



**VICTOR HUGO LEITE PEREIRA**

**NAVEGAÇÃO ODOMÉTRICA ASSISTIDA POR SISTEMA DE  
POSICIONAMENTO GLOBAL PARA AGRICULTURA DE  
PRECISÃO**

**LAVRAS – MG**

**2022**

**VICTOR HUGO LEITE PEREIRA**

**NAVEGAÇÃO ODOMÉTRICA ASSISTIDA POR SISTEMA DE POSICIONAMENTO  
GLOBAL PARA AGRICULTURA DE PRECISÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como  
parte das exigências do Programa de  
Pós-Graduação, para a obtenção do  
título de Mestre em Engenharia de  
Sistemas e Automação.

Prof. Dr. Felipe Oliveira e Silva  
Orientador

**LAVRAS – MG**

**2022**

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Pereira, Victor Hugo Leite.

Navegação odométrica assistida por sistema de posicionamento  
global para agricultura de precisão / Victor Hugo Leite Pereira. -  
2022.

103 p. : il.

Orientador(a): Felipe Oliveira e Silva.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de  
Lavras, 2022.

Bibliografia.

1. Navegação. 2. Odometria. 3. GPS. I. Silva, Felipe Oliveira e.  
II. Título.

**VICTOR HUGO LEITE PEREIRA**

**NAVEGAÇÃO ODOMÉTRICA ASSISTIDA POR SISTEMA DE POSICIONAMENTO  
GLOBAL PARA AGRICULTURA DE PRECISÃO  
ODOMETRY NAVIGATION AID BY GLOBAL POSITIONING SYSTEM FOR  
PRECISION AGRICULTURE**

Dissertação de Mestrado apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como parte  
das exigências do Programa de Pós-Graduação,  
para a obtenção do título de Mestre em  
Engenharia de Sistemas e Automação.

APROVADA em 30 de Junho de 2022.

Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão UFV  
Prof. Dr. Gabriel Araujo e Silva Ferraz UFLA

Prof. Dr. Felipe Oliveira e Silva  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2022**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por esta graça alcançada.

Agradeço ao professor Dr. Felipe Oliveira e Silva, pela atenção, paciência, por ser inspiração e por me instigar na descoberta de novos saberes.

Aos membros da banca, agradeço a leitura atenta e as orientações.

Agradeço ao grupo de estudos LabNav e aos membros do projeto Troia, em especial aos estudantes Marcus Vinícius Oliveira Pacheco, Marcos Tadeu Xavier Ferreira e Alysson Alves Fernandes, sendo o Marcus responsável por coletar vários dados experimentais para este trabalho.

Ao Programa de Pós graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, da Universidade Federal de Lavras, agradeço a oportunidade e confiança.

À Empresa Brasileira de Pesquisas Agropecuárias (EMBRAPA), agradeço pelo auxílio financeiro.

À minha esposa Gislaine, agradeço pela compreensão, carinho e parceria.

Aos meus pais, agradeço pelo apoio e incentivo.

## RESUMO

Atualmente, a navegação de veículos agrícolas é quase que exclusivamente dominada pelos sistemas de navegação global por satélites (GNSS), em especial, o sistema de posicionamento global (GPS). No entanto, quando da existência de requisitos de posição submétrica, típicos da chamada "agricultura de precisão", esta tecnologia não se mostra financeiramente acessível aos pequenos e médios agricultores, os quais correspondem a mais de 80% dos agricultores do Brasil (agricultura familiar). A principal causa dessa inacessibilidade reside no alto custo dos aparelhos GNSS utilizados, os quais se baseiam em técnicas diferenciais e relativas avançadas. Apesar dos GNSS, a navegação veicular também pode ser obtida por meio de outras tecnologias, a exemplo dos sistemas de navegação inercial (INS), câmeras, radares, odômetros, etc. É sabido que a navegação odométrica, em particular, tem baixo custo e fornece alta precisão de posicionamento no curto prazo, resultando, contudo, em erros acumulativos, os quais crescem rapidamente à medida que o veículo se desloca. Este comportamento inviabiliza a utilização de apenas a navegação odométrica em veículos terrestres sujeitos a requisitos de posicionamento submétrico. Apesar disso, a odometria pode servir como tecnologia de navegação base (e complementar) aos GNSS, os quais, ao contrário da primeira, apresentam boa exatidão de posicionamento no longo prazo. Este trabalho tem por objetivo propor, simular, testar e avaliar a integração/fusão sensorial da navegação odométrica com o GPS, para fins de posicionamento submétrico de veículos terrestres, em especial os agrícolas. Como principal contribuição deste trabalho, são comparadas duas das principais técnicas de integração odometria/GPS, a saber, as topologias fracamente acoplada e fortemente acoplada, ambas implementadas com base em um filtro de Kalman estendido (EKF). Resultados simulados e experimentais, concebidos no *software* MATLAB<sup>®</sup>, são apresentados e analisados, indicando a funcionalidade, efetividade e robustez das topologias de navegação integrada propostas. Como contribuição adicional do trabalho, uma avaliação da degradação do desempenho das soluções de navegação investigadas é proposta em função do uso da odometria nas rodas tracionadas e não tracionadas do veículo. De forma geral, para o erro de posicionamento horizontal, a integração fracamente acoplada desempenha 1,15 vezes melhor para o acoplamento em rodas não tracionadas, enquanto a integração fortemente acoplada desempenha cerca de sete vezes melhor para o acoplamento em rodas tracionadas e re-sintonia da matriz  $Q$ .

**Palavras-chave:** Navegação. Odometria. GPS. EKF.

## ABSTRACT

Nowadays, agricultural vehicle navigation is almost exclusively dominated by global navigation satellite systems (GNSS), in particular, the global positioning system (GPS). However, when there are submetric position constraints, typical of the so-called "precision agriculture", this technology is not financially accessible to small and medium farmers, who correspond to more than 80% of farmers in Brazil (family farming). The main cause of this inaccessibility lies in the high cost of the employed GNSS devices, which are based on advanced differential and relative techniques. Despite GNSS, vehicular navigation can also be achieved through other technologies, such as inertial navigation systems (INS), cameras, radars, odometers, etc. It is known that odometric navigation, in particular, provides high precision in the short-term, but it presents cumulative errors that rapidly increase as the vehicle moves. This hinders the use of only odometric navigation for terrestrial vehicles subject to submetric positioning constraints. Despite this, odometry can serve as a base (and complementary) navigation technology to GNSS, which, unlike the former, provides good positioning accuracy in the long-term. This work aims at proposing, simulating, testing and evaluating the sensor fusion/integration of odometric navigation with GPS, for the purpose of submetric positioning of land vehicles, especially agricultural ones. As the main contribution of this work, two of the main odometry/GPS integration techniques are compared, namely, the loosely coupled and tightly coupled topologies, both implemented in the framework of an extended Kalman filter (EKF). Simulated and experimental results, conceived in MATLAB<sup>®</sup> software, are presented and analyzed, indicating the functionality, effectiveness and robustness of the proposed integrated navigation topologies. As an additional contribution of the work, an evaluation of the degradation of the performance of the investigated navigation solutions is proposed as function of the use of odometry in the tractioned and not tractioned wheels of the vehicle. In general, the loosely coupled integration performs better for the coupling on non-tractioned wheels, whereas the tightly coupled integration, for the coupling on tractioned wheels.

**Keywords:** Navigation. Odometry. GPS. EKF.

## LISTA DE ABREVIACÕES E ACRÔNIMOS

AP	Agricultura de precisão
C/A	Coarse/acquisition
CG	Centro de gravidade
DGPS	Sistema de posicionamento global diferencial
DR	Dead reckoning
ECEF	Sistema de coordenadas centrado e fixado na Terra
ECI	Sistema de coordenadas inercial e centrado na Terra
EKF	Filtro de Kalman estendido
GNSS	Sistemas de navegação global por satélites
GPS	Sistema de posicionamento global
INS	Sistema de navegação inercial
KF	Filtro de Kalman
LC	Integração fracamente acoplada
NED	Sistema de coordenadas de navegação, definido com sua origem no centro de massa do veículo e com eixos x, y, z direcionados para o Norte, Leste e vertical (NED), respectivamente
PDR	Pedestrian dead reckoning
PF	Filtro de partículas
PFX	Position fixing
PSD	Densidade espectral de potência
RTK	Cinemática em tempo real

RWLS Mínimos quadrados ponderados recursivos

TC Integração fortemente acoplada

UKF Unscented Kalman filter

WLS Mínimos quadrados ponderados

## LISTA DE SÍMBOLOS

$L$	Leste
$N$	Norte
$D$	Vertical, em direção ao centro da Terra
$e$ $e$	Subíndice ou sobrescrito de representação para o ECEF
$i$ $i$	Subíndice ou sobrescrito de representação para o ECI
$n$ $n$	Subíndice ou sobrescrito de representação para o NED
$b$ $b$	Subíndice ou sobrescrito de representação para o sistema de coordenadas do corpo no centro de massa do veículo
$r$	Subíndice de representação para o sistema de coordenadas do centro do eixo das rodas traseiras
$x$	Representação cartesiana do eixo $x$
$y$	Representação cartesiana do eixo $y$
$z$	Representação cartesiana do eixo $z$
$C_{\beta}^{\alpha}$	Matriz de transformação de coordenadas entre os triedros $\beta$ e $\alpha$
$\beta$	Sistema de coordenadas $\beta$ arbitrário
$\alpha$	Sistema de coordenadas $\alpha$ arbitrário
$\mathbf{J}$	Vetor arbitrário
$\psi$	Ângulo de guinada
$\theta$	Ângulo de arfagem
$\phi$	Ângulo de rolagem
$\mathbf{l}_{br}$	Braço de alavanca do centro do eixo traseiro até o CG do veículo

$T_r$	Comprimento do eixo traseiro
$v_{er}$	Velocidade do centro do eixo traseiro do veículo
$v_{erR}$	Velocidade da roda traseira direita
$v_{erL}$	Velocidade da roda traseira esquerda
$R$	Subíndice referente à roda direita
$L$	Subíndice referente à roda esquerda
$\mathbf{v}_{eb}^b$	Velocidade do veículo com relação à Terra (ECEF), representada no sistema de coordenadas do veículo
$\omega_{eb}^b$	Velocidade angular do veículo com relação a Terra, representada no sistema de coordenadas do veículo
$\dot{\psi}$	Taxa do ângulo de guinada do veículo
$C_b^n$	Matriz de transformação de coordenadas entre os triedros do corpo e de navegação
$\top$	Sobrescrito para transposto
$v_{eb,x}^b$	Componente $x$ da velocidade do veículo em relação ao ECEF, representado no sistema de coordenadas do veículo
$v_{eb,y}^b$	Componente $y$ da velocidade do veículo em relação ao ECEF, representado no sistema de coordenadas do veículo
$l_{br,x}^b$	Componente $x$ do braço de alavanca do centro do eixo traseiro até o CG, representado no sistema de coordenadas do veículo
$l_{br,y}^b$	Componente $y$ do braço de alavanca do centro do eixo traseiro até o CG, representado no sistema de coordenadas do veículo
$\mathbf{v}_{eb}^n$	Vetor velocidade do corpo em relação ao ECEF, representado no triedro de navegação
$\Delta \mathbf{r}$	Vetor de deslocamento

$\Delta \mathbf{r}_{eb,N}^n$	Deslocamento do veículo em relação ao ECEF, na direção Norte
$\Delta \mathbf{r}_{eb,E}^n$	Deslocamento do veículo em relação ao ECEF, na direção Leste
$\tau_o$	Intervalo de amostragem
$\delta$	Erro na variável subsequente
$L_b$	Latitude do veículo
$\lambda_b$	Longitude do veículo
$t$	Tempo
$R_N$	Raio de curvatura meridiano
$R_E$	Raio de curvatura transverso
$h_b$	Altura geodética do corpo (relativa ao elipsoide de referência)
$\sigma_w^2$	Variância do ruído branco Gaussiano
$\eta_x$	Ruído branco Gaussiano
$w$	Subíndice referente ao ruído branco Gaussiano
$\eta_{\delta R_r}$	Ruído branco Gaussiano que dirige o processo de Gauss-Markov
$S_w$	Densidade espectral de potência de um ruído branco Gaussiano
$\tau$	Tempo de correlação
$\delta R_{rL}$	Erro no raio da roda esquerda
$\delta R_{rR}$	Erro no raio da roda direita
$\cdot$	Taxa ou derivada, sendo aplicável a qualquer variável
$\tau_{R_r}$	Tempo de correlação assumido para o erro dos raios das rodas
$\omega_{rR}$	Velocidade angular da roda traseira direita
$\omega_{rL}$	Velocidade angular da roda traseira esquerda
$\sim$	Variável medida (sujeita a erros)

