



JESÚS ALBERTO NUÑEZ

**INCIDÊNCIA DE RAIOS CÓSMICOS NAS CIDADES DE
LAVRAS E SAN LORENZO E O EFEITO DA ANOMALIA
MAGNÉTICA DO ATLÂNTICO SUL.**

LAVRAS – MG

2022

JESÚS ALBERTO NUÑEZ

**INCIDÊNCIA DE RAIOS CÓSMICOS NAS CIDADES DE LAVRAS E SAN
LORENZO E O EFEITO DA ANOMALIA MAGNÉTICA DO ATLÂNTICO SUL.**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Mestrado da Pós-Graduação em Física, área de concentração em Física de Partículas e Campos, para obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Luiz Cleber Tavares de Brito

Orientador

Prof. Dr. Jorge Andrés Molinas Insfrán (UNA)

Coorientador

LAVRAS – MG

2022

**Ficha catalográfica elaborada pela Coordenadoria de Processos Técnicos da Biblioteca
Universitária da UFLA**

Nuñez, Jesús Nuñez

Incidência de raios cósmicos nas cidades de Lavras e San Lorenzo e o efeito da Anomalia Magnética do Atlântico Sul. / Jesús Alberto Nuñez. – Lavras : UFLA, 2022.

86 p. : il.

Dissertação(mestrado acadêmico)–Universidade Federal de Lavras, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Cleber Tavares de Brito.
Bibliografia.

1.Múons. 2. Raios cósmicos. 3.Campo magnético. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

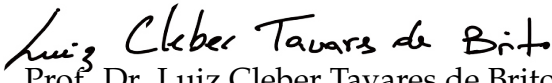
JESÚS ALBERTO NUÑEZ

**INCIDÊNCIA DE RAIOS CÓSMICOS NAS CIDADES DE LAVRAS E SAN
LORENZO E O EFEITO DA ANOMALIA MAGNÉTICA DO ATLÂNTICO SUL.
COSMIC RAYS INCIDENCE IN THE LAVRAS AND SAN LORENZO CITIES
AND THE EFFECT SOUTH ATLANTIC MAGNETIC ANOMALY.**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Mestrado da Pós-Graduação em Física, área de concentração em Física de Partículas e Campos, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 26 de Outubro de 2021.

Prof. Dr. Marco Aurélio Lisboa Leite USP
Prof. Dr. Joaquim Paulo Da Silva UFLA
Profa. Dra. Marcia Begalli UERJ


Prof. Dr. Luiz Cleber Tavares de Brito
Orientador

Prof. Dr. Jorge Andrés Molinas Insfrán (UNA)
Co-Orientador

LAVRAS – MG
2022

Dedico este trabalho aos meus familiares e amigos

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a toda minha família pela ajuda e apoio que me proporcionaram em todo o processo da realização do mestrado.

Ao meu orientador Luiz Cleber, pela oportunidade em orientar, por sua ajuda e apoio nos momentos mais difíceis e críticos ao longo do ano e contribuindo para o meu crescimento profissional.

Ao meu coorientador Jorge Molina, pela ajuda, apoio e contribuição de trabalhar com ele e por acreditar em mim. Sua participação foi muito importante para a realização desde trabalho.

Ao meus amigos de Paraguai e da UFLA pela constante ajuda e apoio durante o processo de mestrado na UFLA.

Agradeço a UFLA e ao DFI pela acolhimento e oportunidade que me proporcionaram durante a realização do mestrado.

Agradeço também à FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior) pelo apoio financeiro durante a realização do mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG).

RESUMO

Os raios cósmicos se dividem em dois tipos: raios cósmicos primários e raios cósmicos secundários. Os raios cósmicos primários chegam à Terra constantemente, sendo de origem solar, galáctica ou anômalos. Os raios cósmicos secundários são produtos da interação dos raios cósmicos primários com a atmosfera. A partir dessa interação com a atmosfera, são produzidas cascatas contendo diferentes tipos de partículas. Neste trabalho estudamos especificamente os múons atmosféricos através da simulação de cascatas produzidas a partir de prótons primários com energias fixas de 6 GeV e 1000 GeV. Obtivemos como resultado o primeiro estudo sobre a incidência de múons na cidade de Lavras, no estado de Minas Gerais, e comparamos os resultados com aqueles de outras localidades. Como produto das simulações, propomos uma explicação para o excesso de múons observados no hemisfério sul e sua relação com a anomalia do campo magnético terrestre existente nessa região

Palavras-chave: Raios cósmicos; múons; campo magnético

ABSTRACT

Cosmic rays are classified into two types: primary cosmic rays and secondary cosmic rays. Primary cosmic rays constantly reach Earth and are classified as follows: solar, anomalous and of galactic origin. These secondary cosmic rays are products of the interactions between the atmosphere and the primary cosmic rays. From these interactions the air shower of particles are produced. In this work atmospheric muons are studied by simulating protons as primary cosmic rays with energies of 6 *GeV* and 1000 *GeV*. This work presents the first result on the incidence of muons in the city of Lavras, state of Minas Gerais, in Brazil, compared to other locations. We use the simulation to propose and explanation to the excess in the expected number of muons in the Southern Hemisphere and its relationship to the South Atlantic Anomaly.

Keywords: Cosmic rays; muons;magnetic field

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação gráfica da abundancia relativa dos elementos químicos nos raios cósmicos em relação ao sistema solar	15
Figura 2.2 – Espectro de energia dos raios cósmicos primários	17
Figura 2.3 – Raios cósmicos anômalos: Os átomos neutros penetram a heliosfera e são ionizados (setas azuis). Ao entrar no sistema solar os átomos ionizados são defletidos pelo campo magnético interplanetário (seta branca), fluindo inicialmente no mesmo sentido radial do vento solar (seta vermelha).	18
Figura 2.4 – Fluxo de raios cósmicos em função da energia. A linha cheia em negrito representa os raios cósmicos galácticos numa atividade solar máxima. A linha cheia fina representa uma atividade solar mínima. A linha pontilhada representa os raios cósmicos solares	19
Figura 2.5 – Representação gráfica de um chuveiro atmosférico extenso	20
Figura 2.6 – Os raios cósmicos primários chegam na atmosfera (estrela vermelha) e produzem a cascata. Sua distribuição longitudinal é dada pela seta laranja dirigida para baixo, enquanto a distribuição transversal é indicada pelas setas na parte inferior da figura.	24
Figura 2.7 – Intensidade do campo magnético na Terra em diferentes localidades. As linhas do campo magnético são mostradas em vermelho.	25
Figura 2.8 – Movimento helicoidal de uma partícula carregada num campo magnético constante \vec{B}	26
Figura 2.9 – Linhas da rigidez geomagnética na Terra	28
Figura 2.10 – Representação gráfica do cinturão de Van Allen	29
Figura 2.11 – Representação da distorção do cinturão de Van Allen próximo a Terra	30
Figura 3.1 – Sistema de detecção de múons	33
Figura 4.1 – Direção considerada da partícula primaria em relação ao eixo zenital	34
Figura 4.2 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$	36
Figura 4.3 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade comparadas com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$	37

Figura 4.4 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade comparadas com o Polo Sul para $\theta = 45^\circ$	38
Figura 4.5 – Distribuição lateral de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$. A origem do sistema de coordenadas coincide com o núcleo da cascata.	39
Figura 4.6 – Distribuição da energia dos múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$	41
Figura 4.7 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$	42
Figura 4.8 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 45^\circ$	42
Figura 4.9 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$	43
Figura 4.10 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade comparadas com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$	45
Figura 4.11 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade para $\theta = 45^\circ$	45
Figura 4.12 – Distribuição transversal de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$. A origem do sistema de coordenadas coincide com o núcleo da cascata.	46
Figura 4.13 – Distribuição da energia dos múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$	48
Figura 4.14 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$	49
Figura 4.15 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 45^\circ$	49
Figura 4.16 – Distribuição longitudinal dos múons para cada localidade: Energia de 1000 GeV e $\theta = 0^\circ$	50
Figura 4.17 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade comparadas com o Polo Sul	51
Figura 4.18 – Distribuição transversal dos múons para cada localidade: Energia de 1000 GeV e $\theta = 0^\circ$	52

Figura 4.19 – Distribuição da energia dos múons para cada localidade: Energia de 1000 GeV e $\theta = 0^\circ$	53
Figura 4.20 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul	54
Figura 4.21 – Este gráfico apresenta uma recopilação de resultados das medições do fluxo vertical de múon para cada altitude. É notável que numa altitude menor o fluxo é menor	56
Figura 4.22 – Depressão na magnetosfera da Terra causada pelo cinturão de Van Allen. O efeito da depressão chega próximo à superfície da terra. . .	56
Figura 4.23 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade: fora da SAA com altitudes de interação (a) 15 km e (b) 20 km; nas localidades dentro da SAA foi fixada a altitude de 10 km.	58
Figura 4.24 – Distribuição de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 10 km e fora dela a 15 km	60
Figura 4.25 – Distribuição de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 10 km e fora dela a 20 km	60
Figura 4.26 – Distribuição transversal de múons para cada localidade fora da SAA (15 km) e dentro da SAA (10 km).	61
Figura 4.27 – Distribuição da energia de múons para cada localidade fora da SAA 15 km e dentro da SAA a 10 km	62
Figura 4.28 – Relação de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 10 km e fora dela a 15 km comparada com o Polo Sul	63
Figura 4.29 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade	65
Figura B.1 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade	77
Figura B.2 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade	78
Figura B.3 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade	78
Figura B.4 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade	79
Figura B.5 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade	79
Figura B.6 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade	80
Figura B.7 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade	81
Figura B.8 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade	81
Figura B.9 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade	82

Figura B.10–Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade	82
Figura B.11 –Distribuição lateral das partículas para cada localidade	83
Figura B.12–Distribuição da energia das partículas para cada localidade	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Características geográficas e magnéticas de cada localidade	31
Tabela 4.1 – Informações geográficas para cada localidade considerada.	35
Tabela 4.2 – Fluxo vertical de múon experimental medidos no Polo Sul (BAI et al., 2006), Paraguai (NUÑEZ; MOLINA, 2019), Campinas (FAUTH; A.C., 2007) e México (Yáñez; AGUILAR-AREVALO, 2021)	57

SUMÁRIO

1	Introdução	12
2	Fundamentação Teórica	15
2.1	Classificação dos raios cósmicos	15
2.1.1	Raios cósmicos galácticos (RCG)	16
2.1.2	Raios cósmicos anômalos (RCA)	17
2.1.3	Raios cósmicos solares (RCS)	18
2.1.4	Raios cósmicos secundários	19
2.2	Distribuições longitudinal e transversal	22
2.3	Raios cósmicos e o campo magnético	25
2.4	Anomalia Magnética do Atlântico Sul (SAA)	29
3	Simulador e detector utilizados	31
3.1	Simulador	31
3.2	Descrição do detector utilizado	32
4	Resultados	34
4.1	Simulações sem o efeito da anomalia magnética	35
4.1.1	Múons produzidos por prótons de 6 GeV com angulo de incidência $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$	35
4.1.2	Múons produzidos por próton de 1000 GeV e angulo de incidência $\theta = 0^\circ$	50
4.2	Efeitos da Anomalia Magnética do Atlântico Sul	54
4.2.1	Prótons de 6 GeV com incidência vertical ($\theta = 0^\circ$)	57
4.2.2	Prótons de 6 GeV com incidência vertical ($\theta = 0^\circ$) e altitude de 5 km . .	64
5	Discussão dos resultados e perspectivas	66
	REFERÊNCIAS	69
A	Apêndice	76
A.1	Código utilizado para a simulação	76
B	Apêndice	77
B.1	Energia de 6 GeV e $\theta = 0^\circ$	77
B.2	Energia de 6 GeV e $\theta = 45^\circ$	80
C	Apêndice	84
C.1	Previsão de múons aplicando relatividade especial	84

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, sabe-se que os raios cósmicos são partículas eletricamente carregadas, geralmente compostas por prótons (90%) e íons de carga predominantemente positiva, que atingem constantemente a Terra e podem ser afetados pelo seu campo magnético (GAISSER, 2001). No entanto, a natureza dos raios cósmicos não foi conhecida de forma imediata.

Historicamente, a pesquisa dos raios cósmicos possui muitos aspectos interessantes. O primeiro indício da existência dos raios cósmicos, em 1900, surgiu quando Wilson (WILSON, 1901), Geitel e Elster (ELSTER; GEITEL, 1900) construíram um eletroscópio para medir descargas elétricas na atmosfera. Posteriormente, em 1903, Rutherford e Cooke (RUTHERFORD; COOKE, 1903) e, independentemente, McLennan e Burton (MCLENNAN; BURTON, 1903), isolaram o eletroscópio de outras possíveis fontes de ionização e puderam concluir que a ionização gerada era proveniente de alguma fonte externa ao eletroscópio. Sobre a fonte causadora dessa ionização, Kurz sugeriu, em 1909, três possíveis origens: a) a radiação é extra-terrestre; b) a radiação é proveniente da crosta terrestre; c) a radiação é um efeito puramente atmosférico. A conclusão final de Kurz foi a de que os elementos radioativos presentes na crosta terrestre eram responsáveis pela ionização e descarga do eletroscópio (KURZ, 1909).

Theodor Wulf, em 1910, realizou um experimento na Torre Eiffel utilizando um eletroscópio melhorado e, com isso conseguiu medir a intensidade da radiação no solo e a uma altitude de 300 m (altura da Torre Eiffel). A partir dessas medidas, Wulf concluiu que a ionização descesse com a altitude, indício de que essa radiação poderia realmente ser proveniente do solo (WULF, 1909). Contudo, foi em 1912 que o físico Victor Hess, a bordo de um balão, utilizou três eletroscópios para medir o tempo de descarga em diferentes altitudes. Hess verificou que o tempo de descarga diminuiu com altitude, indicando maior ionização da atmosfera. Esse efeito lhe permitiu inferir que a radiação causadora do descarregamento dos eletroscópios parecia ser proveniente de fora da Terra. Em seu trabalho publicado em 1912, Hess escreveu: "The results of my observations are best explained by the assumption that radiation of very great penetrating power enters our atmosphere from above"¹ (HESS, 1912). Victor

¹ Os resultados das minhas observações são mais bem explicados pelo pressuposto de uma radiação de grande poder de penetração que entra na nossa atmosfera pela parte superior

Hess recebeu o prêmio Nobel de Física pela descoberta dos raios cósmicos em 1936 (NOBELPRIZE.ORG, 1964)

Nessa época, através de novos estudos, Andrews Millikan conclui que de fato a radiação responsável pelo descarregamento dos eletroscópios era proveniente do espaço, dando-lhe o nome de Raios Cósmicos. Depois dessas investigações, foram inventados os contadores Geiger-Müller, que possibilitaram um grande avanço nas pesquisas de raios cósmicos (ANGELIS; PIMENTA, 2018). A partir desse período, a compreensão do espaço interplanetário foi reformulada, contribuindo para isso pesquisas pioneiras como a do físico brasileiro César Lattes, que descobriu em 1947 a existência do méson pi (π) através de detecções no Monte Chacaltaya (Bolívia) utilizando o método de emulsão nuclear fotográfica. Esse foi um passo fundamental na compreensão do mundo sub-atômico (LATTES C., 1947) (SUNDARESAN, 2001).

O múon e o pósitron foram as primeiras de uma serie de partículas descobertas a partir dos raios cósmicos, detectadas inicialmente pela observação de registros de traços em câmaras de nuvens. Esse tipo de experimento permitiu também estudar decaimentos de píons em múons (ANDERSON, 1961). Atualmente sabe-se que os raios cósmicos produzem vários tipos de partículas e antipartículas (FRIEDLANDER, 2013).

Hoje encontram-se em atividade grandes colaborações em torno da detecção de raios cósmicos. Como exemplo, pode-se destacar: o *KASCADE Cosmic Ray*, que detecta raios cósmicos de 10 *PeV* até 2000 *PeV* (KASCADE, 2013); o detector Pierre de Auger, na Argentina, que consiste em uma combinação de detectores na superfície e detector de fluorescência que detecta os raios cósmicos altamente energéticos (COLLABORATION, 2015); a Rede Global de Detectores de Múons (ROCKENBACH et al., 2014); a Rede de Detectores de Nêutrons (MAVROMICHALAKI; AL, 2004). Além disso, satélites vem sendo utilizados na detecção dos raios cósmicos. Nessa classe pode-se mencionar, por exemplo, a colaboração *The Pamela mission*, que tem o propósito de estudar as componentes carregadas da radiação cósmica (GALPER, 2017).

Até onde sabemos, todas as partículas que compõem os raios cósmicos são descritas pelo modelo padrão de partículas elementares (GAISSER, 2001). Contudo, na maioria das vezes esses processos fundamentais não precisam ser levados em conta em todos seu detalhes, dado que o interesse central na observação de raios cósmicos está relacionados em aspectos como, por exemplo, a atividade geomagnética da Terra e

sua relação com a atividade solar. De fato, atualmente os estudos dos raios cósmicos concentram-se na forma como eles se propagam, a interação com o campo geomagnético e sua influência em fenômenos ligados aos processos atmosféricos de nosso planeta (ALOISIO, 2017).

O propósito deste trabalho é fazer um estudo da incidência de raios cósmicos na cidade de Lavras, MG, através de simulações computacionais e compará-los com dados experimentais e simulações de outras localidades. Os dados experimentais foram coletados no detector construído na Universidade Nacional de Assunção, no Paraguai. Os dados da simulação da cidade de Lavras foram também comparadas com simulações realizadas para as cidades de Tuxtla (México), San Lorenzo (Paraguai) e para o Polo Sul.

Atualmente a cidade de Lavras não existem dados sobre a incidência local de raios cósmicos. Na realidade, não é de nosso conhecimento a existência desses dados associados com qualquer localidade no Estado de Minas Gerais. Esse tipo de informação pode ter relevância prática, uma vez que já existem estudos avaliando a o efeito da incidência de raios cósmicos em organismos vivos (FURUKAWA, 2020) (STRAUME et al., 2014) (ATRI; MELOTT, 2017), tomografia interna da densidade da estrutura geológica, muongrafia de minas (HANG et al., 2020) (VESGA-RAMÍREZ et al., 2019) (DURHAM, 2018), além de efeitos atmosféricos na variação do clima (ROCHESTER, 1962) (CARSLAW; HARRISON; KIRKBY, 2002) (SVENSMARK, 1998). Desse modo, essa dissertação de mestrado abre uma interessante linha de pesquisa na UFLA.

A apresentação do trabalho está dividida da seguinte forma, na seção 2 estão sucintamente descritos os fundamentos teóricos necessários para uma compreensão básica do trabalho. Na seção 3 serão destacados a metodologia e os recursos computacionais utilizados. Na seção 4 serão apresentados os resultados obtidos. Finalmente, na seção 5, estão descritas as conclusões finais e algumas perspectivas.

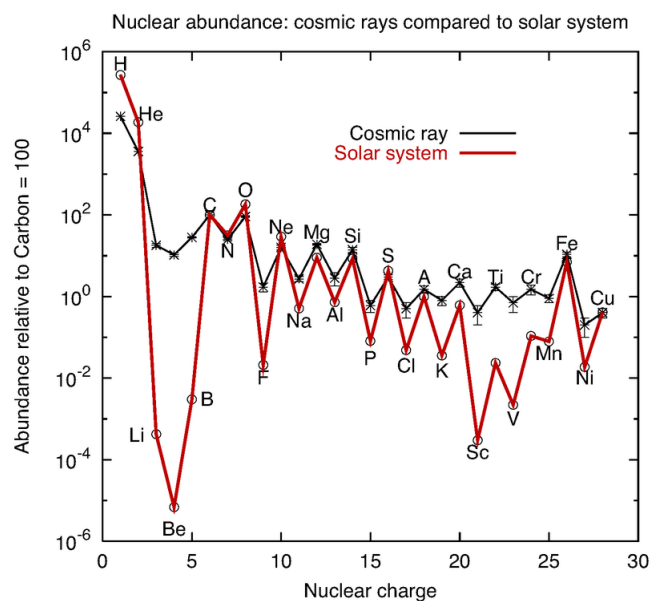
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção vamos apresentar os fundamentos teóricos necessários à boa compreensão dos resultados obtidos nas simulações desenvolvidas neste trabalho. Iniciaremos com a classificação detalhada dos diferentes tipos de raios cósmicos. Posteriormente, seguiremos com a apresentação das distribuições longitudinal e transversal, que servem para descrever quantitativamente as cascatas de raios cósmicos secundários. Finalizamos o capítulo com uma descrição do campo magnético terrestre e uma breve introdução à Anomalia Magnética do Atlântico Sul.

2.1 Classificação dos raios cósmicos

Atualmente, existem duas classificações para as partículas cósmicas: raios cósmicos primários e raios cósmicos secundários (DORMAN, 2004). Os raios cósmicos primários são majoritariamente formados por prótons e núcleos de hélio que são transportados pelo meio interplanetário sem ter qualquer interação com a atmosfera terrestre (ZYLA et al., 2020). A abundância química dos elementos nos raios cósmicos primários em relação à composição química no sistema solar é mostrado na figura(2.1).

Figura 2.1 – Representação gráfica da abundancia relativa dos elementos químicos nos raios cósmicos em relação ao sistema solar



Fonte: (MEHREZ, 2015)

O fluxo das partículas primárias depende da energia, do mecanismo de aceleração e da origem das partículas. Podem ser classificados da seguinte forma (DORMAN, 2004):

2.1.1 Raios cósmicos galácticos (RCG)

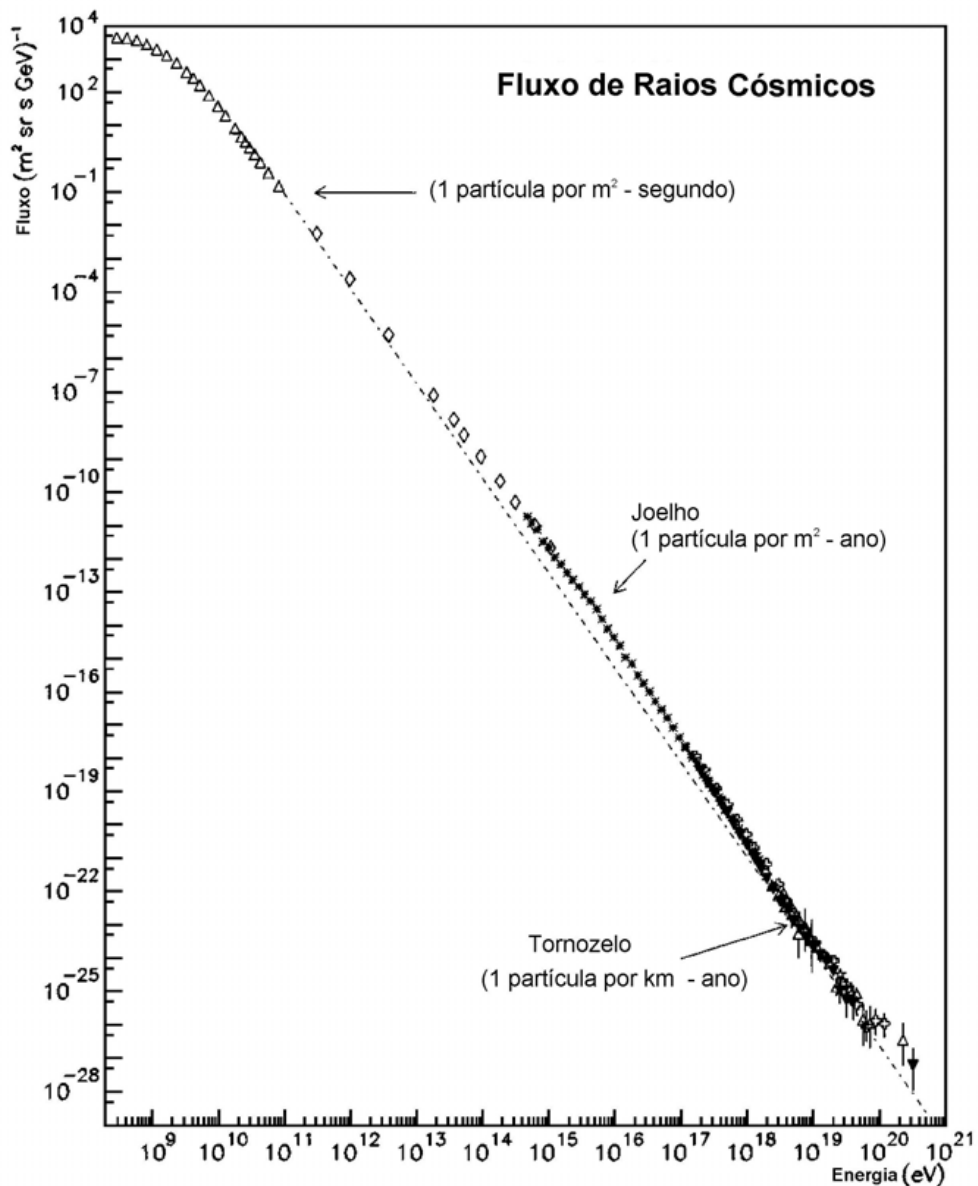
As principais características desses raios é que possuem um fluxo isotrópico e são formados fora do sistema solar com uma energia na faixa de $(10^{15} - 10^{16})$ eV. São gerados principalmente nas explosões de supernovas, pulsares e estrelas de nêutron (DORMAN, 2004). O espectro de energia, ou seja o número de partículas em função da energia é dado pelo fluxo diferencial de partículas no meio interplanetário (fora da Terra), descrita pela lei de potência

$$\frac{dN}{dE} = E^{-\alpha}, \quad (2.1)$$

onde N indica o número de partículas, E é a energia das partículas que compõe os raios cósmicos e α é o índice espectral (SPURIO, 2015). Podemos concluir, a partir da equação (2.1), que o fluxo de raios cósmicos decresce com a energia E . Este comportamento está mostrado explicitamente na figura (2.2).

Na figura 2.2 também podemos ver que os raios cósmicos galácticos apresentam um "joelho" na região perto de 10^{15} eV do espectro. Este comportamento está ligado à forma de aceleração dos raios cósmicos galácticos e também a uma mudança na abundância química da sua composição (veja figura 2.1) (BLASI, 2013). Na faixa do espectro onde o fluxo é menor, à esquerda do joelho, estão os raios cósmicos produzidos por supernovas ou estrelas de nêutrons. À direita do joelho, o fluxo corresponde às partículas aceleradas em sistemas binários (Cygnus X-3 e Hércules X-1). Para energias extremamente altas (*Ultra-High-Energy-Cosmic Ray* ou simplesmente UHECR), à direita da região denominada de "tornozelo", acredita-se que os raios cósmicos correspondentes tenham origem extragaláctica, o que explicaria o fluxo extremamente baixo. Provavelmente, essas partículas são originárias de rádio-galáxias ou quasares (PICOZZA; MALVEZZI; MARCELLI, 2021; OLIVEIRA; DE; PACINI, 2014).

