

Predição do desenvolvimento em altura de plantas de feijoeiro por meio de modelos não lineares e polinomial

Ariana Campos Frühauf¹, Edilson Marcelino Silva², Tales Jesus Fernandes³, Joel Augusto Muniz⁴

¹ Universidade Federal de Lavras (UFLA), doutoranda em Estatística e Experimentação Agropecuária. arianafruhauf@gmail.com.

² Universidade Federal de Lavras (UFLA), pós-doutorando em Estatística e Experimentação Agropecuária. edilsonmg3@hotmail.com.

³ Universidade Federal de Lavras (UFLA), professor adjunto. tales.jfernandes@ufla.br.

⁴ Universidade Federal de Lavras (UFLA), professor titular. joamuniz@ufla.br.

Submetido em: 17/05/2021 | Aceito em: 27/10/2021

Resumo

O Brasil tem se destacado mundialmente como um dos principais produtores e consumidores de feijão, o que faz com que seu cultivo se torne importante para o aspecto econômico e social do país. Como o feijoeiro possui um ciclo curto de crescimento, sua modelagem faz-se essencial para otimização de planos de manejo dessa cultura. Essa modelagem pode ser realizada por modelos lineares e não lineares, porém os modelos não lineares têm se destacado por agregar mais informação ao pesquisador, devido principalmente, ao fato da interpretação prática de seus parâmetros. Neste sentido, foram ajustados por meio do software estatístico R o modelo linear polinomial de terceiro grau e os modelos não lineares Logístico e Gompertz aos dados de altura, em centímetros, em relação ao tempo, em dias após a emergência, totalizando 11 observações. Utilizou-se como critérios para avaliar a qualidade do ajuste do modelo do coeficiente de determinação ajustado do critério de informação de Akaike corrigido e do desvio-padrão residual, sendo o modelo Logístico o que melhor se ajustou aos dados.

Palavras-chave: Curva de crescimento. Logístico. Regressão.

Introdução

O feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) tem se destacado como uma das principais culturas do agronegócio brasileiro, posicionando o país como o terceiro maior produtor mundial de feijão, ficando atrás apenas da Índia e de Myanmar (FAOSTAT, 2019). Entre os países que compõem o Mercosul, o Brasil se destaca como principal produtor e consumidor da leguminosa, produzindo cerca de 3,1 milhões de toneladas anuais (CONAB, 2019) e, assim, estimulando a agricultura familiar e a economia local, pois é uma cultura explorada do pequeno ao grande produtor (MALTA *et al.*, 2017).

A importância do feijão vai além do aspecto econômico, pois é um alimento altamente nutritivo e um dos componentes básicos da dieta dos brasileiros, sendo consumido diariamente pelas diferentes classes sociais em todo o país. Segundo o guia alimentar para a população brasileira (BRASIL, 2014), os grãos do feijoeiro

trazem inúmeros benefícios à saúde, pois são uma excelente fonte de proteínas, carboidratos, fibras, vitaminas do complexo B, ferro, cálcio e outros minerais.

Segundo Lima *et al.* (2019), como o feijoeiro possui um ciclo curto de crescimento, é fundamental a modelagem deste para otimizar as técnicas de manejo dessa cultura. Para o estudo das curvas de crescimento, é possível utilizar os modelos lineares e não lineares, porém os modelos não lineares se destacam pela parcimônia e interpretações práticas dos parâmetros, o que ajuda o pesquisador a encontrar aplicações práticas de suas características, além de resumir várias informações em poucos parâmetros (OLIVEIRA *et al.*, 2013; ARCHONTOULIS, MIGUEZ, 2015; FERNANDES *et al.*, 2017; LIMA *et al.*, 2017; RIBEIRO *et al.*, 2018).

Vários pesquisadores têm utilizado modelos não lineares com resultados satisfatórios para o ajuste das curvas de crescimento de espécies

vegetais. Frühauf *et al.* (2020) ajustaram os modelos Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody para o crescimento diamétrico de cedro (*Cedrela fissilis*); esses mesmos modelos foram utilizados por Jane *et al.* (2020) para descrever a estatura e o diâmetro da cana-de-açúcar variedade RB92579; Prado *et al.* (2020) modelaram o crescimento de frutos de coqueiro anão verde com os modelos Logístico e Gompertz e Silva *et al.* (2020a) descreveram o crescimento de frutos de amora-preta pelos modelos duplo Logístico e duplo Gompertz. Martins Filho *et al.* (2008) avaliaram o crescimento de cultivares de feijoeiro por meio de modelos não lineares e inferência bayesiana.