$\delta v_{erR}$	Erro da velocidade linear da roda traseira direita
$\delta v_{erL}$	Erro da velocidade linear da roda traseira esquerda
$s_{orR}$	Erro de fator de escala da roda traseira direita
$s_{orL}$	Erro de fator de escala da roda traseira esquerda
$s_{or}$	Erro de fator de escala médio
$\hat{\phantom{a}}$	Variável estimada
$^a_a$	Subíndice ou sobrescrito de representação para a antena do receptor GNSS
$B$	Subscrito de representação para medição bruta, corrompida por erros
$^c_c$	Subíndice ou sobrescrito de representação para o relógio do receptor
$C$	Subíndice de representação para observáveis compensadas, corrigidas
$^s_s$	Subíndice ou sobrescrito de representação para o satélite
$I$	Sobrescrito denotando o triedro ECI sincronizado com o correspondente triedro ECEF no tempo de chegada do sinal
$C_e^i$	Matriz de transformação de coordenadas do ECI para o ECEF
$\rho$	Pseudo-distância
$\mathbf{r}_{es}^e$	A posição do satélite em relação ao ECEF, representado no ECEF
$\mathbf{r}_{ea}^e$	A posição da antena do receptor em relação ao ECEF, representado no ECEF
$t_{st,a}^s$	Tempo de transmissão do sinal
$t_{sa,a}^s$	Tempo de recepção do sinal
$r_{as}$	Distância entre a antena do receptor e o satélite
$\delta \rho_e^s$	Erro devido aos dados da efeméride na mensagem de navegação
$\delta \rho_{I,a}^s$	Erro de propagação ionosférico
$\delta \rho_{T,a}^s$	Erro de propagação troposférico

$\delta\rho_c^s$	Erro de distância devido ao relógio do satélite
$\delta\rho_c^a$	Erro de distância devido ao relógio do receptor
$\delta\dot{\rho}_c^a$	Erro de velocidade devido ao <i>drift</i> do relógio do receptor
$\delta\rho_{M,a}^s$	Erro devido ao multicaminho
$w_{\rho,a}^s$	Erro de rastreamento da pseudo-distância
$\delta\phi_{I,a}^{s,l}$	Erro de atraso ionosférico na portadora
$\eta_{r,a}^{s,l}$	Erro de rastreamento do Doppler
$t_{oe}$	Tempo de referência da efeméride
$a$	Semi-eixo maior da elipse
$e_0$	Excentricidade
$\omega$	Argumento do perigeu
$M$	Anomalia média no tempo de transmissão
$M_0$	Anomalia média no tempo de referência
$\Omega_0$	Longitude do nó ascendente
$i_0$	Ângulo de inclinação no tempo de referência
$\dot{\omega}_{is}$	Taxa angular média do satélite em relação ao ECI
$E$	Anomalia excêntrica
$\mu$	Ângulo resultante entre $i$ e $s$
$v$	Anomalia verdadeira
$\Phi$	Argumento da latitude
$C_{us/c}$	Correções harmônicas
$r_{os}^o$	Raio que define a posição do satélite com relação ao plano orbital
$u_{os}^o$	Ângulo que define a posição do satélite com relação ao plano orbital

$x_{os}^o$	Coordenada $x$ da posição do satélite no plano orbital
$y_{os}^o$	Coordenada $y$ da posição do satélite no plano orbital
$z_{os}^o$	Coordenada $z$ da posição do satélite no plano orbital
$\Omega$	Longitude do nó ascendente
$i$	Ângulo de inclinação
$\dot{\Omega}_d$	Taxa de variação da longitude do nó ascendente no tempo de referência
$\omega_{ie}$	Velocidade angular de rotação da Terra
$a_{f0}^s; a_{f1}^s; a_{f2}^s$	Coefficientes do relógio do satélite
$t_{oc}^s$	Tempo de referência do relógio
$\Delta a_{is}^{s,l}$	Correção inter-sinal
$\delta \hat{\rho}_c^s$	Deriva do erro de relógio do satélite
$c$	Velocidade da luz
$R_T$	Raio médio da Terra
$h_i$	Altura média da ionosfera
$\mathbf{u}_{as}^e$	Vetor unitário que aponta da antena do receptor para o satélite
$\mathbf{r}_{es}^e(t_{st,a}^s)$	Posição do satélite em relação ao ECEF, representado no ECEF e no tempo de transmissão do sinal
$\mathbf{r}_{ea}^e(t_{sa,a}^s)$	Posição da antena do receptor em relação ao ECEF, representado no ECEF e no tempo de recepção do sinal
$\theta_{nu}^{as}$	Ângulo de elevação
$\psi_{nu}^{as}$	Ângulo de azimute
$\sigma_{\rho\omega}$	Desvio padrão da pseudo-distância
$f_{co}$	Frequência do código pseudoaleatório

$\sigma_x$	Desvio padrão do ruído de rastreamento do código
$\delta\rho_{a,\varepsilon}^{s,l+}$	Resíduo de medição
$\tilde{t}_{st,a}^{s,l}$	Medição do tempo de transmissão do sinal
$\hat{\mathbf{v}}_{ea}^e$	Velocidade do receptor com relação ao ECEF representada no ECEF
$\delta\hat{\rho}_c^a$	Deriva do erro do relógio do receptor
$\Omega_{ie}^e$	Matriz anti-simétrica da velocidade angular da Terra
$\mathbf{u}_{as,j}^e$	Vetor linha de visada representada no ECEF, componente $j$
+	Sobrescrito indicativo de atualização
-	Sobrescrito indicativo de predição
$C_\rho$	Matriz de covariância das pseudo-distâncias
$C_{\dot{\rho}}$	Matriz de covariância das taxas das pseudo-distâncias
$m$	Número de satélites visíveis ao receptor
$\sigma_{\dot{\rho}z}$	Desvio padrão da taxa da pseudo-distância zenital
$\sigma_{\rho z}$	Desvio padrão da pseudo-distância zenital
$H_G$	Matriz de medição do GPS
$\mathbf{x}$	Vetor de estados
$P$	Matriz de covariância dos erros dos estados
$\mathbf{z}$	Vetor de medição
$\hat{\mathbf{x}}^-$	Estimativa do estado predito
$\hat{\mathbf{x}}$	Estado estimado
$\eta_m$	Ruído de medição
$\eta_s$	Ruído de processo
$H$	Modelo determinístico de medição

$R$	Matriz de covariância dos ruídos de medição
$\Phi$	Matriz determinística de transição
$\tau_s$	Intervalo de amostragem
$I$	Matriz identidade
$F$	Modelo do processo
$K_k$	Ganho de Kalman
$G$	Modelo dos ruídos do sistema
$Q$	Matriz de covariância dos ruídos do sistema
$C_{\delta z, k}^-$	Matriz de covariância de inovação
$k-1$	Subíndice que indica variável no instante anterior
$k$	Subíndice que indica variável no instante atual
$E$	Esperança matemática
$\delta \mathbf{z}^-$	Inovação de medição
$h(x)$	Função determinística
$f(\mathbf{x}(t))$	Função arbitrária não linear
$h(\mathbf{x}(t))$	Função arbitrária não linear
$y_k^-$	Normalização da inovação de medição
$S_a^e$	Matriz de densidade espectral dos ruídos do processo da aceleração do receptor representada no sistema de coordenadas ECEF
$PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,E}^n)$	Densidade espectral dos ruídos do processo da aceleração do receptor na direção Leste
$PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,N}^n)$	Densidade espectral dos ruídos do processo da aceleração do receptor na direção Norte

$PSD(\dot{v}_{ea,D}^n)$	Densidade espectral dos ruídos do processo da aceleração do receptor na direção vertical
$PSD(\eta_{\rho_{c\phi}^a})$	Densidade espectral dos ruídos de fase do relógio do receptor
$PSD(\eta_{\rho_{cf}^a})$	Densidade espectral dos ruídos de frequência do relógio do receptor
$\sigma^2$	Variância
$l_{br,x/y}^b$	Braço de alavanca do sistema de coordenada do eixo traseiro em relação ao do corpo nas coordenadas $x$ ou $y$ , representado no sistema de coordenadas do veículo
$G$	Subíndice referente a uma obtenção de dados por meio do GPS ou filtro de Kalman aplicado ao GPS
$O$	Subíndice referente a uma obtenção de dados por meio da odometria
$LC$	Subíndice referente a integração fracamente acoplada
$TC$	Subíndice referente a integração fortemente acoplada
$j$	$j$ -ésima medição obtida pelo satélite $s$
$\mathbf{l}_{ba}^b$	Braço de alavanca da posição da antena do receptor até o CG do veículo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>NAVEGAÇÃO ODOMÉTRICA</b>	<b>21</b>
<b>2.1</b>	<b>Sistemas de coordenadas</b>	<b>21</b>
<b>2.1.1</b>	<b>Matriz de transformação de coordenadas</b>	<b>23</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Ângulos de Euler</b>	<b>23</b>
<b>2.2</b>	<b>Modelo cinemático</b>	<b>24</b>
<b>2.3</b>	<b>Modelo de erro</b>	<b>27</b>
<b>3</b>	<b>SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO GLOBAL POR SATÉLITE</b>	<b>32</b>
<b>3.1</b>	<b>Princípios básicos de operação</b>	<b>32</b>
<b>3.2</b>	<b>Principais constelações: GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou</b>	<b>33</b>
<b>3.3</b>	<b>Estruturação do GPS: segmentos espacial, de controle e de usuários</b>	<b>34</b>
<b>3.4</b>	<b>Sinais do GPS: códigos pseudoaleatórios e mensagens de navegação</b>	<b>34</b>
<b>3.5</b>	<b>Determinação das posições/velocidades dos satélites: uso das efemérides</b>	<b>36</b>
<b>3.6</b>	<b>Fontes de erro do GPS</b>	<b>39</b>
<b>3.7</b>	<b>Algoritmos de estimação de posição/velocidade dos receptores</b>	<b>44</b>
<b>4</b>	<b>FUSÃO SENSORIAL DA ODOMETRIA E GPS</b>	<b>49</b>
<b>4.1</b>	<b>Princípios de filtragem de Kalman</b>	<b>49</b>
<b>4.1.1</b>	<b>O algoritmo do filtro de Kalman</b>	<b>50</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Filtro de Kalman estendido</b>	<b>52</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Filtragem por inovação</b>	<b>54</b>
<b>4.2</b>	<b>Solução filtrada: filtro de Kalman apenas para o GPS</b>	<b>55</b>
<b>4.3</b>	<b>Integração Odômetro/GPS</b>	<b>60</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Integração fracamente acoplada</b>	<b>61</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Fracamente acoplada - Etapa de predição</b>	<b>62</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Fracamente acoplada - Etapa de atualização</b>	<b>64</b>
<b>4.3.4</b>	<b>Integração fortemente acoplada</b>	<b>66</b>
<b>4.3.5</b>	<b>Fortemente acoplada - Etapa de predição</b>	<b>67</b>
<b>4.3.6</b>	<b>Fortemente acoplada - Etapa de atualização</b>	<b>68</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS SIMULADOS</b>	<b>72</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>80</b>
<b>6.1</b>	<b>Teste com odometria nas rodas não tracionadas</b>	<b>81</b>

<b>6.2</b>	<b>Teste com odometria nas rodas tracionadas . . . . .</b>	<b>88</b>
<b>6.2.1</b>	<b>Re-sintonia do EKF para as integrações LC e TC . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>99</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>100</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a maioria das técnicas de navegação e posicionamento são baseadas em dois métodos fundamentais (GROVES, 2013). O primeiro é o *dead reckoning* (**dr!**), que se caracteriza pela execução de integrações numéricas a partir de medições de velocidade e/ou aceleração, apresentando boa precisão, porém inerente acúmulo de erros no longo prazo (GREWAL; ANDREWS; BARTONE, 2020). Exemplos de métodos DR incluem os *inertial navigation system* (INS), odômetros, *pedestrian dead reckoning* (PDR), dentre outros. O segundo é o *position fixing* (PFX), que apresenta, em geral, boa exatidão, erros limitados, mas baixa precisão (HEGARTY, 2019). Um exemplo de método de navegação tipo PFX são os *global navigation satellite systems* (GNSS), que inclui o *global positioning system* (GPS).

A integração destes métodos fundamentais permite que o PFX evite a acumulação de erros dos métodos DR e estes, por sua vez, mitigam medições anormais vindas das atualizações de soluções degradadas do GPS (CHIANG et al., 2019). A integração da odometria com o GPS, por exemplo, é uma das abordagens mais investigadas (TIAN; ZHOU; TANG, 2000), (OHNO et al., 2004). Um dos primeiros estudos de fusão sensorial do GPS com a odometria por meio do *extended Kalman filter* (EKF) foi proposto por Krakiwsky, Harris e Wong (1988). Atualmente os métodos de odometria são categorizados em cinco tipos principais: roda, inercial, laser, radar e visual (MOHAMED et al., 2019). O uso da odometria como recurso auxiliar, melhora significativamente a exatidão das soluções de navegação e limita os erros de velocidade durante as falhas de sinal do GPS (SPANGENBERG; CALMETTES; TOURNEREF, 2007).

Neste trabalho é abordada a odometria nas rodas, a qual permite alta taxa de amostragem e processamento com baixa carga computacional, comparado aos outros tipos de odometria (SIMANEK; REINSTEIN; KUBELKA, 2014). No entanto, a odometria das rodas apresenta algumas desvantagens, como desvio de posição e imprecisão em terrenos irregulares e superfícies escorregadias (MOHAMED et al., 2019). Diversos estudos propõem melhorias para a odometria quanto a restrições que regem o movimento do veículo (DISSANAYAKE et al., 2001), incertezas das velocidades das rodas (YI et al., 2007), (ENDO et al., 2007), (ONYEKPE et al., 2020) e compensação de deslizamentos (REINSTEIN; KUBELKA; ZIMMERMANN, 2013).