Figura 2.2 – Espectro de energia dos raios cósmicos primários



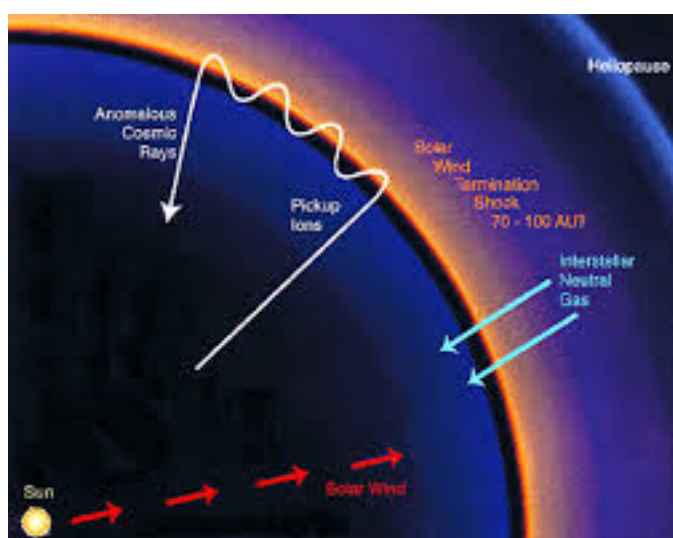
Fonte: (MENDOÇA, 2011)

2.1.2 Raios cósmicos anômalos (RCA)

As partículas que compõem os raios cósmicos anômalos não são compatíveis com a abundância química observada nos raios cósmicos galácticos e solares. A abundância dos elementos nos raios cósmicos anômalos é explicada a partir da hipótese de que são produzidos por átomos neutros interestelares que penetram a heliosfera e são ionizados pela radiação solar (KLECKER, 1999). Em outras palavras, são ionizados por fótons solares na faixa do ultravioleta e posteriormente acelerados a energias muito altas por

meio de choques difusos com o vento solar (JOKIPII; GIACALONE, 1998). Na figura 2.3 pode-se observar um esquema representando a produção e o mecanismo de aceleração dos raios cósmicos anômalos.

Figura 2.3 – Raios cósmicos anômalos: Os átomos neutros penetram a heliosfera e são ionizados (setas azuis). Ao entrar no sistema solar os átomos ionizados são defletidos pelo campo magnético interplanetário (seta branca), fluindo inicialmente no mesmo sentido radial do vento solar (seta vermelha).



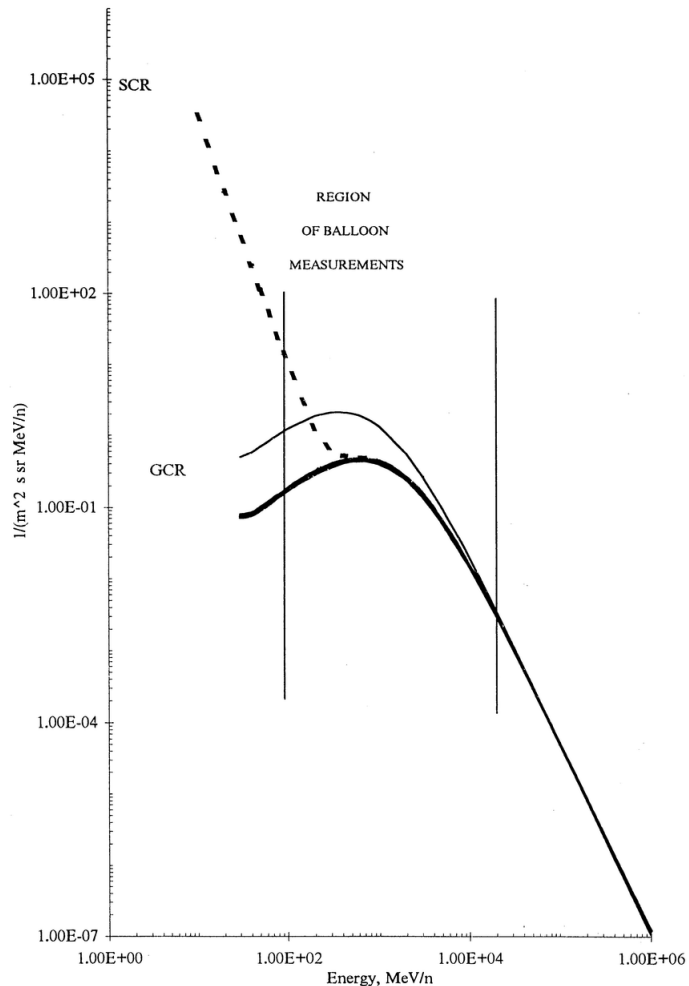
Fonte: (SILVA, 2005)

2.1.3 Raios cósmicos solares (RCS)

Além dos raios cósmicos de origem galáctica e extra-galáctica que incidem na superfície da terra, existem também raios cósmicos originados no sol. Os raios cósmicos solares são formados por prótons, elétrons e íons pesados. As energias dessas partículas variam desde milhões (10^6) até bilhões (10^9) de eV, e são produzidas e aceleradas pela atividade solar através de explosões solares, ejeção de massa, entre outros fenômenos solares (SPURIO, 2015).

Os raios cósmicos solares são as partículas que compõem a radiação que envolve a Terra, provenientes do alto fluxo de prótons e partículas pesadas criadas por explosões solares e ejeção de massa coronal (Poluianov, S.; Kovaltsov, G. A.; Usoskin, I. G., 2018). Em particular, a energia dos raios cósmicos produzidos nas explosões solares é cerca de aproximadamente 10% maior do que daqueles produzidos por outros fenômenos solares. Ademais, as características espectrais e a abundância química são diferentes comparados com os raios cósmicos galácticos (MIROSHNICHENKO; PEREZ-PERAZA, 2008). Na figura 2.4 pode se observar o espectro dos raios cósmicos galácticos e solares.

Figura 2.4 – Fluxo de raios cósmicos em função da energia. A linha cheia em negrito representa os raios cósmicos galácticos numa atividade solar máxima. A linha cheia fina representa uma atividade solar mínima. A linha pontilhada representa os raios cósmicos solares



Fonte: (BAZILEVSKAYA; SVIRZHEVSKAYA, 1998)

2.1.4 Raios cósmicos secundários

Quando os raios cósmicos primários (galácticos, anômalos e solares) chegam na atmosfera terrestre, eles encontram um ambiente composto majoritariamente por moléculas de N_2 (78.1%) e O_2 (21.0%), as quais compõe 99% do volume e massa da atmosfera terrestre (CURRY; WEBSTER, 2005). A interação dos raios cósmicos primários com essa atmosfera normalmente ocorre entre 15 e 20 km acima do nível do mar. A colisão dos raios cósmicos primários com a atmosfera produz os raios cósmicos secundários ou partículas secundárias.

Após sua produção, essas partículas secundárias decaem em outras partículas que, por sua vez passam por novos decaimentos. Esses sucessivos decaimentos formam

uma cascata, genericamente conhecida na literatura como chuva atmosférica extenso (GRIEDER, 2010).

A forma de produção da cascata a partir de um próton (p) colidindo com um núcleo (N) é representada esquematicamente pela reação (RAMAKRISHNAN, 1962) .

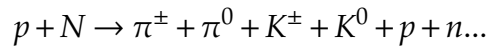
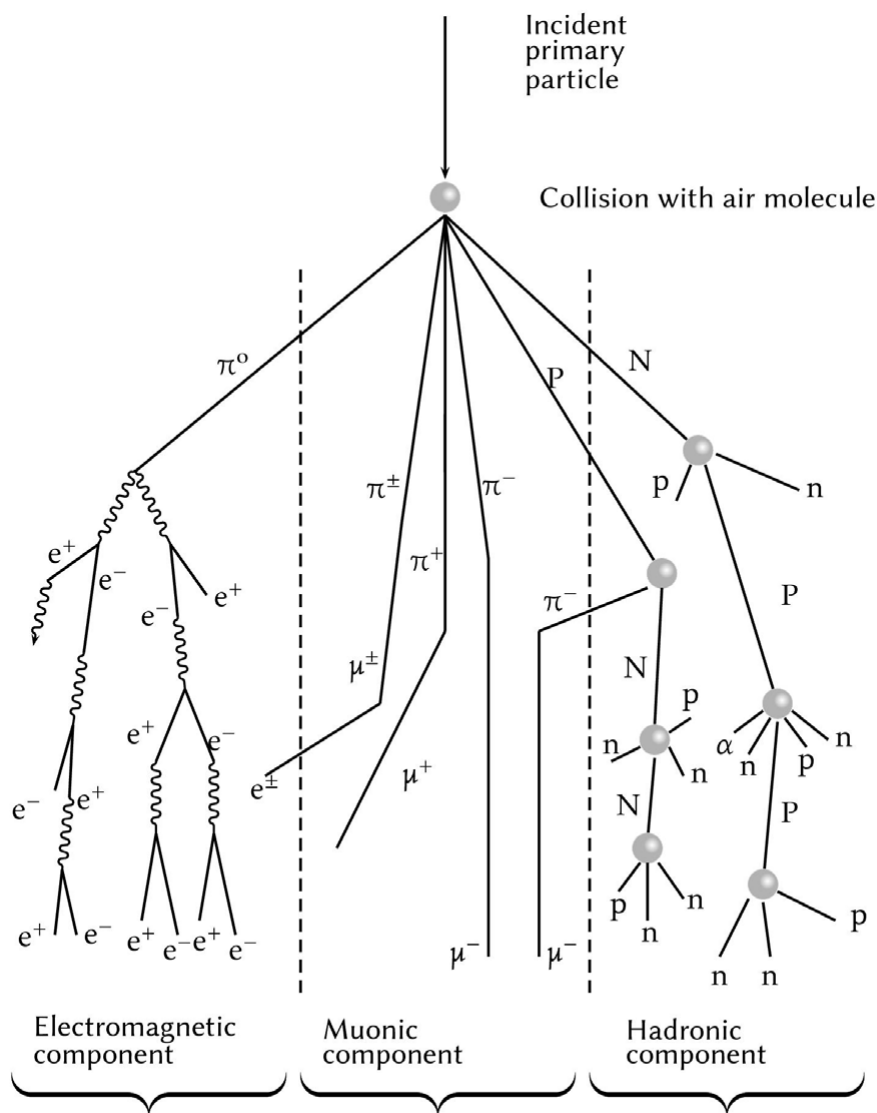


Figura 2.5 – Representação gráfica de um chuva atmosférico extenso



Fonte: (BARRANTES et al., 2018)

A figura 2.5 mostra a representação de um chuva. As partículas secundárias produzidas consistem de três componentes:

- Componente electromagnética: Formada por elétrons (e^-), pósitrons (e^+) e fótons (γ). Estas partículas são resultantes do decaimento dos mésons neutros e carregados (HERNÁNDEZ et al., 2020). Os canais de produção mais comuns são:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + e^+ + e^-$$

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-.$$

A cascata eletromagnética é descrita pelo modelo de Heitler (MATTHEWS, 2004).

- Componente hadrônica: Composta por píons (π^\pm), kaons (K^\pm, K^0) e bárions (prótons, nêutrons, etc). Essas partículas são formadas por estados ligados de quarks, e os processos de produção são governados pela cromodinâmica quântica (QCD) (LIPARI, 2014).
- Componente muônica: Gerada pelo decaimento de píons e kaons carregados, os quais tem os seguintes canais de produção:

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$$

$$K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu).$$

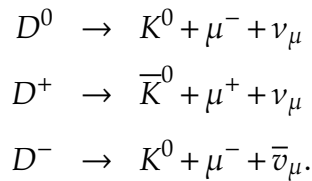
Nessas reações, os múons são representados por μ , enquanto ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ representam o neutrino e o anti-neutrino do múon, respectivamente (CECCHINI; SPURIO, 2012). Por sua vez, após produzidos pelas reações acima, os múons decaem espontaneamente pelas seguinte reações:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e.$$

Os decaimentos dos píons e dos múons são governados por processos descritos pela teoria eletro-fracca (KUNO; OKADA, 2001). Além dos canais de produção de múons a partir de decaimentos de píons e kaons, também existem canais de

decaimentos semi-leptônicos dos mésons charmosos D^0 e D^\pm :



Os mésons charmosos tem uma vida média bastante curta ($\tau_{D^0} \approx 0.4 ps, \tau_{D^\pm} \approx 1.1 ps$), ou seja, seu decaimento ocorre quase que imediatamente após a sua produção. Além disso o decaimento dos mésons charmosos só contribuem significativamente em altas energias (GRUPEN, 2005).

Os múons são partículas com uma massa igual a $105.658 MeV/c^2$, e portanto 200 vezes maior do que a massa do elétron. Se movimentam com velocidades relativísticas ($0.998c$) e vida media relativamente longa ($2.2 \mu s$), de modo que a maior parte deles pode ser detectado até mesmo ao nível do mar. A ocorrência de múons é dominante mesmo a grandes distancias do ponto do impacto da partícula primaria que gera uma cascata. Além disso, o numero de múons tem uma forte correlação com o conteúdo energético do feixe primário (HO, 2018)

2.2 Distribuições longitudinal e transversal

Como dito anteriormente, a atmosfera é majoritariamente composta de nitrogênio e oxigênio. Além disso, sabe-se que a densidade do ar varia de acordo a altitude. Na física de raios cósmicos, uma grandeza relevante comumente utilizada é a profundidade atmosférica, que é caracterizada pela densidade da atmosfera em uma altitude h e é dada pela seguinte relação:

$$X(h) = \int_h^\infty \rho(h) \cdot dh \approx X_0 \cdot e^{-\frac{gM_m h}{RT}}, \quad (2.2)$$

onde $\rho(h)$ é a densidade do ar a uma altura h da superfície, R é a constante universal dos gases, g é a aceleração da gravidade, M_m é a massa molar do ar, T é a temperatura ao nível do mar, e $X_0 = \frac{\rho_0 RT}{gM_m}$ é a profundidade atmosférica ao nível do mar, em que ρ_0 é a densidade atmosférica ao nível do mar (MORENO; SCIUTTO, 2000; ZIEGLER, 1998).

A definição da profundidade atmosférica tem relevância na estimativa do número de partículas carregadas (N) em função da altitude. Uma formula usual para essa estimativa é a representação de Gaisser-Hillas:

$$N(X) = N_{max} \cdot \left(\frac{X - X_0}{X_{max} - X_0} \right)^{\frac{X_{max} - X_0}{\lambda}} \cdot e^{-\frac{X_{max} - X}{\lambda}}. \quad (2.3)$$

Na expressão acima, a dependência com a altitude aparece implicitamente através da profundidade atmosférica X . O parâmetro N_{max} é o número de partículas carregadas na profundidade atmosférica máxima (X_{max}), e λ é o parâmetro de longitude característica, uma constante determinada experimentalmente (AL-RUBAIEE; JUMAAH, 2013) (PRYKE,).

Quando as partículas carregadas começam a atravessar a atmosfera, gera-se uma perda de energia proporcional á passagem da partícula pela matéria (em nosso caso, a atmosfera). Este processo é descrito pela equação de Bethe- Bloch:

$$-\frac{dE}{dX} = a(E) + \sum_{n=1}^3 b_n(E) \cdot E, \quad (2.4)$$

onde a é o termo de colisão ou perda de energia eletrônica (ionização) e b_n representa os três processos radiativos que as partículas perdem energia: Bremsstrahlung, produção de pares e a interação foto-nuclear (REICHENBACHER, 2007). Essas três possibilidades estão indicadas no somatório que aparece na equação (2.4). Para os múons a perda de energia pela passagem na atmosfera é de $2 \text{ MeV} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$, o que faz com que a energia media detectada no nível do mar seja de aproximadamente 5 GeV (ZYLÁ et al., 2020).

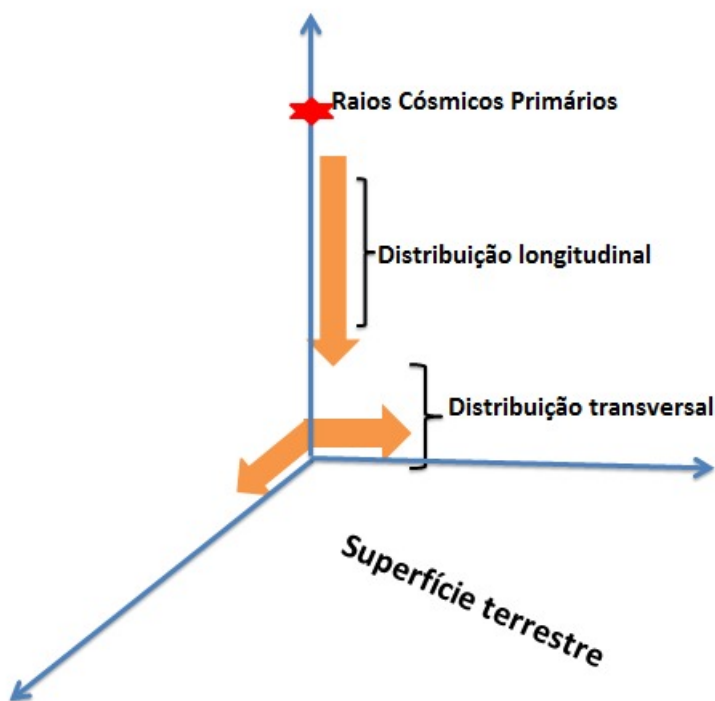
Outro caso de interesse é a distribuição transversal das partículas geradas em função da distancia ao núcleo da cascata. Nesse caso, o número de partículas carregadas N é calculado pela expressão

$$N = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r \rho(r) dr, \quad (2.5)$$

em que r_1 e r_2 são distancias radiais relativas ao centro da cascata e $\rho(r)$ é a densidade de partículas da cascata. Esta distribuição é diferente para cada uma das componentes da cascata e contém informações sobre a energia e a composição da massa dos raios cósmicos primários (MORALES-SOTO, 2019) (ANTONI et al., 2001).

A componente hadrônica tem maior população nas proximidades do núcleo da cascata e são caracterizados pelo baixo momento transversal. As componentes eletromagnéticas (elétrons, pósitrons e fótons) são dominadas pelo espalhamento Coulombiano. A componente muônica é gerada pelas distribuições dos momentos transversais dos píons e kaons (COSSAVELLA, 2009). Na figura 2.6 pode-se observar a representação das direções das distribuições longitudinal e transversal da cascata em relação ao ponto de impacto dos raios cósmicos primários.

Figura 2.6 – Os raios cósmicos primários chegam na atmosfera (estrela vermelha) e produzem a cascata. Sua distribuição longitudinal é dada pela seta laranja dirigida para baixo, enquanto a distribuição transversal é indicada pelas setas na parte inferior da figura.



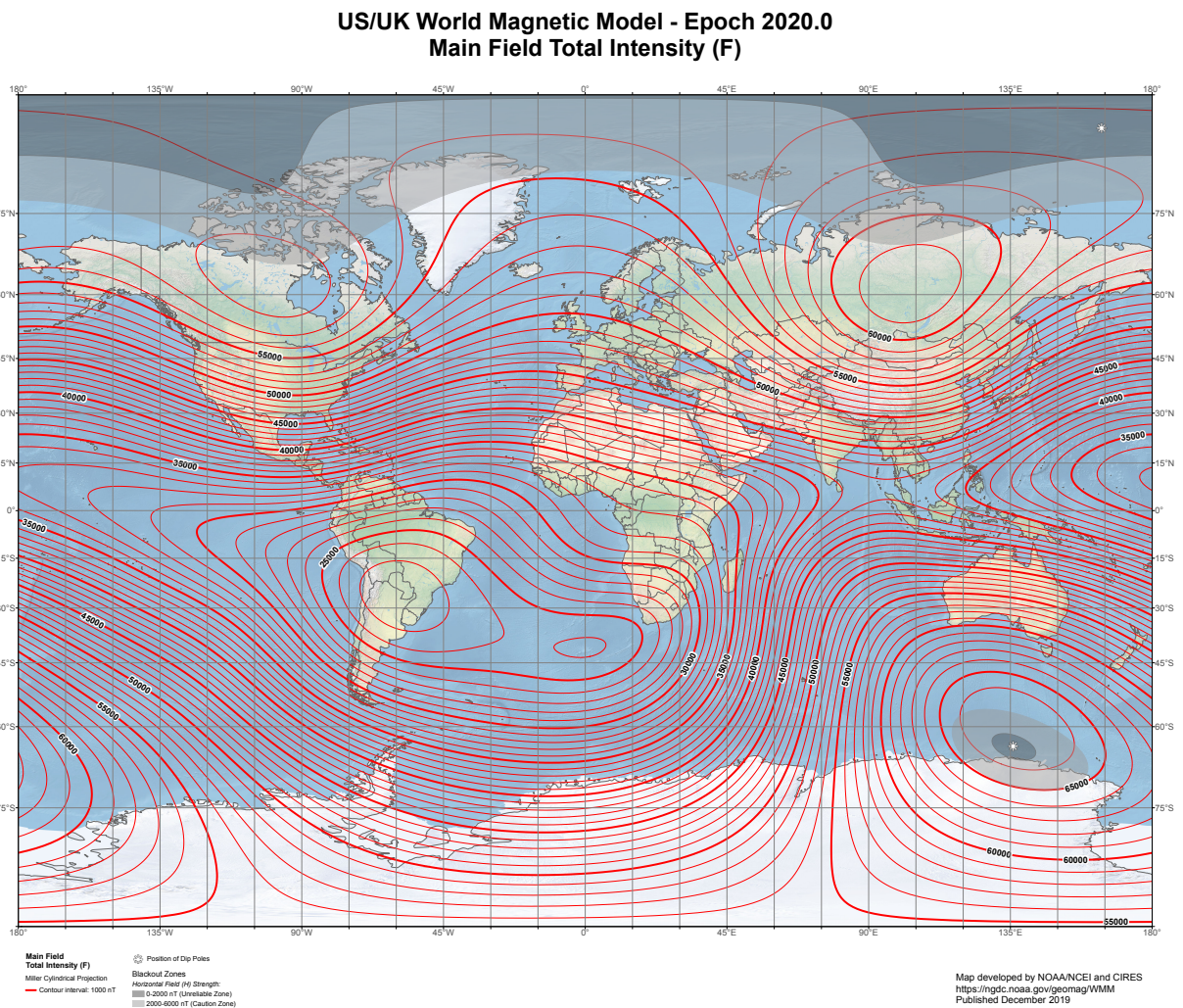
Fonte: Própria do autor

O número de partículas secundárias produzidas depende principalmente da energia da partícula primária que produz a cascata. Em outras palavras, quanto maior a energia das partículas primárias, maior será o número de partículas secundárias. Outro fator que determina o número de partículas secundárias é a densidade atmosférica, conforme mostra a equação (2.3) (LETESSIER-SELVON; STANEV, 2011).

2.3 Raios cósmicos e o campo magnético

Quando as partículas carregadas dos raios cósmicos penetram na atmosfera terrestre sua trajetória é afetada pelo campo geomagnético, que funciona como um filtro das partículas que serão detectadas em uma certa altitude (KILIFARSKA; VOLODYMYR; MELNYK, 2020). A intensidade do campo geomagnético varia com a posição geográfica na Terra. A figura 2.7 mostra a intensidade do campo para cada localidade.

Figura 2.7 – Intensidade do campo magnético na Terra em diferentes localidades. As linhas do campo magnético são mostradas em vermelho.



Fonte:(NOAA, 2020)

As partículas carregadas dos raios cósmicos experimentam a ação da força de Lorentz, que para o caso de uma partícula de carga q e velocidade \vec{v} , sujeita a um campo magnético \vec{B} e um campo elétrico \vec{E} , é dada por

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

Desse modo, a lei de Newton do movimento de uma partícula com $q = Ze$ (Z é número atômico) que se move na presença somente de um campo magnético \vec{B} com velocidade \vec{v} é dada por

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = Ze(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (2.6)$$

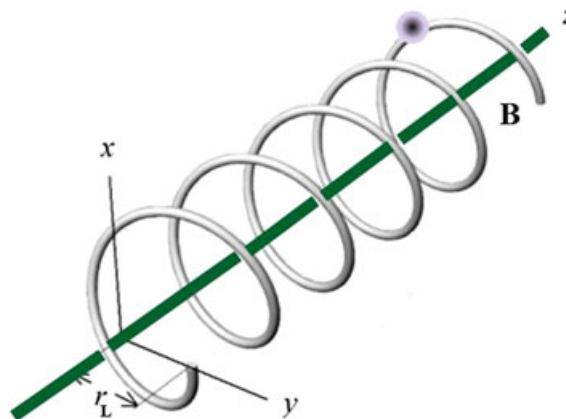
No caso de partículas relativísticas $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, com m_0 sendo a massa de repouso da partícula. A carga elementar é dada por $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$. É importante ressaltar que o campo elétrico gerado pela Terra é desprezível devido a energia dos raios cósmicos. Portanto o efeito do campo magnético é dominante (MORAAL, 2013).

Os aspectos qualitativos do movimento dos raios cósmicos primários antes de atingir a Terra podem ser compreendidos de forma simples. Pela equação 2.6, pode-se verificar que uma partícula carregada num campo magnético uniforme desenvolve uma trajetória helicoidal com radio de curvatura dado pelo raio de Larmor $r_L = \frac{mv \operatorname{sen} \alpha}{qB}$, no qual α é o ângulo entre a velocidade e o campo magnético. Quando a partícula move-se perpendicularmente ao campo magnético segue que (NUSSENZVEIG, 2015),

$$r_L = \frac{p}{qB} \quad (2.7)$$

em que $p = mv$ é o momento relativístico da partícula. Nesse caso, a trajetória correspondente ao movimento da partícula está mostrada na figura 2.8.

Figura 2.8 – Movimento helicoidal de uma partícula carregada num campo magnético constante \vec{B}



Fonte: (SPURIO, 2015)

Quanto maior for o momento da partícula, maior será o raio de Larmor. Esse efeito caracteriza uma maior resistência da partícula carregada à deflexão produzida pelo campo magnético. Dito de outra forma, para partículas com alta energia o raio de Larmor é grande e, dessa forma, conseguem transpor o campo geomagnético chegando até a atmosfera terrestre. A equação 2.6 também mostra que partículas com diferentes sinais de carga elétrica sofrem deflexões em diferentes direções (MORAAL, 2013). As trajetórias reais dos raios cósmicos primários sob a ação do campo geomagnético podem ser obtidas via simulação computacional (PLANETOCOSMICS, 2005).

Outra definição importante é a rigidez R de uma partícula carregada, que é dada em função da energia por unidade de carga e representa a medida da resistência a uma força magnética que deflete a partícula de sua trajetória retilínea:

$$R = r_L B c = \frac{pc}{Ze} \quad (2.8)$$

em que c é a velocidade da luz. A rigidez é medida comumente em giga-Volts (GV). Uma vez que R depende de r_L , partículas com alto valor de rigidez tem menos influencia do campo magnético e sua trajetória (GRIEDER, 2001). Um parâmetro relevante é a rigidez de corte, que consiste no valor mínimo de rigidez necessária para que uma partícula primaria não seja defletida pelo campo geomagnético. Dito de outra forma, a rigidez de corte representa a mínima energia que a partícula primaria deve ter para não ficar aprisionada no campo geomagnético (DANILOVA et al., 2019).

A Terra tem uma configuração dipolar do campo geomagnético. Desse modo, a incidência dos raios cósmicos na superfície terrestre é maior nos polos do que no equador. Isso ocorre porque a trajetória dessas partículas tende a se alinhar com as linhas do campo geomagnético, uma vez que a maior parte das partículas primarias possui rigidez abaixo da rigidez de corte (SMART; SHEA, 2005). Na figura 2.9 pode-se observar a variação das linhas da rigidez geomagnética para diferentes localidades do planeta Terra.

