



LUCIVÂNIA FERREIRA MIRANDA

**MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO
CRESCIMENTO DA PLANTA DE PINHÃO MANSO**

LAVRAS – MG

2020

LUCIVÂNIA FERREIRA MIRANDA

**MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO CRESCIMENTO DA PLANTA DE
PINHÃO MANSO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz

Orientador

LAVRAS – MG

2020

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Miranda, Lucivânia Ferreira.

Modelos Não Lineares na descrição do crescimento da planta
de Pinhão Manso / Lucivânia Ferreira Miranda. - 2020.

51 p. : il.

Orientador(a): Joel Augusto Muniz.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de
Lavras, 2020.

Bibliografia.

1. Biodiesel. 2. Energias Renováveis. 3. Logístico. I. Muniz,
Joel Augusto. II. Título.

LUCIVÂNIA FERREIRA MIRANDA

**MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO CRESCIMENTO DA PLANTA DE
PINHÃO MANSO
NONLINEAR MODELS IN THE DESCRIPTION OF THE GROWTH OF THE
JATROPHA PLANT**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 17 de fevereiro de 2020.

Elias Silva de Medeiros, UFGD
Camilla Marques Barroso UFLA

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz
Orientador

**LAVRAS – MG
2020**

À minha família, especialmente a minha mãe Francisca, por todo amor e cuidado comigo. Ao meu maravilhoso esposo Mauro Brazil, por toda a compreensão, amor e incentivo.
DEDICO

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por sua presença em minha vida na realização de mais um sonho, por guiar meu caminho e não me deixar desistir, mesmo nos momentos mais difíceis.

Ao meu amado esposo, Mauro Brazil, por ser o meu maior incentivador e apoiador. Obrigada, por todo amor, carinho, compreensão, por cada palavra de incentivo, por cada conversa restauradora e por suportar, a distância, todos esses longos meses.

À minha família, minha mãe Francisca (“Boa”), meu pai Leudoberque, meus irmãos Josias, Francisco, Iara, pelo apoio, carinho e incentivo.

Ao meu orientador, professor Joel Augusto Muniz, pelo acolhimento, calma, atenção, paciência na orientação e, por sempre acreditar em minha capacidade, muitas vezes, até mais do que eu mesma.

Ao grupo de estudos em Regressão Não Linear, pois sem vocês tudo teria sido mais difícil. Em especial, agradeço a Kelly, Miriam, Wallef, Ariana, Edilson, Felipe por toda ajuda e por todas as vezes que ouvi de vocês “VAI DAR CERTO, FICA TRANQUILA”.

Um agradecimento mais que especial à minha querida amiga Kelly, por me socorrer com esse abençoado R e látex, por todas as vezes que chorei desesperada e você dedicava seu tempo para me ajudar, sem você seria mais difícil. Serei eternamente grata por tudo.

Aos professores membros da banca, pois suas contribuições foram muito importantes para a realização desse trabalho.

Aos demais professores membros do Programa, pelo conhecimento transmitido e pelas grandes contribuições para minha formação.

À Universidade Federal de Lavras, por me proporcionar a oportunidade de fazer pós-graduação e por oferecer ensino gratuito de qualidade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudos.

Ao IFPI, pela liberação e oportunidade de capacitação profissional.

Aos funcionários do DEX, em especial à Nádia, por sempre me receber com um lindo sorriso, por ajudar a resolver meus pequenos e grandes problemas, por ser tão humana, prestativa e alto astral.

Aos demais amigos da UFLA, Cristian (cowboy), Wilson, Herbert, Maylon, Denise, Édipo e Nicásio, obrigada pela troca de informações, pelos momentos de descontração e pelas palavras de incentivo. Em especial, meu amigo Ernandes que me incentivou a ingressar na pós-graduação.

Às minhas companheiras de república, Ariane, Paula, Fernanda, Jéssica, por me ajudarem nos momentos mais difíceis dessa jornada. Guardarei em meu coração todos os momentos de alegria vivido com vocês. À todos aqueles que, de alguma maneira, contribuíram ou estiveram na torcida, pela realização desse trabalho.

Mesmo quando tudo parece desabar, cabe a mim decidir entre rir ou chorar, ir ou ficar, desistir ou lutar; porque descobri, no caminho incerto da vida, que o mais importante é o decidir.
(Cora Coralina)

RESUMO

A crescente demanda por fontes de energias renováveis, também conhecidas como energias limpas, está fazendo com que o Brasil se torne destaque, nesse setor, principalmente com a produção do biodiesel, com o qual visa à substituição total ou parcial do diesel mineral pelo vegetal. O biodiesel é um combustível feito a partir de óleos vegetais, óleos residuais e gorduras de origem animal. As culturas que armazenam substâncias oleaginosas nos frutos e sementes têm sido pesquisadas como fontes alternativas dessa energia. Dentre essas culturas, o pinhão manso vem despertando o interesse de vários pesquisadores pela sua produtividade, qualidade de uso do óleo e a capacidade de se desenvolver bem, em regiões de clima semiárido. Sendo assim, faz-se necessário o estudo quantitativo para investigar os aspectos agrônômicos dessa cultura, pois a literatura é bastante escassa. Assim, o estudo do crescimento do pinhão manso, ao longo do tempo, é de suma importância, pois se torna uma ferramenta informativa para o auxílio do manejo adequado e detecção de fatores que afetam o desenvolvimento da planta. A modelagem desse tipo de crescimento pode subsidiar melhor o conhecimento e aplicação de técnicas eficientes das práticas agrícolas. Desta forma, tem-se como objetivo ajustar e comparar os modelos não lineares Logístico e Gompertz, com quatro parâmetros na descrição do crescimento da planta de pinhão-manso. Os dados referem-se à mensuração da altura da planta, considerando-se os dias, após o início do ciclo fenológico e a sua medição ocorreu, no segundo ano de desenvolvimento do pinhão-manso. Foram ajustados os modelos Logístico e Gompertz de quatro parâmetros e verificou-se que são adequados para analisar o crescimento da planta. Além disso, ocorreu a necessidade da adição de um parâmetro autorregressivo de primeira ordem. Concluiu-se que o modelo Logístico foi o mais adequado para o acesso CNPAE-102, Logístico e Gompertz com AR(1) para CNPAE-169 e CNPAE-259, respectivamente. Além disso, verificou-se que o acesso CNPAE-102 possuiu a maior altura considerando os demais.

Palavras-chave: Biodiesel. Energias Renováveis. Logístico. Gompertz

ABSTRACT

The increasing demand for renewable energy sources, also known as clean energy, places Brazil in a prominent place in this sector, mainly because of the objective of total or partially replacing the production of mineral diesel for biodiesel. Biodiesel is a fuel made from vegetable oils, residual oils, and animal fats. Crops that store oil substances in fruits and seeds have been researched as alternative sources of energy. Among these crops, jatropha has been attracting the interest of many researchers for its productivity, oil use quality, and the ability to develop well in semi-arid regions. Therefore, a quantitative study is necessary to investigate the agronomic aspects of this culture since the literature is very scarce. Thus, the study of the growth of jatropha over time is of paramount importance, given that it is an informative tool for the proper management and detection of factors that affect plant development. The modeling of this type of growth can better subsidize the knowledge and application of efficient agricultural practices techniques. The objective of this paper is to adjust and compare the nonlinear Logistic and Gompertz models with four parameters in the description of the growth of the jatropha plant. The data refer to the measurement of plant height, considering the days after the beginning of the phenological cycle, and its measurement occurred in the second year of plant development. We adjusted the Logistics and Gompertz models with four parameters and found them to be suitable for analyzing plant growth. Furthermore, it was necessary to add a first-order autoregressive parameter. In conclusion, the Logistic model was the most suitable for the CNPAE-102 access and the Logistic and Gompertz with AR(1) for CNPAE-169 and CNPAE-259, respectively. We also found that CNPAE-102 access had the greatest height when compared to the others.

Keywords: Biodiesel. Renewable energy. Logistic. Gompertz

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – O esquema do processo de produção do biodiesel	12
Figura 2.2 – Árvore pinhão manso	16
Figura 2.3 – Frutos do pinhão manso	16
Figura 2.4 – Ilustração de sementes do pinhão manso (<i>Jatropha curcas</i> L.), Oeste da África, 2006.	17
Figura 2.5 – Modelos Logístico e Gompertz com três parâmetros.	23
Figura 2.6 – Modelos Logístico e Gompertz com quatro parâmetros.	24
Figura 2.7 – Representação gráfica para o modelo Logístico de quatro parâmetros	25
Figura 2.8 – Representação gráfica para o modelo Gompertz de quatro parâmetros	26
Figura 3.1 – a e b -Folhas e caule de pinhão-manso severamente infectados por <i>Oidium</i> sp.; c- Folhas cloróticas de pinhão-manso devido a colonização por <i>Oidium</i> sp.; d- Lesões na face abaxial de folha de pinhão-manso causadas por <i>Oidium</i> sp.	33
Figura 4.1 – Representação gráfica da altura da planta dos acessos CNPAE-169, CNPAE-102, CNPAE-259 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico	36
Figura 4.2 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com AR(1) para altura do pinhão-manso do CNPAE-169	41
Figura 4.3 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz para altura do pinhão-manso do acesso CNPAE-102	41
Figura 4.4 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com AR(1) para altura do pinhão-manso do acesso CNPAE-259	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Evolução do percentual de teor de biodiesel presente no diesel fóssil no Brasil	13
Tabela 2.2 – Oleaginosas cultivadas no Brasil com potencial para produção de biodiesel	14
Tabela 2.3 – Média da caracterização dos frutos do pinhão manso	18
Tabela 2.4 – Vantagens e Desvantagens do cultivo de pinhão manso	19
Tabela 4.1 – Estatística e valores p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) utilizados para análise de resíduos para os modelos Logístico (L) e Gompertz (G) para altura da planta (m) dos acessos.	37
Tabela 4.2 – Estimativas e limites superior (LS) e inferior (LI) dos parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz, obtidos pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e pelo método dos mínimos quadrados generalizados (MQG, considerando erros autoregressivos de primeira ordem)	38
Tabela 4.3 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico e Gompertz . . .	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	Biodiesel	12
2.2	Cultura do pinhão manso	14
2.3	Modelos de regressão	19
2.3.1	Modelos de regressão não linear	21
2.3.2	Modelo Logístico com quatro parâmetros	24
2.3.3	Modelo Gompertz com quatro parâmetros	25
2.4	Estimação dos parâmetros em modelos não lineares	26
2.4.1	Métodos iterativos	28
2.5	Análise de resíduos	30
2.6	Seleção dos modelos	30
2.6.1	Coefficiente de determinação ajustado	31
2.6.2	Desvio padrão residual (DPR)	31
2.6.3	Crítério de informação de Akaike corrigido	31
3	MATERIAL E MÉTODOS	33
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	36
5	CONCLUSÃO	43
	REFERÊNCIAS	44

1 INTRODUÇÃO

Diante das preocupações com o efeito estufa e a escassez de reservas, no mundo, de combustível fóssil, surge a ideologia do uso de energia limpa, ou seja, utilização de energias renováveis, principalmente, os biocombustíveis. Com isso, o Brasil destaca-se entre os países com bastante potencial para atender a essa demanda, pois dispõe de vastas extensões de terras propícias para agricultura, clima e distribuição geográfica favoráveis, além de possuir na sua biodiversidade vegetal uma variedade de oleaginosas ricas em matéria-prima para a produção de biodiesel, entre essas, ressalta-se o pinhão manso (LIMA, 2007).

O pinhão manso vem despertando o interesse dos governantes, dos produtores e de instituições de pesquisa tanto privadas, quanto públicas, pois existe a viabilidade do uso do seu óleo para a produção de biodiesel, devido ao alto potencial do rendimento do seu grão (ARRUDA et al., 2004). Essa cultura atende às demandas do Programa Nacional Brasileiro de Produção de Energias Renováveis, permite um cultivo consorciado com outras culturas, sendo uma vantagem para o perfil da agricultura familiar, ampliando, assim, as perspectivas para o aumento das áreas plantadas em diversas regiões do Brasil (LAVIOLA et al., 2010).

O pinhão manso produz flores em botões terminais de ramos e a produção de novas inflorescências depende da formação e crescimento de novos ramos. Assim, sua produção está diretamente relacionada com o crescimento (ABDELGADIR; JOHNSON; VAN STADEN, 2010). Conforme Nery et al. (2009), existe a necessidade de investigar os aspectos agronômicos, tanto qualitativos quanto quantitativos do pinhão manso, pois essa cultura não possui cultivares bem definidas e a literatura disponível para os pesquisadores é bastante escassa.