O ajuste com modelos não lineares permite ao pesquisador uma perspectiva mais ampla sobre o crescimento daquele vegetal, porém a sua dificuldade de ajuste e convergência faz com que alguns pesquisadores optem pelo uso dos modelos lineares. Isso pode ser observado em trabalhos como os desenvolvidos por Batista *et al.* (2019), que ajustaram os modelos polinomiais de primeiro e segundo graus para descrever o crescimento inicial do meloeiro, Pineda-Herrera *et al.* (2019), que utilizaram o modelo polinomial de grau 3 para o ajuste do crescimento diamétrico de três espécies arbóreas, e Saldaña *et al.* (2017), que utilizaram o mesmo modelo para descrever o crescimento da área foliar de tomateiros. Sendo assim, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de comparar os ajustes do modelo linear polinomial de grau 3 e dos modelos não lineares Logístico e Gompertz para a descrição do crescimento em altura das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã.

Material e métodos

Os dados foram obtidos em um experimento conduzido por Vieira *et al.* (2008) com a cultivar de feijão BRS MG Talismã em plantio convencional. Para o estudo foram consideradas as alturas das plantas, em cm, da cultivar BRS

MG Talismã em plantio convencional. Foram mensuradas 10 plantas aos 7 dias após a emergência (DAE) e, a partir daí, a cada 7 dias foram feitas mensurações até os 77 DAE.

Foram utilizados os modelos linear polinomial de grau 3 (Eq. 1) e não lineares Logístico (Eq. 2) e Gompertz (Eq. 3), com parametrização de Fernandes *et al.* (2015), para ajustar a altura das plantas em função dos dias após a emergência.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\gamma - x_i)}} + \varepsilon_i \quad (2)$$

$$y_i = \alpha \cdot e^{-e^{\kappa(\gamma - x_i)}} + \varepsilon_i \quad (3)$$

em que:

y_i representa o i -ésimo valor observado da altura da planta em cm, com $i = 1, 2, \dots, 11$;

x_i refere-se ao tempo na i -ésima medição, dado em dias após a emergência, com $i = 1, 2, \dots, 11$;

β_j são os parâmetros do modelo linear, com $i = 0, 1, 2, 3$;

α é o valor esperado para a altura máxima da planta em estudo;

γ corresponde à abscissa do ponto de inflexão da curva;

κ é o índice de maturidade, ou seja, quanto maior indica que menos tempo a planta gasta para atingir seu tamanho máximo;

ε_i é o erro aleatório, o qual pressupõe-se que tenha distribuição normal, variância constante e seja independente, isto é, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$.

A estimação dos parâmetros foi realizada por meio do método dos mínimos quadrados, o qual consiste na minimização da soma do quadrado dos resíduos e dá origem a um sistema de equações normais (SEN). Para o modelo linear, esse sistema tem uma solução explícita, facilitando a estimativa dos parâmetros. Para o modelo não linear, não há uma solução direta, logo faz-se necessário o uso de métodos iterativos para obtenção dessas estimativas. Entre os

vários métodos iterativos descritos na literatura, foi utilizado o algoritmo de Gauss-Newton, e a escolha dos valores iniciais para execução do processo iterativo foi realizada com base em uma análise exploratória inicial dos dados (SILVEIRA *et al.*, 2018; PAULA *et al.*, 2019; SILVA *et al.*, 2019a; SILVA *et al.*, 2019b; PAULA *et al.*, 2020; SILVA *et al.*, 2020b).

Segundo Silva *et al.* (2021), após o ajuste dos modelos, faz-se necessária a verificação das pressuposições de normalidade, independência e homocedasticidade do vetor de resíduos, o que garante a correta inferência sobre os parâmetros. Entre os vários testes descritos na literatura, utilizou-se do teste de Shapiro-Wilk para normalidade, Durbin-Watson para independência e Breusch-Pagan para homocedasticidade.

A comparação dos modelos quanto à qualidade do ajuste foi feita com base nos resultados encontrados para o coeficiente de determinação ajustado (Eq. 3), o critério de informação de Akaike corrigido (Eq. 4) e o desvio-padrão residual (Eq. 5).

$$R_{aj}^2 = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - i)}{(n - p)} \quad (3)$$

$$AIC_C = n \ln \left(\frac{SQR}{n} \right) + \frac{2p(p+1)}{n-p-1} \quad (4)$$

$$DPR = \sqrt{QME} \quad (5)$$

em que:

R^2 é o coeficiente de determinação;

n é o número de observações;

p é a quantidade de parâmetros do modelo ajustado;

i está ligado ao ajuste do intercepto na curva, sendo igual a 1 se houver intercepto e 0, caso contrário;

SQR representa a soma de quadrados dos resíduos;

QME representa o quadrado médio do erro.