Referente ao GPS, desde o início de 1980 quando ele passou a ser disponibilizado para uso civil, nota-se que a tecnologia apresenta flutuação de cobertura de satélites, efeitos de multicaminho, latência e imprecisão, principalmente para auto-localização precisa (MOHAMED et al., 2019). No entanto, para cenários de ambiente agrícola (horizonte aberto) como apresentado

por O'Connor et al. (1996), tem-se alcançado um desvio padrão para o posicionamento lateral menor que 2,5 cm utilizando a tecnologia *real-time kinematic* (RTK) e quatro antenas em um trator. Utilizando RTK com apenas uma antena e incluindo o sistema de direção automática, Stoll e Kutzbach (2000) obtiveram uma precisão horizontal de 3,3 cm.

A depender da operação e característica da máquina a ser utilizada, diversos níveis de precisão de posicionamento são requeridos (GIOTTO; ROBAINA; SULZBACH, 2004). O ideal é a precisão centimétrica sendo a submétrica, sob o ponto de vista da agricultura de precisão (AP), suficiente para iniciar sua implementação (MIRANDA; VERÍSSIMO; CEOLIN, 2017).

Para a agricultura familiar e outras aplicações a nível popular, os sistemas de navegação submétricos em locais sem acesso a internet ainda apresentam alto custo e em situações de bloqueio de sinal dos satélites a navegação por meio do GPS é impraticável. O sinal do GPS pode falhar principalmente na América do Sul que é uma zona de influência da anomalia geomagnética do Atlântico Sul (CARDOSO, 1982). Além disso, um receptor GPS, montado em um veículo com baixas velocidades, não permite obter uma boa informação de orientação pelo GPS (MARTINS et al., 2011b). Dessa forma, é importante haver a integração de sensores de navegação para melhorar a confiabilidade e tornar a tecnologia de navegação precisa mais acessível.

Os filtros não lineares EKF, *unscented Kalman filter* (UKF) e *particle filter* (PF) são amplamente utilizados para estimativas de localização (KONATOWSKI; KANIEWSKI; MATUSZEWSKI, 2016). Veículos agrícolas possuem variações de aceleração lenta fazendo com que a linearização ocorra de forma eficiente à equação de medição (STEPHEN, 2000). O EKF é considerado confiável para sistemas que possuem um modelo gaussiano com não linearidade limitada (MOHAMED et al., 2019). O método EKF apresenta a precisão da estimativa de estado semelhante ou superior ao do filtro UKF (SPANGENBERG; CALMETTES; TOURNE-REF, 2007), (KONATOWSKI; KANIEWSKI; MATUSZEWSKI, 2016). Já a arquitetura de integração PF tem melhor precisão de estimativa se comparada com os métodos EKF e UKF (GEORGY et al., 2010), (KONATOWSKI; KANIEWSKI; MATUSZEWSKI, 2016), no entanto exige maior processamento das unidades de computação (CHEN; IBAÑEZ-GUZMÁN; LE-MARCHAND, 2008).

No âmbito do EKF, a integração fracamente acoplada (*loosely coupled*) é a estratégia mais utilizada, embora a integração fortemente acoplada (*tightly coupled*) permita o auxílio do GPS junto a odometria com até mesmo um satélite. Os autores Chiang et al. (2019) afirmam

que as duas estratégias de integração para fusões sensoriais envolvendo os sistemas INS, GPS e odometria, apresentam resultados próximos quando não utilizados filtros complementares. No entanto, para a fusão sensorial da odometria e GPS, poucos são os trabalhos disponíveis na literatura que se propõem investigar o problema. Desta forma, é justificável realizar uma comparação simulada e experimental das implementações fracamente e fortemente acopladas para o algoritmo proposto.

A primeira problemática a ser investigada neste trabalho, portanto, consiste na possibilidade de obtenção de posicionamento submétrico, por meio de fusão sensorial EKF do GPS com sensores odométricos de baixo custo instalados em rodas não esterçantes tracionadas e não tracionadas de veículos agrícolas terrestres. Adicionalmente, este trabalho compara, para o algoritmo proposto, as estratégias de integração fracamente acoplada e fortemente acoplada sendo desenvolvidas simulações computacionais e também realizados testes experimentais das tecnologias, bem como são apresentadas comparações do desempenho das técnicas para os casos da odometria em roda não tracionada e tracionada. Parte das contribuições foram aceitas para o congresso CONEM 2022 (PEREIRA et al., 2022).

O restante desse trabalho é dividido como segue: o capítulo 2 apresenta os conceitos da odometria nas rodas traseiras não esterçantes, assim como as equações pertinentes e erros atrelados. O capítulo 3 expõe o funcionamento do GPS, assim como apresenta as equações e implementação do sistema. O capítulo 4 trata das implementações filtradas via EKF, sendo a implementação por estados totais para a navegação exclusiva com o GPS e a por erros de estado para a fusão sensorial odômetro e GPS, dividida em dois tipos de arquiteturas de integração: fracamente acoplada e fortemente acoplada. O capítulo 5 apresenta os resultados simulados e o capítulo 6 os resultados experimentais assim como discussões das análises abordadas. O capítulo 7, por fim, conclui o trabalho.

## 2 NAVEGAÇÃO ODOMÉTRICA

Odômetros (às vezes referidos como *encoders*) são sensores de navegação que medem as velocidades angulares de um par de rodas paralelas de um veículo terrestre, e, a partir da integração/diferenciação das mesmas, computam o seu deslocamento e a taxa de guinada. De posse de tais informações é possível realizar a navegação desse veículo (em um plano horizontal).

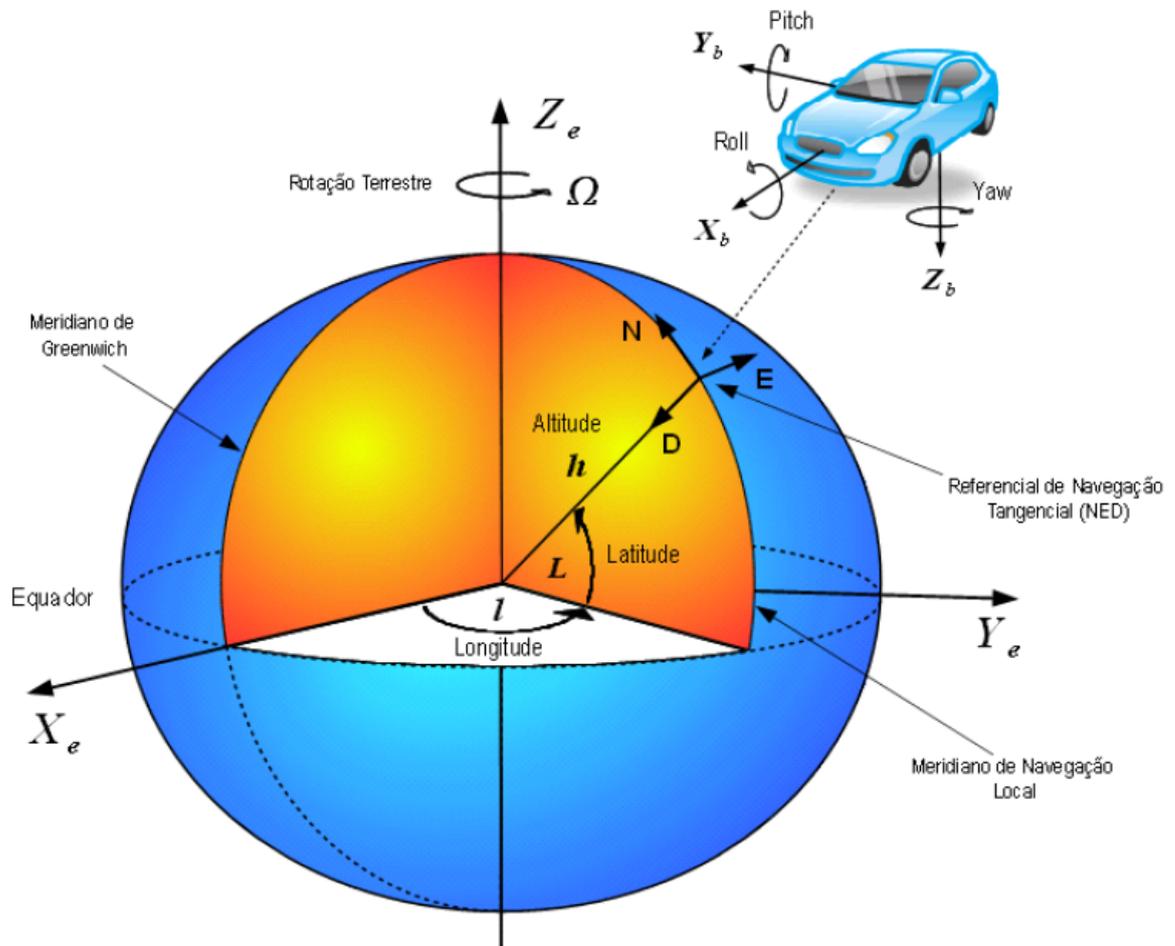
A modelagem odométrica apresentada nesse trabalho, trata-se da abordagem tradicional, seguindo implementações propostas pela bibliografia Groves (2013) e tratamento do erro do raio das rodas proposto por Farrell (2008). A arquitetura de implementação é simples, consistindo de apenas dois *encoders* alocados nas rodas traseiras não tracionadas e não esterçantes. Existem variadas arquiteturas de implementação da navegação odométrica, dentre elas uma mais complexa, adotada por Martins et al. (2011b), na qual são utilizados cinco *encoders*, quatro nas rodas mais um no eixo de direção para medir o esterçamento.

### 2.1 Sistemas de coordenadas

Um sistema de coordenadas pode ser entendido como uma representação geométrica na forma de três vetores perpendiculares, que definem os eixos de referência de um objeto (LI; LANDRY; LAVOIE, 2008). Assim, um sistema de coordenadas, também chamado de triedro (ou *frame*), deve possuir uma origem, e três eixos ortogonais e unitários. Qualquer solução em navegação envolve pelo menos dois sistemas de coordenadas, os quais são usados para representar o veículo de interesse, a referência e/ou o conjunto de eixos de revolução (GROVES, 2013).

Em navegação, os principais sistemas de coordenadas são: o *Earth - Centered, Earth - Fixed* (ECEF), representado pelo índice  $e$ ; o sistema de navegação local ou *North - East - Down* (NED), representado pelo índice  $n$ ; e o sistema do veículo (ou do corpo), representado pelo índice  $b$ . O triedro ECEF tem os seus eixos fixos com relação à Terra. O eixo  $x$  aponta para a latitude  $0^\circ$ , e longitude  $0^\circ$ , que é a interseção entre o meridiano de Greenwich e a linha do Equador, o eixo  $z$  aponta no sentido do eixo de rotação da Terra, e o eixo  $y$  completa o triedro dextrógiro. O triedro NED tem sua origem definida no centro de massa do veículo. Seu eixo  $x$  é orientado para o Norte (N), o  $y$  para o Leste (L) e o  $z$  para o centro da Terra (D). O triedro do corpo é definido no centro de massa do veículo, à semelhança do NED, porém tem seus eixos:  $x$  apontado para a direção longitudinal do veículo;  $y$  apontado para o lado direito do veículo e  $z$ , de acordo com a regra da mão direita, apontando na vertical para baixo (Figura 2.1).

Figura 2.1 – Sistemas de coordenadas usados em navegação odométrica.



Fonte: adaptado (SANTANA, 2011)

Além dos sistemas de coordenadas supracitados, existe ainda a *Earth-Centered-Inertial* (ECI), representado pelo índice  $i$ , o qual é localizado, à semelhança do ECEF, no centro de massa da Terra. O ECI, é dito inercial, por ser considerado fixo com relação a um corpo estelar distante (SANTANA, 2011), ou seja, ele não gira ou translada com relação ao Universo (GROVES, 2013). Esse sistema, contudo, experiencia a rotação da Terra em torno do Sol, mas esses efeitos são menores que os ruídos medidos pela maioria dos sensores de navegação, sendo então válido tratar o ECI como um sistema inercial para todos os propósitos práticos (GROVES, 2013). Além disso, seus eixos  $x$  e  $y$  estão no plano equatorial e o eixo  $z$  passa pelo polo Norte (SANTANA, 2011).

Para fins de navegação odométrica, define-se ainda o sistema de coordenadas do eixo traseiro (ou dianteiro) do veículo. Tal triedro tem definição intimamente relacionada ao triedro do corpo, mas tem sua origem definida no ponto médio do respectivo eixo traseiro (ou dianteiro).