A análise de crescimento vegetal refere-se a uma técnica muito útil para o pesquisador, pois é possível descrever e interpretar o sistema vegetal proporcionando ao pesquisador comparar o comportamento de uma planta. Nessa análise, utilizam-se fórmulas e modelos estatísticos com a finalidade de estimar os índices de crescimento das plantas, dos quais muitos estão relacionados com a atividade fotossintética (BENICASA, 2004). Para tal tipo de estudo, tem-se usado modelos lineares e não lineares para a descrição de crescimento ao longo do tempo. No entanto, os modelos não lineares apresentam vantagens em relação aos lineares, por, geralmente, apresentarem parâmetros com interpretação biológica, auxiliando, assim, o pesquisador na tomada de decisão. Entre esses modelos não lineares pode-se citar o Logístico e o Gompertz com três parâmetros (HERNÁNDEZ et al., 2007; MAIA et al., 2009). Os modelos não lineares com três parâmetros possuem uma restrição que a assíntota horizontal inferior é fixada

em zero, porém na prática existe caso em que essa restrição não ocorre e, com isso, surgem os modelos não lineares com quatro parâmetros que também são usados para a descrição de curva de crescimento vegetal.

Assim, diante do exposto, neste trabalho, objetivou-se ajustar e comparar os modelos não lineares Logístico e Gompertz com quatro parâmetros para a descrição do crescimento da planta de pinhão manso, considerando os três acessos, contribuindo assim para o desenvolvimento de pesquisas com relação à definição de novas culturas que podem ser usadas como fontes oleaginosas alternativas para a produção do biodiesel.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

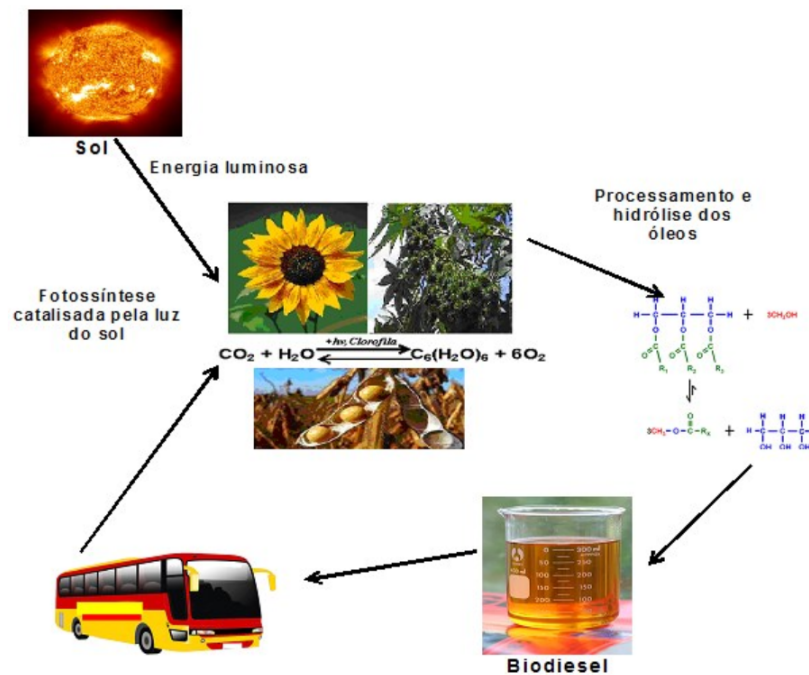
Neste capítulo, é apresentada uma revisão bibliográfica do pinhão manso, dos modelos não lineares, da estimação dos parâmetros, os critérios de seleção e ajuste para os modelos.

2.1 Biodiesel

O biodiesel é um combustível extraído de fontes renováveis como soja, caroço de algodão, pinhão manso, dendê e demais oleaginosas, ou de gorduras animais, utilizado em motores a diesel, em qualquer concentração de mistura com o diesel, a partir de um processo químico que retira a glicerina do óleo conhecido como transesterificação (LIMA, 2007).

A importância das culturas vegetais se deve ao fato de elas proporcionarem uma boa absorção de CO_2 da atmosfera. Sabe-se que as plantas transformam o gás sintetizado em energia para sua vida, por meio da fotossíntese, que nada mais é, do que uma reação química catalisada pela luz do sol, armazenada na forma de carboidratos e liberando oxigênio na atmosfera, formando, então, o ciclo combustível - planta. Conforme ilustrado na Figura 2.1, tem-se o ciclo básico para o biodiesel.

Figura 2.1 – O esquema do processo de produção do biodiesel



Fonte: Oliveira e Santos (2007).

No ano de 2003, iniciaram-se os primeiros estudos para a criação da Comissão Executiva Interministerial do Biodiesel (CEIB) e do Grupo Gestor (GG), pelo governo federal, no

qual visava à política para o biodiesel no Brasil. Em meados de 2004, com o objetivo inicial da inserção do biodiesel na matriz energética brasileira, o governo federal lançou o Programa Nacional de Produção e Uso do Biodiesel (PNPB) (BRASIL, 2018).

Inicialmente, a mistura do biodiesel com o diesel fóssil ocorreu, no início de 2004, em caráter experimental com teor de 2% de biodiesel e 98% de diesel e passou a ser comercializado de forma voluntária, nos anos de 2005 e 2007 (BRASIL, 2019). Com a regulamentação do biodiesel, na matriz energética do Brasil, entrou em vigor a mistura obrigatória de 2% (B2), conforme o artigo 2º da Lei nº 11.097/2005 passando a vigorar em todo Brasil. Com a ascensão, do mercado brasileiro, esse percentual de mistura legal foi constantemente ampliado pelo Conselho Nacional de Política Energética (CNPE), até o percentual de 11%, de acordo a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Evolução do percentual de teor de biodiesel presente no diesel fóssil no Brasil

Mês/Ano	Percentual do teor
janeiro 2008	2%
julho 2008	3%
julho 2009	4%
janeiro 2010	5%
agosto 2014	6%
novembro 2014	7%
março 2018	10%
setembro 2019	11%

Fonte: Brasil (2019).

Com o aumento do percentual dessa mistura, o biodiesel garante uma posição de destaque em relação às energias renováveis, comparado ao resto do mundo. Além disso, a junção do etanol e biodiesel consolida a participação dos biocombustíveis na matriz energética nacional e também fortalecendo a valorização da imagem de um país que utiliza as mais diversas fontes energéticas (BRASIL, 2018).

Conforme a Associação Brasileira de Óleos Vegetais (ABIOVE, 2019), a produção de biodiesel, no Brasil, no ano de 2018, registrou seu melhor desempenho em toda a história, graças à chegada do B100. Fechadas às contas do ano, as usinas brasileiras fabricaram um total de 5,35 bilhões de litros.

A produção de biodiesel puro (B100) foi de 558.291 m^3 em setembro de 2019, sendo superior a setembro de 2018, quando foram produzidos cerca de 482.327 m^3 . A sua produção

total de B100 foi de 5.350.036 m^3 no ano de 2018, acredita-se que a produção de 2019 supere a do ano anterior (BRASIL, 2019).

Os biocombustíveis são derivados de fontes renováveis, ou seja, que podem ser substituídos, parcialmente ou totalmente, por combustíveis derivados de petróleo e gás natural em motores à combustão ou em outro tipo de geração de energia. Os dois principais biocombustíveis líquidos utilizados com fontes de energias renováveis, no Brasil, são o etanol, obtido a partir de cana-de-açúcar, e o biodiesel que é produzido a partir de óleos vegetais ou de gorduras animais e adicionado ao diesel de petróleo em proporções variáveis (SATURNINO et al., 2005).

O Brasil possui uma grande extensão territorial e, com isso, apresenta uma diversidade de oleaginosas para a produção de biodiesel, como a soja, o girassol, a mamona, o milho, o caroço de algodão, a canola, o babaçu, o buriti, o dendê, a macaúba, o amendoim e o pinhão manso, além das de origem animal como o sebo bovino e as gorduras de frango e de suínos (SATURNINO et al., 2005).

Na Tabela 2.2, agrupam-se as principais oleaginosas apontadas para a produção de biodiesel no Brasil. Vale ressaltar que algumas matérias-primas ainda dependem de uma avaliação mais detalhada sobre as suas respectivas cadeias produtivas, que, em muitos casos, encontram-se nos primórdios de seus desenvolvimentos, ou seja, ainda há necessidade de atenção para o estudo do seu cultivo, por exemplo, o pinhão manso.

Tabela 2.2 – Oleaginosas cultivadas no Brasil com potencial para produção de biodiesel

Cultivar	Óleo (%)	Cultivo	Rendimento de óleo (kg/ha)
Pinhão manso	38	Perene	1200-1500
Palma (fruto)	22	Perene	2000-8000
Babaçu	60	Perene	120
Mamona	39-59	Anual	470
Amendoim	40-60	Anual	788
Girassol	40-47	Anual	774
Soja	18-21	Anual	560
Algodão (caroço)	18-20	Anual	361

Fonte: Bergmann et al. (2013)

2.2 Cultura do pinhão manso

O pinhão manso (*Jatropha curcas* L.) é uma planta arbustiva da família das Euforbiáceas em que se encontra também a mamona, a mandioca e a seringueira. Além disso, recebe outras nomenclaturas como pinhão-de-purga, pinhão-branco, pinhão-da-Índia, pinhão-das-barbadas,

mandubi-guaçu, figo-do-inferno, purgueira (DIVAKARA et al., 2010; HELLER, 1996). Segundo Arruda et al. (2004), é uma planta resistente ao estresse hídrico, de crescimento acelerado, com arbusto grande e sua altura pode alcançar um intervalo de 2 a 3 metros, em que pode atingir até 5 metros quando em condições especiais.

Ademais, essa cultura tem, como vantagem, a facilidade de adaptação a diferentes tipos de solos, entre eles, pode-se citar solos com baixa umidade, pouco férteis e até os pedregosos, porém, não se desenvolve em solos encharcados. Dessa maneira, o solo deve possuir baixa compactação, boa consistência e ser permeável (CARVALHO et al., 2009).

Sua origem possui diversos relatos considerados controversos, pois existem confirmações de que sua origem foi na América do Sul (PEIXOTO, 1973), outros afirmam que é oriundo do estado do Ceará, no Brasil, outros o julgam da América Latina (FERNANDEZ, 1993). Mas, há um consenso de que seja, originalmente, da América tropical (LORENZI, 2003).

Sabe-se que o pinhão manso possui uma adaptação em condições edafoclimáticas diversas. Além do mais, sua distribuição geográfica ocupa quase todo território brasileiro, destacando-se os estados de São Paulo até o Norte e o Oeste do país, ocorrendo, especialmente, na região Nordeste, em Goiás e Minas Gerais (DRUMMOND et al., 1984). É considerada uma cultura interessante para a região nordeste, principalmente nas atividades agrícolas, por ser uma planta nativa e com alta resistência à seca (ARRUDA et al., 2004; MAES et al., 2009).

Embora seja cultivada há muito tempo, a planta somente começou a ser pesquisada agronomicamente nas últimas décadas. A pioneira com relação aos estudos no Brasil foi a Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais, a EPAMIG (SATURNINO et al., 2005). O cultivo do pinhão manso, no Brasil, iniciou-se com uma grande ascensão em 2006, essa data coincide com o Programa Nacional de Produção e Uso de Biodiesel (DURÃES; LAVIOLA; ALVES, 2012).

A planta possui características especiais, tais como o seu caule é liso, flexível e esverdeado, com uma coloração variando de cinzento-castanho a amarelado, madeira mole e miolo desenvolvido com a função de sustentar e acumular as reservas, como observado na Figura 2.2. Sua altura é dependente da idade e da forma de condução (DIAS et al., 2007). É uma planta caducifólia, ou seja, as folhas caem na estação seca. Suas folhas possuem cor verde intenso, brilhante, simples e apresentam um comprimento variando de 5 a 35 cm, e largura variando de 6 a 15 cm (SATURNINO et al., 2005).

Figura 2.2 – Árvore pinhão manso



Fonte: Nunes (2007).

Com a perda das folhas durante a estação de seca, o florescimento ocorre, durante a estação chuvosa, e é comum ocorrer duas vezes ao ano. Suas flores possuem as seguintes características: pequenas, amarelas ou esverdeadas e sua polinização é realizada, por meio de insetos, especialmente das abelhas. Com a polinização vem o surgimento do fruto, o qual é composto por uma casca e cada cacho contém 10 ou mais frutos. Na etapa inicial da frutificação, possuem as seguintes características: coloração verde, incidindo para o amarelo e marrom, no decorrer do ciclo e, na etapa final, uma coloração bem próxima ao preto quando atinge o estágio de maturidade (NUNES,2007). Como sua maturação é desuniforme, na mesma posição da planta, pode-se ter frutos secos, bem maduros, maduros, verdes, bem verdes e frutos no início de maturação, como pode ser visto na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Frutos do pinhão manso



Fonte: Nunes (2007).

A semente é considerada relativamente grande, pois quando secas medem de 1,5 a 2 cm de comprimento e 1,0 a 1,3 cm de largura, revestimento rígido, quebradiço, de fratura vis-guenta, conforme a Figura 2.4. Abaixo do invólucro da semente, apresenta uma película branca cobrindo a amêndoa, albúmen abundante, branco, oleaginoso, contendo o embrião provido de dois largos cotilédones achatados (ARRUDA et al., 2004). As sementes de pinhão manso são ortodoxas (HELLER, 1996), ou seja, toleram desidratação em baixos níveis de umidade e podem ser armazenadas em locais com temperaturas baixas.