O modelo com melhor aderência aos dados é aquele que apresenta maior valor para R_{aj}^2 e menores valores para AIC_C e DPR. Toda parte computacional envolvida para realização deste trabalho foi realizada com a utilização do software estatístico R, de acesso livre (R CORE TEAM, 2021).

Resultados e discussão

Na Figura 1, pode-se observar um caráter sigmoidal nos dados que relacionam o crescimento do feijoeiro em altura e a sua idade em dias após a emergência. Foi realizado o ajuste do modelo polinomial de terceiro grau e dos modelos Logístico e Gompertz. Esses modelos têm representado bem os dados com esse tipo de dispersão como pode-se ver no ajuste realizado por Jane *et al.* (2019), que utilizaram esses modelos no ajuste do crescimento de pimenta com resultados satisfatórios.

Após o ajuste dos modelos, foi realizado um importante passo na modelagem, que é a análise residual, pois se algum dos pressupostos não for atendido pelo vetor de resíduos, o modelo pode gerar estimativas imprecisas o que o torna inadequado para representação desse conjunto de dados (ARCHONTOULIS; MIGUEZ, 2015; FERNANDES *et al.*, 2014). Sendo assim, na Tabela 1 são apresentados os resultados obtidos para os testes Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan utilizados para verificação dos pressupostos de normalidade, independência e homocedasticidade residuais, respectivamente. Todos os testes foram não significativos (valor-p > 0,01) para os modelos polinomial e Logístico, o que indica que os resíduos são independentes e identicamente distribuídos seguindo uma distribuição normal com média zero e variância constante, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Resultados semelhantes foram encontrados por Fernandes *et al.* (2014) e Jane *et al.* (2019), que observaram a validação de todos os pressupostos em seus estudos de modelagem

na descrição do crescimento do fruto do cafeeiro e da pimenta, respectivamente.

Para o modelo Gompertz, os testes para verificação de normalidade e variância constantes não foram significativos (valor-p > 0,01), indicando que o vetor de resíduos se apresenta normalmente distribuído com variância constante, porém o teste de Durbin-Watson apresentou valores significativos (valor-p < 0,01), indicando autocorrelação residual.

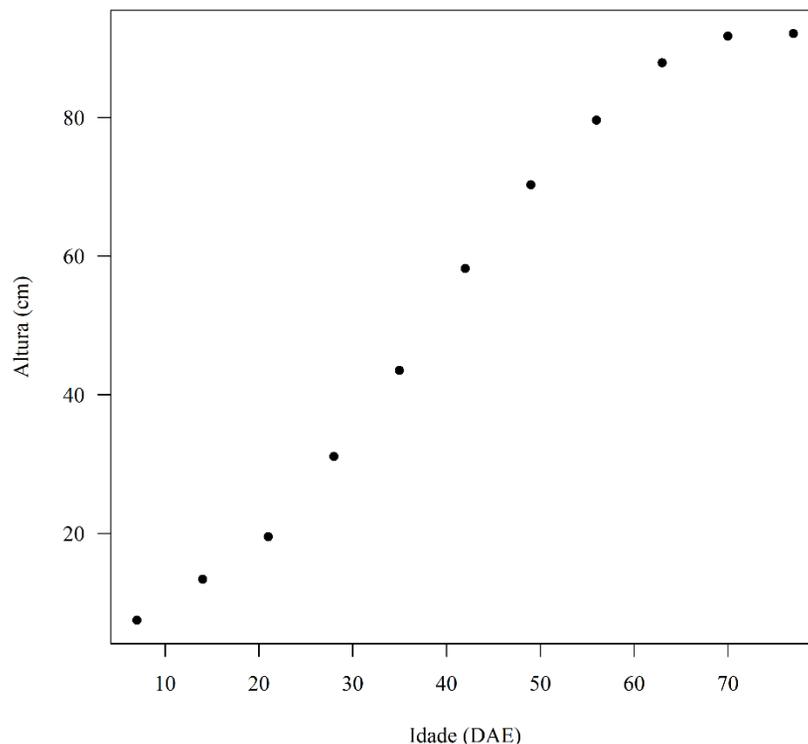
Apesar do resultado apresentado pelo teste de Durbin-Watson, o parâmetro de autocorrelação não foi incorporado ao modelo Gompertz, pois ele se mostrou não significativo incluindo o zero no seu intervalo de confiança. Pela Figura 2, também é possível observar visualmente que o modelo Gompertz assim como os modelos polinomial e Logístico atendem ao pressuposto de independência do vetor de resíduos, indicando não ser necessária a incorporação do parâmetro autorregressivo aos modelos.

Tabela 1 - Valor-p para os testes Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan utilizados na análise do vetor de resíduos para o ajuste dos modelos polinomial, Logístico e Gompertz para altura de plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã em função das idades em dias após a emergência.