### 2.1.1 Matriz de transformação de coordenadas

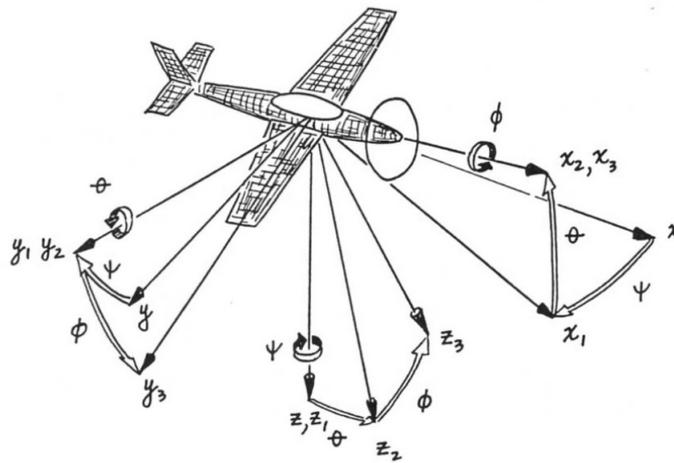
Ao se trabalhar com velocidade, posição, deslocamento e outras grandezas vetoriais relacionadas a um veículo, deve-se adotar um sistema de coordenadas comum para a representação das mesmas. Dessa forma, garante-se compatibilidade entre as grandezas, e operações matemáticas podem ser executadas apropriadamente. Para se fazer a adequação de vetores de um sistema de coordenadas para outro, é necessário realizar o que se conhece por transformação de coordenadas (FARRELL, 2008). Denotada por  $C_{\beta}^{\alpha}$ , define-se uma matriz ortonormal 3x3 que transforma vetores de um sistema de coordenadas  $\beta$  arbitrário, para outro  $\alpha$ , também arbitrário. Sendo  $\mathbf{J}$  um vetor qualquer, tem-se:

$$\mathbf{J}^{\alpha} = C_{\beta}^{\alpha} \mathbf{J}^{\beta} \quad (2.1)$$

### 2.1.2 Ângulos de Euler

Definidos como uma parametrização alternativa da orientação (ou atitude) de um veículo, os ângulos de Euler podem ser obtidos por uma sequência de três rotações sucessivas do triedro de referência (maioria dos casos é o NED) para o triedro do corpo, seguindo a regra da mão direita, segundo a qual, em cada rotação, fixa-se um eixo, e rotacionam-se os demais. Há um padrão sequencial: primeiro o eixo  $z$  é fixo, depois o  $y$  e por último o  $x$ , como representado na Figura 2.2. Dá-se as seguintes denominações aos ângulos resultantes dessas rotações: ângulo de guinada ( $\psi$ ), ângulo de arfagem ( $\theta$ ) e ângulo de rolagem ( $\phi$ ).

Figura 2.2 – Ângulos de Euler.

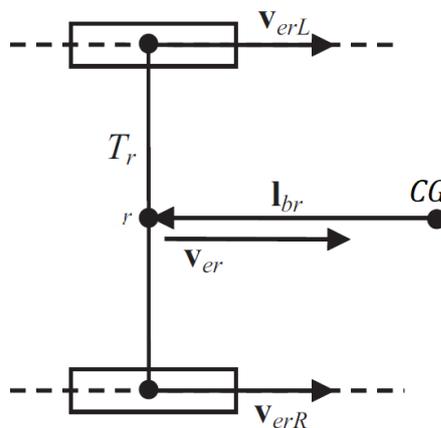


Fonte: Grawford (1986).

## 2.2 Modelo cinemático

Neste trabalho, considera-se a navegação odométrica de um veículo terrestre por meio das rodas traseiras, sendo adotadas as nomenclaturas expostas na Figura 2.3. Nesta,  $T_r$  indica o comprimento do eixo traseiro e  $l_{br}$ , a distância do centro desse eixo ( $r$ ) até o centro de gravidade (CG) do veículo. O sistema de coordenadas do eixo traseiro tem como origem o ponto  $r$  e o triedro do corpo, o ponto CG, de forma que ambos têm seus eixos  $x$  definidos ao longo do eixo longitudinal do veículo.

Figura 2.3 – Representações das velocidades e componentes de um eixo traseiro.



Fonte: adaptado (GROVES, 2013)

A velocidade do centro do eixo traseiro do veículo,  $v_{er}$ , pode ser obtida a partir da média das velocidades das rodas traseiras direita  $v_{erR}$  e esquerda  $v_{erL}$  (fornecidas pelos odômetros), como segue:

$$v_{er} = \frac{1}{2}(v_{erL} + v_{erR}) \quad (2.2)$$

Para se determinar a velocidade do veículo com relação à Terra (ECEF), representado no sistema de coordenadas do veículo  $\mathbf{v}_{eb}^b$ , a partir da velocidade do centro do eixo traseiro, pode-se fazer:

$$\mathbf{v}_{eb}^b = \begin{pmatrix} v_{er} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \boldsymbol{\omega}_{eb}^b \times \mathbf{l}_{br}^b \quad (2.3)$$

sendo  $\mathbf{l}_{br}$ , o braço de alavanca entre o eixo traseiro e o CG do veículo, e  $\boldsymbol{\omega}_{eb}^b$ , a velocidade angular do veículo com relação ao ECEF, a qual é obtida por odometria diferencial (descrita a seguir).

A equação (2.3) pode ser simplificada como segue:

$$\begin{pmatrix} v_{eb,x}^b \\ v_{eb,y}^b \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} v_{er} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_{br,y}^b \\ -l_{br,x}^b \end{pmatrix} \psi \quad (2.4)$$

onde  $\psi$  é o ângulo de guinada do veículo.

Para obtenção da velocidade do veículo no triedro NED, pode-se fazer:

$$\mathbf{v}_{eb}^n = C_b^n \mathbf{v}_{eb}^b \quad (2.5)$$

onde  $C_b^n$  é a matriz de transformação de coordenadas entre os triedros do corpo e de navegação, a qual pode ser computada, a partir dos ângulos de Euler, como segue:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \begin{pmatrix} -\cos \phi \sin \psi \\ +\sin \phi \sin \theta \cos \psi \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \sin \phi \sin \psi \\ +\cos \phi \sin \theta \cos \psi \end{pmatrix} \\ \cos \theta \sin \psi & \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \psi \\ +\sin \phi \sin \theta \sin \psi \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\sin \phi \cos \psi \\ +\cos \phi \sin \theta \sin \psi \end{pmatrix} \\ -\sin \theta & \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \theta \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Na navegação odométrica, assume-se, em geral, que o veículo desloca-se apenas em superfícies planas e niveladas (navegação 2D), o que nos permite considerar a rolagem ( $\phi$ ) e a arfagem ( $\theta$ ) como sendo nulos.

Para se obter o deslocamento  $\Delta \mathbf{r}_{eb}^n$  do veículo representado em coordenadas cartesianas, integra-se no intervalo de amostragem  $\tau_o$ , as velocidades nas direções Norte (N) e Leste(E), e a partir da substituição da equação (2.4), obtém-se:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Delta r_{eb,N}^n(t, t + \tau_o) \\ \Delta r_{eb,E}^n(t, t + \tau_o) \end{pmatrix} &\approx \begin{pmatrix} \cos(\psi(t)) - \frac{1}{2} \dot{\psi} \tau_o \sin(\psi(t)) \\ \sin(\psi(t)) + \frac{1}{2} \dot{\psi} \tau_o \cos(\psi(t)) \end{pmatrix} v_{er} \tau_o \\ &+ \begin{pmatrix} \cos(\psi(t)) & -\sin(\psi(t)) \\ \sin(\psi(t)) & \cos(\psi(t)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{br,y}^b \\ -l_{br,x}^b \end{pmatrix} \dot{\psi} \tau_o \end{aligned} \quad (2.7)$$

Para a obtenção das coordenadas curvilíneas latitude,  $L_b$ , longitude,  $\lambda_b$  e ângulo de guinada,  $\psi$ , no intervalo de amostragem  $\tau_o$ , pode-se fazer:

$$L_b(t + \tau_o) = L_b(t) + \frac{\Delta r_{eb,N}^n(t, t + \tau_o)}{R_N(L_b(t)) + h_b(t)} \quad (2.8)$$

$$\lambda_b(t + \tau_o) = \lambda_b(t) + \frac{\Delta r_{eb,E}^n(t, t + \tau_o)}{[R_E(L_b(t)) + h_b(t)] \cos(L_b(t))} \quad (2.9)$$

$$\psi(t + \tau_o) = \psi(t) + \frac{1}{T_r} (v_{erL} - v_{erR}) \tau_o \quad (2.10)$$

sendo  $R_N$ ,  $R_E$  e  $h_b$  o raio de curvatura meridiano, transverso e a altura geodética, respectivamente, do veículo.

Sabendo que, por definição:

$$\dot{\mathbf{r}}_{eb}^e = \mathbf{v}_{eb}^e \quad (2.11)$$

sendo  $\dot{\mathbf{r}}_{eb}^e$  a derivada da posição e  $\mathbf{v}_{eb}^e$  a velocidade do corpo em relação ao ECEF, representado no ECEF.

Pode-se obter no domínio contínuo, as principais equações dinâmicas da navegação odométrica:

$$\frac{\Delta r_{eb,N}^n(t, t + \tau)}{\tau_o} \Big|_{\tau_o \rightarrow 0} = \dot{r}_{eb,N}^n = \cos \psi v_{er} + (\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b) \dot{\psi} \quad (2.12)$$

$$\frac{\Delta r_{eb,E}^n(t, t + \tau)}{\tau_o} \Big|_{\tau_o \rightarrow 0} = \dot{r}_{eb,E}^n = \sin \psi v_{er} + (\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b) \dot{\psi} \quad (2.13)$$

Uma segunda equação dinâmica importante, no domínio contínuo, referente a taxa de variação da guinada, é obtida via odometria diferencial que utiliza a avaliação individual da rotação de rodas paralelas traseiras:

$$\dot{\psi} = \frac{v_{erL} - v_{erR}}{T_r} \quad (2.14)$$

### 2.3 Modelo de erro

Além da baixa qualidade dos sensores, são também fatores inerentes à degradação da odometria: derrapagem, escorregamento, patinação, variação do raio das rodas e irregularidades altimétricas do terreno. Como analisado por Groves (2013, p.237), "o erro em fator de escala devido à incerteza do raio da roda é o erro dominante na navegação odométrica". De forma geral, os pneus podem ter seus raios reduzidos em até 3%, por desgaste, e em até 1% devido a mudanças de temperatura, pressão, terreno e velocidade (GROVES, 2013).

Neste trabalho, os raios das rodas traseiras direita e esquerda são modelados como:

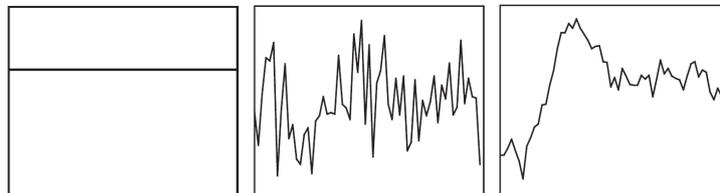
$$\tilde{R}_{rR} = R_{rR} + \delta R_{rR} \quad (2.15)$$

$$\tilde{R}_{rL} = R_{rL} + \delta R_{rL} \quad (2.16)$$

onde (  $\tilde{\cdot}$  ) representa a variável medida,  $R_{rR}$  e  $R_{rL}$  são os valores nominais dos raios das rodas traseiras direita e esquerda, respectivamente, e  $\delta$  denota erro na variável que o sucede.

Neste trabalho, três tipos de erros principais são considerados na construção dos modelos de erro, conforme ilustrado na Figura 2.4:

Figura 2.4 – Da esquerda para a direita: erro sistemático, ruído branco e processo de Gauss-Markov.



Fonte: adaptado (GROVES, 2013)

Os ruídos sistemáticos são assumidos como constantes, isto é, totalmente correlacionados no tempo. Já um ruído branco Gaussiano é totalmente decorrelacionado no tempo, sendo caracterizado por uma sequência discreta de variáveis aleatórias com média nula, e distribuição normal caracterizada por uma variância  $\sigma_w^2$ . A variância de um ruído branco é obtida pela integração do mesmo no intervalo de tempo,  $\tau_w$ :

$$\sigma_w^2 = \tau_w S_w \quad (2.17)$$

no qual o subíndice  $w$  indica que se trata de um ruído branco Gaussiano e  $S_w$  é sua densidade espectral de potência (PSD). O PSD de um processo aleatório é a transformada de Fourier de sua função de auto-correlação, sendo constante para um ruído branco com banda limitada.

O processo escalar de Gauss-Markov, por fim, flutua no tempo sendo modelado em função do seu valor no instante anterior mais um ruído branco Gaussiano  $\eta_x$ , (GROVES, 2013), i.e.:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{x}{\tau} + \eta_x \quad (2.18)$$

onde  $\tau$  representa o tempo de correlação do processo.

O erro nos raios das rodas pode ser modelado como uma contribuição (*bias*) constante, acrescido de um processo de Gauss-Markov de primeira ordem (escalar) e de um ruído branco Gaussiano (associado ao processo de quantização numérica dos pulsos dos odômetros) (FARRELL, 2008). O processo de Gauss-Markov, em particular, pode ser modelado como:

$$\delta \dot{R}_{rL} = -\frac{\delta R_{rL}}{\tau_{R_r}} + \eta_{\delta R_{rL}} \quad (2.19)$$

$$\delta \dot{R}_{rR} = -\frac{\delta R_{rR}}{\tau_{R_r}} + \eta_{\delta R_{rR}} \quad (2.20)$$

no qual  $\tau_{R_r}$  é o tempo de correlação assumido para o erro dos raios das rodas, o qual é, em geral, muito grande em comparação com os demais, pois a variação do erro dos raios das rodas é muito lenta com o tempo.