Figura 2.4 – Ilustração de sementes do pinhão manso (*Jatropha curcas* L.), Oeste da África, 2006.



Fonte: Nunes (2007).

O principal objetivo para o cultivo do pinhão manso é a extração do óleo que é utilizado como matéria-prima para a produção de biodiesel. Segundo Carnielli (2003), é possível obter duas toneladas de óleo por hectare, o qual pode ser produzido por até 40 anos. Os autores Arruda et al. (2004), asseguram que a planta é uma produtora de óleo com características favoráveis à transformação do biocombustível, por ser perene e de fácil manejo, e por proporcionar boa conservação da semente obtida.

De acordo com Rocha (2015), a planta do pinhão-manso apresenta período fenológico de colheita que varia em função da sua idade e do período em que o campo foi implantado. Vale ressaltar, que os frutos são colhidos posterior à maturação. Sabe-se que o rendimento da colheita do pinhão manso está diretamente relacionado com a idade da planta, no período de sua produção, no primeiro ano e segundo rende 100 kg de grãos, no terceiro rende 200 kg de grãos e já do quarto ano e seguintes rende 275 kg de grãos.

Era usado na fabricação caseira de sabão, na iluminação de casas, no emprego medicinal como purgante, na indústria de cosméticos, adubo orgânico (torta), entretanto, seu maior atributo é o alto teor de óleo extraído das sementes usado como fontes de energia aliado à característi-

ca de queimar sem fazer fumaça (SATURNINO et al., 2005). O pinhão manso tem sido estudado para aplicações na biotecnologia como, por exemplo, a produção de enzima por fermentação em estado-sólido (SSF), a partir da torta da semente sem óleo (MAHANTA; GUPTA; KHARE, 2008). Outra utilização é no controle de pragas agrícolas (GEORGES et al., 2008).

Outra finalidade para a plantação de pinhão manso é com relação à conservação da natureza, pois a planta controla a erosão, a recuperação de áreas degradadas, na contenção de encostas de dunas. Ademais, é usada como cerca viva em divisas internas e nos limites de propriedades rurais (DURÃES; LAVIOLA; ALVES, 2012; SATURNINO et al., 2005). A torta que resta da prensagem das sementes é um fertilizante rico em nitrogênio, potássio, fósforo e matéria-orgânica, porém, não é indicada para o uso na alimentação de animais, sem tratamento apropriado. As cascas dos pinhões podem ser utilizadas como carvão vegetal e matéria-prima na fabricação de papel e alimentação de caldeiras para produção de vapor e bioeletricidade (SATURNINO et al., 2005).

Ferrari et al. (2009) analisaram a composição química em acesso de pinhão manso nas mais diversas origens. Observa-se, pela Tabela 2.3, as caracterizações físico-químicas das amostras do fruto de pinhão manso.

Tabela 2.3 – Média da caracterização dos frutos do pinhão manso

Características	Pinhão manso (%)
Umidade	06,33
Óleo	38,00
Proteína	15,11
Cinzas	03,56
Fibra	15,00
Carboidrato	22,00
Total	100,00

Fonte: Adaptado de Beltrão et al. (2006).

Sabe-se que, com o estímulo da utilização das energias renováveis, especialmente com evidências para os biocombustíveis, em substituição aos de origem fóssil, aponta-se a utilização do biodiesel que pode ser produzido do pinhão manso. Dessa maneira, destacam-se alguns pontos com relação às vantagens e desvantagens do cultivo racional dessa cultura (Tabela 2.4).

Tabela 2.4 – Vantagens e Desvantagens do cultivo de pinhão manso

Vantagens	Desvantagens
Teor elevado de óleo nas sementes;	A maturação dos frutos é muito desuniforme;
Adapta-se bem em solos bons e também em solos degradados;	Falta de investimento com relação as instituições bancárias;
Baixo custo de produção;	Suas sementes são tóxicas;
Apresenta boa tolerância à seca;	Conhecimento técnico é limitado;
O porte da planta facilita a colheita;	Não existe programa de melhoramento genético;
Possibilidade de consorciamento com culturas alimentares;	Não existe lavoura estabelecida com pelo menos 5 anos;

Fonte: Adaptado de Beltrão et al. (2006).

Para uma espécie que ainda está em fase de domesticação, a compreensão da sua fenologia contribuiria no estabelecimento de prática de gestão para aumentar a produtividade (AMORIM et al., 2009). Entre as características da planta relacionadas à produção, o estudo da altura é importante, porque contribui com sua diversidade, adaptabilidade, efeito de competição e etc (LAVIOLA et al., 2010).

Dessa maneira, uma técnica usada para estudar o padrão de altura de plantas é a curva de crescimento que utiliza modelos lineares e não lineares. Nesse caso, o uso dos modelos não lineares destaca-se por, geralmente, possuir interpretação prática direta.

2.3 Modelos de regressão

A análise de regressão é uma das técnicas estatísticas mais usadas, cujo objetivo é modelar a relação entre variáveis por meio de funções matemáticas com a inclusão da parte aleatória. Diversas áreas aplicam essa técnica, como por exemplo, física, biologia, economia entre outras (HOFFMANN, 2015).

De acordo com Draper e Smith (1998), a análise de regressão é usada para a obtenção da função dos valores de uma variável resposta explicada por uma ou mais variáveis independentes. A relação matemática entre essas variáveis é representada por meio da seguinte expressão:

$$Y = f(\mathbf{X}_i) = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

em que Y representa a variável resposta e \mathbf{X}_i representa as variáveis independentes.

Com isso, ao utilizar f é possível prever o valor Y para um dado conjunto de valores de \mathbf{X}_i . A diferença entre os modelos matemáticos e estatísticos é a inclusão do erro. Como pode ser visto na equação 2.1

$$Y = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + e, \quad (2.1)$$

em que o Y é o vetor das variáveis respostas; \mathbf{X} representa o vetor de variáveis independentes; $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de parâmetros; e é o vetor do erro aleatório;

De acordo com Rawlings, Pantula e Dickey (1998), os modelos de regressão podem ser classificados como:

- **Lineares:** são os modelos em que as derivadas parciais em relação a qualquer parâmetro não dependem de nenhum parâmetro. Tem-se, por exemplo:

- Modelo linear simples

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + e_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_0} = 1 \text{ e } \frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = X.$$

- Modelo quadrático

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + e_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_0} = 1, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = X \text{ e } \frac{\partial Y}{\partial \beta_2} = X^2.$$

- **Não lineares:** quando pelo menos uma das suas derivadas parciais depende de algum parâmetro, ou seja, não são lineares em seus parâmetros.

- Modelo

$$Y_i = \text{sen}(\beta_0 + \beta_1 X) + e_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_0} = X \cos(\beta_0 X + \beta_1) \text{ e } \frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = \cos(\beta_0 X + \beta_1)$$

- Modelo Logístico

$$Y_i = \frac{\beta_0}{(1 + \exp(\beta_2(\beta_1 - x)))} + e_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_0} = \frac{1}{(1 + \exp(\beta_2(\beta_1 - x)))},$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = -\frac{\beta_0 \beta_2 \exp(\beta_2(\beta_1 - x))}{(1 + \exp(\beta_2(\beta_1 - x)))^2}$$

$$e \frac{\partial Y}{\partial \beta_2} = \frac{\beta_0(\beta_1 - x) \exp(\beta_2(\beta_1 - x))}{(1 + \exp(\beta_2(\beta_1 - x)))^2}.$$

- **Linearizáveis:** são modelos não lineares que podem ser linearizados através de transformações em uma ou em ambas variáveis (tanto para resposta quanto para independente), como por exemplo, a transformação logarítmica.

– Modelo

$$Y_i \beta_0 + \exp(\beta_1 X) e_i = \ln(Y) = \ln(\beta_0) + \beta_1 X + \ln(e_i).$$

2.3.1 Modelos de regressão não linear

Grande parte dos fenômenos podem ser descritos, por meio de um modelo de regressão linear, porém outros fenômenos como os biológicos podem ser descritos por um modelo de regressão não linear, isso porque a taxa de crescimento da planta eleva-se em sua fase inicial e diminui, ao longo do tempo, tendendo a uma estabilidade na fase adulta. Tal comportamento pode ser caracterizado por uma curva em formato de “S”, também é conhecida como curva sigmoide ou sigmoidal, a qual, geralmente, é bem ajustada pela regressão não linear (MISCHAN; PINHO, 2014).

Conforme Archontoulis e Miguez (2015), os modelos não lineares são os mais usados na curva de crescimento, pois apresentam a vantagem em relação aos lineares por serem modelos parcimoniosos, ou seja, possuem um menor número de parâmetros, além disso, os parâmetros são biologicamente interpretáveis.

Os modelos não lineares são, frequentemente, utilizados por pesquisadores nas mais diversas áreas do conhecimento. Uma forma para representar, dada por Draper e Smith (1998) é:

$$Y_i = f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\varepsilon}_i$$

em que Y_i é o valor da i -ésima observação, $\boldsymbol{\beta}$ é o conjunto de parâmetros do modelo, $f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\beta})$ é a forma funcional conhecida, \mathbf{X}_i é o vetor de variáveis independentes para i -ésima variável e

ε_i é o erro aleatório, no qual por pressuposição seja independente e identicamente distribuído com distribuição normal com média zero e variância constante (σ^2).

De acordo com Seber e Wild (2003), a análise de dados sobre crescimento é de interesse em várias áreas do conhecimento. Entre essas áreas, pode-se mencionar a biologia, na qual, o interesse está na descrição do crescimento dos animais e plantas para a compreensão dos organismos. Com relação à agricultura, são evidentes as vantagens financeiras e administrativas, pois com essa análise pode-se conhecer como a produção cresce, o quão rápido está crescendo e como alguns fatores reagem a condições ou tratamentos ambientais.

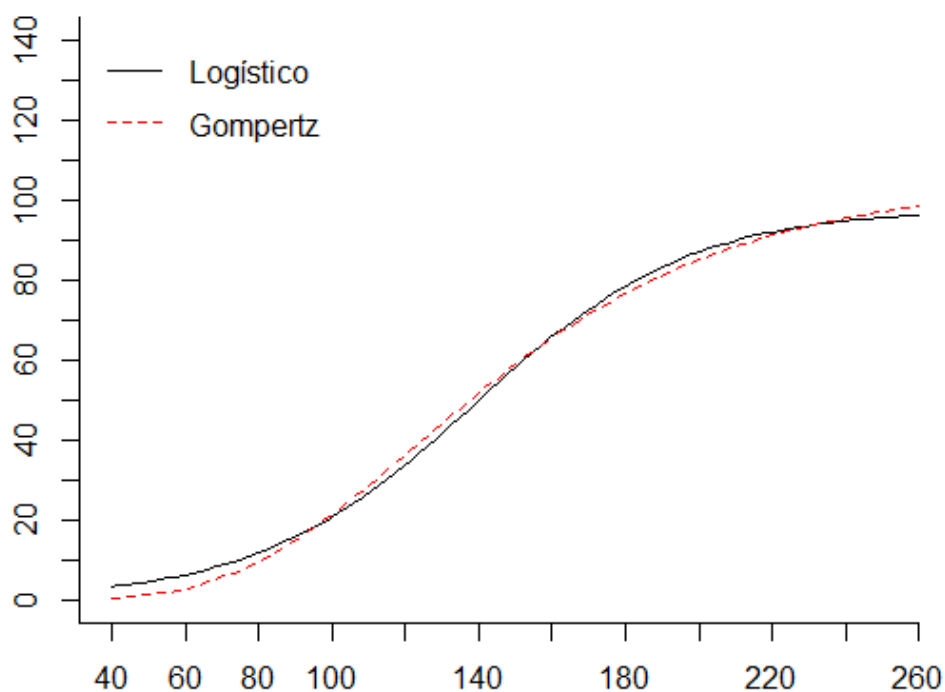
Vários modelos podem descrever o crescimento de culturas, dentre eles, os modelos não lineares como Logístico, von Bertalanfy, Gompertz e Richards, pois esses modelos têm comportamento de uma curva sigmoideal, esse tipo de comportamento é característico de estudo com caju, feijão, milho e entre outras cultivares de crescimento.

Os modelos Logístico e Gompertz, considerando três parâmetros têm sido os mais utilizados e com bons ajustes, em curvas de crescimento de vegetais, como em Pereira et al. (2016) que estudaram a altura do cafeiro. Ribeiro et al. (2018) utilizaram para descrever o crescimento de frutos de pereira cultivar 'Shinseiki'. Já Melo et al. (2017) ajustaram os modelos Logístico e Richards para descrever o crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes de *Eucalyptus* sp., Lima et al. (2017) ajustaram os modelos Logístico e Gompertz para a descrição do acúmulo de boro no feijoeiro do cultivar Jalo e concluíram que o modelo Logístico apresentou um bom ajuste. Fernandes et al. (2014) obtiveram um ajuste satisfatório desses modelos, para a curva de crescimento do fruto do cafeeiro.

