEXOS.....	152

LISTAS DE FIGURAS

	Página
FIGURA 2.1 -Linha do tempo para a gestão da qualidade.....	9
FIGURA 2.2 -Processo de transformação.....	15
FIGURA 2.3 -Gráfico referente a um processo isento de causas especiais.....	18
FIGURA 2.4 -Gráfico referente a um processo com causa especial alterando a média do processo.....	19
FIGURA 2.5 -Gráfico de um processo com causa especial alterando a média e aumentando a variabilidade do processo.....	19
FIGURA 2.6 -Exemplos de performance do Seis Sigma.....	22
FIGURA 2.7 -Benefícios resultantes de se alcançar o padrão Seis Sigma.....	23
FIGURA 2.8 -Relação das escalas 3σ e 6σ	29
FIGURA 2.9 -Deslocamento da média do valor nominal em $1,5\sigma$	30
FIGURA 2.10 -Etapa 1 do Método <i>DMAIC</i>	33
FIGURA 2.11 -Etapa 2 do Método <i>DMAIC</i>	34
FIGURA 2.12 -Etapa 3 do Método <i>DMAIC</i>	35
FIGURA 2.13 -Etapa 4 do Método <i>DMAIC</i>	36
FIGURA 2.14 -Etapa 5 do Método <i>DMAIC</i>	37
FIGURA 2.15 -Fluxo de um processo tradicional de controle de qualidade.....	39
FIGURA 2.16 -Fluxo de processo com implementação do CEP.....	40
FIGURA 2.17 -Folha de verificação para a classificação de lentes defeituosas.....	49

FIGURA 2.18- Gráfico de Pareto do Minitab 14® para os tipos de defeitos de lentes.....	51
FIGURA 2.19- Diagrama de Causa e Efeito para itens não-conformes do processo de envase de azeitonas verdes.....	55
FIGURA 2.20- Diagrama de concentração de defeito para o tanque.....	56
FIGURA 2.21- Diagrama de dispersão do Minitab 14® para desempenho médio dos nove grupos de corretores, em função do número de dias de treinamento.....	58
FIGURA 2.22- Exemplo de Gráfico de Controle.....	60
FIGURA 2.23- Exemplo de pontos fora dos limites de controle.....	65
FIGURA 2.24- Exemplo de Padrão Cíclico ou Periodicidade.....	66
FIGURA 2.25- Exemplo de seqüência de sete pontos consecutivos abaixo da linha média (a) e de dez de onze pontos consecutivos (b).....	67
FIGURA 2.26- Exemplo de tendência em direção descendente de um processo.....	68
FIGURA 2.27- Exemplo de Mistura em um processo.....	69
FIGURA 2.28- Exemplo de estratificação ou aproximação da linha média.....	69
FIGURA 2.29- Gráfico \bar{X} e S do Minitab 14® para a espessura de placa de circuito impresso, com 25 amostras de tamanho 3.....	73
FIGURA 2.30- Gráfico \bar{X} e R do Minitab 14® para a espessura de placa de circuito impresso, com 25 amostras de tamanho 3.....	75
FIGURA 2.31- Gráfico para média móvel do Minitab 14® para variável profundidade para 25 observações.....	78
FIGURA 2.32- Gráfico p do Minitab 14® para fração não-conforme da montagem de certo produto, com amostras de tamanho 100.....	80

FIGURA 2.33- Gráfico np do Minitab 14® para unidades não - conforme de aros de roda de titânio para automóveis, com amostras de tamanho 150.....	81
FIGURA 2.34- Gráfico do Minitab 14® para o Pd do gráfico de média versus Deslocamento (δ).....	88
FIGURA 2.35 Exemplo de gráfico de autocorrelação pelo Minitab 14® para dados simulados.....	99
FIGURA 4.1- Gráfico do p -valor em relação ao número de pontos no gráfico de controle que estejam seguindo um padrão cíclico.....	107
FIGURA 4.2- Seqüência de sete pontos consecutivos abaixo da linha média e seus eventos.....	109
FIGURA 4.3- Mistura em um processo, seus eventos e o limite construído.....	114
FIGURA 4.4- Estratificação em um processo, seus eventos e limites construídos.....	116
FIGURA 4.5- Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados do diâmetro interno coletados pelo operador com, tamanhos de amostras $n = 3$ e freqüência de meia em meia hora.....	121
FIGURA 4.6- Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados do diâmetro interno coletados pelo inspetor com, tamanhos de amostras $n = 3$ e freqüência de meia em meia hora.....	122
FIGURA 4.7- Análise da autocorrelação do Minitab 14® para os dados do diâmetro interno coletados pelo inspetor.....	127
FIGURA 4.8- Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados da profundidade coletados pelo operador com, tamanhos de amostras $n = 1$ e freqüência de meia em meia hora.....	130
FIGURA 4.9- Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados da profundidade coletados pelo inspetor com, tamanhos de amostras $n = 1$ e freqüência de meia em meia hora.....	131

FIGURA 4.10 -Análise da autocorrelação do Minitab 14® para os dados da profundidade coletados pelo inspetor.....	136
FIGURA 4.11 -Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados simulados com, tamanhos de amostras $n = 3$ e frequência de meia em meia hora.....	139
FIGURA 4.12 -Análise da autocorrelação do Minitab 14® para os dados simulados.....	140

LISTAS DE TABELAS

	Página
TABELA 2.1-Dimensões para a qualidade empresarial.....	13
TABELA 2.2-Comparação entre os perfis de alguns patrocinadores do Seis Sigma.....	27
TABELA 2.3-Quantidades de defeitos em <i>ppm</i> para diferentes Escalas Sigma com média centrada e deslocada em $1,5\sigma$	32
TABELA 2.4-Procedimento para Construção de um Histograma.....	43
TABELA 2.5-Tipos de Histogramas.....	45
TABELA 2.6-Planilha de dados para construção do gráfico de Pareto para a Figura 2.17.....	51
TABELA 2.7-Procedimento para a construção do diagrama de causa-e-efeito.....	54
TABELA 2.8-Possíveis resultados de um gráfico de controle.....	62
TABELA 2.9-Características de alguns testes de normalidade.....	70
TABELA 2.10-Eficiência relativa entre R e S para amostras de tamanho <i>n</i>	73
TABELA 2.11-Valores de Pd para diferentes combinações de <i>n</i> e de δ	87
TABELA 2.12-Tempo esperado até o sinal e poder do gráfico \bar{X} para diferentes deslocamentos ($n/h = 12$ e $TMAF = 500$).....	90
TABELA 2.13-Valores dos índices de capacidade para diferentes valores de μ e σ , com $LIE = 2$ e $LSE = 8$	95
TABELA 4.1-Rotina do software R para o teste de ciclicidade.....	108

TABELA 4.2- Probabilidade de ocorrer a união dos eventos B e C, caso consecutivo.....	109
TABELA 4.3- Probabilidade de ocorrer a união dos eventos B e C, casos não consecutivos.....	112
TABELA 4.4- Número de pontos nos intervalos, em que pontos consecutivos iguais ou acima de m indicam que o processo está fora de controle, com $\alpha = 1\%$	114
TABELA 4.5- Número de pontos nos intervalos, supondo $m = 24$, onde pontos iguais ou acima de v o processo esta fora de controle com $\alpha = 1\%$	115
TABELA 4.6- Número de pontos nos intervalos, onde pontos consecutivos acima de m o processo esta fora de controle com $\alpha = 1\%$...	116
TABELA 4.7- Número de pontos nos intervalos, em que pontos iguais ou acima de v indicam que o processo está fora de controle, considerando $m = 24$ e $\alpha = 1\%$	117
TABELA 4.8- Medidas da característica diâmetro interno marcadas pelo operador.....	119
TABELA 4.9- Medidas da característica diâmetro interno marcadas pelo inspetor.....	120
TABELA 4.10- Testes de normalidade para o diâmetro interno coletado pelo operador.....	123
TABELA 4.11- Testes de normalidade para o diâmetro interno coletado pelo inspetor.....	123
TABELA 4.12- Análise dos padrões de não-aleatoriedade dos dados do inspetor, para a variável diâmetro interno.....	124
TABELA 4.13- Medidas da característica profundidade marcadas pelo operador.....	128
TABELA 4.14- Medidas da característica profundidade marcadas pelo inspetor.....	129

TABELA 4.15 -Testes de normalidade para a profundidade coletados pelo operador.....	132
TABELA 4.16 -Testes de normalidade para a profundidade coletados pelo inspetor.....	132
TABELA 4.17 -Análise dos padrões de não-aleatoriedade dos dados do inspetor, para a variável profundidade.....	133
TABELA 4.18 -Medidas simulados de uma distribuição Normal com média e desvio padrão da característica diâmetro interno, pelo software R.....	137
TABELA 4.19 -Testes de normalidade para os dados simulados.....	138
TABELA 4.20 -Análise dos padrões de não-aleatoriedade dos dados simulados.....	138
QUADRO 2.1 -Análise gráfica da capacidade de um processo.....	92
QUADRO 2.2 -Interpretação do índice C_{pk}	96

RESUMO

NOMELINI, Quintiliano Siqueira Schroden. **PADRÕES DE NÃO-ALEATORIEDADE NO CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO:** UFLA, 2007. 181p. (Dissertação Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária).¹

Hoje, o mercado consumidor não admite falhas nos produtos e, com o intuito de melhorar a qualidade de produtos e serviços, as organizações foram buscar na ciência meios para essa excelência. Existem várias técnicas estatísticas que são úteis para o controle da qualidade de bens e serviços e, por esse motivo, o conhecimento destes métodos está se tornando cada vez mais importante para profissionais engajados em programas de promoção da qualidade e produtividade. Uma metodologia considerada como a nova geração da gestão da qualidade e constituída de várias ferramentas estatísticas é o Seis Sigma. Esta filosofia sugere que a variação dos produtos e processos deve ser conhecida por ser um fator que afeta tempos de fabricação, custos e qualidade. E foi com o estudo científico da variabilidade dos processos que Shewhart descobriu a importância da estatística na implementação das ferramentas do Controle Estatístico de Processo (CEP) e dos gráficos de controle, onde estes deram início a uma nova era de produtos com boa qualidade e preços mais acessíveis. Devido a importância de tal metodologia, foi realizado um estudo em uma indústria de autopeças em Lavras – MG. Este estudo se constituiu de uma análise estatística de dois processos da empresa em questão. Observaram-se pontos de possíveis melhoras no controle de qualidade, relacionados aos procedimentos do CEP. Concluiu-se então que os processos analisados estavam instáveis aconselhando-se o treinamento dos funcionários e a eliminação das possíveis causas especiais. Foram ilustradas também algumas discussões sobre os padrões de não-aleatoriedade. Obteve-se sucesso com as discussões dos padrões de não-aleatoriedade deixando-os mais informativos.

¹ Comitê Orientador: Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Orientador), Eric Batista Ferreira – UFLA (co-orientador)

ABSTRACT

NOMELINI, Quintiliano Siqueira Schroden. **NON-RANDOM PATTERNS IN STATISTICAL PROCESS CONTROL**. UFLA, 2007. 181p. (Master dissertation in Statistics and Agricultural Experimentation).²

In our days, consuming market does not admit imperfections in products and, intending to improve the quality of products and services, the organizations had searched in science ways of reaching the excellency. Statistical techniques are useful for the quality control of goods and services and, for this reason, they are so developed. Knowledge of those methods is becoming more and more important for professionals engaged in programs of promotion of quality and productivity. Considered the new generation in quality management, Six Sigma is a statistical tool considered. Its philosophy suggests that the variation of the products and processes must be known, tiny and under control. Also through studies of processes that Shewhart had implemented the tools of Statistical Process Control (SPC) and of control charts, yielding products with good quality and accessible prices. Using those tools, a study was carried in a automobile manufacture at Lavras - MG. One analysed two processes of the firm in foccus. One observed points of possible improvements in quality control, related to the procedures of the SPC. It was suggested updates in procedures. Some quarrels have been done on non-random patterns updating the liteture about them.

² Advisor committee: Marcelo Silva de Oliveira - UFLA (Supervisor); Eric Batista Ferreira – UFLA (co-advisor)

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas duas décadas, o cenário competitivo brasileiro foi alterado em função da exposição dos consumidores a produtos de melhor qualidade e menor custo. Além de investimento em novas tecnologias e modernização do parque industrial, a competitividade dos produtos brasileiros está ligada ao aumento de produtividade, com o uso de ferramentas estatísticas de controle de processo (Torminato, 2004).

Diversas empresas do setor manufatureiro (automotivo, em especial para esta dissertação) estão apresentando bons resultados operacionais, decorrentes da aplicação de uma metodologia denominada Seis Sigma, cujo principal objetivo é controlar e reduzir a variabilidade do processo. Essas empresas estão apresentando resultados financeiros expressivos como consequência deste método, aumentando o interesse crescente por programas de melhoria que focalizem também em ganhos financeiros.

Diversos métodos estatísticos são utilizados dentro do contexto do Seis Sigma e alguns deles são: Controle Estatístico de Processo (CEP), Planejamento de Experimentos (DOE), Análises de Capacidade de Processos, Amostragem e outros. Em especial com relação às técnicas estatísticas, apesar de seu potencial, existe dificuldade na sua utilização. Quando essas técnicas não produzem o resultado desejado, acabam perdendo o crédito. Para evitar esse fracasso, assuntos relativos a qualidade devem fazer parte das preocupações da alta gerência; caso contrário, não haverá uma priorização dos programas de qualidade.

Um programa Seis Sigma deve começar pelo CEP, pois este busca estabilizar processos, e somente sobre processos estáveis é que alguma possibilidade de melhoria pode existir. A implantação do CEP auxilia na

determinação das causas de variação do processo produtivo e na tomada de decisões pelas pessoas envolvidas no processo. Ele é composto de algumas ferramentas que monitoram os processos, prevenindo a produção de produtos (ou serviços) não conformes.

Segundo Montgomery (2004), o processo de fabricação deve ser estável e todos os indivíduos envolvidos no processo (incluindo operadores, engenheiros, pessoal da garantia da qualidade e gerência) devem procurar, continuamente, melhorar o desempenho do processo e reduzir a variabilidade nos parâmetros-chave. O CEP on-line³ é uma ferramenta primordial para a obtenção desse objetivo e considerada uma das mais importantes na metodologia Seis Sigma.

O CEP é uma ferramenta simples e sua efetividade é testemunhada por uma repetição fisicamente estabelecida nas indústrias por todo o mundo. Por meio dela, consegue-se controlar características significativas do produto e do processo, em tempo real, garantindo níveis de qualidade, a um custo exigido pelo mercado. O Controle Estatístico de Processo é, sem dúvida, uma das mais poderosas metodologias desenvolvidas, visando auxiliar no controle eficaz da qualidade do produto e seus processos produtivos, usando a estatística como metodologia para analisar as limitações do processo.

1.1 Justificativa

Como a metodologia Seis Sigma busca a obtenção de melhorias radicais, em termos de qualidade, produtividade e custos, conseqüentemente, ela influencia a lucratividade das organizações⁴, fator decisivo para a sobrevivência

³ CEP on-line é aplicado no processo que está na linha de produção. Ele contrasta com CEP off-line, que é aplicado nos estágios iniciais da manufatura, em geral nas atividades de desenvolvimento. Neste material, CEP on-line será tratado apenas como CEP.

⁴ Organizações são *sistemas*. Um sistema é um conjunto de partes articuladas que funcionam juntas para cumprir um propósito, sendo tais partes interdependentes, inter-relacionadas e interinteligíveis (isto é, dada uma parte do sistema, esta tem sua definição em outra parte do

das empresas. Pode-se citar como exemplo, a adoção do Seis Sigma pela *General Electric* (GE) que, segundo Eckes (2001), resultou em uma melhoria impressionante, fazendo com que os giros de estoques fossem de 5,8 para 9,2 milhões de dólares.

O método Seis Sigma, assim como o CEP, é apresentado na literatura de forma genérica. No Brasil, esta metodologia está sendo introduzida, geralmente, por empresas multinacionais, as quais vêm adequando a metodologia à realidade brasileira. No entanto, essas experiências são sucintas, com baixo nível de detalhamento. O estudo aplicado também poderá auxiliar organizações na realização de certas atividades, como a de conseguir manter o controle estatístico de processo funcionando e também servir de material de apoio para a implementação do manual do CEP. Um estudo detalhado das metodologias e das aplicações poderá suprir a carência de informações e a falta de experiências na aplicação da metodologia Seis Sigma e CEP, em especial, justificando o objetivo geral deste trabalho.

A empresa deste estudo aplicado é uma organização de grande porte que produz e comercializa peças automotivas. Sua atuação no mercado inclui o nacional e o internacional, sendo considerada, em seu setor, uma fábrica de referência. Os procedimentos de Controle Estatístico de Processo mostraram alguns pontos que devem ser melhorados, priorizando-se, neste projeto, a principal ferramenta da metodologia Seis Sigma, o CEP, a atualização das técnicas e o retorno à regularidade deste controle estatístico.

Assim, justifica-se este trabalho devido aos seguintes fatores:

sistema, e não em si mesma). O corpo humano é o melhor exemplo de um sistema. De fato, o conceito de organização é o mesmo que o de *sistema* e, no Universo, tudo é sistema, sendo o próprio Universo um grande sistema.

- relevância técnica, pelo fato de que a metodologia proposta se materializa em melhoria do processo, sendo sustentado, operacionalmente, por meio da padronização das atividades;
- relevância teórica, pela importância de uma sistematização, principalmente quando abordada a estatística dos parâmetros estimados dos gráficos de controle e também das constantes citadas na literatura. Outro fato é discussão dos padrões de não-aleatoriedade.

1.2 Problema de pesquisa

O problema de pesquisa abordado por esta dissertação pode ser enunciado com a seguinte hipótese: o estudo dos padrões de não aleatoriedade constitui um dos elementos conceituais fundamentais a serem considerados para uma aplicação correta do CEP que possa prestar-se a um auxílio confiável no gerenciamento da qualidade de uma fábrica de peças automobilísticas. Para a demonstração desta hipótese utilizar-se-ão dados oriundos de uma indústria de amortecedores, com relação a dois processos específicos, em que as características da qualidade são: diâmetro interno e profundidade são avaliadas.

Portanto, espera-se que uma organização aplique o CEP de forma correta para que seus processos permitam alcançar o padrão internacional de qualidade. Assim, no decorrer deste trabalho, serão enumerados esses problemas e desenvolvida toda uma metodologia para racionalização do CEP.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Atualmente, os mercados estão cada vez mais competitivos e a fidelidade dos clientes cada vez mais disputada. As empresas que buscam o crescimento e almejam o mercado mundial devem comercializar produtos e serviços de forma a “encantar” seus clientes. Para surpreender os consumidores com produtos interessantes, preços atrativos e de excelente qualidade, são necessárias várias horas de muito empenho e dedicação, na elaboração de projetos consistentes. Dentro do contexto da busca por produtos perfeitos, encontram-se várias estratégias que visam aumentar a vantagem competitiva das organizações. Entre elas, encontram-se o Seis Sigma e, conseqüentemente, o Controle Estatístico de Processo ou CEP (Ruthes et al., 2006). Com esta visão do mercado contemporâneo, objetiva-se auxiliar organizações em aplicações do CEP no contexto Seis Sigma.

Este capítulo, se refere aos fundamentos teóricos, conceitua o histórico e também fatos atuais relacionados ao Seis Sigma e o CEP, onde convém deixar claro que este enfoque Seis Sigma é devido pela importância da ferramenta CEP dentro da metodologia. Esclarece-se nesta seção os procedimentos para se trabalhar com o CEP.

2.1 Evolução da gestão da qualidade

A gestão moderna da qualidade é fruto de um desenvolvimento histórico repleto de anseios, esforços e motivações para uma vida melhor, realizada pela operação de muitas pessoas diferentes, em diferentes países, ao longo das diferentes épocas.

Uma maneira clara e concisa de mostrar esse contexto histórico é utilizando-se uma linha do tempo (Figura 2.1). Como dito anteriormente, a

qualidade não é um termo recente, pois, antes da Revolução Industrial Inglesa já se falava nela. Os produtos eram produzidos artesanalmente, do modo que o cliente queria, ou seja, já havia noção de customização⁵, em que o artesão se envolvia, geralmente, com todo o processo. Ele recebia o pedido com as especificações do cliente, adquiria a matéria-prima, produzia o produto, avaliava, entregava e recebia retorno imediato com relação à satisfação do cliente.

Com o crescente aumento da população mundial, ocorreu também uma maior demanda de produtos básicos de sobrevivência, como, moradia, alimentação, roupas, sapatos, etc. Devido a essa necessidade de produção em grande escala, ocorreu o que chamamos de Revolução Industrial, surgindo, assim, as fábricas e as pequenas oficinas.

A Revolução Industrial começou na Inglaterra com a introdução da produção em massa. Por volta do século XVIII, na Primeira Revolução Inglesa, os dois critérios fundamentais para avaliação de um produto, as setas de qualidade (Q) e custo (C)⁶ estavam apontando no mesmo sentido, antes e depois da Revolução: maior qualidade implicava em maior custo e menor custo implicava em menor qualidade. Esta correlação positiva entre qualidade e custo parecia ser uma lei da natureza, inquestionável e imutável: se o cliente quer produtos melhores, então, esteja preparado para pagar mais caro por isto; se quer produtos mais baratos, então, esteja preparado para tê-los em qualidade mais baixa.

Esta associação entre custo e qualidade prevaleceu como única, até que o Japão surpreendeu o mundo, invertendo as direções das setas (Figura 2.1). Este foi o “milagre japonês” (ou, pelo menos, foi a razão dele). Devemos, porém,

⁵ Customização é a habilidade para satisfazer às necessidades específicas de cada cliente pela alteração do projeto do produto ou serviço, ou seja, o sistema deve ser flexível para atender às necessidades dos clientes, no que diz respeito ao projeto.

⁶ *Custo* é relacionado à *produtividade*. Produtividade maior é custo menor, e vice-versa.

alertar para o fato de que isto nem sempre é possível, pois há casos em que maior qualidade resulta em maior custo. Resumidamente, é possível produzir com qualidade e baixo custo, quando reduzem-se desperdícios de qualquer natureza e quando a qualidade é aumentada pela melhoria do projeto. Neste caso, o aumento da qualidade deverá vir acompanhado do aumento do custo do produto. Não abordaremos mais detalhes deste estudo entre qualidade e custo aqui, mas, sugere-se, ao leitor interessado, o capítulo 1 da obra de Oliveira (2000), para aprofundamento. Com isso, houve, tanto dos Estados Unidos quanto da Europa, uma verdadeira peregrinação de empresários, pesquisadores, entre outros, ao Japão, para observar o que estava acontecendo. E descobriram que lá trabalhava-se acirradamente com a gestão de qualidade de produtos totalmente baseada nos conceitos ocidentais, estes, em sua maioria, formulados por dois pesquisadores americanos, Walter A. Shewhart e William E. Deming.

O estágio atual da gestão da qualidade é caracterizado pela abordagem sistêmica da gestão da qualidade, em contraste com a abordagem pontual de gestão. A gestão pontual seria aquela maneira de projetar e administrar uma organização no estilo “bombeiro”: “apagando incêndios” à medida que eles surgem, isto é, solucionam-se os problemas em fila, na medida em que eles ocorrem aleatoriamente. Esse modo não produz qualidade, mas ainda existem muitas empresas que estão trabalhando nesse contexto; a maioria é de microempresas em elevado crescimento.

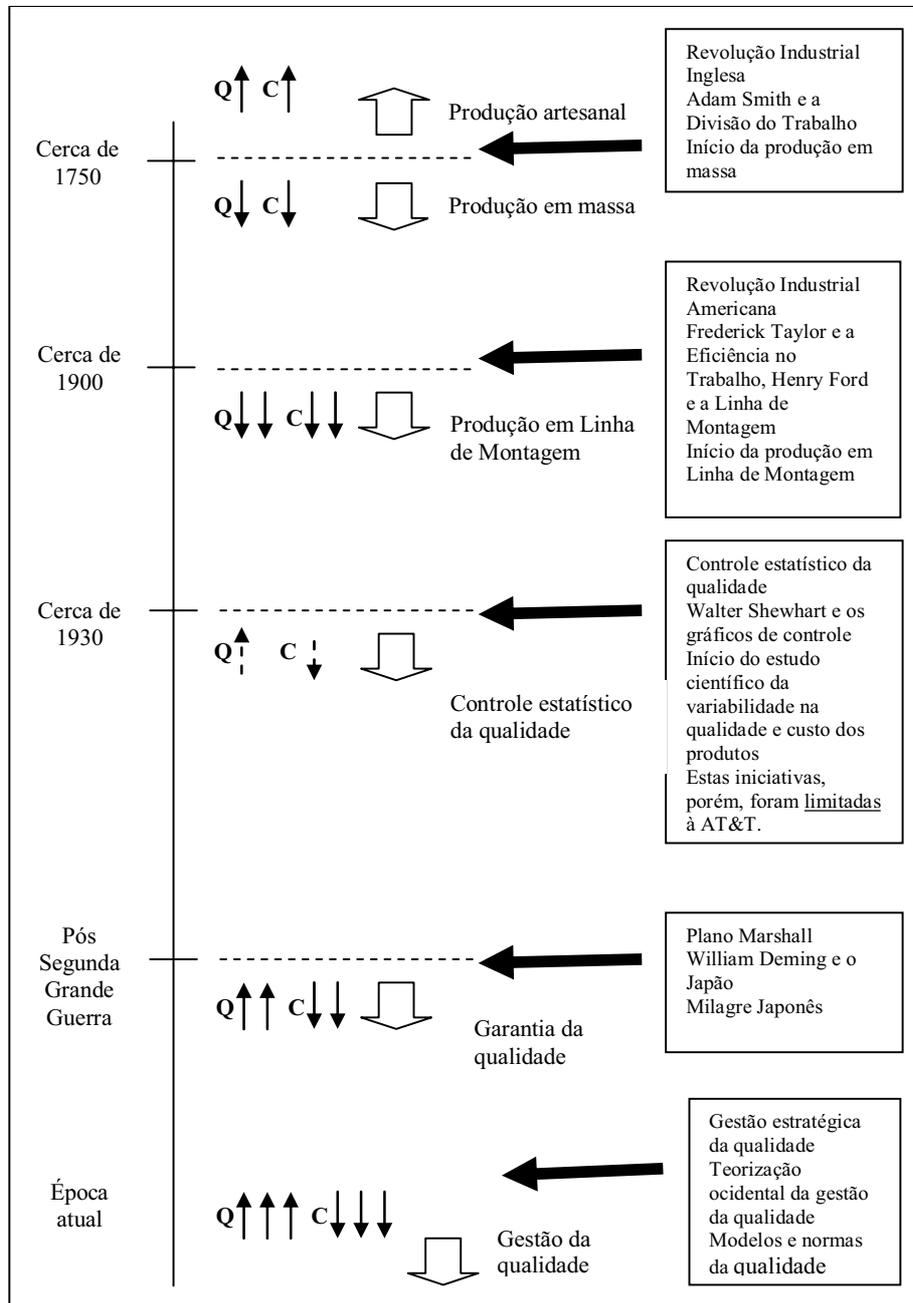


FIGURA 2.1 Linha do tempo para a gestão da qualidade.

O modo de se fazer gestão da qualidade de qualquer produto é seguindo-se uma abordagem sistêmica, buscando uma visão holística de toda a organização e seus clientes. Este princípio é resultado de todo este esforço para alcançar o discernimento e a lucidez neste assunto, e faz parte de um edifício teórico construído pelos esforços de nomes, tais como Walter Shewhart, William Deming, Joseph Juran, Armand Feigenbaum, Kaoru Ishikawa, Genichi Taguchi, Philip Crosby e David Garvin.

A partir de então (meados da década de 1970), o Ocidente tem desenvolvido toda uma teorização acerca do sucesso japonês e, como produto final deste esforço, construiu-se o que hoje constitui os modelos e as normas para a gestão da qualidade, das quais a mais conhecida é a ISO 9001.

Devido às importantes contribuições, para a ciência, da gestão da qualidade, hoje, não se pode deixar de resgatar a essência da proposta de dois teóricos, Shewhart e Deming.

Montgomery (2004), em sua breve história do controle e melhoria da qualidade, informa que Shewhart, então engenheiro da *Bell Telephone Laboratories*, nos Estados Unidos, desenvolveu, em 1924, o conceito estatístico de gráfico de controle (GC), considerado o começo formal do controle estatístico da qualidade. Além do início do controle da qualidade, os gráficos de controle de Shewhart marcaram, também, o início da explicitação da função qualidade como algo a ser devidamente gerenciado. Apesar de eficaz, o GC, nesse período, não obteve uma aplicação ampla.

Esta importância da estatística para a gestão da qualidade foi, primeiramente, reconhecida pelos japoneses, os quais, sob a instrução de W. Deming, discípulo de Shewhart, puseram em prática estas simples, mas poderosas idéias e, a partir delas, inventaram as melhores práticas mundiais para a gestão da qualidade. A utilização, de modo eficaz, desses métodos estatísticos fez com que os produtos fabricados no Japão, gradativamente, se tornassem

sinônimos de qualidade. Dessa forma, surpreenderam os americanos e os europeus, invadindo os seus mercados com produtos mais baratos e com qualidade. A Toyota, por exemplo, vendia carros seus dentro dos Estados Unidos, melhores e mais baratos que os carros fabricados pelas próprias montadoras americanas – e isto sem perder em lucratividade! Estima-se que, por volta de meados da década de 1970, 40% do mercado norte-americano de automóveis era dos japoneses.

Devido à importância de alguns conceitos utilizados constantemente na gestão da qualidade serão apresentadas algumas definições, para melhor compreensão do contexto em que está envolvido este trabalho.

2.2 Uma ótica conceitual sobre qualidade

A qualidade tornou-se um dos mais importantes fatores de decisão dos consumidores na seleção de produtos⁷ e serviços que competem entre si. O fenômeno é geral, independente do fato de o consumidor ser um indivíduo ou uma organização industrial ou uma loja de varejo ou um programa militar de defesa. Conseqüentemente, compreender e melhorar a qualidade é um fator-chave que conduz ao sucesso, crescimento e a uma melhor posição de competitividade de um negócio. A melhor qualidade e o emprego bem-sucedido da qualidade como parte integrante da estratégia geral da empresa produzem retorno substancial sobre o investimento (Montgomery, 2004).

Qual o conceito mais abrangente da qualidade? Não se crê que exista um único conceito suficiente abrangente para a qualidade, pois ela é muito mais uma filosofia, uma conscientização fruto de seu senso de responsabilidade e do grau de importância que o mesmo dá ao centro das atenções para suas ações.

⁷ Produto é advindo do final da produção, que é a fabricação de um objeto material, mediante a utilização de homens, materiais e equipamentos. Aqui produtos serão denominados também como bens.

Sob o ponto de vista de Juran (1999), qualidade tem dois significados principais:

1. consiste nas características do produto que vão ao encontro das necessidades dos clientes, proporcionando satisfação em relação ao produto;
2. consiste na ausência de falhas.

Deming (1990) define qualidade como sendo o aperfeiçoamento contínuo e firmeza de propósitos; compreender o que acontece, construir e interpretar estatísticas e agir aperfeiçoando. Não há respostas corretas, apenas respostas geradas pelos métodos usados para gerá-las. O objetivo devem ser as necessidades do usuário, presentes e futuras.

Montgomery (2004) cita, ainda, outras faces da qualidade, afirmando que qualidade é inversamente proporcional à variabilidade, definindo também a melhoria da qualidade como sendo a redução da variabilidade nos processos e produtos, a qual foi a implementada pelos japoneses.

Quando se fala em qualidade, é muito importante ter em mente as várias dimensões da qualidade, em que a maioria dos produtos será avaliada levando em conta essas dimensões. Na Tabela 2.1 estão resumidos os principais pontos acerca das dimensões da qualidade. Pode-se falar também sobre o termo garantia da qualidade, em que o termo ‘garantia’, antes da palavra qualidade, tem o objetivo de assegurar a confiança. A confiança é obtida por meio de fatos também conhecidos como evidências objetivas, as quais estão relacionadas diretamente com as dimensões da qualidade. À medida que as evidências são apresentadas, aumenta a confiança do cliente.

De acordo com Deming (1989), existe uma relação em cadeia que associa uma série de benefícios devido ao aumento da qualidade que se traduz em diminuição de custos, em função da redução de retrabalho. Na seqüência, aumenta a produtividade, pois conduz a maiores fatias de mercado por meio da

melhor qualidade e do menor preço. Como resultado, existe a permanência no negócio, gerando mais e mais empregos. Nessa relação, não é citada diretamente a ocorrência de lucratividade. No entanto, existem fontes que apresentam a ligação entre o aumento de qualidade e a lucratividade.

TABELA 2.1 Dimensões para a qualidade.

Dimensões	Definição
<i>Desempenho</i>	Características fundamentais de um produto.
<i>Características</i>	Características secundárias de um produto, seus “adereços que suplementam as características fundamentais. A distinção entre o que é fundamental e o que é secundário é função subjetiva do usuário”.
<i>Confiabilidade</i>	Reflete a probabilidade de mau funcionamento de um produto ou de falhas num determinado período.
<i>Durabilidade</i>	Medida da vida útil do produto. Há duas dimensões: técnica e econômica.
<i>Conformidade</i>	É o grau em que o projeto e as características operacionais de um produto estar de acordo com padrões pré-estabelecidos.
<i>Atendimento</i>	Algumas variações associadas com a qualidade do atendimento podem ser objetivamente medidas, já outras são subjetivas.
<i>Estética</i>	São percepções dos 5 sentidos mais o “agrado” que eles produzem.
<i>Qualidade percebida</i>	São as percepções indiretas de qualidade, não a própria qualidade. Propaganda e reputação principalmente.

Fonte: Garvin (1992).

2.3 Processo

Um processo pode ser ilustrado como qualquer atividade ou conjunto de atividades que parte de um ou mais insumos, transforma-os e agrega-lhes valor, criando um ou mais produtos (ou serviços) para os clientes. O tipo de processo

pode variar. Em uma fábrica, por exemplo, um processo primário seria a transformação física ou química de matérias-primas em produtos. Existem, porém, muitos processos não-relacionados à manufatura em uma fábrica, como o processamento de pedidos, o acerto de compromissos de entrega com os clientes e o controle de estoque. Em uma empresa aérea, um processo fundamental seria a movimentação de passageiros e de suas bagagens de um local para outro, mas também existem processos para reservas, para atender aos passageiros no balcão e para programar a tripulação (Ritzman & Krajewski, 2004).

Conforme o esquema da Figura 2.2, os processos possuem entradas, às quais podemos nos referir também como insumos, e resultados, que seriam as saídas. Insumos incluem recursos humanos (trabalhadores e gerentes), capitais (equipamentos e instalações), materiais e serviços adquiridos, imóveis e energia. O círculo do meio representa as operações pelas quais os serviços, produtos ou clientes passam e onde os processos são executados. Deve-se observar que dentro do processo existem várias operações e, geralmente, dependentes, não necessariamente em uma ordem lógica. Os processos fornecem resultados que, neste caso, são as saídas, bens ou serviços, este segundo mais freqüentemente.

Com isso, é compreensível que todo processo e toda pessoa, em uma organização, possuam clientes. Alguns são **clientes externos**, que podem ser usuários finais ou intermediários (como fabricantes, atacadistas ou varejistas) que compram produtos acabados e serviços da empresa. Outros são **clientes internos**, que podem ser um ou mais empregados que dependem de insumos de processos anteriores, a fim de executar processos em um outro escritório, oficina ou departamento. Em ambos os casos, os processos precisam ser administrados tendo o cliente em mente.

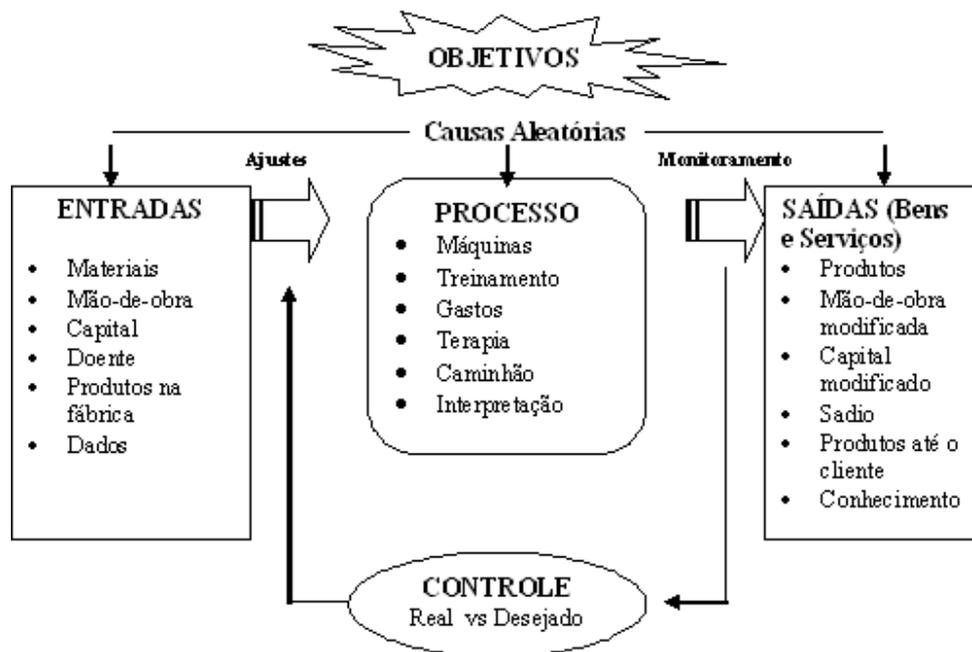


FIGURA 2.2 Processo de transformação.

2.4 Variabilidade de um processo

É fato certo que uma das características de um processo é a de que nunca se produzirão duas peças absolutamente iguais. Essas variações, muitas vezes, são tão pequenas que são necessários instrumentos apropriados para medição e controle.

Vivemos em um mundo onde a variação parece ser parte fundamental do curso natural de evolução e que, não diferentemente disso, também os processos produtivos são susceptíveis a ela. Apesar de ser algo tão corriqueiro, o conceito de variação é freqüentemente paradoxal. Muita variação, geralmente, está associada a perdas, ineficiência e falta de controle, ao passo que pouca variação pode levar à estagnação (Almas, 2003).

Almas (2003) afirma que a variação seja freqüentemente interpretada de forma diferente, dependendo do ponto de vista. Por exemplo, um biólogo pode enxergar variabilidade como um fator benéfico no processo evolutivo de certa espécie, ao passo que um engenheiro, analisando seu fluxo produtivo, pode concluir que a variabilidade é a principal causa de não conformidades de seus produtos. Entender variação e o seu papel é fundamental para atingir a qualidade e alimentar, continuamente, a inovação e o crescimento.

Montgomery (2004) afirma que, em qualquer processo de produção, independentemente de quão bem planejado ou cuidadosamente mantido ele seja, certa quantidade de variabilidade inerente ou natural sempre existirá.