As velocidades lineares das rodas traseiras direita e esquerda são obtidas como:

$$v_{erR} = \omega_{rR} R_{rR} \quad (2.21)$$

$$v_{erL} = \omega_{rL} R_{rL} \quad (2.22)$$

onde  $\omega_{rR}$  e  $\omega_{rL}$  são as velocidades angulares das rodas direita e esquerda, respectivamente, as quais são fornecidas pelos odômetros.

Em situações reais,  $\omega_r$  e  $R_r$  são corrompidos, de forma que as equações (2.21) e (2.22) devem, na verdade, ser representadas como:

$$\tilde{v}_{erR} = \tilde{\omega}_{rR} \tilde{R}_{rR} \quad (2.23)$$

$$\tilde{v}_{erL} = \tilde{\omega}_{rL} \tilde{R}_{rL} \quad (2.24)$$

Desenvolvendo os termos das equações (2.23) e (2.24), e desprezando-se produtos de erros, tem-se:

$$\tilde{v}_{erR} = \omega_{rR}(R_{rR} + \delta R_{rR}) + \eta_{R_{rR}} \quad (2.25)$$

$$\tilde{v}_{erL} = \omega_{rL}(R_{rL} + \delta R_{rL}) + \eta_{R_{rL}} \quad (2.26)$$

sendo  $\eta_{R_{rR}}$  e  $\eta_{R_{rL}}$ , ruídos aleatórios nas velocidades lineares das rodas direita e esquerda respectivamente.

Desenvolvendo as equações (2.25) e (2.26):

$$\tilde{v}_{erR} = v_{erR} + \delta v_{erR} + \eta_{R_{rR}} \quad (2.27)$$

$$\tilde{v}_{erL} = v_{erL} + \delta v_{erL} + \eta_{R_{rL}} \quad (2.28)$$

sendo  $\delta v_{erR}$  e  $\delta v_{erL}$  os erros nas velocidades lineares das rodas.

Na prática, conforme já mencionado, tais erros são provenientes dos erros dos raios das rodas, os quais no entanto, eles não são constantes, uma vez que eles variam em função das velocidades angulares das rodas. Logo, eles podem ser alternativamente modelados como erros em fator de escala,  $s_{orR}$  e  $s_{orL}$ :

$$\tilde{v}_{erR} = v_{erR} + s_{orR} v_{erR} + \eta_{R_{rR}} \quad (2.29)$$

$$\tilde{v}_{erL} = v_{erL} + s_{orL} v_{erL} + \eta_{R_{rL}} \quad (2.30)$$

A relação entre  $\omega_r \delta R_r$  e  $s_{or} v_{er}$  (índices  $R$  e  $L$  foram omitidos, para fins de simplificação de representação) pode ser observada da seguinte forma:

$$\delta R_r = \frac{s_{or} v_{er}}{\omega_r} = R_r s_{or} \quad (2.31)$$

Logo:

$$\frac{\delta R_r}{R_r} = s_{or} \quad (2.32)$$

No que diz respeito aos erros de posição e guinada, estes podem ser modelados dinamicamente aplicando o operador diferencial sobre as equações (2.12), (2.13) e (2.14), respectivamente:

$$\begin{aligned} \delta \dot{r}_{eb,N}^n = & -\sin \psi v_{er} \delta \psi + \cos \psi \delta v_{er} - \sin \psi l_{br,y}^b \dot{\psi} \delta \psi + \cos \psi l_{br,x}^b \dot{\psi} \delta \psi \\ & + (\cos \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b) \delta \psi \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{r}_{eb,E}^n = & \cos \psi v_{er} \delta \psi + \sin \psi \delta v_{er} + \cos \psi l_{br,y}^b \dot{\psi} \delta \psi + \sin \psi l_{br,x}^b \dot{\psi} \delta \psi \\ & + (\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b) \delta \psi \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\delta \psi = \frac{\delta v_{erL}}{T_r} - \frac{\delta v_{erR}}{T_r} \quad (2.35)$$

onde os erros dependentes do braço de alavanca entre o centro do eixo traseiro e o centro de gravidade do veículo,  $\delta l_{br,x}^b$  e  $\delta l_{br,y}^b$ , podem ser desconsiderados devido à rigidez estrutural do veículo.

Aplicando o operador diferencial na equação (2.2) é estabelecida a relação:

$$\delta v_{er} = \frac{1}{2} (\delta v_{erL} + \delta v_{erR}) \quad (2.36)$$

Substituindo (2.35) e (2.36) nas equações (2.33) e (2.34):

$$\begin{aligned}
\delta \dot{r}_{eb,N}^n = & \left[ -\sin \psi v_{er} + (-\sin \psi l_{br,y}^b + \cos \psi l_{br,x}^b) \dot{\psi} \right] \delta \psi \\
& + \left[ \frac{\cos \psi}{2} + \left( \frac{\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \delta v_{erL} \right] \\
& + \left[ \frac{\cos \psi}{2} - \left( \frac{\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \delta v_{erR} \right] \quad (2.37)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta \dot{r}_{eb,E}^n = & \left[ \cos \psi v_{er} + (\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b) \dot{\psi} \right] \delta \psi \\
& + \left[ \frac{\sin \psi}{2} + \left( \frac{\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \delta v_{erL} \right] \\
& + \left[ \frac{\sin \psi}{2} - \left( \frac{\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \delta v_{erR} \right] \quad (2.38)
\end{aligned}$$

Por fim, aplicando o operador diferencial em (2.21) e (2.22):

$$\delta v_{erL} = \omega_{rL} \delta R_{rL} + \delta \omega_{rL} R_{rL} = \frac{v_{erL}}{R_{rL}} \delta R_{rL} + R_{rL} \delta \omega_{rL} \quad (2.39)$$

$$\delta v_{erR} = \omega_{rR} \delta R_{rR} + \delta \omega_{rR} R_{rR} = \frac{v_{erR}}{R_{rR}} \delta R_{rR} + R_{rR} \delta \omega_{rR} \quad (2.40)$$

que indica que o erro da velocidade varia em função da incerteza nos raios das rodas e também da incerteza na contagem de pulsos do *encoder*.

### 3 SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO GLOBAL POR SATÉLITE

Sistemas de navegação global por satélites (GNSS) é o termo coletivo para todos os sistemas de navegação, que fornecem a usuários na superfície terrestre ou próximos a ela, não só uma solução de posicionamento tridimensional, mas também soluções de velocidade e temporização por meio da técnica chamada *passive ranging*.

Atualmente, os GNSS assumem grande importância para o uso civil, apesar de haver uma soberania militar sobre alguns desses sistemas, e sua aplicação na agricultura (no âmbito da AP) tem resultado em maiores produtividades nas lavouras (MOLIN; CARREIRA, 2006).

Toda a modelagem e implementação GNSS adotadas neste trabalho consistem na modelagem tradicional baseada na nota técnica (NAVSTAR, 2006) e em Groves (2013).

#### 3.1 Princípios básicos de operação

Dentre os princípios básicos de operação do GNSS, destaca-se a técnica *passive ranging*. Esta consiste em um transmissor, que emite um sinal temporizado (onda eletromagnética), observável pelo receptor, o qual através da medição do tempo de transmissão e do tempo de recepção, calcula o tempo de propagação do sinal. Como a velocidade de propagação da onda eletromagnética é conhecida (velocidade da luz), é possível então calcular a distância entre os dois dispositivos. A recepção de sinais de apenas um satélite permite determinar que o receptor se encontra na superfície de uma esfera com o satélite no centro. Com mais um satélite, já é possível determinar que o receptor se encontra na circunferência da intercessão de duas esferas. Totalizando três satélites, são criadas mais restrições e dos dois pontos passíveis de localização do receptor, um é, em geral, facilmente descartável restando o correto posicionamento. Isto consiste na chamada técnica da trilateração para determinação de posicionamento.

No entanto, na prática, são necessários quatro satélites para determinação de um ponto, visto que existe um erro no tempo do relógio do receptor. Seja a equação (3.1):

$$\tilde{\rho}_{a,C}^{s,l} = \sqrt{\left[ C_e^I \left( \tilde{t}_{st,a}^{s,l} \right) \hat{\mathbf{r}}_{es}^e \left( \tilde{t}_{st,a}^{s,l} \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^e \left( t_{sa,a}^{s,l} \right) \right]^T \left[ C_e^I \left( \tilde{t}_{st,a}^{s,l} \right) \hat{\mathbf{r}}_{es}^e \left( \tilde{t}_{st,a}^{s,l} \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^e \left( t_{sa,a}^{s,l} \right) \right]} + \delta \hat{\rho}_c^a \left( t_{sa,a}^{s,l} \right) \quad (3.1)$$

onde definem-se: a posição estimada ( $\hat{\phantom{x}}$ ) do satélite em relação ao ECEF, representada no ECEF,  $\hat{\mathbf{r}}_{es}^e$ ; a posição estimada do receptor em relação ao ECEF, representada no ECEF,  $\hat{\mathbf{r}}_{ea}^e$ ; o

tempo de transmissão do sinal,  $t_{st,a}^s$ ; o tempo de recepção do sinal,  $t_{sa,a}^s$  e por último, a grandeza escalar  $\delta\hat{\rho}_c^a$  representando o erro estimado do relógio do receptor.

A equação (3.1) define a chamada pseudo-distância,  $\tilde{\rho}_{a,C}^{s,l}$ , a qual é função da distância verdadeira entre satélite e receptor, e do erro de relógio do receptor. As quatro incógnitas são comuns para todas as pseudo-distâncias medidas a partir dos sinais dos satélites, dessa forma elas são resolvidas, considerando-se pelo menos 4 pseudo-distâncias diferentes. Sendo conhecidas as posições dos quatro satélites, por meio dos parâmetros transmitidos da efeméride, o receptor irá utilizar as quatro pseudo-distâncias em seu processador de navegação obtendo, por fim, a posição da antena do receptor e o erro do seu relógio.

Transmitida pelo satélite aos usuários, a efeméride é um conjunto de parâmetros, o qual carrega informações acerca da posição dos próprios satélites. Cada sistema tem seu próprio padrão de transmissão e no caso do GPS, as efemérides são transmitidas por meio das mensagens de navegação, as quais demoram no mínimo 30 segundos para serem reconhecidas pelos receptores. Este tempo de leitura faz com que os receptores também demorem no mínimo 30 segundos para começarem a oferecer soluções de navegação (intervalo conhecido como *cold start*).

### 3.2 Principais constelações: GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou

Atualmente, quatro constelações com capacidade operacional completa orbitam a Terra oferecendo soluções de posicionamento. Operando desde 1995 (TIAN; ZHOU; TANG, 2000), o GPS, administrado pelo governo dos Estados Unidos, é o sistema GNSS dominante e também objeto de estudo neste trabalho.

O sistema GLONASS, por outro lado, opera desde 1993 e foi completamente restaurado em 2011. Seu segmento de controle é limitado ao território Russo possuindo fins civis e militares. Já o Galileo, foi desenvolvido e projetado exclusivamente para atender a usuários civis. Iniciado em 1999, ele funciona atualmente com capacidade operacional completa e fornece *open service*. O BeiDou, por fim, foi originalmente proposto para ser um sistema de navegação regional, atendendo apenas à China, no entanto, houveram modificações e atualmente ele é um sistema GNSS global, assim como os anteriores.

### 3.3 Estruturação do GPS: segmentos espacial, de controle e de usuários

O segmento espacial do GPS compreende 32 satélites dispostos 60° defasados um do outro, sendo 24 satélites o número suficiente para cobrir toda a superfície terrestre. Para o uso civil é disponibilizado o serviço *standard positioning service* (SPS), existindo também o *precise positioning service* (PPS) para uso exclusivo militar.

O segmento de operação e controle do GPS consiste em 11 antenas de comando e controle terrestre e 16 estações de monitoramento distribuídas pela Terra que enviam sinais para a estação de controle principal na Califórnia (GPS, 2021). Esta os recebe, executa algoritmos de controle e retransmite sinais para os satélites, contendo correções e informações importantes para os usuários.

No que diz respeito ao segmento de usuários do GPS, atualmente há uma estratificação bem estabelecida pelo mercado: (a) receptores autônomos ou de navegação, que utilizam apenas o código *coarse/acquisition* (C/A), disponível na frequência L1, e (b) os receptores que recebem sinais nas frequências L1 e L2, comumente associados à tecnologia RTK. Apesar dessa divisão, ambos os receptores podem estar habilitados a receber também sinais de outras constelações (MOLIN; AMARAL; COLAÇO, 2015).

No que tange à exatidão do posicionamento obtido, receptores de navegação apresentam um erro de aproximadamente 3m, se diferenciando dos demais por não possuírem mecanismos de correção que possibilitem a redução dos erros ou incertezas de posicionamento. Receptores que se valem de correções *differential global positioning system* (DGPS) possuem uma exatidão variando de 0,1 a 1m, enquanto os que possuem recepção multifrequência e técnica de posicionamento RTK, possuem exatidão de centímetros, e encontram aplicação em sistemas de direção automática.

### 3.4 Sinais do GPS: códigos pseudoaleatórios e mensagens de navegação

O GPS fornece três tipos de medições conhecidas como observáveis: pseudo-distância (distância entre o satélite e o receptor durante a transmissão e recepção do sinal, respectivamente), deslocamento de frequência Doppler (associado com a velocidade e o movimento do receptor) e a *carrier fase* ou fase da onda portadora (distância entre o satélite e o receptor expressa na unidade de ciclos da onda portadora) (CARVALHO et al., 2020).