Modelo	Shapiro-Wilk	Durbin-Watson	Breusch-Pagan
Polinomial	0,1320	0,3720	0,5059
Logístico	0,8823	0,5920	0,0397
Gompertz	0,5211	< 0,001	0,1178

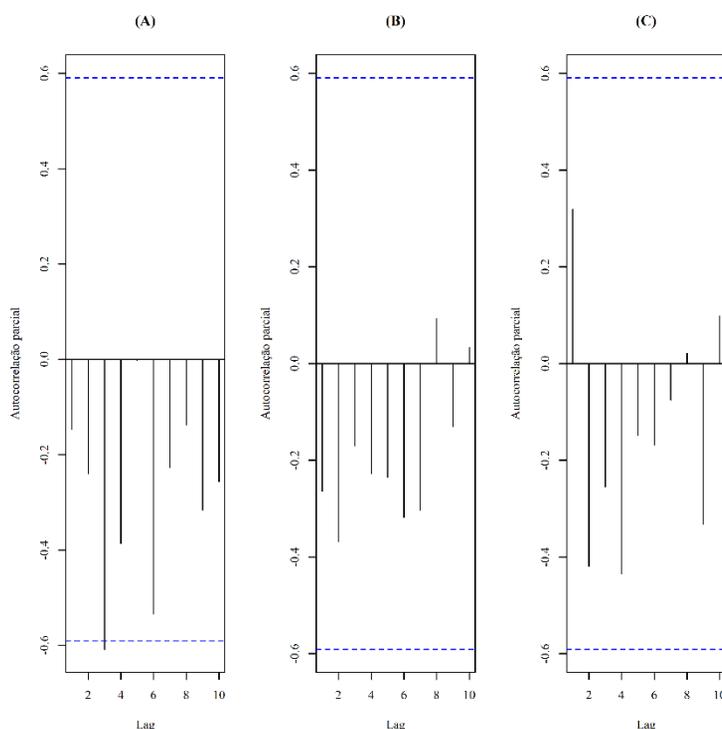
Fonte: Elaboração dos autores (2021).

Figura 1 – Representação gráfica do crescimento em altura do feijoeiro em relação às semanas após o início do ciclo fenológico.



Fonte: Elaboração dos autores (2021).

Figura 2 – Gráficos da função de autocorrelação parcial dos modelos polinomial (A), Logístico (B) e Gompertz (C) para o ajuste das alturas de plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã.



Fonte: Elaboração dos autores (2021).

É possível observar na Figura 3 que a análise gráfica dos resíduos corroborou os resultados obtidos pelos testes Shapiro-Wilk e Breusch-Pagan presentes na Tabela 1, o que indica homocedasticidade, bem como normalidade no vetor de resíduos dos modelos Polinomial, Logístico e Gompertz ajustados à altura das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã.

Na Tabela 2, estão apresentadas as estimativas dos parâmetros e os seus respectivos intervalos com 95 % de confiança, com base no ajuste dos modelos polinomial, Logístico e Gompertz para as medidas das alturas (cm) das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã tomadas em dias após a emergência. Todos os parâmetros estimados foram significativos, pelo teste t, a 5 % de significância.