Segundo Veit (2003), “a variação é universal, existe em qualquer processo”. O mesmo autor diz, ainda, que “ela existe nos materiais, na condição dos equipamentos, no método de trabalho e na inspeção, são em última análise as causas dos defeitos”. A variabilidade é a diferença entre as unidades produzidas. Se esta for grande, as diferenças são facilmente observáveis, mas se forem pequenas, não. O processo pode ter variabilidade natural, que são pequenas perturbações, contra as quais nada se pode fazer, pois é praticamente impossível a produção de dois produtos ou serviços idênticos.

Kume (1993) chega a afirmar que, quando se considera o processo de fabricação sob o ponto de vista da variação de qualidade, pode-se entender o processo como um agregado das causas de variação. O mesmo autor afirma que a explicação das mudanças nas características da qualidade dos produtos, originando produtos defeituosos ou não-defeituosos, está exatamente na variabilidade.

A contribuição de Deming (1990) neste campo foi muito importante; ele sempre destacou a importância de se saber distinguir as causas comuns das causas especiais. Segundo este autor, é um erro comum atribuir uma variação ou um erro a uma causa especial, quando, de fato, a causa pertence ao sistema

(causas comuns) e vice-versa, tratar um resultado desejado como se ele adviesse de causas comuns, quando, na realidade, ele advinha de uma causa especial. É de Deming a afirmação de que 94% dos problemas e possibilidades de melhora são baseados em causas comuns e apenas 6% são baseados em causas especiais.

Métodos de análise dos componentes de variabilidade de um sistema podem ser exemplificados pelas técnicas de Repetitividade e Reprodutividade, ou R&R, que buscam, por meio das definições destes dois termos, analisar a precisão das medidas.

2.5 Causas aleatórias e atribuíveis da variação da qualidade

A causa aleatória (ou comuns) de variação é uma fonte de variação imprevisível, inerente ao processo, que afeta todos os valores individuais de uma determinada característica deste sob medição. Este tipo de variação está diretamente relacionado ao erro aleatório da medição, sendo resultante de diversas origens, que compõem um sistema constante de causas aleatórias, sem que nenhuma tenha predominância sobre a outra; por exemplo, medições precisas de uma observação, feitas por diferentes indivíduos – que dizem respeito à reprodutividade do processo de medição - não são exatamente iguais. Outro exemplo é a variabilidade nas medidas obtidas com um instrumento de medição, quando este é usado várias vezes por um avaliador medindo uma mesma característica numa observação (repetitividade de um processo de medição). Enquanto os valores individuais diferem entre si, quando estes são agrupados, formam uma distribuição de probabilidade que pode ser caracterizada pela localização (centro da distribuição), dispersão (variabilidade dos valores individuais) e forma (perfil da distribuição). A variação devido a causas aleatórias só pode ser reduzida por meio da mudança do próprio processo, reprojeto-o.

Causas atribuíveis (especiais, assinaláveis ou ainda identificáveis) de variação constituem um fator identificável oriundo de eventos passageiros, que gera variações não aleatórias (padrões anormais dos dados) que afetam o processo de maneira previsível. Este tipo de variação está relacionado com o erro sistemático da medição. Exemplos de causas especiais são: mudanças de características de materiais e de ferramentas usadas no processo, erros operacionais, entre outros. A remoção completa de causas especiais de variação deve ser feita para que se tenha um processo estável, condição essencial para a implementação de melhoria neste processo.

Segundo Montgomery (2004), a variabilidade natural do processo é, em geral, chamada de “sistema estável de causas aleatórias”. O mesmo autor afirma, ainda, que um processo que opera apenas com as causas aleatórias da variação estão sob controle estatístico (Figura 2.3) e o processo que opera na presença de causas atribuíveis ou especiais está fora de controle (Figuras 2.4 e 2.5).

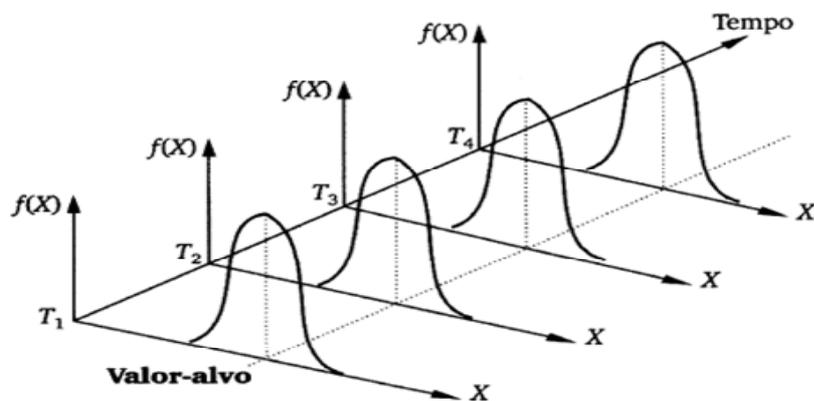


FIGURA 2.3 Gráfico referente a um processo isento de causas especiais.

Fonte: Costa, et. al (2004).

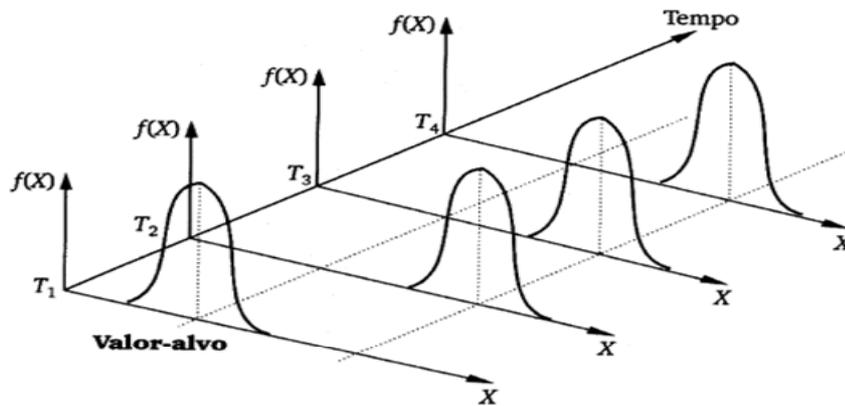


FIGURA 2.4 Gráfico referente a um processo com causa especial alterando a média do processo.

Fonte: Costa, et. al (2004).

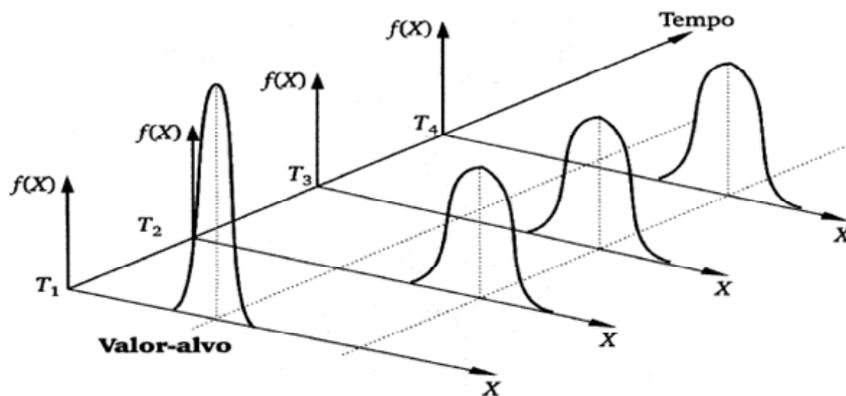


FIGURA 2.5 Gráfico de um processo com causa especial alterando a média e aumentando a variabilidade do processo.

Fonte: Costa, et. al (2004).

2.6 Seis Sigma

As empresas estão constantemente em alerta para ganhar competitividade, utilizando ferramentas já consagradas, como armas para vencer a concorrência. Apesar do enfoque em formas inovadoras de criar produtos e prestar serviços, uma constante permanece: as empresas que oferecem produtos e serviços de melhor qualidade sempre vencem a concorrência. O método Seis Sigma de melhoria é uma abordagem testada e aprovada em várias partes do mundo e que tem sido eficaz em ajudar empresas a dominarem sua concorrência (Eckes, 2001).

A crescente popularidade do programa Seis Sigma deve-se aos casos de aplicações bem sucedidas em grandes corporações, como a Motorola e General Electric. Tais aplicações transformaram o Seis Sigma em uma das poucas iniciativas de orientação técnica a gerar interesse significativo na comunidade financeira, na mídia e na liderança das grandes corporações (Hoerl, 2001).

Parte da popularidade do programa deve-se ao seu foco na redução de custos e na melhoria da lucratividade. Essa melhoria é obtida pelo rastreamento e a eliminação das causas raízes dos defeitos, assim como da melhoria da eficiência em todas as operações, a partir do chão de fábrica até os níveis gerenciais (Bisgaard e Freiesleben, 2001, citado por Usevicius, 2004).

No Brasil, empresas como Belgo-Mineira, Kodak, Motorola, Ambev, Gerdau, Cimentos Votorantim e Multibrás já estão colhendo resultados concretos da aplicação do Seis Sigma. As suas ferramentas já são conhecidas, é na maneira pela qual são implementadas que estão a novidade e a razão fundamental de seu sucesso.

Snee (2000), citado por Reis (2003), citou, ainda, que os projetos Seis Sigma podem apresentar ótimos resultados financeiros por projeto. Diversos outros autores, tais como Breyfogle III et al. (2001), Eckes (2001), Harry et al. (2000) e Pande et al. (2001), também têm relatado que as empresas que estão

aplicando o Seis Sigma estão obtendo ganhos de qualidade e financeiros expressivos.

2.6.1 Conceito do Seis Sigma

O Seis Sigma é um sistema que liga idéias, tendências e ferramentas, em que o foco no cliente torna-se a prioridade principal. As melhorias Seis Sigma são definidas pelo seu impacto sobre a satisfação e os valores dos clientes. Existem muitas decisões de negócios que se baseiam em opiniões e suposições. A disciplina Seis Sigma começa esclarecendo quais medidas⁸ são a chave para avaliar o desempenho dos negócios; depois, aplicam-se análises em dados, de modo a se construir um entendimento das variáveis-chaves e a otimizar resultados. O entendimento desta metodologia pode ser facilitado se observadas as comparações entre alguns padrões (Figura 2.6 e 2.7).

⁸ Os métodos de mensuração passaram a focar a quantidade de variação existente em um processo. Então, em vez de medir alguma coisa para verificar se era boa ou ruim, a mensuração tornou-se um indicador de como o processo estava se desenvolvendo (Eckes, 2001).

Comparação entre da performance do padrão Quatro Sigma e Seis Sigma	
Quatro sigma (99,38% conforme) → Seis Sigma (99,99966% Conforme)	
Sete horas de falta de energia elétrica por mês	Uma hora de falta de energia elétrica a cada 34 anos
6.000 operações cirúrgicas incorretas por semana	1,7 operação cirúrgica incorreta por semana
3.000 cartas extraviadas para cada 300.000 cartas postadas	Uma carta extraviada para cada 300.000 cartas postadas
Quinze minutos de fornecimento de água não potável por dia	Um minuto de fornecimento de água não potável a cada sete meses
Um canal de TV 1,68 horas fora do ar por semana	Um canal de TV 1.8 segundos fora do ar por semana
Uma aterrissagem de emergência o aeroporto de Garulhos por dia	Uma aterrissagem de emergência em todos os aeroportos do Brasil a cada cinco anos

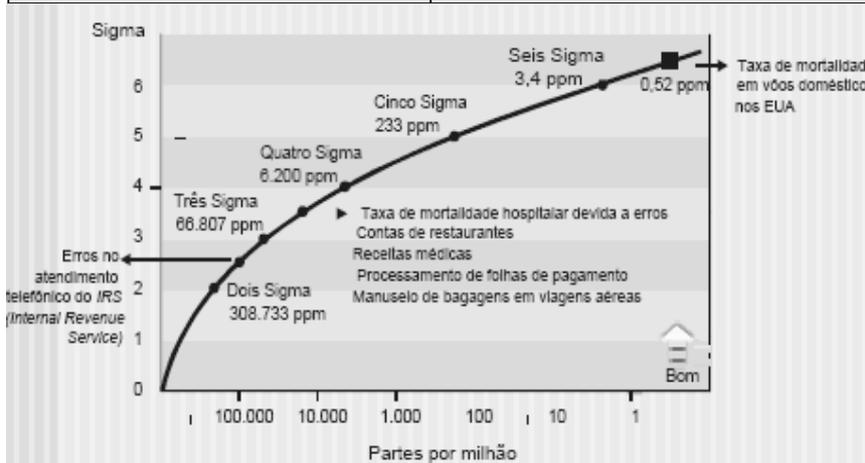


FIGURA 2.6 Exemplos de performance do Seis Sigma.

Fonte: Adaptado de Werkema (2004).

Tradução do nível da qualidade para a linguagem financeira			
Nível da qualidade	Defeitos por milhão (ppm)	Percentual Conforme	Custo da não qualidade
Dois sigma	308.537	69,15	Não se aplica
Três sigma	66.807	93,32	25 a 40%
Quatro sigma	6.210	99,3790	15 a 25%
Cinco sigma	233	99,97670	5 a 15%
Seis sigma	3,4	99,999660	<1%

FIGURA 2.7 Benefícios resultantes de se alcançar o padrão Seis Sigma.

Fonte: Werkema (2004).

Os conceitos fundamentais do Seis Sigma consideram o fato de que a variação dos produtos e processos deve ser conhecida por ser um fator que afeta tempos de fabricação, custos de produto e processo, qualidade do produto e, finalmente, a satisfação do cliente. A etapa crucial do Seis Sigma consiste na definição e na medição da variação dos processos, com o objetivo de descobrir suas causas, desenvolvendo meios operacionais eficientes para controlar e reduzir esta variação (Sanders & Hild, 2001, citado por Usevicius, 2004). A metodologia engloba ferramentas e práticas que substituem hábitos reativos por um estilo de gerenciamento dinâmico, receptivo e pro ativo. Ser pro ativo significa agir antes dos eventos.

O termo "Seis Sigma" possui diversos significados. Em termos gerais, é muito mais uma estratégia de negócios do que apenas algo associado aos conceitos de qualidade. Para as empresas pioneiras, Seis Sigma é parte da estratégia corporativa dos negócios. E então, o que é Seis Sigma? Das várias abordagens da literatura, segue um resumo do que pode significar:

1. os conceitos de Seis Sigma consideram o fato de que a variação dos produtos e processos deve ser conhecida por ser um fator que afeta

tempo de fabricação, custos de produtos e processo, qualidade do produto e, finalmente, a satisfação do cliente. A sua etapa crucial consiste na definição e na medição da variação dos processos, com o objetivo de descobrir suas causas, desenvolvendo meios operacionais eficientes para controlar e reduzir esta variação. Segundo Eckes (2001), em um nível mais técnico, baseia-se na teoria da variação, em que as coisas que podem ser medidas com precisão são passíveis de variação. Partindo deste princípio, qualquer coisa que possa ser medida em escala contínua, por exemplo, largura, altura, peso, segue a curva em forma de sino, chamada de curva gaussiana, mais conhecida como curva normal. Como métrica, Seis Sigma (6σ) é utilizado para medir o desempenho e a variabilidade dos processos. Os estatísticos utilizam a letra grega Sigma (σ) para expressar o desvio padrão relativo a uma população. Quanto maior o valor da Escala Sigma (4σ , 5σ , 6σ) melhor é o desempenho do processo. Utilizar Sigma nesse contexto facilita a comparação da qualidade de diferentes produtos, serviços e processos. A competitividade da maioria das empresas está situada entre três a quatro Sigma. Existem muitas empresas que funcionam nessa faixa. Sigma se torna exponencial quando traduzida em defeitos por milhão de oportunidades (PPM). Um desempenho perto de um Sigma (1σ) mostra que o processo produz mais defeitos do que bons resultados. Seis Sigma significa, na realidade, um desempenho que se situa (em termos da qualidade) muito perto da perfeição. Sigma se traduz, normalmente, em índices de capacidade (C_p e C_{pk}). Também pode ser utilizado para calcular o custo da má qualidade;

2. Seis Sigma é também uma metodologia para atingir a "quase perfeição" no desempenho dos processos. Associa um rigoroso enfoque estatístico a um arsenal de ferramentas, que são utilizadas com o objetivo de

caracterizar as fontes de variabilidade e para demonstrar como esse conhecimento dado pode ser utilizado para controlar e aperfeiçoar os resultados dos processos. Seis Sigma é visto mais como uma filosofia de gestão; ele explica a relação existente entre o número de defeitos, o custo do desperdício operacional e o grau de satisfação do cliente com os produtos e serviços da empresa.

2.6.2 Características do Seis Sigma

A análise quantitativa e o pensamento estatístico são conceitos-chave no Seis Sigma, que é um gerenciamento baseado em dados. O pensamento estatístico consiste na capacidade da organização em utilizar os conceitos e ferramentas para melhorar seus processos. Os principais conceitos do pensamento estatístico incluem a melhoria geral do sistema, subordinando a otimização das partes, a visão de processo, o uso de dados para a tomada de decisões e o entendimento do conceito de variação para a tomada de decisões (Britz et al., 2000, citado por Reis, 2003). Pode-se dizer que a metodologia Seis Sigma está dividida em 80% estatística e 20% gestão estratégica, sendo esta última fundamental para o seu sucesso, pois se deve ter uma forte liderança que faça com que toda a organização perceba a importância do método e se mostre comprometida.

A ênfase nos benefícios econômicos é um diferencial do Seis Sigma em relação aos demais programas da qualidade. É desejável que a validação seja realizada pela área financeira. O tempo de duração de um projeto Seis Sigma deve ser em torno de cinco a sete meses, ou nove a treze meses (Werkema, 2004). O escopo deve seguir às expectativas da duração do projeto, em que o escopo corresponde à abrangência ou tamanho do projeto.

O Seis Sigma necessita de pessoal especializado para a sua aplicação. Esse pessoal especializado é tipicamente denominado de especialista Master

(*Master Black Belt*), especialista em Seis Sigma (*Black Belt*), membros das Equipes Multifuncionais (*Green Belt*) e os demais Membros (*Yellow ou White Belts*). Os termos são uma analogia aos especialistas em artes marciais, que possuem uma série de habilidades.

2.6.3 Habilitação para envolver-se com o Seis Sigma

Segundo Werkema (2004), para que o Seis Sigma tenha sucesso, é necessário treinar pessoas que tenham perfis apropriados, os quais se transformarão em patrocinadores do programa ou em especialistas no método e nas ferramentas Seis Sigma. Estes são apresentados a seguir:

- **sponsor do Seis Sigma:** é responsável por promover e definir as diretrizes para a implementação do Seis Sigma, ou seja, o “número um” da empresa;
- **sponsor facilitador:** é um dos diretores; tem a responsabilidade de assessorar o sponsor do Seis Sigma na implementação do programa;
- **champions:** tem o papel de apoiar os projetos e remover possíveis barreiras para o seu desenvolvimento; são diretores ou gerentes;
- **master black belts:** assessoram os champions e atuam como mentores dos black belts;
- **black belts:** lideram equipes na condução de projetos. Tem o papel de incentivar, dar entusiasmo, habilidade de relacionamentos e comunicação, motivar para alcançar resultados e efetuar mudanças. Deve ter um perfil para trabalhar em equipe, ter capacidade de concentração, raciocínio analítico e quantitativo e, ainda, ter elevado conhecimento técnico da sua área de atuação;
- **green belts:** participam das equipes lideradas pelos black belts; têm o perfil similar ao dos black belts, mas com menor ênfase nos aspectos comportamentais;

- **white belts:** dão suporte aos black belts e green belts na implementação dos projetos; são profissionais de nível operacional da empresa.

Na Tabela 2.2 encontra-se a comparação de alguns dos papéis citados acima, por Werkema (2004). Esta comparação é baseada em Harry e Schroeder (2000), citado por Reis (2003).

TABELA 2.2 Comparação entre os perfis de alguns patrocinadores do Seis Sigma.

	<i>Champion</i>	<i>Master Black Belt</i>	<i>Black Belt</i>	<i>Green Belt</i>
Qualificações	Executivos seniores e gerentes, tais como, um diretor ou gerente de fabricação ou marketing. Familiaridade com ferramentas estatísticas básicas e avançadas.	Recomendável formação técnica. Um <i>Master Black Belt</i> poderia ser, por exemplo, um gerente ou eng ^o . chefe. Domínio de ferramentas estatísticas básicas e avançadas.	Recomendável formação ou orientação técnica. Um <i>Black Belt</i> poderia ser um eng ^o . ou profissional com 5 ou mais anos de experiência. Domínio das ferramentas estatísticas básicas.	Base e suporte técnico. Sua posição atual é associada com o problema que está sendo resolvido. Familiaridade com as ferramentas estatísticas básicas.
Treinamento	Três a cinco dias de treinamento específico.	Em torno de 200 horas de treinamento e desenvolvimento de projetos.	Em torno de 160 horas de treinamento e desenvolvimento de projetos.	Em torno de 80 horas de treinamento e desenvolvimento de projetos.

Fonte: Dissertação de Reis (2003).

2.6.4 Significados estatísticos do Seis Sigma

Sigma (σ), estatisticamente desvio padrão, é uma medida estatística que quantifica a variabilidade existente entre produtos em um processo. Se x_1, x_2, \dots, x_N é uma população finita então:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Para a densidade probabilidade da variável aleatória X tem-se:

$$\sigma = \sqrt{Var[X]} = \sqrt{E[X^2] - (E[X])^2};$$

onde, $E[X] = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$.

Se σ for grande, então, há muita variação no processo; se for pequeno, há pouca variação, logo, apresentando mais uniformidade. Conseqüentemente, quanto menor for essa variação, melhor será o processo. Mas, apenas observando esse valor de σ , não se pode afirmar o quanto esse processo está variando; em outras palavras, se a magnitude de variação é aceitável ou inaceitável. Então para resolver esta dificuldade de interpretação, esse valor σ é comparado com alguma referência.

Da comparação do sigma com os limites de especificação do processo em questão, surgiu a Escala Sigma, utilizada para medir o nível de qualidade associado a um processo, em que o Seis Sigma é o valor de excelência, com 99,9999998% de resultados perfeitos, isto é, dois defeitos por bilhão de resultados gerados pelo processo (Werkema, 2004). No gráfico da Figura 2.8 está a relação, em partes por milhão (*ppm*), das escalas 3 Sigma e 6 Sigma.

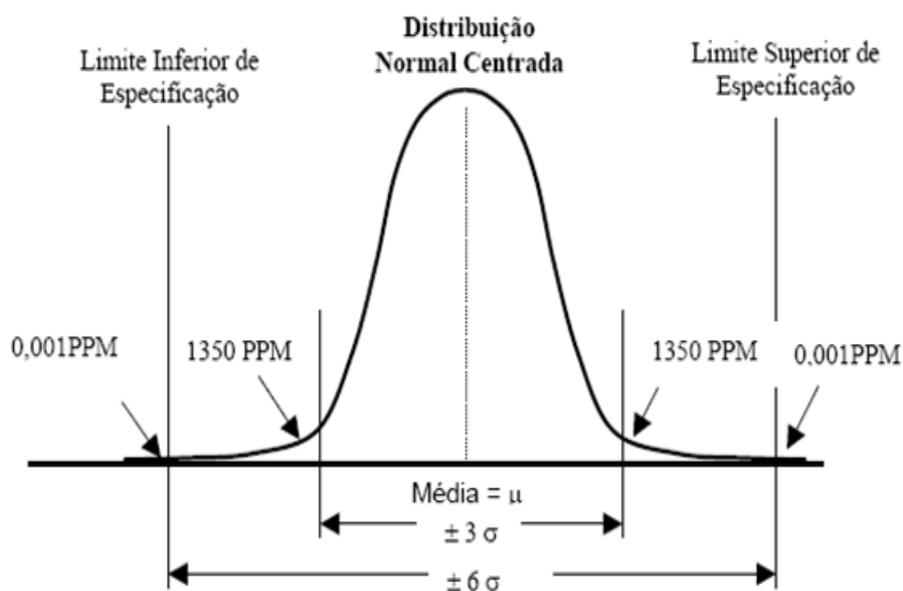


FIGURA 2.8 Relação das escalas 3σ e 6σ .

Mas, pode haver uma variabilidade inerente do processo, em que o valor médio se afasta do valor alvo em $1,5\sigma$. O valor na Escala Seis Sigma, de 0,002 ppm, vem de uma distribuição normal centrada. Mas, na realidade, os deslocamentos do processo sempre resultam de variações na própria execução do processo. O deslocamento máximo do processo, como indicado pela pesquisa (Harry, 1989), é o de 1,5 Sigma, conforme mostrado na Figura 2.9. Se considerar este deslocamento de 1,5 Sigma no processo, o novo valor, em ppm, é de 3,4. Dados os limites fixos de especificação, a distribuição do processo pode deslocar-se à esquerda ou à direita. Ou seja, quando o deslocamento é de 1,5 Sigma, a área fora do limite da especificação em uma extremidade é de 3,4 ppm e, na outra, é de quase zero. A definição de Seis Sigma que considera o deslocamento do 1,5 Sigma proposto e usado pela Motorola (Harry, 1989) transformou-se no padrão da indústria nos termos da qualidade do método Seis

Sigma (versus o da distribuição normal centrada Seis Sigma, que tem 0,002 ppm).

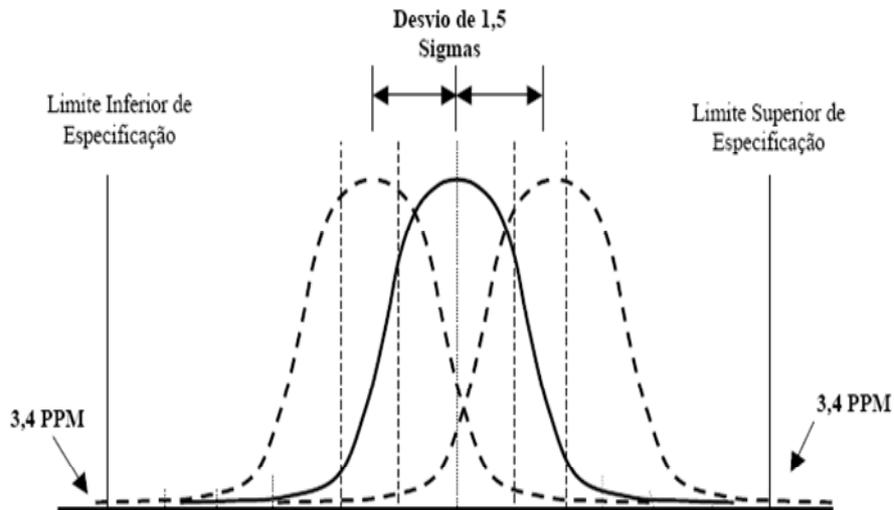


FIGURA 2.9 Deslocamento da média do valor nominal em $1,5 \sigma$.

Cada Escala Sigma representa uma área debaixo da curva da distribuição normal, sendo capaz de obter as áreas associadas a cada intervalo como uma proporção da área total sob a curva.

Logo, para se calcular as quantidades de partes por milhão relacionadas à Escala Sigma, têm-se que considerar os dois casos:

1. A média está centrada em um valor nominal:

Para escala 3σ , temos que:

$$Z_{\mu-3\sigma} = \frac{(\mu - 3\sigma) - \mu}{\sigma} = -3 \text{ e } Z_{\mu+3\sigma} = \frac{(\mu + 3\sigma) - \mu}{\sigma} = 3;$$

Agora, a probabilidade de cair fora dos limites 3 Sigma é:

$$P(\text{fora dos limites } 3\sigma) = P(Z < -3) + P(Z > 3) = 2 \cdot 0,00135 = 0,0027;$$

Então, em um milhão de unidades produzidas, aproximadamente, 0,27% estarão fora dos limites 3σ . Logo, em partes por milhão, têm-se 2700 ppm.

Para escala 6σ , temos que:

$$Z_{\mu-6\sigma} = \frac{(\mu - 6\sigma) - \mu}{\sigma} = -6 \text{ e } Z_{\mu+6\sigma} = \frac{(\mu + 6\sigma) - \mu}{\sigma} = 6;$$

Agora, a probabilidade de cair fora dos limites 6 Sigma é:

$$P(\text{fora dos limites } 6\sigma) = P(Z < -6) + P(Z > 6) = 0,00000002;$$

Então, em um milhão de unidades produzidas, aproximadamente, 0,0000002% estarão fora dos limites 6σ . Logo, em partes por milhão, têm-se 0,002 ppm.

2. A média está deslocada em $1,5\sigma$ do valor nominal:

Também para escala 3σ , temos que:

$$Z_{\mu-4,5\sigma} = \frac{(\mu - 4,5\sigma) - \mu}{\sigma} = -4,5 \text{ e } Z_{\mu+1,5\sigma} = \frac{(\mu + 1,5\sigma) - \mu}{\sigma} = 1,5;$$

$$Z_{\mu-1,5\sigma} = \frac{(\mu - 1,5\sigma) - \mu}{\sigma} = -1,5 \text{ e } Z_{\mu+4,5\sigma} = \frac{(\mu + 4,5\sigma) - \mu}{\sigma} = 4,5;$$

As probabilidades de cair fora são:

$$P(\text{fora dos limites } 3\sigma) = P(Z < -4,5) + P(Z > 1,5) = 0 + 0,06681 = 0,06681;$$

$$P(\text{fora dos limites } 3\sigma) = P(Z < -1,5) + P(Z > 4,5) = 0,06681 + 0 = 0,06681;$$

Logo, em ppm, temos que a quantidade de unidades produzidas fora da especificação é de 66810 ppm.

Para escala 6σ , temos que:

$$Z_{\mu-4,5\sigma} = \frac{(\mu - 4,5\sigma) - \mu}{\sigma} = -4,5 \text{ e } Z_{\mu+7,5\sigma} = \frac{(\mu + 7,5\sigma) - \mu}{\sigma} = 7,5;$$

$$Z_{\mu-7,5\sigma} = \frac{(\mu - 7,5\sigma) - \mu}{\sigma} = -7,5 \text{ e } Z_{\mu+4,5\sigma} = \frac{(\mu + 4,5\sigma) - \mu}{\sigma} = 4,5;$$

As probabilidades de cair fora são:

$$P(\text{fora dos limites } 6\sigma) = P(Z < -4,5) + P(Z > 7,5) = 0,0000034;$$

$$P(\text{fora dos limites } 6\sigma) = P(Z < -7,5) + P(Z > 4,5) = 0,0000034;$$

Logo, em *ppm*, temos que a quantidade de unidades produzidas fora da especificação é de $3,4 \text{ ppm}$. A partir daí, pode-se construir uma Tabela 2.3 de referência para se comparar às Escalas Sigma.

TABELA 2.3 Quantidades de defeitos em , *ppm*, para diferentes Escalas Sigma, com média centrada e deslocada em $1,5\sigma$.

Limites de Especificação	Porcentagem dentro das Especificação		ppm de Defeitos	
	Sem desvio	Com desvio	Sem desvio	Com desvio
$\pm 1\sigma$	68,27	30,23	317300	697700
$\pm 2\sigma$	95,45	69,13	45500	608700
$\pm 3\sigma$	99,73	93,32	2700	66810
$\pm 4\sigma$	99,9937	99,379	63	6210
$\pm 5\sigma$	99,999943	99,9767	0,57	233
$\pm 6\sigma$	99,9999998	99,99966	0,002	3,4

Fonte: Adaptado de Montgomery (2004).

2.6.5 Método DMAIC

Este método é o coração do Seis Sigma, em que há necessidade de se construir equipes formadas pelos patrocinadores, mencionados anteriormente, que irão executar os projetos com base neste método. Este método é constituído de cinco etapas, que são:

1. *D* – definir;
2. *M* – medir;
3. *A* – analisar;
4. *I* – melhorar, do inglês improve;
5. *C* – controlar.

Dentro destas etapas, encontram-se as ferramentas do controle estatístico de processo (CEP). Seguem abaixo os esquemas, segundo Werkema (2004), para implementação do *DMAIC*.

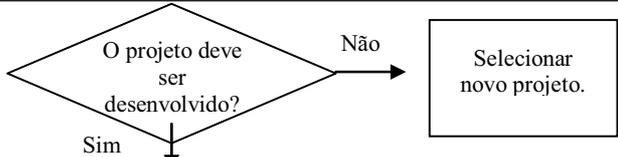
D	Atividades	Ferramentas
Definir: definir com precisão o escopo do projeto.	Descrever o problema do projeto e definir a meta.	Mapa de raciocínio (manter sempre atualizado). Project Charter
	Avaliar: histórico do problema, retorno econômico, impacto sobre clientes e estratégias da empresa.	Project Charter; Métrica do Seis Sigma; Gráfico Seqüencial; Carta Controle; Séries Temporais; Análise Econômica.
	Avaliar se o projeto é prioritário para a unidade de negócio e se será patrocinado pelos gestores envolvidos.	
		Project Charter
	Definir os participantes da equipe e suas responsabilidades, as possíveis restrições e suposições e o cronograma preliminar.	
	Identificar as necessidades dos principais clientes do projeto.	Voz do cliente.
	Definir o principal processo envolvido no projeto.	SIPOC

FIGURA 2.10 Etapa 1 do Método DMAIC, adaptado de Werkema (2004).

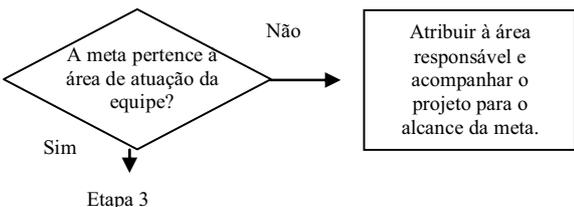
M	Atividades	Ferramentas
Medir: determinar a localização do problema..	Decidir entre as alternativas de coletar novos dados ou usar dados já existentes na empresa.	Avaliação do sistemas de medição/inspeção
	Identificar a forma de estratificação para o problema.	Estratificação
	Planejar a coleta de dados.	Plano para coleta de dados; Folha de verificação; Amostragem;
	Preparar e testar os sistemas de medição/inspeção.	Avaliação do sistemas de medição/inspeção
	Coletar dados.	Plano para coleta de dados; Folha de verificação; Amostragem;
	Analisar o impacto das várias partes do problema e identificar os problemas prioritários.	Estratificação; Diagrama de Pareto;
	Estudar as variações dos problemas prioritários identificados.	Gráfico Sequencial; Carta Controle; Séries Temporais; Histograma; Boxplot; Capacidades; Métrica Seis Sigma; Multivariada.
	Estabelecer a meta de cada problema prioritário.	
 <pre> graph TD A{A meta pertence a área de atuação da equipe?} -- Sim --> B[Etapa 3] A -- Não --> C[Atribuir à área responsável e acompanhar o projeto para o alcance da meta.] </pre>		

FIGURA 2.11 Etapa 2 do Método DMAIC, adaptado de Werkema (2004).

A	Atividades	Ferramentas
Analisar: determinar as causas do problema prioritário.	Analisar o processo gerador do problema prioritário.	Fluxograma; Mapa de Processo; Mapa de Produto; Análise de Tempo de ciclo; FMEA; FTA;
	Analisar dados do problema prioritário e de seu processo gerador.	Avaliação do sistemas de medição/inspeção; Histograma; Boxplot; Estratificação; Diagrama de Dispersão; Cartas Multi
	Identificar e organizar as causas potenciais do problema prioritário.	Brainstorming; Diagrama de Causa-e-efeito; Diagrama de Afinidades; Diagrama de Relações;
	Priorizar as causas potenciais do problema prioritário.	Diagrama de Matriz; Matriz de Priorização;
	Quantificar a importância das causas potenciais prioritárias.	Avaliação do sistemas de medição/inspeção; Carta Controle; Diagrama de Dispersão; Regressão; Teste de Hipóteses; Análise de Variância; DOE; Análise de tempos de Falha; Testes de vida acelerados.

FIGURA 2.12 Etapa 3 do Método DMAIC, adaptado de Werkema (2004).

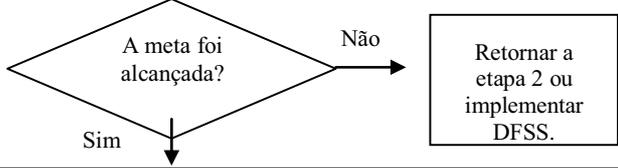
I	Atividades	Ferramentas
Melhorar: Avaliar e implementar soluções.	Gerar idéias de soluções potenciais para a eliminação das causas fundamentais do problema prioritário.	Brainstorming; Diagrama de causa-e efeito; Diagrama de afinidades; Diagrama de relações.
	Priorizar as soluções potenciais.	Diagrama de Matriz Matriz de priorização.
	Avaliar e minimizar os riscos das soluções prioritárias.	FMEA; Stakeholder Analysis.
	Testar em pequena escala as soluções selecionadas.	Testes na operação; Testes de mercado; Simulação.
	Identificar e implementar melhorias ou ajustes para soluções selecionadas, caso necessário.	Operação evolutiva (EVOP); Testes de Hipóteses.
		
	Elaborar e executar um plano para a implementação das soluções em larga escala.	5W2H; Diagrama de árvore; Diagrama de Gantt; PERT/COM; Diagrama de processo decisório (PDPC)

FIGURA 2.13 Etapa 4 do Método DMAIC, adaptado de Werkema (2004).

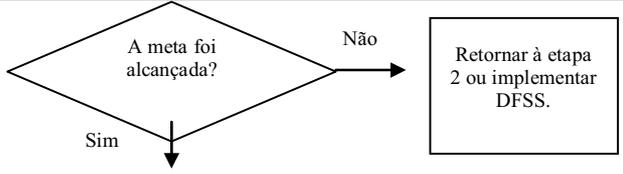
C	Atividades	Ferramentas
Controlar: garantir que o alcance da meta seja mantido a longo prazo.	Avaliar o alcance da meta em larga escala.	Avaliação do sistemas de medição/inspeção; Diagrama de Pareto; Carta Controle; Histograma; Capacidades; Métrica Seis Sigma;
		
	Padronizar as alterações realizadas no processo em consequência das soluções adotadas.	Procedimentos padrão; Poka-Yoke.
	Transmitir os novos padrões a todos os envolvidos.	Manuais; Reuniões; Palestras; OJT (On the job Training)
	Definir e implementar um plano para monitoramento da performance do processo e do alcance da meta.	Avaliação do sistemas de medição/inspeção; Plano para coleta de dados; Folha de verificação; Amostragem; Carta Controle; Histograma; Boxplot; Capacidades; Métrica Seis Sigma; Aud. do uso dos padrões.
	Definir e implementar um plano para tomada de ações corretivas caso surjam problemas no processo.	Relatórios de Anomalias; OCAP (Out of Control Action Plan).
	Sumarizar o que foi aprendido e fazer recomendações para trabalhos futuros.	

FIGURA 2.14 Etapa 5 do Método DMAIC, adaptado de Werkema (2004).

2.7 CEP: Uma ferramenta relevante para o Seis Sigma

O histórico e os conceitos mais importantes desta metodologia que revolucionou a história da Gestão da Qualidade e hoje é considerada, entre

outras, uma ferramenta relevante na metodologia Seis Sigma, são descritos a seguir. Esta é a visão da nova era da qualidade.