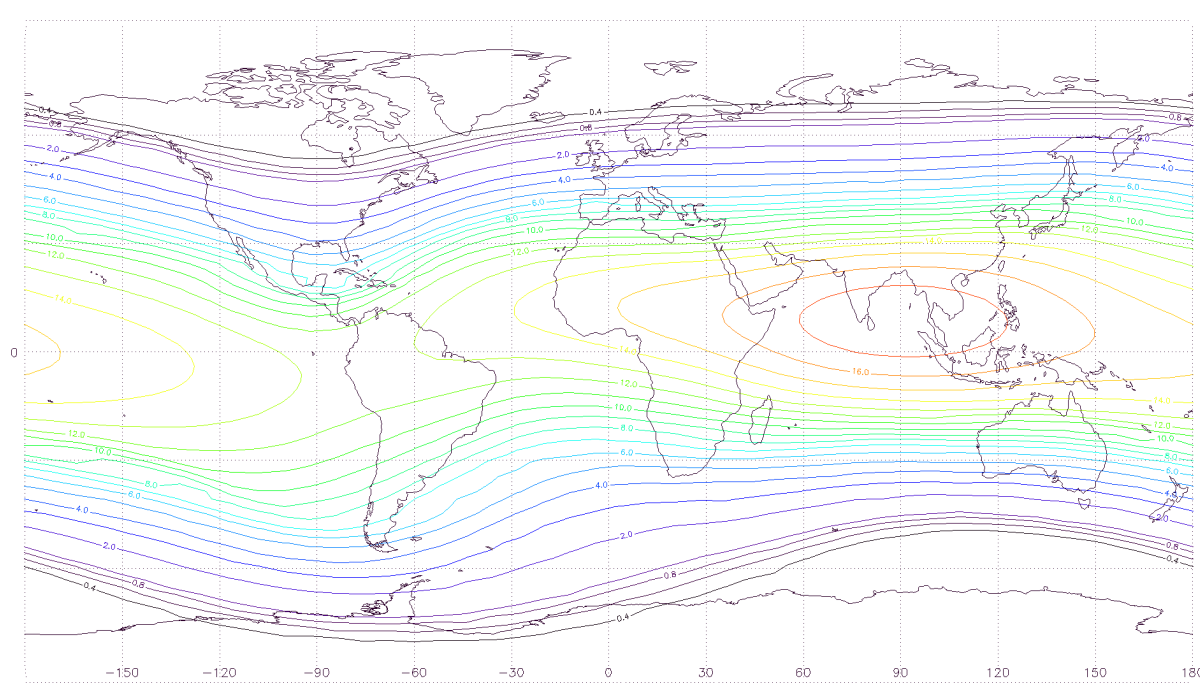
Normalmente as linhas dos campos magnéticos são identificados por uma coordenada magnética L , que consiste na distância radial desde o raio da Terra até uma dada linha do campo geomagnético (L pode ser considerada como uma latitude magnética) (FREDEN, 1969); cada linha do campo geomagnético possui uma coordenada geomagnética. Um fenômeno físico importante ocorre quando as partículas carregadas

ficam aprisionadas numa linha do campo magnético denominada de cinturão de Van Allen, que tem forma toroidal. Este cinturão está dividido em duas regiões:

- 1) Cinturão interior (inner belt): Este cinturão está mais perto da Terra e está constituído de prótons localizados em uma região com coordenada magnética L com valores compreendidos entre 2 e 2,5;
- 2) Cinturão exterior (outer belt): Caracterizado pela alta concentração de elétrons, está localizado em uma região em $L = 4$ (Boatella et al., 2010).

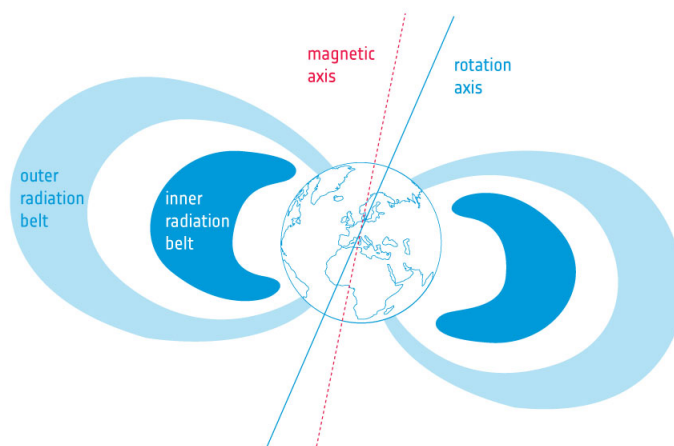
Na figura 2.10 pode-se observar uma representação destes dois tipos de cinturão de Van Allen.

Figura 2.9 – Linhas da rigidez geomagnética na Terra



Fonte: (CUTOFF, 2012)

Figura 2.10 – Representação gráfica do cinturão de Van Allen



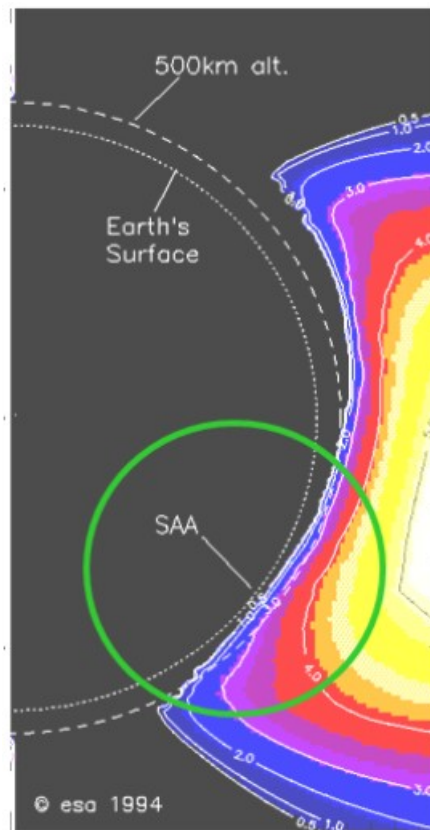
Fonte: (ESA, 2016)

2.4 Anomalia Magnética do Atlântico Sul (SAA)

A SAA é uma região onde o campo magnético tem um menor valor na intensidade (figura 2.7) comparada com outros lugares (HEIRTZLER, 2002). Em outras palavras, é um coletor de partículas carregadas produzido pela distorção do cinturão de radiação de Van Allen, o qual está relativamente próximo à superfície da Terra (figura 2.11) (AUGUSTO et al., 2015).

As partículas carregadas ao interagir com a atmosfera ionizam o ar e incrementam a condutividade elétrica. Esse efeito produz a precipitação de partículas carregadas do cinturão de Van Allen (NAVIA et al., 2005). Uma vez que a incidência de raios cósmicos é mais intensa na região da anomalia magnética quando comparado com outros lugares (POIRIER, 2000), existe uma incidência 1000 vezes maior de prótons com energias entre 50 MeV e 200 MeV na região englobada pela SAA do que observado em outras localidades exteriores à anomalia (AUGUSTO et al., 2008). Devido ao comportamento anômalo do campo magnético, a colaboração internacional PAMELA (Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics) introduz um sub-cutoff na rigidez de corte de ~ 1 GV. O valor nominal desse parâmetro na ausência da anomalia é de 9 a 10 GV (AUGUSTO et al., 2015). Esse baixo valor da rigidez de corte na anomalia é responsável pelo excesso de raios cósmicos observados em algumas localidades do hemisfério sul.

Figura 2.11 – Representação da distorção do cinturão de Van Allen próximo a Terra



Fonte: (ZHU, 2020)

3 SIMULADOR E DETECTOR UTILIZADOS

Neste breve capítulo, será apresentada uma descrição do simulador utilizado para gerar as cascatas de raios cósmicos secundários e do detector empregado para realizar as medições do fluxo de partículas na cidade de San Lorenzo, no Paraguai.

3.1 Simulador

A incidência de raios cósmicos na Terra vem sendo estudada em vários contextos distintos. Motivados por algumas aplicações recentes, a proposta deste trabalho é implementar simulações da incidência de raios cósmicos na cidade de Lavras e comparar os resultados obtidos com os dados de outras localidades. O simulador utilizado foi o AIREs (*Air Shower Extended Simulation*) (SCIUTTO, 2019) que consiste em um programa computacional com parâmetros iniciais introduzidos para a análise das partículas primárias e geração da cascata. O formato das partes desenvolvidas para implementar as simulações está descrito no Apêndice A desta dissertação.

Os parâmetros de entrada mais relevantes à simulação são o tipo da partícula primária (prótons, no caso deste trabalho) e a sua energia (6 GeV e 1 TeV), além da posição geográfica na superfície onde procura-se detectar os raios cósmicos e a intensidade e orientação do campo geomagnético. Os parâmetros utilizados neste trabalho para cada localidade simulada pode se mostrar na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Características geográficas e magnéticas de cada localidade

Localidade	Coordenadas	Campo magnético (μT)	Altitude (m)
Lavras	21°14'45" S 44°59'59" O	23.16	920
San Lorenzo	25°20'22.8" S 57°30'31.6" O	22.22	136
Tuxla	16°45'35" N 93°6'47.1" O	38.52	522
Polo Sul	90° S 0° E	54.47	2835

Ao introduzir estes parâmetros, o simulador gera as informações do produto das partículas primárias em termos das partículas secundárias que formam a cascata. O simulador indica nominalmente cada tipo de partícula secundária gerada (fótons, léptons, mésons, bárions, núcleos até $Z=36$) e, além disso, fornece também as distribuições longitudinal e transversal juntamente com a energia e a posição das partículas secundárias. A energia das partículas primárias varia entre 500 MeV e 3 ZeV (SCIUTTO, 2019).

Os processos físicos considerados no simulador AIRES são:

- Processo eletrodinâmico: Este processo consiste na produção de pares e aniquilação elétron-pósitron, bremsstrahlung produzido por elétrons, pósitron e múons, efeito Compton e efeito fotoelétrico;
- Desintegração de partículas: Este processo leva em conta o decaimento de píons e múons;
- Processo hadrônico: Consiste em colisões inelásticas de hádron-núcleo e fóton-núcleo, além de reações foto-nucleares e fragmentação nuclear elástica e inelástica.
- Propagação de partículas carregadas: Este processo leva em conta a dissipação de energia gerada pelas partículas (por exemplo, através da ionização da atmosfera), o espalhamento múltiplo de Coulomb e a deflexão geomagnética.

Além dos processos físicos citados acima, O AIRES utiliza pacotes externos para realizar a modelagem de colisões hadrônicas. Para altas energias utiliza-se o EPOS (PIEROG et al., 2015), QGSJET (OSTAPCHENKO, 2011) e SIBYLL (AHN et al., 2009) e para baixas energias utiliza-se o modelo EHSA (KNAPP et al., 2003). Para modelar o campo geomagnético é utilizado o IGRF (NOAA, 2020).

Outro simulador que é utilizado para a simulação de raios cósmicos é o Corsika (HECK et al., 1998), mas para este trabalho não foi utilizado devido à energia dos prótons primários considerados. Este simulador é programado para simular raios cósmicos a partir de uma energia primária de 1 TeV.

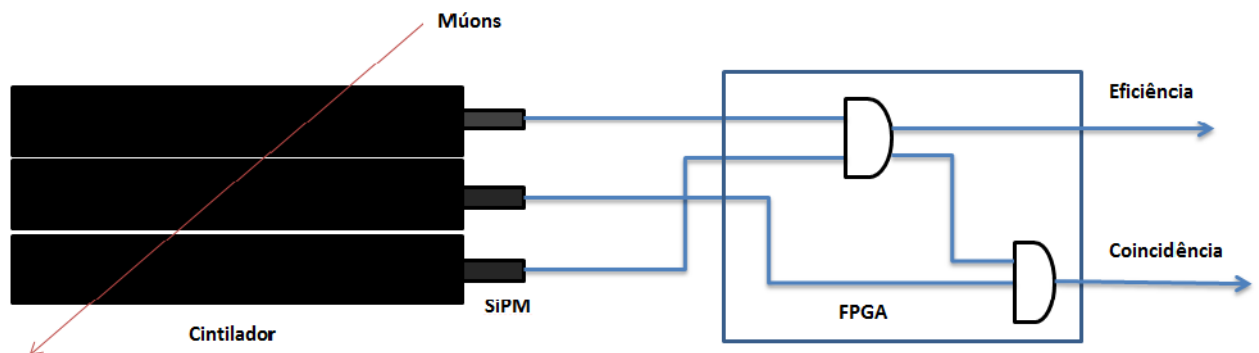
3.2 Descrição do detector utilizado

O detector de múons utilizado neste trabalho pertence ao Laboratório de Mecânica e Energia da Universidade Nacional de Assunção. Foi construído pelo grupo de instrumentação científica coordenado pelo Prof. Jorge Molina Insfrán, e utilizado neste trabalho para comparar os resultados simulados com os dados experimentais coletados na Cidade de San Lorenzo.

O detector consiste em três cintiladores de plástico do tipo Ej-200 (Eljen Technology) (ELJEN, 2020) de dimensões $10 \times 28 \text{ cm}^2$, que detectam os múons ao longo de sua passagem pelos três cintiladores. A detecção consiste em uma medida

indireta, em que fótons são produzidos dentro do detector e coletados em um fotomultiplicador de silício (SiPM). Os fótons que chegam no SiPM são convertidos em uma corrente elétrica (sinal de detecção). Depois desse processo, os sinais são enviados para um FPGA (*Field-programmable gate array*) que faz a coincidência entre os três cintiladores, garantindo a ocorrência da detecção dos múons. Por último, os dados são coletados em um computador. Na figura 3.1 pode-se observar o esquema do sistema de detecção. Detalhes do sistema de detecção podem ser encontrados em (CRISTALDO; YOSHIMURA, 2018)

Figura 3.1 – Sistema de detecção de múons



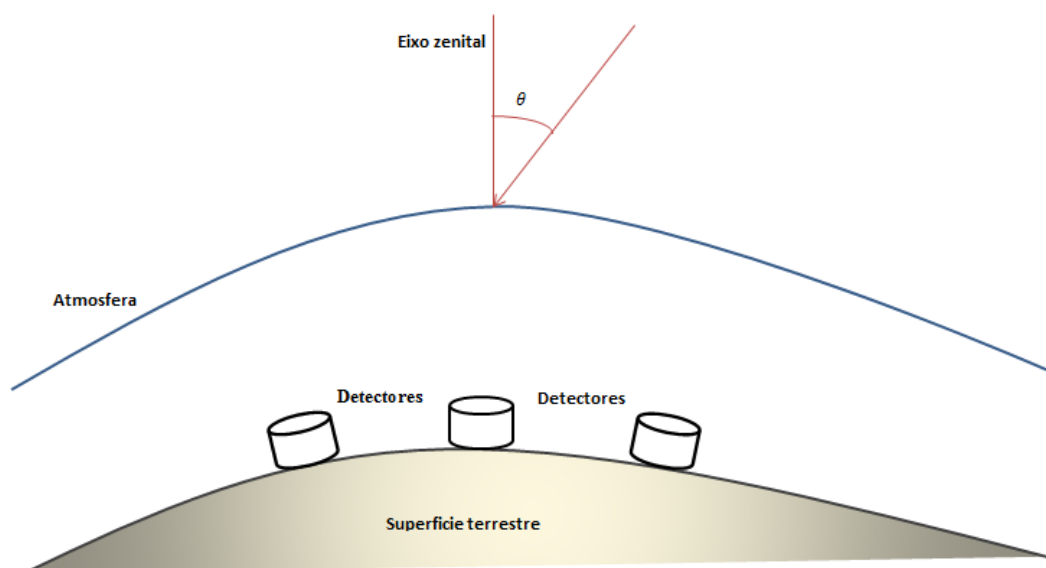
Fonte: Laboratório de Mecânica e Energia-UNA

4 RESULTADOS

Nesta seção serão descritos os resultados das simulações feitas utilizando o simulador AIRES. Estas simulações envolveram um feixe primário com 200000 prótons com ângulos de incidência θ escolhido como sendo $\theta = 0^\circ$ (direção zenital) e $\theta = 45^\circ$ (veja a figura 4.1). Também considerou-se as energias dos prótons primários foram fixados como sendo 6 GeV e 1000 GeV, a partir dos quais obteve-se a distribuição longitudinal, a distribuição transversal e a distribuição da energia na superfície terrestre para cada uma das localidades. Em particular, a simulação para o Pólo Sul servirá como calibrador das demais simulações, uma vez que os dados experimentais mostram que nessa região ocorre a maior incidência de múons de baixas energias do planeta.

Os resultados serão divididos em duas partes, a) sem efeito da anomalia magnética: Nesta parte considera-se que o ponto de interação entre os raios cósmicos primários (prótons) e a atmosfera para todas as localidades ocorre aproximadamente em 15 km e 20 km de altitude. b) com efeito da anomalia magnética: Considera-se que o ponto de interação entre os raios cósmicos primários (prótons) e a atmosfera na região do América do Sul ocorre numa altitude menor, para o qual neste trabalho considera-se numa altitude de 10 km e 5 km.

Figura 4.1 – Direção considerada da partícula primaria em relação ao eixo zenital



Fonte: Própria do autor

4.1 Simulações sem o efeito da anomalia magnética

A seguir serão exibidos os resultados de simulações realizadas para as cidades Lavras (Brasil), San Lorenzo (Paraguai), Tuxla (México) e no Polo Sul quando não leva-se em conta os efeitos da SAA. A tabela 4.1 apresenta as informações geográficas para cada localidade.

Tabela 4.1 – Informações geográficas para cada localidade considerada.

Localidade	Altitude (m)	Profundidade atmosférica (g/cm^2)
San Lorenzo	136	1016
Tuxla	522	970
Polo Sul	2835	690
Lavras	920	925

4.1.1 Múons produzidos por prótons de 6 GeV com angulo de incidência $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$

Para prótons com essa energia e ângulos de incidência $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$, obtemos os seguintes resultados:

□ Interação na altitude de 15 km:

Assumindo que a primeira interação dos prótons com a atmosfera ocorre a 15 km de altitude em relação à superfície terrestre, tem-se as seguintes distribuições para os múons (as distribuições correspondentes a outras espécies de partículas são dadas no apêndice B):

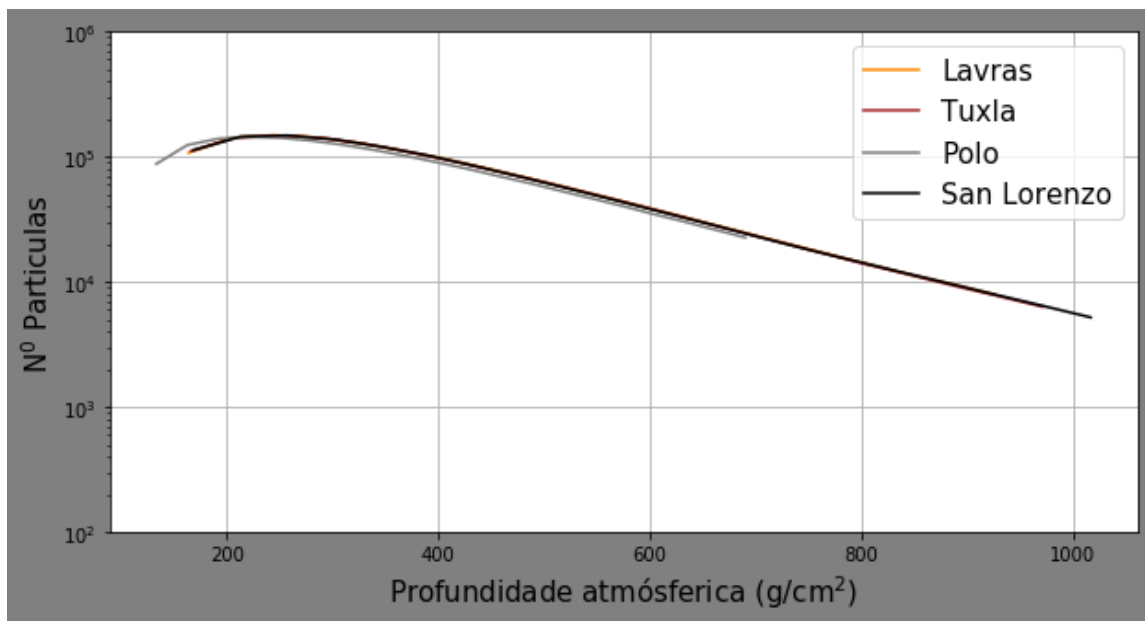
- Distribuição longitudinal:

A distribuição longitudinal de múons para cada localidade (diferentes cores indicam diferentes localidades) considerando o angulo de incidência de 0° e 45° , está mostrada no gráfico da figura 4.2. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a profundidade atmosférica.

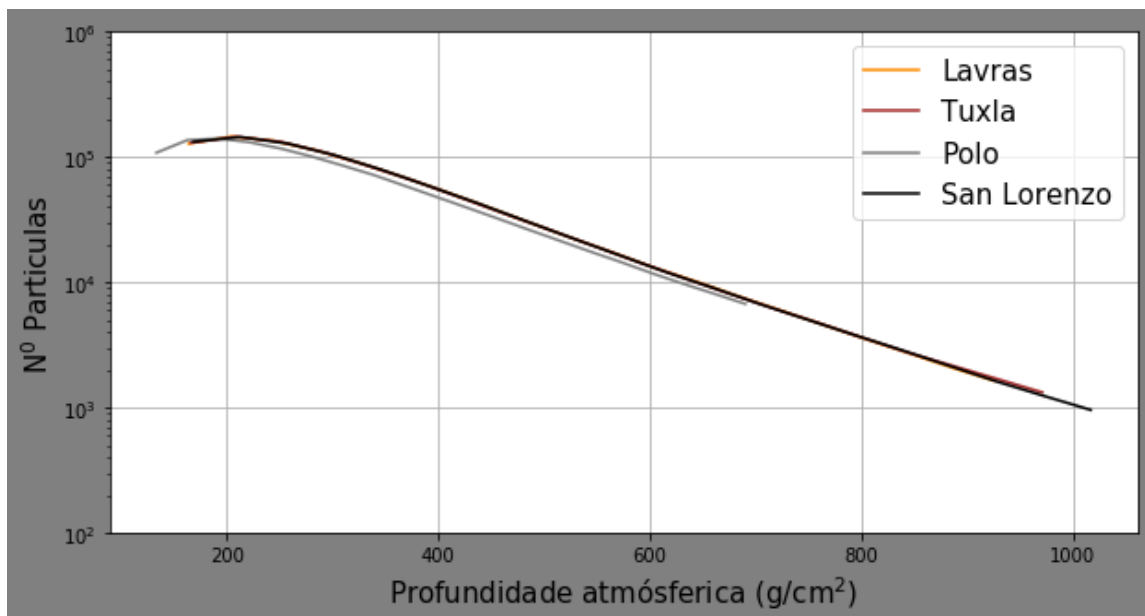
O estudo da distribuição longitudinal dos múons consiste na passagem pela atmosfera desde a produção até à superfície de cada localidade em função da sua profundidade atmosférica. Considerando que a origem do sistema de coordenadas

como o topo da atmosfera, a produção de múons ocorre numa profundidade atmosférica de $100 \frac{g}{cm^2}$ alcançando a sua produção máxima em $200 \frac{g}{cm^2}$. Depois da sua produção máxima, o número de partículas de múons começam a diminuir devido ao longo da sua passagem pela atmosfera. De acordo aos dados da tabela 4.1, primeiramente os múons atingiram à superfície do Polo Sul, depois a cidade de Lavras, continuamente a cidade de Tuxla e por ultimo a cidade de San Lorenzo.

Figura 4.2 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$



(a) Distribuição longitudinal para $\theta = 0^\circ$



(b) Distribuição longitudinal para $\theta = 45^\circ$

Pode-se ver através do gráfico 4.2(a) e 4.2(b) que a distribuição de partículas que incidem com ângulos de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$ seguem o mesmo padrão. Contudo, a incidência vertical ($\theta = 0^\circ$) e angular ($\theta = 45^\circ$) apresentam distribuições com uma pequena discrepância no número de partículas devido às diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças podem ser vistas para o caso de $\theta = 0^\circ$ no gráfico da figura 4.3, e para $\theta = 45^\circ$ no gráfico da figura 4.4. Em cada gráfico está registrada a distribuição longitudinal de cada localidade comparadas com o Polo Sul (tendo em conta que a maior incidência de múons ocorre nesta localidade). A figura do gráfico (a) representa a diferença de múons incidindo na localidade de Lavras e Polo Sul. (b) Tuxla - Polo Sul e (c) San Lorenzo - Polo Sul.

Como esperado, para ambos os ângulos de incidência, existe um número maior de partículas que chegam à superfície no Polo Sul. Devemos notar, contudo, que em cada localidade a incidência vertical apresenta um maior número de partículas em relação à incidência angular.