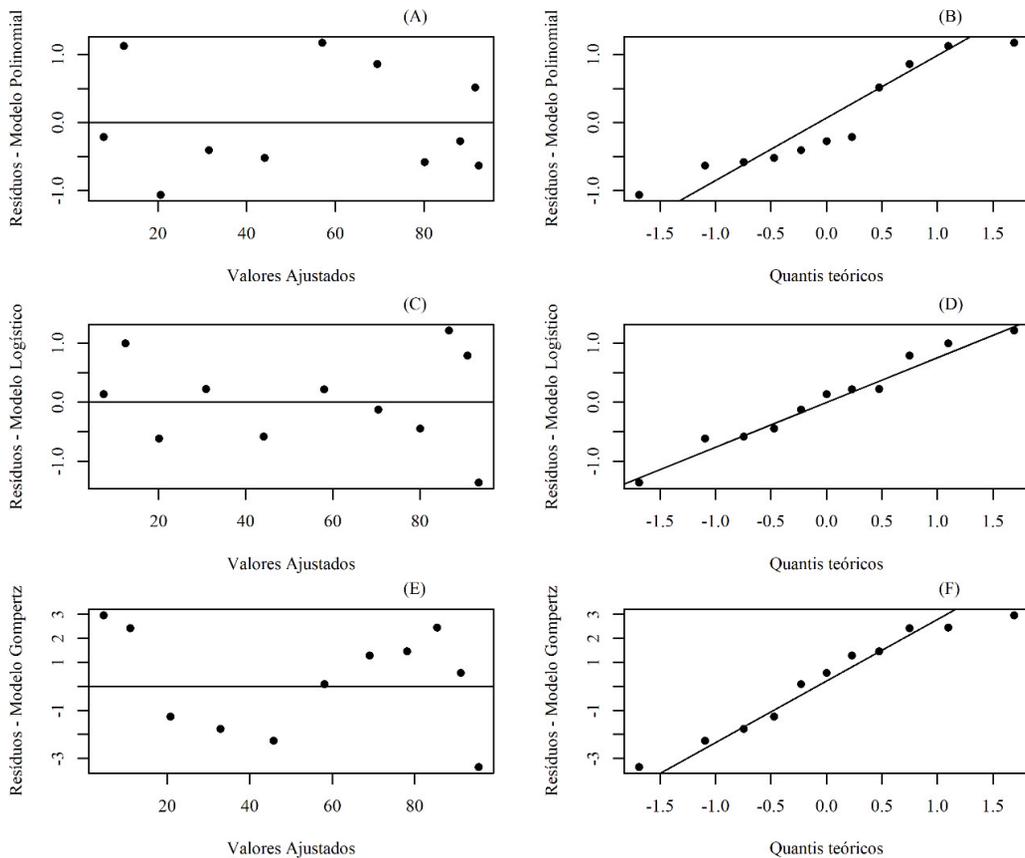
Pode-se observar pelos resultados apresentados na Tabela 2 que os intervalos de

Tabela 2 - Estimativas para os parâmetros dos modelos polinomial, Logístico e Gompertz, ajustados às alturas (cm) das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã e seus respectivos intervalos com 95% de confiança (LI – limite inferior e LS – limite superior).

Polinomial			
Parâmetros	LI	estimativa	LS
β_0	4,0614	7.9682	11,8750
β_1	-0,8170	-0,4318	-0,0466
β_2	0,0497	0,0601	0,0706
β_3	-0,0006	-0,0005	-0,0004
Logístico			
α	94,9812	96,9284	99,0269
γ	36,3656	37,1905	38,0620
κ	0,0784	0,0827	0,0873
Gompertz			
α	99,1023	107,6377	119,7940
γ	29,1873	31,6532	34,9195
κ	0,0382	0,0468	0,0564

Fonte: Elaboração dos autores (2021).

Figura 3 - Distribuição gráfica dos resíduos para altura dos feijoeiros, em que (A), (C) e (E) representam os valores ajustados em relação aos resíduos e (B), (D) e (F) representam os valores residuais em relação aos quanti-teóricos para os modelos Polinomial, Logístico e Gompertz.



Fonte: Elaboração dos autores (2021).

confiança não passaram pelo zero, mostrando qualidade na obtenção das estimativas e indicando que os parâmetros não são nulos. O modelo Logístico teve intervalos com menor amplitude, o que, segundo Muianga *et al.* (2016), indica maior precisão nas estimativas dos parâmetros. Com base nas estimativas do parâmetro α , observa-se que a altura máxima do feijoeiro em estudo foi de 96,93 cm para o modelo Logístico e 107,64 cm para o modelo Gompertz, o que segundo Vieira *et al.* (2008) é condizente com o crescimento do feijoeiro, cujas alturas máximas variam de 55 cm a 140 cm.

Segundo Mischan e Pinho (2014), o ponto de inflexão é um ponto de transição do crescimento, o que é muito importante para análise de desenvolvimento do objeto em estudo,

pois a partir dele o crescimento é desacelerado, diminuindo a sua velocidade e tendendo à estabilidade. Com base na estimativa dos parâmetros do modelo não linear, é possível encontrar o ponto do modelo ajustado, o qual, de acordo com Jane *et al.* (2019), para o modelo Logístico, se dá a 50% da assíntota horizontal α , ou seja, exatamente na metade da curva e para o modelo Gompertz a 37% da mesma assíntota α . Portanto, as coordenadas do ponto de

inflexão desses modelos são dadas por $\left(\hat{\gamma}, \frac{\hat{\alpha}}{2}\right)$ e $\left(\hat{\gamma}, \frac{\hat{\alpha}}{e}\right)$, respectivamente.

Pela Tabela 2, observa-se que o ponto de inflexão para o modelo Logístico tem como coordenadas PI (37,19; 48,46), indicando

que o crescimento do feijoeiro em estudo é desacelerado em, aproximadamente, 37 dias após a emergência quando ele atinge em torno de 48,46 cm de altura e para o modelo Gompertz suas coordenadas são PI (31,65; 39,60), ou seja, a desaceleração do crescimento ocorre, aproximadamente, 32 dias após a emergência quando o feijoeiro atinge em torno de 39,60 cm.