2.7.1 Panorama histórico do Controle Estatístico de Processo (CEP)

O CEP teve seu início por volta de 1924, com Walter A. Shewhart, no estudo da aleatoriedade dos processos industriais, que desenvolveu um sistema que permitiu determinar se a variabilidade de um processo era realmente aleatória ou devia-se a causas especiais. Stewart desenvolveu e aplicou os gráficos de controle no Bell Telephone Laboratories. Mesmo com a ampla divulgação das técnicas do CEP, muitas empresas ainda trabalham com o conceito de inspeção, que não é muito eficiente, como será mostrado a seguir.

Após a publicação do seu livro “Economic Control of Quality Manufactured Product”, em 1931, introduzindo a idéia da aplicação da estatística nos processos de produção, houve uma revolução no enfoque gerencial da qualidade, que passou da simples inspeção para a detecção de falhas no processo ao controle integral do processo (Bayeux, 2001, citado por Indzeichak, 2005).

O método mais antigo de controle de qualidade, inspeção 100%, controla exclusivamente o produto acabado, como mostrado na Figura 2.15, fazendo com que o risco de reprovação de grandes lotes de produto seja elevado, aumentando os custos médios em função de anomalias e retrabalho no processo, trazendo consigo prejuízos elevados que acabarão sendo repassados para os clientes. Os especialistas afirmam que inspeção 100% não apenas inflaciona o custo do produto, como também obtém, no máximo, 80% de eficácia (Eckes, 2001). Faça o teste abaixo e verifique o teor desta ineficácia. Numa rápida leitura, quantos “F” são identificados?

“FINISHED FILES ARE THE RESULT OF YEARS OF SCIENTIFIC STUDY COMBINED WITH THE EXPERIENCE OF YEARS”

Três ou quatro? Não, são seis. Talvez tenha se confundido com os sons de outras consoantes ou, ainda, não tenha conseguido assimilar os OF que aparecem no meio da segunda linha e na última linha. Ou não compreendeu as instruções e leu apenas algumas linhas. Caso tenha conseguido identificar, quanto tempo levou? De qualquer maneira, inspecionar alguma coisa não é garantia de que os defeitos serão encontrados. Pense também no custo associado à inspeção. Observe que o ato de inspecionar não agrega valor aos produtos e peças e, ainda, tem elevados custos de equipamentos e mão-de-obra.

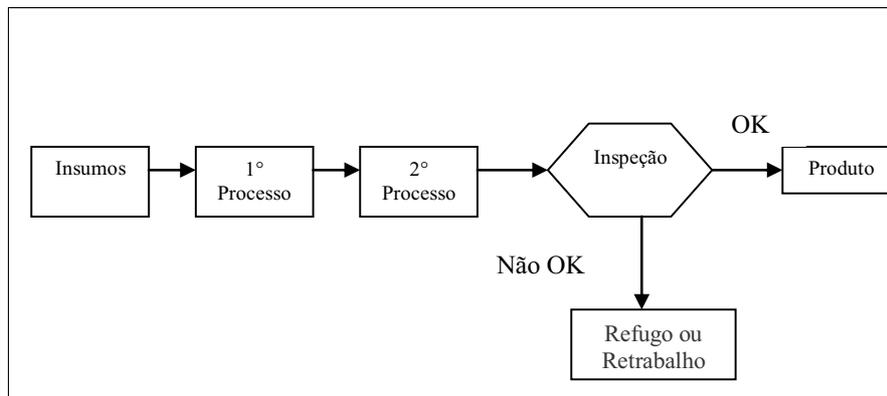


FIGURA 2.15 Fluxo de um processo com controle de qualidade por inspeção.

Já num processo em que o controle de qualidade é feito com CEP, em cada etapa do processo é feita uma inspeção, como mostrado na Figura 2.16, o número de refugos e retrabalhos são minimizados e o mesmo acontece com os custos de produção.

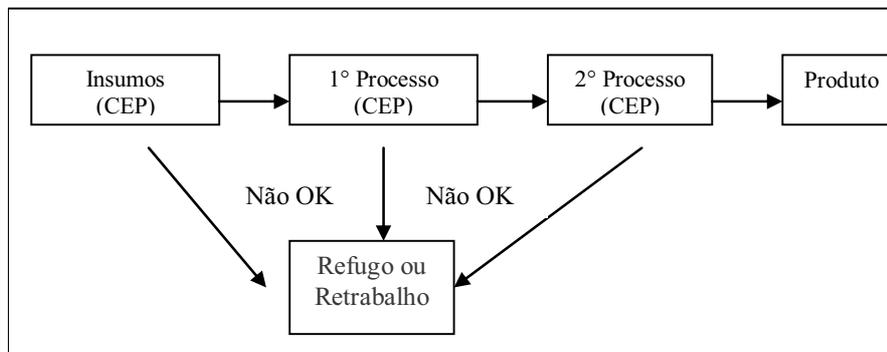


FIGURA 2.16 Fluxo de processo com implementação do CEP.

O CEP prega o controle da qualidade conduzido simultaneamente com a manufatura (processo) ao invés da inspeção, em que se separam os produtos bons daqueles que são defeituosos (controle do produto). Seu enfoque está na prevenção de defeito ou erros. É muito mais fácil e barato fazer certo na primeira vez do que depender de seleção e retrabalho de itens que não são perfeitos.

2.7.2 Conceituando Controle Estatístico de Processos (CEP)

Segundo Montgomery (2004), o controle estatístico de processo (CEP) é uma poderosa coleção de ferramentas de resolução de problemas, sendo útil na obtenção da estabilidade do processo e na melhoria da capacidade por meio da redução da variabilidade.

Segundo Veit (2003), “CEP é um método para monitoramento de qualquer processo produtivo, automóveis, máquinas, serviços de qualquer natureza, etc.”. Seu objetivo é controlar a qualidade dos produtos ou serviços no momento em que estão sendo produzidos.

Segundo Davis et al. (2001), o CEP “é um método quantitativo para monitorar um processo repetitivo, a fim de determinar se um dado processo está operando adequadamente”.

O CEP aplica técnicas estatísticas simples que permitem detectar mudanças no comportamento do processo, permitindo que a gerência de produção possa implementar correções adequadas o mais rapidamente possível. Todos os processos variam amplamente ou de forma tênue. A análise dessa variação torna possível a comparação do desempenho esperado, decidido a partir do desenvolvimento passado do processo.

Note que o objetivo maior do controle estatístico do processo é detectar rapidamente a ocorrência de causas especiais das mudanças do processo, de modo que a investigação do processo e a ação corretiva possam ser realizadas antes que muitas unidades não conformes sejam fabricadas. Pode não ser possível eliminar totalmente a variabilidade, mas a ferramenta gráfico de controle é capaz de reduzir esta variabilidade, tanto quanto possível (Montgomery, 2004).

As ferramentas do CEP têm por objetivo analisar o comportamento do processo. Estas identificam, por meio de dados coletados, as variações do processo, a fim de eliminar ou diminuir a variabilidade.

Dentre as diversas ferramentas do CEP, os gráficos de controle são, sem dúvida, as mais importantes. De acordo com Ramos (1997), citado por Contador (1998), eles possuem três objetivos básicos:

- a) verificar se o processo estudado é estatisticamente estável, ou seja, se não há presença de causas especiais de variação;
- b) verificar se o processo estudado permanece estável, indicando quando é necessário atuar sobre ele;
- c) permitir o aprimoramento contínuo do processo, mediante a redução de sua variabilidade.

É preciso salientar que a estatística é um sistema de decisão e não um substituto da experiência, ou seja, os métodos estatísticos ajudam a detectar e isolar o desarranjo de um processo e indicam as causas. A gerência e as habilidades técnicas da equipe, pelo conhecimento dessas causas, indicam e aplicam o remédio (Soares, 2001).

2.7.3 As sete principais ferramentas do CEP

Segundo Montgomery (2004), as principais ferramentas do CEP são:

1. histograma;
2. folha de verificação ou de controle;
3. gráfico de Pareto;
4. diagrama de causa e efeito;
5. diagrama de concentração de defeito;
6. diagrama de dispersão;
7. gráfico de controle;

Nesta seção serão ilustrados estes instrumentos do controle estatístico do processo mais detalhadamente.

2.7.3.1 Histograma

Pode-se resumir um histograma, segundo Werkema (1995), como um gráfico de barras no qual o eixo horizontal, subdividido em vários pequenos intervalos, apresenta os valores assumidos por uma variável de interesse. Para cada um desses intervalos é construída uma barra vertical, cuja área deve ser proporcional ao número de observações na amostra, cujos valores pertencem ao intervalo correspondente. Deve-se lembrar que o histograma é construído para variáveis contínuas; para as discretas, utiliza-se o gráfico de barras.

O histograma dispõe as informações de modo que seja possível a visualização da forma da distribuição de um conjunto de dados, se é simétrica ou

assimétrica. O histograma também dá a percepção da localização do valor central e da dispersão dos dados em torno do valor médio (Werkema, 1995).

Na Tabela 2.4 é apresentada uma sugestão das etapas que devem ser seguidas para a construção de um histograma. A seguir, Tabela 2.5, apresentam-se algumas formas típicas de histogramas e algumas descrições de situações que podem ocorrer, segundo trabalho de Kume (1993) e Ishikawa (1989), citado por Werkema (1995).

TABELA 2.4 Procedimento para construção de um histograma.

01. Escolha do número de intervalos ou classes (k) em que os dados serão agrupados.

Não existe uma regra universal para esta escolha. Por questão de ordem prática ou estética, sugere-se utilizar de 5 a 20 classes. Mas, outra indicação do número de classes em função do número de dados (n) é:

$$k = \begin{cases} \sqrt{n}, & \text{se } n \leq 100; \\ 5 \log(n), & \text{se } n > 100; \end{cases}$$

Ou, ainda, se preferir pode-se utilizar o critério de Scott (1979), este baseado na normalidade dos dados:

$$k = \frac{An^{\frac{1}{3}}}{3.49s};$$

em que: A é a amplitude total, s é o desvio padrão e n é o número de observações.

02. Calcule da amplitude total dos dados (A).

$$A = Max - Min;$$

em que: Max é o maior valor e Min é o menor valor observado na amostra.

03. Calcule o comprimento de cada intervalo, ou seja, a amplitude de classe (c).

$$c = \frac{A}{k-1};$$

“...continua...”

“TABELA 2.4. Cont.”

04. Arredondar a amplitude de classe (c) para o inteiro mais próximo.

05. Calcule o limite de cada intervalo de classes.

Primeiro intervalo:

$$L_{\text{inf}_1} = \text{Min} - \frac{c}{2};$$

$$L_{\text{sup}_1} = L_{\text{inf}_1} + c;$$

i-ésimo intervalo:

$$L_{\text{inf}_i} = L_{\text{sup}_{i-1}};$$

$$L_{\text{sup}_i} = L_{\text{inf}_i} + c;$$

Onde: L_{inf} é o limite inferior da classe e L_{sup} é o limite superior da classe.

Continue este procedimento até que o último intervalo contenha o maior valor da amostra (Max).

06. Construa uma tabela de distribuição de freqüências, constituída pelas seguintes colunas:

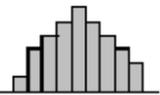
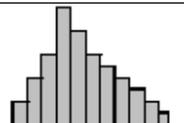
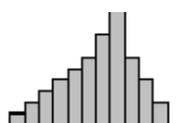
- todas as classes constituídas pelos limites calculados anteriormente;
(Obs: os intervalos são fechados à esquerda e abertos à direita);
- tabulação: contagem dos dados pertencentes a cada intervalo, ou seja, freqüência absoluta (f_a) de cada intervalo;
- freqüência relativa ($f_r = f_a / n$) de cada intervalo;
- densidade de freqüência ($df = f_r / c$) de cada intervalo;

07. Desenhe o histograma.

No eixo horizontal, represente os intervalos e, no vertical, as densidades de freqüências dos intervalos. Depois, desenhe um retângulo em cada intervalo, com base igual ao comprimento da amplitude de classe (c) e altura igual à densidade de freqüência (df).

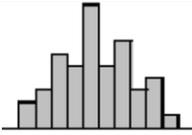
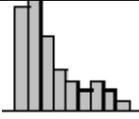
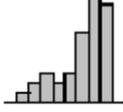
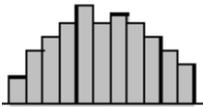
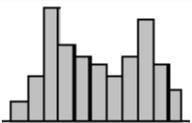
Fonte: Adaptado de Werkema (1995).

TABELA 2.5 Tipos de histograma.

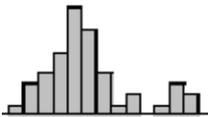
TIPO	FORMA	CARACTERÍSTICAS	QUANDO OCORRE
Normal / Sino		<ul style="list-style-type: none"> - A forma é simétrica. - O valor médio do histograma está no meio da amplitude dos dados. - A frequência é mais alta no meio e torna-se gradualmente mais baixa na direção dos extremos. 	<ul style="list-style-type: none"> - É a forma mais freqüente. - O processo ao qual a variável está associada usualmente é estável. - Quando a variável é contínua e não existem restrições para os valores que ela pode assumir.
Assimétrico Positivo		<ul style="list-style-type: none"> - A forma é assimétrica. - O valor médio do histograma fica localizado à esquerda (direita) do centro da amplitude. 	<ul style="list-style-type: none"> - Quando a característica de qualidade possui apenas um limite de especificação (inferior ou superior), e é controlada durante o processo de modo que satisfaça a essa especificação.
Assimétrico Negativo		<ul style="list-style-type: none"> - A frequência decresce de modo um tanto abrupto em direção a um dos lados, porém, de modo suave em direção ao outro lado. 	<ul style="list-style-type: none"> - Existe uma impossibilidade teórica de ocorrência de valores mais baixos ou mais altos que um determinado valor. (Ex. pureza 100%).

“...continua...”

“TABELA 2.5. Cont.”

<p>Pente Multi-modal</p>		<p>- Várias classes têm, como vizinhas, classes com menor frequência.</p>	<p>- Quando a quantidade de dados incluídos na classe varia de classe para classe. - Quando existe uma tendência particular no modo como os dados são arredondados.</p>
<p>Abrupto / Despenhadeiro à Esquerda</p>		<p>- O valor médio do histograma fica localizado bem à esquerda (direita) do centro da amplitude.</p>	<p>- Quando, possivelmente, foram eliminados dados por uma inspeção 100%, por causa da baixa capacidade do processo; nesse caso, o “corte” coincide com os limites de especificação. - Quando a assimetria positiva (negativa) se torna ainda mais extrema.</p>
<p>Abrupto / Despenhadeiro à Direita</p>		<p>- A frequência decresce abruptamente à esquerda (direita) e suavemente em direção ao outro lado. - A forma é assimétrica.</p>	<p>- Quando a assimetria positiva (negativa) se torna ainda mais extrema.</p>
<p>Achatado “Platô”</p>		<p>- Todas as classes possuem, aproximadamente, a mesma frequência, com exceção das classes extremas do gráfico, que apresentam frequências mais baixas.</p>	<p>- Quando há a mistura de várias distribuições que têm diferentes médias.</p>
<p>Picos Duplos (bimodal)</p>		<p>- A frequência é baixa próximo ao meio da amplitude de dados e existe um pico em cada lado.</p>	<p>- Quando dados provenientes de duas distribuições com médias diferentes são misturados. Por exemplo, dois turnos, a estratificação dos dados ajudará a explicar este fato. “continua”</p>

“TABELA 2.5. Cont.”

Pico Isolado	 Um histograma com uma distribuição bimodal. O primeiro grupo de barras (à esquerda) tem um pico centralizado, e o segundo grupo de barras (à direita) também tem um pico centralizado, mas separado do primeiro grupo por um espaço significativo. Isso representa um pico isolado.	- Num histograma do tipo geral existe mais um pequeno pico isolado.	- Quando há uma pequena inclusão de dados provenientes de uma distribuição diferente, ou por erro de medição, ou em caso de anormalidade de processo ou até por inclusão de dados de um processo diferente.
---------------------	---	---	---

Fonte: Adaptado de Dissertação de Soares (2001).

2.7.3.2 Folha de verificação

Segundo Werkema (1995), a folha de verificação é a ferramenta da qualidade utilizada para facilitar e organizar o processo de coleta e registro de dados, de forma a contribuir para otimizar a posterior análise dos dados obtidos. Uma folha de verificação bem elaborada é o ponto de partida de todo procedimento de transformação de opiniões em fatos e dados. Logo, os principais objetivos da construção de uma folha de verificação são:

- facilitar a coleta de dados;
- organizar os dados durante a coleta, eliminando a necessidade de rearranjo manual posterior.

Para uso desta técnica, deve ser estabelecido claramente o seguinte:

- a) fixar qual evento está sendo estudado;
- b) definir o período durante o qual os dados serão coletados;
- c) construir um formulário claro e de fácil manuseio;
- d) coletar os dados honestamente.

O tipo de folha de verificação a ser utilizado depende do objetivo da coleta de dados. Normalmente, ela é construída após a definição das categorias para a estratificação. As mais empregadas, segundo Werkema (1995), são:

- folha de verificação para a distribuição de um item de controle de um processo produtivo;
- folha de verificação para classificação (Figura 2.17);
- folha de verificação para localização de defeitos;
- folha de verificação para identificação de causas de defeitos.

2.7.3.3 Gráfico de Pareto

O gráfico de Pareto é um gráfico de barras verticais que dispõe a informação de forma a tornar evidente e visual a priorização de tema. A informação assim disposta também permite o estabelecimento de metas numéricas viáveis de serem alcançadas (Werkema, 1995).

Segundo Kurcrevski (2003), o diagrama de Pareto é um gráfico para indicar qual problema, relacionado com a variabilidade dos dados, deve ser solucionado primeiro, a fim de se eliminar defeituosos e melhorar o processo. Existem muitos aspectos da produção que podem ser melhorados, tais como: número de defeituosos, tempo de execução de tarefas, etc. Devido à quantidade de pequenos problemas, é difícil saber por onde começar. O diagrama de Pareto é uma ajuda nesse sentido e é o primeiro passo na direção do melhoramento do processo.

Produto: <u>Lente</u> Estágio de Fabricação: <u>Inspeção final</u> Tipo de defeito: <u>Arranhão, Trinca, Revestimento Inadequado, Muito Grossa ou Muito Fina, Não Acabada</u> Total inspecionado: <u>1.200</u> Data: <u>03/01/95</u> Seção: <u>INSPROD</u> Inspetor: <u>Augusto Bicalho</u> Observações:		
Defeito	Contagem	Sub-total
Arranhão	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	12
Trinca	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	41
Revestimento Inadequado	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	55
Muito Grosso ou Muito Fina	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	11
Não Acabada	<input type="checkbox"/>	5
Outros	<input type="checkbox"/>	3
	Total	127
Total Rejeitado	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	90

FIGURA 2.17 Folha de verificação para a classificação de lentes defeituosas.

Fonte: Adaptado de Werkema (1995).

Segundo Werkema (1995), os gráficos de Pareto fornecem duas categorias de má qualidade, são elas: os “poucos vitais” e os “muitos triviais”. A primeira representa um pequeno número de problemas, mas que resulta em

grandes perdas para a empresa. Já a segunda é uma extensa lista de problemas, mas que convertem em perdas pouco significativas. Ou seja, devem-se atacar primeiro os poucos vitais, deixando de lado os muitos triviais, para que os problemas possam ser resolvidos da forma mais eficiente possível.

O gráfico de Pareto pode ser construído a partir de uma lista de verificação (Figura 2.17) em que, através desta, já foram definidos os tipos de problemas, os possíveis fatores de estratificação e a coleta de dados. Em posse da folha de verificação preenchida, o primeiro passo para a construção do gráfico de Pareto é a elaboração de uma Tabela 2.6, a seguir. A partir desta tabela, constrói-se um gráfico de barras contendo as frequências dos possíveis problemas e a linha das percentagens acumuladas (Figura 2.18).

TABELA 2.6 Planilha de dados para construção do gráfico de Pareto para a Figura 2.17.

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4	Coluna 5
Tipo de Defeito	Quantidade de Defeito	Total Acumulado	Percentagem Geral (%)	Percentagem Acumulada
Revest. Inadeq.	55	55	43.3	43.3
Trinca	41	96	32.3	75.6
Arranhão	12	108	9.4	85
Fina ou Grossa	11	119	8.7	93.7
Não Acabada	5	124	3.9	97.6
Outros	3	127	2.4	100
Total	127	—	100	—

Fonte: Werkema (1995).

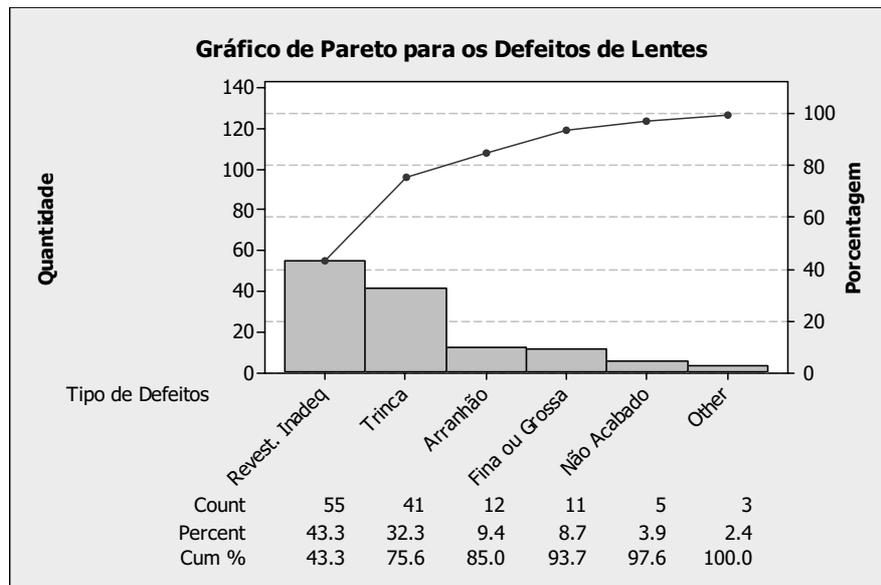


FIGURA 2.18 Gráfico de Pareto do Minitab 14® para os tipos de defeitos de lentes.

Fonte: Werkema (1995).

Construído o gráfico de Pareto, é hora de executar as ações corretivas para a melhoria do processo. Depois disso, pode-se verificar se houve melhoria no processo com uma nova amostragem e um novo gráfico. A partir desses dados, a melhoria total pode ser calculada por:

$$\text{Melhoria Total} = \frac{\text{Total de Defeitos "Antes"} - \text{Total de Defeitos "Depois"}}{\text{Total de Defeitos "Antes"}}$$

Para o caso de defeitos de lentes do exemplo anterior, esta melhoria total foi de 59,8%, podendo-se concluir que, após a construção do gráfico de Pareto e a ação sobre os defeitos de revestimento inadequado e trinca, chamados de poucos vitais, houve uma melhora de, aproximadamente, 60%.

O exemplo acima é um gráfico de Pareto para efeitos, no qual estão dispostas informações para possíveis identificações de problemas enfrentados. Outro tipo de gráfico é o de Pareto para causas, em que se faz uma estratificação de cada efeito para priorizar a causa de sua ocorrência.

Alguns cuidados com o uso de gráficos de Pareto, segundo Werkema (1995), são os seguintes:

- importância em construir o Pareto para causas após a identificação dos problemas pelo Pareto para efeitos;
- utilizar o bom senso na hora de definir quais categorias a serem priorizadas. Por exemplo, a categoria acidente de trabalho fatal requer maior cuidado, mesmo ela não sendo a de maior frequência;
- se a categoria pertence aos muitos triviais e sua solução for simples, este problema deve ser eliminado de imediato.

2.7.3.4 Diagrama de causa e efeito

Ishikawa (1953), citado por Souza (2003), sintetizou as opiniões dos engenheiros de uma fábrica na forma de um diagrama de causa e efeito, enquanto eles discutiam um problema de qualidade. Considera-se esta como

sendo a primeira vez em que foi utilizada esta abordagem, que tem sido amplamente empregada nas empresas de todo o Japão e vários outros países, estando incluído na terminologia do controle de qualidade de JIS, de *Japanese Industrial Standards*. O diagrama de causa e efeito também é conhecido como diagrama de espinha de peixe ou diagrama de Ishikawa e ele mostra a relação entre uma característica de qualidade e os fatores. Atualmente, é usado não apenas para lidar com as características da qualidade de produtos, mas também em outros campos e tem encontrado aplicações em muitos países.

Como visto anteriormente, o próximo passo, depois de construído o gráfico de Pareto para efeito, é saber as possíveis causas deste efeito, problema ou defeito na maioria das vezes; para isso constrói-se o diagrama de causa e efeito. Ele irá atuar como um guia para a identificação e a tomada de medidas corretivas para os problemas.

Segundo Werkema (1995), o diagrama de causa e efeito pode ser definido como sendo uma ferramenta utilizada para apresentar a relação existente entre um resultado de um processo (efeito) e os fatores (causas) do processo que, por razões técnicas, possam afetar o resultado considerado.

Os passos para a construção do diagrama de causa e efeito são simples e estão descritos na Tabela 2.7. A Figura 2.19 ilustra um exemplo real de um diagrama de causa e efeito.

TABELA 2.7 Procedimento para a construção do diagrama de causa-e-efeito.

Como construir um diagrama de causa-e-efeito

1. Definir o problema ou efeito a ser analisado, exemplos, tipo de defeito, reclamações de clientes, falhas em máquina, etc;
 2. Formar uma equipe para descobrir as causas potenciais em sessões de brainstorming;
 3. Desenhe a caixa de efeito e a linha central;
 4. Especifique as principais categorias de causas potenciais e coloque-as em caixas, ligadas à linha central;
 5. Identifique as causas possíveis e classifique-as nas categorias do passo 4. Crie novas categorias se necessário;
 6. Ordene as causas para identificar aquelas que parecem mais prováveis de causar impacto sobre o problema, colete dados;
 7. Adote ações corretivas.
-

Fonte: Montgomery, 2004.

Segundo Werkema (2004), o *brainstorming* tem a finalidade de auxiliar a produzir o máximo possível de idéias ou sugestões criativas sobre um tópico de interesse, em um curto período de tempo. Segundo o mesmo autor, a condução de um *brainstorming* pode ser feito com as seguintes regras:

1. deve ser escolhido um líder para dirigir as atividades de grupo;
2. todos os participantes do grupo devem dar sua opinião sobre as possíveis causas do problema analisado;
3. nenhuma idéia pode ser criticada;
4. as idéias devem ser registradas em um quadro ou flip-chart;
5. a tendência de culpar pessoas deve ser evitada.

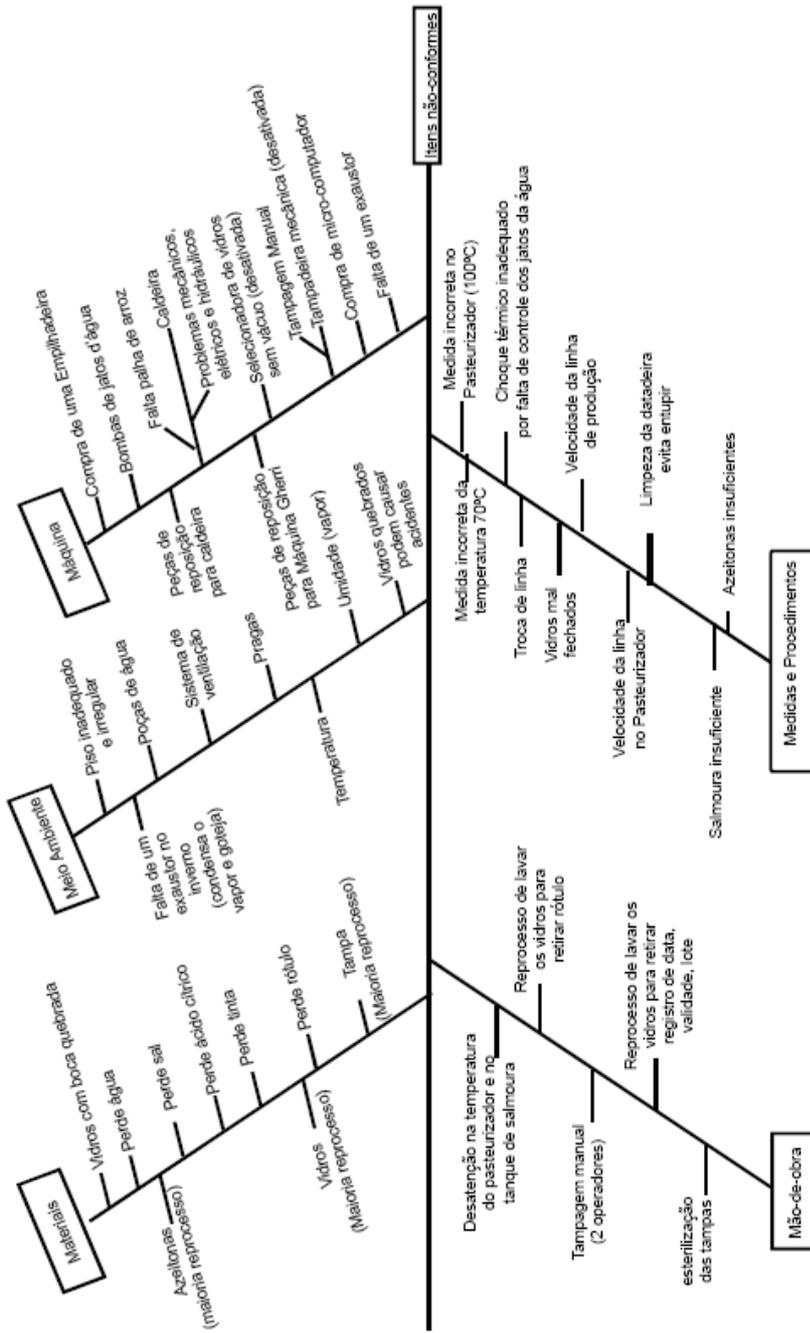


FIGURA 2.19 Diagrama de Causa e Efeito para itens não-conformes do processo de envase de azeitonas verdes (Souza, 2003).

2.7.3.5 Diagrama de concentração de defeito

Um diagrama de concentração de defeito é uma figura da unidade, mostrando todas as vistas relevantes (Figura 2.20). Então, os vários tipos de defeitos são desenhados na figura e o diagrama é analisado para determinar se a localização dos defeitos na unidade fornece alguma informação útil sobre as causas potenciais dos defeitos. Consideramos que os diagramas de concentração de defeitos são importantes ferramentas para a resolução de problemas em várias indústrias, incluindo chapeamento, pintura e revestimento, operações de fundição, maquinaria e montagens eletrônicas (Montgomery, 2004).

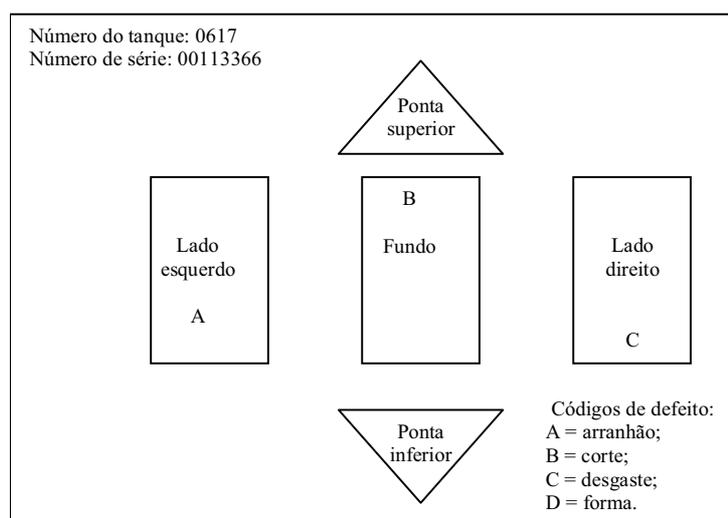


FIGURA 2.20 Diagrama de concentração de defeito para o tanque.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2004).

2.7.3.6 Diagrama de dispersão

O diagrama de dispersão (Figura 2.21) é um gráfico útil para a identificação de relações potenciais entre duas variáveis. Os dados são coletados aos pares sobre as duas variáveis (y_i, x_i) para $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Assim, y_i é plotado versus x_i (Montgomery, 2004). O entendimento dos tipos de relação existentes entre as variáveis associadas a um processo contribui para aumentar a eficiência dos métodos de controle de processo (Werkema, 1995).

Alguns cuidados devem ser tomados na interpretação de diagramas de dispersão, pois, algumas vezes, podem ser observados pontos extremos não condizentes com o restante da amostra aleatória tomadas de uma população. Estes pontos são chamados de “outliers” e fornecem informações interessantes sobre o processo. Esses surgem como resultado da ocorrência de eventos pouco comuns, mas possíveis de serem explicados, como, por exemplo, instrumento de medição defeituoso e registro incorreto dos dados pelo operador. Entretanto espera-se um pequeno número de “outliers” de uma distribuição normal. Mas, pode acontecer desses “outliers” ocorrerem como resultado da atuação de alguma variável que não estava sendo considerada e a identificação desta variável pode resultar em melhorias do processo.

Outro ponto importante é que, nem sempre, a existência de correlação entre duas variáveis consideradas implicará na existência de associação entre elas. Em muitos casos, a estratificação do diagrama de dispersão permite a descoberta da causa de um problema (Werkema, 1995).

Para melhor avaliar o tipo de relacionamento existente entre as variáveis e conhecer a intensidade dessa relação em termos quantitativos, calcula-se, após a construção do diagrama de dispersão, o coeficiente de correlação linear (r).

O valor de r deve pertencer ao intervalo $-1 \leq r \leq 1$. Quando r está próximo de 1, indica que há uma forte correlação linear positiva; se está

próxima de -1, existe forte correlação linear negativa e, próximo de 0, há uma fraca correlação linear. Na figura abaixo, Figura 2.21, mostra um exemplo de diagrama de dispersão com correlação não linear.

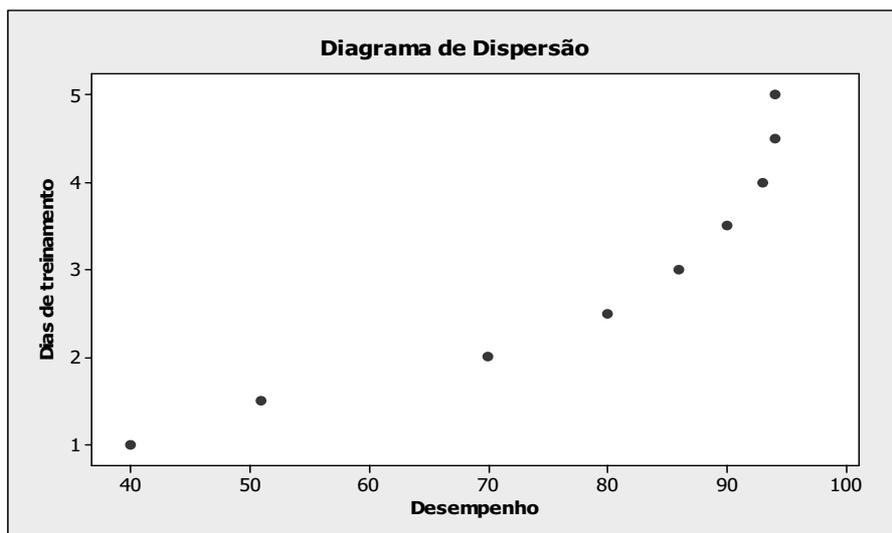


FIGURA 2.21 Diagrama de dispersão do Minitab 14® para desempenho médio dos nove grupos de corretores, em função do número de dias de treinamento.

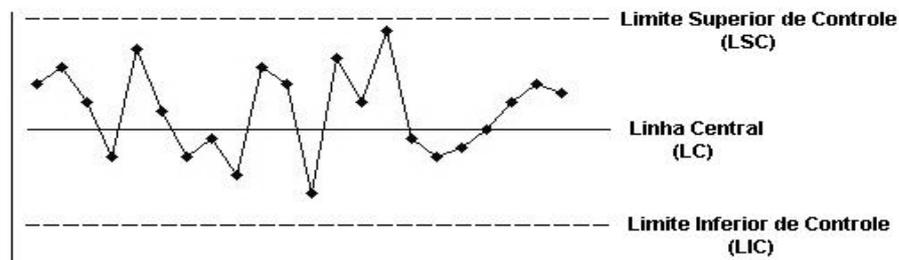
Fonte: Werkema (1995).

2.7.3.7 Gráfico de controle

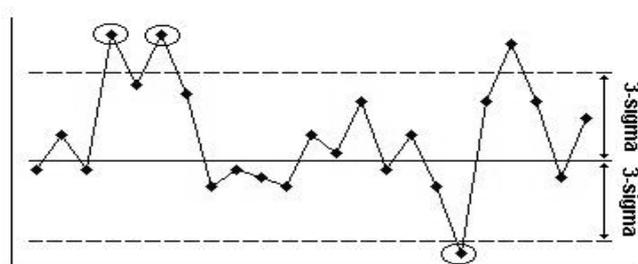
Em 1924, Dr. Walter A. Shewhart apresentou, pela primeira vez, os gráficos de controle como um método para a análise e ajuste da variação de um processo em função do tempo. Quando se produzem bens ou serviços, suas características irão apresentar uma variação inevitável, devido a variações sofridas pelos fatores que compõem o processo. Essas variações podem resultar de diferenças entre máquinas, mudanças de condições ambientais, variações entre lotes de matéria-prima, diferenças entre fornecedores, entre outras. Apesar de um esforço considerável ser especificamente direcionado para controlar a variabilidade em cada um desses fatores, existirá sempre a variabilidade no produto acabado de cada

processo de uma empresa. Portanto, é importante que essa variabilidade também seja controlada para que possam ser obtidos produtos de boa qualidade.

O gráfico de controle (GC), também conhecido como gráfico de controle de Shewhart, é uma técnica estatística usada para medição e análise do comportamento de um processo. O GC é um gráfico que consiste numa linha central (LC), um limite inferior de controle (LIC) e um limite superior de controle (LSC), e valores do parâmetro de interesse (uma característica do processo) grafados seqüencialmente ao longo do tempo, que representam o estado atual de um processo. A linha central representa um valor central ou médio das medidas da característica do processo. Shewhart estruturou os limites de controle 3 Sigma (ou 3σ) da linha central (sigma σ é o desvio padrão) para que se tenha uma perda econômica mínima em várias circunstâncias de sua aplicabilidade (Deming, 1990). Se todos os valores do parâmetro em exame estão dentro dos limites de controle, sem qualquer padrão anormal, o processo apresenta somente causas comuns (ou aleatórias) de variação e é dito estar sob estado controlado estatisticamente, sendo considerado um processo estável; caso contrário, o processo apresenta também causas especiais (ou identificáveis) de variação e é dito estar fora de controle estatístico, sendo considerado um processo instável, caso em que a análise de causas deve ser feita e ações corretivas tomadas para se alcançar a estabilidade do processo. Na Figura 2.22 estão ilustrados dois exemplos de cartas de controle.