No entanto, os modelos Logístico e Gompertz, com quatro parâmetros, vem sendo utilizado nas mais diversas áreas do conhecimento, desde a saúde como na agricultura. Cameron et al. (2015) ajustaram modelos lineares e não lineares (Logístico, Gompertz e Richards com quatro parâmetros) em dados longitudinais (Estudo Longitudinal Nacional da Juventude). Já Paine et al. (2012) mostraram os comportamentos dos modelos para quatro parâmetros do Logístico e Gompertz. Gurgel et al. (2011) ajustaram um modelo sigmoide com quatro parâmetros para o crescimento do pinhão manso. Por sua vez, Marson (2010) ajustou um modelo sigmoideal, com quatro parâmetros para a identificação do limiar de fadiga eletromiográfico (EMGLF) do músculo bíceps femoris (caput longum) em contrações isométricas crescentes. Os autores, Orfao et al. (2008), analisaram curvas pulmonares de pressão-volume (curvas P-V) de pacientes com lesão pulmonar aguda, por meio do modelo sigmoide com quatro parâmetros.

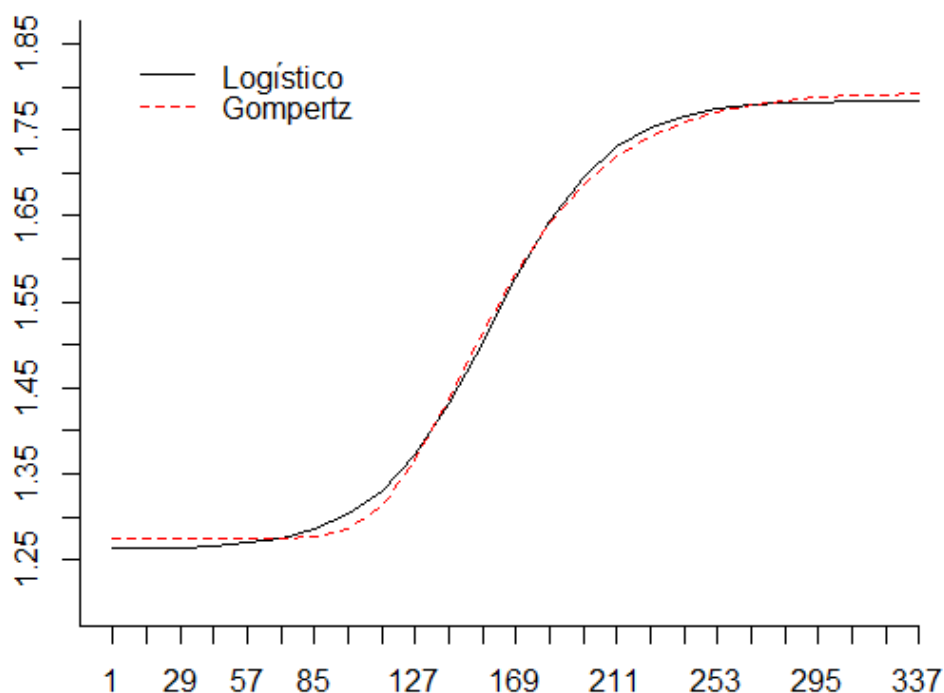
Nos modelos não lineares com três parâmetros, a assíntota horizontal inferior é fixada em zero (Figura 2.5). Já os modelos com quatro parâmetros (Figura 2.6) suaviza essa restrição. Para alguns conjuntos de dados, a flexibilidade adicional da versão de quatro parâmetros aumenta bastante a variação explicada pelo modelo (PINHEIRO; BATES,2000). Com quatro parâmetros, o modelo permite que o crescimento inicial rápido diminua, sem impor condições estritamente assintóticas. Esse modelo também é valorizado, porque seus parâmetros são biologicamente interpretáveis (THORNLEY; FRANCE, 2007).

Figura 2.5 – Modelos Logístico e Gompertz com três parâmetros.



Fonte: Da autora (2020).

Figura 2.6 – Modelos Logístico e Gompertz com quatro parâmetros.



Fonte: Da autora (2020).

Para os estudos de modelos não lineares nos quais a medida foi realizada, ao longo do tempo, em que existe dependência entre as observações, casos análogos obtiveram bons ajustes, usando os modelos Logístico e Gompertz como foi descrito por Pereira et al. (2016) com cafeeiro, Muniz, Nascimento e Fernandes (2017) com frutos de cacau, Mangueira et al. (2016) com a cultura de milho, Muianga et al. (2016) com cajueiro e Cassiano e Sáfadi (2015) em crescimento animal.

Dentre os diversos modelos existentes, serão apresentados os modelos não lineares Logístico e Gompertz com quatro parâmetros.

2.3.2 Modelo Logístico com quatro parâmetros

De acordo com Cameron et al. (2015), o modelo Logístico com quatro parâmetro é dado por:

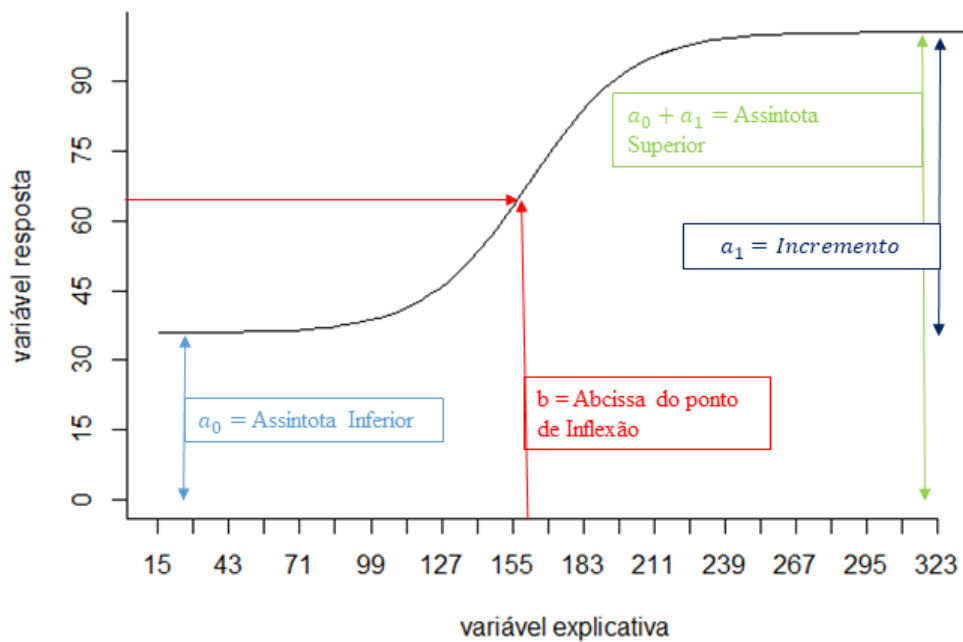
$$Y_i = a_0 + \frac{a_1}{1 + e^{-k(x_i - b)}} + \varepsilon_i$$

em que, a_0 é o ponto inicial de crescimento; a_1 é o valor esperado do incremento para o crescimento máximo do objeto em estudo; b é a abscissa do ponto de inflexão; k é um índice associado

ao crescimento; x_i é o valor observado da variável explicativa; ε_i é o erro aleatório atribuído ao modelo, o qual por pressuposição seja independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com distribuição normal com média zero e variância σ^2 .

Na Figura 2.7, tem-se a representação gráfica do modelo logístico de quatro parâmetros para a parametrização adotada.

Figura 2.7 – Representação gráfica para o modelo Logístico de quatro parâmetros



Fonte: Adaptado de Straetemans (2012).

2.3.3 Modelo Gompertz com quatro parâmetros

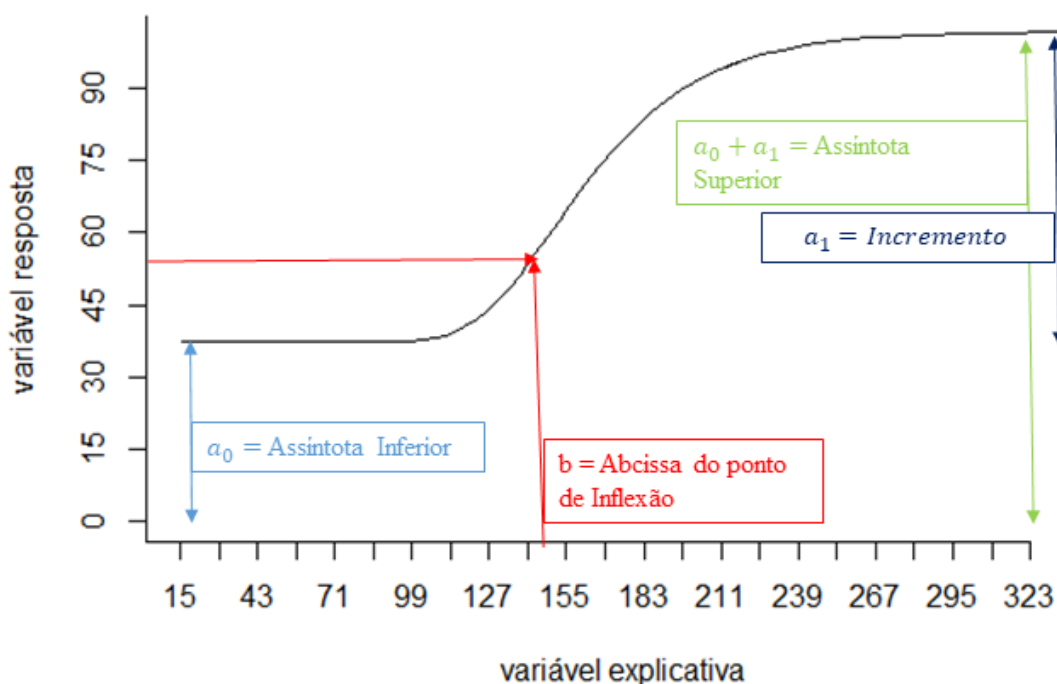
Conforme a parametrização usada por Cameron et al. (2015), o modelo Gompertz com quatro parâmetros é dado por:

$$Y_i = a_0 + a_1 e^{-e^{-k(x_i-b)}} + \varepsilon_i$$

em que, a_0 é o ponto inicial de crescimento; a_1 é o valor esperado do incremento para o crescimento máximo do objeto em estudo; b é a abscissa do ponto de inflexão; k é um índice associado ao crescimento; x_i é o valor observado da variável explicativa; ε_i é o erro aleatório atribuído ao modelo, o qual, por pressuposição, seja independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com distribuição normal com média zero e variância σ^2 .

Tem-se a representação gráfica na Figura 2.8 do modelo Gompertz de quatro parâmetros para a parametrização adotada.

Figura 2.8 – Representação gráfica para o modelo Gompertz de quatro parâmetros



Fonte: Adaptado de Straetemans (2012).

2.4 Estimação dos parâmetros em modelos não lineares

Diferentes métodos podem ser usados na estimação dos parâmetros em modelos de regressão não linear, sendo o mais usado o dos mínimos quadrados. Esse método nos proporciona o sistema de equações normais não lineares, porém o sistema não possui uma solução explícita, ou seja, recorre-se à necessidade do uso de métodos iterativos para a obtenção da solução.

Com relação aos métodos iterativos, segundo Bates e Watts (1988), existem diversos como o de Gauss-Newton, Steepest-Descent, Marquardt e outros, sendo o de Gauss-Newton o mais utilizado (CARNEIRO et al., 2014; FERNANDES et al., 2015; SOUZA, 2007; ZEVIANI et al., 2012).

Já para o caso em que os dados sejam obtidos, ao longo do tempo, pode ocorrer de os resíduos serem correlacionados, devendo-se considerar parâmetros de autocorrelação no processo de estimação (CASSIANO; SÁFADI, 2015).

Conforme Draper e Smith (1998), os modelos de regressão podem ser classificados de acordo com a estrutura dos seus erros em: modelos ordinários, aqueles cuja estrutura dos erros não violam nenhuma das pressuposições, ou seja, $\epsilon \sim N(0, I\sigma^2)$ e modelos ponderados, cuja estrutura dos erros violam a pressuposição de homogeneidade (homoscedasticidade) de variân-

cia, $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, D\sigma^2)$, sendo D uma matriz diagonal, positiva definida, em que os elementos da diagonal que ponderam a variância. Já os modelos generalizados são os que violam a pressuposição de independência ou/e a de homogeneidade de variância, $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, W\sigma^2)$. Dessa maneira, tem-se que os erros são correlacionados e, possivelmente, heteroscedásticos, em que W é uma matriz simétrica positiva definida que representa as variâncias e covariância dos erros.