Os sinais (ou códigos pseudoaleatórios) utilizados para modular a portadora, se diferem em três principais aspectos: (a) comprimento do código, (b) modulação simultânea ou não de uma mensagem de navegação, e (c) banda de frequência. Existem sinais modulados tanto por códigos pseudoaleatórios quanto por mensagens de navegação. Existem ainda os sinais pilotos, que são sinais modulados apenas com códigos pseudoaleatórios. Estes podem ser adquiridos em banda passante mais estreita, melhorando a imunidade a ruído, a demodulação do processo e a precisão da distância.

A pseudo-distância e sua taxa de variação (a qual é função do Doppler) entre a antena do receptor  $a$  e o satélite  $s$ , definida na equação (3.1) podem ser modeladas, incluindo erros inerentes, como segue:

$$\tilde{\rho}_{a,B}^s = r_{as} + \delta\rho_e^s + \delta\rho_{I,a}^s + \delta\rho_{T,a}^s - \delta\rho_c^s + \delta\rho_c^a + \delta\rho_{M,a}^s + w_{\rho,a}^s \quad (3.2)$$

$$\tilde{\dot{\rho}}_{a,B}^{s,l} = \dot{r}_{as} + \delta\dot{\phi}_{I,a}^{s,l} + \delta\dot{\rho}_{T,a}^s - \delta\dot{\rho}_c^s + \delta\dot{\rho}_c^a + \delta\dot{\rho}_{M,a}^{s,l} + \eta_{r,a}^{s,l} \quad (3.3)$$

sendo o subscrito  $B$  usado para a indicação de uma medição ainda bruta, grosseira, i.e., corrompida por erros,  $r_{as}$  a distância entre a antena e o satélite,  $\delta\rho_e^s$  o erro devido a dados da efeméride na mensagem de navegação,  $\delta\rho_{I,a}^s$  a modulação da ionosfera,  $\delta\rho_{T,a}^s$  o erro de propagação pela troposfera,  $\delta\rho_c^s$  o erro de distância devido ao relógio do satélite,  $\delta\rho_c^a$  o erro de distância devido ao relógio do receptor,  $\delta\rho_{M,a}^s$  o erro devido ao multicaminho,  $w_{\rho,a}^s$  o erro de rastreamento do código,  $(\dot{\cdot})$  a representação da taxa,  $\delta\dot{\phi}_{I,a}^{s,l}$  a taxa de atraso ionosférico na fase da onda portadora e  $\eta_{r,a}^{s,l}$  o erro de rastreamento do Doppler.

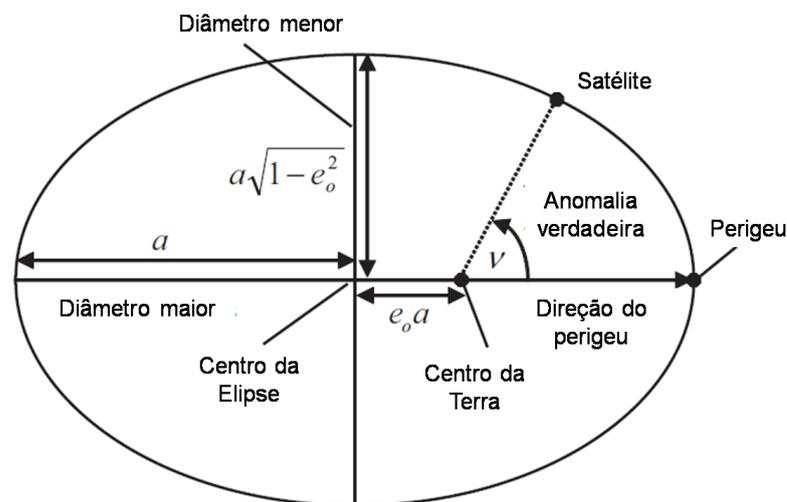
As mensagens de navegação possuem dois propósitos diferentes, a saber: (a) auxiliar no cômputo do tempo de transmissão de sinais, permitindo a estimação da posição dos satélites, e (b) fornecer parâmetros de correção, compensando a falta de sincronismo dos relógios dos satélites e o atraso ionosférico. Para isso, a mensagem de navegação inclui dois tipos de dados: as efemérides, específicas para cada satélite, e o chamado almanaque, que oferece parâmetros aproximados de todos os satélites. O almanaque possui taxa de transmissão mais lenta, e tem a principal função de orientar os receptores na identificação de quais satélites estão visíveis na órbita atual e por fim, escolher os códigos pseudoaleatórios no processo de correlação. Os sinais que são recebidos de cada satélite são, em geral, formados por três componentes: uma portadora; código pseudo-aleatório; e mensagem de navegação.

De forma semelhante, o sistema GPS também nos permite determinar a velocidade de uma antena do receptor, juntamente com a taxa de variação do *clock* do relógio. Para isso, deve ser utilizado taxas de variação da pseudo-distância, as quais são função dos deslocamentos Doppler.

### 3.5 Determinação das posições/velocidades dos satélites: uso das efemérides

No GPS, assume-se que o movimento dos satélites segue uma órbita elíptica, e que suas posições podem ser determinadas a partir das efemérides transmitidas. A Figura 3.1 ilustra a órbita de um satélite GPS em relação à Terra.

Figura 3.1 – Movimento do satélite no plano orbital.



Fonte: adaptado (GROVES, 2013)

Sete parâmetros são utilizados para descrever uma órbita Kepleriana pura, dentre os quais, três descrevem a órbita do satélite dentro do plano orbital e outros três estão relacionados à transformação de coordenadas do mesmo para o triedro ECEF. São estes os parâmetros:

- $t_{oe}$ : tempo de referência da efeméride, ou seja, é o tempo em que efeméride é válida
- $a$ : semi-eixo maior da elipse (define o tamanho da órbita)
- $e_0$ : excentricidade (define o formato da órbita)
- $\omega$ : argumento do perigeu (é o ângulo entre o eixo  $x$  do triedro orbital e o chamado perigeu, que é definido como o ponto da órbita do satélite que mais se aproxima da Terra)

- $M_0$ : anomalia média no tempo de referência (define a localização do satélite dentro da órbita em um tempo de referência)
- $\Omega_0$ : longitude do nó ascendente (é o ângulo gerado entre o meridiano de Greenwich e o nó ascendente, que é definido como sendo o ponto onde há um cruzamento do plano orbital e equatorial, na direção Sul-Norte de movimentação do satélite)
- $i_0$ : ângulo de inclinação no tempo de referência (é o ângulo desenvolvido pela normal do plano orbital e o eixo polar da Terra).

Para se calcular a posição do satélite, primeiramente deve-se determinar:

$$\Delta t = t_{st,a}^s - t_{oe} \quad (3.4)$$

que é a diferença entre o tempo estimado da transmissão do satélite e o tempo referência da efeméride.

Em seguida, deve-se obter a anomalia média,  $M$ , propagada no tempo de transmissão:

$$M = M_0 + (\dot{\omega}_{is} + \Delta n)\Delta t \quad (3.5)$$

no qual  $\Delta n$  é um parâmetro transmitido e  $\dot{\omega}_{is}$ , a taxa angular média do satélite obtida como:

$$\dot{\omega}_{is} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.6)$$

sendo  $\mu$  o ângulo resultante entre  $i$  e  $s$ .

Em seguida, calcula-se a anomalia excêntrica  $E$ , a qual é obtida por meio de iteração:

$$E_0 = M + \frac{e_0 \sin(M)}{1 - \sin(M + e_0) + \sin(M)}$$

$$E_i = M + e_0 \sin(E_{i-1}) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$E = E_n \quad (3.7)$$

E por fim calcula-se a anomalia verdadeira,  $v$ , que é o ângulo entre o perigeu e o satélite.

$$v = \arctan_2 \left[ \left( \frac{\sqrt{1 - e_0^2} \sin(E)}{1 - e_0 \cos(E)} \right), \left( \frac{\cos(E - e_0)}{1 - e_0 \cos(E)} \right) \right] \quad (3.8)$$

A posição do satélite pode ser determinada diretamente no plano orbital, através do raio orbital e do argumento da latitude, o qual é dado por:

$$\Phi = \omega + \nu \quad (3.9)$$

O raio orbital, por outro lado, varia em função da anomalia excêntrica, sendo também passível de correções harmônicas ( $C_{rs}$  e  $C_{rc}$ ):

$$r_{os}^o = a(1 - e_o \cos(E)) + C_{rs} \sin(2\Phi) + C_{rc} \cos(2\Phi) \quad (3.10)$$

O ângulo orbital,  $u_{os}^o$ , também deve ser compensado com correções harmônicas ( $C_{us}$  e  $C_{uc}$ ) como segue:

$$u_{os}^o = \Phi + C_{us} \sin(2\Phi) + C_{uc} \cos(2\Phi) \quad (3.11)$$

Por fim, a posição do satélite no plano orbital é:

$$x_{os}^o = r_{os}^o \cos(u_{os}^o) \quad (3.12)$$

$$y_{os}^o = r_{os}^o \sin(u_{os}^o) \quad (3.13)$$

$$z_{os}^o = 0 \quad (3.14)$$

Para conversão da posição do satélite do triedro orbital para o ECEF, a longitude do nó ascendente,  $\Omega$ , transmitida na semana de referência, é propagada para o tempo de transmissão do sinal como segue:

$$\Omega = \Omega_0 - \omega_{ie}(\Delta t + t_{oe}) + \dot{\Omega}_d \Delta t \quad (3.15)$$

onde  $\omega_{ie}$  é a velocidade de rotação da Terra, e  $\dot{\Omega}_d$  é outro parâmetro transmitido (taxa de variação da longitude do nó ascendente no tempo de referência). O ângulo de inclinação  $i$  é corrigido utilizando:

$$i = i_o + \dot{i}_d \Delta t + C_{is} \sin(2\Phi) + C_{ic} \cos(2\Phi) \quad (3.16)$$

onde  $\dot{i}_d$ ,  $C_{is}$  e  $C_{ic}$  são outros parâmetros transmitidos pela efeméride.

Computados  $\Omega$  e  $i$ , a matriz de transformação de coordenadas entre os triedros orbital e ECEF é tal que:

$$C_o^e = \begin{pmatrix} \cos(\Omega) & -\cos(i)\text{sen}(\Omega) & \sin(i)\sin(\Omega) \\ \sin(\Omega) & \cos(i)\text{sen}(\Omega) & -\sin(i)\cos(\Omega) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Por fim, a posição do satélite no triedro ECEF pode ser obtido como segue:

$$\mathbf{r}_{es}^e = \begin{pmatrix} x_{os}^o \cos(\Omega) - y_{os}^o \cos(i) \sin(\Omega) \\ x_{os}^o \sin(\Omega) + y_{os}^o \cos(i) \cos(\Omega) \\ y_{os}^o \sin(i) \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

A velocidade do satélite no triedro ECEF é calculada diferenciando-se a equação (3.18), i.e.:

$$\mathbf{v}_{es}^e = \begin{pmatrix} \dot{x}_{os}^o \cos(\Omega) - \dot{y}_{os}^o \cos(i) \sin(\Omega) + \dot{y}_{os}^o \sin(i) \sin(\Omega) \\ \dot{x}_{os}^o \sin(\Omega) + \dot{y}_{os}^o \cos(i) \cos(\Omega) - \dot{y}_{os}^o \sin(i) \cos(\Omega) \\ \dot{y}_{os}^o \sin(i) + \dot{y}_{os}^o \cos(i) \end{pmatrix} + (\boldsymbol{\omega}_{ie} - \dot{\Omega}_d) \begin{pmatrix} x_{os}^o \sin(\Omega) + y_{os}^o \cos(i) \cos(\Omega) \\ -x_{os}^o \cos(\Omega) + y_{os}^o \cos(i) \sin(\Omega) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

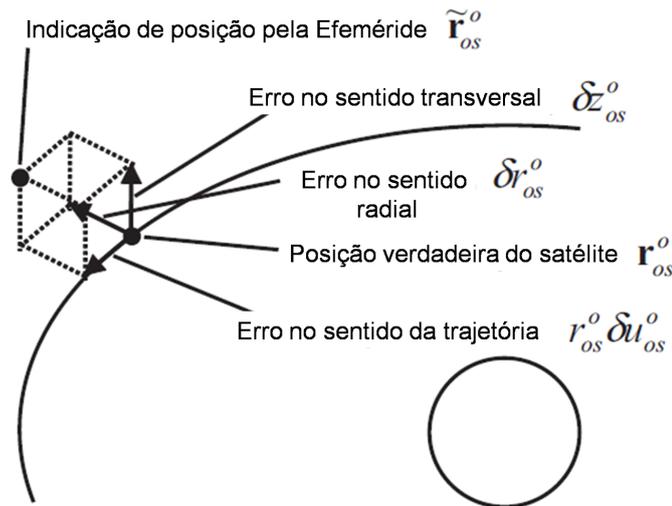
### 3.6 Fontes de erro do GPS

Diversas fontes de erro corrompem as pseudo-distâncias, Dopplers, e fases da onda portadora. De forma geral, essas observáveis estão sujeitas a duas principais fontes de erro (além do erro de relógio do receptor, que é tratado como incógnita no processo de posicionamento): os chamados erros de modo comum e os ruídos estocásticos. Dentre os erros de modo comum, os principais, que corrompem as observáveis, são: erros do relógio dos satélites, erros nas efemérides transmitidas e erros de propagação devido à refração na ionosfera e troposfera. Estes podem ser corrigidos parcialmente pelos equipamentos dos usuários por meio de parâmetros de correção transmitidos na mensagem de navegação. Dentre os ruídos estocásticos, o principal é o erro de rastreamento, que é gerado quando da operação de correlação interna do receptor, e pode

ser apenas suavizado. Um segundo grupo de ruídos aleatórios são os erros de multicaminho, devidos à difração ou reflexão dos sinais recebidos pelo receptor. O multicaminho e a falta de linha de visada dos receptores são uma das mais importantes (e difíceis de se remover) fontes de erro no posicionamento por GNSS (HSU, 2018).