CARTA DE CONTROLE PARA PROCESSO SOB CONTROLE



CARTA DE CONTROLE PARA PROCESSO FORA DE CONTROLE

FIGURA 2.22 Exemplo de Gráfico de Controle.

Segundo Lourenço Filho (1976), citado por Ariento et al. (2005), a verificação de que o processo está ou não sob controle é feita pelo exame de amostras extraídas periodicamente. No processo sob controle, a característica de qualidade do conjunto dos itens produzidos possui distribuição normal. Quando a variabilidade se torna anormal, as amostras indicarão que o processo de fabricação se modificou e ficou fora de controle. As causas da modificação podem ser descobertas e, por isso, são denominadas causas identificáveis. A presença de causas identificáveis é indicada pela ocorrência de diferenças significantes entre o valor observado e a média do processo, isto é, de valores amostrais fora da faixa de controle. O processo sob controle não possui nenhum ponto fora dos limites.

Se o processo está sob controle, todos os pontos marcados devem ter um padrão essencialmente aleatório. Existem métodos para procurar padrões de não-aleatoriedade, os quais auxiliam a aplicabilidade de gráficos de

controle e, se descobertos, acarretam na melhoria do desempenho do processo. Nas próximas seções, esses métodos serão vistos mais detalhadamente.

Segundo Costa et al. (2004), nos estudos de gráficos de controle de Shewhart é necessário que os valores observados da variável monitorada sejam independentes. Em conseqüência, espera-se que as variáveis sejam estacionárias e não-correlacionadas, para se ter eficiência em detectar condições de fora de controle de modo confiável (Montgomery, 2004).

Montgomery (2004) cita outro fato muito importante sobre os gráficos de controle: a relação deles com teste de hipótese. De certa maneira, o gráfico de controle é um teste de hipótese de que o processo está em estado de controle estatístico, hipótese de nulidade, ou está fora de controle estatístico, hipótese alternativa. Este modelo de hipótese, embora seja o mais utilizado, nem sempre será o ideal para o processo. Então, se pode construir trocando a hipótese de nulidade de sob controle para fora de controle. Será deixada a cargo do leitor a escolha de onde se encaixará a melhor situação, observando-se que o primeiro caso é mais disseminado, pois, na maioria das vezes, se quer saber o momento em que o processo está fora de controle. Mas, é importante observar que este só irá controlar o erro de parar um processo quando ele ainda está sob controle e, no segundo caso, o erro controlado é o de não parar o processo quando o mesmo está fora de controle.

Como será visto adiante, os padrões encontrados aqui foram baseados no primeiro caso das formulações de hipóteses. Caso haja necessidade de se utilizar a segunda formulação, deverão ser modificadas as hipóteses das diferentes maneiras de se encontrar os padrões de não-aleatoriedade e calcular novamente suas respectivas probabilidades.

Observe que há algumas diferenças entre gráficos de controle e testes de hipóteses. Uma delas é que, em testes estatísticos de hipóteses, usualmente, verifica-se a validade das suposições, como a de verificar se um parâmetro é igual, maior ou menor que um determinado valor ou, ainda,

verificar se suas observações seguem uma distribuição alegada. É o que acontece em testes de normalidade de qui-quadrado, entre outros. Já os gráficos de controle são usados para detectar afastamentos de um estado assumido de controle estatístico. Esses afastamentos podem ser advindos de diferentes mudanças nos parâmetros do processo, ou seja, os gráficos de controle testam várias suposições pontuais ao mesmo tempo, enquanto os testes de hipóteses estatísticos apenas uma.

Por exemplo, uma hipótese estudada para saber se um processo está ou não sob controle estatístico é o afastamento da média, hipótese de nulidade. Esta pode vir a mudar instantaneamente para um novo valor e permanecer aí, também chamada de deslocamento continuado, ou, ainda, mudar abruptamente, mas essa mudança poderia ser de curta duração e ela voltar ao valor nominal ou sob controle; ou, ainda, essa média pode ter um deslocamento contínuo ou tendencioso. Desses aspectos, apenas o deslocamento continuado se ajusta ao modelo de testes estatísticos de hipóteses, ou seja, o teste usual de hipótese só conseguiria identificar este tipo de mudança na média, podendo mascarar o processo. Este esquema de teste de hipótese (Tabela 2.8) será útil também na análise de desempenho de gráficos de controle, que será detalhado mais a frente.

TABELA 2.8 Possíveis resultados de um gráfico de controle.

Hipótese	Decisão				
	H_0	Aceitar H_0	Probabilidade	Rejeitar H_0	Probabilidade
Verdadeira		Decisão correta	$1 - \alpha$	Erro tipo I	α
Falsa		Erro tipo II	β	Decisão correta	$1 - \beta$

em que, as hipóteses a serem testadas são:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Processo sob controle;} \\ H_1 : \text{Processo fora de controle;} \end{cases}$$

Erro tipo I: quando concluímos que o processo está fora de controle, mas, na verdade, ele estava sob controle estatístico (alarme falso).

Erro tipo II: quando concluímos que o processo está sob controle, mas, na verdade, ele está fora de controle estatístico (não-deteção).

Entre estes dois tipos de erros, o tipo I, é comumente tomado como o erro mais importante, mas isto não pode ser generalizado, nem sempre o erro tipo I deve ser priorizado. Por exemplo, em uma indústria de amortecedores, o produto é considerado um item de segurança, em que sua não funcionalidade pode acarretar até à morte de seu cliente. Logo, neste caso o erro tipo II seria o mais importante, pois a não-deteção pode levar a danos irreparáveis ao cliente. Portanto, cada caso deve ser estudado especificamente.

α é a probabilidade de erroneamente considerar o processo fora de controle;

β é a probabilidade de erroneamente considerar o processo sob controle.

Os gráficos de controle ajudam na identificação de causas especiais e outro ponto importante associado ao uso do gráfico de controle é o Plano de Ação para Fora de Controle ou PAFC. Este é um fluxograma ou descrição textual da seqüência de atividades que devem ser realizadas em seguida à descoberta de causas especiais. Estas atividades devem ser especificadas tão completamente quanto possível e que sejam dispostas de tal forma que facilite a sua atividade de correção.

Os gráficos de controle também podem ser utilizados para estimar certos parâmetros do processo, tais como a média, a variância, as frações de produtos defeituosos e outros que julgarem necessários. Estas estimativas podem ser utilizadas para se determinar a capacidade do processo, que será visto mais adiante.

Montgomery (2004) cita cinco razões que levaram à popularidade dos gráficos de controle:

1. o gráfico de controle é uma técnica comprovada para a melhoria da produtividade, reduzindo sucatas e retrabalho e, conseqüentemente, aumento de produtividade e baixo custo do produto;
2. são eficazes na prevenção de defeitos, pois, com o processo sob controle, a organização ‘produz certo da primeira vez’;
3. com os gráficos de controle, o operador intervém sobre o processo com a certeza, de um fundamento teórico e provável, de que o processo está fora de controle, e não pelo “achismo”. Ou seja, “se não está quebrado, não conserte”;
4. fornecem informações de diagnóstico. Para um operador ou engenheiro experiente, pode-se tirar, por meio dos pontos do gráfico de controle, uma possível mudança no processo que melhore seu desempenho;
5. fornecem informações sobre a capacidade do processo, informam os valores de seus parâmetros mais importantes e também a estabilidade ao longo do tempo, permitindo que se estime a capacidade do processo em atender às especificações dos clientes.

2.7.3.7.1 Padrões de não-aleatoriedade do processo

A interpretação dos gráficos de controle e a definição do momento em que o processo se encontra fora de controle são feitas por meio do exame da ocorrência (ou não) dos padrões de não-aleatoriedade.

A identificação e a eliminação dessas causas especiais podem vir a reduzir a variabilidade do processo, que é o objetivo do CEP e também trarão o processo para uma condição de controle estatístico.

Alguns métodos para procurar padrões de não aleatoriedade, segundo Werkema (1995), são:

1. **Pontos fora dos limites de controles:** esta é a indicação mais evidente de falta de controle de um processo, exigindo investigação imediata da causa de variação assinalável responsável pela sua ocorrência (Figura 2.23). Estes podem vir de resultados de erros de

registro dos dados, de cálculos ou de medição ou, ainda, de algum instrumento descalibrado, de um erro do operador ou de defeitos nos equipamentos.

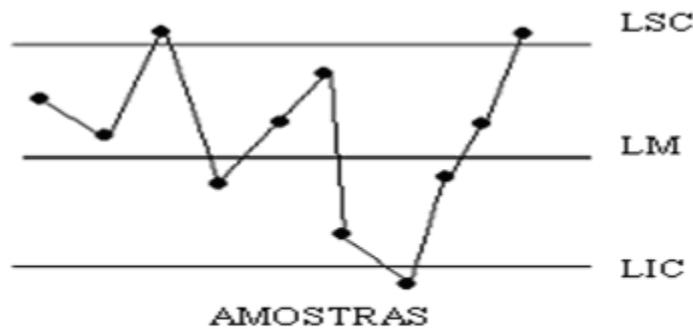


FIGURA 2.23 Exemplo de pontos fora dos limites de controle.

2. **Padrões cíclicos ou de periodicidade:** acontecem quando os pontos, repetidamente, apresentam uma tendência para cima e para baixo, em intervalos de tempo que têm, aproximadamente, a mesma amplitude (Figura 2.24). Isso é uma indicação para falta de controle do processo. Algumas causas especiais que podem acarretar em periodicidade são: mudanças sistemáticas nas condições ambientais, cansaço do operador, rotatividade regular de operadores ou máquinas, flutuação na voltagem, na pressão ou em alguma outra variável de equipamentos utilizados na produção e alterações sazonais na qualidade da matéria-prima. Neste caso, o processo pode ser melhorado para eliminar a variabilidade oriunda de causas especiais que esteja vinculada ao comportamento cíclico.

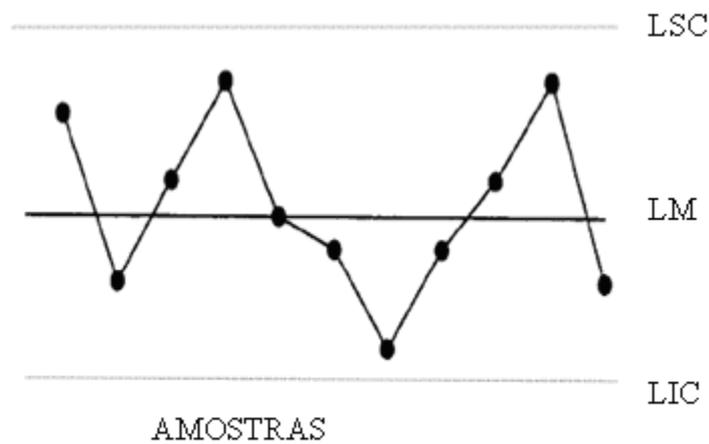


FIGURA 2.24 Exemplo de Padrão Cíclico ou Periodicidade.

3. **Seqüência ou deslocamento de nível do processo:** é uma configuração em que vários pontos consecutivos do gráfico de controle aparecem em apenas um dos lados da linha média (Figura 2.25). Isto é uma indicação para a falta de controle do processo. As seqüências consideradas anormais são: sete ou mais pontos consecutivos; uma seqüência com menos de sete pontos consecutivos, em que pelo menos dez de onze pontos consecutivos aparecem do mesmo lado da linha média; pelo menos doze de quatorze pontos consecutivos aparecem em um mesmo lado da linha média e pelo menos dezesseis de vinte pontos consecutivos aparecem em um mesmo lado da linha média. Essa anormalidade pode ser resultado da introdução de novos operadores, matérias-primas ou máquinas, alterações na atenção ou motivação dos operários.

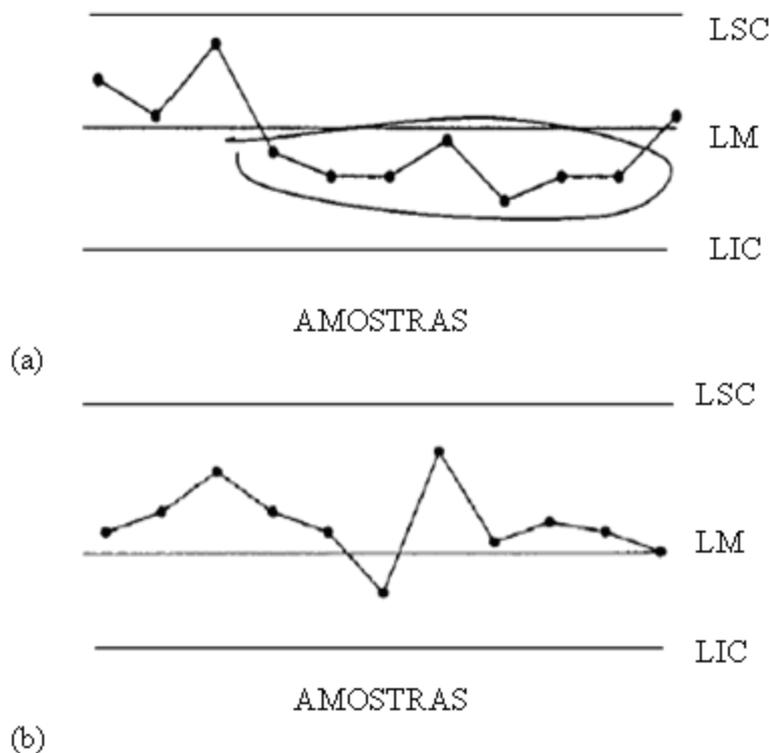


FIGURA 2.25 Exemplo de seqüência de sete pontos consecutivos abaixo da linha média (a) e de dez de onze pontos consecutivos (b).

4. **Tendência:** é constituído por um movimento contínuo dos pontos do gráfico de controle em uma direção ascendente ou descendente (Figura 2.26). Isto é uma indicação para a falta de controle do processo. Uma tendência é constituída por sete ou mais pontos consecutivos. São provocadas, geralmente, por desgastes ou deterioração graduais de ferramentas ou equipamentos, mas também podem ser devido a fatores humanos, tais como cansaço do operador ou presença de supervisores, mudanças nas condições ambientais, tais como temperatura, pressão e umidade, que também podem resultar em tendências. Segundo Montgomery (2004), uma ferramenta útil para monitorar e analisar processos com tendências é o gráfico de regressão.

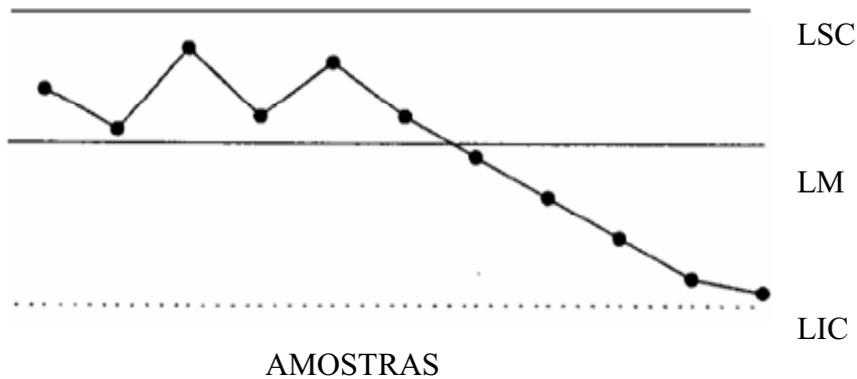


FIGURA 2.26 Exemplo de tendência em direção descendente de um processo.

5. **Mistura ou aproximação dos limites de controle:** é quando os pontos tendem a cair próximo ou levemente fora dos limites de controle, com relativamente poucos pontos próximos da linha média (Figura 2.27). Isso é uma indicação para a falta de controle do processo. Neste caso, podem existir duas distribuições sobrepostas, por exemplo, duas máquinas trabalhando de maneira diferente. Sendo aconselhável construir gráficos de controle separados para os diferentes processos que estiverem gerando os resultados da característica da qualidade de interesse. Algumas vezes, este tipo de configuração acontece quando há excesso de controle, ou seja, ajustes sem necessidades nos processos.

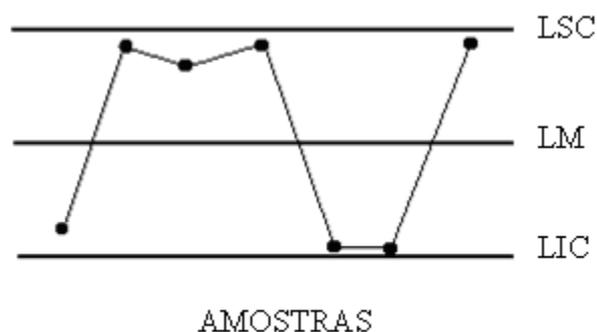


FIGURA 2.27 Exemplo de Mistura em um processo.

6. **Estratificação ou aproximação da linha média:** nesse caso, a maioria dos pontos está próximo da linha média, apresentando uma variabilidade menor do que a esperada (Figura 2.28). Isso é uma indicação para a falta de controle do processo. Pode ter ocorrido erro nos cálculos dos limites de controle ou que os subgrupos racionais (amostras) foram formados de maneira inadequada. Portanto, a aproximação da linha média não significa estar sob controle, mas, sim, a mistura de dados provenientes de populações distintas.



FIGURA 2.28 Exemplo de estratificação ou aproximação da linha média.

7. **Não normalidade:** a não normalidade do conjunto de dados que geraram o gráfico de controle também é um padrão de não aleatoriedade. Isso é de fácil verificação, pois o processo só é considerado sob controle quando as variáveis mensuradas vêm de

uma distribuição normal, ou seja, há atuação somente de causas aleatórias no processo. Essa normalidade pode ser verificada por meio de vários testes existentes na literatura. Os testes Ryan e Joiner (similar Shapiro-Wilk), Anderson-Darling e Kolmogorov-Smirnov, implementados no software Minitab 14®, segundo Leotti et al. (2005), têm as características descritas na Tabela 2.9. As comparações feitas abaixo levaram em conta amostras de tamanho 15 a 100 e os testes foram feitas em cinco diferentes distribuições.

TABELA 2.9 Características de alguns testes de normalidade.

Testes de normalidade	Características	Eficiência
Shapiro-Wilk	-Este teste baseia-se nos valores amostrais ordenados elevados ao quadrado e tem sido o teste preferido por se mostrar mais poderoso que os diversos testes alternativos.	-Este se mostra mais poderoso que os outros dois testes, com exceção ao teste de Anderson-Darling que se mostrou mais poderoso quando a distribuição em questão era a normal padrão com tamanhos de amostras entre 30 e 100.
Anderson-Darling	-Este teste é baseado na função de distribuição empírica (FDE) dos dados, e pertence à classe quadrática de estatísticas baseados na FDE, pois trabalha com diferenças quadráticas entre distribuição empírica e hipotética. Estes testes baseados na FDE são mais vantajosos que os testes de aderência qui-quadrado, pois tem maior poder e invariância em relação aos pontos médios dos intervalos.	-É um teste bastante poderoso, mas não supera o de Shapiro-Wilk, com exceção ao caso mostrado acima.
Kolmogorov-Smirnov	-Também é baseado na FDE, mas pertence a classe suprema desses testes, pois trabalha com a maior diferença entre a distribuição empírica e hipotética. Tem-se ainda que ele não é um teste específico apenas para normalidade, como acontece nos outros, por isso ele pode não ser tão poderoso quanto os outros.	-Este não se mostrou tão poderoso, no entanto quando a distribuição é normal padrão, ele apresenta elevado poder, mas ainda é menos poderoso que os outros. Esse resultado deve ser visto com ressalvas, pois, o tamanho de amostras comparadas era relativamente pequeno. Outros autores dizem que este teste começa a ser eficiente para tamanhos de amostras superiores a 2000.

Fonte: Leotti et al. (2005).

2.7.3.7.2 Classificação dos gráficos de controle

Estatisticamente, podem se definir dois tipos de variáveis, as qualitativas e as quantitativas. As primeiras são aquelas para as quais uma medição numérica não é possível e as segundas são aquelas para as quais é possível se realizar uma medição numérica, que se subdivide em: discretas, próprios de dados de contagem, e contínuas, originárias de medições que assumem qualquer valor real entre dois extremos. Com isso, os gráficos de controle podem ser classificados em dois tipos: gráfico de controle para variáveis e gráfico de controle para atributos, detalhados a seguir:

- **gráfico de controle para variáveis:** se a característica da qualidade pode ser expressa por alguma escala contínua de medida, ela é usualmente chamada de variável. Neste caso, é necessário monitorar tanto o valor médio da característica da qualidade como a variabilidade. Este monitoramento pode ser feito por meio do gráfico de controle para variáveis;
- **gráfico de controle para atributos:** muitas outras características da qualidade não são medidas em uma escala contínua ou, mesmo, em uma escala quantitativa. Então, para estes casos pode-se julgar cada unidade do produto como conforme ou não-conforme, defeituoso ou não-defeituoso, verificando se elas possuem ou não certo atributo. Pode-se, então, contar o número de não-conformidades ou defeitos e marcar em seu gráfico de controle para atributo.

2.7.3.7.2.1 Gráficos de controle para variáveis

Serão apresentados três tipos de gráficos de controle de Shewhart para variáveis. São eles: gráfico para média, para o desvio padrão e para amplitude, os quais monitoram variáveis da qualidade com dimensões tais como tamanho, largura, temperatura e volume, entre outras. Uma adaptação do gráfico \bar{X} e R para medidas individuais também será apresentada nesta seção. Os cálculos das constantes dos limites de controle abaixo podem ser visto com detalhes no Anexo C.

1. Gráfico de controle para \bar{X} e S

Segundo Montgomery (2004), o gráfico é bastante usado quando se tem tamanho de amostras n moderadamente grandes, como, por exemplo, $n > 10$. A estimação de σ pelo método da amplitude perde eficiência estatística para tamanhos de amostras moderadas ou grandes. A seguir, os limites dos gráficos de controle \bar{X} e S (Figura 2.29), respectivamente.

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s}$$

e

$$LSC = B_4 \bar{s}$$

$$LM = \bar{s}$$

$$LIC = B_3 \bar{s}$$

em que \bar{s} é o desvio padrão médio; $\bar{\bar{x}}$ é a média das médias e A_3, B_3 e B_4 são constantes que se encontram na Tabela no Anexo A.

Mas, na prática, engenheiros da qualidade têm preferido os gráficos \bar{X} e R pela simplicidade de cálculos de R para cada amostra, não necessitando de máquinas. Contudo, com o avanço dos computadores, essa consideração perde a importância. Lembre-se também que estimador quadrado de S é melhor que o da amplitude e, como dito anteriormente, o método da amplitude, quando o n é pequeno, funciona bem. Isso pode ser mostrado calculando-se a eficiência relativa entre o método R com o S . Esses valores são encontrados na Tabela 2.10.

TABELA 2.10 Eficiência relativa entre R e S para amostras de tamanho n.

Tamanho da Amostra n	Eficiência Relativa
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

Fonte: Montgomery (2004).

Segundo Montgomery (2004), para valores de $n > 10$, o método da amplitude perde eficiência rapidamente, mas para $n \leq 6$, ele funciona satisfatoriamente.

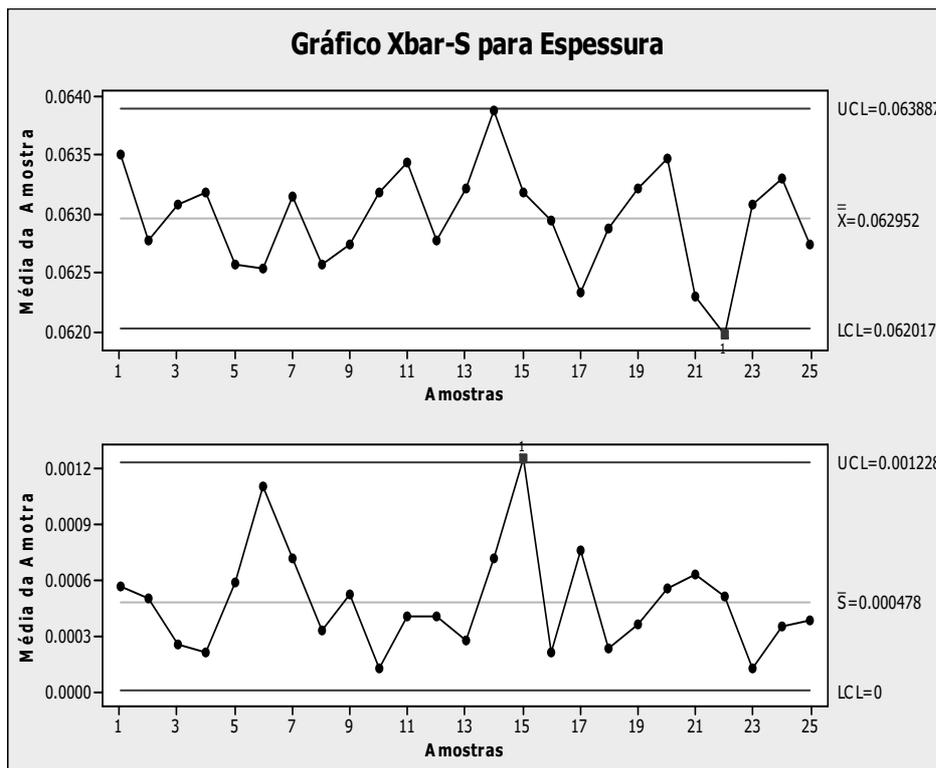


FIGURA 2.29 Gráfico \bar{X} e S do Minitab 14® para a espessura de placa de circuito impresso, com 25 amostras de tamanho 3.

2. Gráfico de controle para \bar{X} e R

Segundo Montgomery (2004), caso se esteja trabalhando com $n \leq 6$ amostras, é usual o trabalho com gráficos para amplitudes. Seus limites de controle são dados abaixo:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

e

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

$$LM = \bar{R}$$

$$LIC = D_3 \bar{R}$$

A amplitude média é dada por \bar{R} ; $\bar{\bar{x}}$ é a média das médias e A_2, D_3 e D_4 são constantes encontradas na tabela do Anexo A.

Montgomery (2004) diz, ainda, que o gráfico \bar{X} monitora variabilidade entre amostras, ou seja, variabilidade do processo ao longo do tempo. O gráfico R mede a variabilidade dentro da amostra ou, ainda, a variabilidade instantânea do processo em um dado instante de tempo. Um exemplo pode ser visto na Figura 2.30.

Deve-se ter cuidado em interpretar o gráfico da média antes de verificar se o gráfico R está sob controle, logo, o primeiro passo é eliminar as causas especiais primeiro no gráfico R (Montgomery, 2004).

A construção dos gráficos \bar{X} e R supõe a normalidade da distribuição subjacente. Esta suposição pode ser não validada. Mas, estudos deste afastamento de normalidade sobre os gráficos de controle mostram robustez, mesmo quando empregados em populações que não sejam extremamente não-normais. Autores relatam que o risco de erro tipo I (α) não se distancia muito do valor teórico de 0,0027, com limites 3 Sigma, isso para tamanhos de amostras $n \geq 4$. Enquanto o risco para gráfico \bar{X} , com 3 Sigma, é de $\alpha = 0,0027$, com distribuição subjacente normal, para o

gráfico R isto não se verifica, pois a distribuição amostral de R não é simétrica, mesmo vindo de população normal. Para $n=4$ o risco é $\alpha=0,00461$, sendo este mais sensível à normalidade que o gráfico \bar{X} (Montgomery, 2004).

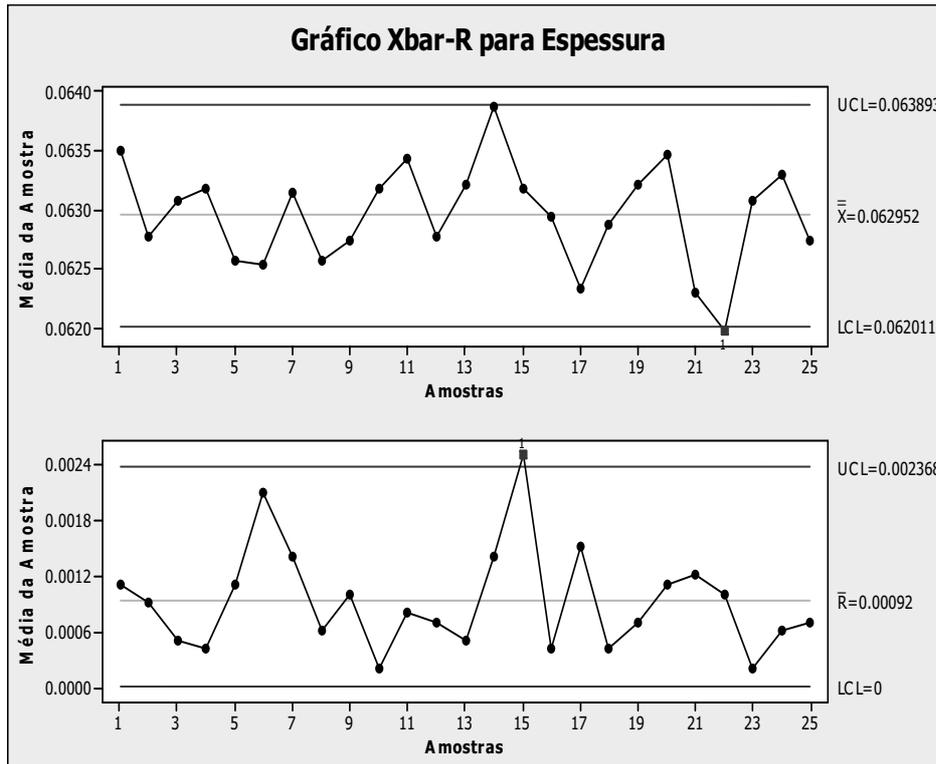


FIGURA 2.30 Gráfico \bar{X} e R do Minitab 14® para a espessura de placa de circuito impresso, com 25 amostras de tamanho 3.

3. Gráfico de controle para medidas individuais

Este gráfico de controle é utilizado para monitorar processos com amostras de tamanho $n=1$, ou seja, amostras que consistem de medidas individuais. Como vimos anteriormente, é necessário estimar alguns parâmetros para a construção dos limites do gráfico de controle. Este caso é um pouco diferente dos casos acima. Como não há possibilidade de construir gráfico \bar{X} e AM , pois não há observações suficientes para estimar \bar{x} , logo,

iremos construir o gráfico X e AM , em que AM significa amplitude móvel, que é dada pela fórmula:

$$AM_i = |x_i - x_{i-1}|; \quad i = 2, \dots, m,$$

em que m é o número de observações individuais coletadas.

Observe-se que cada amostra tem uma única observação para a variável da qualidade a ser monitorada, não sendo possível estimar $\bar{\bar{x}}$ e nem AM para a primeira observação. Logo, iremos estimar a média do processo como sendo a média amostral e a variabilidade do processo pela amplitude móvel (AM). Dessa forma, seguem abaixo os limites de controle para o gráfico X e AM , segundo Montgomery (2004):

$$LSC = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\overline{AM}}{d_2}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\overline{AM}}{d_2}$$

Este, para o gráfico da média e, abaixo, para o gráfico da amplitude móvel.

$$LSC = D_4 \overline{AM}$$

$$LM = \overline{AM}$$

$$LIC = D_3 \overline{AM}$$

As constantes d_2, D_3 e D_4 são tabeladas (Anexo A) e \overline{AM} é dado por:

$$\overline{AM} = \sum_{i=2}^m \frac{AM_i}{(m-1)}.$$

Abaixo segue um exemplo (Figura 2.31). Segundo Werkema (1995), deve-se ter extrema cautela ao trabalhar com esse tipo de gráfico de controle, pois ele é muito sensível à não-normalidade da variável de interesse. Então, não se deve construir gráfico de observações individuais a partir de dados não-normais. Segundo Montgomery (2004), uma alternativa seria construir os limites por meio dos percentis da distribuição subjacente correta que podem ser obtidos por meio de uma distribuição ajustada aos dados. Ou, ainda, transformar os dados em uma variável aproximadamente normal e construir um novo gráfico de controle. É aconselhável, neste caso, usar o gráfico de controle de Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas (MMEP), que também é um gráfico para observações individuais, mas é bastante insensível à hipótese de normalidade.

Segundo Montgomery (2004), caso se queira detectar um deslocamento muito pequeno na média, a melhor alternativa é o gráfico de médias móveis exponencialmente ponderadas ou de soma cumulativa.

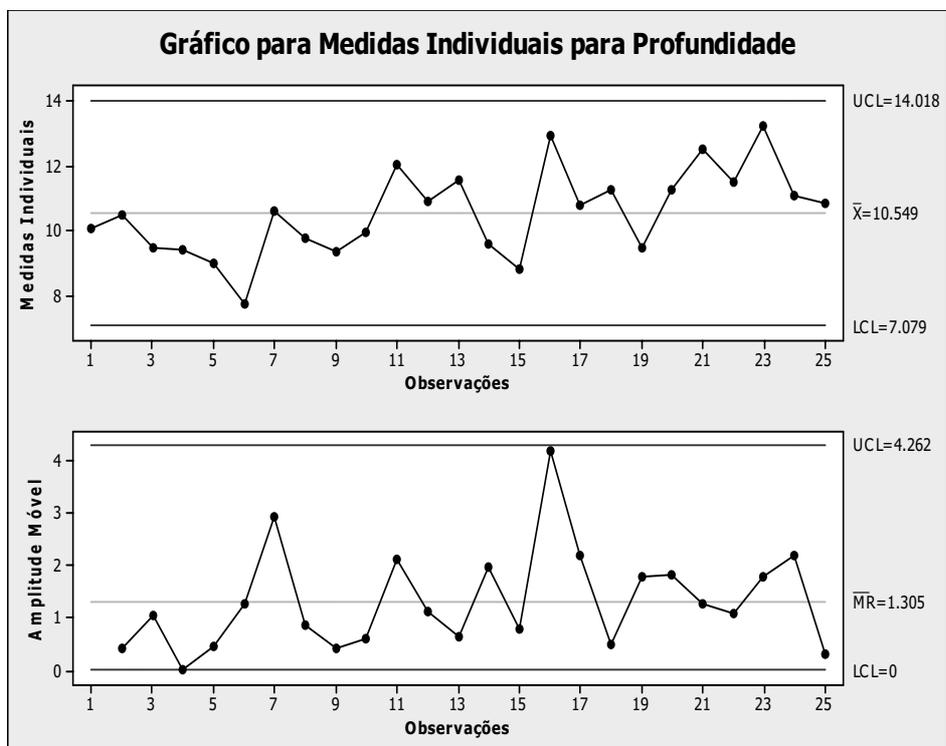


FIGURA 2.31 Gráfico de média móvel do Minitab 14® para variável profundidade com 25 observações.

4. Gráfico de controle para \tilde{X} e R

Também é muito utilizado o gráfico de controle para mediana. A mediana é um bom estimador para a média, considerando que não é superior à média, pois se sabe que a média considera o valor de todas as observações. Mas, este gráfico funciona como uma maneira de simplificar os cálculos dos operários que trabalham diretamente com o processo e necessitam desta simplicidade, pois o mesmo, na maioria das vezes, não dispõe de máquinas para cálculos. Portanto, o ideal é assumir amostras n de tamanho ímpar e construir os limites de controle da seguinte maneira:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

e

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

$$LM = \bar{R}$$

$$LIC = D_3 \bar{R}$$

2.7.3.7.2.2 Gráficos de controle para atributos

Como dito anteriormente, os gráficos para atributos são utilizados nos casos em que a variável da qualidade a ser controlada não pode ser representada numericamente. Assim, há vários tipos de gráficos de controle para atributos. Nesta seção, iremos abordar apenas dois dos gráficos mais utilizados: gráfico p e o gráfico np . A estimação dos parâmetros dos limites do gráfico p abaixo pode ser visto com detalhes no Anexo C.

1. Gráfico de controle p ou para fração não-conforme

A fração não-conforme pode ser definida como a razão entre o número de itens não-conformes em uma população e o total de itens naquela população. Observe que podem ser várias as características não-conformes, pois os itens podem ter várias características da qualidade a serem controladas. Caso a verdadeira fração não-conforme no processo seja conhecida, devem-se utilizar os seguintes limites de controle para o gráfico p :

$$LSC = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$LM = p$$

$$LIC = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Caso contrário, pode-se estimar p por \bar{p} . Têm-se, então, os limites do gráfico p (Figura 2.32):

$$LSC = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LM = \bar{p}$$

$$LIC = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

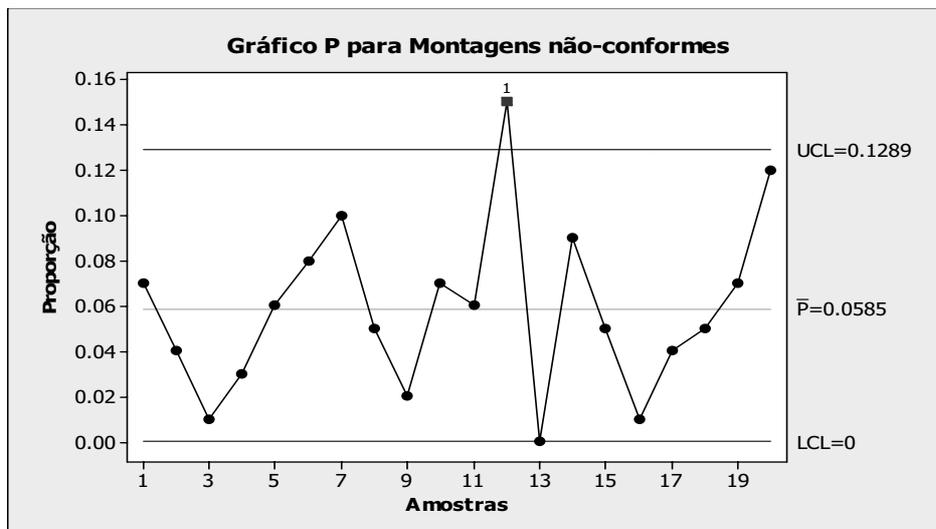


FIGURA 2.32 Gráfico p do Minitab 14® para fração não-conforme da montagem de certo produto, com amostras de tamanho 100.

2. Gráfico de controle np

É utilizado quando se quer trabalhar com o número de unidades não conformes, em vez de fração não-conforme. Os limites de controle, segundo Montgomery (2004), são:

$$LSC = n\bar{p} + 3\sqrt{\frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LM = n\bar{p}$$

$$LIC = n\bar{p} - 3\sqrt{\frac{n\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Caso se conheça o valor verdadeiro do parâmetro p , é melhor utilizá-lo em vez de seu estimador \bar{p} .