Considera-se o modelo matricial dado pela equação 2.2. Como pode ser visto, um modelo não linear é definido por :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.2)$$

em que,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}; \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} f(X_1, \boldsymbol{\beta}) \\ f(X_2, \boldsymbol{\beta}) \\ \vdots \\ f(X_n, \boldsymbol{\beta}) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

em que \mathbf{Y} é um vetor da variável resposta, $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ é o vetor que contém a forma funcional conhecida e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor de erro aleatório associado ao modelo.

Dessa forma, tem-se que o vetor de erro pode ser reescrito como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) \quad (2.3)$$

A soma dos quadrados dos resíduos (SQR) deverá ser minimizada, assim as estimativas dos parâmetros são obtidas por mínimos quadrados dado por:

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]' [\mathbf{Y} - \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]$$

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})'\mathbf{Y} + \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})'\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$$

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})'\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$$

Sabe-se que a estimativa de $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ do vetor de parâmetros $\boldsymbol{\beta}$ é obtida a partir das derivadas parciais que são igualadas a zero. Assim, tem-se que a derivada é dada por:

$$\frac{\partial SQR(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{Y}'\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})'}{\partial \boldsymbol{\beta}}\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})'\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}}.$$

De acordo com Bates e Watts (1988) e Draper e Smith (1998), essa minimização resulta em sistemas de equações normais, dado por:

$$\mathbf{J}'\mathbf{F}(\mathbf{X}, \hat{\boldsymbol{\beta}}) = \mathbf{J}'\mathbf{Y}$$

Assim, tem-se o sistema de equações normais não lineares. Como o sistema não possui solução explícita, pois $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ e \mathbf{J} dependem de $\boldsymbol{\beta}$, assim, não existe forma fechada para a solução $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, e assim sendo, torna-se necessário o uso de recurso computacional com a utilização de métodos iterativos para a obtenção da solução (DRAPER; SMITH, 1998).

2.4.1 Métodos iterativos

De acordo com Bates e Watts (1988), os métodos se diferenciam pela forma como $\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0$ é calculado para assegurar as atualizações no vetor de parâmetros, em que $\boldsymbol{\beta}^0$ é o vetor com valores iniciais. Conforme Lima et al. (2017), o critério básico do Gauss-Newton é $\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0 = (\mathbf{J}'\mathbf{J})^{-1}\mathbf{J}'\boldsymbol{\varepsilon}$, em que \mathbf{J} é a matriz de derivada parcial de \mathbf{F} em relação a $\boldsymbol{\beta}$.

Na utilização desses métodos, o algoritmo possivelmente vai convergir de acordo com a escolha de bons valores iniciais que podem ser obtidos, através do conhecimento básico do pesquisador sobre o fenômeno a ser estudado ou estudos anteriores do problema.

De acordo com Mazucheli e Achcar (2002), o método Gauss-Newton é um dos mais usado devido ao seu custo computacional que é inferior aos demais, pelo fato de não utilizar a hessiana da função. O método consiste em aproximações lineares para $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ a cada passo, por uma expansão da série de Taylor. Uma série de Taylor é uma expressão que permite o cálculo do valor de uma função por aproximação local através de uma função polinomial. Tem-se que:

$$T_1(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Suponha que $\boldsymbol{\beta}^0$ é uma aproximação de $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ por mínimos quadrados para um modelo não linear. Para $\boldsymbol{\beta}$ próximo de $\boldsymbol{\beta}^0$ ($\boldsymbol{\beta} \approx \boldsymbol{\beta}^0$), considera-se uma expansão da série de Taylor de primeira ordem como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^0) + \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}^0)(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0)$$

em que $\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial f(x_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j}$.

Definindo $\mathbf{e}(\boldsymbol{\beta})$ como sendo um vetor de resíduos pode-se escrever que como uma expansão de Taylor

$$\mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{Y} - \mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) \approx \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0) - \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0) \quad (2.4)$$

Com a finalidade de minimizar a soma dos quadrados dos resíduos $SQR(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta})' \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta})$, pelo método dos mínimos quadrados, deve-se substituir a equação 2.4 em $SQR(\boldsymbol{\beta})$ e então:

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) \approx [\mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0) - \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0)]' [\mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0) - \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0)]$$

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) \approx \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0)' \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0) - 2\mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0)' \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0) + (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0)' \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0 (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0)$$

Portanto, a $SQR(\boldsymbol{\beta})$ será minimizada quando

$$\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0 = [\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0]^{-1} \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0)$$

Assim, devido à aproximação de $\boldsymbol{\beta}^0$, a próxima aproximação é dada por:

$$\boldsymbol{\beta}^{0+1} = \boldsymbol{\beta}^0 + [\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0]^{-1} \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0) \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\beta}^1 = \boldsymbol{\beta}^0 + [\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^0]^{-1} \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^0 \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^0)$$

$$\vdots = \vdots$$

$$\boldsymbol{\beta}^i = \boldsymbol{\beta}^{i-1} + [\mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^{i-1} \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})^{i-1}]^{-1} \mathbf{F}'(\boldsymbol{\beta})^{i-1} \mathbf{e}(\boldsymbol{\beta}^{i-1}) \quad (2.6)$$

O processo (2.5) é conhecido como Método de Gauss-Newton e é repetido até obtenção da convergência, que pode ser obtida quando é definido um critério de parada. De acordo com Mazucheli e Achcar (2002), um critério para verificar a convergência é quando $|\boldsymbol{\beta}^i - \boldsymbol{\beta}^{i-1}| < \delta$, em que δ é algum valor fixo, por exemplo a função nls do R usa $\delta = 1e - 05$. Vale ressaltar que mesmo estabelecendo a parada do processo, a convergência não é garantida.

Para que o método iterativo alcance a convergência, é primordial a determinação dos valores iniciais, pois quanto melhor esses valores forem, menor será o número de iterações necessárias para atingir a convergência. Uma má escolha pode resultar em uma convergência para um mínimo local, ou mesmo, não convergir. Segundo Draper e Smith (1998), os valores iniciais podem ser baseados em qualquer informação disponível sobre o fenômeno em estudo. Além disso, uma outra opção seria a interpretação do comportamento de parâmetros analiticamente ou graficamente.

2.5 Análise de resíduos

Uma parte importante para a estatística é a análise de resíduos que verifica os pressupostos do modelo. Pode ser analisada graficamente ou através de testes estatísticos, como os de Shapiro-Wilk, Breusch- Pagan e Durbin-Watson para verificar as pressuposições de normalidade, homogeneidade de variância e independência, respectivamente.

O teste de Shapiro e Wilk (1965) é utilizado para a verificação do pressuposto de normalidade dos resíduos. No qual, as hipóteses do teste são:

H_0 : Os resíduos são provenientes de uma distribuição Normal.

H_1 : Os resíduos não são provenientes de uma distribuição Normal.

Já para verificar-se a homogeneidade de variância, foi usado o teste de Breuch e Pagan (1979), e suas hipóteses são:

H_0 : As variâncias dos resíduos são homogêneas;

H_1 : As variâncias dos resíduos não são homogêneas.

Para a independência, ou seja, verificar se existe presença de autocorrelação residual, usa-se o teste de Durbin e Watson (1950), em que suas hipóteses são:

H_0 : Os resíduos são independentes.

H_1 : Os resíduos não são independentes.

Quando os resíduos são autocorrelacionados, ou seja, são dependentes, deve-se ajustar um modelo considerando a estrutura dos erros autorregressivos (SOUZA, 2007).

Para a tomada de decisão dos testes, rejeita-se H_0 ao nível de significância α , se o valor-p for menor que α (valor-p < α).

2.6 Seleção dos modelos

Nas pesquisas, comumente usa-se o ajuste de vários modelos para a descrição de algum fenômeno, porém se faz necessário o uso de critério de seleção que permita ao pesquisador comparar e selecionar o modelo que melhor descreve os dados em estudo. Entre esses critérios, tem-se coeficiente de determinação ajustado, desvio padrão residual e critério de informação de Akaike corrigido.

2.6.1 Coeficiente de determinação ajustado

Conforme Draper e Smith (1998) e Ratkowsky e Gilles (1983), o coeficiente de determinação é usado em modelos não lineares para selecionar o melhor modelo. O coeficiente de determinação que é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT}$$

sendo que SQR é a soma do quadrado do resíduo e SQT é a soma do quadrado total, porém apresenta o inconveniente de não considerar no seu cálculo o número de parâmetros presente no modelo. Dessa maneira, uma alternativa é a utilização do coeficiente de determinação ajustado que usa uma ponderação em relação ao número de parâmetros do modelo sendo dada por:

$$R^2_{\alpha} = 1 - \frac{(n-1)(1-R^2)}{n-p}$$

em que n é o número de observações, p é o número de parâmetros presente no modelo e R^2 é o coeficiente de determinação. Dessa maneira, para o R^2_{α} quanto maior o seu valor melhor ajuste do modelo.

2.6.2 Desvio padrão residual (DPR)

O desvio padrão residual (DPR) é um valor que indica a distância entre os valores observados e ajustados a partir do modelo. O modelo que possui o melhor ajuste é aquele que apresenta o menor valor de DPR, a sua estimativa é dada por:

$$DPR = \sqrt{\frac{SQR}{n-p}}$$

em que n é o número de observações, p é o número de parâmetros e SQR é soma do quadrado de resíduos.

2.6.3 Critério de informação de Akaike corrigido

O critério de Akaike foi proposto por Akaike (1974) e é dada por:

$$AIC = n \ln \left(\frac{SQR}{n} \right) + 2p$$

em que n é o número de observações, p é o número de parâmetros e SQR é a soma de quadrado dos resíduos e \ln é o logarítmico natural.

O AIC pode ter um desempenho baixo quando houver muitos parâmetros em relação ao tamanho das amostras (SAKAMATO; ISHIGURO; KITAGAWA, 1986; SUGIURA, 1978). Sugiura (1978) derivou uma segunda ordem variante do AIC que denominou de critério de informação de Akaike corrigido (AICc).

$$AICc = AIC + \frac{(2p(p+1))}{(n-p-1)}$$

De acordo com Anderson e Burnham (2004), geralmente usa-se o AICc quando a relação $\frac{n}{p}$ é pequena (inferior < 40). Quanto menor o valor de AICc melhor ajuste do modelo aos dados.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Para a realização do presente trabalho, foram usados os dados referentes à altura de três acessos distintos do pinhão manso extraído de Gurgel et al. (2011), em que acessos são amostras de germoplasma que representam uma variabilidade genética da população e foram registradas em um banco de germoplasma, sendo que, um germoplasma é uma coleção de recurso genético que reúne material hereditário de uma espécie (PUIGNAU, 1996).

O experimento foi conduzido com acessos de pinhão manso, no segundo ano de desenvolvimento, estabelecido na área experimental da Embrapa cerrados em Planaltina, Distrito Federal - DF, Brasil. O clima é classificado como serra, tropical com inverno seco e verão chuvoso. A variação climática anual é: temperatura máxima de 28,5°C, 17°C mínimo e 22°C média. A precipitação total para o período foi de 1089,4 mm. O solo é classificado como latossolo com alto teor de argila.

Para este estudo, foram usados três acessos distintos de pinhão manso CNPAE-102 (tóxico, suscetível a oídio), CNPAE-169 (não tóxico, suscetível a oídio) e CNPAE-259 (tóxico, resistente ao oídio), ou seja, os acessos foram avaliados para resistência ao oídio. Na Figura 3.1, pode-se observar a planta infectada pelo oídio.

Figura 3.1 – a e b -Folhas e caule de pinhão-manso severamente infectados por *Oidium* sp.; c- Folhas cloróticas de pinhão-manso devido a colonização por *Oidium* sp.; d- Lesões na face abaxial de folha de pinhão-manso causadas por *Oidium* sp.



Fonte: Dianese e Cargnin (2008).

O período do ano para a realização das medições, foi de 21 de agosto de 2009 (dia 1) e terminou em 16 de julho de 2010 (dia 337), totalizando 25 observações. A altura da planta (AP) foi medida, quinzenalmente, a partir da base do tronco até o topo do ramo mais alto.

Para analisar a altura da planta em função dos dias após o início do ciclo fenológico, foram usados os modelos não lineares Logístico (3.1) e Gompertz (3.2) com quatro parâmetros, pois os parâmetros podem ser interpretados biologicamente, dessa forma, os modelos não lineares têm uma contribuição bastante importante para o desenvolvimento de alguns fenômenos de interesse do pesquisador.

$$Y_i = a_0 + \frac{a_1}{1 + e^{-k(x_i - b)}} + u_i \quad (3.1)$$

$$Y_i = a_0 + a_1 e^{-e^{-k(x_i - b)}} + u_i \quad (3.2)$$

em que Y_i é o valor observado da altura dado em metro (m); a_0 é o ponto inicial de crescimento; a_1 é o incremento alcançado pelo pinhão manso, b é abcissa do ponto de inflexão, ou seja, em que o crescimento da planta desacelera para um crescimento, estabilizando em seu valor máximo; k é o índice de maturidade; x_i refere-se ao tempo na i -ésima medição, dado em dias, após o início do ciclo fenológico; com $u_i = \varphi_1 u_{(i-1)} + \dots + \varphi_p u_{(i-p)} + \varepsilon_i$ sendo u_i o resíduo do ajuste no i -ésima medição, φ_1 é o parâmetro autorregressivo de primeira ordem; $u_{(i-1)}$ é o resíduo do ajuste no tempo anterior a i -ésima medição; φ_p é o parâmetro autorregressivo da p -ésima ordem; $u_{(i-p)}$ é o resíduo do ajuste em p tempo anterior a i -ésima medição; ε_i é o ruído branco com distribuição normal média zero e variância constante, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. No caso, de erros independentes os parâmetros φ_i serão nulos, logo tem-se que $u_i = \varepsilon_i$ (MAZZINI et al., 2005).