Figura 4.3 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade comparadas com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$

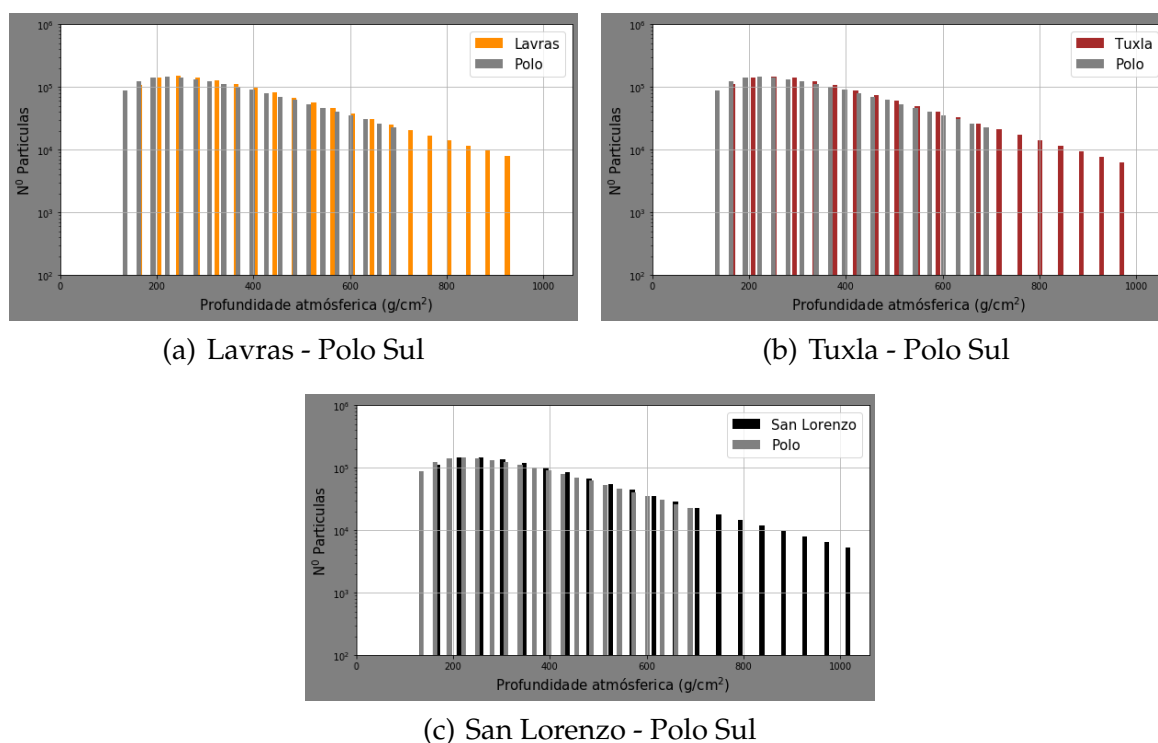
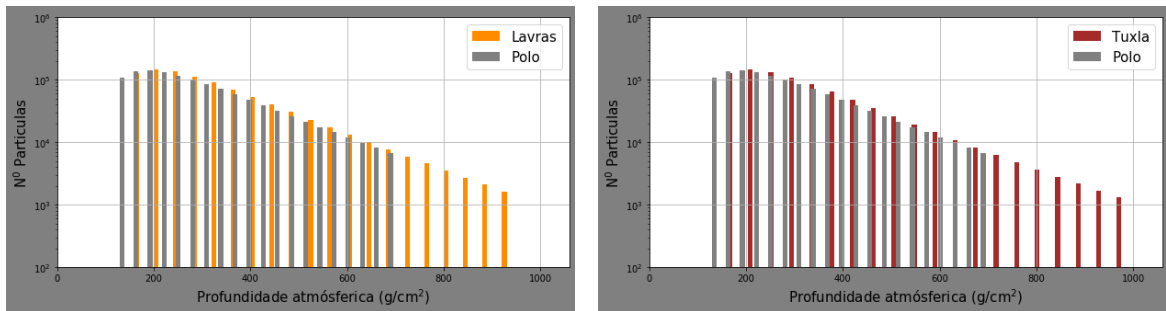
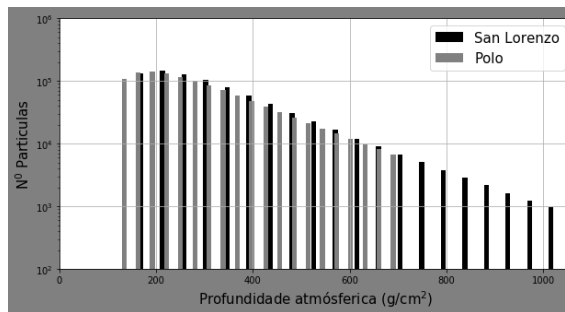


Figura 4.4 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade comparadas com o Polo Sul para $\theta = 45^\circ$



(a) Lavras - Polo Sul

(b) Tuxla - Polo Sul



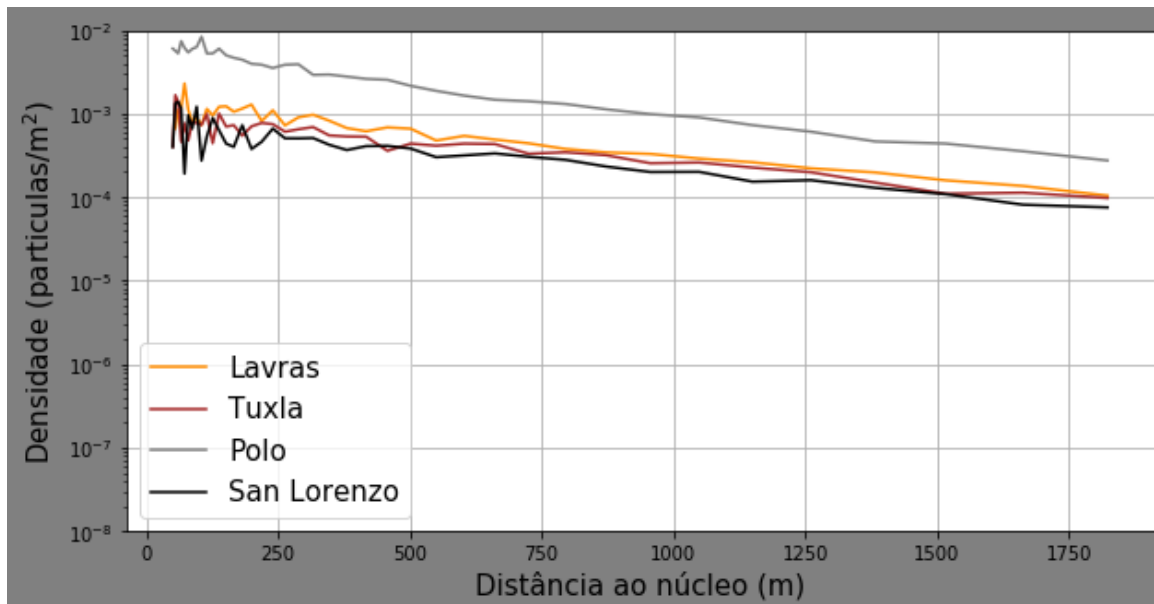
(c) San Lorenzo - Polo Sul

- Distribuição transversal:

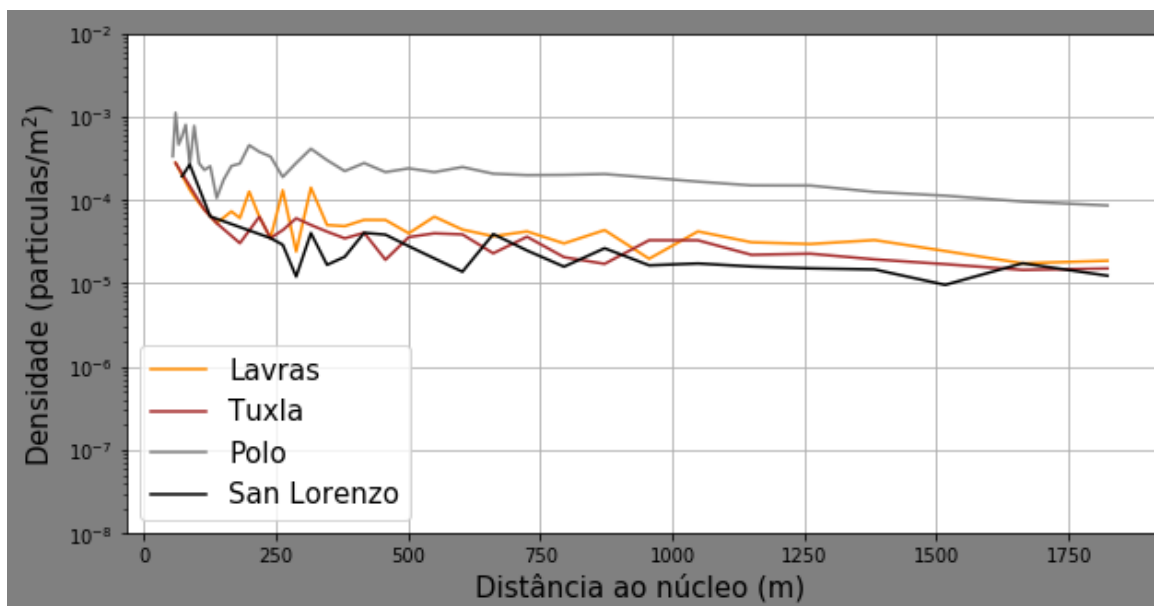
A distribuição transversal de múons para cada localidade, considerando os ângulos de incidência de 0° e 45° , estão mostradas nos gráficos da figura 4.5. O eixo vertical representa a densidade da partícula normalizada pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a distância ao núcleo da cascata.

O estudo da distribuição transversal dos múons para cada localidade consiste no comportamento da densidade da partícula (número de partículas por unidade de área) de acordo à dispersão desde o núcleo da cascata até afastado-se do núcleo. A maior densidade encontra-se perto do núcleo e diminui afastando-se dela .

Figura 4.5 – Distribuição lateral de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$. A origem do sistema de coordenadas coincide com o núcleo da cascata.



(a) Distribuição transversal para $\theta = 0^\circ$



(b) Distribuição transversal para $\theta = 45^\circ$

Pode-se ver pelo gráfico 4.5(a) que a distribuição lateral de partículas com incidência vertical ($\theta = 0^\circ$) oscila fortemente na região menor do que 250m em relação ao núcleo da cascata. Para distâncias maiores, observa-se o mesmo padrão de comportamento nas diferentes localidades, não ocorrendo oscilações acentuadas. Para

o caso da incidência angular ($\theta = 45^\circ$), exibido na figura 4.5(b), pode-se observar que as oscilações acentuadas persistem em regiões afastadas do núcleo.

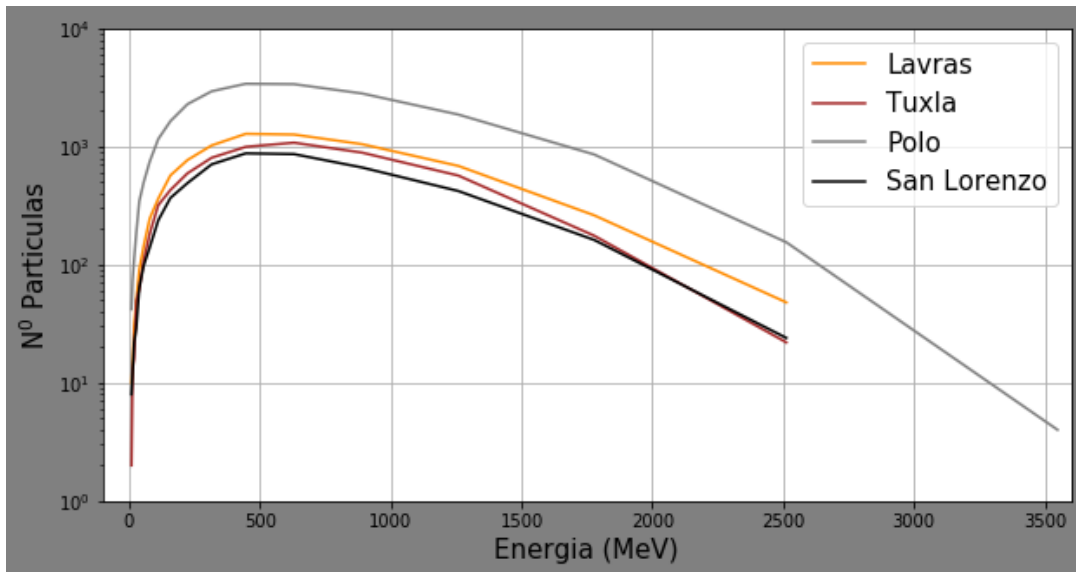
Em particular, note-se a maior densidade de partículas na região próxima ao núcleo da cascata para as duas situações da incidência (vertical e angular). No caso da incidência vertical, ocorre uma densidade de partículas maior em todas as localidades do que no caso da incidência angular. As oscilações observadas podem ser explicadas pela baixa energia dos prótons primários, a altitude e pela inclinação da cascata devido ao ângulo de incidência. Isso ocorre pelo fato dos múons gerados serem afetados pelas condições atmosféricas da localidade, podendo decair a partir da interação com outras partículas ou serem absorvidos pela atmosfera. Como esperado, existe uma maior densidade de partículas na localidade do Polo Sul.

- Distribuição de energia:

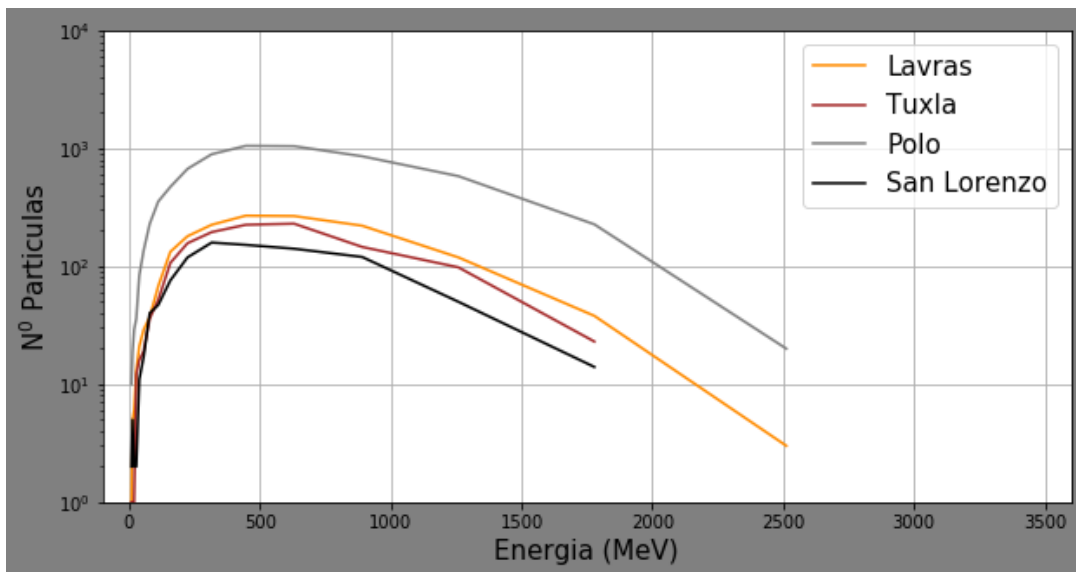
A distribuição da energia dos múons que chegam à superfície da terra em cada localidade, considerando o ângulo de incidência de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$, está mostrada no gráfico da figura 4.6. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a energia.

O estudo da distribuição de energia dos múons consiste em detectar o número de partículas em função da sua energia. Partindo da origem de coordenadas, para um promédio de energia de 500 MeV o número de partículas de múons conseguem atingir maximamente para todas as localidades. Depois da incidência máxima, o número de partículas de múons diminuem de acordo com a lei de potencia que é interpretado da seguinte maneira: Quando a energia continua aumentando o número de partículas de múons diminuem.

Figura 4.6 – Distribuição da energia dos múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$.



(a) Distribuição de energia para $\theta = 0^\circ$



(b) Distribuição de energia para $\theta = 45^\circ$

Os gráficos 4.6(a) e 4.6(b) da distribuição de partículas detectadas na superfície para ângulos de incidência de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$ seguem o mesmo padrão. As distribuições com incidência vertical e angular, separadamente, mostram uma pequena diferença em relação ao número de partículas detectadas devido às diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças também podem ser vistas de forma mais detalhada para o caso de $\theta = 0^\circ$ no gráfico da figura 4.7 e para $\theta = 45^\circ$ no gráfico da figura 4.8, onde está registrada a razão do número de partículas produzidas em Polo Sul em relação a Lavras, Tuxla e San

Lorenzo . Esta razão indica a quantidade de maior ou menor incidência de partículas no Polo Sul comparada com outras localidades. Como esperado, para a incidência vertical e angular, existe um número maior de partículas e energia que chegam à superfície no Polo Sul. Também pode-se observar que a incidência vertical apresenta um maior número de partículas detectadas em comparação com a incidência angular.

Figura 4.7 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$

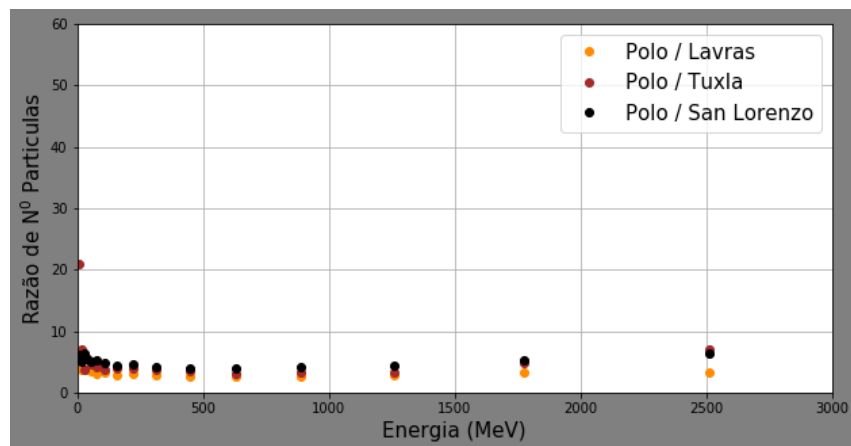
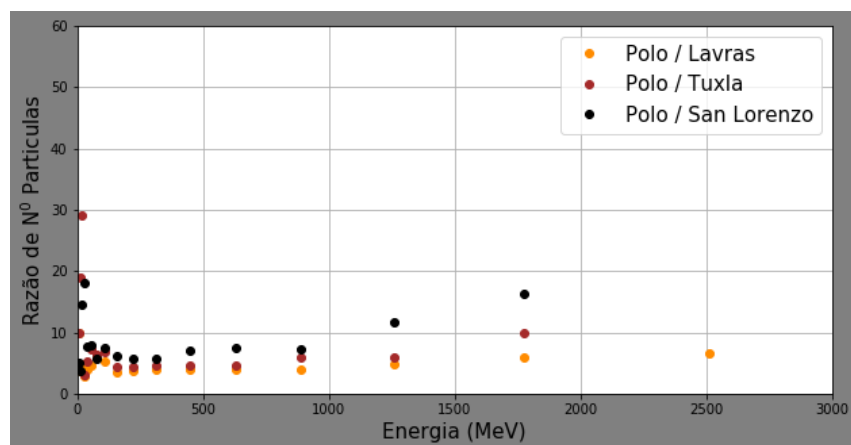


Figura 4.8 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 45^\circ$



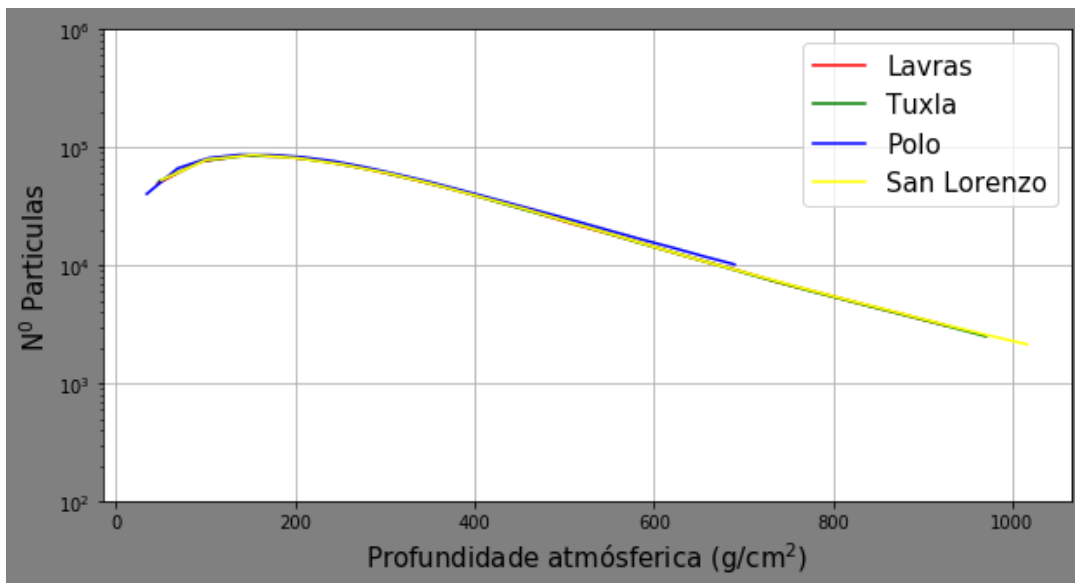
□ Interação na altitude de 20 km :

Assumindo que a primeira interação dos prótons com a atmosfera ocorre à 20 km de altitude em relação ao superfície terrestre, tem-se as seguintes distribuições para os múons:

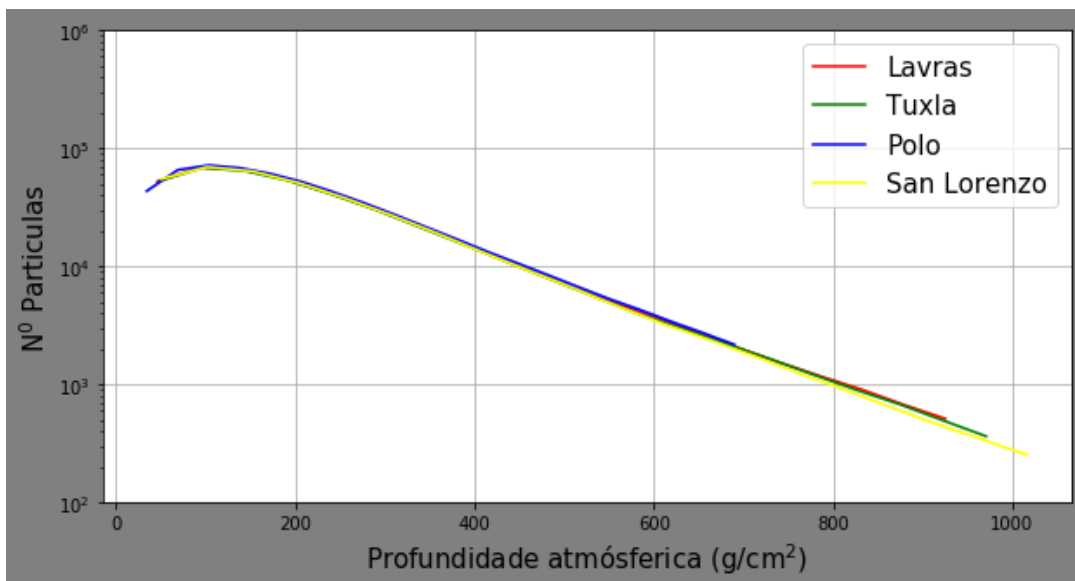
- Distribuição longitudinal:

A distribuição longitudinal de múons para cada localidade e ângulo de incidência de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$, está mostrada no gráfico da figura 4.9. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica e o eixo horizontal representa a profundidade atmosférica.

Figura 4.9 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$



(a) Distribuição longitudinal para $\theta = 0^\circ$



(b) Distribuição longitudinal para $\theta = 45^\circ$

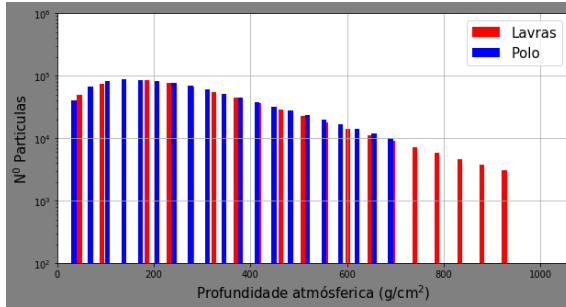
Considerando a origem do sistema de coordenadas como o topo da atmosfera, a produção máxima dos múons ocorre numa profundidade atmosférica menor a $200 \frac{g}{cm^2}$ a qual é devido à altitude de interação entre os prótons primários e a atmosfera. Depois da sua produção máxima, o número de partículas de múons começam a diminuir devido ao longo da sua passagem pela atmosfera. Novamente os múons atingiram primeiramente à superfície do Polo Sul, depois a cidade de Lavras, continuamente a cidade de Tuxla e por ultimo a cidade de San Lorenzo.

Nos gráficos 4.9(a) e 4.9(b) pode-se verificar que a distribuição de partículas que incidem com ângulos $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$ seguem praticamente o mesmo padrão, não diferindo para cada localidade. Contudo, é esperada uma pequena diferença devido as diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças podem ser vistas para a incidência vertical no gráfico da figura 4.10, e para a incidência angular no gráfico da figura 4.11, onde em cada gráfico está registrada a distribuição longitudinal de cada localidade comparadas com o Polo Sul (tendo em conta que a maior incidência de múons ocorre nesta localidade). A figura do gráfico (a) representa a diferença de múons incidindo na localidade de Lavras e Polo Sul. (b) Tuxla - Polo Sul e (c) San Lorenzo - Polo Sul.

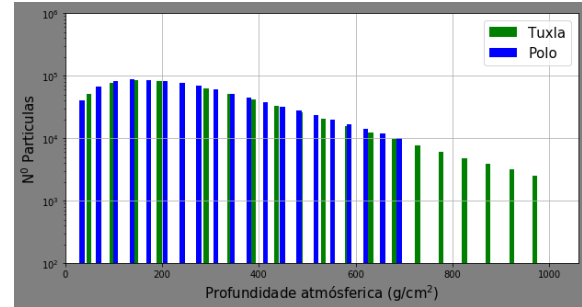
Como esperado, em qualquer tipo de incidência ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$) nota-se que existe um número maior de partículas que chegam à superfície no Polo Sul. Além disso, a incidência vertical apresenta um maior número de partículas em relação a incidência angular para todas as localidades que estão sendo o objeto de estudo. A comparação dos gráficos para altitudes 15km e 20km demonstra que a altitude de interação da partícula primária (prótons) com a atmosfera tem relevância quando se trata de partículas relativamente de baixa energia.

De fato, pode-se concluir partindo dos gráficos 4.2 e 4.9 que quando a interação ocorre numa altitude maior tem-se um menor número de partículas incidentes para cada localidade simuladas neste trabalho.

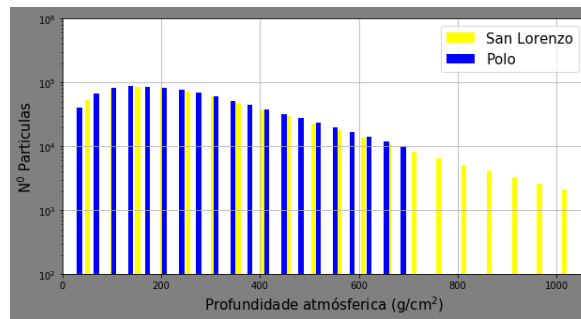
Figura 4.10 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade comparadas com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$



(a) Lavras - Polo Sul

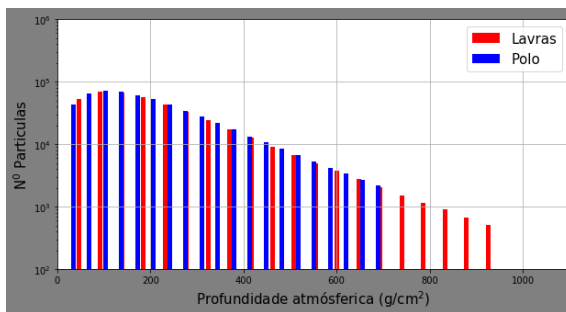


(b) Tuxla - Polo Sul

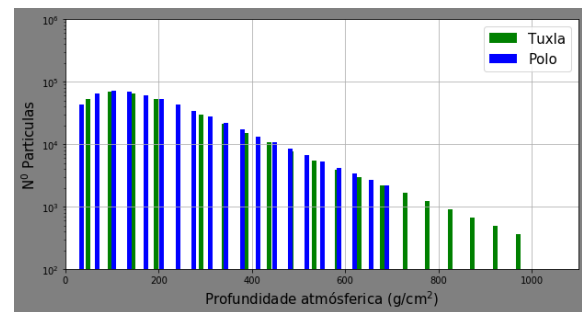


(c) San Lorenzo - Polo Sul

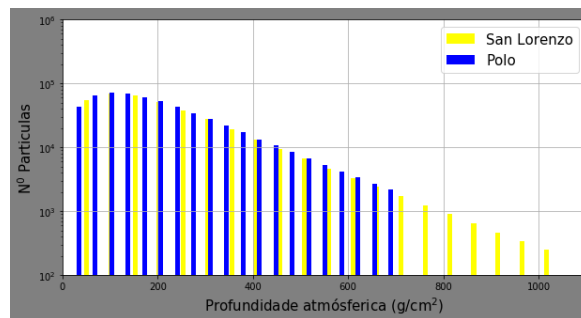
Figura 4.11 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade para $\theta = 45^\circ$



(a) Lavras - Polo Sul



(b) Tuxla - Polo Sul

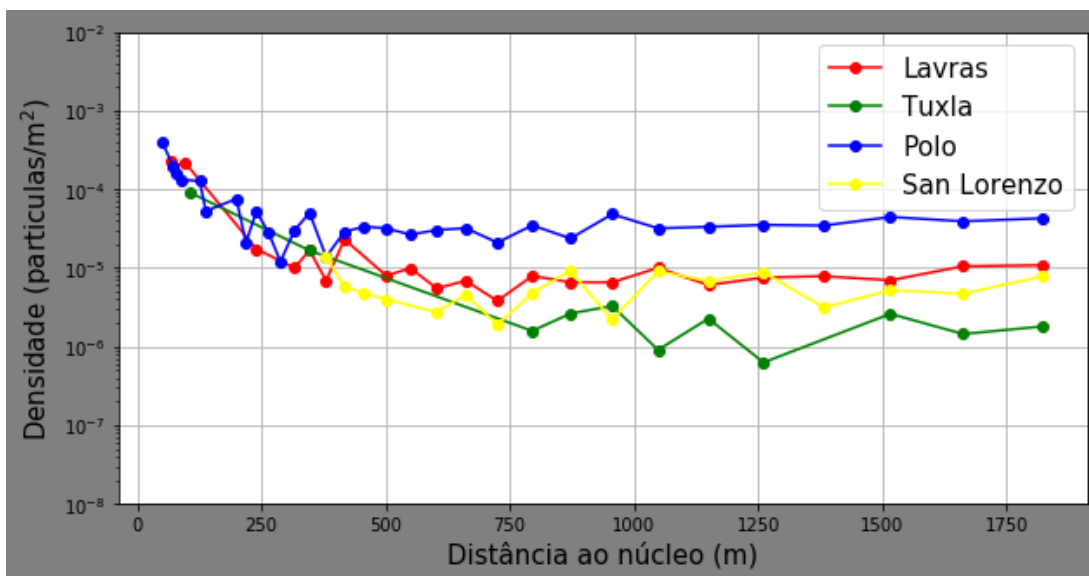


(c) San Lorenzo - Polo Sul

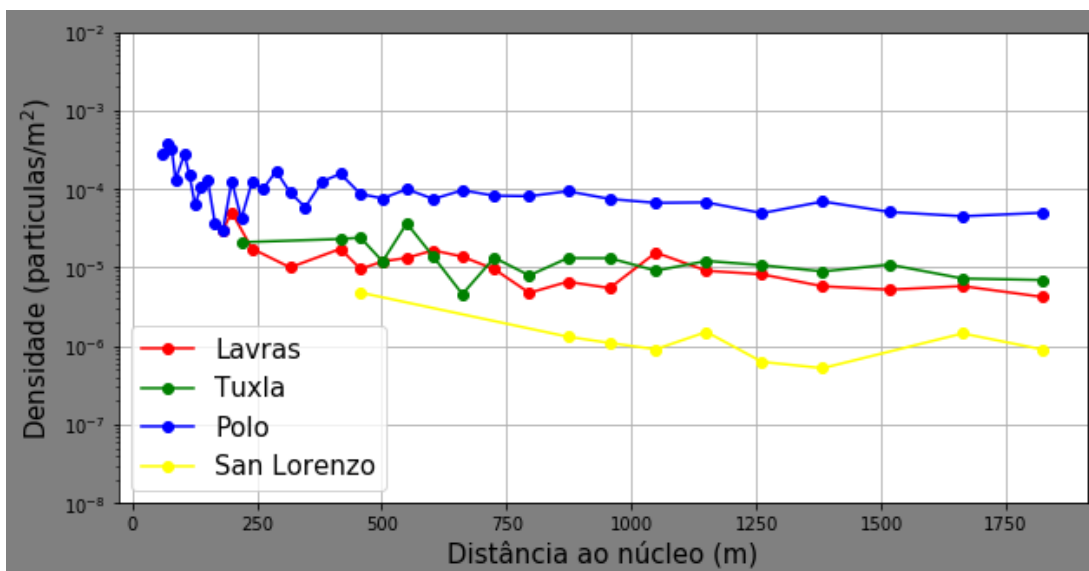
- Distribuição transversal:

A distribuição transversal de múons para cada localidade com ângulos de incidência de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$, está mostrada nos gráficos da figura 4.12. O eixo vertical representa a densidade da partícula normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a distancia ao núcleo da cascata.