Os erros de efeméride são erros nos parâmetros Keplerianos transmitidos pelo próprio sistema e calculados pelo segmento de controle, os quais resultam em uma incorreta estimação das posições dos satélites. O segmento de controle do GPS comete um erro ao tentar prever a posição do satélite ou tentar transmitir essa informação via mensagem de navegação. Os componentes deste erro são expressos geralmente em coordenadas cilíndricas no plano orbital, variando o módulo do erro de acordo com a geometria do sinal dos satélites e sendo dominado pela componente radial  $\delta r_{os}^o$  (Figura 3.2).

Figura 3.2 – Componentes do erro de predição da posição do satélite.



Fonte: adaptado (GROVES, 2013)

O erro do relógio do satélite se origina devido ao efeito cumulativo de ruído no oscilador do satélite, mesmo sendo este de altíssima precisão. Três coeficientes do relógio do satélite,  $a_{f0}^s$ ,  $a_{f1}^s$  e  $a_{f2}^s$  e um tempo de referência  $t_{oc}^s$  são transmitidos na mensagem de navegação visando a estimação deste erro:

$$\delta \hat{p}_c^{sl} = \left[ a_{f0}^s + a_{f1}^s (t_{st,a}^{s,l} - t_{oc}^s) + a_{f2}^s (t_{st,a}^{s,l} - t_{oc}^s)^2 + \Delta a_{is}^{s,l} \right] c - 2 \frac{\mathbf{r}_{es}^s \mathbf{v}_{es}^s}{c} \quad (3.20)$$

sendo  $\Delta a_{is}^{s,l}$  uma correção inter-sinal, a qual depende do tipo de código pseudo-aleatório usado pelo receptor, sendo  $c$  a velocidade da luz.

O *clock drift*, que é a variação do erro do relógio, é estimado como segue:

$$\delta \hat{\rho}_c^s = \left[ a_{f1}^s + \frac{a_{f2}^s}{2} (t_{st,a}^{s,l} - t_{oc}^s) \right] c \quad (3.21)$$

Outro constituinte dos erros de modo comum é o erro devido à propagação das ondas pela ionosfera e troposfera. Na ionosfera, devido aos elétrons livres, é causado um atraso no código e um avanço na fase da onda portadora. O efeito dessa refração varia de acordo com o ângulo de elevação do satélite. Dessa forma, o erro  $\delta \rho_{l,a}^{s,l}$ , na pseudo-distância, ou seja, em metros, causado pela ionosfera na propagação do sinal do satélite  $s$  para o receptor  $a$  no sinal  $l$ , é inversamente proporcional ao ângulo de elevação:

$$\delta \rho_{l,a}^{s,l} \propto \left[ 1 - \left( \frac{R_T \cos(\theta_{nu}^{as})}{R + h_i} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.22)$$

sendo  $R_T$ , o raio médio da Terra,  $h_i$  a altura média da ionosfera e  $\theta_{nu}^{as}$  o ângulo de elevação.

Satélites muito próximos do horizonte devem ser desconsiderados por maximizarem os erros ionosféricos (conforme pode ser inferido da equação (3.22)). Satélites na posição zenital, por outro lado, i.e., interceptados pela normal a partir da antena do receptor, são os que oferecem melhor sinal e modelagem dos erros. Um parâmetro importante na determinação do ângulo de elevação de satélites é a chamada linha de visada, definida como sendo o vetor unitário que aponta da antena do receptor para o satélite:

$$\mathbf{u}_{as}^e = \frac{\mathbf{r}_{es}^e(t_{st,a}^s) - \mathbf{r}_{ea}^e(t_{sa,a}^s)}{|\mathbf{r}_{es}^e(t_{st,a}^s) - \mathbf{r}_{ea}^e(t_{sa,a}^s)|} \quad (3.23)$$

onde  $\mathbf{r}_{es}^e(t_{st,a}^s)$  é a posição do satélite em relação à Terra no tempo de transmissão do sinal, e  $\mathbf{r}_{ea}^e(t_{sa,a}^s)$  é a posição da antena do receptor em relação à Terra no tempo de recepção do sinal.

A elevação dos satélites é, na verdade, função do vetor linha de visada representado no triedro de navegação. Para transformar a equação (3.23) do triedro ECEF para o triedro de navegação, é necessário calcular a matriz de transformação de coordenadas  $C_e^n$ :

$$C_e^n = \begin{pmatrix} -\sin(L_b) \cos(\lambda_b) & -\sin(L_b) \sin(\lambda_b) & \cos(L_b) \\ -\sin(\lambda_b) & \cos(\lambda_b) & 0 \\ -\cos(L_b) \cos(\lambda_b) & -\cos(L_b) \sin(\lambda_b) & -\sin(L_b) \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

sendo  $L_b$  e  $\lambda_b$  as representações de latitude e longitude, respectivamente.

Assim, pode-se fazer:

$$\mathbf{u}_{as}^n = C_e^n \mathbf{u}_{as}^e \quad (3.25)$$

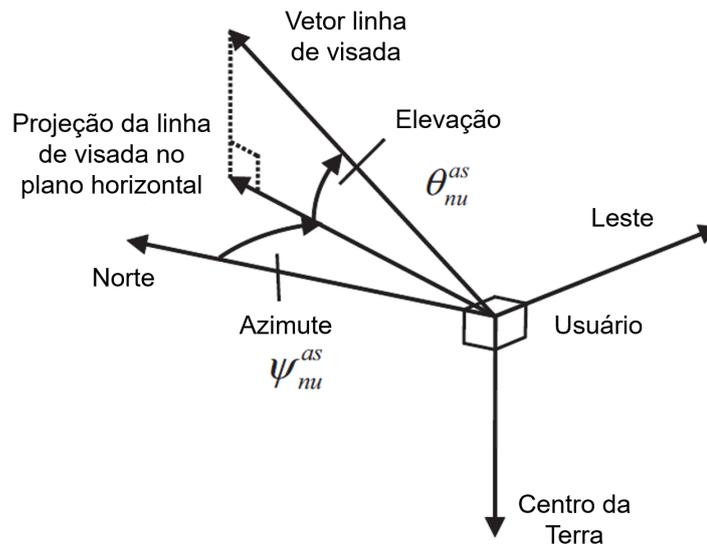
Por fim, utilizando os componentes vetoriais de  $\mathbf{u}_{as}^n$ , calcula-se o ângulo de elevação, bem como o de azimute, como:

$$\theta_{nu}^{as} = -\arcsin(\mathbf{u}_{as,D}^n) \quad (3.26)$$

$$\psi_{nu}^{as} = -\arctan_2(\mathbf{u}_{as,E}^n, \mathbf{u}_{as,N}^n) \quad (3.27)$$

Visualmente, o ângulo de elevação e o azimute podem ser representados pela Figura 3.3:

Figura 3.3 – Ângulo de elevação e azimute.



Fonte: adaptado (GROVES, 2013)

Os ângulos de elevação dos satélites devem sempre respeitar um valor mínimo aceitável (máscara de elevação), abaixo do qual, deve-se descartar o satélite para fins de posicionamento.

Além dos atrasos ocorridos na ionosfera, existem também os atrasos devidos à refração na troposfera. A troposfera é uma região não-dispersiva da atmosfera constituída por gases secos e vapores de água. Desta forma, ela não causa divergências entre o código e a fase, mas ao contrário, estes são atrasados igualmente. Este atraso também pode ser modelado como uma função inversamente proporcional ao ângulo de elevação:

$$\delta\rho_{T,a}^s \propto \left[ 1 - \left( \frac{\cos(\theta_{nu}^{as})}{1,001} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

Na ionosfera, é comum que os erros de propagação sejam da ordem de 4m, ao passo que na troposfera, esses atrasos são de aproximadamente 1m. A melhor solução para contornar o atraso ionosférico é o uso de receptores de dupla frequência. Por meio de um receptor assim, sinais podem ser combinados linearmente mitigando o atraso gerado pela ionosfera. O problema de se realizar este tipo de combinação, é que o ruído da pseudo-distância é amplificado. Para usuários simples frequência, o atraso de propagação ionosférico é a principal fonte de erro na estimação do posicionamento, ainda que modelos empíricos de correção, Klobuchar (1987) por exemplo, sejam frequentemente empregados.

Dentre os ruídos estocásticos, existem dois tipos principais: os erros de rastreo e os erros de multicaminho. Os erros de rastreo se originam no rastreo do código, da fase e da frequência da onda portadora, os quais são implementados no processador de distância do GPS. O desvio padrão da pseudo-distância pode ser obtido como:

$$\sigma_{\rho\omega} = \frac{c}{f_{co}} \sigma_x \quad (3.29)$$

sendo  $f_{co}$  a frequência do código pseudoaleatório e  $\sigma_x$  o desvio padrão do ruído de rastreo do código, o qual é função da potência do código e largura de banda do correlacionador.

Os erros de multicaminho são os erros mais difíceis de se modelar e mitigar, uma vez que se tratam de erros não correlacionados no tempo, e não Gaussianos. Visando minimizá-los, é comum modelá-los como um processo escalar de Gauss-Markov. O erro de multicaminho tem sua origem no fato de que os sinais enviados pelos satélites podem, eventualmente, ser refletidos ou difratados na superfície terrestre, alterando a sua direção de propagação e gerando uma falsa pseudo-distância quando estes sinais são recebidos pelo receptor. Apesar destes sinais terem sido enviados primeiro, chegam junto com o sinal não refletido ao receptor, "confundindo-o". Este erro é comum em regiões dotadas de superfícies reflexivas, como lagos e os chamados *urban canyons* (centros urbanos com muitos prédios). Neste particular tipo de ambiente, existem também os "erros de recepção não-direta". Neste caso, o receptor, ao receber apenas sinais refletidos, não diretos, qualifica-os como diretos gerando erros grosseiros na estimação da pseudo-distância.

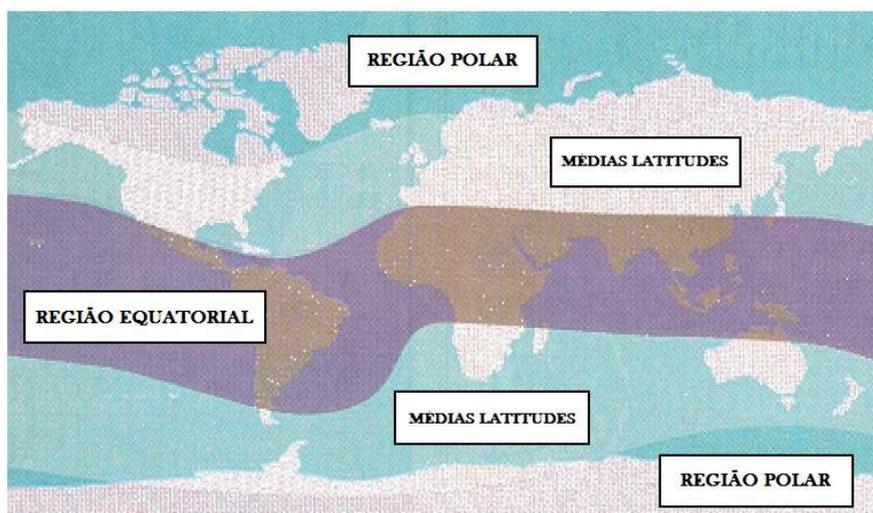
Em grandes centros urbanos, o bloqueio de sinais, particularmente provenientes de satélites não zenitais, promovem um posicionamento impreciso visto que os satélites perceptíveis remanescentes estarão relativamente próximos ente si prejudicando a técnica de trilateração. Nesse cenário, é comum se observar estudos propondo soluções, nas quais é utilizada a técnica

de integração da tecnologia GNSS com outros meios de navegação (odometria, por exemplo, a qual é o foco do presente trabalho).

Ainda no que diz respeito ao erro ionosférico, a cintilação é um problema recorrente no Brasil (ocorre em intervalos de 11 em 11 anos, em geral), segundo a qual o índice de refração ionosférico varia muito, aumentando o multicaminho e invalidando métodos de suavização (MOLIN; AMARAL; COLAÇO, 2015). Relacionada às atividades solares, a cintilação impacta diretamente pequenos múltiplos pontos da ionosfera. Dessa forma, certas regiões na superfície terrestre ficam impedidas de receberem sinais GNSS, o que impossibilita a navegação, sendo a época de safra brasileira, justamente o auge do fenômeno (MONICO, 2000). O efeito da cintilação ionosférica pode ser minimizada utilizando técnicas de compensação diferencial ou relativa, mas ainda assim, não são muito eficientes.