Para a análise de resíduos, ou seja, para verificar os pressupostos de normalidade, homogeneidade e independência dos modelos foram usados os testes de Shapiro-Wilk (shapiro.test), Breuch-Pagan (bptest) e Durbin-Watson (dwtest), respectivamente com suas funções no R.

Com os pressupostos validados, construíram-se os intervalos de confiança para os parâmetros, os quais são dados por:

$$IC(\beta_i)_{(1-\alpha)} = \hat{\beta}_i \pm t_{(v, \alpha/2)} \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\beta}_i)}$$

em que $\hat{\beta}_i$ corresponde à estimativa do parâmetro β_i ; $v = n - p$ é o grau de liberdade do resíduo; $t_{(v, \alpha/2)}$ é o quantil da distribuição t de Student; α é o nível de significância adotado; $\widehat{Var}(\hat{\beta}_i)$ é a estimativa da variância obtida a partir da matriz assintótica de variância e covariância e o IC são resultados para o limite inferior e superior (DRAPER; SMITH, 1998).

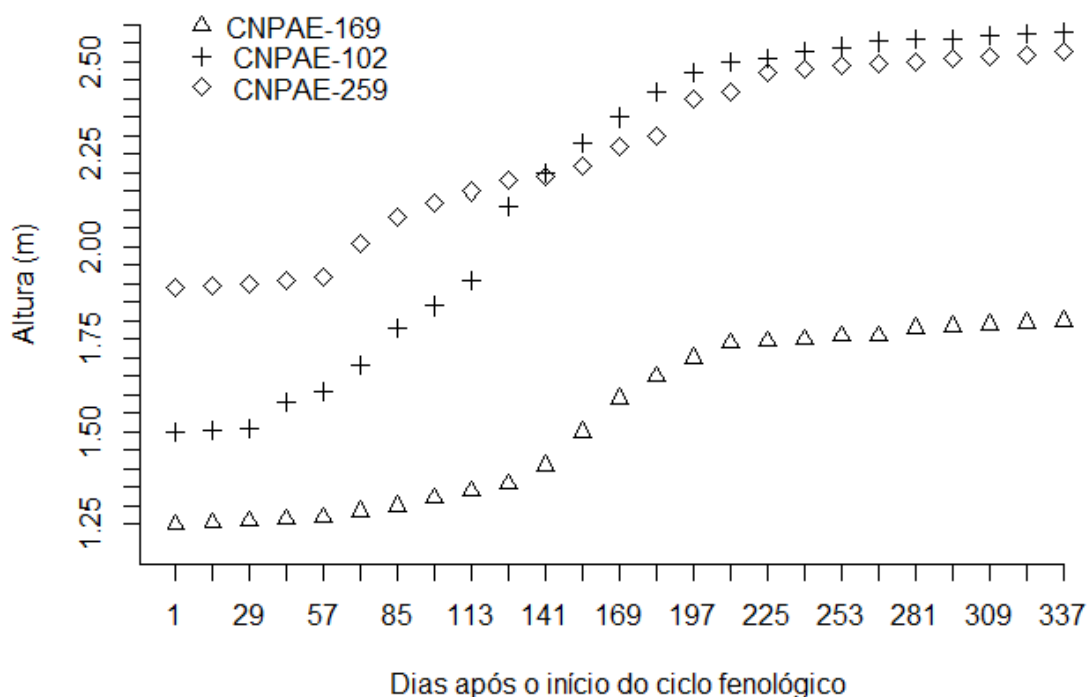
A comparação e avaliação dos ajustes dos modelos foram realizados através do critério de Akaike corrigido ($AICc$), desvio padrão residual (DPR), o coeficiente de determinação ajustado (R^2_α).

Os ajustes dos modelos de regressão não lineares, desde a estimação dos parâmetros até a construção gráfica foram feitos utilizando-se o *software* estatístico R (R CORE TEAM, 2019), considerando um nível de significância de 0,01, com a utilização dos pacotes *nlme*, *lmtest* e *AICcmodavg*.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Figura 4.1, pode-se verificar um comportamento sigmoidal do crescimento da altura da planta em relação aos dias após o início do ciclo fenológico dando indicativo para a utilização de um modelo não linear. Observa-se ainda, uma assíntota superior e inferior, sugerindo o uso de modelos não lineares com quatro parâmetros, concordando com Paine et al. (2012) e Stratemans (2012) que descreveram o comportamento do modelo de quatro parâmetros, em seus estudos com crescimento de plantas e com dados de dose-resposta, respectivamente, obtendo-se uma representação gráfica similar ao encontrado na Figura 4.1

Figura 4.1 – Representação gráfica da altura da planta dos acessos CNPAE-169, CNPAE-102, CNPAE-259 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico



Fonte: Da autora (2020).

Após o ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com quatro parâmetros foi realizada uma análise de resíduos para verificar suas pressuposições. Os resultados dos testes são apresentando na Tabela 4.1.

Conforme os resultados apresentados na Tabela 4.1, os pressupostos de normalidade e homogeneidade de variância foram atendidos ao nível de 1% de significância (valor- $p > 0,01$) para os três acessos CNPAE-169, CNPAE-102 e CNPAE-259, o que pode ser verificado pelos resultados do teste de Shapiro-Wilk (SW) e Breusch-Pagan (BP), respectivamente. Já por meio

do teste de Durbin-Watson (DW), verifica-se que a pressuposição de independência não foi atendida para os acessos CNPAE-169 e CNPAE-259.

Tabela 4.1 – Estatística e valores p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) utilizados para análise de resíduos para os modelos Logístico (L) e Gompertz (G) para altura da planta (m) dos acessos.

Acessos	Modelo	SW (valor-p)	BP(valor-p)	DW(valor-p)
CNPAE-169	L	0,952 (0,289)	4,690 (0,195)	0,590 (< 0,001)
	G	0,980 (0,897)	7,064 (0,069)	0,700 (< 0,001)
CNPAE-102	L	0,912 (0,034)	8,501 (0,036)	2,233 (0,454)
	G	0,891 (0,011)	5,572 (0,134)	1,457 (0,015)
CNPAE-259	L	0,966 (0,557)	8,499 (0,0367)	0,813 (<0,001)
	G	0,961 (0,441)	9,059 (0,028)	0,762 (<0,001)

Fonte: Da autora (2020).

A presença de autocorrelação residual, verificada na Tabela 4.1, indica que existe uma dependência entre as medidas das alturas das plantas, ao longo do ciclo fenológico nos acessos CNPAE-169 e CNPAE-259. De acordo com Mischan e Pinho (2014), ao realizar-se um estudo sobre o crescimento de um ser vivo, observando o mesmo indivíduo, ao longo do tempo, é indicado verificar se os resíduos são independentes. Além disso, quando existe uma dependência é realizada uma nova estimativa com adição de um parâmetro que seja capaz de captá-la.

Nesse estudo, ocorreu a necessidade da adição de um parâmetro autorregressivo para os acessos CNPAE-169 e CNPAE-259. Assim, recomenda-se refazer o ajuste do modelo pelo método dos mínimos quadrados generalizados, pois se faz necessária a incorporação desse parâmetro (AR(1)) diante da dependência residual. Ribeiro et al.(2018) mostraram a importância de modelar essa autocorrelação e incluí-la no modelo para garantir maior precisão nas estimativas. Muniz, Nascimento e Fernandes (2017) mostraram que incorporação do parâmetro de autocorrelação AR(1) reduziu o desvio padrão residual fornecendo estimativas mais confiáveis dos parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz, no estudo de crescimento do fruto de cacau. Resultados similares foram encontrados por Pereira et al. (2016) e Prado, Savian e Muniz (2013), que também observaram uma dependência residual nos ajustes de modelos não lineares aplicados a dados de crescimento em altura do cafeeiro e fruto de coqueiro anão verde.

Na Tabela 4.2, estão apresentadas as estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados, com os respectivos intervalos de confiança (IC) de 99% para a altura do pinhão-manso.

Tabela 4.2 – Estimativas e limites superior (LS) e inferior (LI) dos parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz, obtidos pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e pelo método dos mínimos quadrados generalizados (MQG, considerando erros autoregressivos de primeira ordem)

Variedade	Parâmetros	Logístico			Gompertz		
		LI	Est	LS	LI	Est	LS
CNPAE-169	a_0	1,234	1,268	1,303	1,191	1,298	1,404
	a_1	0,465	0,513	0,562	0,372	0,464	0,557
	b	152,908	159,612	166,315	147,734	154,644	161,553
	k	0,038	0,048	0,058	0,028	0,038	0,048
	φ_1	0,195	0,794	0,962	0,424	0,966	0,999
CNPAE-102	a_0	1,416	1,458	1,500	1,481	1,518	1,555
	a_1	1,061	1,113	1,164	1,022	1,074	1,126
	b	115,240	119,489	123,739	99,573	104,596	109,618
	k	0,026	0,029	0,032	0,018	0,021	0,024
	φ_1	-	-	-	-	-	-
CNPAE-259	a_0	1,647	1,813	1,978	1,778	1,874	1,970
	a_1	0,515	0,741	0,967	0,531	0,702	0,873
	b	100,422	131,606	162,789	87,127	113,602	140,078
	k	0,008	0,018	0,027	0,007	0,013	0,019
	φ_1	0,056	0,576	0,850	0,082	0,599	0,862

Fonte: Da autora (2020).

Pode-se observar que os ICs das estimativas de ambos os modelos não incluíram o zero, dessa forma, elas são válidas e importantes para o ajuste. Além disso, pelo teste t todos os parâmetros foram significativos (valor-p < 0,001).

Com base na Tabela 4.2, observa-se que os acessos do pinhão-manso apresentaram crescimento distinto:

- CNPAE-169 apresentou menor crescimento no período com um incremento de 0,513 m (Logístico) e 0,464 m (Gompertz), atingindo uma altura final de 1,781m (Logístico) e 1,762 (Gompertz) m no final do ciclo fenológico.
- CNPAE-102 apresentou um maior crescimento ao longo do período, um incremento (a_1) de 1,113 m (Logístico) e 1,074 m (Gompertz) e atingindo uma altura final ($a_0 + a_1 = a$) de 2,571 m (Logístico) e 2,592 m (Gompertz).
- CNPAE-259 apresentou comportamento intermediário de crescimento, atingindo 2,554m (Logístico) e 2,576 (Gompertz) no final do período, crescendo 0,741 m (Logístico) e 0,702 (Gompertz).

Gohil e Pandya (2009) observaram resultados similares para altura, em diferentes genótipos de pinhão manso e verificaram que esses parâmetros de crescimento podem ser usados na estimação de herdabilidade genética da planta e de tal forma acabará contribuindo na seleção de melhoramento de plantas.

Conforme Gurgel et al. (2011), essas estimativas não foram superestimados, pois a altura inicial foi de 1,80 m. Além disso, o resultado corroborou com Arruda et al. (2004) que mostraram que o pinhão-manso possui um crescimento rápido, atingindo a altura de 2 a 3 m quando adulto e podendo alcançar até 5 m em condições especiais.

De acordo com Santos et al. (2010), a fenologia e crescimento do pinhão-manso cultivado na zona da mata, do estado de Alagoas, apresentaram uma altura média de 147 cm para plantas dos 6 aos 21 meses de idade. Além disso, Ginwal, Rawat e Srivastava (2004) e Rao et al. (2008) também observaram resultados semelhantes para altura em diferentes genótipos de pinhão manso.

Já, Kurihara et al. (2012) avaliaram o crescimento de pinhão-manso em Latossolo vermelho distrófico e encontraram uma altura máxima de 262,4 cm ao 994 dias após o transplântio (DAT). Drumond et al. (2008) verificaram que plantas de pinhão manso com 12 meses de idade, cultivadas em área experimental de Petrolina-PE, apresentaram altura média de 1,6 m sem irrigação e 2,2 m com irrigação por gotejamento. Rosa et al. (2013) fizeram análise morfofisiológica de populações de pinhão-manso e obtiveram uma altura média de 158 cm e com desvio padrão de 4 cm para a região de Goiás.

Nunes et al.(2008), asseguram que ao trabalhar com o desenvolvimento vegetativo do pinhão-manso, no oeste da Bahia, aos 360 dias após o transplântio (DAT), que a altura média encontrada foi 120 cm. Já, Horschutz et al. (2012), aos 420 DAT que a média em sequeiro foi de 192,76 cm e de 209,45 cm com complementação hídrica.