Figura 4.12 – Distribuição transversal de múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$. A origem do sistema de coordenadas coincide com o núcleo da cascata.



(a) Distribuição transversal para $\theta = 0^\circ$



(b) Distribuição transversal para $\theta = 45^\circ$

Neste estudo da distribuição transversal dos múons para cada localidade novamente pode-se observar que o comportamento mostra que a maior densidade encontra-se perto do núcleo e diminui afastando-se dela. Deve-se notar que, em todas as localidades, a incidência vertical ($\theta = 0^\circ$) exibe uma densidade de partículas na superfície maior do que na incidência angular ($\theta = 45^\circ$). Os gráficos também mostram que a distribuição lateral de partículas com incidência vertical segue o mesmo padrão nos dois tipos de incidência, com oscilações acentuadas persistindo em regiões afastadas do núcleo da cascata. Para a incidência angular são observadas oscilações em regiões afastadas do núcleo da cascata. Novamente, a baixa energia das partículas, as condições atmosféricas locais, a altitude e a inclinação da cascata devido ao ângulo de incidência, continuam sendo os elementos que podem explicar as oscilações na distribuição transversal.

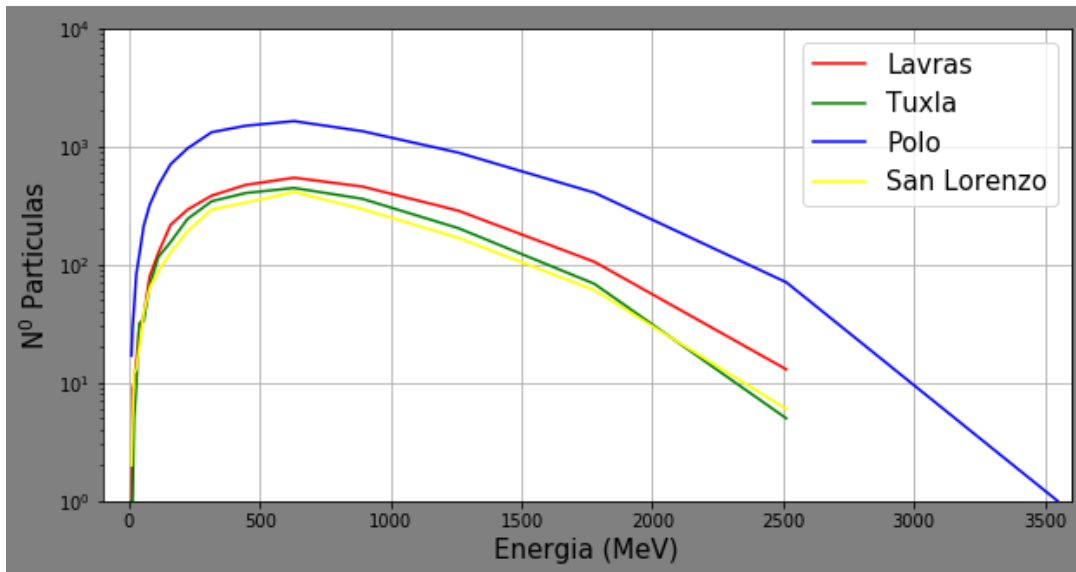
A diferença marcante da figura 4.5 (15 km) em relação ao resultado apresentado na figura 4.12 (20 km) é a região de oscilação da distribuição e o valor da densidade de partículas (múons que atingem a superfície da terra). Com a altitude maior, os múons produzidos tem maior probabilidade de interagir com a atmosfera, sendo completamente absorvidos ou decaindo em outras partículas. Como esperado, existe uma maior densidade de partículas na localidade do Polo Sul.

- Distribuição de energia:

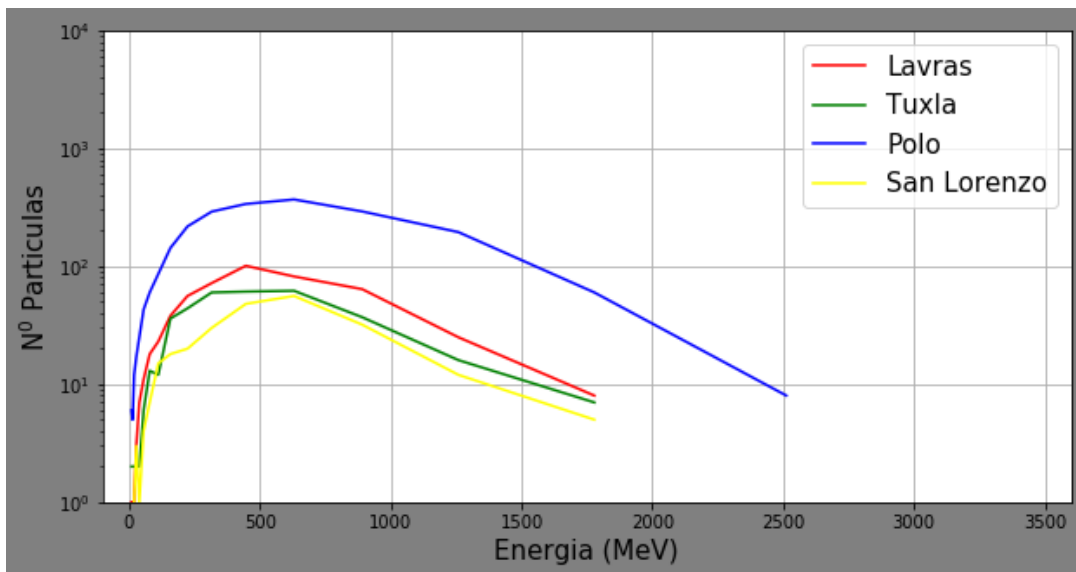
A distribuição da energia dos múons que chegam à superfície da terra em cada localidade com incidência vertical ($\theta = 0^\circ$) e angular ($\theta = 45^\circ$) está mostrada no gráfico da figura 4.13. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a energia.

Neste estudo da distribuição de energia, demonstra que, partindo da origem de coordenadas, para um promédio de energia de 500 MeV o número de partículas de múons conseguem atingir maximamente para todas as localidades. Depois da incidência máxima, o número de partículas de múons novamente diminuem de acordo com a lei de potencia.

Figura 4.13 – Distribuição da energia dos múons para cada localidade com ângulos de incidência (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$.



(a) Distribuição de energia para $\theta = 0^\circ$



(b) Distribuição de energia para $\theta = 45^\circ$

Os gráficos 4.13(a) e 4.13(b) mostram que a distribuição de partículas detectadas na superfície com incidência vertical e angular seguem o mesmo padrão, com uma diferença devido às diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças também podem ser vistas de forma mais detalhada para o caso de $\theta = 0^\circ$ no gráfico da figura 4.14, e para $\theta = 45^\circ$ no gráfico da figura 4.15, onde está registrado a razão do número de partículas produzidas em Polo Sul em relação a Lavras, Tuxla e San Lorenzo. Esta razão indica a quantidade de maior ou menor incidência de partículas no Polo Sul comparada com

outras localidades. Comparando com os resultados da figura 4.6, para uma altitude de 15 km, nota-se um maior número de partículas detectas na superfície. Isso mostra claramente que a altitude do ponto de interação também afeta a detecção do número de partículas em cada localidade. Como esperado para as duas situações de incidência existe um número maior de partículas que chegam à superfície no Polo Sul.

Figura 4.14 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 0^\circ$

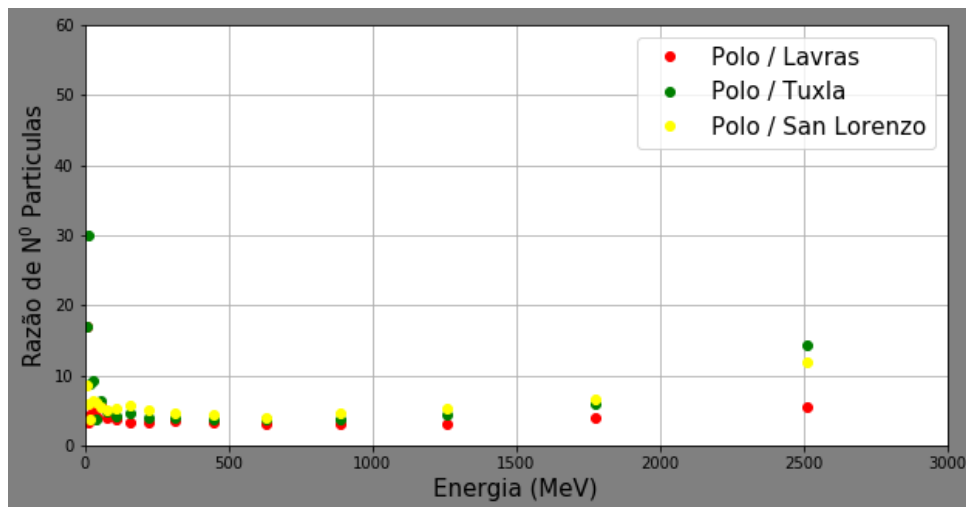
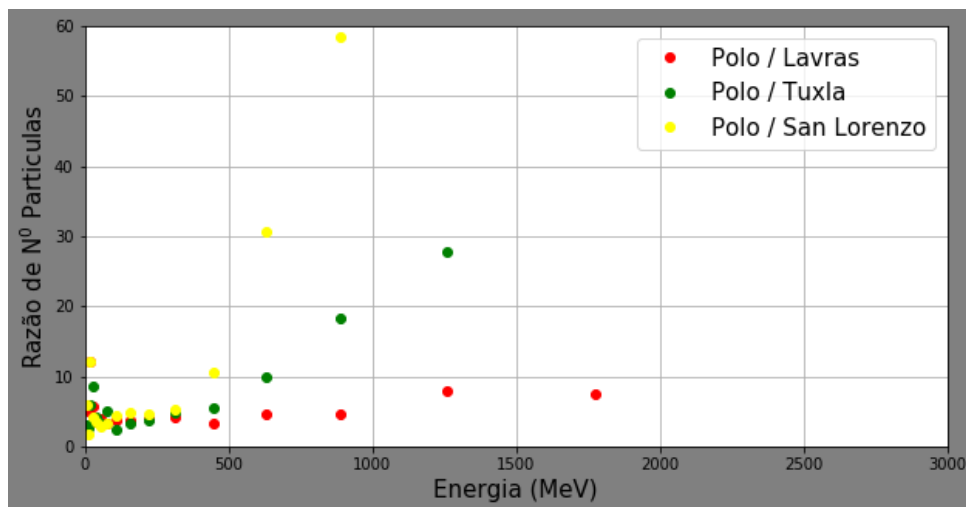


Figura 4.15 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul para $\theta = 45^\circ$



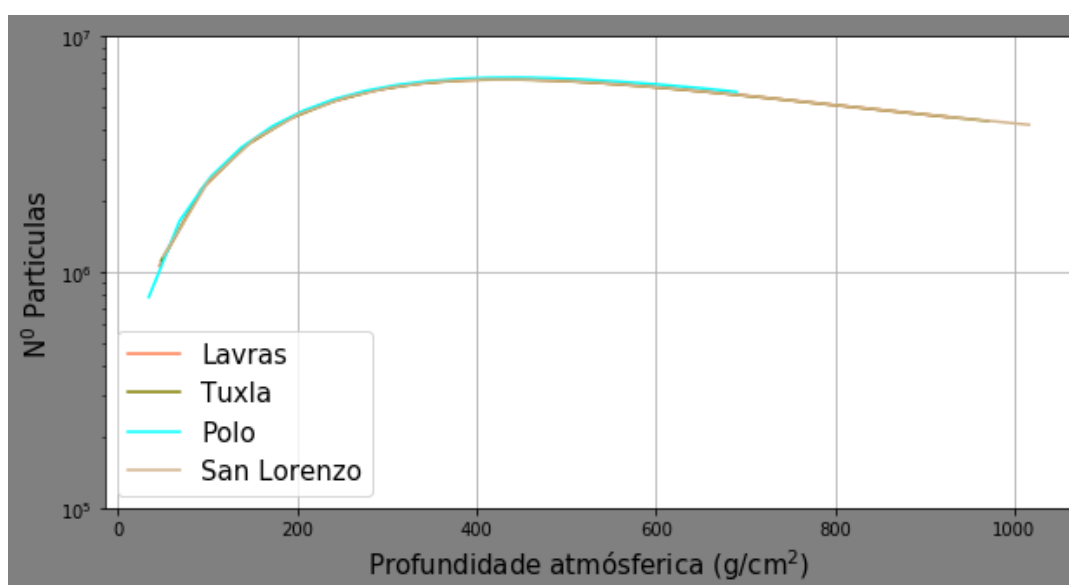
4.1.2 Múons produzidos por próton de 1000 GeV e angulo de incidência $\theta = 0^\circ$

Nesta seção serão apresentados os resultados produzidos por prótons primários com altas energias (1000 TeV) e angulo de incidência vertical. Como foi explicitamente verificado, o caso da incidência angular não apresenta diferença física relevante quando são considerados prótons primários de altas energias. Neste caso, os efeitos de campo magnético e atmosféricos podem ser ignorados. Tais efeitos são relevantes para prótons primários de 6 GeV considerados anteriormente. Além disso, foi verificado que as distribuições para altitudes de 15 km e 20km são essencialmente as mesmas para próton com altas energias. Dessa forma, no que segue serão apresentados os resultados para 20 km.

- Distribuição longitudinal:

A distribuição longitudinal de múons para cada localidade está mostrada no gráfico da figura 4.16. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a profundidade atmosférica.

Figura 4.16 – Distribuição longitudinal dos múons para cada localidade: Energia de 1000 GeV e $\theta = 0^\circ$

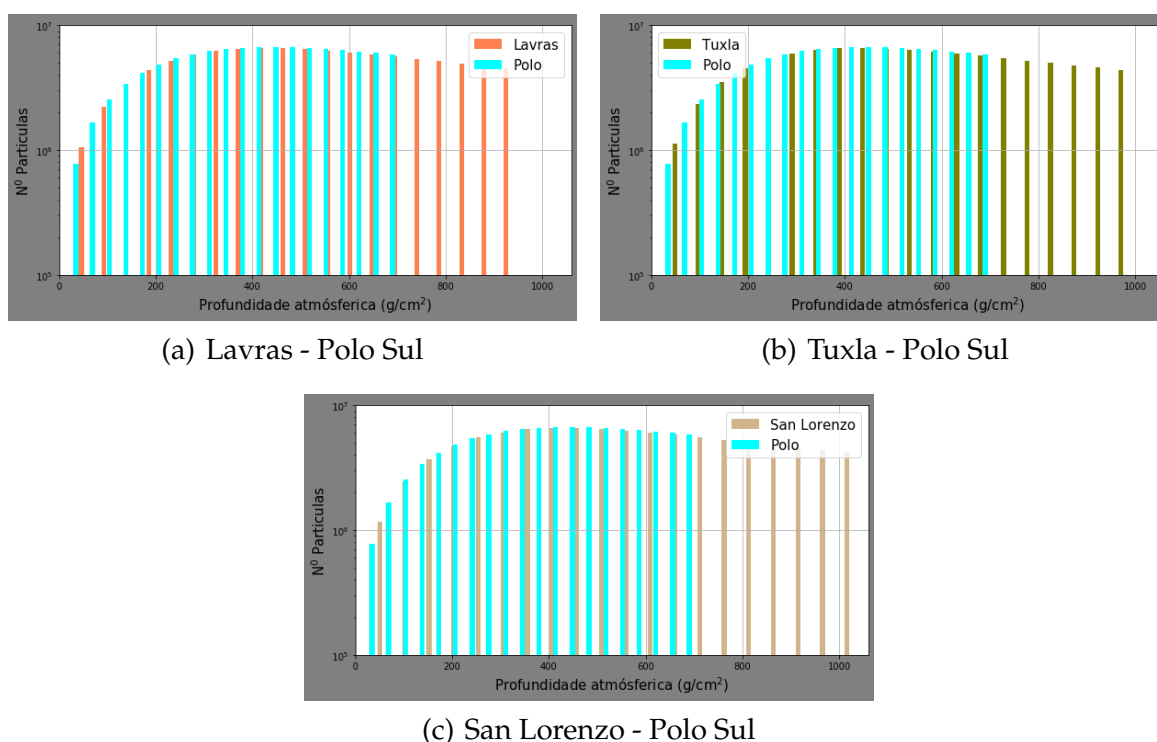


Considerando que a origem do sistema de coordenadas como o topo da atmosfera, a produção máxima dos múons ocorre entre $200 \frac{g}{cm^2}$ e $400 \frac{g}{cm^2}$. Depois da sua produção máxima, o número de partículas de múons começam a diminuir devido ao longo da sua

passagem pela atmosfera. Novamente os múons atingiram primeiramente à superfície da Polo Sul, depois a cidade de Lavras, continuamente a cidade de Tuxla e por ultimo a cidade de San Lorenzo.

No gráfico da figura 4.16, a distribuição de partículas segue o mesmo padrão, praticamente não diferindo para cada localidade. Contudo, é esperada uma pequena diferença devido as diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças podem ser vistas no gráfico da figura 4.17, onde está registrado a distribuição longitudinal para a localidade de Lavras (a), México (b), Polo Sul (c) e Paraguai (d). Isso ocorre porque quando a energia é muito alta, os efeitos do campo magnético e da atmosfera não tem relevância sobre as partículas, diferente do que ocorre no caso de prótons primários com energias de 6 GeV.

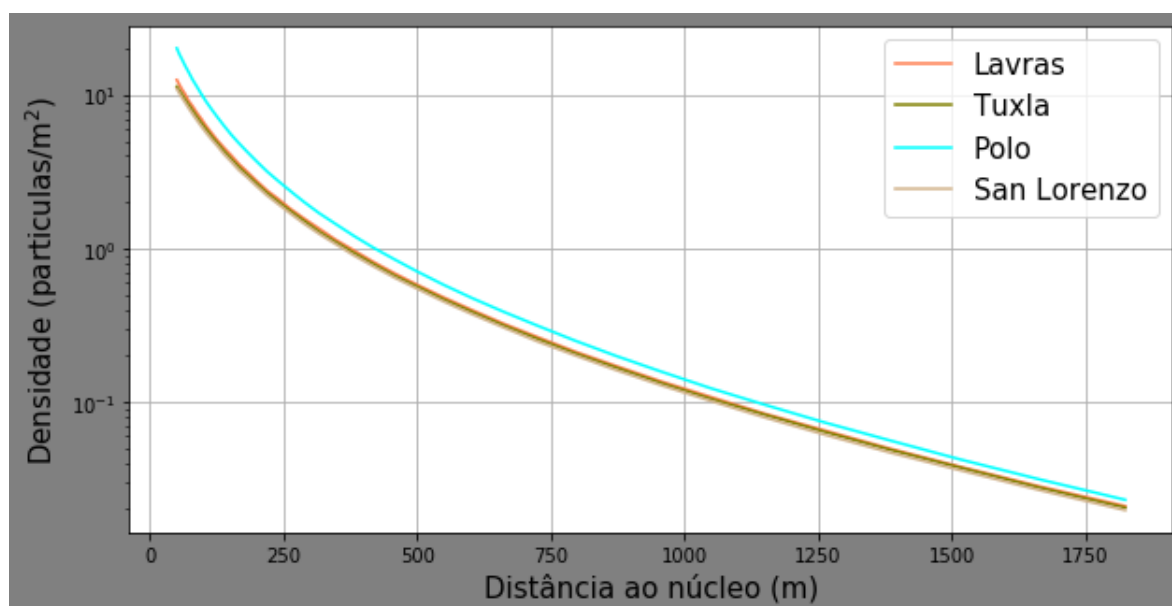
Figura 4.17 – Distribuição longitudinal de múons em cada localidade comparadas com o Polo Sul



- Distribuição transversal:

A distribuição transversal de múons para cada localidade está mostrada no gráfico da figura 4.18. O eixo vertical representa a densidade da partícula normalizada pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a distancia ao núcleo da cascata.

Figura 4.18 – Distribuição transversal dos múons para cada localidade: Energia de 1000 GeV e $\theta = 0^\circ$



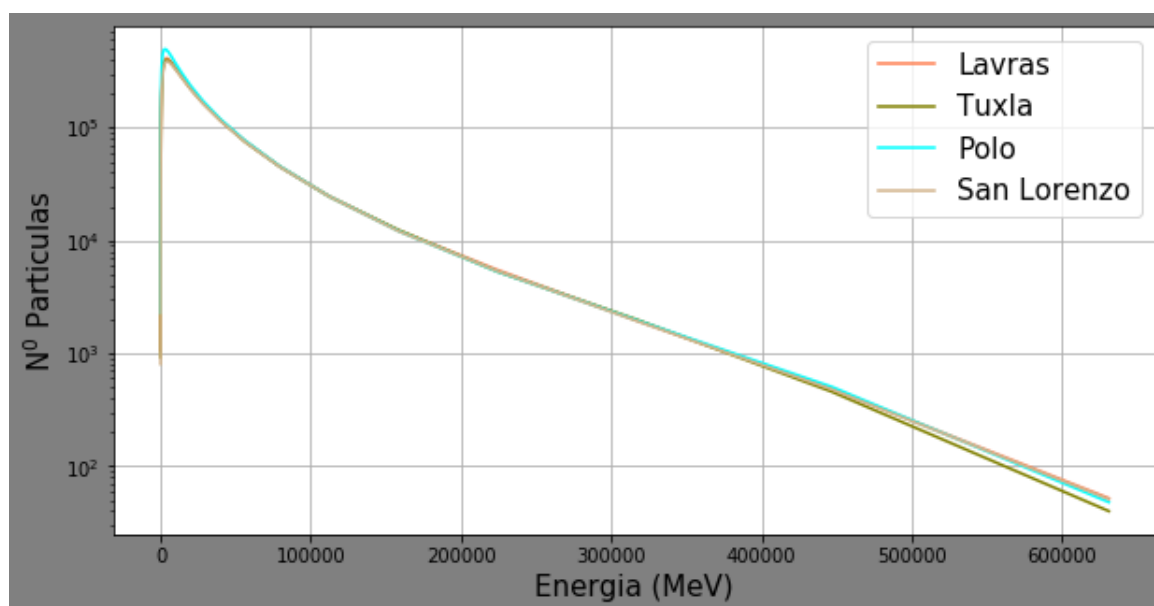
O gráfico mostra que a distribuição lateral de múons segue o mesmo padrão em todas as localidades. Neste caso de prótons primários com alta energia, as distribuições são mais suaves e mostram que a diferença quantitativa entre os valores da densidade da partícula, é devido a altitude de cada localidade. Este resultado mostra como a energia dos prótons primários faz os efeitos atmosféricos e do campo magnético terrestre serem relevantes em baixas energias, ou seja, para prótons primários de 6 GeV.

- Distribuição de energia:

A distribuição da energia de múons para cada localidade está mostrada no gráfico da figura 4.19. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica. O eixo horizontal representa a energia da partícula na superfície de cada localidade.

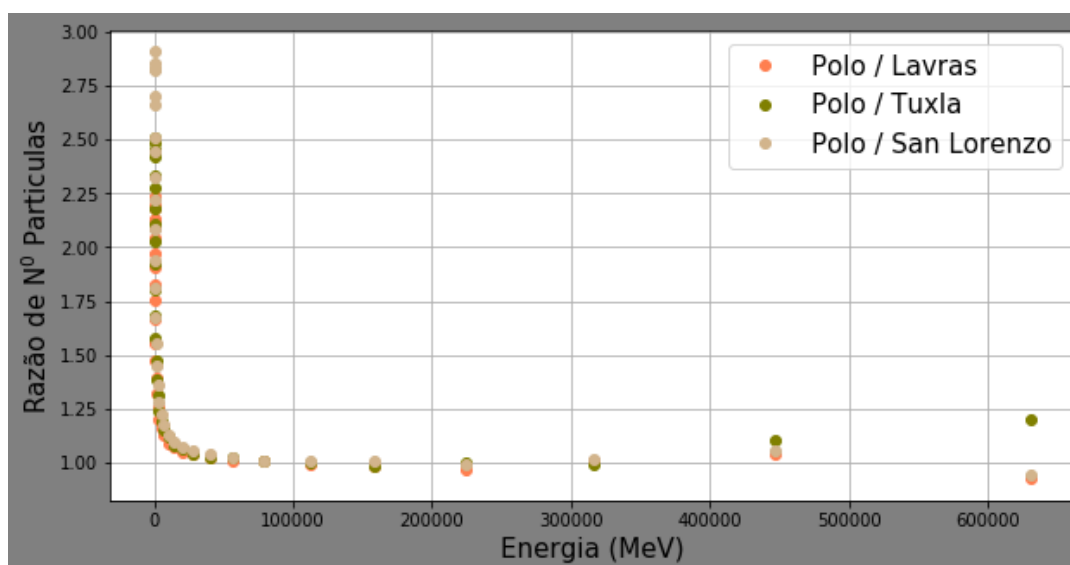
Neste estudo da distribuição de energia, demonstra que, partindo da origem de coordenadas depois da incidência máxima, o número de partículas de múons novamente diminuem de acordo com a lei potencia.

Figura 4.19 – Distribuição da energia dos múons para cada localidade: Energia de 1000 GeV e $\theta = 0^\circ$



O gráfico mostra que a distribuição de partículas detectadas na superfície segue o mesmo padrão. A distribuição mostra quase o mesmo número de partículas para cada localidade. Como antes, existe uma pequena diferença em relação ao número de partículas detectadas devido às diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças podem ser vistas de forma mais detalhada no gráfico da figura 4.20, onde está registrado a razão do número de partículas produzidas em Polo Sul em relação a Lavras, Tuxla e San Lorenzo. Esta razão indica a quantidade de maior ou menor incidência de partículas no Polo Sul comparada com outras localidades. Observa-se que considerando esta energia primária os efeitos do campo magnético e da atmosfera não tem relevância quando comparados com os resultados considerando a energia de 6 GeV.