Na Tabela 3, observam-se os resultados dos critérios utilizados para avaliar a qualidade do ajuste. É possível perceber que os modelos se ajustaram bem aos dados, contudo o modelo Logístico teve menores valores para DPR e AIC_c e maior valor para R_{aj}^2 , apontando a superioridade desse modelo para descrever o crescimento em altura de plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã. Alguns autores como Mangueira *et al.* (2016) e Prado *et al.* (2013) também obtiveram melhores resultados com o ajuste do modelo Logístico para descrever o crescimento da altura de milho e de frutos de coqueiro anão, respectivamente.

Tabela 3 – Critérios para avaliação da qualidade de ajuste dos modelos polinomial, Logístico e Gompertz

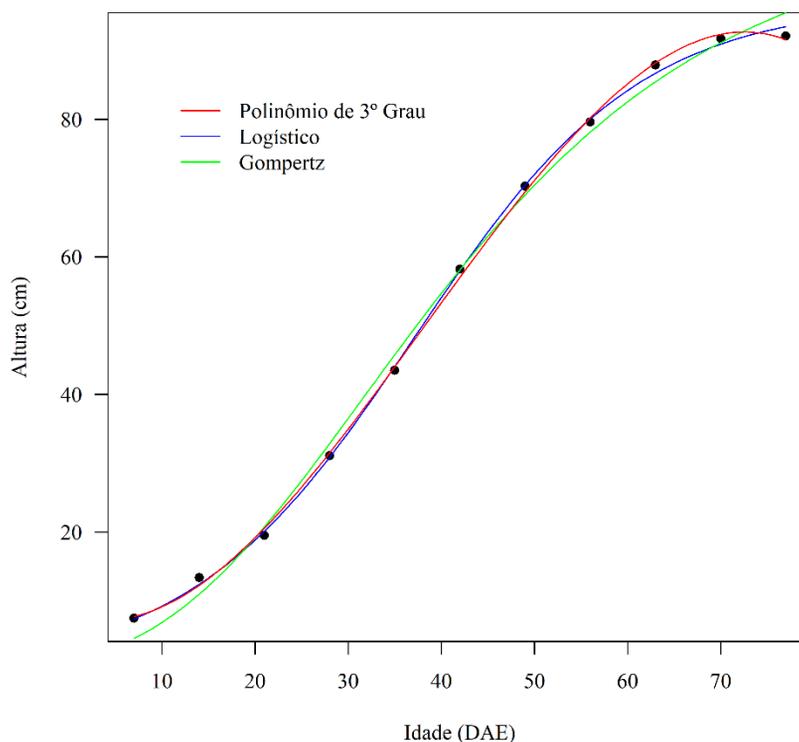
Modelo	DPR	AIC_c	R_{aj}^2
Polinomial	0,9329	41,3838	0,9992
Logístico	0,8659	35,9746	0,9993
Gompertz	2,3981	58,3852	0,9948

Fonte: Elaboração dos autores (2021).

Na Figura 4, observam-se os gráficos dos ajustes dos modelos polinomial, Logístico e Gompertz para o ajuste da altura (cm) das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã ao longo do tempo (DAE).

Tanto a análise visual quanto os critérios utilizados para verificação da qualidade do ajuste indicam que os modelos polinomial e Logístico tiveram aderência semelhante aos dados e foram superiores ao modelo Gompertz na descrição do crescimento de altura das plantas de feijoeiro ao longo do tempo. Sendo assim,

Figura 4 – Ajuste dos modelos polinomial, Logístico e Gompertz aos dados de altura (cm) de plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã.



Fonte: Elaboração dos autores (2021).

a escolha do modelo adequado para descrever os dados ficará a cargo do pesquisador, que deverá levar em consideração que os modelos não lineares são mais parcimoniosos e permitem uma inferência mais ampla sobre o objeto em estudo. Segundo Archontoulis e Miguez (2015), uma das principais vantagens dos modelos não lineares sobre os lineares é a possibilidade da interpretação prática sobre os seus parâmetros, o que de acordo com Tholon *et al.* (2012) deveria ser levado em consideração durante o processo de escolha do modelo utilizado, pois muitas informações importantes ao pesquisador podem ser perdidas por essa escolha.

Pode-se observar que informações como o crescimento máximo do objeto em estudo, o ponto de desaceleração do crescimento, entre outras que os modelos não lineares trazem, poderiam ter sido agregadas em trabalhos como os de Batista *et al.* (2019), Pineda-Herrera *et al.* (2019) e Saldaña *et al.* (2017), os quais ajustaram modelos lineares para descrever o crescimento do meloeiro, do diâmetro de espécies arbóreas e da área foliar de tomateiros, respectivamente, trazendo contribuições para suas pesquisas.