Segundo Fernandes et al.(2014), o ponto de inflexão é quando ocorre a mudança de concavidade da curva, ou seja, a taxa relacionada ao crescimento passa de crescente para decrescente. Além disso, sabe-se que o modelo Logístico, o ponto de inflexão é alcançado quando 50% da altura do pinhão manso, já para o Gompertz é em 37%. Assim, para o ponto de inflexão foi obtidos os seguintes resultados:

- No Logístico obteve-se 159 dias para o CNPAE-169 , de 119 dias para o CNPAE-102 e 131 dias para o CNPAE-259.

- No Gompertz obteve-se 154 dias para CNPAE-169, 104 dias para o CNPAE-102 e 113 dias CNPAE-259

Os resultados obtidos associados à abscissa do ponto de inflexão (b) estão próximos aos encontrados por Gurgel et al. (2011) que obtiveram 152 dias para CNPAE-169, 114 dias para CNPAE-102 e 110 dias para CNPAE-259, respectivamente. Pode-se verificar que no modelo Gompertz o ponto de inflexão aconteceu um pouco antes do Logístico, pois não é simétrico em torno desse ponto.

Com relação ao parâmetro k que está relacionado com crescimento, de forma que maiores valores indicam que mais rápido se atinge o valor assintótico da altura, quando se compararam as estimativas do índice de maturidade (k), verificou-se pouca variação entre os modelos Logístico e Gompertz.

Baseando-se nos critérios de seleção, como pode ser visto na Tabela 4.3, o modelo Logístico apresentou maiores valores de R_{α}^2 para os acessos CNPAE-102 e CNPAE-169. Já, para o acesso CNPAE-259 tanto os valores de R_{α}^2 e DPR foram semelhantes para ambos os modelos.

Tabela 4.3 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico e Gompertz

Variedade	Logístico			Gompertz		
	R_{α}^2	DPR	AICc	R_{α}^2	DPR	AICc
CNPAE-169*	0,996	0,015	-152,760	0,981	0,041	-144,984
CNPAE-102	0,998	0,017	-124,252	0,996	0,023	-110,060
CNPAE-259*	0,986	0,027	-109,963	0,986	0,027	-110,264

* com adição de AR(1)

Fonte: Da autora (2020).

Os avaliadores da qualidade de ajuste indicam bons ajustes para ambos os modelos, no entanto, para o Logístico apresentou menor AICc e DPR para o acesso CNPAE-169 e 102. Já, com relação ao acesso CNPAE-259, pelo AICc, tem-se que o modelo Gompertz foi o mais adequado.

Com relação aos acessos CNPAE 169 e 102, o resultado é similar ao encontrado em Prado, Savian e Muniz (2013) que consideraram a estrutura residual adequada no ajuste dos modelos Logístico e Gompertz, com isso, concluíram que o modelo Logístico é o mais adequado para a descrição do crescimento.

Os gráficos dos ajustes dos modelos Logístico e Gompertz sem e com AR(1), com relação a altura dos três acessos ao longo do ciclo fenológico indicam um padrão de crescimento

sigmoidal com uma assíntota inferior e superior, de acordo com a Figura 4.2, 4.3 e 4.4. Pela análise gráfica, observa-se ainda que os dois modelos ajustaram-se bem aos dados.

Figura 4.2 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com AR(1) para altura do pinhão-manso do CNPAE-169

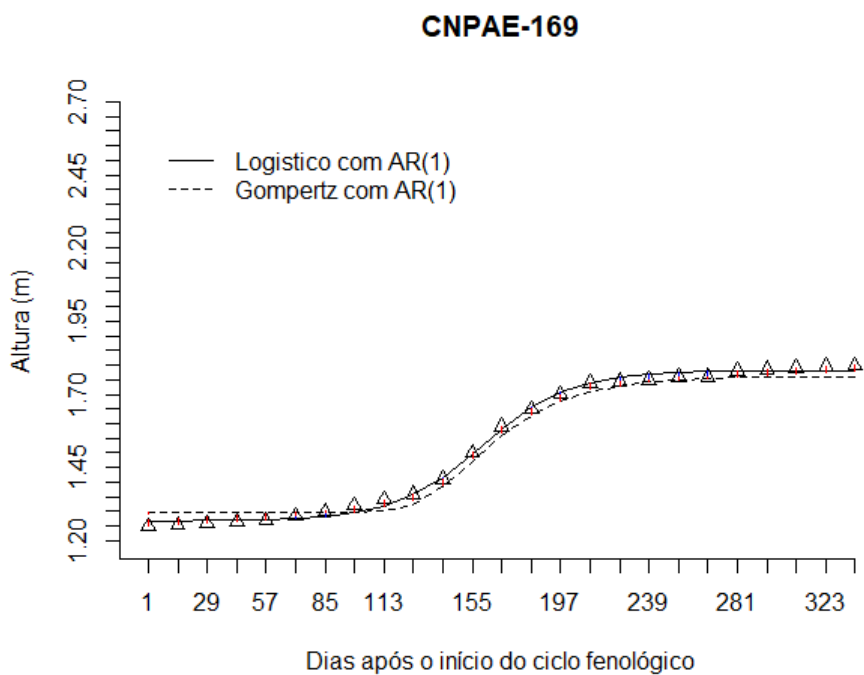


Figura 4.3 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz para altura do pinhão-manso do acesso CNPAE-102

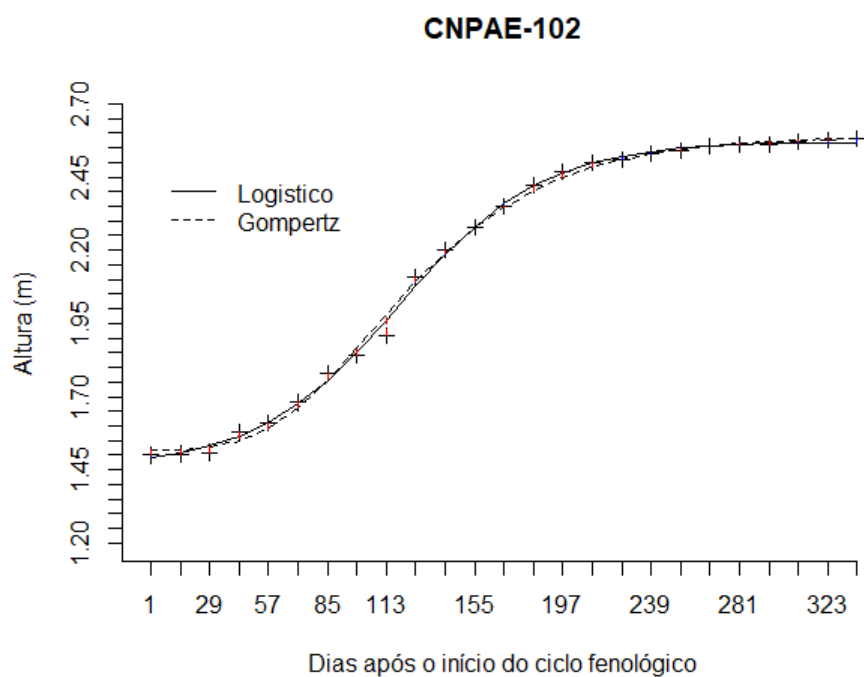
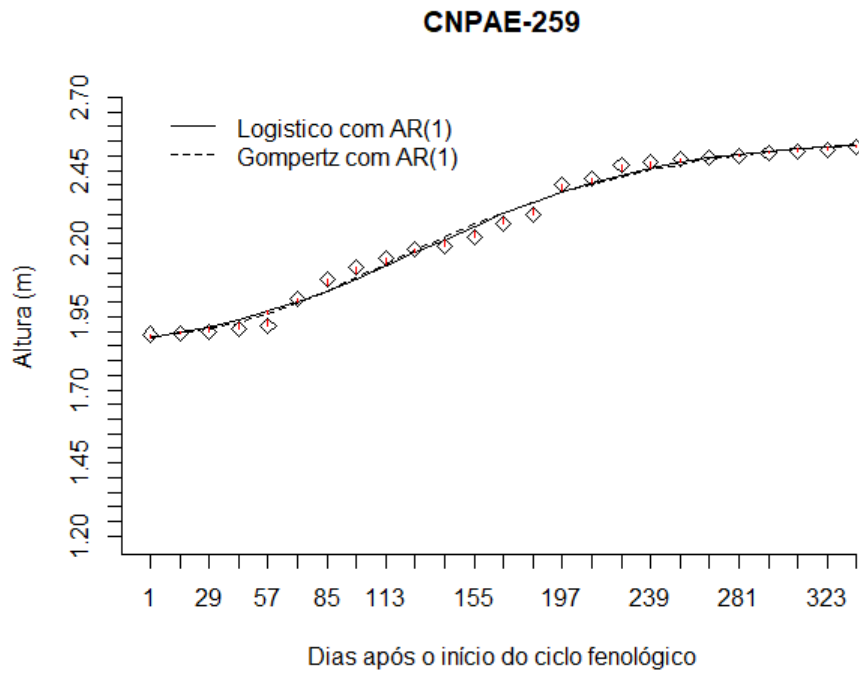


Figura 4.4 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com AR(1) para altura do pinhão-mansô do acesso CNPAE-259



Fonte: Da autora (2020).

5 CONCLUSÃO

Os três acessos apresentaram um padrão de crescimento sigmoidal característico de um modelo com quatro parâmetros. Os modelos Logístico e Gompertz foram adequados para descrever a altura dos acessos CNPAE-169, CNPAE-102 e CNPAE-259, em relação aos dias após o início do ciclo fenológico, sendo que a incorporação do parâmetro autorregressivo de primeira ordem em dois acessos (CNPAE-169 e CNPAE-259) forneceu ajustes satisfatórios com estimativas eficientes e mais confiáveis.

O modelo Logístico foi o mais adequado para descrever a altura do pinhão manso no acesso CNPAE-102. Enquanto o modelo Gompertz com AR(1) descreveu melhor o crescimento do acesso CNPAE-259. Já, o Logístico com AR(1) foi melhor para o acesso CNPAE-169.

Com o ajuste do modelo foi possível verificar que o acesso CNPAE-102 obteve um maior crescimento, enquanto o acesso CNPAE-259 apresentou comportamento intermediário e o acesso CNPAE-169 um crescimento menor. Os valores obtidos para altura máxima são próximos aos encontrados na literatura, no segundo ano de desenvolvimento da planta.

Os modelos não lineares com quatro parâmetros são importantes para análise de crescimento, pois se pode conhecer o comportamento da planta e, assim, tomar decisões eficientes referentes às práticas agrícolas adequadas e quanto à seleção para melhoramento genético. Além disso, esses modelos, geralmente, apresentam interpretações práticas.

REFERÊNCIAS

- ABDELGADIR, H.; JOHNSON, S.; VAN STADEN, J. Effect of foliar application of plant growth regulators on flowering and fruit set in *Jatropha curcas*: a potential oil seed crop for biodiesel. **South African Journal of Botany**, Pretoria, v. 76, n. 3, p. 75-391, Aug. 2010.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. In: _____. **Selected papers of Hirotugu Akaike**. New York: Springer, 1974. p. 215-222.
- ANDERSON, D.; BURNHAM, K. **Model selection and multi-model inference**. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 2004.
- ARCHONTOULIS, S. V.; MIGUEZ, F. E. Nonlinear regression models and applications in agricultural research. **Agronomy Journal**, Madison, v. 107, n. 2, p. 786-798, 2015.
- ARRUDA, F. P. et al. Cultivo de pinhão-manso (*Jatropha curcas* L.) como alternativa para o semi-árido nordestino. **Revista Brasileira de Oleaginosas e Fibrosas**, Campina Grande, v. 8, p. 789-799, 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ÓLEOS VEGETAIS. Capacidade instalada da indústria. Disponível em: <http://www.abiove.com.br/menu_br.html>. Acesso em: 19 mar. 2019.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: Wiley, 1988.
- BELTRÃO, N. M. et al. **Alerta sobre o plantio de Pinhão Manso no Brasil**. Campina Grande: EMBRAPA Algodão, 2006. (Documentos).
- BENICASA, M. M. P. **Análise de crescimento de plantas: noções básicas**. Jaboticabal: Ed. FUNEP, 2004.
- BERGMANN, J. C. et al. Biodiesel production in Brazil and alternative biomass feedstocks. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Golden, v. 21, p. 411-420, 2013.
- BRASIL. Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. **Anuário estatístico brasileiro**. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br>>. Acesso em: 10 dez. 2018.
- BRASIL. Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. **Dados estatísticos**. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/dados-estatisticos>> . Acesso em: 19 mar. 2019.

BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, Rio de Janeiro, v. 47, p. 1287-11294, 1979.

CAMERON, C. E. et al. Nonlinear Gompertz curve models of achievement gaps in mathematics and reading. **Journal of Educational Psychology**, Arlington, v. 107, n. 3, p. 789-804, 2015.