Figura 4.20 – Relação da distribuição de energia dos múons em cada localidade comparada com o Polo Sul



4.2 Efeitos da Anomalia Magnética do Atlântico Sul

É um fato bem conhecido que a Teoria da Relatividade Especial indica que 62% dos múons produzidos a partir de raios cósmicos primários atingem a superfície terrestre. Além disso, é possível mostrar que a altitude de produção de múons tem uma correlação com o número de partículas que são detectadas na superfície. Uma análise relativística sobre o decaimento do múon está descrita no Apêndice C.

Partindo dos resultados das simulações apresentadas anteriormente, onde os efeitos da SAA foram desconsiderados, nota-se que em San Lorenzo (Paraguai) ocorre uma incidência menor de múons de baixas energias quando comparado com outras localidades (gráficos 4.6 e 4.13). Contudo, resultados experimentais coletados em San Lorenzo indicam um resultado diferente (NUÑEZ; MOLINA, 2019): o dobro de partículas são detectadas em relação ao determinado pelas simulações de San Lorenzo. A seguir vamos mostrar argumentos indicando que esse excesso de múons detectados em San Lorenzo é um efeito da SAA.

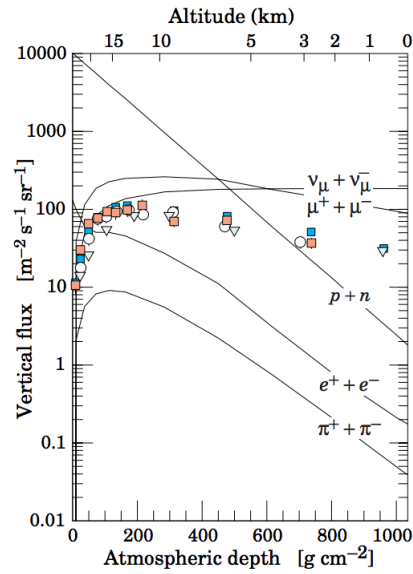
No gráfico da figura 4.21 pode-se observar os dados de múons coletados para diferentes altitudes, no qual nota-se que o fluxo de partículas é menor quanto menor for a altitude. Na tabela 4.2 encontra-se o valor do fluxo vertical obtido experimentalmente em algumas localidades de referência. Uma informação importante obtida da tabela é

que o fluxo de partículas em San Lorenzo é maior do que o fluxo em Tuxla, o que está em contraste com os resultados de todas as simulações em que não existe o efeito da SAA (gráficos 4.6 e 4.13). Isso ocorre mesmo com Tuxla estando em uma altitude maior do que San Lorenzo, como indicado na tabela 4.2.

No caso da cidade de Lavras, não existe medida experimental disponível. Contudo, para referência, utilizou-se dados experimentais da cidade de Campinas, em São Paulo. A distância entre Campinas e Lavras é cerca de 282 km e ambas com altitude da ordem de 1 km, de modo que espera-se resultados parecidos para essas duas cidades. Em particular, note que as medidas de Campinas são da mesma ordem de grandeza de San Lorenzo. Espera-se que o fluxo associado à Lavras, em Minas Gerais seja da mesma ordem de grandeza, mas um pouco maior devido à altitude de Lavras em relação à Campinas. Cabe ressaltar que todas as simulações desenvolvidas para prótons de baixas energias (6 GeV) não leva em conta a anomalia magnética. O fato do Paraguai estar atualmente no centro da anomalia certamente tem um impacto sobre as medidas experimentais.

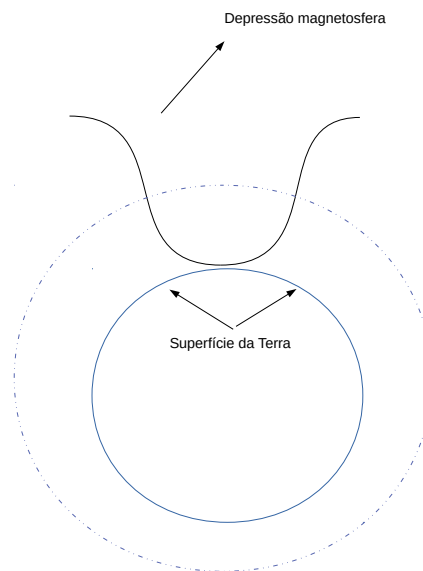
Utilizando o simulador AIRES (SCIUTTO, 2019), partiremos da hipótese que, devido a anomalia magnética (figura 4.22), a primeira interação da partícula primária e a atmosfera ocorram em altitudes menores (propomos altitudes 10 km e 5 km) em relação às altitudes de referencia consideradas anteriormente (15 km e 20 km). Supomos ainda que o efeito desta natureza ocorre exclusivamente na região da Anomalia Magnética (da qual fazem parte San Lorenzo e Lavras). Nesta seção serão considerados os prótons de baixas energias (6 GeV) incidindo na atmosfera num angulo de 0^0 (incidência vertical). Com isso propomos uma possível explicação para o excesso de múons detectados na região da SAA.

Figura 4.21 – Este gráfico apresenta uma recopilação de resultados das medições do fluxo vertical de múon para cada altitude. É notável que numa altitude menor o fluxo é menor



Fonte: (TANABASHI; M., 2018)

Figura 4.22 – Depressão na magnetosfera da Terra causada pelo cinturão de Van Allen. O efeito da depressão chega próximo à superfície da terra.



Fonte: Própria do autor

Tabela 4.2 – Fluxo vertical de múon experimental medidos no Polo Sul (BAI et al., 2006), Paraguai (NUÑEZ; MOLINA, 2019), Campinas (FAUTH; A.C., 2007) e México (Yáñez; AGUILAR-AREVALO, 2021)

Localidade	Fluxo ($\frac{\mu}{sstrm^2}$)	Altitude (m)	Rigidez (GV)	R. mínima (GV)
Polo Sul	176 ± 0.01	2835	0.4	–
San Lorenzo (Paraguai)	131.84 ± 2.45	136	11	1
Campinas (Brasil)	141 ± 1	685	9	1-2
Tuxla (México)	$\cong 80 - 90$	522	10	–

A seguir serão apresentados os resultados de simulações para San Lorenzo e Lavras considerando duas altitude de interação (10 km e 5 km) diferentes das altitudes de referência utilizadas nas simulações anteriores, em que não foi levada em conta a SAA. Os resultados serão comparados com as simulações para Tuxla e Polo Sul nas altitudes de referência.

4.2.1 Prótons de 6 GeV com incidência vertical ($\theta = 0^\circ$)

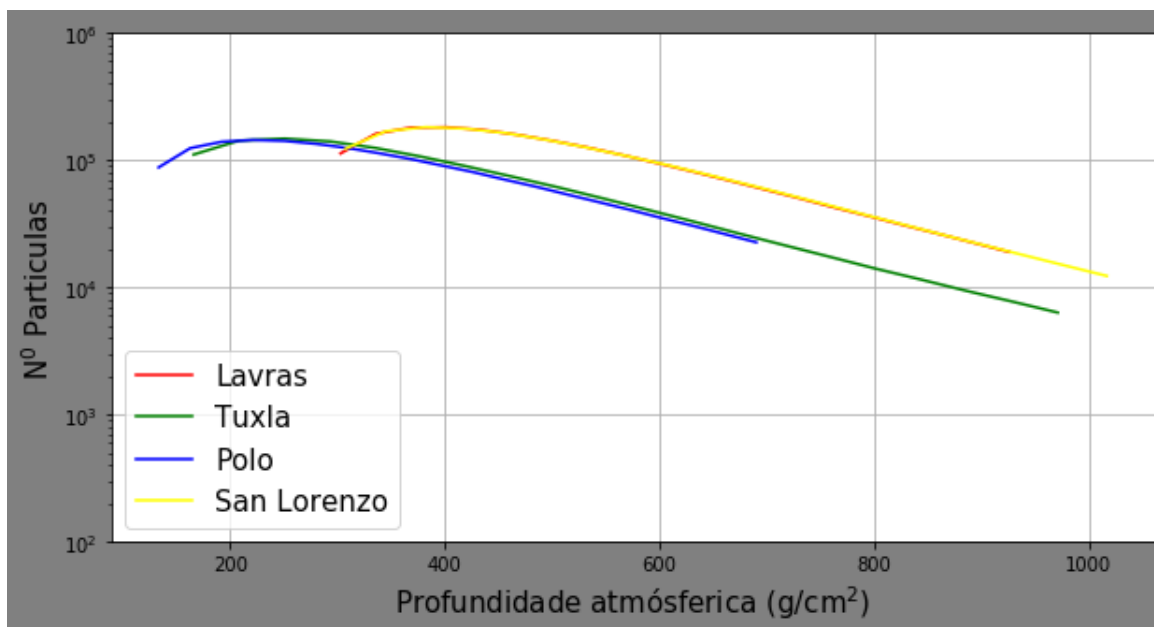
No que segue serão apresentados os resultados mantendo fixa a altitude de interação para as localidades que estão na região da anomalia magnética e variando a altitude de interação para as localidades fora da anomalia.

- Distribuição longitudinal:

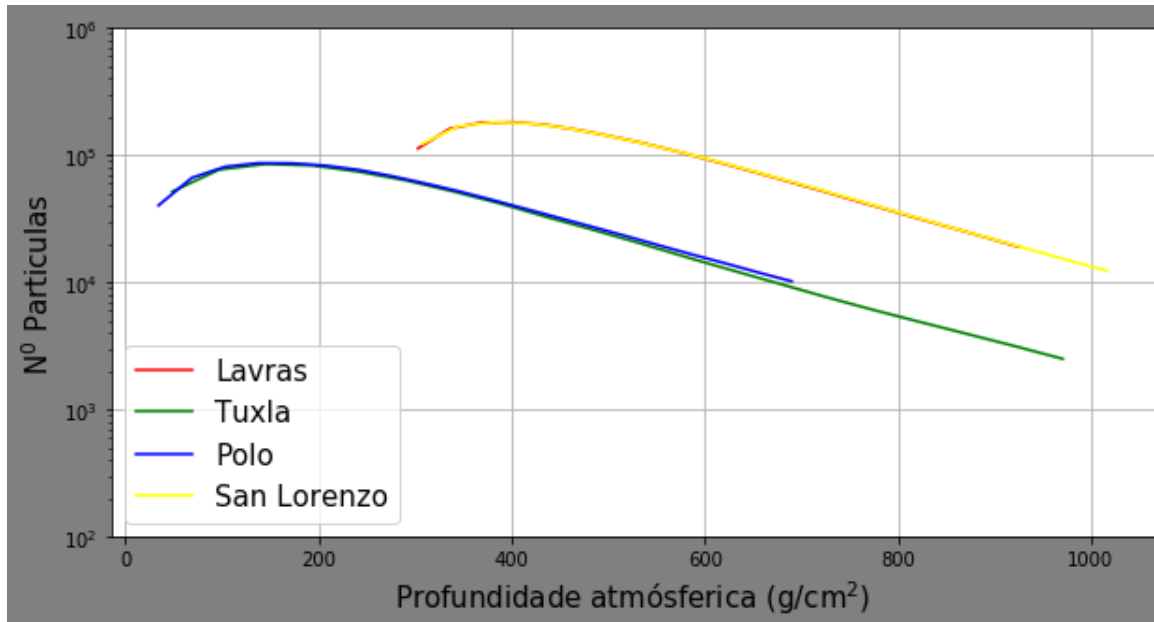
A distribuição longitudinal de múons para cada localidade e diferentes altitudes de interação está mostrada no gráfico da figura 4.23. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica e o eixo horizontal representa a profundidade atmosférica.

Considerando que a origem do sistema de coordenadas como o topo da atmosfera, a produção máxima dos múons para as localidades que estão no SAA (Lavras e San Lorenzo) ocorre numa profundidade atmosférica aproximadamente em $400 \frac{g}{cm^2}$ e fora do SAA (Tuxla e Polo Sul) numa profundidade atmosférica de $200 \frac{g}{cm^2}$ para altitude de interação de $15km$ e menores à $200 \frac{g}{cm^2}$ para altitude de interação de $20km$. Depois da sua produção máxima, o número de partículas de múons começam a diminuir devido ao longo da sua passagem pela atmosfera. Novamente os múons atingiram primeiramente à superfície do Polo Sul, depois a cidade de Lavras, continuamente a cidade de Tuxla e por ultimo a cidade de San Lorenzo.

Figura 4.23 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade: fora da SAA com altitudes de interação (a) 15 km e (b) 20 km; nas localidades dentro da SAA foi fixada a altitude de 10 km.



(a) Distribuição longitudinal para fora da SAA com altitude de interação de 15 km e dentro da SAA com altitude de 10 km



(b) Distribuição longitudinal para fora da SAA com altitude de interação de 20 km e dentro da SAA com altitude de 10 km

No gráfico 4.23 pode-se verificar que a distribuição de partículas que incidem nas localidades fora da SAA (Polo Sul e Tuxla) e na região da SAA (San Lorenzo e Lavras). Em cada caso, as curvas da distribuição estão praticamente superpostas.

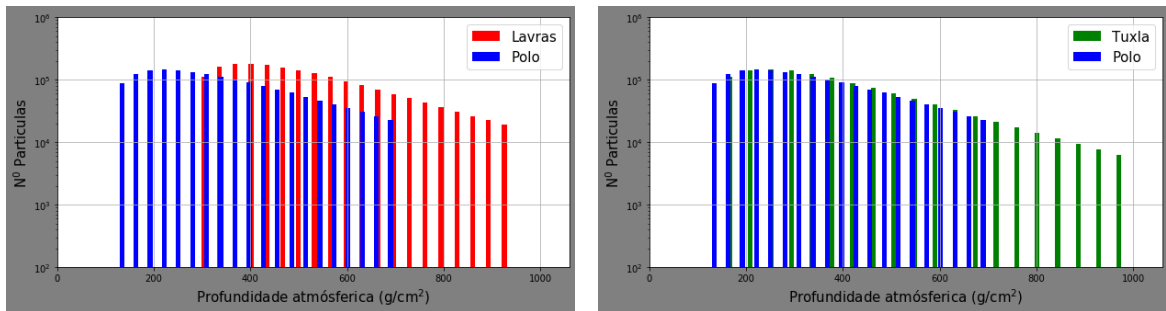
Contudo, é esperada uma pequena diferença devido as diferentes altitudes envolvidas. Essas diferenças podem ser vistas para a altitude de 15 km fora de SAA e 10 km na região de SAA no gráfico da figura 4.24, e para a altitude de 20 km fora de SAA e 10 km na região de SAA no gráfico da figura 4.25. Para cada situação está registrado a distribuição longitudinal para a localidade onde figura do gráfico (a) representa a diferença de múons incidindo na localidade de Lavras e Polo Sul. (b) Tuxla - Polo Sul e (c) San Lorenzo - Polo Sul.

Nota-se no gráfico 4.23(a) um número maior de partículas que chegam à superfície no Polo Sul em comparação com as localidades de Lavras e San Lorenzo. Contudo, o gráfico 4.23(b) indica uma incidência menor no Pólo Sul do que em San Lorenzo e Lavras, isso pode-se observar de acordo as profundidades atmosféricas para cada localidade de acordo a tabela 4.1, o que está em desacordo com o fluxo experimental conhecido. É importante destacar que todas as simulações (distribuições transversal e de energia) a 20 km apresentaram o mesmo tipo de conflito com os dados experimentais conhecidos. Assim, a partir de agora não serão mais considerada o caso de impacto de prótons primários a 20 km de altitude. Todos os resultados apresentados a seguir consideram a altitude do ponto de impacto dos prótons com a atmosfera como sendo 15 km (valor de referência) e de 10 km (efeito da anomalia magnética).

Como conclusão, vemos que a distribuição longitudinal na região de SAA, com a altitude de interação próton-atmosfera de 10 km, mostra uma incidência de partículas maior quando comparado com os resultados dos gráficos 4.3(a) e 4.9(a) para 15 km e 20 km, quando a SAA não foi considerada.

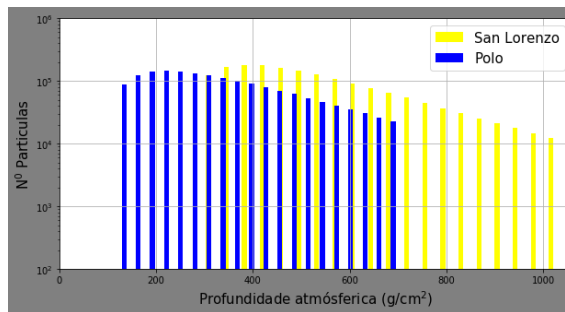
A seguir serão apresentados outros resultados que demonstram que a altitude da interação da partícula primária com a atmosfera tem relevância quando se trata de partículas com de baixa energia.

Figura 4.24 – Distribuição de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 10 km e fora dela a 15 km



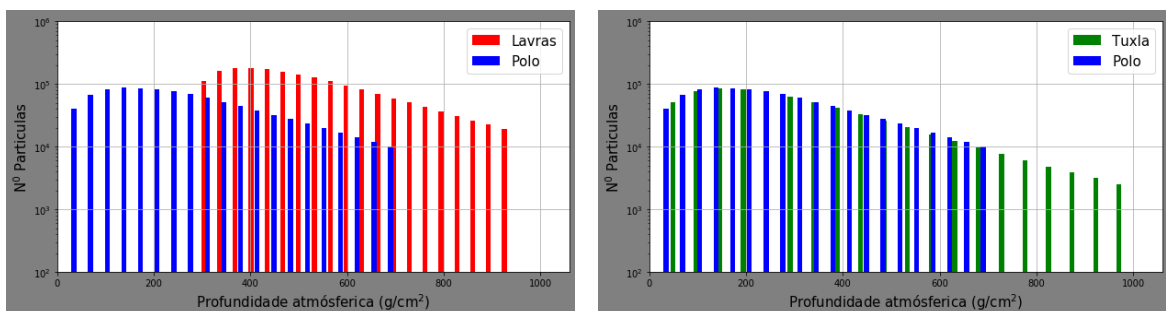
(a)

(b)



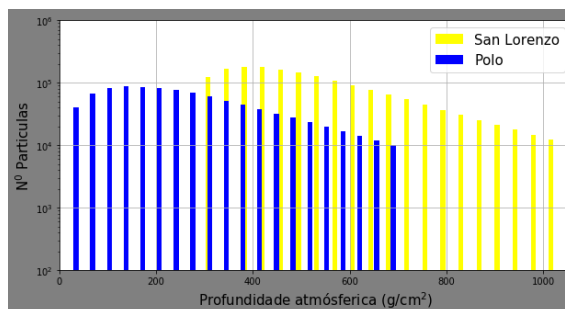
(c)

Figura 4.25 – Distribuição de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 10 km e fora dela a 20 km



(a)

(b)

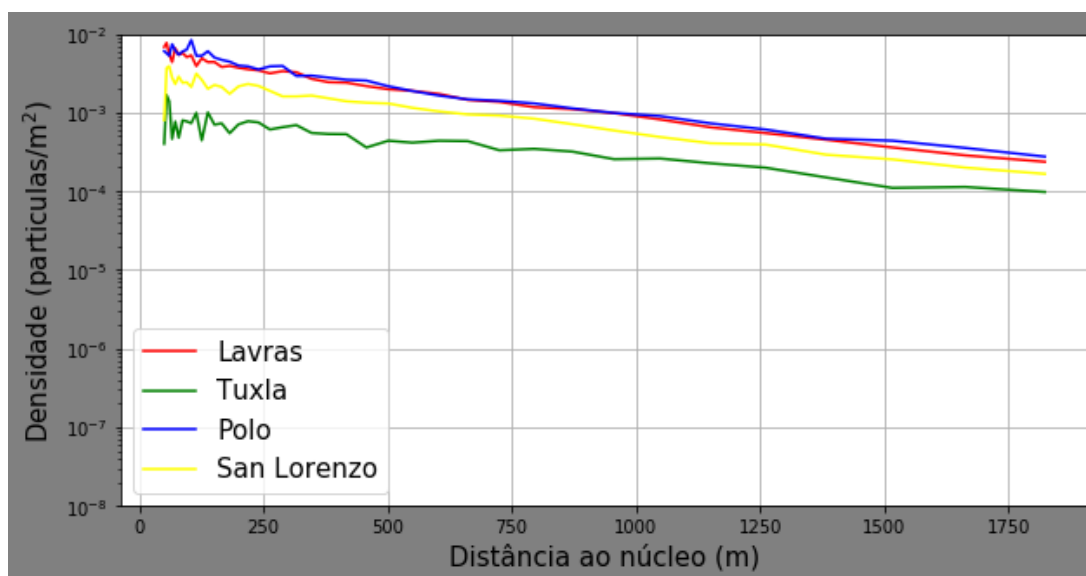


(c)

- Distribuição transversal:

A distribuição transversal de múons para cada localidade e diferentes altitudes, está mostrada no gráfico da figura 4.26. O eixo vertical representa a densidade de partículas normalizada pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica e o eixo horizontal representa a distancia ao núcleo da cascata.

Figura 4.26 – Distribuição transversal de múons para cada localidade fora da SAA (15 km) e dentro da SAA (10 km).



Neste estudo da distribuição transversal dos múons para cada localidade novamente pode-se observar que o comportamento mostra que a maior densidade encontra-se perto do núcleo e diminui afastando-se dela. Além disso, no gráfico pode-se ver que a distribuição transversal de múons seguem o mesmo padrão. O gráfico 4.26 mostra também que a distribuição transversal dos múons para as localidades de Lavras e San Lorenzo é maior do que os resultados dos gráficos da figura 4.12(a) (15 km) para estas cidades. Esse efeito deve ser uma consequência direta da anomalia magnética, traduzida no gráfico 4.26 pela altitude do ponto de impacto dos prótons primários com a atmosfera (10 km). Isso explicaria o excesso de múons registrado na região da SAA.

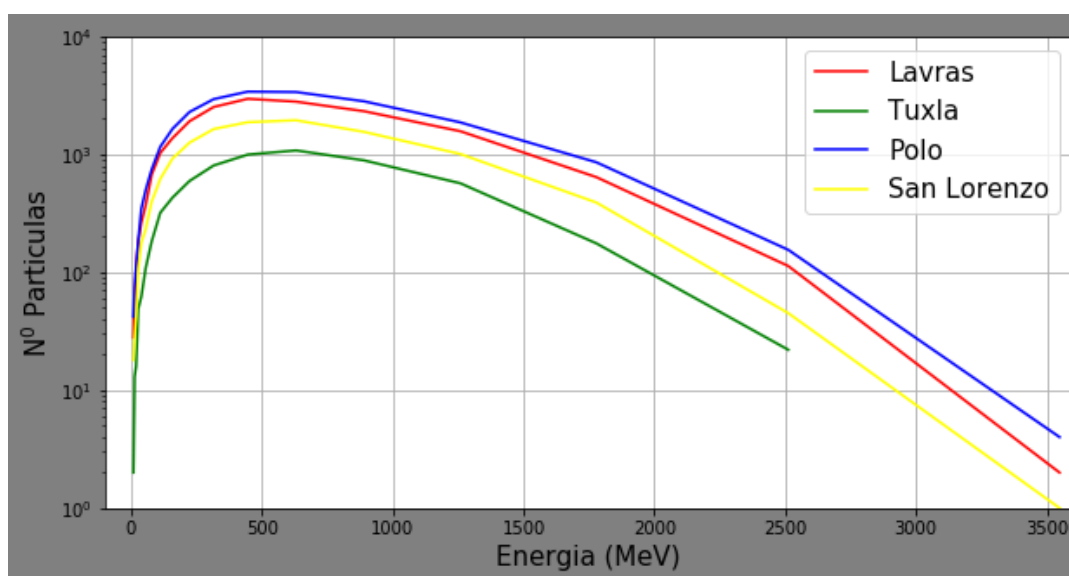
- Distribuição de energia:

A distribuição da energia de múons que chegam á superfície da terra em cada localidade e diferentes altitudes de interação está mostrada no gráfico da figura 4.27. O

eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica e o eixo horizontal representa a energia.

A distribuição de energia demonstra que, partindo da origem de coordenadas, para um promédio de energia de 500 MeV o número de partículas de múons conseguem atingir maximamente para todas as localidades. Depois da incidência máxima, o número de partículas de múons novamente diminuem de acordo com a lei de potencia.

Figura 4.27 – Distribuição da energia de múons para cada localidade fora da SAA 15 km e dentro da SAA a 10 km



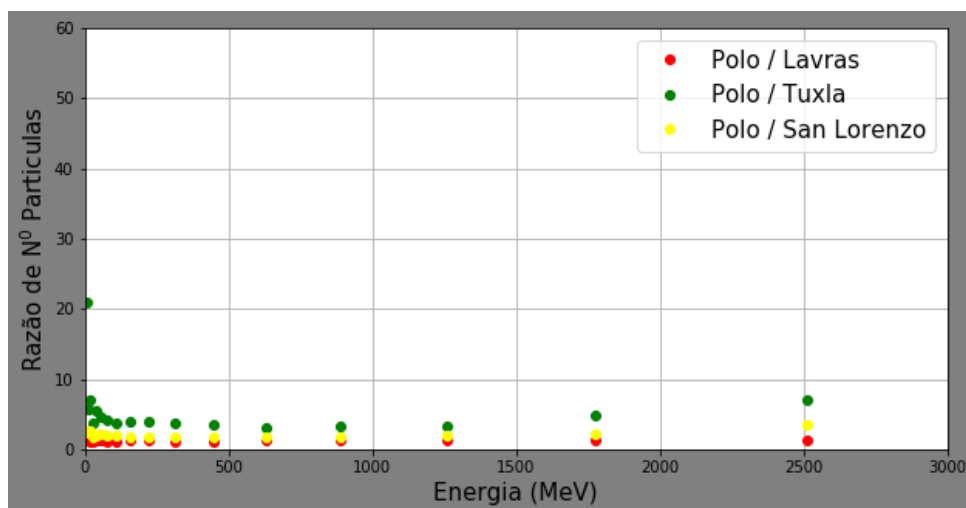
No gráfico 4.27 pode-se verificar que a distribuição de partículas que incidem nas localidades fora de SAA (Polo Sul e Tuxla) e dentro de SAA (San Lorenzo e Lavras) seguem praticamente o mesmo padrão. Para as diferentes altitudes de interação, existe uma discrepância devido às diferentes altitudes de cada localidade. Essas diferenças podem ser vistas no gráfico da figura 4.28 onde está registrado a razão do número de partículas produzidas em Polo Sul em relação a Lavras , Tuxla e San Lorenzo . Esta razão indica a quantidade de maior ou menor incidência de partículas no Polo Sul comparada com outras localidades.

Considerando os valores do fluxo vertical para cada localidade mostrados na tabela 4.2, a qual apresenta uma maior incidência de múons na localidade do Polo Sul e fazendo uma comparação direta com o resultado da simulação, indicam que existe uma maior incidência no Polo Sul portanto, está em acordo com os dados experimentais conhecidos.

Na simulação da figura 4.27, nota-se que o segundo maior número de partículas que chegam à superfície corresponde à cidade de Lavras, seguida de San Lorenzo. É importante destacar que esse resultado é diferente ao encontrado na simulação da figura 4.6(a), onde foi considerado o ponto de impacto dos prótons primários como sendo de 15 km (portanto sem efeito da anomalia magnética). Nesse caso a cidade de San Lorenzo possui uma menor incidência do que Tuxla, o que está em desacordo com os dados experimentais exibidos na tabela 4.2.

Concluindo: partindo das medições experimentais dos múons para cada localidade, a simulação das três distribuições de partículas demonstram que na região da SAA a interação próton-atmosfera deve ocorrer a 10 km de altitude, diferente do que ocorre nas regiões fora da SAA, em que a altitude de referência para a interação próton-atmosfera ocorre em uma altitude de 15 km. Isso explica o excesso de múons de baixas energias observado nas medidas realizadas na região da SAA.