Conclusões

Os modelos testados foram adequados para descrever o crescimento em altura das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã ao longo dos dias após a emergência, porém o modelo polinomial de terceiro grau e o modelo Logístico alcançaram ajustes semelhantes e superiores ao modelo Gompertz, sendo o modelo Logístico o que melhor aderiu aos dados. Comparando os modelos, observou-se que os modelos não lineares geralmente são mais parcimoniosos e trazem mais informações ao pesquisador do que os lineares, devido principalmente à interpretação prática de seus parâmetros.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao núcleo de estudos em regressão não linear aplicada (NLIN) da Universidade Federal de Lavras (UFLA).

Referências

ARCHONTOULIS, S. V.; MIGUEZ, F. E. Nonlinear Regression Models and Applications in Agricultural Research. **Agronomy Journal**, v. 107, n. 2, p.786-798, 2015.

BATISTA, G. S.; SILVA, J. L.; ROCHA, D. N. S.; SOUZA, A. R. E.; ARAUJO, J. F.; MESQUITA, A. C. Crescimento inicial do meloeiro em função da aplicação de biofertilizantes no cultivo orgânico. **Revista Brasileira de Agropecuária Sustentável**, v. 9, n. 2, p. 24-32, 2019.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Atenção Básica. **Guia alimentar para a população brasileira**. 2 ed. Brasília: Ministério da Saúde, 2014.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO - CONAB. **Perspectivas para a agropecuária – Safra 2019/2020**. v. 7. Brasília, 2019. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/perspectivas-para-a-agropecuaria>. Acesso em: 17 fev. 2021.

FAOSTAT. **Crops**. 2019. Disponível em: <http://www.fao.org/faostat/en/#data/QC>. Acesso em: 17 fev. 2021.

FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A.; PEREIRA, A. A.; MUNIZ, F. R.; MUIANGA, C. A. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum Technology**, Maringá, v. 37, n. 4, p. 397-402, 2015.

- FERNANDES, T. J.; PEREIRA, A. A.; MUNIZ, J. A. Modelos duplo sigmoidais na descrição do crescimento de frutos do cafeeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 47, n. 8, p.1-7, 2017.
- FRÜHAUF, A. C.; PEREIRA, G. A.; BARBOSA, A. C. M. C.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Nonlinear models in the study of the cedar diametric growth in a seasonally dry tropical forest. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 15, n. 4, p. 1-8, 2020.
- JANE, S. A.; FERNANDES, F. A.; SILVA, E. M.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Comparison of polynomial and nonlinear models on description of pepper growth. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 14, n. 4, p.1-7, 2019.
- JANE, S. A.; FERNANDES, F. A.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane RB92579 variety. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 51, n. 4, p.1-7, 2020.
- LIMA, K. P.; MORAIS, A. R. de; VIEIRA N. M. B.; VILLA F.; ANDRADE M. J. B. Uso de modelos não lineares na descrição do acúmulo de boro em diferentes partes do feijoeiro cultivar Jalo. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 35, n. 4, p. 834-861, 2017.
- LIMA, K. P.; SILVA, L. M.; VIEIRA, N. M. B.; MORAIS, A. R.; ANDRADE, M. J. B. Modelagem não linear da biomassa seca do feijoeiro cv. Jalo. **Sigmae**, Alfenas, v. 8, n. 2, p. 359-369, 2019.
- MALTA, A. O. de; ATAIDE, E. B. de; OLIVEIRA, V. E. A. de; ALMEIDA, D. J. de; SANTOS, A. S. Crescimento de feijoeiro sob influência de carvão vegetal e esterco bovino. **Revista Sítio Novo**, Palmas, v. 1, p. 190-202, 2017.
- MANGUEIRA, R. A. F.; SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A.; SERMARINI, R. A.; NETTO, J. C. O modelo logístico considerando diferentes distribuições para os erros aplicado a dados de altura de milho. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, p. 317-333, 2016.
- MARTINS FILHO, S.; SILVA, F. F.; CARNEIRO, A. P. S.; MUNIZ, J. A. Abordagem Bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, p. 1516-1521, 2008.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. **Modelos não lineares [recurso eletrônico]: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.
- MUIANGA, C. A.; MUNIZ, J. A.; NASCIMENTO, M. S.; FERNANDES, T. J.; SAVIAN, T. V. Descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 38, n. 1, p. 22-32, 2016.
- OLIVEIRA, W. S. J. de; SILVA, C. A.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Mineralização de nitrogênio em latossolos adubados com resíduos orgânicos. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 37, p. 715-725, 2013.
- PAULA, G. S.; SILVA, E. M.; FRÜHAUF, A. C.; SILVA, É. M. da; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Modeling the amount of mineralized carbon from swine manure and wheat straw. **Revista Agrogeoambiental**, v. 12, n. 3, 2020. DOI: <http://dx.doi.org/10.18406/2316-1817v12n320201466>.