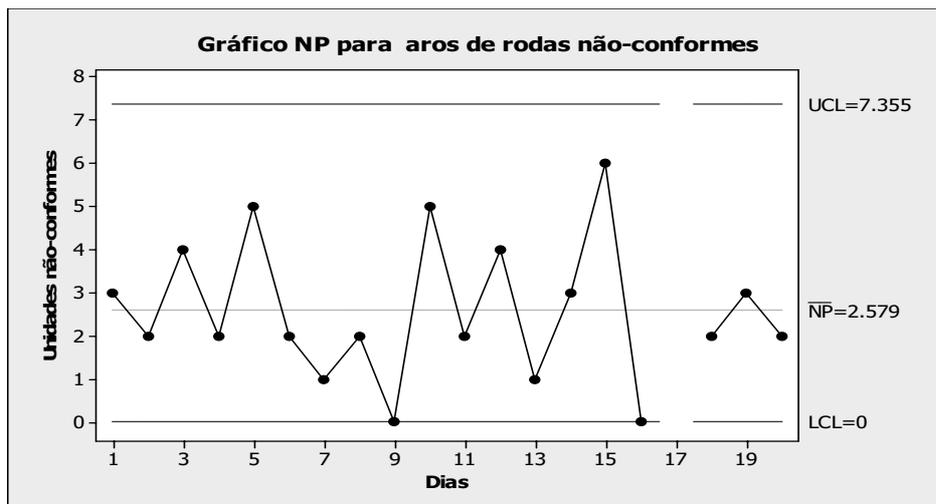


FIGURA 2.33 Gráfico np do Minitab 14® para unidades não-conforme de aros de roda de titânio para automóveis, com amostras de tamanho 150.

2.7.3.7.3 Limites de controle e limites de especificação

Segundo Werkema (1995), é muito importante salientar que não há relação entre os limites de controle dos gráficos de controle e os limites de especificação. Os limites de controle dos gráficos de controle foram

mencionados anteriormente. Observe que estes resultam da variabilidade do processo. Já os limites de especificação são determinados pela gerência, pelos engenheiros responsáveis pela produção ou pelo planejamento do produto ou, ainda, pelos seus clientes, pois estes limites devem refletir suas necessidades. Ou seja, não existe relação matemática ou estatística entre esses limites.

Resumindo, temos o seguinte:

- os limites de controle permitem avaliar se o processo está ou não sob controle estatístico;
- os limites de especificação permitem avaliar se o processo produz ou não itens não-conformes. Estes se aplicam aos valores individuais dos produtos.

Daí pode-se ter, segundo Werkema (1995):

- processo fora de controle e não atendendo às especificações;
- processo fora de controle e atendendo às especificações;
- processo sob controle e não atendendo às especificações;
- processo sob controle e atendendo às especificações.

Mais adiante será estudada a capacidade de um processo em atender aos limites de especificação, conhecido como estudo de capacidade. Este estudo facilita bastante algumas organizações a identificarem problemas no processo, a tempo de fazer correções, antes da entrada daqueles itens em linha de produção.

2.7.3.7.4 Limites de controle tentativos

Os gráficos de controle são construídos por meio de amostras preliminares do processo. Estes limites construídos a partir dessas amostras são considerados como sendo os limites de controle tentativos. No início da implementação de um Controle Estatístico de Processo (CEP), serão construídos os primeiros limites para seus gráficos de controle. Será difícil determinar ao certo se o processo em questão está ou não sob controle estatístico. Por isso, a necessidade de usar estes limites de controle

tentativos, sendo possível testar se o processo no passado estava ou não sob controle.

O procedimento a ser tomado é o seguinte: tomam-se m amostras do processo e se constroem os gráficos de controle desejados para controlar a característica da qualidade especificada. Se todos os pontos caírem dentro dos limites de controle e ainda não tiver nenhum indício de não-aleatoriedade, então, o processo estava sob controle no passado e os limites de controle tentativos são apropriados para o controle atual e futuro do processo.

Pode acontecer de pontos caírem fora dos limites de controle, rejeitando a hipótese de processo passado sob controle. Mas, para que os limites de controle sejam significativos, eles devem ser baseados em um processo sob controle. Com isso, torna-se necessário uma revisão dos limites de controle, o que é feito identificando-se, em cada ponto fora de controle, as possíveis causas atribuíveis. Segundo Montgomery (2004), caso isso não seja possível, devem-se observar e se concentrar nos padrões formados por esses pontos, ou seja, nos possíveis padrões de não aleatoriedade, os quais, quase sempre, estiveram presentes no processo, facilitando, dessa forma, identificar as causas atribuíveis associadas a este padrão. Conseqüentemente, esta remoção resultará em uma melhoria do processo. Mas, se ainda alguns poucos pontos, um ou dois, continuarem caindo fora dos limites de controle, pode-se eliminar estes pontos e calcular novamente os limites de controle tentativos. Se estes novos limites indicarem que o processo está sob controle, então, aqueles pontos eliminados não resultaram em distorções significativas do gráfico de controle.

Segundo Montgomery (2004), deve-se tratar os limites tentativos apenas como um passo inicial para encontrar os limites de controle. Esses limites devem ser sujeitos a revisões periódicas. Não há um conceito teórico para estabelecer este período, mas, alguns estabelecem períodos regulares, tais como toda semana, todo mês ou a cada 25, 50 ou 100 amostras.

2.7.3.7.5 Subgrupo racional

Para a construção de um gráfico de controle, vimos que tomaram-se m amostras de tamanho n , as quais são conhecidas também como subgrupos racionais. Uma formação adequada é fundamental para que seja construído um gráfico de controle realmente útil, o qual deve ser o mais homogêneo possível quanto ao processo considerado. Dentro de cada subgrupo racional, as variações deverão ser provocadas apenas por causas aleatórias. Por exemplo, se, em um processo, trabalham vários operários, devem-se tomar amostras individualmente para cada operador, em vez de tirar amostras que envolvam todos os operadores em conjunto. Em muitos casos, devem ser aplicados em partes diferentes de uma mesma máquina, diferentes locais de trabalho, diferentes operadores e assim por diante (Werkema, 1995).

2.7.3.7.6 Tamanho (n) de amostras e frequência de amostragem

Para se chegar a um tamanho de amostra e frequência de amostragem ideal, é necessário mostrar alguns resultados relevantes que estão ligados diretamente a esses parâmetros que se quer encontrar.

1. Alarme falso no gráfico \bar{X}

Quando a hipótese H_0 é verdadeira (processo sob controle), com um risco α , caem pontos fora dos limites de controle. Quando isso acontece, diz-se que houve um alarme falso, ou seja, aconteceu um sinal indevido de que o processo está sob influência de causas especiais, causando interferência desnecessária no processo, já que ele se encontra no mais perfeito estado de controle.

Para calcular o risco α (probabilidade de alarme falso ou erro tipo I), é necessário conhecer a variável aleatória \bar{X} . Pelo Teorema do Limite Central para qualquer distribuição de X , a distribuição de \bar{X} tenderá a uma distribuição normal, com média e variância dadas, respectivamente, por:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu;$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}};$$

Se o processo está sob controle, têm-se: $\mu = \mu_0$ e $\sigma = \sigma_0$.

Com o processo sob controle, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle, considerando limites de 3 Sigma, é:

$$\begin{aligned} \alpha &= P[\bar{X} > LSC_{\bar{X}}] + P[\bar{X} < LIC_{\bar{X}}] = \\ &= P\left[Z > \frac{LSC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right] + P\left[Z < \frac{LIC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right] = \\ &= P\left[Z > \frac{\mu_0 + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right] + P\left[Z < \frac{\mu_0 - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right] = \\ &= P[Z > 3] + P[Z < -3] = 0,00135 + 0,00135 = 0,0027 \end{aligned}$$

Os valores das probabilidades de Z estão tabelados (Anexo A). Então, quando o processo está sob controle, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle a 3 Sigma é de 0,27%, ou seja, esta é a probabilidade de cada amostra gerar um alarme falso. Generalizando a expressão acima, temos:

$$\alpha = P[|Z| > k].$$

em que k é o fator de abertura dos limites de controle, k Sigma, do gráfico de controle. Observe que o tamanho da amostra n não afeta a probabilidade de alarme falso, α , mas influencia no risco de ocorrência de erro tipo II, aceitar H_0 sendo esta falsa, e no poder do gráfico de controle ($Pd = 1 - \beta$). Segundo Costa et al. (2004), a distribuição do número de amostras que antecedem um alarme falso, incluindo a que gerou o alarme, é geométrica de parâmetro $p = \alpha$. Portanto, o número médio de amostra até um alarme falso é igual a $1/\alpha$.

2. Poder do gráfico \bar{X}

Pode acontecer de a média ter sofrido um deslocamento e o ponto não ter caído fora dos limites do gráfico de controle. Isso, às vezes, acontece quando o desvio é pequeno. Acontecendo isso, tem-se que o processo está fora de controle, mas o gráfico não detectou, ou seja, ocorreu o erro tipo II. Seja, então, $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ o novo valor da média, e, que δ é o deslocamento que, na sua maioria, será maior ou igual a $1,5\sigma$ da média.

Logo, o poder, ou probabilidade, de se detectar o deslocamento do gráfico \bar{X} é dado por:

$$\begin{aligned} Pd &= P[\bar{X} > LSC] + P[\bar{X} < LIC] = \\ &= P[Z > Z_{LSC}] + P[Z < Z_{LIC}] = \\ &= P\left[Z > \frac{LSC - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right] + P\left[Z < \frac{LIC - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right] = \\ &= P\left[Z > \frac{\mu_0 + k\sigma_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\sigma_{\bar{X}}}\right] + P\left[Z < \frac{\mu_0 - k\sigma_{\bar{X}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\sigma_{\bar{X}}}\right] = \\ &= P[Z > k - \delta\sqrt{n}] + P[Z < -k - \delta\sqrt{n}] = \\ &= P[Z < -k + \delta\sqrt{n}] + P[Z < -k - \delta\sqrt{n}]. \end{aligned}$$

Segue, ainda, que $Pd = 1 - \beta$, em que β é a probabilidade de se cometer o erro tipo II ou de não se detectar tal deslocamento.

Na Tabela 2.11 são apresentados valores para o poder (Pd) para diferentes δ e n , com $k = 3$.

TABELA 2.11 Valores do Pd para diferentes combinações de n e de δ .

δ	n									
	2		3		4		5		9	
	Z	Pd								
0,25	2,646	0,004	2,567	0,005	2,500	0,006	2,441	0,007	2,250	0,012
0,50	2,293	0,011	2,134	0,016	2,000	0,023	1,882	0,030	1,500	0,067
0,75	1,939	0,026	1,701	0,044	1,500	0,067	1,323	0,093	0,750	0,227
1,00	1,586	0,056	1,268	0,102	1,000	0,159	0,764	0,222	0,000	0,500
1,25	1,232	0,109	0,835	0,202	0,500	0,309	0,205	0,419	-0,750	0,773
1,50	0,879	0,190	0,402	0,344	0,000	0,500	-0,354	0,638	-1,500	0,933
2,00	0,172	0,432	-0,464	0,679	-1,000	0,841	-1,472	0,930	-3,000	0,999
3,00	-1,243	0,893	-2,196	0,986	-3,000	0,999	-3,708	1,000	-6,000	1,000

Fonte: Adaptado de Costa et. al, 2004.

Portanto, quanto maior o deslocamento em relação à média que se queira detectar, menor poderá ser o tamanho da amostra n . E, ainda, quanto maior o poder, menor será o risco de se cometer um erro tipo II. Logo, para se detectar pequenos deslocamentos $\delta \leq 1$, é ideal que se tenham amostras $n > 24$; para deslocamentos entre $1 < \delta < 1,5$, tamanhos de amostras $n \geq 9$ e, para deslocamentos $\delta > 1,5$, tamanhos de amostras $4 \leq n \leq 8$. Isso pode ser mais bem observado na Figura 2.34.

Para os gráficos R e S, não haverá um estudo aprofundado. Muitos engenheiros da qualidade cometem o erro de achar que o gráfico R é sensível a pequenos ou moderados deslocamentos, com tamanhos de amostras $n = 4, 5$ ou 6 , o que é um erro. Este gráfico não é muito eficiente para detectar deslocamentos com pequenos tamanhos de amostras. Por exemplo, segundo Montgomery (2004), se o desvio padrão do processo dobra, o que é consideravelmente grande para uma amostra de tamanho cinco, ele tem apenas 40% de chance de detectar tal deslocamento em cada amostra subsequente. Então, um deslocamento $\lambda = \sigma_1 / \sigma_0$ (a razão do novo para o antigo desvio padrão do processo), se $\lambda < 2$, a probabilidade de detecção é muito pequena, independentemente do tamanho de amostras; entre $2 < \lambda < 2,5$ é aconselhável utilizar tamanhos de amostras $n \geq 8$ e $\lambda > 2,5$ utilizar $4 \leq n \leq 7$, pois, dessa forma, este gráfico tem maior poder de detecção.

Pode-se ainda construir as curvas dos tamanhos de amostras em relação ao poder versus os deslocamentos (Figura 2.34), para o gráfico \bar{X} (Costa et al., 2004).

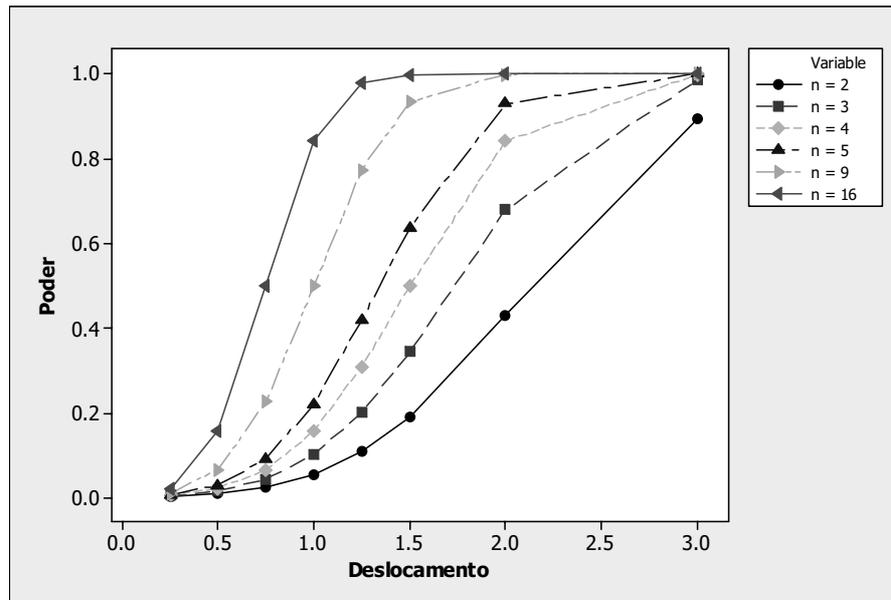


FIGURA 2.34 Gráfico do Minitab 14® para o Pd do gráfico de média versus Deslocamento (δ).

Segundo Costa, et al. (2004), a distribuição do número de amostras que antecedem um alarme verdadeiro, incluindo o que caiu fora, é geométrica de parâmetro $p = Pd$. Logo, o número médio de amostras que antecedem um alarme verdadeiro é $1/Pd$.

3. Número médio de amostras até o sinal

Uma ferramenta para se saber a medida da eficiência do gráfico de controle é o NMA , número médio de amostras até o sinal de alarme, expresso, segundo Costa et al. (2004), como sendo:

$$NMA = \frac{1}{\alpha} \tag{2.1}$$

caso a hipótese H_0 seja verdadeira e igual a:

$$NMA = \frac{1}{Pd}. \quad (2.2)$$

se a hipótese H_1 for a verdadeira. Isso acontece, pois, independentemente de alarme falso ou verdadeiro, o número de amostras até o sinal segue uma distribuição geométrica de parâmetro p . Então, para a equação (2.1), tem-se o número médio de amostras até o sinal de alarme falso e, para a equação (2.2), número médio de amostras até o sinal de alarme verdadeiro.

Para os outros gráficos, o procedimento para estudos de alarme falso, poder e detecção é o mesmo que o acima. A única diferença está na determinação das distribuições de R , S , AM , p e np para se calcular o α e o Pd . Já o NMA e o tempo esperado até o sinal (TES) são encontrados pelas mesmas fórmulas das dadas para o \bar{X} .

4. Tempo esperado até o sinal

O intervalo de tempo entre a alteração da média e o alarme também é uma medida da eficiência do gráfico. O valor esperado dessa medida é chamado de TES . Este é definido, segundo Costa et al. (2004), da seguinte forma:

$$TES = E[TS] = E[h \cdot NAS - Q] = hE[NAS] - E[Q];$$

em que TS é o tempo até o sinal; NAS é o número de amostras até o sinal, Q é o intervalo de tempo entre o momento da retirada da última amostra antes do deslocamento da média e o instante em que a média se desloca e h é o intervalo entre amostragens. Já sabemos que $E[NAS] = NMA = 1/Pd$, e que o deslocamento da média pode ocorrer a qualquer instante no intervalo h , supõe-se $E[Q] = h/2$. Logo:

$$TES = \frac{h}{Pd} - \frac{h}{2}.$$

Tem-se, ainda, que o tempo médio até a ocorrência de um alarme falso ($TMAF$) e o valor de k , para cada valor de h são, respectivamente, segundo Costa et al. (2004):

$$TMAF = \frac{h}{\alpha};$$

$$k = -\Phi^{-1}\left(\frac{h}{2(TMAF)}\right).$$

Daí, tem-se, ainda, que:

$$k = -\Phi^{-1}\left(\frac{h}{2(h/\alpha)}\right) = -\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{-\Phi^{-1}(\alpha)}{2}$$

$$2k = -\Phi^{-1}(\alpha) \rightarrow -2k = \Phi^{-1}(\alpha) \rightarrow \alpha = \Phi(-2k)$$

$$\alpha = 2\Phi(-k) = 2(1 - \Phi(k)).$$

Agora se define-se uma taxa de amostragem (n/h), por exemplo, 12 itens por hora a serem inspecionados, e especificar que o tempo médio entre alarmes falsos não seja inferior a 500 horas. Pode-se, então, montar uma planilha em que simulam-se valores de n , h e k , para se obter a melhor combinação dos mesmos, e que estes minimizem o valor do TES e maximize o poder (Pd). Essa simulação em que se encontra o valor do TES e o poder, para o caso de utilização do gráfico \bar{X} , encontra-se na Tabela 2.12.

TABELA 2.12 Tempo esperado até o sinal e poder do gráfico \bar{X} para diferentes deslocamentos ($n/h = 12$ e $TMAF = 500$).

δ	$n/h = 3 / 0,25 = 12$			$n/h = 6 / 0,5 = 12$			$n/h = 12 / 1 = 12$			$n/h = 24 / 2 = 12$		
	Horas	Minutos	Poder(%)	Horas	Minutos	Poder(%)	Horas	Minutos	Poder(%)	Horas	Minutos	Poder(%)
0,50	55	47	0,45	25	29	1,94	10	58	8,72	4	59	33,41
0,75	17	2	1,50	6	35	7,31	2	43	31,13	1	32	78,70
1,00	6	6	4,02	2	15	20,02	1	3	64,57	1	3	97,84
1,25	2	32	9,41	0	58	40,96	0	37	89,25	1	0	99,94
1,50	1	12	18,87	0	31	64,94	0	31	98,24	1	0	100,00
2,00	0	23	49,34	0	17	94,61	0	30	99,99	1	0	100,00
	k = 3,48			k = 3,29			k = 3,09			k = 2,88		

Então, o bom senso e o conhecimento do processo são fatores relevantes que auxiliaram na determinação do tamanho de amostras e

freqüências de amostragem para gráfico \bar{X} , pois, para fazer um bom planejamento, é necessário quantificar as mudanças que se queira detectar na média do processo e, ainda, saber se há possibilidades do processo produzir uma proporção relevante de itens defeituosos, sendo necessário neste momento o bom senso. Veja também que este bom senso não deve ir contra a teoria.

2.8 Análise da capacidade de processo

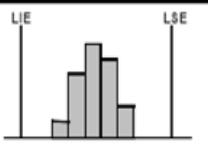
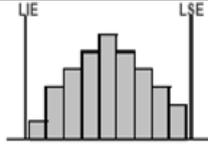
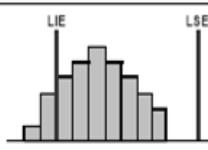
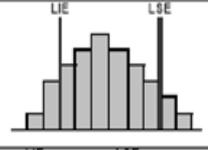
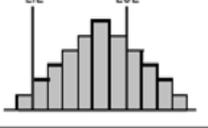
Como visto anteriormente, os gráficos de controle são ferramentas que avaliam a estabilidade do processo. Assim, sabemos se ele está ou não sob controle estatístico; caso ele esteja sob controle, há a previsibilidade, podendo prever o momento de interceptar o processo para efetivas correções. Mas, segundo Werkema (1995), um processo que esteja com sua variabilidade controlada também pode produzir itens defeituosos, não sendo suficiente apenas colocar o processo sob controle. É fundamental avaliar se o processo é capaz de atender às especificações estabelecidas pelos clientes, sejam eles internos ou externos. Vale salientar, ainda, que um processo instável tem comportamento imprevisível e, portanto, não faz sentido avaliar a sua capacidade. Alguns autores usam capacidade em vez de capacidade.

Para Davis et al. (2001), o objetivo do controle estatístico da qualidade é alcançar um processo tanto sob controle como dentro das tolerâncias. Uma forma rápida de verificar se o objetivo está sendo alcançado é pelo uso do coeficiente de capacidade ou índices de capacidade. Slack et al. (1996) destacam, ainda, que a capacidade do processo é a medida da aceitabilidade da variação do processo.

Os índices de capacidade fornecem informações para avaliar se o processo é capaz de produzir produtos que atendam às especificações de seus clientes internos e externos. Esses índices são adimensionais e permitem quantificar o desempenho dos processos. Cabe salientar que, para uso desses índices, o processo deve estar sob controle estatístico, ou seja, livre de causas especiais e vindos de uma distribuição próxima da normal.

Outra maneira que pode ajudar também na análise de capacidade é o método gráfico a partir do histograma das observações, segundo Werkema (1995), conforme Quadro 2.1.

QUADRO 2.1 Análise gráfica da capacidade de um processo.

CLASSIFICAÇÃO	COMPARAÇÃO GRÁFICA	CARACTERÍSTICAS	AÇÕES PERTINENTES
VERDE ADEQUADO BOA CAPABILIDADE		- Todos os dados estão localizados dentro dos Limites de Especificação com uma boa margem de segurança de ambos os lados. Esta margem é de pelo menos 1 σ .	- Como o histograma atende à especificação com folga, só precisa manter a atual situação. - O processo está pronto para ser delegado para as pessoas que o operam.
AMARELO ACEITÁVEL CAPABILIDADE RAZOÁVEL		- Todos os dados estão localizados dentro dos Limites de Especificação, porém, aparecem alguns resultados muito próximos deles. Esta distância entre os valores extremos e os limites é menor do que 1 σ .	- Como praticamente não existe uma margem extra, é importante reduzir um pouco a variabilidade. - A gerência deve promover uma melhoria (PDCA) de tal forma que o processo se torne verde.
VERMELHO INCAPAZ INADEQUADO		- alguns dados estão localizados fora dos Limites de Especificação, exigindo inspeção 100% para separar os itens defeituosos e garantir a qualidade especificada.	- É necessário agir para trazer a média mais próxima ao centro das especificação.
			- São necessárias ações para reduzir a variação – melhoria do processo (PDCA).
			- São necessárias não só ações para reduzir a variação, como também para trazer a média mais próxima ao centro da especificação.

Fonte: Adaptado de Werkema (1995).

2.8.1 Índice de capacidade para processo centrado

Este índice relaciona aquilo que se deseja produzir ($LSE - LIE$), ou seja, a variabilidade permitida ao processo, com a variabilidade natural do processo (6σ). É definido como:

$$C_p = \frac{(LSE - LIE)}{6\sigma}$$

em que LSE é o limite superior de especificação e LIS é o limite inferior de especificação.

Observe que quanto menor a variabilidade do processo, maior será o C_p , então, ele mede a dispersão das especificações em relação à dispersão 6σ no processo. Este índice é insensível a mudanças na média do processo, portanto, só deve ser utilizado quando a média do processo estiver centrada no ponto médio do intervalo de especificação.

O desvio padrão σ do processo raramente é conhecido. Devemos estimá-lo por algum dos estimadores já estudados anteriormente $\hat{\sigma}$ (S , \bar{R}/d_2 ou \bar{S}/c_4). Assim, iremos trabalhar com:

$$\hat{C}_p = \frac{(LSE - LIS)}{6\hat{\sigma}}.$$

Utiliza-se também outro índice de capacidade, chamado P_p , este se difere do anterior apenas pelo modo de estimar o desvio padrão, este é estimado através do desvio padrão amostral, dado por:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}.$$

Este índice é empregado em todos dados coletados sem levar em conta tamanha de amostras (n), ou subgrupos amostrais. Outro ponto importante é que não precisa de normalidade nos dados, ou seja, não há necessidade de processo estável para seu calculo.

2.8.2 Índice de capacidade com média deslocada

Logo, para se ter uma melhor precisão em relação ao problema de deslocamento da média no caso do C_p , definiu-se um novo índice de capacidade do processo, o qual leva em consideração a média do processo. Esta é:

$$C_{pk} = \min(C_{ps}, C_{pi});$$

em que:

$$C_{ps} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma};$$

$$C_{pi} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma};$$

Neste caso, também se devem utilizar as estimativas para μ e σ e, então, usar a estimativa \hat{C}_{pk} .

De modo que se $C_p = C_{pk}$, o processo está centrado no ponto médio dos limites de especificação e, quando $C_p < C_{pk}$, o processo está descentralizado. A magnitude C_{pk} em relação à C_p é uma medida direta de quão fora do centro o processo está operando (Montgomery, 2004).

Da mesma forma tem-se outro índice de capacidade, chamado P_{pk} , este se difere do anterior apenas pelo modo de estimar o desvio padrão, este é estimado através do desvio padrão amostral. A interpretação é feita da mesma forma das que envolvem os índices C_p e C_{pk} .

Um dos critérios de interpretação dos valores do C_{pk} , segundo Soares (2001), é mostrado na Quadro 2.2.

Na Tabela 2.13 encontram-se os valores para os diferentes índices de capacidade, considerando $LIE = 2$ e $LSE = 8$, em que PFE é a porcentagem de itens fora das especificações dada por:

$$PFE = \left[P(Z < Z_{LIE}) + P(Z > Z_{LSE}) \right] 100 =$$

$$= \left[P\left(Z < \frac{LIE - \mu_x}{\sigma_x} \right) + P\left(Z > \frac{LSE - \mu_x}{\sigma_x} \right) \right] 100.$$

TABELA 2.13 Valores dos índices de capacidade para diferentes μ e σ , com $LIE = 2$ e $LSE = 8$.

Caso	(μ; σ)	C_p	C_{pk}	PFE
1	(5;1)	1,00	1,00	0,26
2	(6;1)	1,00	0,67	2,28
3	(7;1)	1,00	0,33	15,87
4	(8;1)	1,00	0,00	50,00
5	(9;1)	1,00	-0,33	84,13
6	(10;1)	1,00	-0,67	97,72
7	(7;0,5)	2,00	0,67	2,28
8	(6;0,5)	2,00	1,33	0,00

Fonte: Adaptado de Costa et. al, 2004.

QUADRO 2.2 Interpretação do índice C_{pk} .

C_{PK}	INTERPRETAÇÃO	AÇÕES PERTINENTES	RELAÇÃO DO VALOR NOMINAL E A LINHA CENTRAL DO PROCESSO
$C_{PK} \geq 2,0$	PROCESSO EXCELENTE Altamente confiável	Os operadores têm perfeito controle do processo	Se $C_p = C_{pk} \Rightarrow$ Processo centrado
$1,33 \leq C_{PK} \leq 2,0$	PROCESSO CAPAZ Relativamente confiável	Os operadores têm que monitorar para evitar deterioração	Se $C_{pk} \neq C_p \Rightarrow$ Processo está fora de alvo
$1,00 \leq C_{PK} < 1,3$	PROCESSO RELATIVAMENTE INCAPAZ Pouco confiável	Exige dos operadores controle contínuo	$C_{pk} < C_p$ Processo está fora do alvo, mas está dentro dos limites de Especificação
$0 < C_{PK} < 1$	PROCESSO INCAPAZ . Podemos ter produção defeituosa	Exige dos operadores controle de 100% da produção.	$C_{pk} < C_p$ A linha central do processo está dentro ou coincidindo com um dos Limites de Especificação (podemos ter 50% de produção acima ou abaixo dos limites Especificação)
$C_{PK} < 0$	PROCESSO TOTALMENTE INCAPAZ Não tem condições de manter as especificações		$C_{pk} < C_p$ A linha central do processo está fora dos Limites de Especificação Se $C_{pk} < -1 \Rightarrow$ Toda a produção está fora dos Limites de Especificação

Fonte: Adaptado de Soares (2001).

Pode-se observar que o índice C_p é insensível à mudança de média, detectando somente a variabilidade. Já o C_{pk} “sentiu” essa mudança de média e, ainda, se a média não pertence ao intervalo de especificação, ele

assume valores negativos. Pelos dados da Tabela 2.15 pode-se observar o porquê de classificar processos capazes quando $C_{pk} \geq 1,33$. Observe que a proporção de unidades produzidas que não atenderam às especificações foi igual a 0, o que é um evento ideal.

2.8.3 Intervalos de confiança para índices de capacidade

Sabe-se que, na prática, estimativas pontuais como estas calculadas acima são sujeitas às flutuações estatísticas, sendo assim estimativas não muito confiáveis. Portanto, qual seria a confiança de que a estimativa pontual de um índice de capacidade, calculado a partir de uma amostra relativamente pequena, seja a verdadeira capacidade do processo? Para casos pontuais não existem quantificações de quanto se pode confiar nestas estimativas.

Uma alternativa é a construção de intervalos de confiança para índices de capacidade de um processo. Isso pode ser feito para C_p e C_{pk} , segundo Montgomery (2004), da seguinte forma: primeiro substitua σ por S na equação de C_p obtendo \hat{C}_p . Como a característica da qualidade segue uma distribuição normal, tem-se que o intervalo de confiança de nível $100(1-\alpha)\%$ para C_p é igual a:

$$\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}}{n-1}} \leq C_p \leq \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}{n-1}};$$

em que $\chi^2_{1-\alpha/2}$ e $\chi^2_{\alpha/2}$ são os percentuais da distribuição Qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade.

O contexto feito para a construção do intervalo de confiança acima caracteriza também para a construção do intervalo C_{pk} . Segue, então:

$$\hat{C}_{pk} \left[1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq C_{pk} \leq \hat{C}_{pk} \left[1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right].$$

Note que, para pequenas amostras, os intervalos de confiança poderão ser amplos, não retornando informações precisas sobre a estimativa do índice de capacidade.

2.8.5 Análise utilizando gráficos de controle

Segundo Montgomery (2004), os índices de capacidade não mostram necessariamente a capacidade potencial do processo porque não abordam a questão do controle estatístico, ou apresentam padrões sistemáticos na saída do processo que, se eliminados, reduziriam a variabilidade na característica da qualidade. Com isso, os gráficos de controle são mais eficientes e devem ser considerados como a principal técnica da análise de capacidade.

O procedimento para esta análise é muito fácil. Basta construir o gráfico de controle ideal para determinada característica da qualidade, por exemplo, o gráfico \bar{X} e R , e, a partir da estimação de seus parâmetros, calcula-se:

$$\hat{C}_{pl} = \frac{\hat{\mu} - LIE}{3\hat{\sigma}}.$$

Pode acontecer da análise da capacidade indicar um processo fora de controle. Neste caso, é inseguro estimar a capacidade do processo, sendo aconselhável eliminar as causas especiais para uma possível estimação.

2.9 Função de autocovariância e autocorrelação

Conforme Morettin e Tolo (2004), a função de autocovariância é definida por $\gamma_\tau = E\{Z_t Z_{t+\tau}\}$, em que Z_t é um processo estacionário real discreto de média zero e τ é chamado de lag e representa a defasagem no tempo.

A função de autocovariância (facv) satisfaz as seguintes propriedades: $\gamma_0 > 0$, $\gamma_{-\tau} = \gamma_\tau$, $|\gamma_\tau| \leq \gamma_0$ e γ_τ é não negativa definida

com $\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_j a_k \gamma_{\tau_j - \tau_k} \geq 0$, para quaisquer reais a_1, \dots, a_n e τ_1, \dots, τ_n pertencentes aos inteiros.

A função de autocorrelação (fac) de um processo estacionário é definida por $\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}$, em que $\tau \in Z$. Essa função satisfaz as propriedades: $\rho_0 = 1, \rho_{-\tau} = \rho_\tau, |\rho_\tau| \leq \rho_0 = 1$ e ρ_τ é positiva definida.

O estimador da função de autocovariância γ_τ é $c_\tau = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+\tau} - \bar{Z})$, em que $\tau = 1, \dots, N-1$, N é o número de observações da série e $\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i$ é a média amostral. A estimativa da função de autocorrelação ρ_τ é dada por $\gamma_\tau = \frac{c_\tau}{c_0}$, sendo c_τ a função de autocovariância no lag τ e c_0 a variância.

Segundo Gonçalves (2007), a análise gráfica de autocorrelação mostra que o comportamento estacionário das observações, ou seja, sem componentes de tendência e sazonalidade. Para se ter uma seqüência de observações estacionárias não deve existir mais que 5% de lags significativos, isto é, fora dos intervalos de confiança, isto, se analisado a 5% de significância, um exemplo de gráfico de autocorrelação se encontra na Figura 2.35.

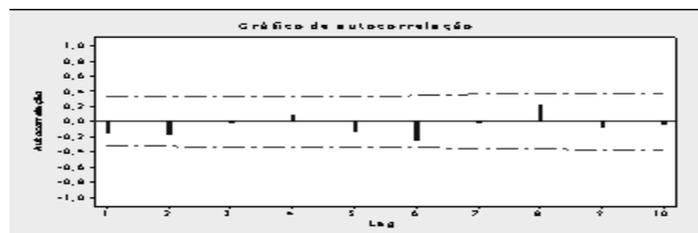


FIGURA 2.35 Exemplo de gráfico de autocorrelação pelo Minitab 14® para dados simulados.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo, foram descritos os procedimentos para futuras implementações de tal trabalho em outras organizações.

Foi feito um levantamento bibliográfico, buscando desenvolver uma pesquisa científica e ao mesmo tempo prestando assessoria à empresa em questão. Este trabalho será dividido em duas etapas: a primeira tem caráter teórico e a segunda caráter aplicado. Na parte teórica, foram ilustrados e discutidos os critérios de padrões de não-aleatoriedade citados na seção anterior. Já na parte aplicada, foram analisados três processos que estão detalhados a seguir.

Analisou-se um processo de produção de amortecedores de uma indústria de autopeças alvo do estudo, para determinação de possíveis pontos que poderão ser melhorados no controle de qualidade, relacionados aos procedimentos do CEP. Assim, enfocou-se a racionalização do CEP, priorizando a atualização nos procedimentos e também nas técnicas de aplicação da ferramenta.

Foi feito um levantamento de cartas de CEP, e detectado que 73 máquinas estavam controlando onze características que eram diferenciadas para atributos e variáveis. Os maquinários levantados estavam distribuídos em quatro áreas da fábrica: usinagem de haste, usinagem de tubo, montagem e preparação de componentes.

Escolheram-se algumas de suas características para serem analisadas. No processo de escolha, levaram-se em conta os que se encontravam com bom índice de capacidade e outro com índice muito grande. As características escolhidas foram: diâmetro interno (máquina marteladora) e profundidade (máquina prensa de cunhar).

Foi selecionado um inspetor de cada área estudada, levando-se em conta a experiência no processo, nos procedimentos de preenchimento e de análise das cartas de CEP. Esta carta é composta pelos gráficos de controle,

características do processo e de um diário de bordo, no qual são feitas observações referentes a prováveis causas especiais e ações tomadas. Então, este trabalho considerou os dados coletados pelos inspetores como sendo confiáveis.

Para cada processo a ser avaliado, foi retirada amostra de peças pelo operador da máquina que faz o procedimento padrão, ou seja, mede a característica, marca os valores nas cartas de CEP, fazendo novas amostragens na frequência adotada atualmente. O inspetor selecionado realizou o mesmo procedimento para as mesmas peças amostradas pelo operador. O intuito era verificar se o operador estava medindo, marcando e analisando corretamente e, com isso, verificar se as cartas dos operadores mostram, verdadeiramente, o que acontece no processo.

Um passo importante é a verificação da situação dos instrumentos de medição. Isso deve ser feito ao analisar o estudo de R&R (Repetitividade e Reprodutividade) dos instrumentos que estavam nos locais escolhidos para análise.

O estudo realizou-se no Laboratório de Análise de Medição, obedecendo à Análise dos Sistemas de Medição (MSA) (2004), requisitos do sistema de qualidade QS9000. Também se verificou a conservação e adequação dos instrumentos no local, como, por exemplo, a contaminação ou “sujeira”, verificando se os mesmos estavam em locais corretos e satisfatórios para os procedimentos de medições, se estavam sendo utilizados de forma correta, como mostrado na instrução de uso e, ainda, se essa instrução de uso estava no local e de fácil acesso.

Verificou-se quais tipos de gráficos de controle estavam sendo utilizados para monitorar cada processo e se estes eram utilizados de forma correta, ou seja, se, para determinada característica da qualidade, o tipo de gráfico empregado era o ideal. Foram construídos os gráficos de controle para as variáveis analisadas.

Estudaram-se os padrões de não-aleatoriedade dos processos escolhidos. Esta parte foi feita segundo os estudos e resultados obtidos na

primeira etapa (teórica) deste trabalho. Estes estudos foram realizados a 1% de significância, com exceção do padrão cíclico, que foi a 5%. Sugeriu-se então algumas ferramentas utilizadas para descobrir causas especiais.

Analisou-se a autocorrelação dos dados, pois esta pode indicar possíveis causas especiais ou, ainda, mostrar que não se pode utilizar os gráficos de controle de Shewhart.

Fez-se a escolha do tamanho das amostras ou subgrupos amostrais e foi determinada a frequência de amostragem a ser feita em cada processo estudado. Foram utilizadas as Tabela 2.11 e 2.12 e estudos feitos por Montgomery (2004) para encontrá-los.

Os índices de capacidade são precisos apenas em processos estáveis, não sendo aconselhável seus cálculos caso não haja esta estabilidade. Mas foi de extrema importância confrontar os valores dos índices calculados pela empresa no mês em estudo com os da pesquisa realizada, mesmo os processos não sendo estáveis.

Para verificar a validade dos conceitos literários e dos padrões de não-aleatoriedade que serão ilustrados na próxima seção, foram simuladas no software R amostras de uma distribuição normal com média e desvio padrão vindo de um dos processos estudados, sendo a escolha arbitrária. Construiu-se também os gráficos de controle, foi feito testes de correlação e testes de normalidade.