Figura 4.28 – Relação de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 10 km e fora dela a 15 km comparada com o Polo Sul



4.2.2 Prótons de 6 GeV com incidência vertical ($\theta = 0^\circ$) e altitude de 5 km

No sentido de completar a análise feita anteriormente, é interessante determinar se os mesmos resultados anteriores são mantidos para altitudes de interação próton-atmosfera menores do que 10 km. Para isso, no que segue vamos considerar um ponto de impacto de 5 km e variar a altitude de interação para as localidades fora da anomalia.

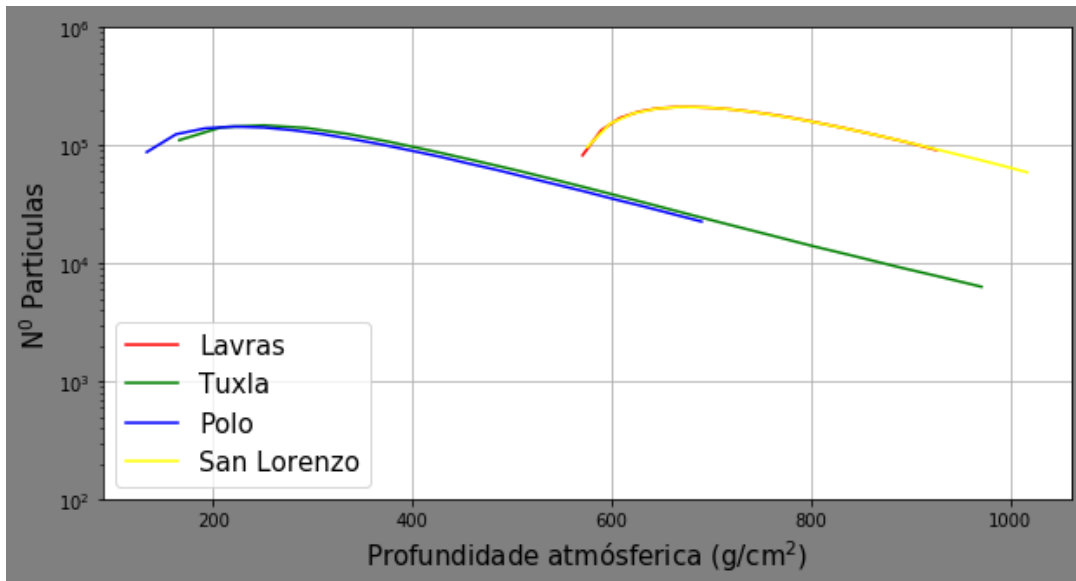
- Distribuição longitudinal:

A distribuição longitudinal de múons para cada localidade com altitudes de interação distintas está mostrada no gráfico da figura 4.29. O eixo vertical representa o número de partículas normalizado pelo número de prótons simulados numa escala logarítmica e o eixo horizontal representa a profundidade atmosférica.

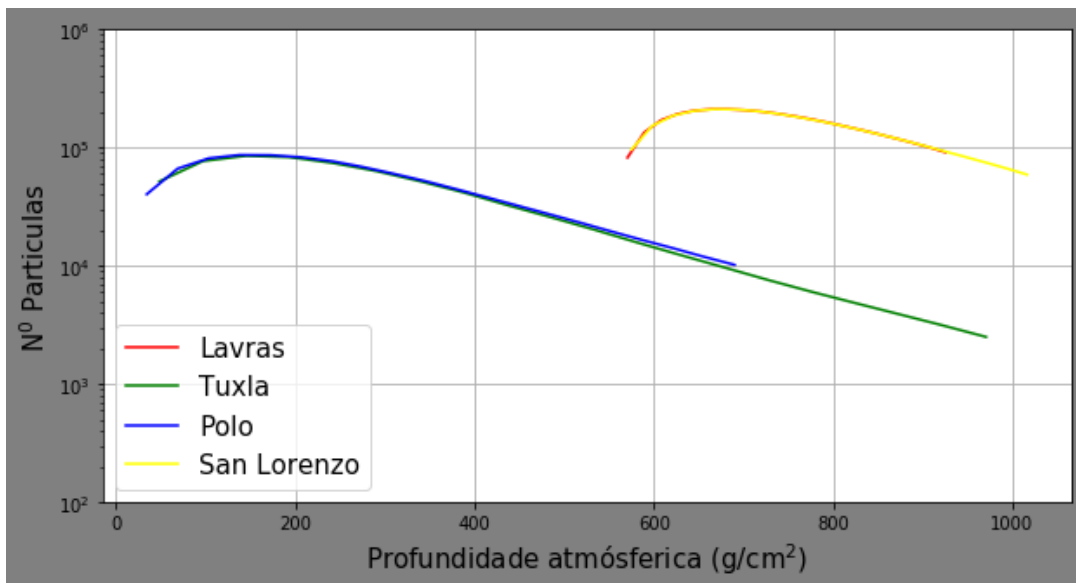
Considerando que a origem do sistema de coordenadas como o topo da atmosfera, a produção máxima dos múons para as localidades que estão no SAA (Lavras e San Lorenzo) ocorre numa profundidade atmosférica aproximadamente em $600 \frac{g}{cm^2}$ e fora do SAA (Tuxla e Polo Sul) numa profundidade atmosférica de $200 \frac{g}{cm^2}$ para altitude de interação de $15 km$ e menores à $200 \frac{g}{cm^2}$ para altitude de interação de $20 km$. Depois da sua produção máxima, o número de partículas de múons começam a diminuir devido ao longo da sua passagem pela atmosfera. Novamente os múons atingiram primeiramente à superfície do Polo Sul, depois a cidade de Lavras, continuamente a cidade de Tuxla e por ultimo a cidade de San Lorenzo.

Nota-se a partir dos gráficos 4.29(a) e 4.29(b) uma incidência menor no Polo Sul do que em San Lorenzo e Lavras, o que está em desacordo com o fluxo experimental conhecido. O mesmo comportamento ocorre na simulação das outras distribuições (transversal e de energia). Portanto, a simulação com altitude de interação prótons-atmosfera de 5 km para as cidades de Lavras e San Lorenzo não explica o excesso de múons observado.

Figura 4.29 – Distribuição longitudinal de múons para cada localidade



(a) Distribuição de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 5 km e fora dela a 15 km



(b) Distribuição de múons para cada localidade para altitude de interação na região de SAA a 5 km e fora dela a 20 km

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E PERSPECTIVAS

Simulações numéricas são importantes ferramentas para elaboração e predição de projetos experimentais. Dessa forma, pode-se inclusive inferir a viabilidade de um experimento, reduzindo os custos e otimizando os recursos disponíveis. O propósito geral deste trabalho é desenvolver simulações da incidência de raios cósmicos na cidade de Lavras a partir de dados experimentais conhecidos da cidade de San Lorenzo, no Paraguai. O trabalho servirá como base para o desenvolvimento futuro de instrumentação científica envolvendo a construção de um detector de múons no Departamento de Física da UFLA.

Mais especificamente, o trabalho está contextualizado na simulação da incidência de raios cósmicos de baixas energias e os efeitos causados pela Anomalia Magnética do Atlântico Sul (NUÑEZ; MOLINA, 2019),(AUGUSTO et al., 2015). Dados experimentais coletados na cidade de San Lorenzo mostram que existe um excesso de múons de baixas energias detectados nessa localidade quando comparado com dados experimentais de outras regiões do planeta. Esse tipo de excesso é observado em outras localidades da América do Sul.

Propomos neste trabalho que uma possível explicação do excesso de múons detectados envolvem efeitos causados pela SAA. Devido a existência da anomalia magnética, a interação dos prótons primários de baixas energias ocorre numa altitude em torno de 10 km, portanto menor do que as altitudes de referência (20 km e 15 km) encontrado na literatura para outras localidades do planeta ((GRIEDER, 2001)). Foram realizadas simulações com raios cósmicos com energias de 6 GeV e, para fins de comparação, prótons primários com altas energias (1000 GeV). Como esperado, verificamos explicitamente que os efeitos magnéticos e atmosféricos não são relevantes para prótons altamente energéticos.

Um fato importante é que os resultados das simulações puderam ser comparados com dados experimentais coletados na cidade de San Lorenzo (Paraguai). Espera-se que um experimento análogo em Lavras retorne os resultados parecidos, uma vez que as duas cidades estão na região coberta pela SAA. Além da altitude, diferenças quantitativas podem estar associados ao centro da anomalia magnética (FRIGO; HARTMANN, 2018) (NAVIA et al., 2005).

Na execução das simulações foram adotados ângulos específicos de incidência entre os raios cósmicos primários e a atmosfera. Mas especificamente, fixou-se o ângulo azimutal e o ângulo de 45 graus em relação à atmosfera. As grandezas obtidas foram: o número e o tipo de partículas produzidas; as distribuições longitudinal e transversal em função da profundidade atmosférica; o fluxo de partículas secundárias em função da energia. Para fins de comparação, é interessante lembrar que a teoria da relatividade especial mostra que 62% dos múons são gerados numa altitude média de 15 km e detectados na superfície com energia média de 5 GeV (FAUTH; A.C., 2007).

Inicialmente, foram realizadas simulações feitas para prótons com energia de 6 GeV incidindo vertical e angularmente para as altitudes de referência para a interação próton-atmosfera, ou seja, de 15 km e 20 km. A incidência de múons gerados a partir da incidência de prótons a $\theta = 0^\circ$ é maior do que o número de múons gerados a partir de prótons incidindo com $\theta = 45^\circ$. Isso ocorre nas duas altitudes de referência para a interação próton-atmosfera. Fisicamente, isso significa que na incidência angular as partículas produzidas na cascata tem uma maior probabilidade de serem absorvidos ou de decaírem antes de atingir a superfície. Outra informação importante é que, para prótons de baixas energias, a altitude de interação tem uma relação direta com o número de múons detectados numa determinada localidade.

Em todas as simulações executadas com as altitudes de referência de 15 km e 20 km, obtemos somente o resultado esperado quando leva-se em conta somente as diferentes altitudes e campo magnético *sem efeitos da anomalia magnética*: maior incidência de múons no Pólo sul, seguido de Lavras, Tuxla e San Lorenzo. Este resultado está em desacordo com dados experimentais obtidos em San Lorenzo, que mostram que a incidência de múons nessa localidade é maior do que em Tuxla. Assim, as simulações realizadas considerando as interações próton-atmosfera nas altitudes de referência estão em desacordo com o excesso de múons observados experimentalmente.

Em nossa proposta, o excesso é explicado como um efeito direto da SAA. Na abordagem proposta nessa dissertação, os efeitos da anomalia são traduzidos no simulador pela escolha de altitudes de interação próton-atmosfera diferentes das altitudes de referência (15 km e 20 km). Verificamos que os excessos podem ser explicados quando a interação primária com a atmosfera ocorre a 10 km de altitude. Nesse caso, todas as distribuições nas localidades dentro da região da SAA (San Lorenzo

e Lavras) possuem um excesso de múons de baixas energias em relação à Tuxla, que está fora da região da anomalia. Isso sugere a possibilidade que o excesso de múons detectados experimentalmente na região da anomalia magnética seja explicado por prótons oriundos do cinturão de Van Allen.

Como um complemento importante, foram realizadas simulações para a altitude de interação de 5 km. Nesse caso, a incidência de múons em Lavras e San Lorenzo é maior de que no Pólo Sul, o que contradiz os experimentos. Portanto, essas interações não podem explicar o excesso de múons detectados em San Lorenzo e que são esperados em medidas que serão realizadas em Lavras.

O presente trabalho inaugura uma nova linha de pesquisa na Universidade Federal de Lavras, inclusive abrindo perspectivas em aplicações diversas. De fato, recentemente os efeitos de raios cósmicos vem sendo observados em diferentes tipos de sistemas, envolvendo aplicações na agricultura (DIMITRIOS; SPYROS; FRANCESCO, 2020), nas alterações da atmosfera (NAKARIAKOV; MAGHRABI; ALMUTAYRI, 2016) e na análise da estrutura e composição de minas (ZHANG et al., 2020),(SCHOUTEN, 2019). O trabalho também abre perspectivas interessantes envolvendo instrumentação científica na área de Física de Partículas em Lavras.

Uma continuação natural do trabalho é a realização de medidas experimentais que complementem as simulações apresentadas nessa dissertação. Além disso, o trabalho tem a virtude de ter estabelecido novas colaborações. Nesse sentido, ressaltamos que no futuro esperamos fortalecer consolidar a parceria com o Laboratório de Mecânica e Energia da Universidade Nacional de Assunção, no Paraguai, e com outras instituições que desenvolvem trabalho com a detecção de raios cósmicos.

REFERÊNCIAS

- AHN, E.-J. et al. Cosmic ray interaction event generator sibyll 2.1. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 80, p. 094003, Nov 2009. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.094003>>.
- AL-RUBAIEE, A. A.; JUMAAH, A. **Investigating of longitudinal development parameters through air shower simulation by different hadronic models**. 2013.
- ALOISIO, R. Acceleration and propagation of ultra-high energy cosmic rays. **Progress of Theoretical and Experimental Physics**, v. 2017, n. 12, 2017.
- ANDERSON, C. Early work on the positron and muon. **American Journal of Physics**, n. 29, p. 825, 1961.
- ANGELIS, A. D.; PIMENTA, M. **Introduction to Particle and Astroparticle Physics**. [S.l.]: Springer, 2018.
- ANTONI, T. et al. Electron, muon, and hadron lateral distributions measured in air showers by the cascade experiment. **Astroparticle Physics**, Elsevier BV, v. 14, n. 4, p. 245–260, Jan 2001. ISSN 0927-6505. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0927-6505\(00\)00125-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-6505(00)00125-0)>.
- ATRI, D.; MELOTT, A. L. Cosmic rays and terrestrial life: a brief review. **Life Sciences in Space Research**, v. 13, 2017.
- AUGUSTO, C. et al. Signals at ground level of relativistic solar particles associated with a radiation storm on 2014 april 18. **Publications of the Astronomical Society of Japan**, Oxford University Press (OUP), v. 68, n. 1, p. 8, Nov 2015. ISSN 2053-051X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1093/pasj/psv111>>.
- AUGUSTO, C. R. A. et al. **Effects of the South Atlantic Anomaly on the muon flux at sea level**. 2008.
- BAI, X. et al. Muon flux at the geographical south pole. **Astropart. Phys.**, v. 25, p. 361–367, 2006.
- BARRANTES, M. et al. Atmospheric corrections of the cosmic ray fluxes detected by the solar neutron telescope at the summit of the sierra negra volcano in mexico. 2018.
- BAZILEVSKAYA, G.; SVIRZHEVSKAYA, A. On the stratospheric measurements of cosmic rays. **Space Science Reviews**, v. 85, p. 431–521, 08 1998.
- BLASI, P. The origin of galactic cosmic rays. **The Astronomy and Astrophysics Review**, Springer Science and Business Media LLC, v. 21, n. 1, Nov 2013. ISSN 1432-0754. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00159-013-0070-7>>.
- Boatella, C. et al. ICARE On-Board SAC-C: More Than 8 Years of SEU and MCU, Analysis and Prediction. **IEEE Transactions on Nuclear Science**, v. 57, n. 4, p. 2000–2009, ago. 2010.
- CARSLAW, K. S.; HARRISON, R. G.; KIRKBY, J. Cosmic rays, clouds, and climate. **Science**, p. 1732–1737, 2002.

CECCHINI, S.; SPURIO, M. Atmospheric muons: experimental aspects. **Earth and Planetary Astrophysics**, 2012. Disponível em: <arXiv:1208.1171>.

COLLABORATION, T. P. A. The pierre auger cosmic ray observatory. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, Elsevier BV, v. 798, p. 172–213, Oct 2015. ISSN 0168-9002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2015.06.058>>.

COSSAVELLA, F. **Measurements of high energy cosmic rays above 10 PeV with KASCADE-Grande**. Tese (Doutorado), 2009. 51.04.01; LK 01.

CRISTALDO, E.; YOSHIMURA, L. **Diseño e implementacion de un sistema de adquisicion de datos para sensores fotomultiplicadores de silício del experimento DUNE**. [S.l.]: UNA, 2018.

CURRY, J. A.; WEBSTER, P. J. **Thermodynamics of atmospheres oceans**. [S.l.]: Academic Press, 2005. v. 65.

CUTOFF. **Cut-off rigidity models**. 2012. Disponível em: <<http://pcams10.mib.infn.it/>>.

DANILOVA, O. et al. Mapping of geomagnetic cutoff rigidity of cosmic rays during the main phase of the magnetic storm of november 20, 2003. **Geomagn. Aeron**, n. 59, 2019.

DIMITRIOS, S.; SPYROS, F.; FRANCESCO, M. **Sensors Application in Agriculture**. [s.n.], 2020. ISSN 978-3-03943-259-2. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/books978-3-03943-259-2>>.

DORMAN, L. I. **COSMIC RAYS IN THE EARTH'S ATMOSPHERE AND UNDERGROUND**. [S.l.]: Springer Science+Business Media, 2004. v. 303.

DURHAM, J. M. Cosmic ray muon radiography applications in safeguards and arms control. 2018. Disponível em: <arXiv:1808.06681v1>.

ELJEN, T. **Organic Scintillators for Tomorrow's Technology**. 2020. Disponível em: <<https://eljentechnology.com/>>.

ELSTER, J.; GEITEL, H. On electricity dissipation in air. **Ann. Phys**, v. 1, n. 2, p. 425–446, 1900.

ESA. **Illustration showing Van Allen radiation belts**. 2016. Disponível em: <https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2016/06/Illustration_showing_Van_Allen_radiation_belts#.YO-yoNvttUg.link>.

FAUTH; A.C., e. a. Demonstração experimental da dilatação do tempo e da contração do espaço dos múons da radiação cósmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 29, n. 4, p. 585–591, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1806-11172007000400017>>

FREDEN, S. Inner-belt van allen radiation. p. 198–242, 1969.

FRIEDLANDER, M. Cosmic rays and the birth of particle physics. **AIP Conference Proceedings**, v. 1, n. 1516, p. 23–24, 2013.

- FRIGO, E.; HARTMANN, G. Intensity variations of geomagnetic field in santa maria (brazil) over the past 3 thousand years. **Ciência e Natura**, v. 40, n. 0, p. 7, 2018. ISSN 2179-460X. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/27696>>.
- FURUKAWA, e. a. S. Space radiation biology for living in space. **Hindawi**, v. 2020, 2020.
- GAISSER, T. K. **Cosmic Rays and particles physics**. [S.l.]: Cambridge, 2001.
- GALPER, A. M. The pamela experiment: a decade of cosmic ray physics in space. **J. Phys**, n. 798, 2017.
- GRIEDER, P. K. **Cosmic rays at earth**. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1. ISBN 0-444-50710-8.
- GRIEDER, P. K. **Extensive Air Showers**. [S.l.]: Springer Heidelberg, 2010. v. 1.
- GRUPEN, C. **Astroparticle Physics**. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- HANG, Z. et al. Cosmic rays, clouds, and climate. **Rock Mech Rock Eng**, n. 53, p. 4893–4907, 2020.
- HECK, J. K. D. et al. **Report FZKA**, n. 6019, 1998. Disponível em: <<https://www.ikp.kit.edu/corsika/70.php>>.
- HEIRTZLER, J. The future of the south atlantic anomaly and implications for radiation damage in space. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, n. 16, p. 1701–1708, 2002.
- HERNÁNDEZ, E. G. et al. Cosmic-ray studies with experimental apparatus at lhc. **Symmetry**, n. 12, 2020.
- HESS, V. Über beobachtungen der durchdringenden strahlung bei sieben freiballonfahrten. **Physikalische Zeitschrift**, 1912.
- HO, C. Y. E. Cosmic ray muon detection using nai detectors and plastic scintillators. **University of Virginia**, 2018.
- JOKIPII, J.; GIACALONE, J. The theory of anomalous cosmic rays. **Space Science Reviews**, Springer Science and Business Media LLC, v. 83, n. 123-136, Jan 1998. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1005077629875>>.
- KASCADE, C. Cascade-grande measurements of energy spectra for elemental groups of cosmic rays. 2013. Disponível em: <[arXiv:1306.6283v1](https://arxiv.org/abs/1306.6283v1)>.
- KILIFARSKA, N. A.; VOLODYMYR, G.; MELNYK, G. V. **The Hidden Link between Earth's Magnetic Field and Climate**. [S.l.]: Elsevier, 2020. ISBN 9780128193464.
- KLECKER, B. Anomalous cosmic rays: Our present understanding and open questions. **Advances in Space Research**, v. 23, n. 3, p. 521–530, 1999. ISSN 0273-1177. The Transport of Galactic and Anomalous Cosmic Rays in the Heliosphere: Observations, Simulations and Theory. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117799800064>>.
- KNAPP, J. et al. Extensive air shower simulations at the highest energies. **Astroparticle Physics**, Elsevier BV, v. 19, n. 1, p. 77–99, Apr 2003. ISSN 0927-6505. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0927-6505\(02\)00187-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-6505(02)00187-1)>.

KUNO, Y.; OKADA, Y. Muon decay and physics beyond the standard model. **Rev.Mod.Phys.**, n. 73, 2001.

KURZ, K. The radioactive materials of the earth and air as the origin of the invasive radiation in the atmosphere. **Phys. Zeit**, v. 1, n. 10, p. 834–845, 1909.

L'ANNUNZIATA, M. F. Chapter 7 - hall of fame: Part iii. In: L'ANNUNZIATA, M. F. (Ed.). **Radioactivity (Second Edition)**. Second edition. Boston: Elsevier, 2016. p. 203–268. ISBN 978-0-444-63489-4. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780444634894000071>>.

LATTES C., M. H. O. G. e. a. Processes involving charged mesons. **Nature**, n. 159, p. 694–697, 1947.

LETESSIER-SELVON, A.; STANEV, T. Ultrahigh energy cosmic rays. **Rev.Mod.Phys.**, n. 83, 2011.

LIPARI, P. Cosmic rays and hadronic interactions. **Comptes Rendus Physique**, 2014.

MATTHEWS, J. A heitler model of extensive air showers. 2004. Disponível em: <www.elsevier.com/locate/astropart>.

MAVROMICHALAKI, H.; AL et. Effects of space weather on technology infrastructure. **Kluwer Academic Publishers**, 2004.

MCLENNAN, J.; BURTON, E. Some experiments on the electrical conductivity of atmospheric air. **Physical Review**, v. 1, n. 16, p. 184–192, 1903.

MEHREZ, F. **Design and test of a readout ASIC for a SiPM - based camera : ALPS (ASIC de lecture pour un photodétecteur SiPM)**. Tese (Doutorado), 11 2015.

MENDOÇA, R. R. S. de. **Influencia das variabilidades solar, geomagnetica e atmosferica na modulação da intensidade de raios cosmicos**. Tese (Doutorado em Fisica) — INPE, 2011.

MIROSHNICHENKO, L. I.; PEREZ-PERAZA, J. A. Astrophysical aspects in the studies of solar cosmic rays. **International Journal of Modern Physics A**, v. 23, n. 01, p. 1–141, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1142/S0217751X08037312>>.

MORAAL, H. Cosmic-ray modulation equations. **Space Sci Rev**, n. 176, 2013.

MORALES-SOTO, J. e. a. The lateral distribution function of cosmic-ray induced air showers studied with the hawc observatory. 2019. Disponível em: <[arXiv:1908.07930v1](https://arxiv.org/abs/1908.07930v1)>.

MORENO, J.; SCIUTTO, S. Characterization of the atmospheric depth profile using the ground level temperature: the case of malargue, argentina. **Conicet Digital**, 2000.

NAKARIAKOV, V.; MAGHRABI, A.; ALMUTAYRI, M. Atmospheric effect on cosmic ray muons at high cut-off rigidity station. **Hindawi Publishing Corporation**, 2016.

NAVIA, C. E. et al. Is there an enhancement of muons at sea level from transient events? **The Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 621, n. 2, p. 1137–1145, Mar 2005. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/427678>>.

NOAA. **IAGA V-MOD geomagnetic Field Modeling: International Geomagnetic Reference FIELD IGRF-13**. 2020. Disponível em: <<http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>>.

NOBELPRIZE.ORG. Victor f. hess – biographical. 1964. Disponível em: <<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1936/hess/biographical/>>.

NUÑEZ, J. A.; MOLINA, J. Medición de la distribución angular de muones en la superficie terrestre. **Revista de la Sociedad Científica del Paraguay**, scielo, v. 24, p. 238 – 248, 12 2019. ISSN 2617-4731. Disponível em: <http://scielo.iics.una.py/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2617-47312019000200238&nrm=iso>.

NUSSENZVEIG, H. M. **Eletromagnetismo**. [S.l.]: Blucher, 2015. ISBN 9788521208020.

OLIVEIRA, A.; DE, R. M. I.; PACINI, A. Raios cósmicos e a heliosfera. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 2, p. 1–13, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1806-11172014000200016>>.

OSTAPCHENKO, S. Monte carlo treatment of hadronic interactions in enhanced pomeron scheme: Qgsjet-ii model. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 83, p. 014018, Jan 2011. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.014018>>.

PICOZZA, P.; MALVEZZI, V.; MARCELLI, L. Cosmic rays under the knee. 07 2021.

PIEROG, T. et al. Epos lhc: Test of collective hadronization with data measured at the cern large hadron collider. **Physical Review C**, American Physical Society (APS), v. 92, n. 3, Sep 2015. ISSN 1089-490X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.92.034906>>.

PLANETOCOSMICS. **2005 Laurent Desorgher, Physikalisches Institut, Universität Bern , CH-3012 Bern, Switzerland**, 2005. Disponível em: <<http://cosray.unibe.ch/~laurent/planetocosmics>>.

POIRIER, J. The south atlantic magnetic field anomaly and its effect on the calculated production of atmospheric neutrinos. 09 2000.

Poluianov, S.; Kovaltsov, G. A.; Usoskin, I. G. Solar energetic particles and galactic cosmic rays over millions of years as inferred from data on cosmogenic ²⁶Al in lunar samples. **A&A**, v. 618, p. A96, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833561>>.

PRYKE, C. A comparative study of the depth of maximum of simulated air shower longitudinal profiles. Disponível em: <<http://aupc1.uchicago.edu/pryke/auger/documents>>.

RAMAKRISHNAN, A. **Elementary particles and cosmic rays**. [S.l.]: Pergamon Press Ltd., 1962.

REICHENBACHER, J. **Calculation of the Underground Muon Intensity Crouch Curve from a Parameterization of the Flux at Surface**. 2007.

ROCHESTER, G. Cosmic rays and meteorology. **ROYAL METEOROLOGICAL SOCIETY**, v. 88, n. 378, 1962.

ROCKENBACH, M. et al. Global muon detector network used for space weather applications. *Space Sci Rev*, n. 182, p. 1–18, 2014.

RUTHERFORD, E.; COOKE, H. A penetrating radiation from the earth's surface. *Physical Review*, v. 1, n. 16, p. 183, 1903.

SCHOUTEN, D. Muon geotomography: selected case studies. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2019.

SCIUTTO, S. J. **AIRES**. 2019. Disponível em: <<http://aires.fisica.unlp.edu.ar/>>.

SILVA, M. **Variação da intensidade dos raios cósmicos em resposta a diferentes estruturas magnéticas do meio interplanetário**. 149 p. Dissertação (Mestrado) — INPE, 2005. Disponível em: <<http://urlib.net/rep/6qtX3pFwXQZGivnJSY/HSKgQ>>.

SMART, D.; SHEA, M. A review of geomagnetic cutoff rigidities for earth-orbiting spacecraft. *Advances in Space Research*, n. 36, 2005.

SPURIO, M. **Particles and Astrophysics: A Multi-Messenger Approach**. [S.l.]: Springer, 2015.

STRAUME, T. et al. Cosmic-ray interaction data for designing biological experiments in space. *Astroparticle Physics*, v. 53, 2014.