PAULA, G. S.; SILVA, E. M.; FURTADO, T. D. R.; FRUHAUF, A. C.; MUNIZ, J. A. Comparison of nonlinear models for the description of carbon mineralization in soils treated with pig slurry. **Revista Agrogeoambiental**, v. 11, n. 4, p. 82-95, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.18406/2316-1817v11n420191412>.

PINEDA-HERRERA, E.; CARREÓN-SANTOS, J.; VALDEZ-HERNÁNDEZ, J. I.; INTERIÁN-KU, V. M. Crecimiento em diâmetro de tres especies arbóreas en una selva secundaria de Quintana Roo, México. **Madera y Bosques**, v. 25, n. 1, p.1-12, 2019.

PRADO, T. K. L. do; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V.; SÁFADI, T. Ajuste do modelo logístico na descrição do crescimento de frutos de coqueiro anão por meio de algoritmos iterativos MCMC. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 31, p. 216-232, 2013.

PRADO, T. K. L. do; SAVIAN, T. V.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Study on the growth curve of the internal cavity of 'Dwarf green' coconut fruits. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 51, n. 3, p.1-7, 2020.

R CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. **R Foundation for Statistical Computing**, 2021.

RIBEIRO, T. D.; SAVIAN, T. V.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. The use of the nonlinear models in the growth of pears of 'Shinseiki' cultivar. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 48, n. 1, p. 1-7, 2018.

RIBEIRO, T. D.; MATTOS, R. W. P.; MORAIS, A. R. de; MUNIZ, J. A. Description of the growth of pequi fruits by nonlinear models. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 40, n. 4: (e -949), 2018.

SALDAÑA, T. M.; BEJARANO, C. A.; GUAQUETA, S. Efecto de la salinidad em el crecimiento de plantas de tomate tipo chonto. **Revista Colombiana de Ciências Hortícolas**, v. 11, n. 2, p. 329-342, 2017.

SILVA, E. M. da; TADEU, M. H.; SILVA, V. F. da; PIO, R.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Description of blackberry fruit growth by nonlinear regression models. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 42, n. 2, p.1-11, 2020a.

SILVA, E. M.; FURTADO, T. D. R.; FERNANDES, J. G. F.; MUNIZ, J. A. Description of the carbono mineralization of swine manure and oat straw in the soil through nonlinear models. **Revista Agrogeoambiental**, v. 11, n. 2, p. 71-86, 2019a. DOI: <http://dx.doi.org/10.18406/2316-1817v11n220191299>.

SILVA, E. M.; SILVEIRA, S. C.; FURTADO, T. D. R.; MUNIZ, J. A. Fitting of decomposition of sewage sludge and oat straw by nonlinear models. **Revista Agrogeoambiental**, v. 11, n. 2, p. 18-28, 2019b. DOI: <http://dx.doi.org/10.18406/2316-1817v11n220191287>.

SILVA, E. M.; FRÜHAUF, A. C.; JANE, S. A.; SILVA, É, M da; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Comparison of nonlinear models in the description of carbon mineralization in litter soil. **Revista Agrogeoambiental**, v. 12, n. 4, p. 58-69, 2020b.

SILVA, E. M.; FRÜHAUF, A. C.; SILVA, E. M.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J.; SILVA, V. F. Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of 'green dwarf' coconut fruits. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 43, n. 1, p.1-11, 2021.

SILVEIRA, S. C.; MUNIZ, J. A.; SOUSA, F. A.; CAMPOS, A. T. Non-linear models adjusted to the accumulated production of biogas originating from swine deep bedding. **Revista Agrogeoambiental**, v. 10, n. 3, p. 91-103, 2018.

THOLON, P.; PAIVA, R. D. M.; MENDES, A. R. A.; BARROZO, D. Utilização de funções lineares e não lineares para ajuste do crescimento de bovinos Santa Gertrudis, criados a pasto. **ARS VETERINARIA**, Jaboticabal, v. 28, n. 4, p. 234-239, 2012.

VIEIRA, N. M. B.; ANDRADE, M. J. B de; CARVALHO, J. G de; ALVES JUNIOR, J.; MORAIS, A. R. Altura de planta e acúmulo de matéria seca do feijoeiro cvs. BRS MG Talismã e Ouro Negro em plantio direto e convencional. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 32, n. 6, p. 1687-1693, 2008.