Para facilitar o estudo dos dados, realizou-se a construção dos gráficos de controle, estudos de capacidade e autocorrelação utilizando o software Minitab 14®, utilizado na empresa. Para testes de normalidade, foram utilizados os softwares SAS® e R. No SAS®, foi utilizado o comando *proc univariate* e no R os comandos *shapiro.test*, *ks.test* e *ad.test*. Utilizou-se o software R para fazer as rotinas que estimaram os limites de controle e índices de capacidade com o intuito de verificar se o software Minitab 14® é confiável, simulou também no software R os dados normais (comando `round(rnorm(), #)`). Nos estudos referentes ao

poder e TES do gráfico de controle da média foi utilizado o software Excel, para o qual se fez-se uma planilha.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo refere-se aos resultados e discussões sobre as ilustrações feitas dos padrões de não-aleatoriedade e das análises estatísticas feitas no processo de uma manufatura de autopeças da cidade de Lavras, MG.

Como descrito na seção anterior, este trabalho foi dividido em duas etapas, uma teórica e outra aplicada. Estas se encontram nas seções abaixo.

4.1 Etapa Teórica

4.1.1 Estudos e discussões dos padrões de não-aleatoriedade

1. Pontos fora dos limites de controle

O processo de exame é feito da seguinte forma: o operador retira uma amostra de tamanho n , a uma determinada frequência. Por exemplo, para o gráfico de controle de médias, são plotadas as médias das n amostras. Logo após, verifica-se se o ponto está fora dos limites de controle; caso esteja, então, o processo está fora de controle e medidas de ações corretivas devem ser tomadas.

Esta situação pode ser enunciada estatisticamente com o espaço amostral sendo igual a $\Omega = \{D, F\}$, em que D é o ponto “estar dentro” dos limites de controle e F é “estar fora”. Dessa forma, pode-se pensar em modelar uma distribuição de Bernoulli, em que a variável aleatória e a função de probabilidade são:

$$X = \begin{cases} 0, & \text{se dentro;} \\ 1, & \text{se fora;} \end{cases}$$
$$P(X = x) = \begin{cases} (1 - p), & \text{para } x = 0; \\ p, & \text{para } x = 1; \\ 0 & \text{para outros valores de } x. \end{cases}$$

As hipóteses a serem testadas são as seguintes:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Processo sob controle;} \\ H_1 : \text{Processo fora de controle;} \end{cases}$$

Considerando a hipótese de normalidade e os limites de 3 Sigma, a probabilidade no gráfico de média de que pontos estejam aleatoriamente fora dos limites de controle é de, aproximadamente, $P(X = 1) = p = 0,27\%$, pois:

$$Z_{\mu \pm 3\sigma} = \frac{(\mu \pm 3\sigma) - \mu}{\sigma} = \pm 3 ;$$

$$P(\text{fora dos limites } 3\sigma) = P(Z < -3) + P(Z > 3) = 2 \cdot 0,00135 = 0,0027;$$

Então, a probabilidade de se cometer o erro tipo I, rejeitar H_0 , verdadeira, é muito pequena. Logo, se pode rejeitar H_0 .

Estatisticamente, pode-se enunciar esta situação com espaço amostral que leve em consideração todas as amostras já observadas, até que uma observação esteja fora dos limites de controle. Este espaço pode ser expresso como:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{c} DF \\ DDF \\ DDDF \\ \dots \end{array} \right\}$$

Associando-se a uma variável aleatória X , que é o número de pontos até que ocorra um ponto fora dos limites, com distribuição geométrica, a função densidade de probabilidade é:

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-1},$$

em que p é a probabilidade do ponto estar fora dos limites de controle.

Então, para $x = 2, 3, 4, 5$, tem-se:

$$P(X = 2) = 0,0027(0,9973)^1 = 0,0027;$$

$$P(X = 3) = 0,0027(0,9973)^2 = 0,0027;$$

$$P(X = 4) = 0,0027(0,9973)^3 = 0,0027;$$

$$P(X = 5) = 0,0027(0,9973)^4 = 0,0027.$$

Logo, a probabilidade de rejeitar a hipótese H_0 , verdadeira, é igual à do caso anterior.

2. Padrões cíclicos ou periodicidade

Neste caso, a literatura citada não comenta sobre o número de pontos que retorna um processo fora de controle. Observe que esta situação não é tão simples quanto à anterior. Então, para ser mais informativo resolveu discutir melhor tal padrão.

A primeira idéia seria pensar na utilização da ferramenta séries temporais para estudar um gráfico de controle e verificar se há ocorrência de sazonalidade, que é uma ciclicidade. Mas, para se ter bons resultados com esta ferramenta, devem-se utilizar seqüências relativamente grandes que, em termos práticos, não é boa idéia, pois, levará muito tempo para detectar tal padrão. Então, para ilustrar essa situação, simulou-se um caso de ciclicidade absoluta (sem erros aleatórios), em amostras crescentes, para se verificar o comportamento das decisões do teste de normalidade de Shapiro-Wilk, a 5% de significância.

No software R, simulou-se pontos vindos de uma função seno, que é um exemplo de padrão cíclico, cujos argumentos variavam como valores discretos de 1 a 100. Noventa e oito amostras foram compostas, seus tamanhos variando de 3 a 100. A menor amostra analisada tinha tamanho três, devido a uma exigência do teste. O teste de normalidade foi aplicado a todas as amostras para se verificar em que ponto detectava-se a falta de normalidade. Observou-se, então, que até dezesseis pontos a normalidade não era detectada (Figura 4.1). A linha pontilhada é o limiar de 5%, ou seja, para o teste utilizado a 5%, são necessários mais de dezesseis pontos cíclicos para se poder afirmar que o processo está fora de controle. Na prática, esperar por essa quantidade de amostras para descobrir que o processo está fora de controle não é o ideal: imagine-se um processo em que o intervalo de amostragem é de meia hora; então, passariam oito horas e meia para

verificar-se que o processo não está sob controle. Além disso, este teste não é muito robusto para pequenos tamanhos de amostras, como pode ser visto nos p -valores. Sugere-se, então, uma discussão melhor sobre o tema, como simular pontos da função seno com diferentes períodos e também comparar resultados de diferentes testes de normalidade, como, por exemplo, o teste de Shapiro-Wilk multivariado com as aproximações de Royston (1992 e 1993), que tornou o teste univariado mais robusto, segundo Ferreira & Dias (2006).

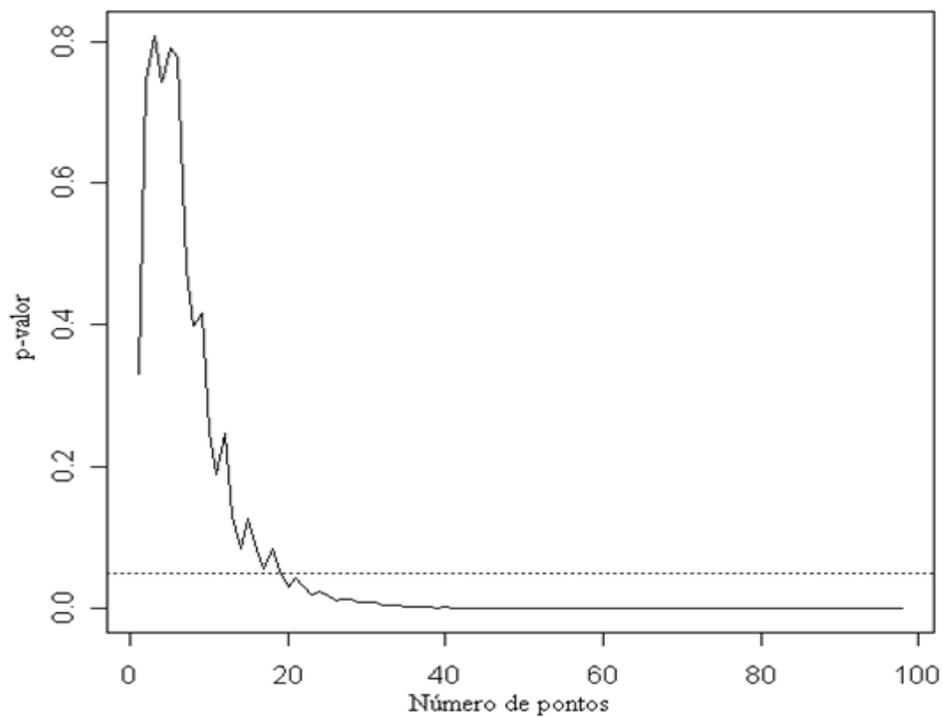


FIGURA 4.1 Gráfico do p -valor em relação ao número de pontos no gráfico de controle que estejam seguindo um padrão cíclico.

TABELA 4.1 Rotina do software R para o teste de ciclicidade.

```
x<-seq(3,100)
f<-sin(x)
y<-numeric(98)
for(i in 3:100)
y[(i-2)]<-shapiro.test(f[1:i])$p.value
plot(seq(1,98),y,'l')
abline(h=0.05,lty=3)
```

3. Seqüência ou deslocamento de nível do processo

A literatura cita que sete ou mais pontos consecutivos e certo número de pontos não consecutivos são padrões de não-aleatoriedade, chamados de seqüência. Mas, isso não é tão informativo, como, por exemplo, qual seria a confiança desta informação? Para agregar mais informação ilustrou-se tal padrão da seguinte forma: modelou-se o problema da seguinte forma: definiram-se o espaço amostral e os eventos contidos nele, sendo constituído de quatro eventos mutuamente excludentes, os quais são as regiões A, B, C e D do gráfico de controle (Figura 4.2). Para o caso de pontos consecutivos abaixo ou acima da linha média, calculou-se a probabilidade da união dos eventos B e C, os quais podem seguir uma distribuição binomial cujo sucesso é estar abaixo ou acima da linha média e o fracasso é, respectivamente, o complementar. Definiu-se também as hipóteses a serem testadas, estas baseadas na normalidade. Logo, a probabilidade encontrada é a de rejeitar H_0 sendo esta verdadeira, ou seja, encontra-se o p -valor. Então, com um nível de significância (α), rejeita-se H_0 , caso o p -valor seja menor que α . Ilustrar-se da seguinte forma:

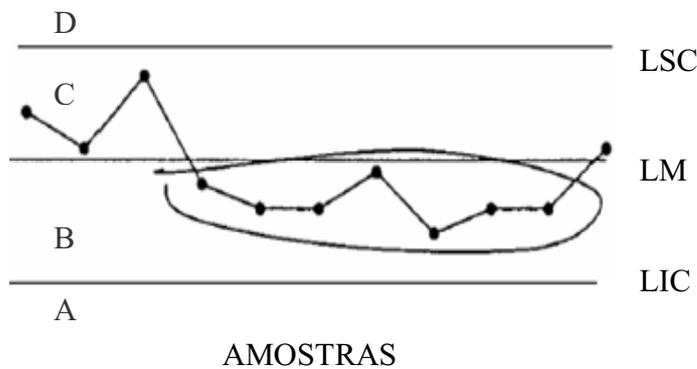


FIGURA 4.2 Seqüência de sete pontos consecutivos abaixo da linha média e seus eventos.

- hipóteses a serem testadas: $\begin{cases} H_0 : \text{Processo sob controle;} \\ H_1 : \text{Processo fora de controle;} \end{cases}$
- para o caso de pontos consecutivos, têm-se:

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) = 2P(B);$$

$$P(B) = P(X = m) = C_{m,m} p^m (1-p)^{m-m}; \quad (4.1)$$

$$P(B \cup C) = 2p^m = 2 \cdot 0,4987^m < 0,01$$

$$\ln(2) + m \ln(0,4987) < \ln(0,01);$$

$$0,6931 + m(-0,6957) < -4,6052;$$

$$m > 7.$$

TABELA 4.2 Probabilidade de ocorrer a união dos eventos B e C, caso consecutivo.

m	P (B U C) (%)
4	12,36
5	6,16
6	3,08
7	1,54
8	0,76

- Portanto, se a probabilidade de se rejeitar H_0 , H_0 sendo verdadeiro, for muito pequena, pode-se concluir que o processo está fora de controle. Logo, para uma seqüência com mais de seis pontos consecutivos, pode-se afirmar que o processo está fora de controle a 5% de significância. Já para um α de 1%, o processo só estará fora de controle para oito ou mais pontos consecutivos abaixo ou acima da linha média (Tabela 4.2).

Os cálculos de probabilidades podem ser feitos fazendo-se uma aproximação da distribuição binomial à distribuição normal. A seguir, um exemplo para o caso de sete pontos consecutivos.

Para verificar a aproximação, segundo Triola (1999), tem-se:

$$\begin{cases} mp \geq 5 \rightarrow 7 \cdot 0,4987 = 3,49 < 5 \\ mq \geq 5 \rightarrow 7 \cdot 0,5013 = 3,51 < 5 \end{cases}$$

Observa-se, então, que a aproximação não é boa para sete pontos, mas, para $m > 10$, sim. Mas, como já vimos acima, para oito pontos ou mais ($p - \text{valor} < 5\%$), o processo se encontra fora de controle, então, não se usa esperar m ser maior que dez para verificar este padrão.

Pode-se, ainda, ilustrar tal padrão com o espaço amostral composto por observações que estejam dentro dos limites, mas estão caindo apenas de um lado da linha média. Então, k é o número de observações de pontos que caíam de um lado da linha média até que ocorra o primeiro sucesso, ponto cair do outro lado da média. Como o objetivo é analisar a união dos dois eventos abaixo ou acima da linha média, tem-se:

$$P(B \cup C) = 2P(X = k) = 2 \cdot 0,4987 \cdot (0,5013)^{k-1} < 0,01; \\ k > 7.$$

Logo, ilustrar no contexto de distribuição geométrica, ou no de binomial, não faz nenhuma diferença, chegando-se assim, ao mesmo resultado. Já para os casos não consecutivos, não é possível o cálculo dessas probabilidades pelo contexto da geométrica, então segue em binomial.

Já para o caso em que nem todos os pontos são consecutivos e $p = 0,4987$, tem-se:

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) = 2P(B);$$

$$P(B) = P(X = v) = C_{m,v} p^v (1-p)^{m-v}; \quad (4.2)$$

- **Dez de onze são consecutivos abaixo ou acima da linha média:**

$$P(B) = P(X = 10) = C_{11,10} p^{10} (1-p)^1 =$$

$$= C_{11,10} 0,4987^{10} (0,5013)^1 =$$

$$= 0,52\%;$$

Logo, a probabilidade de se rejeitar H_0 , verdadeiro, é muito pequena, ou seja, a possibilidade de cometer este erro é baixa. Então, se pode rejeitar H_0 a 5% de significância, quando se têm dez de onze pontos consecutivos abaixo ou acima da linha média. Já a 1% não se pode constatar o mesmo, mas, pelos dados da Tabela 4.3, pode-se perceber que o p -valor ficou muito próximo de ser menor que 1%.

- **Doze de quatorze são consecutivos**

$$P(X = 12) = C_{14,12} p^{12} (1-p)^2 =$$

$$= C_{14,12} 0,4987^{12} (0,5013)^2 =$$

$$= 0,54\%;$$

Da mesma forma, pode-se rejeitar H_0 , a 5% de significância, quando se têm doze de quatorze pontos consecutivos abaixo ou acima da linha média. E, para 1%, acontece o mesmo do caso acima.

- **Dezesseis de vinte são consecutivos:**

$$\begin{aligned}
 P(X = 16) &= C_{20,16} p^{16} (1-p)^4 = \\
 &= C_{20,16} 0,4987^{16} (0,5013)^4 = \\
 &= 0,45\%;
 \end{aligned}$$

Pode-se, então, rejeitar H_0 , a 5% de significância, quando se têm dezesseis de vinte pontos consecutivos abaixo ou acima da linha média. E, para 1%, pode-se afirmar a mesma coisa, rejeitando-se, assim, H_0 .

TABELA 4.3 Probabilidade de ocorrer a união dos eventos B e C, casos não consecutivos.

v	P(BUC) (%)
10 de 11 pontos	1,05
12 de 14 pontos	1,08
16 de 20 pontos	0,89

4. Tendência

Segundo Montgomery (2004), um processo com comportamento estacionário é visto por Shewhart como um processo sob controle. O que leva uma série (ou um conjunto de observações) a ser não estacionária é a existência de sazonalidade e ou tendência. Logo, um processo que apresente tendência não é um processo com comportamento estacionário, conseqüentemente, não está sob controle. Esse comportamento pode ser encontrado também no trabalho de Silva (2003), que fez um estudo prático de um processo que não se encontrava estacionário, modelando-o com a utilização de séries temporais. Werkema (1995) comenta também que quando se observam sete ou mais pontos consecutivos (ascendentes ou descendentes), o processo encontra-se fora de controle.

Um teste baseado em regressão linear simples poderia ser proposto se fosse identificado um valor τ , para o R^2 (coeficiente de determinação desta reta), tal que, acima deste valor ($R^2 \geq \tau$), os pontos observados seriam

claramente não normais e abaixo do qual haveria normalidade. Espera-se que τ seja dependente do teste de normalidade usado, ou seja, cada teste de normalidade deve ter um τ acima do qual os pontos são considerados não normais. Espera-se que o τ seja tão menor quanto mais rigoroso for o teste de normalidade. Essa idéia fica como sugestão para trabalhos futuros, nos quais se poderá utilizar simulação Monte Carlo para a determinação de valores de τ .

5. Mistura ou aproximação dos limites de controle

Não é comum encontrar qual o número de pontos, próximos dos limites de controle, que indiquem um padrão de não-aleatoriedade. A literatura estudada diz que deve se ter a maioria de pontos próximos dos limites de controle. Com o intuito de obter esses números de pontos ilustrou-se esta situação da seguinte forma: supuseram-se limites bem largos próximos dos limites de controle, como os limites pontilhados (Figura 4.3), seguindo com estudos de probabilidades semelhantes aos feitos no item 3 acima. Considera-se que existem no espaço amostral seis eventos, A, B, C, D, E e F. Calculam-se as probabilidades da união entre B e E. Construíram-se limites que variam em torno de 2,0 Sigma a 2,4 Sigma. O objetivo é obter a probabilidade de ter pontos consecutivos ou não nos eventos B e E, e verificar a possibilidade de rejeição da hipótese de que o processo está sob controle ou normalidade. Supondo normalidade, tem-se que a probabilidade (p) de cada ponto cair nos referidos limites, sendo esta probabilidade constante e os m pontos independentes. Então, pode-se modelar uma distribuição binomial ($m; p$). O sucesso consiste em caírem pontos dentro dos eventos B e E, nos quais estes são dados pelos limites construídos, e o fracasso é cair pontos fora dos mesmos. Sejam os casos:

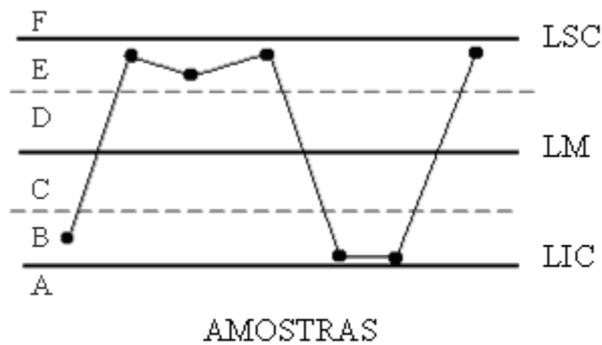


FIGURA 4.3 Mistura em um processo, seus eventos e o limite construído.

- Para o caso de pontos consecutivos, e pela a equação (4.1), tem-se:

$$P(B \cup E) = 2p^m = 2 \cdot p^m < 0,01$$

$$\ln(2) + m \ln(p) < \ln(0,01);$$

$$0,6931 + m \ln(p) < -4,6052;$$

$$m > \frac{5,2983}{-\ln(p)}. \quad (4.3)$$

TABELA 4.4 Número de pontos nos intervalos, em que pontos consecutivos iguais ou acima de m indicam que o processo está fora de controle com $\alpha=1\%$.

k-sigma	p	m
2,0	0,0228	2
2,1	0,0179	2
2,2	0,0139	2
2,3	0,0107	2
2,4	0,0082	2

Então, para dois ou mais pontos consecutivos dentro dos intervalos, o processo está fora de controle, isso com nível de significância a 1% (Tabela 4.4).

- Para pontos não consecutivos, pela equação (4.2), tem-se o resultado da Tabela 4.5.

TABELA 4.5 Número de pontos nos intervalos, supondo $m = 24$, em que pontos iguais ou acima de v indicam que o processo está fora de controle com $\alpha=1\%$.

k-sigma	p	v
2,0	0,0228	4
2,1	0,0179	4
2,2	0,0139	3
2,3	0,0107	3
2,4	0,0082	3

Então, para quatro ou mais pontos dentro do primeiro intervalo, pode-se dizer que o processo está fora de controle. E, em intervalos de 2,2 Sigma, estará fora de controle com três ou mais pontos, isso com nível de significância a 1%.

6. Estratificação ou aproximação da linha média:

Também não é comum encontrar, na literatura, números de pontos que indiquem estratificação. Logo, com a mesma intenção do item anterior ilustrou-se esta situação da seguinte forma: supuseram-se limites bem estreitos em torno da linha média, como os limites pontilhados (Figura 4.4), seguindo com estudos de probabilidades semelhantes aos feitos no item 5. Construíram-se limites que variam em torno de 0,1 Sigma a 0,6 Sigma, supondo-se pontos consecutivos dentro dos limites e também não consecutivos, em que estes, por exemplo, viriam de uma amostra de tamanho $m = 24$. Agora, o objetivo é obter a probabilidade de se ter vários pontos dentro dos eventos C e D e verificar se rejeitaríamos a hipótese de que o processo está sob controle.

Observe que foi construído o espaço amostral semelhante a do item 5. Supondo-se normalidade, tem-se que a probabilidade (p) de cada ponto cair nos referidos limites é constante, os eventos mutuamente excludentes e

os m pontos independentes. Então, pode-se modelar uma distribuição binomial $(m; p)$, em que o sucesso é caírem pontos dentro dos limites, nos quais estes formarão os eventos C e D, e o fracasso é caírem pontos fora dos mesmos. Sejam os casos:

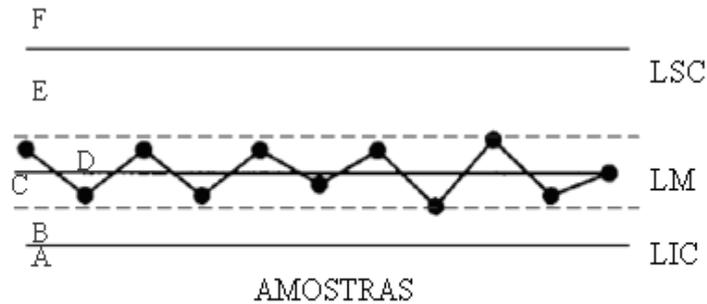


FIGURA 4.4 Estratificação em um processo, seus eventos e limite construído.

- Para o caso de pontos consecutivos, e pela equação (4.3), tem-se:

$$P(C \cup D) = 2p^m = 2p^m < 0,01$$

$$m > \frac{5,2983}{-\ln(p)}$$

TABELA 4.6 Número de pontos nos intervalos, em que pontos consecutivos acima de m indicam que o processo está fora de controle com $\alpha=1\%$.

k-sigma	p	m
0,1	0,0398	2
0,2	0,0793	3
0,3	0,1179	3
0,4	0,1554	3
0,5	0,1915	4
0,6	0,2257	4

Portanto, a quantidade de pontos consecutivos m encontrados dentro destes intervalos mostra um padrão de não aleatoriedade do processo para todo m maior ou igual ao encontrado na Tabela 4.6. Por exemplo,

para o intervalo de 0,6 Sigma, tem-se que, para $m \geq 4$, o processo se encontra fora de controle estatístico, ou seja, com quatro ou mais pontos consecutivos próximos da linha média, à distância de 0,6 Sigma, não há controle estatístico a 1% de significância.

Para o caso de pontos não consecutivos, pela equação (4.2), tem-se o resultado da Tabela 4.7.

TABELA 4.7 Número de pontos nos intervalos, em que pontos iguais ou acima de v indicam que o processo está fora de controle, considerando $m = 24$ e $\alpha=1\%$.

k-sigma	p	v
0,1	0,0398	5
0,2	0,0793	7
0,3	0,1179	8
0,4	0,1554	10
0,5	0,1915	11
0,6	0,2257	12

Logo, a quantidade de pontos v dentro dos intervalos construídos que indicarão um processo fora de controle será sempre maior ou igual aos valores de v encontrados na Tabela 4.7. Por exemplo, para o intervalo de 0,6 Sigma, tem-se que, para $v \geq 12$, o processo se encontra fora de controle, ou seja, em 24 pontos, se 12 ou mais pontos se encontram próximos da linha média, à distância de 0,6 Sigma, este processo está fora de controle, a 1% de significância.

4.2 Etapa Aplicada

A segunda etapa (aplicada) segue abaixo, mostrando os dados coletados nos processos e suas análises acompanhadas de sugestões para possíveis padronizações e racionalizações dos procedimentos do CEP. Para auxiliar na racionalização, foi construída a Tabela 1B no Anexo B. Nesta, constaram as várias características de cada processo analisado, mostrando

assim a situação atual. Nas células com situações reais, quando preenchidas, informaram algumas sugestões para correções nos processos. Do contrário, deve-se ao fato de não se ter eliminado as causas especiais ou simplesmente não haver razão para preenchimento.

Logo, para verificar a realidade dos processos estudados e descobrir alguns de seus problemas, fez-se uma amostragem nos processos. A coleta dos dados foi realizada por pessoas especializadas e de confiança (inspetores), em diferentes turnos e com diferentes operadores da máquina. A partir desses dados foram construídos gráficos de controle. Fizeram-se testes de normalidade e estudos de autocorrelação.

Começando então pela característica da qualidade, diâmetro interno do tubo. Para este primeiro processo as medidas amostradas encontram-se nas Tabelas 4.8 e 4.9 abaixo.

TABELA 4.8 Medidas da característica diâmetro interno, em mm, marcadas pelo operador.

30,160	30,160	30,155	30,160	30,165	30,175	30,170	30,160
30,145	30,155	30,140	30,155	30,160	30,165	30,160	30,150
30,135	30,145	30,130	30,145	30,150	30,150	30,150	30,140
30,165	30,155	30,160	30,165	30,155	30,165	30,160	30,165
30,155	30,145	30,155	30,155	30,150	30,150	30,150	30,155
30,140	30,140	30,145	30,145	30,140	30,145	30,145	30,140
30,160	30,165	30,155	30,160	30,150	30,170	30,180	
30,150	30,155	30,145	30,155	30,145	30,160	30,165	
30,140	30,145	30,135	30,145	30,135	30,150	30,150	
30,175	30,160	30,165	30,165	30,170	30,165	30,160	
30,160	30,150	30,160	30,160	30,160	30,150	30,155	
30,145	30,140	30,150	30,150	30,150	30,140	30,145	
30,170	30,165	30,160	30,155	30,160	30,160	30,160	
30,160	30,160	30,150	30,145	30,155	30,155	30,150	
30,150	30,150	30,140	30,135	30,145	30,145	30,140	
30,160	30,160	30,150	30,165	30,160	30,160	30,165	
30,150	30,150	30,140	30,155	30,155	30,155	30,160	
30,140	30,140	30,135	30,145	30,145	30,145	30,150	
30,165	30,155	30,165	30,155	30,170	30,165	30,165	
30,160	30,145	30,155	30,145	30,160	30,160	30,155	
30,150	30,140	30,145	30,140	30,145	30,150	30,140	

Obs: A cada três valores seguidos por coluna (direção vertical) foi construído o gráfico de controle.

TABELA 4.9 Medidas da característica diâmetro interno, em mm, marcadas pelo inspetor.

30,170	30,165	30,170	30,160	30,170	30,165	30,170	30,175
30,150	30,150	30,155	30,155	30,160	30,155	30,165	30,165
30,150	30,145	30,135	30,145	30,150	30,150	30,135	30,160
30,160	30,165	30,160	30,160	30,165	30,170	30,145	30,170
30,155	30,150	30,155	30,155	30,145	30,165	30,135	30,165
30,150	30,150	30,150	30,150	30,125	30,160	30,125	30,130
30,175	30,155	30,155	30,160	30,160	30,170	30,175	
30,165	30,145	30,140	30,155	30,135	30,165	30,155	
30,150	30,145	30,135	30,155	30,130	30,160	30,120	
30,165	30,160	30,160	30,160	30,185	30,175	30,165	
30,160	30,155	30,155	30,150	30,165	30,165	30,160	
30,150	30,145	30,145	30,145	30,150	30,155	30,130	
30,175	30,165	30,165	30,150	30,185	30,175	30,160	
30,165	30,160	30,160	30,145	30,185	30,170	30,155	
30,150	30,145	30,155	30,140	30,160	30,155	30,130	
30,150	30,160	30,155	30,170	30,170	30,155	30,170	
30,145	30,155	30,150	30,155	30,155	30,150	30,160	
30,140	30,145	30,145	30,150	30,150	30,140	30,145	
30,150	30,165	30,155	30,160	30,175	30,155	30,165	
30,140	30,160	30,145	30,145	30,160	30,140	30,155	
30,135	30,135	30,140	30,140	30,155	30,125	30,150	

Obs: A cada três valores seguidos por coluna (direção vertical) foi construído o gráfico de controle.

Os gráficos de controle adotados foram os de média e amplitude, pois, os tamanhos de amostras (n) não são maiores que seis, então, se seguiu a sugestão de Montgomery (2004). As medidas do inspetor, estes considerados verdadeiros do processo, foram coletadas a partir das mesmas peças que o operador mensurou, sendo estas amostradas atualmente em uma frequência de meia em meia hora com tamanhos de amostras iguais a três. Pode-se observar, então, que o mesmo processo com amostras tomadas das mesmas peças gerou gráficos de controle muito diferentes (Figura 4.5 e 4.6), em que os mesmos deveriam ter pequenas diferenças advindas somente da variabilidade do instrumento de medição. Pode-se, então, questionar que, neste processo, o operador pode estar necessitando de treinamento sobre os

procedimentos de marcação da carta de CEP, ou ainda referentes ao manuseio do instrumento de medição. Deve-se observar também que há alguns padrões de não-aleatoriedade no gráfico do operador e, mesmo assim, não foi parado o processo para possíveis ações, visto que, no diário de bordo, não continha nenhuma observação.

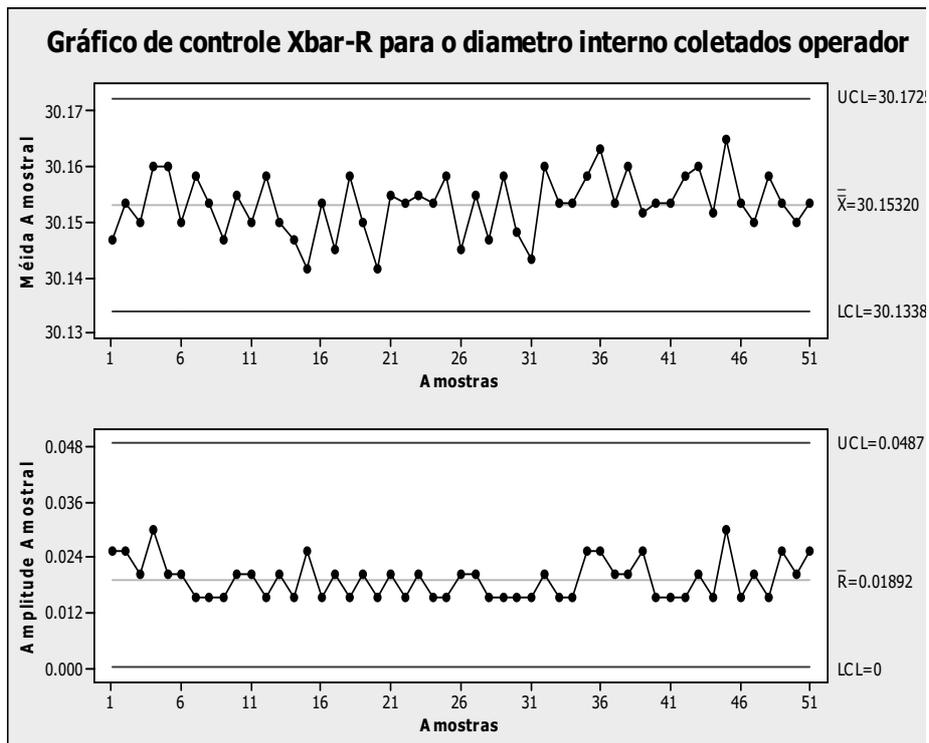


FIGURA 4.5 Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados do diâmetro interno coletados pelo operador com, tamanhos de amostras $n = 3$ e freqüência de meia em meia hora.

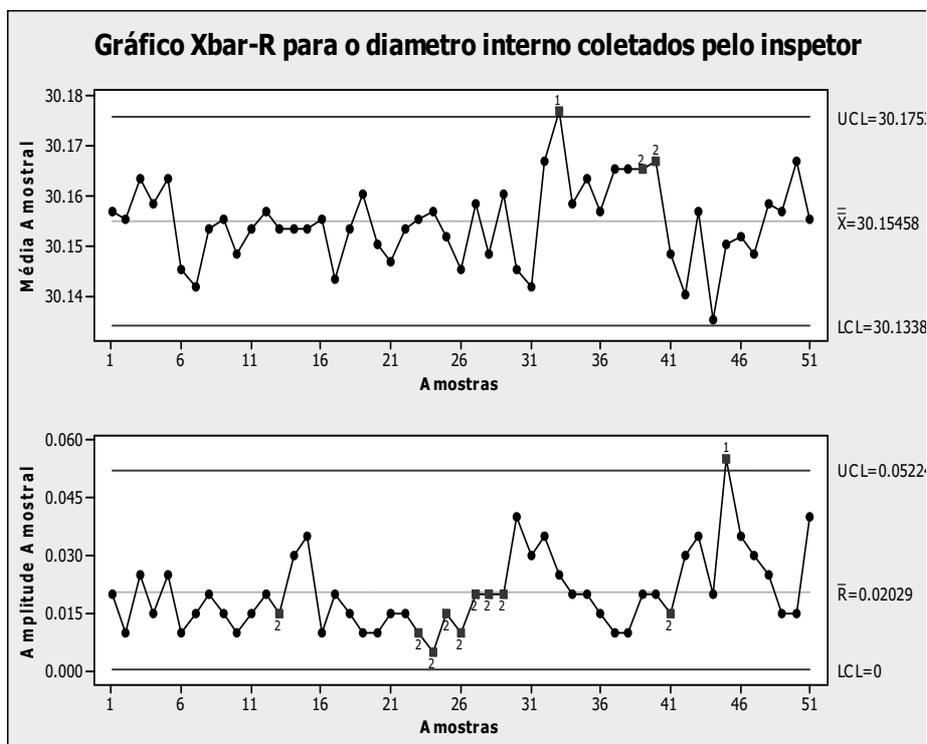


FIGURA 4.6 Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados do diâmetro interno coletados pelo inspetor com, tamanhos de amostras $n = 3$ e freqüência de meia em meia hora.

Os gráficos mostram, ainda, que o processo realmente está fora de controle, como pode ser visto no gráfico da Figura 4.6, que explica corretamente como está o processo e pelos estudos dos padrões de não-aleatoriedade (Tabela 4.12). Os estudos de não-aleatoriedade realizados foram feitos com base nos estudos de padrões ilustrados anteriormente, em que foram refeitos os cálculos nos casos que havia tamanhos de amostra (m) pré-definidos. Além do gráfico de controle, podem ser feitos testes de normalidade para verificar se o processo encontra-se sob controle. Os resultados dos testes de normalidade podem ser vistos na Tabela 4.10 e 4.11, observando assim que tanto para as medidas do operador quanto para a do inspetor os processos se encontram não-normais. Observe que a informação da Tabela 4.11 fornece a realidade de tal processo.

TABELA 4.10 Testes de normalidade para o diâmetro interno coletado pelo operador.

Métodos	SAS®		R	
	Estatística	<i>p</i>-valor	Estatística	<i>p</i>-valor
Shapiro-Wilk	0,968573	0,0014	0,9686	0,001437
Kolmogorov-Smirnov	0,13214	<0,0100	0,1321	0,009562
Anderson-Darling	2,161529	<0,0050	2,1615	0,0000163

TABELA 4.11 Testes de normalidade para o diâmetro interno coletado pelo inspetor.

Métodos	SAS®		R	
	Estatística	<i>p</i>-valor	Estatística	<i>p</i>-valor
Shapiro-Wilk	0,979343	0,0212	0,9793	0,02123
Kolmogorov-Smirnov	0,101792	<0,0100	0,1018	0,08394
Anderson-Darling	1,272614	<0,0050	1,2726	0,002535

Tabela 4.12 Análise dos padrões de não-aleatoriedade das medidas do inspetor, para a variável diâmetro interno.

Padrões de não-aleatoriedade	Evidências	Ações do operador	Ações a serem tomadas
Pontos Fora	1 ponto fora em \bar{X} e R.	Nenhuma, seu gráfico não detectou esta evidência.	Treinar o operador e eliminar causas especiais.
Periodicidade	Nenhuma.	—	—
Seqüência	Mais de sete pontos consecutivos em \bar{X} e R.	Nenhuma, também não detectou tal evidência.	Treinar o operador e eliminar causas especiais.
Tendência	Nenhuma.	—	—
Mistura	Nenhuma.	—	—
Estratificação	+ de 2 pontos consecutivos e + de 7 pontos dentro do limite de 0,1-sigma no gráfico R; + de 3 pontos consecutivos e + de 10 pontos dentro do limite 0,2-sigma nos gráficos \bar{X} e R; + de 3 pontos consecutivos e + de 12 pontos dentro do limite 0,3-sigma nos gráficos \bar{X} e R; + de 3 pontos consecutivos em \bar{X} e R e + de 15 pontos em \bar{X} , dentro do limite 0,4-sigma; + de 4 pontos consecutivos e + de 17 pontos dentro do limite 0,5-sigma nos gráficos \bar{X} e R; + de 4 pontos consecutivos e + de 19 pontos dentro do limite 0,6-sigma nos gráficos \bar{X} e R;	Nenhuma. Não constam na carta os limites para possível análise.	Eliminar causas especiais e adicionar os limites nas cartas para que o operador possa analisar.
Não-Normalidade	Processo se encontra não-normal.	—	Procurar e eliminar causas especiais.

Para descobrir quais são as causas especiais do processo, sugere-se utilizar outras ferramentas do CEP, como a folha de verificação, que facilitará e organizará o processo de coleta e registro dos dados. Depois de preenchida a folha de verificação, pode-se construir um gráfico de Pareto por meio da porcentagem de cada defeito encontrado e, a partir daí, descobrir os

poucos vitais, ou seja, aquele problema que resulta em maior prejuízo para a empresa.

Descobertas essas causas especiais, pode-se montar um diagrama de causa-e-efeito, em que o efeito pode ser o pouco vital encontrado. Um *brainstorming*, com todos os envolvidos no processo, neste momento, é muito útil. Assim, recomenda-se treinar o operador e atualizar os limites de controle. Para isso, o processo deve estar livre de causas especiais, pois, só assim, a principal hipótese dos gráficos de controle de Shewhart, a de normalidade, estará satisfeita. Os limites de controle atuais para o gráfico de média são $LSC = 30,180$, $LM = 30,150$ e $LIC = 30,120$ e, para o gráfico da amplitude, são $LSC = 0,045$, $LM = 0,021$ e $LIC = 0$, estes retirados das cartas de CEP utilizadas em tal processo. Observe que estes já têm uma pequena diferença dos limites estimados a partir dos dados amostrados.