SUNDARESAN, M. **Handbook of Particle Physics**. [S.l.]: CRC hess LLC, 2001.

SVENSMARK, H. Influence of cosmic rays on earth's climate. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 81, p. 5027–5030, Nov 1998. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.5027>>.

TANABASHI; M., e. a. Particle data group. *Phys. Rev*, v. 98, 2018.

VESGA-RAMÍREZ, A. et al. **Muon Tomography sites for Colombian volcanoes**. 2019.

WILSON, C. On the ionization of atmospheric air. *Proc. Roy. Soc. London*, v. 9, n. 3, p. 151–161, 1901.

WULF, T. On the radiation of high penetrating that exists in the atmosphere. *Phys. Zeit*, 1909.

Yáñez, B. O.; AGUILAR-AREVALO, A. A. A method to measure the integral vertical intensity and angular distribution of atmospheric muons with a stationary plastic scintillator bar detector. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Elsevier BV, v. 987, p. 164870, Jan 2021. ISSN 0168-9002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2020.164870>>.

ZHANG, Z.-X. et al. **Muography and Its Potential Applications to Mining and Rock Engineering**. [S.l.]: Springer Vienna, 2020.

ZHU, F. **Spacecraft Design Drivers, Space and Orbit**. 2020. Disponível em: <<https://pressbooks-dev.oer.hawaii.edu/epet302/chapter/3-4/>>.

ZIEGLER, J. Terrestrial cosmic rays intensities. **IBM Journal of Research and Development**, v. 40, n. 1, 1998.

ZYLA, P. et al. Review of Particle Physics. **PTEP**, v. 2020, n. 8, p. 083C01, 2020.

A APÊNDICE

A.1 Código utilizado para a simulação

TaskName Nome do arquivo
 PrimaryParticle Partícula primaria
 PrimaryEnergy Energia do primário
 TotalShowers Total de prótons
 PrimaryZenAngle Angulo zenital
 PrimaryAzimAngle Angulo azimutal
 InjectionAltitude Altitude da primeira interação
 Atmosphere Tipo de atmosfera a considerar
 GroundAltitude Altitude da detecção
 GeomagneticField On Ativação do campo magnético
 GeomagneticField Campo magnético total, inclinação, declinação
 GammaCutEnergy Corte de energia para gama
 ElectronCutEnergy Corte de energia para elétron
 MuonCutEnergy Corte de energia para múons
 NuclCutEnergy Corte de energia para núcleo
 MesonCutEnergy Corte de energia para mésons
 ExportTable 1001 Opt M Distribuição longitudinal gamma
 ExportTable 1021 Opt M Distribuição longitudinal nêutrons
 ExportTable 1205 Opt M Distribuição longitudinal elétrons
 ExportTable 1207 Opt M Distribuição longitudinal múons
 ExportTable 2001 Opt M Distribuição lateral
 ExportTable 2021 Opt M Distribuição lateral
 ExportTable 2205 Opt M Distribuição lateral
 ExportTable 2501 Opt M Distribuição lateral
 ExportTable Opt M Distribuição energia
 ExportTable Opt M Distribuição energia
 ExportTable 2705 Opt M Distribuição energia
 ExportTable 2707 Opt M Distribuição energia
 End

B APÊNDICE

Nesta seção pode-se mostrar as simulações dos raios cósmicos considerando as demais partículas.

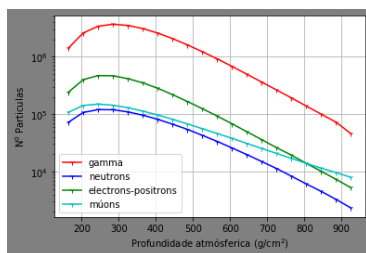
B.1 Energia de 6 GeV e $\theta = 0^0$

□ Interação 15 km:

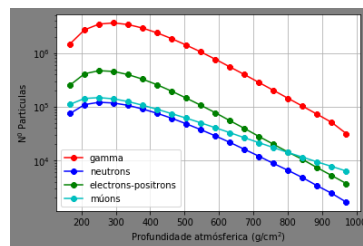
Para este ponto de interação obtemos os seguintes distribuições de partículas para cada localidade.

- Distribuição longitudinal

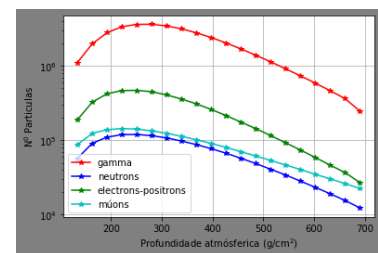
Figura B.1 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade



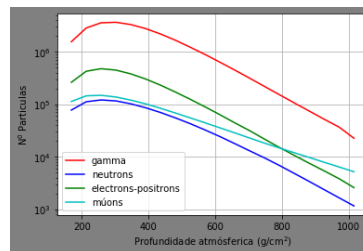
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



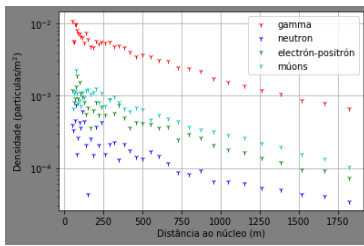
(c) Polo Sul



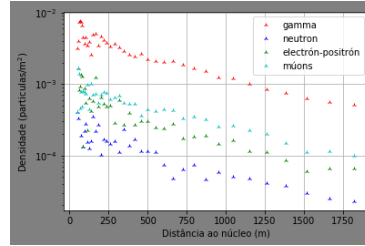
(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição lateral

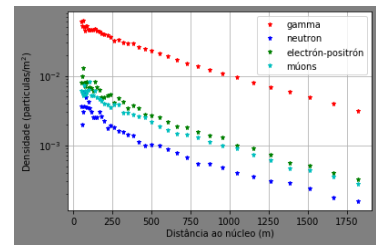
Figura B.2 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade



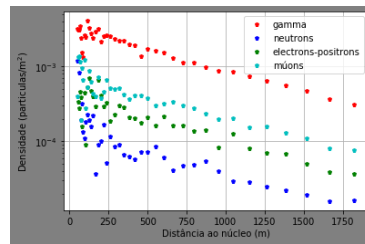
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



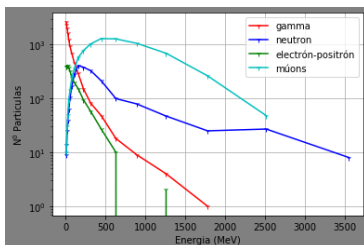
(c) Polo Sul



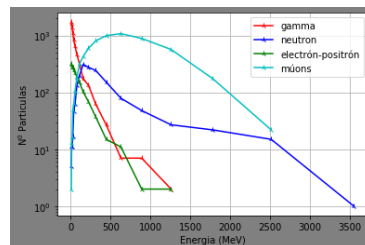
(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição da energia

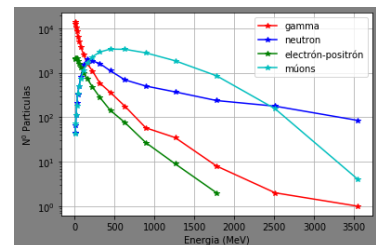
Figura B.3 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade



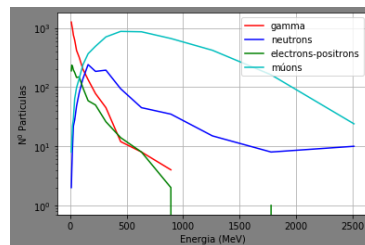
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



(c) Polo Sul



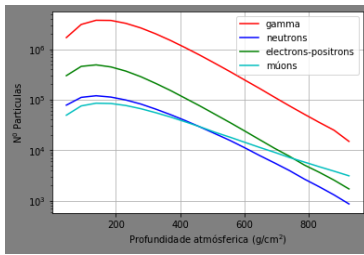
(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Interação 20 km:

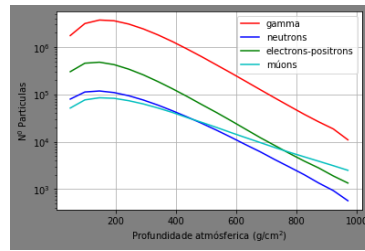
Para este ponto de interação obtemos os seguintes distribuições de partículas para cada localidade.

- Distribuição longitudinal

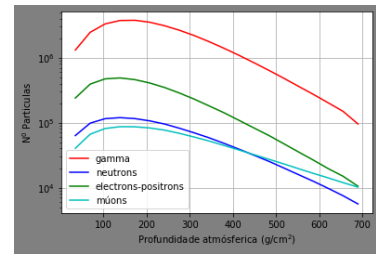
Figura B.4 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade



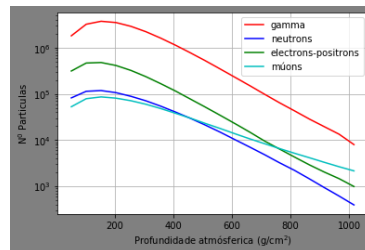
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



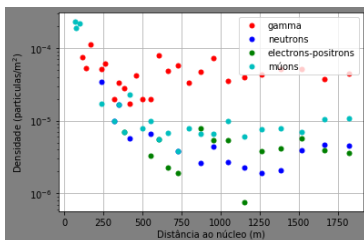
(c) Polo Sul



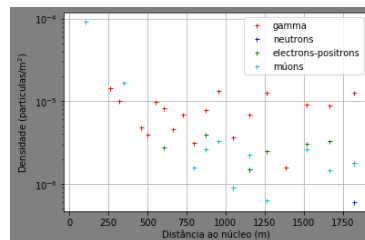
(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição lateral

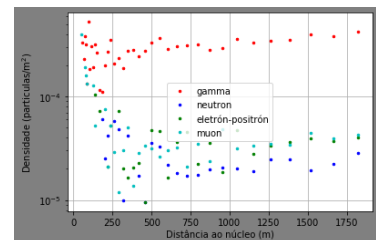
Figura B.5 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade



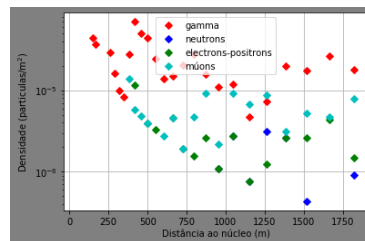
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



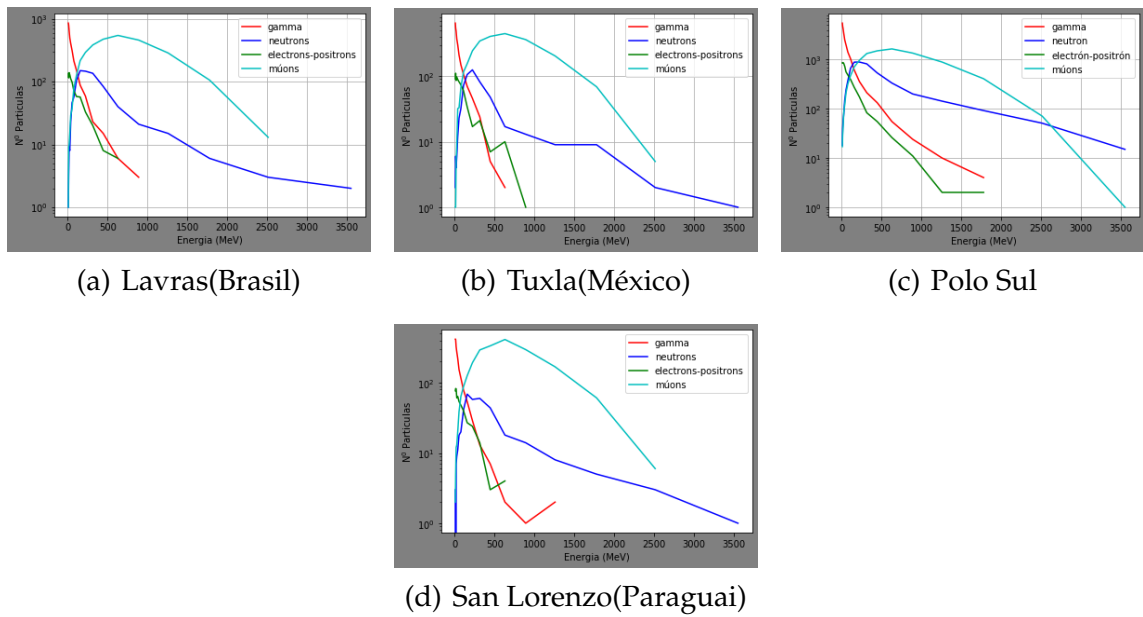
(c) Polo Sul



(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição da energia

Figura B.6 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade



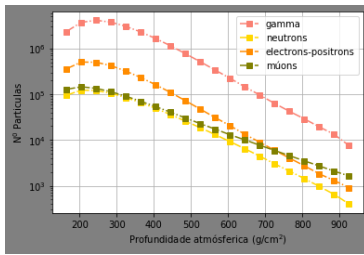
B.2 Energia de 6 GeV e $\theta = 45^\circ$

□ Interação 15 km:

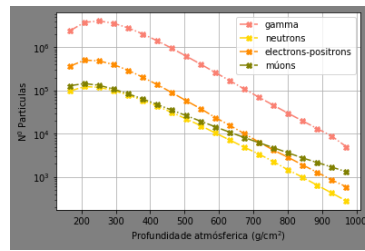
Para este ponto de interação obtemos os seguintes distribuições de partículas para cada localidade.

- Distribuição longitudinal

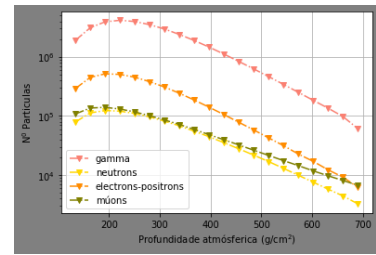
Figura B.7 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade



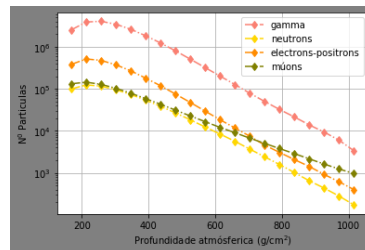
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



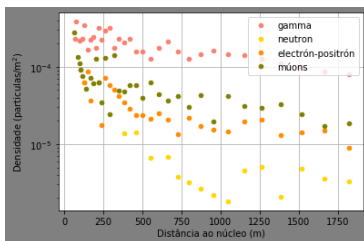
(c) Polo Sul



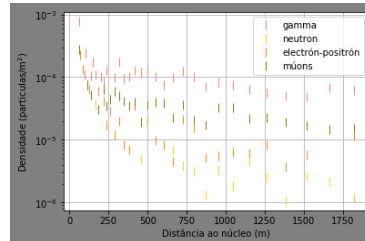
(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição lateral

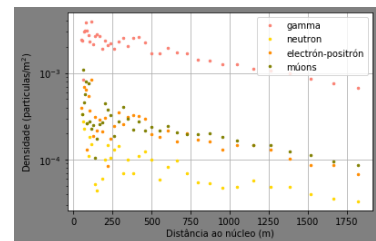
Figura B.8 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade



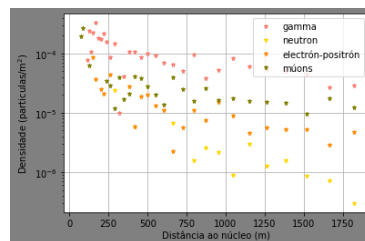
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



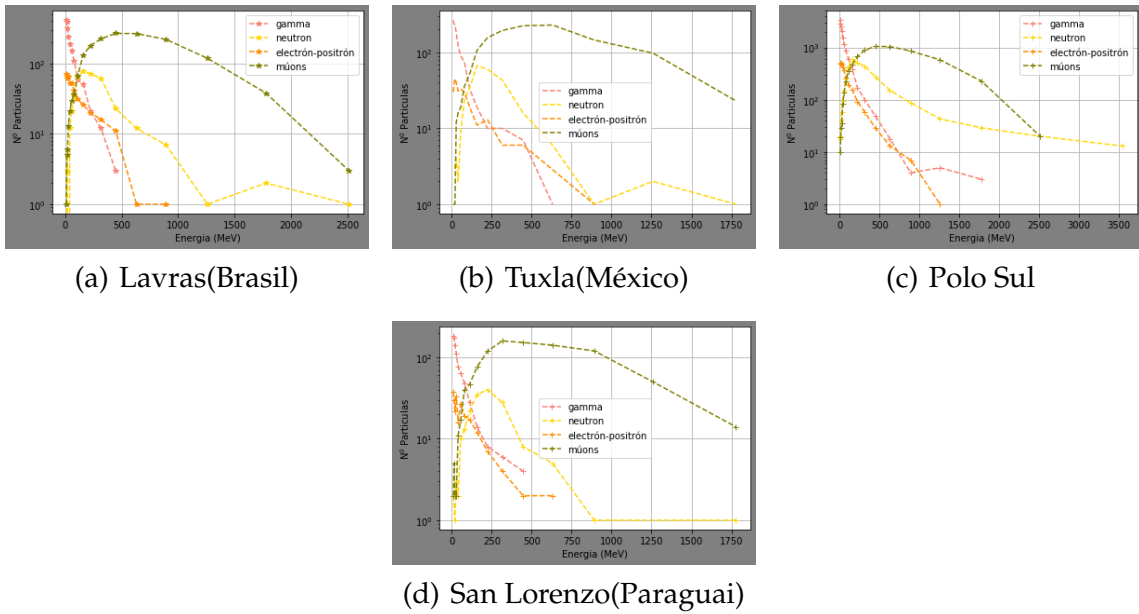
(c) Polo Sul



(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição da energia

Figura B.9 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade

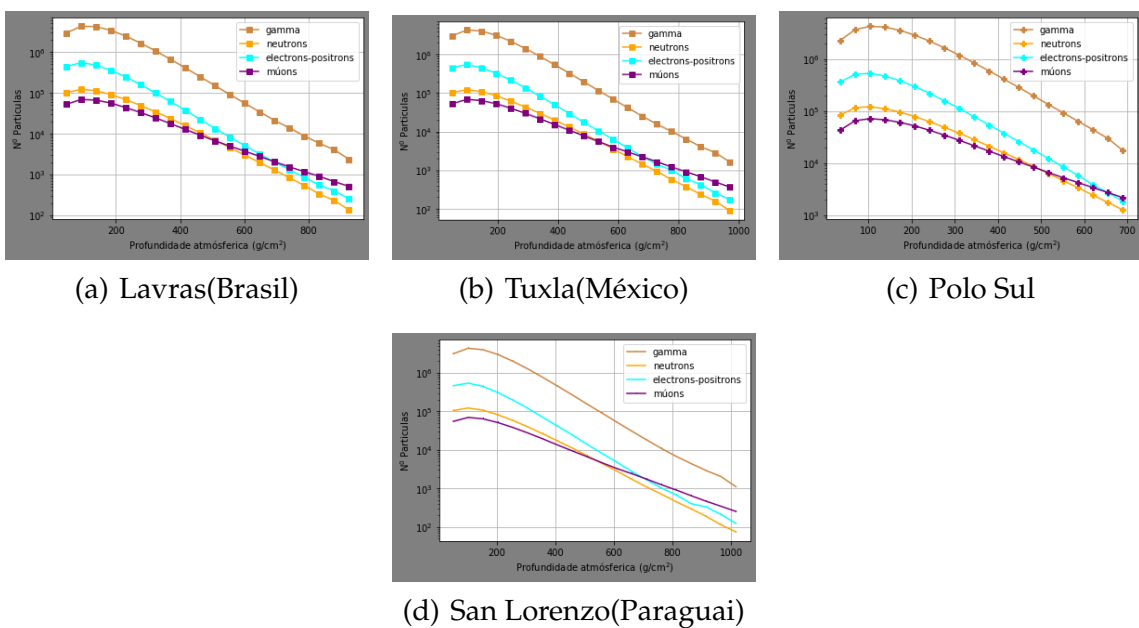


□ Interação 20 km:

Para este ponto de interação obtemos os seguintes distribuições de partículas para cada localidade.

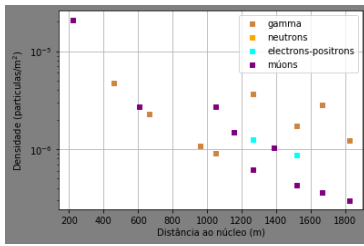
• Distribuição longitudinal

Figura B.10 – Distribuição longitudinal das partículas para cada localidade

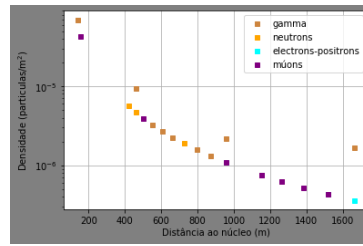


• Distribuição lateral

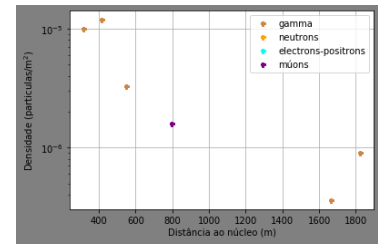
Figura B.11 – Distribuição lateral das partículas para cada localidade



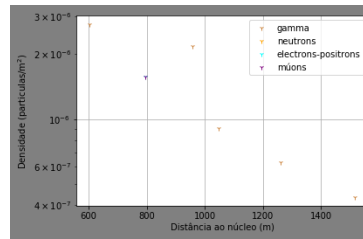
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



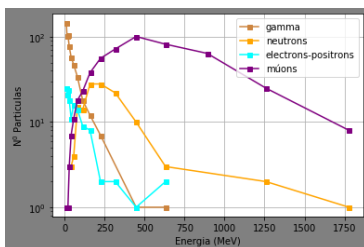
(c) Polo Sul



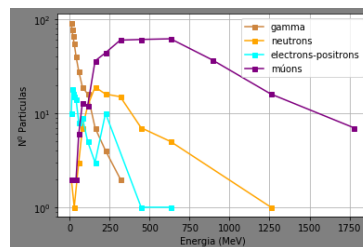
(d) San Lorenzo(Paraguai)

- Distribuição da energia

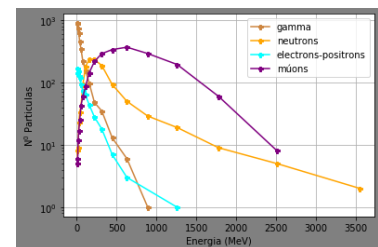
Figura B.12 – Distribuição da energia das partículas para cada localidade



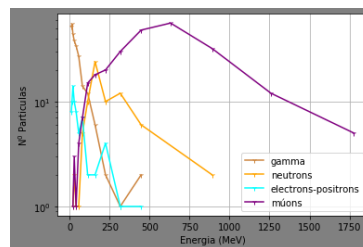
(a) Lavras(Brasil)



(b) Tuxla(México)



(c) Polo Sul



(d) San Lorenzo(Paraguai)

C APÊNDICE

C.1 Previsão de múons aplicando relatividade especial

Aplicando os fundamentos da relatividade especial é possível inferir os efeitos na produção de múons e a quantidade que pode se observar na superfície terrestre. Primeiramente partimos que diversos experimentos mediram um máximo fluxo de múons de $220 \frac{\mu}{m^2 \cdot s \cdot str}$ a uma altitude aproximadamente a 15 km ou maior a ele. Depois da sua máxima produção, devido ao passagem pela atmosfera os múons atingem a superfície terrestre com um fluxo vertical aproximadamente cerca de $90 \frac{\mu}{m^2 \cdot s \cdot str}$, esse fato de diminuição pode ser explicado pela perda de energia pela passagem da partícula pela atmosfera ou pode decair antes de atingir. Os múons tem uma velocidade muito próxima a velocidade da luz ($0.9993c$) e são detectados com uma energia de aproximadamente de $5GeV$ ao nível do mar com um fluxo vertical promédio de $70 \frac{\mu}{m^2 \cdot s \cdot str}$ (FAUTH; A.C., 2007),(L'ANNUNZIATA, 2016).

Utilizando a relatividade especial calcularmos os múons produzidos na atmosfera alcançarem a superfície terrestre. Para começar utilizamos a equação de decaimento para ter uma ideia de numero de múons produzidos.

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (C.1)$$

Esta equação é utilizada para determinar o numero aproximado de múons produzidos, onde N_0 é o fluxo no tempo $t = 0$ (é dizer o número de múons tem seu máximo).

Primeiramente utilizando a mecânica clássica, os múons tem um tempo para percorrer os 15 km de altitude visto no referencial da Terra é de:

$$0.9993c = (0.9993) \cdot (2.9979 \times 10^8 \frac{m}{s}) = 2.9958 \times 10^8 \frac{m}{s}.$$

$$t = \frac{15000 m}{2.9958 \times 10^8 \frac{m}{s}} \cong 50.07 \times 10^{-6} \cong 50.07 \mu s. \quad (C.2)$$

Isso equivale a $t = \frac{50.07 \mu s}{2.2 \mu s} = 22.74 \tau_{\mu}$. Utilizando este resultado o número de múons N em relação ao número inicial N_0 é

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{22.74\tau}{\tau}} \cong 1.33 \times 10^{-10}. \quad (C.3)$$

Este resultado mostra que os múons decaem antes de atingir a superfície terrestre. Outra forma de demonstrar é da seguinte maneira.

$$d = v \cdot t = (2.9958 \times 10^8 \frac{m}{s})(2.2 \times 10^{-6}) = 659.1 m. \quad (C.4)$$

É notável que depois de percorrer 659.1 m os múon decaem e não são detectados na superfície terrestre de acordo a previsão da mecânica clássica.

Utilizando a relatividade especial, obtemos mediante a equação da dilatação do tempo com o tempo próprio do múons, a seguinte expressão:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0. \quad (C.5)$$

aonde o fator de Lorentz é $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, porém a equação anterior fica como:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Em consideração da equação anterior, os múons vistos por um observador no sistema de laboratório temos que $t' = \gamma \cdot \tau_\mu$. Uma forma de determinar γ é utilizando a relação da energia no laboratório e a energia em repouso da seguinte maneira.

$$E_\mu = \gamma m_\mu c^2.$$

Tendo em conta a energia média dos múons detectadas ao nível do mar é 5 GeV, o fator de Lorentz é.

$$\gamma = \frac{E_\mu}{m_\mu c^2} \cong 47.32. \quad (C.6)$$

Então utilizando o resultado de que para percorrer 15 km o tempo dos múons é dado por 22.74τ e a estimativa do números de múons para atingir a superfície terrestre é dada por.

$$\frac{N}{N_0} = e^{\frac{-22.74\tau}{47.32\tau}} \cong 0.62. \quad (C.7)$$

Neste resultado indica que a previsão da chegada dos múons na superfície terrestre, obtida através da relatividade especial é que aproximadamente 62% chegam na superfície terrestre.

Outra forma de afrontar este fenômeno é utilizando a contração da distância, analisarmos o movimento a partir do referencial do múon. Neste referencial a contração da distância é dada por

$$\Delta L = \frac{\Delta L_p}{\gamma} \quad (\text{C.8})$$

Aqui L_p representa a distancia do ponto de produção do múon na atmosfera ao solo terrestre (medida no referencial do laboratório).

$$\Delta L = \frac{15000}{47.32} \cong 317m. \quad (\text{C.9})$$

Isso significa que para o múon, a superfície da Terra está somente $317m$. Então o tempo que ele leva para percorrer esta distância é dado por

$$t = \frac{d}{v} = \frac{317}{2.9958 \times 10^8} \cong 1.06\mu s \cong 0.48\tau \quad (\text{C.10})$$

Partindo deste resultado, podemos calcular a taxa de múons sobreviventes na superfície terrestre aplicando novamente a equação de decaimento.

$$\frac{N}{N_0} = e^{\frac{-0.48\tau}{\tau}} \cong 0.62. \quad (\text{C.11})$$

O resultado é o mesmo do cálculo com a equação da dilatação do tempo, e mostra que 62% de múons chegam na superfície terrestre.