CARNEIRO, A. P. S. et al. Identidade de modelos não lineares para comparar curvas de crescimento de bovinos Tabapuã. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 49, n. 1, p. 57-62, jan. 2014.

CARNIELLI, F. O combustível do futuro. **Boletim Informativo – UFMG**, Belo Horizonte, v. 29, n. 1413, 2003. Disponível em: <<http://www.ufmg.br/boletim/bol1413/>>. Acesso em: 5 nov. 2019.

CARVALHO, B. C. L. et al. **Informações técnicas para o cultivo do pinhão-manso no Estado da Bahia**. Salvador: Ed. EBDA, 2009.

CASSIANO, F. R.; SÁFADI, T. Modelos de crescimento animal para tempos irregulares. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 50, n. 11, p. 1114-1119, nov. 2015.

DIANESE, A. C.; CARGNIN, A. **Ocorrência de *Oidium* sp. em pinhão-manso (*Jatropha curcas* L.) em Planaltina, DF**. Brasília, DF: EMBRAPA Cerrados, 2008. (Documentos). Folheto.

DIAS, L. A. S. et al. **Cultivo de pinhão-manso (*Jatropha curcas* L.): para produção de óleo combustível**. Viçosa, MG: Ed. UFV, 2007. 40 p.

DIVAKARA, B. N. et al. Biology and genetic improvement of *Jatropha curcas* L.: a review. **Applied Energy**, Amsterdam, v. 87, p. 732-742, 2010.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3rd ed. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

DRUMMOND, O. A. et al. **Cultura do pinhão manso**. Belo Horizonte: Ed. EPAMIG, 1984. 99 p.

DRUMOND, M. A. et al. Comportamento do pinhão manso no semi-árido brasileiro: resultado do 1. ano. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AGROENERGIA, 2008, Botucatu. **Anais...**

Botucatu: Ed. UNESP, 2008. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/161291/comportamento-do-pinhao-manso-no-semi-arido-brasileiro-resultado-do-1-ano>>. Acesso em: 10 dez. 2019.

DURÃES, F. O. M.; LAVIOLA, B. G.; ALVES, A. A. Potential and challenges in making physic nut (*Jatropha curcas* L.) a viable biofuel crop: the Brazilian perspective. **CAB Reviews**, London, v. 7, n. 43, p. 1-8, 2012.

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression: I. **Biometrika**, London, v. 37, p. 409-428, 1950.

FERNANDES, T. J. et al. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curvas. **Acta Scientiarum Technology**, Maringá, v. 37, p. 397-402, 2015.

FERNANDES, T. J. et al. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 207-215, 2014.

FERNANDEZ, R. Nicarágua biodiesel: el milagro del tempate. **Envio Digital**, Manágua, n. 143, p. 23-26, nov. 1993.

FERRARI, R. A. et al. Avaliação da composição química e de constituinte tóxico em acessos de pinhão-manso de diferentes origens. **Brazilian Journal of Food Technology**, Campinas, v. 12, n. 4, p. 309-314, 2009.

GEORGES, K. et al. Pest-managing activities of plant extracts and anthraquinones from *Cassia nigricans* from Burkina Faso. **Bioresource Technology**, Essex, v. 99, n. 6, p. 2037-2045, 2008.

GINWAL, H. S.; RAWAT, P. S.; SRIVASTAVA, R. L. Seed source variation in growth performance and oil yield of *Jatropha curcas* Linn. in Central India. **Silvae Genetica**, Frankfurt, v. 53, n. 4, p. 186-192, 2004.

GOHIL, R. H.; PANDYA, J. B. Genetic evaluation of *Jatropha curcas* Linn.) genotypes. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 47, n. 3, p. 221-228, 2009.

GURGEL, F. L. et al. Fenologia de pinhão-manso no cerrado brasileiro. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 35, n. 6, p. 1122-1131, nov./dez. 2011.

HELLER, J. **Physic Nut. *Jatropha curcas* L. promoting the conservation and use of underutilized and neglected crops**. Rome: IPGRI, 1996.

HERNÁNDEZ, M. S. et al. Behavior of arazá (*Eugenia stipitata* Mc Vaugh) fruit quality traits during growth, development and ripening. **Scientia Horticulturae**, Amsterdam, v. 111, p. 220-227, 2007.

HOFFMANN, R. **Análise de regressão: uma introdução à econometria**. Piracicaba: Ed. ESALQ/USP, 2015.

HORSCHUTZ, A. C. O. et al. Crescimento e produtividade do pinhão-mansô em função do espaçamento e irrigação. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 16, n. 10, p. 1093-1099, 2012.

KURIHARA, C. H. et al. Crescimento de pinhão-mansô em latossolo vermelho distrófico típico, em Mato Grosso do Sul. In: REUNIÃO BRASILEIRA DE FERTILIDADE DO SOLO E NUTRIÇÃO DE PLANTAS, 30.; REUNIÃO BRASILEIRA SOBRE MICORRIZAS, 14.; SIMPÓSIO BRASILEIRO DE MICROBIOLOGIA DO SOLO, 12.; REUNIÃO BRASILEIRA DE BIOLOGIA DO SOLO, 9.; SIMPÓSIO SOBRE SELÊNIO NO BRASIL, 1., 2012, Maceió. **Anais...** Viçosa, MG: Ed. SBCS, 2012. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/934952/crescimento-de-pinhao-manso-em-latossolo-vermelho-distrofico-tipico-em-mato-grosso-do-sul>>. Acesso em: 10 dez. 2019.

LAVIOLA, B. G. et al. **Caracterização do banco de germoplasma de pinhão-mansô: resultados do 1º ano de avaliação**. Brasília, DF: EMBRAPA Agroenergia, 2010. 8 p. (Embrapa Agroenergia. Comunicado Técnico, 3).

LIMA, K. P. et al. Uso de modelos não lineares na descrição no acúmulo de boro em diferentes partes do feijoeiro cultivar jalo. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 35, n. 4, p. 834-861, 2017.

LIMA, P. C. R. **O biodiesel no Brasil e no mundo e o potencial do estado da Paraíba**. Brasília, DF: Câmara dos Deputados, 2007.

LORENZI, H. **Árvores exóticas no Brasil: madeiras, ornamentais e aromáticas**. Nova Odessa: Instituto Plantarum de Estudos da Flora, 2003.

- MAES, W. H. et al. Plant-water relationships and growth strategies of *Jatropha curcas* L. seedlings under different levels of drought stress. **Journal of Arid Environments**, London, v. 73, n. 10, p. 877-884, 2009.
- MAHANTA, N.; GUPTA, A.; KHARE, S. K. Production of protease and lipase by solvent tolerant *Pseudomonas aeruginosa* PseA in solid-state fermentation using *Jatropha curcas* seed cake as substrate. **Bioresource Technology**, Essex, v. 99, n. 6, p. 1729-1735, 2008.
- MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 5, p. 1380-1386, 2009.
- MANGUEIRA, R. A. F. et al. Logist model considering different error distributions applied in maize height data. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 34, n. 2, p. 317-333, 2016.
- MARSON, R. A. Identificação da fadiga eletromiográfica em contrações isométricas crescentes. **Revista Digital**, Buenos Aires, ano 15, n. 146, jul. 2010. Disponível em: <<https://www.efdeportes.com/efd146/identificacao-da-fadiga-eletromiografica.htm>>. Acesso em: 10 dez. 2019.
- MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.
- MAZZINI, A. R. de A. et al. Curva de crescimento de novilhos Heroford: heterocedasticidade e resíduos auto-regressivos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 422-427, 2005.
- MELO, E. A. et al. Modelagem não linear da relação hipsométrica e do crescimento das árvores dominantes e codominantes de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 27, n. 4, p. 1325-1338, 2017.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. **Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.
- MUIANGA, C. A. et al. Descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 38, n. 1, p. 22-32, 2016.
- MUNIZ, J. A.; NASCIMENTO, M. D. S.; FERNANDES, T. J. Nonlinear models for description of cacao fruit growth with assumption violations. **Revista Caatinga**, Mossoró, v. 30, n. 1, p. 250-257, 2017.

NERY, A. R. et al. Crescimento do pinhão-manso irrigado com águas salinas em ambiente protegido. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 13, n. 5, p. 551-558, 2009.

NUNES, C. F. **Caracterização de frutos, sementes e plântulas e cultivo de embriões de pinhão-manso (*Jatropha curcas* L.)**. 2007. 78 p. Mestrado (Dissertação em Fitotecnia)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2007.

NUNES, C. F. et al. Diferentes suplementos no cultivo in vitro de embriões de pinhão manso. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 43, p. 9-14, 2008.

OLIVEIRA, A. D. de; SANTOS, J. C. O. Caracterização do biodiesel derivado do óleo de mamona. In: CONGRESSO ASSOCIAÇÃO NORTE-NORDESTE DE QUÍMICA, 1., 2007, Natal. **Anais...** Natal: ANNQ, 2007. Disponível em: <http://annq.org/congresso2007/trabalhos_apresentados/T54.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2019.

ORFAO, S. et al. Analysis of sigmoidal equations to describe the pulmonary pressure-volume curve in acute respiratory distress syndrome. **Open Critical Care Medicine Journal**, Sharjah, v. 1, p. 54-62, 2008.

PAINE, C. T. et al. How to fit nonlinear plant growth models and calculate growth rates: an update for ecologists. **Methods in Ecology and Evolution**, London, v. 3, n. 2, p. 245-256, 2012.

PEIXOTO, A. R. **fPlantas oleaginosas arbóreas**. São Paulo: Nobel, 1973. 284 p.

PEREIRA, A. A. et al. Modelagem não linear do crescimento em altura do cafeeiro irrigado e não irrigado em diferentes densidades. **Irriga**, Botucatu, v. 1, n. 1, p. 140-140, 2016.

PINHEIRO, J.; BATES, D. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2000.

PRADO, T. K. L.; SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A. Ajuste dos modelos Gompertz e Logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 43, n. 5, p. 803-809, 2013.

PUIGNAU, J. P. **Conservación de germoplasma vegetal**. Montevideo: IICA, 1996. 163 p.

- R CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2019. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Acesso em: 10 dez. 2019.
- RAO, G. R. et al. Genetic associations, variability and diversity in seed characters, growth, reproductive phenology and yield in *Jatropha curcas* (L.) accessions. **Trees**, Berlin, v. 22, n. 5, p. 697-709, 2008.
- RATKOWSKY, D. A.; GILES, D. E. A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: M. Dekker, 1983.
- RAWLINGS, J. O.; PANTULA, S. G.; DICKEY, D. A. **Applied regression analysis: a research tool**. 2nd ed. New York: Springer, 1998. 658 p.
- RIBEIRO, T. D. et al. The use of the nonlinear models in the growth of pears of 'Shinseiki' cultivar. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 48, n. 1, p. 1-7, 2018.
- ROCHA, M. A. M. **Instruções técnicas para a cultura do pinhão manso**. Vitória: Ed. Incaper, 2015. 28 p. (Documentos, 196).
- ROSA, V. do R. et al. Análise morfofisiológica de populações de *Jatropha curcas* L. In: WORKSHOP AGROENERGIA: MATÉRIAS PRIMAS, 7., 2013, Ribeirão Preto. **Anais...** São Paulo: Infobio, 2013. Disponível em: http://www.infobios.com/Agroenergia/CD_2013/Resumos/ResumoAgroenergia_2013_008.pdf. Acesso em: 10 dez. 2019.
- SAKAMOTO, Y.; ISHIGURO, M.; KITAGAWA, G. **Akaike information criterion statistics**. Dordrecht: D. Reidel, 1986.
- SANTOS, C. M. dos et al. Fenologia e crescimento do pinhão-manso cultivado na zona da mata do Estado de Alagoas, Brasil. **Scientia Agraria**, Curitiba, v. 11, n. 3, p. 201-209, 2010.
- SATURNINO, H. M. et al. Cultura do pinhão-manso (*Jatropha curcas* L.). **Informe Agropecuário**, Belo Horizonte, v. 26, n. 229, p. 44-78, 2005.
- SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. **Nonlinear regression**. New York: J. Wiley, 2003.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality: complete samples. **Biometrika**, Cambridge, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, 1965.

SOUZA, G. S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não linear** . Brasília, DF: EMBRAPA, 2007. 505 p.

STRAETEMANS, R. Nonlinear modeling of dose-response data. In: _____. **Modeling dose: response microarray data in early drug development experiments using R**. Berlin: Springer, 2012. p. 43-66.

SUGIURA, N. Further analysts of the data by Akaike's information criterion and the finite corrections: further analysts of the data by Akaike's. **Communications in Statistics: Theory and Methods**, Toronto, v. 7, n. 1, p. 13-26, 1978.

THORNLEY, J. H. M.; FRANCE, J. **Mathematical models in agriculture: quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences**. Boston: CABI, 2007.

ZEVIANI, W. M. et al. Modelos não lineares para a liberação de potássio de esterco animais em latossolos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 10, p. 1789-1796, 2012.