Foi contruído uma rotina, Anexo A, no software R para gerar os limites de controle das medidas acima e comparados com a saída do Minitab 14®, os valores encontrados foram semelhantes, diferindo apenas do número de casas decimais. Observando assim, que o Minitab 14® é um software confiável.

O estudo sobre a escolha do tamanho de amostras e frequência e se os mesmos são eficientes na detecção de deslocamentos no processo é baseado na teoria de poder dos gráficos e tempo de espera para detecção. Como os gráficos de média e de amplitude têm diferentes sensibilidades de detecção, a escolha do tamanho das amostras e da frequência foi feita levando-se em conta os prós e contras das duas distribuições. Como discutido nas seções anteriores, sugere-se tomar um tamanho de amostra $n = 7$, garantindo, assim, um poder razoável para o gráfico de amplitude. Utilizando-se uma planilha construída no Excel, para cálculos do poder e TES, verificou-se que, para o gráfico da média com $n = 7$ e $h = 0,5$ hora, o poder de detecção é igual a 75,11%, TES é 25 minutos e a probabilidade de alarme falso é 0,1%, isso, com deslocamentos da média de 1,5 desvio

padrão. Na mesma simulação, com $h=1$ hora, o poder de detecção é igual a 81,01%, TES é 44 minutos e a probabilidade de alarme falso é 0,2%. Para a escolha da frequência de amostragem, o bom senso e o conhecimento do processo são fatores relevantes, pois, nas duas simulações acima, obtiveram-se um poder relativamente alto e baixas probabilidades de alarme falso. Logo, esses fatores podem auxiliar na escolha do TES ideal, e finalmente definir qual a frequência de amostragem.

Como o processo está fora de controle, pode-se dizer que ele também está instável. Segundo Werkema (1995), não faz sentido calcular a capacidade de um processo instável, isso porque os índices de capacidades são predições e só se pode predizer algo que é estável. Os cálculos para efeito de comparar o valor dos índices de capacidade desta amostra com o estudo de capacidade realizado no mesmo mês para este processo foram feitos, verificando-se que os valores do Minitab 14® concordaram com os encontrados pelo R. E os valores encontrados pelo estudo anterior na empresa (ver índices de capacidade atual na Tabela 1B Anexo B) foram diferentes dos calculados para a amostra aqui em estudo. São eles: $C_p = 0,83$, $C_{pk} = 0,71$, $P_p = 0,80$ e $P_{pk} = 0,68$. Observe que os estimadores dos índices são fórmulas que podem ser aplicadas a qualquer banco de dados; o importante é a interpretação desses índices. Então, não se pode olhar apenas para os valores destas estimativas e fazer uma interpretação equivocada, dizendo que o processo está incapaz. Logo, deve-se saber se o processo está estável e depois, sim, interpretar os índices.

Sugere-se também utilizar os intervalos de confiança para índices de capacidade, no lugar das estimativas pontuais, como estas calculadas anteriormente. Pois, estes intervalos têm um nível de significância.

Outro ponto importante é a análise de autocorrelação nos dados do inspetor (Figura 4.7). Nesse caso, houve autocorrelação, então, o primeiro passo é verificar se esta autocorrelação deve-se somente às causas especiais de variação. Caso seja verdade, então, as providências cabíveis devem ser

tomadas. Se esta autocorrelação for inerente ao processo, então não é recomendável continuar aplicando-se o gráfico \bar{X} e S , pois este supõe não autocorrelação. Para solucionar este problema, podem-se seguir algumas sugestões de Montgomery (2004), como a de ajustar um modelo ARIMA depois aplicar os gráficos de controle nos resíduos ou, ainda, seguir outras mais convenientes.

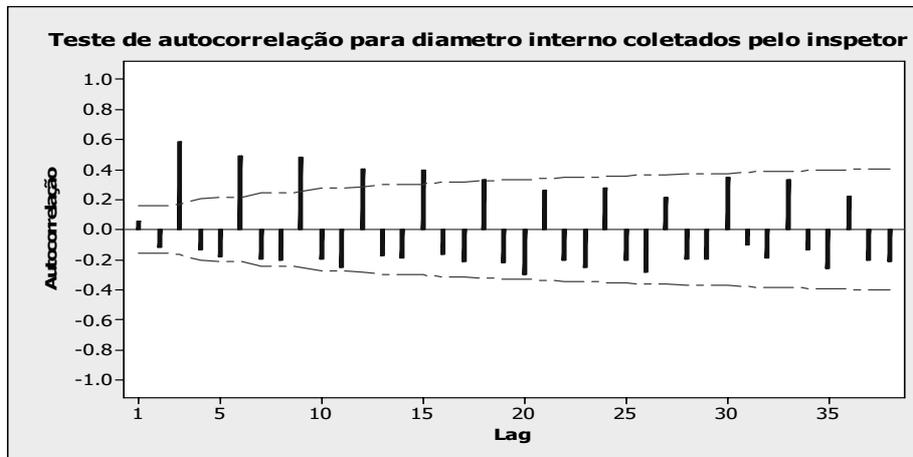


FIGURA 4.7 Análise da autocorrelação do Minitab 14® para os dados do diâmetro interno coletados pelo inspetor.

O próximo processo tem a característica da qualidade, profundidade da válvula de admissão. Para estas medidas amostradas encontram-se nas Tabelas 4.13 e 4.14 abaixo.

TABELA 4.13 Medidas da característica profundidade, em mm, marcadas pelo operador.

0,162	0,163	0,163	0,163	0,162	0,163	0,162
0,162	0,162	0,162	0,163	0,163	0,163	0,163
0,162	0,162	0,162	0,162	0,163	0,162	0,162
0,162	0,162	0,163	0,162	0,164	0,164	0,162
0,162	0,162	0,162	0,162	0,163	0,163	0,163
0,162	0,163	0,162	0,162	0,162	0,163	0,162
0,162	0,162	0,162	0,162	0,163	0,163	0,162
0,162	0,162	0,163	0,162	0,162	0,163	0,162
0,162	0,162	0,163	0,163	0,162	0,163	0,162
0,162	0,162	0,163	0,163	0,162	0,163	0,162
0,162	0,162	0,163	0,162	0,162	0,163	0,163
0,163	0,162	0,162	0,163	0,162	0,162	0,163
0,162	0,162	0,163	0,163	0,163	0,163	0,162
0,163	0,162	0,162	0,163	0,16	0,162	0,162
0,163	0,162	0,162	0,162	0,162	0,162	0,163
0,162	0,163	0,162	0,162	0,162	0,162	0,162
0,163	0,162	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163
0,163	0,163	0,163	0,162	0,163	0,162	
0,162	0,163	0,162	0,162	0,162	0,163	
0,162	0,162	0,162	0,162	0,163	0,163	

Obs: Os valores acima são seguidos por coluna (direção vertical).

TABELA 4.14 Medidas da característica profundidade, em mm, marcadas pelo inspetor.

0,162	0,161	0,16	0,163	0,162	0,163	0,161
0,163	0,163	0,163	0,163	0,162	0,163	0,163
0,162	0,163	0,164	0,162	0,163	0,163	0,162
0,163	0,161	0,162	0,163	0,163	0,162	0,162
0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163
0,163	0,163	0,162	0,162	0,164	0,163	0,161
0,162	0,162	0,162	0,163	0,164	0,162	0,162
0,161	0,163	0,162	0,163	0,162	0,162	0,162
0,162	0,16	0,161	0,162	0,163	0,163	0,161
0,163	0,163	0,162	0,163	0,162	0,163	0,163
0,163	0,161	0,162	0,163	0,161	0,162	0,162
0,163	0,163	0,161	0,164	0,162	0,162	0,161
0,162	0,164	0,161	0,163	0,161	0,163	0,161
0,163	0,16	0,162	0,162	0,161	0,16	0,162
0,162	0,162	0,162	0,162	0,163	0,162	0,162
0,163	0,162	0,163	0,163	0,163	0,162	0,162
0,162	0,164	0,162	0,163	0,163	0,161	0,161
0,163	0,163	0,161	0,163	0,162	0,161	
0,162	0,161	0,162	0,162	0,162	0,162	
0,161	0,16	0,164	0,162	0,162	0,163	

Obs: Os valores acima são seguidos por coluna (direção vertical).

O gráfico de controle adotado foi o de medidas individuais, gráfico \bar{X} e AM, pois, os tamanhos das amostras são $n = 1$, e isso se deve ao fato de a taxa de produção ser muito lenta e não convém esperar acumular uma quantidade de peças para estar amostrando. As medidas do inspetor, estes considerados verdadeiros do processo, foram coletadas a partir das mesmas peças que o operador mensurou, sendo estas amostradas atualmente em uma frequência de meia em meia hora. Pode-se observar, então, que o mesmo processo com amostras tomadas das mesmas peças gerou gráficos de controle muito diferentes (Figura 4.8 e 4.9), em que os mesmos deveriam ter pequenas diferenças advindas somente da variabilidade do instrumento de medição.

Pode-se, então, questionar que, neste processo, o operador pode estar necessitando de treinamento sobre os procedimentos de marcação da carta de CEP, ou ainda referentes ao manuseio do instrumento de medição. Veja

também que há alguns padrões de não-aleatoriedade, como o de ciclicidade, no gráfico do operador e, mesmo assim, não se parou o processo para possíveis ações, visto que, no diário de bordo, não continha nenhuma observação.

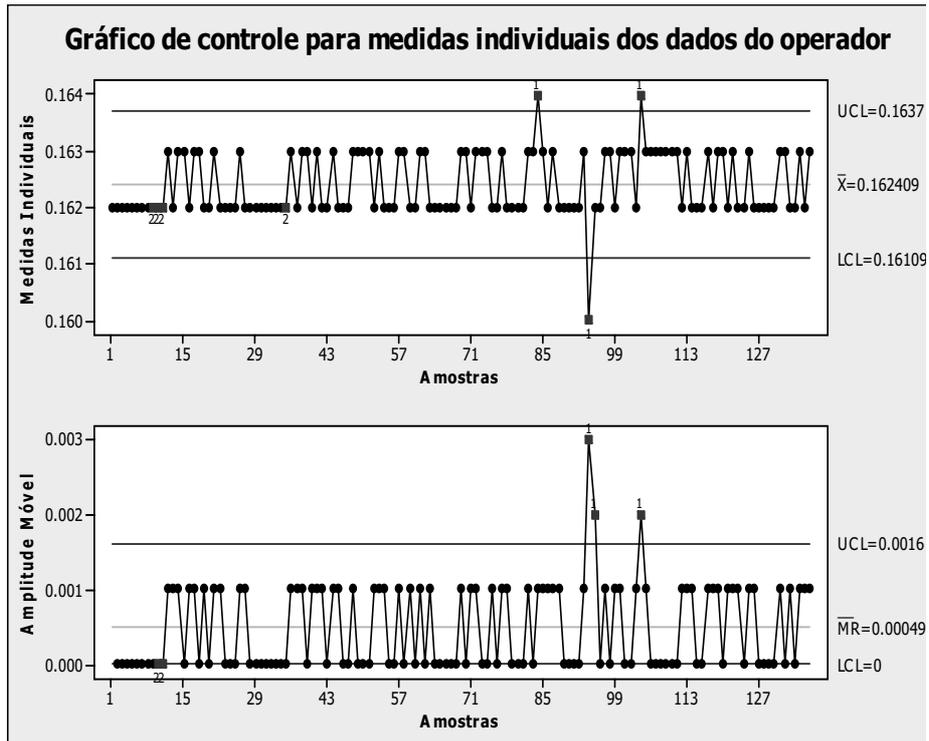


FIGURA 4.8 Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados da profundidade coletados pelo operador com, tamanhos de amostras $n = 1$ e frequência de meia em meia hora.

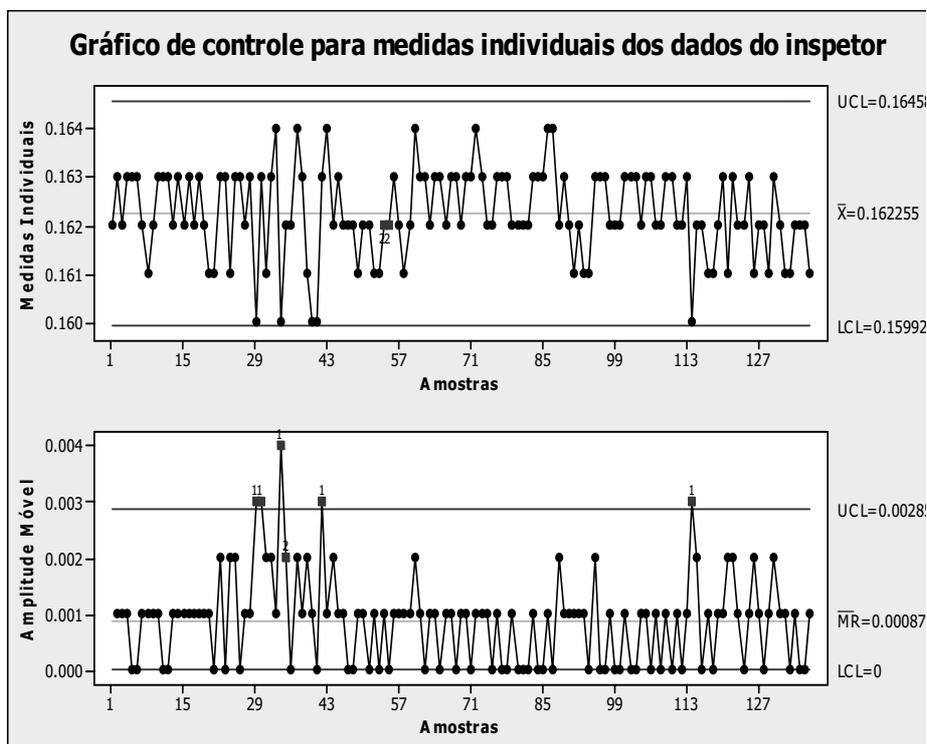


FIGURA 4.9 Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados da profundidade coletados pelo inspetor com, tamanhos de amostras $n = 1$ e frequência de meia em meia hora.

Os gráficos mostram, ainda, que o processo realmente está fora de controle, como pode ser visto na Figura 4.9, que é o gráfico que explica corretamente como está o processo, onde os pontos em destaque são os testes de não-aleatoriedade que o Minitab 14® faz, e também pelos estudos de padrões de não-aleatoriedade (Tabela 4.17), nota-se que os estudos de não-aleatoriedade realizados foram feitos baseados nos estudos de padrões ilustrados anteriormente, em que foram refeitos os cálculos nos casos que havia tamanhos de amostra (m) pré-definidos. Além do gráfico de controle, podem ser feitos testes de normalidade para verificar se o processo encontra-se sob controle. Os resultados dos testes de normalidade podem ser vistos na Tabela 4.15 e 4.16, observando assim que tanto para as medidas do operador

quanto para a do inspetor os processos se encontram não-normais. Observe que a informação da Tabela 4.16 fornece a realidade de tal processo.

TABELA 4.15 Testes de normalidade para a profundidade coletados pelo operador.

Métodos	SAS®		R	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Shapiro-Wilk	0,693856	<0,0001	0,6939	$1,551 \cdot 10^{-15}$
Kolmogorov-Smirnov	0,357329	<0,0100	0,3575	$1,332 \cdot 10^{-15}$
Anderson-Darling	20,08906	<0,0050	20,0891	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$

TABELA 4.16 Testes de normalidade para a profundidade coletados pelo inspetor.

Métodos	SAS®		R	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Shapiro-Wilk	0,881561	<0,0001	0,8816	$4,622 \cdot 10^{-9}$
Kolmogorov-Smirnov	0,22461	<0,0100	0,2246	$1,985 \cdot 10^{-6}$
Anderson-Darling	7,546570	<0,0050	7,5466	$< 2,2 \cdot 10^{-16}$

Tabela 4.17 Análise dos padrões de não-aleatoriedade das medidas do inspetor para a variável profundidade.

Padrões de não-aleatoriedade	Evidências	Ações do operador	Ações a serem tomadas
Pontos Fora	4 pontos fora no gráfico R.	Nenhuma, seu gráfico não detectou esta evidência, pois, os limites das cartas de CEP são maiores.	Treinar o operador, eliminar causas especiais e atualizar os limites de controle.
Periodicidade	+ de 16 pontos cíclicos.	Nenhuma.	Eliminar causas especiais.
Seqüência	Mais de sete pontos consecutivos em \bar{X} e R.	Nenhuma, mesmo sendo detectada tal evidência.	Treinar o operador e eliminar causas especiais.
Tendência	Nenhuma.	—	—
Mistura	2 pontos consecutivos em \bar{X} e R em todos os níveis de limites (2 a 2,4)-sigma + de 9 dentro dos limites entre 2,0-sigma e 3,0-sigma, + de 8 em 2,1-sigma e 3,0-sigma, + de 7 em 2,2-sigma e 3,0-sigma, tudo em \bar{X} ; + de 5 dentro dos limites entre 2,4-sigma e 3,0-sigma em \bar{X} e R.	Nenhuma. Não constam na carta os limites para possível análise.	Eliminar causas especiais e adicionar os limites nas cartas para que o operador possa analisar.
Estratificação	+ de 3 pontos consecutivos em R e + de 26 pontos dentro dos limites 0,3-sigma nos gráficos R; + de 3 pontos consecutivos em \bar{X} e R e + de 30 pontos em \bar{X} e R dentro dos limites 0,4-sigma; 4 pontos consecutivos em \bar{X} e + de 4 em R e + de 38 pontos dentro dos limites 0,5-sigma nos gráficos \bar{X} e R; 4 pontos consecutivos em \bar{X} + de 4 em R e + de 43 pontos dentro dos limites 0,6-sigma nos gráficos \bar{X} e R;	Nenhuma. Não constam na carta os limites para possível análise.	Eliminar causas especiais e adicionar os limites nas cartas para que o operador possa analisar.
Não-Normalidade	Processo se encontra não-normal.	—	Procurar e eliminar causas especiais.

Para descobrir quais são as causas especiais do processo, sugere-se utilizar outras ferramentas do CEP, como a folha de verificação, que

facilitará e organizará o processo de coleta e registro dos dados; depois de preenchida a folha de verificação, pode-se construir um gráfico de Pareto por meio da porcentagem de cada defeito encontrado e, a partir daí, descobrir os poucos vitais, ou seja, aquele problema que resulta em maior prejuízo para a empresa.

Descobertas essas causas especiais, pode-se montar um diagrama de causa e efeito no qual o efeito pode ser o pouco vital encontrado. Um *brainstorming*, com todos os envolvidos no processo, neste momento, é muito útil. Assim, recomenda-se treinar o operador e atualizar os limites de controle. Para isso, o processo deve estar livre de causas especiais, pois só assim a principal hipótese dos gráficos de controle de Shewhart, a de normalidade, estará satisfeita. Os limites de controle atuais, para o gráfico de média, são $LSC = 0,166$, $LM = 0,162$ e $LIC = 0,158$ e, para o gráfico da amplitude, são $LSC = 0,002$, $LM = 0,001$ e $LIC = 0$, estes retirados das cartas de CEP utilizadas em tal processo. Estes não tiveram grandes diferenças para os limites estimados a partir dos dados amostrados, mas depois que o processo estiver sob controle essa diferença pode aparecer.

Foi contruído uma rotina, Anexo A, no software R para gerar os limites de controle das medidas acima e comparados com a saída do Minitab 14®, os valores encontrados foram semelhantes, diferindo apenas do número de casas decimais. Observando assim, que o Minitab 14® é um software confiável.

O estudo da escolha do tamanho de amostras foi realizado levando-se em conta as limitações do processo, sendo esta $n = 1$. Por isso a escolha deste gráfico de controle, mas, com cuidado, deve-se estudar o tamanho do deslocamento a se detectar, pois, caso se queira detectar um deslocamento muito pequeno na média, a melhor alternativa, segundo Montgomery (2004), é o gráfico de médias móveis exponencialmente ponderadas ou de soma cumulativa. A escolha da freqüência de amostragem deve levar em conta o bom senso e o conhecimento do processo. Neste caso, sugere-se continuar utilizando a freqüência de meia em meia hora, mas isso não impede que se

possa escolher uma frequência menor (ou maior), caso o processo tenha um fluxo de produção maior (ou menor).

Como o processo está fora de controle, pode-se dizer que ele também está instável. Segundo Werkema (1995), não faz sentido calcular a capacidade de um processo instável, isso porque os índices de capacidades são predições, e só se pode prever algo que é estável. Os cálculos para efeito de comparar o valor dos índices de capacidade desta amostra com o estudo de capacidade realizado no mesmo mês, para este processo, foram feitos, verificando-se que os valores do Minitab 14® concordaram com os encontrados pelo R. E os valores encontrados pelo estudo anterior na empresa (ver índices de capacidade atual na Tabela 1B Anexo B) foram diferentes dos calculados para a amostra aqui em estudo. São eles: $C_p = 21,49$, $C_{pk} = 16,22$, $P_p = 18,33$, $P_{pk} = 13,84$.

Sugere-se também utilizar os intervalos de confiança para índices de capacidade, no lugar das estimativas pontuais, como estas calculadas anteriormente. Pois, estes intervalos têm um nível de significância.

Observe que os estimadores dos índices são fórmulas que podem ser aplicadas a qualquer banco de dados; o importante é a interpretação desses índices. Então, não se pode olhar apenas para os valores destas estimativas e fazer uma interpretação equivocada, dizendo que o processo está capaz. Logo, deve-se saber se o processo está estável e, depois, sim, interpretar os índices. Veja também que, apesar de o processo estar instável, os índices foram muito altos, o que seria ideal, ou seja, um processo muito capaz. Mas, nesse caso, índices muito altos não são sinônimo de capacidade, pois, como o processo é instável, não se pode prever que ele continuará se comportando da mesma forma. Então, neste instante, em relação às especificações, o processo estaria adequado, mas a qualquer momento pode não mais satisfazê-las.

A análise de autocorrelação nos dados do inspetor pode ser visto na Figura 4.10, em que se observa uma pequena significância na 5ª Lag, que

pode ser devido à falta de controle do processo. Após retirar as causas especiais, e o processo ainda contiver esta significância, sugere-se aplicar as sugestões da análise anterior.

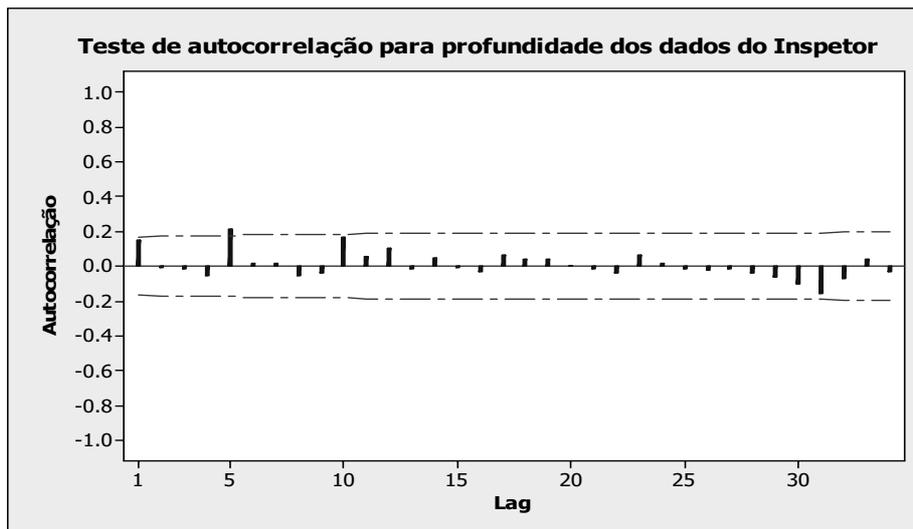


FIGURA 4.10 Análise da autocorrelação do Minitab 14® para os dados da profundidade coletados pelo inspetor.

A próxima análise foi de dados simulados de uma distribuição normal. Então simularam-se os dados (Tabela 4.18) a partir do processo com a característica diâmetro interno com média e desvio padrão, respectivamente, iguais a 30,155 e 0,0125. A partir destes dados construiu-se os gráficos de controle de média e amplitude. Observou-se então, pela Figura 4.11 que o processo se encontra aparentemente sob controle, podendo afirmar com certeza depois dos estudos dos padrões de não-aleatoriedade.

TABELA 4.18 Dados simulados de uma distribuição Normal com média e desvio padrão da característica diâmetro interno, pelo software R.

30,159	30,119	30,152	30,131	30,151	30,127	30,162	30,146
30,169	30,166	30,141	30,147	30,159	30,157	30,150	30,162
30,135	30,137	30,140	30,150	30,156	30,164	30,146	30,155
30,186	30,163	30,151	30,157	30,153	30,126	30,170	30,151
30,138	30,169	30,154	30,132	30,132	30,163	30,145	30,136
30,180	30,139	30,156	30,144	30,157	30,131	30,156	30,159
30,167	30,152	30,146	30,133	30,155	30,143	30,180	30,146
30,129	30,157	30,155	30,155	30,154	30,139	30,145	30,134
30,153	30,137	30,152	30,145	30,153	30,154	30,153	30,155
30,169	30,135	30,128	30,145	30,158	30,127	30,155	30,148
30,161	30,145	30,167	30,143	30,172	30,143	30,129	30,131
30,167	30,148	30,133	30,148	30,158	30,143	30,143	30,162
30,118	30,144	30,144	30,120	30,146	30,165	30,145	30,128
30,144	30,132	30,160	30,155	30,153	30,137	30,143	
30,154	30,147	30,158	30,142	30,152	30,148	30,142	
30,156	30,143	30,167	30,150	30,171	30,146	30,150	
30,150	30,167	30,162	30,145	30,151	30,148	30,155	
30,182	30,147	30,138	30,136	30,145	30,165	30,147	
30,155	30,159	30,139	30,146	30,163	30,128	30,160	
30,146	30,148	30,181	30,129	30,144	30,147	30,144	

Obs: A cada três valores seguidos por coluna (direção vertical) foi construído o gráfico de controle.

A Tabela 4.19 mostra que os testes de normalidade indicaram normalidade dos dados. E pelos resultados da Tabela 4.20 observa-se que não existe nenhum padrão de não-aleatoriedade e segundo o gráfico da Figura 4.12, não autocorrelacionado. Logo, o processo se encontra sob controle, normal, estável. Os índices de capacidade são: $C_p = 0,76$, $C_{pk} = 0,74$, $P_p = 0,77$, $P_{pk} = 0,75$. Veja que estes índices mostram que processo esta não é capaz de atender as especificações, estas são encontradas na Tabela 1B, Anexo B. Observe que mesmos os dados sendo normais e o processo estável, ele ainda não atende as especificações de seu projeto. Logo, se este fosse um processo real aconselha-se diminuir a variabilidade, para que tenha melhores índices de capacidade.

TABELA 4.19 Testes de normalidade para os dados simulados.

Métodos	SAS®		R	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Shapiro-Wilk	0,990702	0,414	0,9907	0,4141
Kolmogorov-Smirnov	0,068592	0,078	0,0686	0,4677
Anderson-Darling	0,409399	>0,25	0,4094	0,3408

TABELA 4.20 Análise dos padrões de não-aleatoriedade dos dados simulados.

Padrões de não-aleatoriedade	Evidências	Ações do operador	Ações a serem tomadas
Pontos fora	Nenhum.	—	—
Periodicidade	Nenhum.	—	—
Seqüência	Nenhum.	—	—
Tendência	Nenhuma.	—	—
Mistura	Nenhuma.	—	—
Estratificação	Nenhuma.	—	—
Não-normalidade	Processo se encontra normal.	—	—

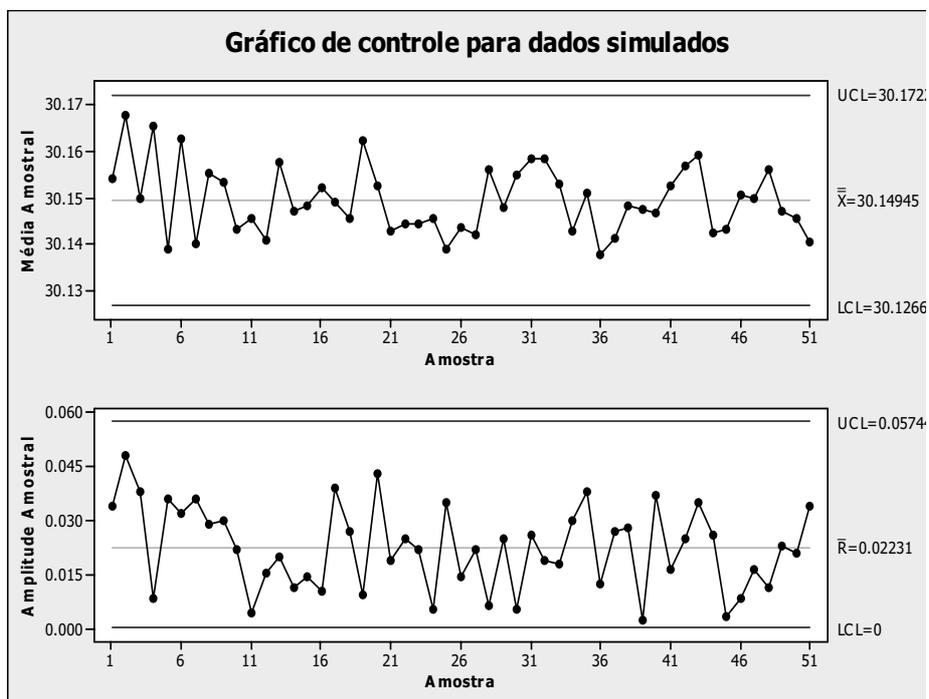


FIGURA 4.11 Gráfico de controle do Minitab 14®, para os dados simulados com, tamanhos de amostras $n = 3$ e frequência de meia em meia hora.

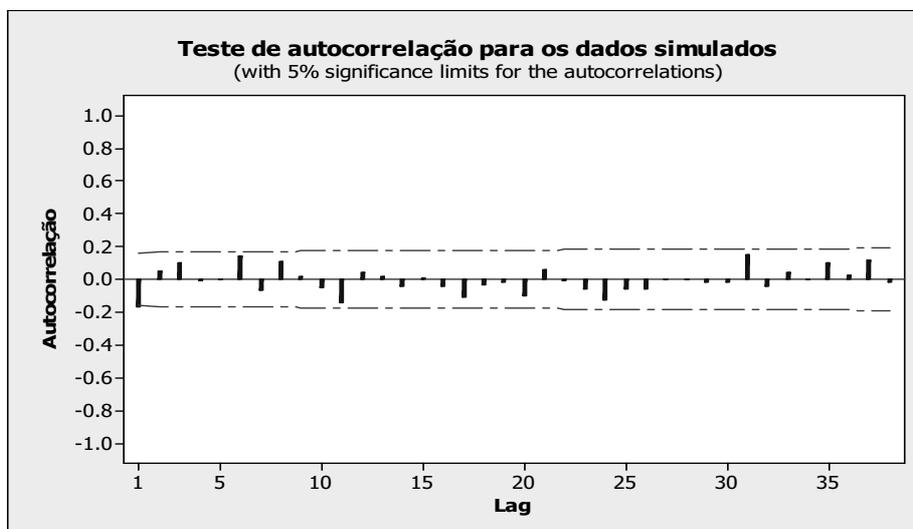


FIGURA 4.12 Análise da autocorrelação do Minitab 14® para os dados simulados.

5 CONCLUSÃO

Neste capítulo são apresentadas as conclusões sobre o referido trabalho, no que tange aos estudos de padrões e também a racionalização do CEP na empresa assessorada.

Nos estudos dos padrões de não-aleatoriedade seguem as seguintes conclusões:

- ilustrou-se com sucesso o padrão de pontos fora dos limites de controle. Concluindo-se que as duas situações retornaram a mesma probabilidade de se rejeitar a hipótese de nulidade, sob normalidade, 0,27%;
- para ciclicidade, verificou-se que são precisos, no mínimo, dezesseis pontos cíclicos para se poder afirmar que o processo está fora de controle a 5% de significância. Esta conclusão deve ser vista com ressalvas;
- para seqüência, no caso consecutivo, o processo se encontra fora de controle, com seis ou mais pontos a 5% de significância, ou ainda, com mais de sete pontos a 1% de significância. No caso em que 10 de 11 e 12 de 14 pontos são consecutivos, pode-se afirmar que são padrões de não-aleatoriedade a 5% de significância, mas, o mesmo não pode ser dito a 1% de significância. Já no caso de 16 de 20 pontos consecutivos, a afirmação é verdadeira para os dois níveis de significância;
- para mistura, em relação aos diferentes limites construídos, concluiu-se que, no caso de pontos consecutivos em todos os limites, o número de pontos que confirma um processo fora de controle deve ser maior ou igual a dois, a 1% de significância. No caso não consecutivo, considerando que o gráfico tenha 24 pontos, tem-se que, para os limites de 2,0 Sigma e 2,1 Sigma são necessários quatro ou mais pontos dentro do intervalo entre os limites construídos e o

limite de controle. Para os outros limites, 2,2 Sigma, 2,3 Sigma e 2,4 Sigma, são necessários três ou mais pontos, todos a 1% de significância;

- para estratificação, conclui-se que para o caso consecutivo, tem-se que os números de pontos dentro do limite de 0,1 Sigma, que confirmam um padrão de não-aleatoriedade, são dois ou mais pontos. Nos limites 0,2 Sigma, 0,3 Sigma e 0,4 Sigma são necessários três ou mais e, nos limites 0,5 Sigma e 0,6 Sigma, quatro ou mais pontos consecutivos. Agora, considerando também 24 pontos no gráfico, tem-se, que, no limite de 0,1 Sigma, são necessários cinco ou mais pontos, para 0,2 Sigma, sete ou mais, 0,3 Sigma, oito ou mais, 0,4 Sigma, dez ou mais, 0,5 Sigma, onze ou mais e 0,6 Sigma, doze ou mais pontos não consecutivos, para indicar um padrão de não-aleatoriedade, a 1% de significância.

Para a parte aplicada, nas duas análises, concluiu-se que os processos estudados se encontram, realmente, fora de controle, como pode ser observado nos gráficos de controle e nos estudos de padrões de não-aleatoriedade.

Os processos, analisados na empresa, encontram-se com certa significância de autocorrelação, o que pode levar a resultados não confiáveis. Recomenda-se a retirada de causas especiais desses processos para que eles voltem ao estado sob controle, tornando, assim, o processo confiável e que, realmente, se encaixe na filosofia do CEP, ou seja, prever a estabilidade ao longo do tempo, o que não é possível em um processo fora de controle.

No estudo do diâmetro interno, optou-se, por modificar o tamanho das amostras para melhorar a detecção dos gráficos. Logo, a amostragem deve ser $n = 7$ e a frequência de amostragem de $h = 0,5$ horas

As cartas de CEP utilizadas pelos operadores não contêm os limites construídos dos padrões de não-aleatoriedade, mistura e estratificação, estudados neste trabalho. Concluí-se, então, que para facilitar a identificação

destes padrões recomenda-se adicionar estes limites nas cartas de CEP dos operários.

Da análise dos dados simulados, pode-se concluir que um processo de amostras normais esta sob controle ou estável.

Conclui-se que a hipótese levantada na introdução nesta dissertação foi corroborada, mostrando-se então, a importância das interpretações dos gráficos de controle na análise do processo da empresa assessorada, principalmente no que diz respeito aos padrões de não aleatoriedade.

6 TRABALHOS FUTUROS

Uma das idéias deixadas como sugestão de estudo em trabalhos futuros é o teste do padrão de não-aleatoriedade, tendência, baseado em regressão linear simples, propondo que se identificasse um valor τ , para o R^2 (coeficiente de determinação desta reta), tal que, acima deste valor ($R^2 \geq \tau$), os pontos observados seriam claramente não normais e abaixo do qual haveria normalidade. Deixa-se também, como sugestão, uma possível simulação Monte Carlo para a determinação de valores de τ .

Os limites superiores e inferiores de controle dos gráficos S e R são estimados por meio da equação geral, dada por: $LC = \mu_s \pm 3\sigma_s$ e $LC = \mu_r \pm 3\sigma_r$, em que o valor que multiplica o desvio padrão, três, vem de uma distribuição normal, que garante 99,73% de produtos conformes. Mas, este valor de conformidade é válido somente para variáveis aleatórias com distribuição normal, que é o caso da média. Logo, este é válido para o gráfico de controle \bar{X} . Nos gráficos S e R, as variáveis aleatórias não seguem distribuição normal e, sim, a distribuição Qui e Amplitude, respectivamente. Portanto, outra sugestão para pesquisas futuras é descobrir qual será o melhor valor que multiplicará o desvio padrão para esses gráficos e substituir o valor três pelo encontrado. Para encontrá-lo, sugere-se fixar a probabilidade de 99,73% e estudar as respectivas distribuições para encontrar qual o valor de $k\sigma$.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMAS, F. **Implementação de controle estatístico de processos em uma empresa têxtil**. 2003. 13 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.

ANÁLISE DOS SISTEMAS DE MEDIÇÃO (MSA). **Manual de referência**, 3 ed., Chrysler, Ford, GM, p. 193, 2004.

ARIENTE, M.; et al. Processo de mudança organizacional: estudo de caso Seis Sigma. **Revista FAE**, Curitiba, v. 8, n. 1, p. 81-92, jan./jun. 2005.

BAYEUX, C. Análise da capacidade de processos. **Revista Banas Qualidade. Gestão, Processos e Meio Ambiente**. In: INDEZEICHAK, V. **Análise do controle estatístico da produção para empresa de pequeno porte: um estudo de caso**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa.

BISGAARD, S.; FREIESLEBEN, J. Economics of Six Sigma. In: USEVICIUS, L. A. **Implantação da metodologia Seis Sigma e aplicação da técnica estatística projeto de experimentos na resolução de problemas e otimização de processos de fabricação**. 2004. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

BOLFARINE, H.; SANDOVAL, M. C. **Introdução à inferência estatística**. Rio de Janeiro: SBM, p. 74-75, 2001.

BREYFOGLE III, F. W.; CUPELLO, J. M.; MEADOWS, B. **Managing Six Sigma: a practical guide to understanding, assessing, and implementing the strategy that yields bottom-line success.** New York: John Wiley, 2001.

CONTADOR, J. C. **Gestão de operações: a engenharia de produção a serviço da modernização da empresa.** São Paulo: Edgard Blücher, 1998.

COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle estatístico de qualidade.** São Paulo: Atlas, 2.004.

DAVIS, M. M.; AQUILIANO, N. J.; CHASE, R. B. **Fundamentos da administração da produção.** Tradução Eduardo D'Agord Schaan. 3 ed. Porto Alegre: Bookman Editora, 2001.

DEMING, W. E. **Out of crisis.** Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1989.

DEMING, W.E. **Qualidade: a revolução da administração.** Rio de Janeiro: Marques Saraiva, 1990. 01-367p.

ECKES, G. **A Revolução Seis Sigma: O método que levou a GE e outras empresas a transformar processos em lucro:** Tradução de Reynaldo Cavalheiro Marcondes. 6. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2001, 49 p.

FERREIRA, D. F.; DIAS, C. T. S. dos. **Apostila de estatística multivariada.** Departamento de Ciências Exatas da UFLA, 2006. cap. 3, p. 133-141. Disponível em: <<http://www.dex.ufla.br/~danielff/prefacioem.pdf>>. Acesso em 22 nov.2006.

GONÇALVES, L. R. **Modelagem de Séries Representativas do Setor Energético Brasileiro.** 2007. Dissertação (Mestrado em Estatística e

Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras MG

HARRY, M. J. **“The Nature of Six Sigma Quality”**, Government Electronics Group, Motorola, Inc., Schaumburg, IL, 1989

HARRY, M.; SCHROEDER, R. **Six Sigma, the breakthrough management strategy revolutionizing the world’s top corporation**. 1. ed. New York: Currency, 2000.

HOERL, R. Six Sigma black belts: what do they need to know? **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 33, n. 4, p.391- 406, out. 2001.

INDEZEICHAK, V. **Análise do controle estatístico da produção para empresa de pequeno porte: um estudo de caso**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa.

JURAN, J. M. **Juran quality handbook**. 5. ed. New York: MacGraw Hill, 1999.

JURAN, J M. **A qualidade desde o projeto**. São Paulo: Pioneira, 2002.

KURCREVSKI, C. **Estudo do controle estatístico de processo das indústrias cerâmicas da região centro sul do estado do Paraná, com base nos índices de capacidade**. 2003. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

KUME, H. **Métodos estatísticos para melhoria da qualidade**. São Paulo: Editora Gente, 1993. 04 p.

LEOTTI, V. B.; BIRCK, A. R.; RIBOLDI, J. Comparação dos testes de aderência à normalidade Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Cramer-Von Mises e Shapiro-Wilk por simulação. In: 50ª Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS)e11º SEAGRO - Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica, 1., 2005, Londrina. **Anais...**Londrina: RBRAS, 2005. p. 192-192.

MINITAB® RELEASE 14 for Windows. Copyright 1972-2004.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. Tradução Ana Maria Lima de Farias. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. **Introduction to the theory of statistics**. 3. ed. Rio de Janeiro: McGRAW-HILL, 1913.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blücher, 2004. 439p.

OLIVEIRA, M. S. de. **Qualidade na Educação Universitária**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

PANDE, P. S.; NEUMAN, R. P.; CAVANAGH, R. R. **Estratégia seis sigma: como a GE, a Motorola e outras grandes empresas estão aguçando seu desempenho**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2001.

R Development Core Team (2004). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 2007.

REIS, D. A. F dos. **Seis Sigma: um estudo aplicado ao setor eletrônico**. 2003. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

RITZMAN, L. P.; KRAJEWSKI, L. J. **Administração da produção e operações**. Tradução Roberto Galman. São Paulo: Prentice Hall, 2004.

ROUSSAS, G. G. **A first course in mathematics statistics**. Wisconsin: Addison-Wesley, 1973. p. 192-200.

ROYSTON, J. P. **Approximating the Shapiro-Wilk's W-test for non-normality**. Statistics and Computing, 1992.

ROYSTON, J. P. **A toolkit for testing for testing for non-normality in complete and censored samples**. The Statistician, 1993.

RUTHES, S.; CERETTA, P. S.; SONZA, I. B. Seis Sigma: melhoria da qualidade através da redução da variabilidade. **Revista Gestão Industrial**, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, v.02, n. 02, p.181-199, 2006.

SANDERS, D.; HILD, C. R. Common myths about Six Sigma. In: USEVICIUS, L. A. **Implantação da metodologia Seis Sigma e aplicação da técnica estatística projeto de experimentos na resolução de problemas e otimização de processos de fabricação**. 2004. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SAS® RELEASE 8.01. The SAS System for Windows. Copyright, 1999-2000.

SASSER, E. W.; OLSEN, R. P.; WYCOFF, D. D. **Management of service operations**. Boston: Allyn and Bacon, 1978.

SCOTT, D.W. On optimal and data based histograms. **Biometrika**, London, v.66, n.3, p.605-610, 1979.

SILVA, A. Q. da. **Determinação do tempo ótimo de dressagem utilizando séries temporais no Controle Estatístico de Processo – (CEP)**. 2003. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; HARLAND, C.; HARRISON, A.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. São Paulo: Atlas, 1996.

SOARES, G. M. V. P. de P. de. **Aplicação do controle estatístico de processo em indústria de bebidas: um estudo de caso**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

SOUZA, R. A. de. **Análise da qualidade do processo de envase de azeitonas verdes através de algumas ferramentas do controle estatístico de processo**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

TORMINATO, S. M. **Análise da utilização da ferramenta CEP: um estudo de caso na manufatura de autopeças**. 2004. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística**. Tradução Alfredo Alves de Farias. 7 ed. Rio de Janeiro: LTC, p.133, 1999.

USEVICIUS, L. A. **Implantação da metodologia Seis Sigma e aplicação da técnica estatística projeto de experimentos na resolução de problemas e otimização de processos de fabricação.** 2004. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

VEIT, E. **O controle estatístico de processos na indústria de cabinagem de Veículos: um estudo de caso.** 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

WERKEMA, M. C. C. **Ferramentas estatísticas básicas para o gerenciamento de processos.** Belo Horizonte: QFCO, 1995.

WERKEMA, M. C. C. **Criando a cultura Seis Sigma.** Nova Lima: Werkema Editora, 2004. v.1.

8 ANEXOS

ANEXO A	Página
TABELA 1A -Constantes para a construção dos gráficos de controle.....	153
TABELA 2A Área sob a curva normal padronizada, entre os valores 0 e Z.....	160

TABELA 1A Constantes para a construção dos gráficos de controle (Montgomery, 2004).

Amostra (n)	Gráfico de médias		Gráfico de desvio padrão				Gráfico de amplitude			
	A ₂	A ₃	c ₄	B ₃	B ₄	d ₂	d ₃	D ₃	D ₄	
2	1,880	2,658681	0,797885	0,000000	3,266532	1,128	0,853	0,000	3,267	
3	1,023	1,954410	0,886227	0,000000	2,568170	1,693	0,888	0,000	2,575	
4	0,729	1,628103	0,921318	0,000000	2,266047	2,059	0,880	0,000	2,282	
5	0,577	1,427299	0,939986	0,000000	2,088998	2,326	0,864	0,000	2,115	
6	0,483	1,287128	0,951533	0,030363	1,969637	2,534	0,848	0,000	2,004	
7	0,419	1,181916	0,959369	0,117685	1,882315	2,704	0,833	0,076	1,924	
8	0,373	1,099095	0,965030	0,185090	1,814910	2,847	0,820	0,136	1,864	
9	0,337	1,031661	0,969311	0,239133	1,760867	2,970	0,808	0,184	1,816	
10	0,308	0,975350	0,972659	0,283706	1,716294	3,078	0,797	0,223	1,777	
11	0,285	0,927394	0,975350	0,321280	1,678720	3,173	0,787	0,256	1,744	
12	0,266	0,885906	0,977559	0,353512	1,646488	3,258	0,778	0,283	1,717	
13	0,249	0,849546	0,979406	0,381556	1,618444	3,336	0,770	0,307	1,693	
14	0,235	0,817336	0,980971	0,406245	1,593755	3,407	0,763	0,328	1,672	

“TABELA 1A. Cont.”

15	0,233	0,788541	0,9822316	0,428199	1,571800	3,472	0,756	0,347	1,653
16	0,212	0,762595	0,983483	0,447888	1,552112	3,532	0,750	0,363	1,637
17	0,203	0,739057	0,984506	0,465675	1,534324	3,588	0,744	0,378	1,622
18	0,194	0,717576	0,985410	0,481849	1,518151	3,640	0,739	0,391	1,608
19	0,187	0,697868	0,986214	0,496638	1,503362	3,689	0,734	0,403	1,597
20	0,180	0,679701	0,986934	0,510231	1,489769	3,735	0,729	0,415	1,585
21	0,173	0,662885	0,987583	0,522779	1,477221	3,778	0,724	0,425	1,575
22	0,167	0,647259	0,988170	0,534410	1,465590	3,819	0,720	0,434	1,566
23	0,162	0,632690	0,988704	0,545230	1,454770	3,858	0,716	0,443	1,557
24	0,157	0,619063	0,989193	0,555330	1,444670	3,895	0,712	0,451	1,548
25	0,153	0,606281	0,989640	0,564786	1,435214	3,931	0,708	0,459	1,541
26		0,594260	0,990052	0,573663	1,426337				
27		0,582927	0,990433	0,582019	1,417981				
28		0,572219	0,990786	0,589902	1,410098				
29		0,562081	0,991113	0,597355	1,402645				
30		0,552464	0,991418	0,604416	1,395584				

Foi implementado no software R as constantes c_4 , A_3 , B_3 , B_4 :

```
c4 <- 0 #constante do gráfico de média
i <- -1
for (n in 2:30) {
c4[i] <- sqrt(2/(n-1)) * (gamma(n/2) / gamma((n-1)/2))
i <- i+1}
c4
A3<-0 #constante do gráfico de média
i<-1
for (n in 2:30){
A3[i]<-(3/(c4[i]*sqrt(n)))
i<-i+1
}
A3
B3.1<-0 #constante do gráfico de média
B4<-0 #constante do gráfico de média
i<-1
for (n in 2:30){
B3.1[i]<- 1-((3/c4[i])*(sqrt(1-c4[i]^2)))
B4[i]<- 1+((3/c4[i])*(sqrt(1-c4[i]^2)))
i<-i+1
}
B3<-0
i<-1
for (n in 2:30){
if (B3.1[i]>0) B3[i]<-B3.1[i]
else B3[i]<-0
i <- i+1
}
B3
B4
```

As rotinas dos cálculos dos índices de capacidade e dos limites de controle implementados no software R seguem abaixo:

- Característica diâmetro interno:

```
x<-read.table('c:\\dados1.txt', h=F)
x #matriz de dimensão 1x2 de dados
y<-0
for (i in 1:153){
y[i]<-x[i,1]
}
y #vetor dos dados
r<-xbar<-numeric(51)
for (i in 0:50){
xbar[i+1]<-mean(y[((i*3)+1):((i+1)*3)])
r[i+1]<-max(y[((i*3)+1):((i+1)*3)])-
min(y[((i*3)+1):((i+1)*3)])
}
xbar #vetor média
r #vetor amplitude
rbar<-mean(r)
lse<-30.180 #limite superior de especificação
lie<-30.120 #limite inferior de especificação
d2<-1.693 #constante para subgrupos de tamanho 3
d3<-0.888 #constante para subgrupos de tamanho 3
xbar2<-mean(xbar)#média da média
sigma<-rbar/d2 #estimador do desvio padrão
cp<-(lse-lie)/(6*sigma)
cp
cps<-(lse-mean(y))/(3*sigma)
cps
cpi<-(mean(y)-lie)/(3*sigma)
cp
```

```

cpk<-min(cps,cpi)
cpk
pp<-(lse-lie)/(6*sd(y))
pp
pps<-(lse-mean(y))/(3*sd(y))
pps
ppi<-(mean(y)-lie)/(3*sd(y))
pp
ppk<-min(pps,ppi)
ppk
a2<-3/(d2*3^0.5)
Xlsc<-xbar2+a2*rbar
Xlm<-xbar2
Xlic<-xbar2-a2*rbar
Xlsc #limite superior de controle para média
Xlm #limite central de controle para média
Xlic #limite inferior de controle para média
D3<-1-3*(d3/d2)
D3
if (D3<0) D3=0
D4<-1+3*(d3/d2)
D4
Rlsc<-D4*rbar
Rlm<-rbar
Rlic<-D3rbar
Rlsc #limite superior de controle para amplitude
Rlm #limite central de controle para amplitude
Rlic #limite inferior de controle para amplitude

```

- **Característica profundidade:**

```
x<-read.table('c:\\dados2.txt', h=F)
```

```

x #matriz de dimensão 1x2 de dados
y<-0
for (i in 1:137){
y[i]<-x[i,1]
}
y #vetor dos dados
am<-numeric(136)
xbar<-mean(y)
for (i in 2:137){
am[i-1]<-abs(y[i]-y[i-1])
}
xbar #média
am #vetor amplitude móvel
ambar<-mean(am) #amplitude móvel média
lse<-0.200 #limite superior de especificação
lie<-0.100 #limite inferior de especificação
d2<-1.128 #constante para subgrupos de tamanho 2
d3<-0.853 #constante para subgrupos de tamanho 2
sigma<-ambar/d2 #estimador do desvio padrão
cp<-(lse-lie)/(6*sigma)
cp
cps<-(lse-mean(y))/(3*sigma)
cps
cpi<-(mean(y)-lie)/(3*sigma)
cp
cpk<-min(cps,cpi)
cpk
pp<-(lse-lie)/(6*sd(y))
pp
pps<-(lse-mean(y))/(3*sd(y))
pps

```

```

ppi<-(mean(y)-lie)/(3*sd(y))
pp
ppk<-min(pps,ppi)
ppk
Xlsc<-xbar+3*sigma
Xlm<-xbar
Xlic<-xbar-3*sigma
Xlsc #limite superior de controle para obs ind.
Xlm #limite central de controle para obs ind.
Xlic #limite inferior de controle para obs ind.
D3<-1-3*(d3/d2)
D3
if (D3<0) D3=0
D4<-1+3*(d3/d2)
D4
AMlsc<-D4*ambar
AMlm<-ambar
AMlic<-D3*ambar
AMlsc #limite superior de controle para ampl. móvel
AMlm #limite central de controle para ampl. móvel
AMlic #limite inferior de controle para ampl. móvel

```

TABELA 2A Área sob a curva normal padronizada, entre os valores 0 e z.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

ANEXO B

Página

TABELA 1B-Características de cada processo em estudo.....162

TABELA 1B Características de cada processo em estudo.

RELATÓRIO DE CAPABILIDADE EFETIVA											
UTE	Máquina	BP	Característica	Símbolo	Produto	Especificação	Instrumento	Resolução	Capacidade	R&R	Justificativa R&R
TUBOS	Marteladora	1779	DIÂMETRO DO CORPO	—	Tubos	30.120/30.180 mm	Col. Etropeumática	0.001 mm	—	8.99%	Adequado (MAS)
	Preisa Cunhagem	2193	PROFUNDIDADE	—	Leve	0.100/0.200 mm	Disp. Relo.comp.	0.001 mm	0 a 12 mm	9.09%	Adequado (MAS)

“...continua...”

“TABELA 1B... Cont.”

Conservação/Adequação	Instrução de Uso	Local	Tipo de Controle	Operário			Amostra real	Frequencia atual	Frequencia real
				Medição	Registro	Análise			
Satisfatório	Disponível	Insatisfatório	Xbar-R	Adequado	Inadequado	Inadequado	3	7	30 mim
Satisfatório	Não disponível	Satisfatório	X-RM	Adequado	Inadequado	Inadequado	1	1	30 mim

“...continua...”

“TABELA 1B... Cont.”

Limite atual	Limite real	Revisar Limites	Cp atual	Cpk atual	Cp real	Cpk real	Estabilidade atual		Normalidade atual		Estabilidade real		Normalidade real		Capacidade	
							sim	não	sim	não	sim	não	sim	não		
Média:LS=30,17; M=30,15 e LI=30,13 Amp.: LS=0,045; M=0,021		6 meses	3,88	3,08	0,83	0,71	X				X				X	Processo incapaz
Média:LS=0,166; M=0,162 e LI=0,158 Amp.: LS=0,002; M=0,001		6 meses	90,38	68,22	21,49	16,22	X		X			X			X	Processo capaz

ANEXO C

Os cálculos, passo a passo, dos limites de controle dos gráficos de controle \bar{X} e S, \bar{X} e R gráfico p seguem abaixo.

Então, para achar os limites do gráfico de controle \bar{X} e S, pode-se começar falando sobre o melhor estimador não-viesado para a variância σ^2 , ou seja, sobre a variância amostral:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}.$$

onde X é uma variável aleatória

Isso pode ser provado utilizando-se uma das propriedades de um bom estimador pontual, em que um estimador é não-viesado quando a esperança do estimador for igual ao parâmetro sendo estimado. Então, segue a prova abaixo:

$$\begin{aligned} E[S^2] &= E\left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}\right] = \\ &= \frac{1}{n - 1} E\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Desenvolvendo o somatório $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ temos :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 &= \sum_{i=1}^n (X_i^2 - 2X_i\bar{X} + \bar{X}^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\sum_{i=1}^n X_i\bar{X} + \sum_{i=1}^n \bar{X}^2 = \\ &= \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{2}{n}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 = \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2. \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), temos;

$$\begin{aligned} E[S^2] &= \frac{1}{n-1} E \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right] = \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n E[X_i^2] - E[n\bar{X}^2] \end{aligned}$$

Mas $E[X_i^2] = \mu^2 + \sigma^2$ e $E[\bar{X}^2] = \mu^2 + \frac{\sigma^2}{n}$. Então:

$$\begin{aligned} E[S^2] &= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (\mu^2 + \sigma^2) - n \left(\mu^2 + \frac{\sigma^2}{n} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{n-1} (n\mu^2 + n\sigma^2 - n\mu^2 - \sigma^2) = \\ &= \frac{(n-1)\sigma^2}{(n-1)} = \\ &= \sigma^2 \end{aligned}$$

Então, pela propriedade de um bom estimador, a variância amostral é um estimador não-viesado da variância populacional. Esse resultado independe da forma da distribuição da variável aleatória X . O mesmo não acontece para o desvio padrão amostral, sendo ele um estimador viesado do desvio padrão populacional. Isso é fácil de demonstrar para o caso da variável aleatória X , que segue uma distribuição normal.

Seja $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ uma amostra aleatória de tamanho n e $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Agora a distribuição de

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

é uma Qui-quadrado com $n-1$?

$$\begin{aligned} \text{Seja } Y_1 &= \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \text{ e} \\ Y_2 &= \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \frac{[(X_i - \bar{X}) + (\bar{X} - \mu)]^2}{\sigma^2} = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} + n \frac{(\bar{X} - \mu)^2}{\sigma^2} = Y_1 + Y_3 \end{aligned} \quad (3)$$

Sabe-se que

$$\frac{(X_i - \mu)}{\sigma} \sim N(0,1),$$

então, tem-se que:

$$\left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \sim \chi_{(1)}^2 \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Logo,

$$Y_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \sim \chi_{(n)}^2.$$

Tem-se também que:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right);$$

e

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1).$$

Assim,

$$Y_3 = n \frac{(\bar{X} - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(1)}^2.$$

Como a função geradora de momento da distribuição Qui-quadrado com g graus de liberdade, segundo Bolfarine & Sandoval (2001), é dada por:

$$M_g(t) = (1 - 2t)^{-\frac{g}{2}},$$

Segundo Bolfarine & Sandoval (2001), \bar{x} e s^2 são independentes, tem-se, então, que Y_1 e Y_3 da equação (3) são independentes. Logo,

$$M_{Y_2}(t) = M_{Y_1}(t)M_{Y_3}(t)$$

$$M_{Y_1}(t) = \frac{M_{Y_2}(t)}{M_{Y_3}(t)} = \frac{(1 - 2t)^{-\frac{n}{2}}}{(1 - 2t)^{-\frac{1}{2}}} = (1 - 2t)^{-\frac{(n-1)}{2}}$$

Logo, a distribuição de $Y_1 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ é Qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade, denotada por χ^2_{n-1} . Então, a distribuição de S^2 é a distribuição da variável aleatória $\frac{\sigma^2}{(n-1)}Q$, em que Q tem distribuição χ^2_{n-1} .

Daí, o valor esperado para S^2 é:

$$\begin{aligned} E[S^2] &= E\left[\frac{\sigma^2}{(n-1)}\chi^2_{n-1}\right] = \\ &= \frac{\sigma^2}{(n-1)}E[\chi^2_{n-1}] = \\ &= \frac{\sigma^2}{(n-1)}(n-1) = \\ &= \sigma^2. \end{aligned}$$

Observe que a função distribuição de probabilidade (fdp) de uma variável aleatória X com distribuição Qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade é dada por:

$$f_X(x) = \frac{x^{\frac{(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}.$$

Mas também pode ser escrita da seguinte forma:

$$f_x(x) = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x\right)^{\frac{(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}x}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)};$$

que é um caso especial de fdp da distribuição Gama. Logo, a distribuição

Qui-quadrado é uma Gama de parâmetros $r = \frac{n-1}{2} > 0$ e $\lambda = \frac{1}{2} > 0$, ou seja,

$$\chi^2_{n-1} : G\left(\frac{n-1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ (Mood et al., 1913).}$$

Então, a esperança da variável aleatória X pode ser encontrada pelo método dos momentos, como segue:

$$\begin{aligned} m_x(t) &= E[e^{tx}] = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x\right)^{\frac{(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}x} e^{tx}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} dx = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\frac{1}{2}^{\frac{n-1}{2}} x^{\frac{(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}tx}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} dx = \\ &= \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-t}\right)^{\frac{n-1}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}-t\right)^{\frac{(n-1)}{2}-1} x^{\frac{(n-1)}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}tx}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} dx \end{aligned}$$

Veja que a função integrada acima é a função densidade probabilidade de uma distribuição Gama com parâmetros

$r = \frac{n-1}{2}$ e $\lambda = \left(\frac{1}{2}-t\right)$. Logo, o valor desta integral é um, pela definição de

função densidade probabilidade (Mood et al., 1913).

Então, o momento é dado por:

$$m_X(t) = \left(\frac{1}{\frac{1}{2} - t} \right)^{\frac{n-1}{2}} ;$$

$$m'_X(t) = (n-1) \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{n-3}{2}}}{\left(\frac{1}{2} - t \right)^{\frac{n+1}{2}}} ;$$

Portanto, $E[\chi_{n-1}^2] = m'_X(0) = n-1$

Agora, como se quer construir o gráfico de controle para o desvio padrão, S, segue que $\frac{\sqrt{(n-1)S}}{\sigma}$ tem distribuição χ_{n-1} . Daí o valor esperado de S é:

$$\begin{aligned} E[S] &= E \left[\frac{\sigma}{\sqrt{(n-1)}} \chi_{n-1} \right] = \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{(n-1)}} E[\chi_{n-1}]. \end{aligned}$$

A fdp de uma variável aleatória X com distribuição χ_{n-1} é dada por:

$$f_X(x) = \frac{2^{1-\frac{n-1}{2}} x^{(n-1)-1} e^{-\frac{x^2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}.$$

A esperança de uma variável aleatória com distribuição Qui é dada por:

$$E[\chi_{n-1}] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2^{1-\frac{n-1}{2}} x^{(n-1)-1} e^{-\frac{x^2}{2}} x}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} dx =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2^{\frac{1-n-1}{2}} x^{n-1} e^{-\frac{x^2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} dx = \\
&= \frac{\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2^{\frac{1-n}{2}} x^{n-1} e^{-\frac{x^2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} dx = (\text{definição de fdp}) \\
&= \frac{\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}.
\end{aligned}$$

em que a função Gama $\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$. Então,

$$E[S] = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \sigma = c_4 \sigma. \quad (4)$$

Tem-se, ainda, que se t é inteiro positivo:

$$\begin{aligned}
\Gamma(t) &= (t-1)!; \\
\Gamma\left(t + \frac{1}{2}\right) &= \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2t-1)}{2^t} \sqrt{\pi}.
\end{aligned}$$

Logo, o estimador S é um estimador viesado de σ e o tamanho deste viés depende do número de amostras adotada. Este viés, que chamamos de c_4 , é uma constante que se encontra na tabela no Anexo A, com $2 \leq n \leq 30$.

Voltando à construção de gráficos de controle \bar{X} e S , comecemos com o gráfico de controle para S . Como dito anteriormente, os gráficos de controle são compostos por dois limites (superior e inferior) e uma linha central ou média.

Em (4) pode ser observado que o valor esperado para S é $E[S] = c_4 \sigma$. Com isso, os limites de controle para o gráfico S são:

$$\begin{aligned}
L S C &= \mu_s + 3 \sigma_s \\
L M &= \mu_s \\
L I C &= \mu_s - 3 \sigma_s
\end{aligned}
\tag{5}$$

Em que μ_s é o valor esperado para S , e σ_s é o desvio padrão para S . É usual utilizar limites 3 Sigma no lugar do quartil da distribuição normal, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$. Esta escolha pode ser benéfica em casos em que alarmes falsos ou erro tipo I são mais caros para serem investigados. Então, é melhor utilizar os limites de controle mais largos que 3 Sigma, por exemplo, 3,5 Sigma. Mas, se é fácil e rápido investigar tais alarmes falsos, tal que o custo e a perda de tempo sejam mínimos, então se pode optar por estreitar os limites; talvez 2,5 Sigma sejam mais apropriados (Montgomery, 2004).

Temos, então, que:

$$\mu_s = E[S] = c_4 \sigma;$$

e

$$\begin{aligned}
\sigma_s &= \sqrt{\text{Var}[S]} = \sqrt{E[S^2] - (E[S])^2} = \\
&= \sqrt{\sigma^2 - (c_4 \sigma)^2} = \\
&= \sqrt{\sigma^2 (1 - c_4^2)} \\
&= \sigma \sqrt{(1 - c_4^2)}
\end{aligned}$$

Substituindo em (5), temos:

$$L S C = c_4 \sigma + 3 \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$L M = c_4 \sigma$$

$$L I C = c_4 \sigma - 3 \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$$

Por (4) pode-se afirmar que um estimador para σ é $\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4}$. Este sim

é não-viesado, em que $\bar{s} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i$ é a média dos desvios padrões, com m

amostras, cada uma de tamanho n , e s_i o desvio padrão da i -ésima amostra. Então, segundo Montgomery (2004), os parâmetros para os gráficos S , considerando 3 Sigma, são:

$$L S C = \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$L M = \bar{s}$$

$$L I C = \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

É usual definir as constantes:

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

Como se sabe que a constante c_4 é dependente apenas do número de amostras n e que seu valor se encontra tabelado, o mesmo foi feito para essas novas constantes B_3 e B_4 e seu valor tabelado também se encontra na tabela no Anexo A. Finalmente, os limites do gráfico S são:

$$L S C = B_4 \bar{s}$$

$$L M = \bar{s}$$

$$L I C = B_3 \bar{s}$$

Para completar o gráfico \bar{X} e S , continuemos, agora, com a construção do gráfico \bar{X} . Se x_1, x_2, \dots, x_n é uma amostra de tamanho n , então, a média amostral é:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

E, ainda, pelo teorema central do limite, temos que \bar{x} segue uma distribuição normal, mesmo a variável x não sendo normal, de média,

$\mu_{\bar{x}} = \mu$ e desvio padrão $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, e também existe a probabilidade

$1 - \alpha$ de qualquer média cair entre os limites:

$$L S = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$L I = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Caso μ e σ sejam conhecidos, esses limites podem ser usados como limites de controle para o gráfico \bar{X} , mas, como, na prática, esses parâmetros não são conhecidos, usa-se a estimação dos mesmos. Segundo Montgomery (2004), isso é feito a partir de amostras, retiradas do processo supostamente sob controle. Então, retiram-se m amostras (com, pelo menos, 20 ou 25), cada uma com n observações (frequentemente de 4, 5 ou 6). Dessa forma, ter-se-ão m médias $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$. Com isso, o melhor estimador de μ , média do processo, é a média das médias amostradas:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m}.$$

Logo, $\bar{\bar{x}}$ será a linha média do gráfico \bar{X} . Por (4), temos que $\frac{\bar{s}}{c_4}$ é

utilizado para estimar σ . É comum substituir $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ por 3, de modo que os

limites 3 Sigma são empregados. Então, podemos definir os limites de controle para o gráfico \bar{X} como:

$$L S C = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$L M = \bar{\bar{x}}$$

$$L I C = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$$

Pelo mesmo motivo anterior é comum definir a constante, em que esta também se encontra na tabela no Anexo A:

$$A_3 = \frac{3}{(c_4 \sqrt{n})}$$

Definindo-se, então, os limites de controle para gráfico \bar{X} como sendo:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s}$$

Assim, ficam definidos os limites para os gráficos de controle \bar{X} e S.

A diferença do gráfico \bar{X} e S para o gráfico \bar{X} e R está na forma de se estimar o valor do parâmetro σ . Este pode ser estimado pelo desvio padrão ou pelas amplitudes das m amostras. Como o primeiro método de estimação já foi feito acima, agora iremos optar pelo segundo método, o das amplitudes.

Mas, primeiro, é necessário encontrar a função densidade probabilidade da variável aleatória amplitude, em que dada uma amostra de tamanho n de uma variável $X: x_1, x_2, \dots, x_n$, independente, em que a amplitude da amostra é a diferença entre a maior e a menor observação, ou seja,

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Generalizando, para duas variáveis aleatórias contínuas X e Y , não independentes, com distribuição conjunta $f_{X,Y}(x,y)$. Seja $T = X - Y$ uma nova variável aleatória. Então, a distribuição acumulada de Z é dada por:

$$\begin{aligned}
F_T(t) &= P[T \leq t] = \\
&= P[X - Y \leq t] = \\
&= \iint_{x-y \leq t} f_{X,Y}(x,y) dx dy = \\
&= \iint_{x \leq t+y} f_{X,Y}(x,y) dx dy.
\end{aligned}$$

Observe a necessidade de se estudar a região $x \leq t+y$. Após este estudo, observa-se que $-\infty < Y < \infty$ e $-\infty < X < t+y$. Logo,

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{t+y} f_{X,Y}(x,y) dx dy. \quad (6)$$

Agora, para se obter a função densidade probabilidade de Z , basta derivar a distribuição acumulada (6),

$$\begin{aligned}
f_T(t) &= \frac{dF_T(t)}{dt} = \\
&= \frac{d}{dt} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{t+y} f_{X,Y}(x,y) dx dy \right\} = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dt} \left\{ \int_{-\infty}^{t+y} f_{X,Y}(x,y) dx \right\} dy;
\end{aligned}$$

E, pelo teorema fundamental do cálculo, sabe-se que se $F(u) = \int_{-\infty}^u f(\varepsilon) d\varepsilon$, então, $\frac{dF(u)}{du} = f(u)$. Logo,

$$f_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(t+y,y) dy.$$

Como se procura a função densidade probabilidade da amplitude $R = x_{\max} - x_{\min}$, deve-se definir uma estatística de ordem $X_{(j)} : x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$, em que a amplitude será $R = x_{(n)} - x_{(1)}$. Segundo Roussas (1973), a distribuição conjunta $X_{(n)}$ e $X_{(1)}$ é:

$$f_{X_{(n)}, X_{(1)}}(x_{(n)}, x_{(1)}) = n(n-1)[F(x_{(n)}) - F(x_{(1)})]^{n-2} f(x_{(1)}) f(x_{(n)}).$$

Logo, a distribuição desejada é dada por:

$$f_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_{(n)}, X_{(1)}}(r+x, x) dx$$

$$f_R(r) = n(n-1) \int_{-\infty}^{\infty} [F(r+x) - F(x)]^{n-2} f(x) f(r+x) dx.$$

Se a variável aleatória $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ pertence a uma população normal de média μ e variância σ^2 , padronizando-se, tem-se que:

$$Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}, i = 1, 2, \dots, n;$$

Define-se W , amplitude relativa da amostra, como:

$$W = \frac{R}{\sigma} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\sigma} = \frac{X_{\max} - \mu}{\sigma} - \frac{X_{\min} - \mu}{\sigma} = Z_{\max} - Z_{\min}$$

Temos, então, que W é a amplitude de uma amostra de tamanho n de uma variável aleatória normal. Logo, a função densidade probabilidade de W é:

$$f_W(w) = n(n-1) \int_{-\infty}^{\infty} [F(w+z) - F(z)]^{n-2} f(z) f(w+z) dz.$$

Como o interesse está na variável R para estimar σ , então, tiramos de W , pela propriedade da média e da variância:

$$\mu_W = E[W] = \frac{E[R]}{\sigma} \rightarrow E[R] = E[W]\sigma;$$

$$\sigma_W = \frac{\sigma_R}{\sigma} \rightarrow \sigma_R = \sigma_W \sigma;$$

Lembre-se, ainda, que σ é desvio padrão da variável Z e, por definição, temos:

$$E[W] = \int_0^{\infty} w f_W(w) dw;$$

$$\text{Var}[W] = \sigma_W^2 = \int_0^{\infty} (w - d_2)^2 f_W(w) dw.$$

Em que definimos $d_2 = E[W]$ e $d_3 = \sqrt{\sigma_W^2} = \sigma_W$. Segundo Costa et al. (2004), estes são constantes dependentes apenas do tamanho de amostras

(n). Seus valores também são encontrados na tabela no Anexo A. Logo, temos que:

$$E[R] = d_2 \sigma;$$

$$\sigma_R = d_3 \sigma;$$

Por fim, um estimador não viesado para σ , por meio do método da amplitude, é:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}.$$

Sejam R_1, R_2, \dots, R_m as amplitudes das m amostras de tamanho n . A média dessas amplitudes é:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}.$$

Então, os parâmetros do gráfico \bar{X} são:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R}$$

Observe que os estimadores para μ e σ são, respectivamente, $\bar{\bar{x}}$ e $\frac{\bar{R}}{d_2}$. Pode-se, ainda, definir:

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}.$$

que também se encontra na tabela no Anexo A. Logo, os limites do gráfico \bar{X} ficam:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

Da mesma forma que para o gráfico S, a construção do gráfico R estima os parâmetros do gráfico:

$$L S C = \mu_r + 3 \sigma_r$$

$$L M = \mu_r$$

$$L I C = \mu_r - 3 \sigma_r$$

Em que μ_R é o valor esperado para R e σ_R é o desvio padrão para R. Então, temos:

$$\mu_R = E[R] \rightarrow \hat{\mu}_R = \bar{R};$$

$$\sigma_R = d_3 \sigma \rightarrow \hat{\sigma}_R = d_3 \hat{\sigma} \rightarrow \hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2};$$

Logo, os parâmetros do gráfico R são:

$$L S C = \bar{R} + 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$L M = \bar{R}$$

$$L I C = \bar{R} - 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Definindo-se as constantes, que também se encontram na tabela no Anexo A, como:

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}$$

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

A equação anterior reduz-se à:

$$L S C = D_4 \bar{R}$$

$$L M = \bar{R}$$

$$L I C = D_3 \bar{R}$$

Para encontrar os limites do gráfico p, será utilizada a idéia de Montgomery (2004), que diz que os princípios estatísticos para o gráfico de controle para fração não-conforme (ou gráfico p) se baseiam na distribuição binomial. Suponha que seu processo esteja operando de maneira estável, de

tal modo que a probabilidade de que uma unidade esteja não-conforme seja p , e que as sucessivas unidades produzidas sejam independentes. Logo, cada unidade produzida é uma realização de uma variável aleatória de Bernoulli, com parâmetro p . Tomada uma amostra aleatória de tamanho n e seja um número D de produtos não-conformes, então, D segue uma distribuição binomial com parâmetros n e p , ou seja,

$$P(D = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}; x = 0, 1, \dots, n;$$

Define-se fração amostral não-conforme como uma nova variável aleatória \hat{p} :

$$\hat{p} = \frac{D}{n}.$$

em que D é o número de itens não-conformes na amostra e n é o tamanho da amostra.

Para a variável D , a média é obtida por meio do método dos momentos em que o primeiro momento é a média e a variância é obtida através do primeiro e segundo momento. A função geradora de momentos (fgm) para uma variável aleatória $D: d_1, d_2, \dots, d_n$ discreta é dada por:

$$m(t) = E[e^{tD}] = \sum_{d=0}^n e^{td} f_D(d)$$

Como D segue uma distribuição binomial de parâmetro p , temos:

$$\begin{aligned} m_D(t) &= E[e^{tD}] = \sum_{d=0}^n e^{td} \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d} = \\ &= \sum_{d=0}^n \binom{n}{d} (pe^t)^d (1-p)^{n-d} \stackrel{\rightarrow}{=} \\ &= (pe^t + (1-p))^n \end{aligned}$$

Em que " \rightarrow " significa identidade Binomial dada por:

$$(a + b)^n = \sum_{d=0}^n \binom{n}{d} a^d b^{n-d}; \text{ sendo } a = pe^t \text{ e } b = (1-p)$$

Logo, a derivada de $m_D(t)$,

$$m'_D(t) = n (pe^t + (1-p))^{n-1} pe^t;$$

e o primeiro momento é dado por:

$$m'_D(0) = np = E[D] = \mu_D$$

Para acharmos a variância, segue:

$$\text{Var}[D] = E[D^2] - (E[D])^2;$$

Mas, $E[D] = np$. Logo, $E[D^2] = m''_D(0)$

$$m''_D(t) = n(n-1)(pe^t + (1-p))^{n-2} p^2 e^{2t} + n(pe^t + (1-p))^{n-1} pe^t;$$

$$m''_D(0) = p^2(n^2 - n) + np;$$

Logo,

$$\begin{aligned} \text{Var}[D] = \sigma_D^2 &= p^2(n^2 - n) + np - (np)^2 = \\ &= np(1-p). \end{aligned}$$

Obtemos, então, a média e a variância, respectivamente, da variável

\hat{p} :

$$E[\hat{p}] = \frac{E[D]}{n} = \frac{np}{n} = p;$$

$$\text{Var}[\hat{p}] = \frac{\text{Var}[D]}{n^2} = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}.$$

A partir daí, pode-se desenvolver a teoria de gráficos de controle. Em um modelo geral para os gráficos de controle de Shewhart, para uma determinada característica da qualidade w , tem-se:

$$LSC = \mu_w + L\sigma_w$$

$$LM = \mu_w$$

$$LIC = \mu_w - L\sigma_w$$

em que L é a distância dos limites de controle à linha média, em múltiplos desvios padrões de w . Novamente, iremos optar por $L = 3$.

Caso a verdadeira fração não-conforme (p) no processo seja conhecida, devem se utilizar os seguintes limites de controle para o gráfico p :

$$\begin{aligned} \text{L S C} &= p + 3 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \\ \text{L M} &= p \\ \text{L I C} &= p - 3 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \end{aligned}$$

Se não for possível conhecer este valor verdadeiro, faz-se a estimativa por meio da fração amostral não-conforme (\hat{p}), a partir dos dados observados. Esse procedimento é feito selecionando-se m amostras preliminares, cada uma de tamanho n . Se há D_i unidades de amostras não-conformes na amostra i , calculamos a fração não-conforme na i -ésima amostra como:

$$\hat{p}_i = \frac{D_i}{n}; i = 1, \dots, m;$$

e as médias dessas frações não-conformes das m amostras são:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m}.$$

A estatística \bar{p} estima a p desconhecida. Os novos limites para o gráfico p são:

$$\begin{aligned} \text{L S C} &= \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ \text{L M} &= \bar{p} \\ \text{L I C} &= \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \end{aligned}$$