Conforme ilustrado na Figura 3.4, os países detentores de tecnologia e recursos na área de navegação não são grandemente impactados por esse fenômeno, o que deixa o Brasil em situação crítica, visto que é necessário haver pesquisa nacional na área para remediação do fenômeno. O presente estudo, portanto, contribui com este tipo de pesquisa.

Figura 3.4 – Níveis de intensidade da cintilação no mundo.



Fonte: (MOLIN; AMARAL; COLAÇO, 2015)

### 3.7 Algoritmos de estimação de posição/velocidade dos receptores

No processador de navegação, o receptor GPS usa as observáveis geradas pelo processador de distância, em especial a pseudo-distância, e sua taxa de variação, para então computar a posição e velocidade do usuário e também calibrar os erros do relógio do receptor.

Antes de iniciar a execução dos algoritmos de posição, contudo, é necessário aplicar correções referentes aos relógios dos satélites e às propagações ionosférica e troposférica. Essas correções são advindas de parâmetros transmitidos nas mensagens de navegação do GPS, e/ou de modelos empíricos (caso do atraso troposférico), e podem ser aplicadas pelo processador de distância ou de navegação.

As seguintes observáveis compensadas (subscrito  $C$ ) são obtidas após este processo de correção:

$$\tilde{\rho}_{a,C}^{s,l} = \tilde{\rho}_{a,R}^{s,l} - \delta\hat{\rho}_{I,a}^{s,l} - \delta\hat{\rho}_{T,a}^s + \delta\hat{\rho}_c^{s,l} \quad (3.30)$$

$$\tilde{\rho}_{a,C}^{s,l} = \tilde{\rho}_{a,R}^{s,l} + \delta\hat{\rho}_c^s \quad (3.31)$$

Estabelecendo, inicialmente, algoritmos para a estimação da posição da antena do receptor relativa ao triedro ECEF,  $\hat{\mathbf{r}}_{ea}^e$ , e do erro de relógio do receptor,  $\delta\hat{\rho}_c^a$ , pode-se modular as pseudo-distâncias compensadas como:

$$\tilde{\rho}_{a,C}^{s,l} = \sqrt{\left[ C_e^I(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) \hat{\mathbf{r}}_{es}^e(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^e(t_{sa,a}^{s,l}) \right]^T \left[ C_e^I(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) \hat{\mathbf{r}}_{es}^e(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^e(t_{sa,a}^{s,l}) \right] + \delta\hat{\rho}_c^a(t_{sa,a}^{s,l}) + \delta\rho_{a,\varepsilon}^{s,l+}} \quad (3.32)$$

onde  $\delta\rho_{a,\varepsilon}^{s,l+}$  é o resíduo de medição, e  $\tilde{t}_{st,a}^{s,l}$  é a medição do tempo de transmissão do sinal, a qual é feita a partir de:

$$\tilde{t}_{st,a}^{s,l} = t_{sa,a}^{s,l} - \frac{\left( \tilde{\rho}_{a,R}^{s,l} + \delta\hat{\rho}_c^{s,l} \right)}{c} \quad (3.33)$$

Para garantir que a subtração expressa na equação (3.32) se aplique a vetores representados no mesmo triedro ECEF (lembre-se que o triedro ECEF rotaciona com o tempo), a seguinte matriz de compensação deve ser computada:

$$C_e^I(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_{ie})(t - t_{sa,a}^s) & -\sin(\omega_{ie})(t - t_{sa,a}^s) & 0 \\ \sin(\omega_{ie})(t - t_{sa,a}^s) & \cos(\omega_{ie})(t - t_{sa,a}^s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Para a estimação da velocidade do receptor com relação ao triedro ECEF,  $\hat{\mathbf{v}}_{ea}^e$ , e o *drift* do erro do relógio do receptor,  $\delta\hat{\rho}_c^a$ , as taxas de variação das pseudodistâncias compensadas podem ser remodeladas como:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{a,C}^{s,l} = \mathbf{u}_{as}^e \top & \left[ C_e^I(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) \left( \hat{\mathbf{v}}_{es}^e(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) + \Omega_{ie}^e \hat{\mathbf{r}}_{es}^e(\tilde{t}_{st,a}^{s,l}) \right) - \left( \hat{\mathbf{v}}_{ea}^e(\tilde{t}_{sa,a}^{s,l}) + \Omega_{ie}^e \hat{\mathbf{r}}_{ea}^e(\tilde{t}_{sa,a}^{s,l}) \right) \right] \\ & + \delta\hat{\rho}_c^a(\tilde{t}_{sa,a}^{s,l}) + \delta\hat{\rho}_{a,\varepsilon}^{s,l+} \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde  $\Omega_{ie}^e$  é a matriz anti-simétrica da velocidade angular da Terra e  $\mathbf{u}_{as}^e$  é o vetor linha de visada, ambos representados no triedro ECEF.

A pseudo-distância não é função linear da posição, mas pequenas perturbações nas pseudo-distâncias passam a ser funções lineares de pequenas perturbações na posição. Desta forma, é possível aplicar o método dos mínimos quadrados iterado, em que se utiliza a medição do instante atual e subtrai-se a predição da mesma, realizada a partir do instante anterior (sobrescrito -), garantindo assim, a menor variância do resíduo:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e+} \\ \delta\hat{\rho}_c^{a+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-} \\ \delta\hat{\rho}_c^{a-} \end{pmatrix} + \left( H_G^e \top H_G^e \right)^{-1} H_G^e \top \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{a,C}^1 - \hat{\rho}_{a,C}^{1-} \\ \tilde{\rho}_{a,C}^2 - \hat{\rho}_{a,C}^{2-} \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{a,C}^m - \hat{\rho}_{a,C}^{m-} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

$$\hat{\rho}_{a,C}^{j-} = \sqrt{\left[ C_e^I(\tilde{t}_{st,a}^j) \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e(\tilde{t}_{st,a}^j) - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-}(\tilde{t}_{sa,a}^j) \right] \top \left[ C_e^I(\tilde{t}_{st,a}^j) \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e(\tilde{t}_{st,a}^j) - \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-}(\tilde{t}_{sa,a}^j) \right]} + \delta\hat{\rho}_c^{a-} \quad (3.37)$$

$$H_G^e = \begin{pmatrix} -u_{a1,x}^e & -u_{a1,y}^e & -u_{a1,z}^e & 1 \\ -u_{a2,x}^e & -u_{a2,y}^e & -u_{a2,z}^e & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -u_{am,x}^e & -u_{am,y}^e & -u_{am,z}^e & 1 \end{pmatrix}_{\mathbf{r}_{ea}^e = \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-}} \quad (3.38)$$

sendo  $m$  o número de satélites visíveis do receptor.

Uma melhoria do método anterior, é o método dos mínimos quadrados ponderados:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e+} \\ \delta \hat{\rho}_c^{a+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-} \\ \delta \hat{\rho}_c^{a-} \end{pmatrix} + \left( H_G^e \top C_\rho^{-1} H_G^e \right)^{-1} H_G^e \top C_\rho^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{a,C}^1 - \hat{\rho}_{a,C}^{1-} \\ \tilde{\rho}_{a,C}^2 - \hat{\rho}_{a,C}^{2-} \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{a,C}^m - \hat{\rho}_{a,C}^{m-} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

O método dos mínimos quadrados ponderados se diferencia pelo uso da matriz de covariância  $C_\rho$ , na qual pode ser inserida a incerteza do fluxo de medições, fato que corresponde à realidade do sistema. Tal matriz assume, em geral, forma diagonal, indicando que não há correlação entre medições. Nela, quanto menor for o elemento diagonal, mais confiabilidade se tem naquela medição particular:

$$C_\rho = \begin{pmatrix} \sigma_\rho^2(\theta_{nu}^{a1}) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_\rho^2(\theta_{nu}^{a2}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_\rho^2(\theta_{nu}^{am}) \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

$$\sigma_\rho(\theta_{nu}^{aj}) = \frac{\sigma_{\rho z}}{\sin(\theta_{nu}^{aj})} \quad (3.41)$$

onde  $\sigma_{\rho z}$  é o desvio padrão das pseudo-distâncias, considerando-se um satélite zenital (empiricamente definida em torno de 1 a 5 m).

A velocidade e o *drift* do relógio do receptor podem ser determinados pelo mesmo método, utilizando como medições as taxas de pseudo-distância:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{ea}^{e+} \\ \delta \hat{\rho}_c^{a+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{ea}^{e-} \\ \delta \hat{\rho}_c^{a-} \end{pmatrix} + \left( H_G^e \top C_\rho^{-1} H_G^e \right)^{-1} H_G^e \top C_\rho^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{a,C}^1 - \hat{\rho}_{a,C}^{1-} \\ \tilde{\rho}_{a,C}^2 - \hat{\rho}_{a,C}^{2-} \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{a,C}^m - \hat{\rho}_{a,C}^{m-} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

onde:

$$\hat{\rho}_{a,C}^{j-} = \hat{\mathbf{u}}_{aj}^{e- \top} \left[ C_e^l(\tilde{t}_{st,a}^j)(\hat{\mathbf{v}}_{ej}^e(\tilde{t}_{st,a}^j) + \Omega_{ie}^e \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e(\tilde{t}_{st,a}^j)) - (\hat{\mathbf{v}}_{ea}^{e-}(\tilde{t}_{sa,a}^j) + \Omega_{ie}^e \hat{\mathbf{r}}_{ea}^{e-}(\tilde{t}_{sa,a}^j)) \right] + \delta \hat{\rho}_c^{a-} \quad (3.43)$$

$$C_{\dot{\rho}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\dot{\rho}}^2(\theta_{nu}^{a1}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{\rho}}^2(\theta_{nu}^{a2}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{\dot{\rho}}^2(\theta_{nu}^{am}) \end{pmatrix}, \sigma_{\dot{\rho}}(\theta_{nu}^{aj}) = \frac{\sigma_{\dot{\rho}z}}{\sin(\theta_{nu}^{aj})} \quad (3.44)$$

sendo os valores típicos do desvio padrão da taxa de pseudodistância zenital em torno de 0,01 e 0,1 m/s.

## 4 FUSÃO SENSORIAL DA ODOMETRIA E GPS

Esta seção aborda o algoritmo do filtro de Kalman, o filtro de Kalman estendido (EKF), as implementações por estados totais e por erros, sendo esta última ainda subdividida nas implementações fracamente e fortemente acopladas para a navegação odométrica como sistema de navegação de referência. A integração odometria/GPS pode ser implementada de diversas formas, sendo o EKF uma das ferramentas mais utilizadas para essa finalidade (MOHAMED et al., 2019).

### 4.1 Princípios de filtragem de Kalman

O filtro de Kalman (KF) é um estimador ótimo e observador de estado, projetado para sistemas estocásticos que mantêm estimativas de um número de parâmetros do sistema, baseado em suas propriedades determinísticas (i.e., que podem ser modeladas) e estatísticas (i.e., que podem apenas ser caracterizadas em termos de distribuição estatística).

Para estabelecer o funcionamento do filtro, primeiramente, é necessário definir o vetor de estados ou, simplesmente, os estados, os quais podem ser constantes ou variáveis e que serão estimados pelo filtro. Em uma segunda etapa é necessário determinar fisicamente quais modelos dinâmicos representam cada elemento a ser estimado no vetor de estados. Em seguida, deve-se determinar quais medições serão realizadas, devendo estas estar linearmente correlacionadas com os estados. Na quarta etapa é necessário estabelecer o modelo adequado que relacione as medições com o vetor de estados. Por último, deve-se estimar as incertezas iniciais para os estados, bem como para o sistema e medições que serão realizadas.

O modelo do sistema, também chamado de modelo do processo, é determinístico pois é baseado nas propriedades físicas conhecidas do sistema. Já o ruído do sistema, também chamado de ruído do processo, é a incerteza inserida na estimação dos estados que visa acomodar mudanças desconhecidas no modelo do processo.

A matriz de covariância dos estados,  $P$ , quantifica a incerteza associada às estimativas dos mesmos (elementos diagonais) bem como a correlação entre eles (elementos não diagonais). Essas correlações permitem que um estado seja determinado a partir de outro, a menos que haja problemas de "observabilidade". Ela é definida como a esperança matemática do quadrado do resíduo do vetor de estado, o qual corresponde à diferença entre o vetor de estados verdadeiro e as estimativas que o filtro de Kalman fornece:

$$P_k = E \left( (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^\top \right) = E \left( \delta \mathbf{x} \delta \mathbf{x}^\top \right) \quad (4.1)$$

sendo o subíndice  $k$  a época de iteração, neste caso a atual, no filtro de Kalman no tempo discreto.

O vetor de medição  $\mathbf{z}$  é o conjunto de medições determinísticas e/ou estocásticas que tem relação linear com o vetor de estados. O modelo de medição,  $H$ , descreve apenas a parte determinística de tal relação. A matriz de covariância dos ruídos de medição,  $R$ , por outro lado, descreve as estatísticas dos ruídos de medição  $\eta_m$ . A matriz de transição dos estados,  $\Phi$ , corresponde à matriz dinâmica do sistema,  $F$ , representada no tempo discreto. A cada instante de iteração, o KF utiliza o vetor de medições, o modelo de medição, o modelo do processo e as características estatísticas dos estados, do processo e da medição, para calcular um ganho de ponderação ótimo, conhecido como ganho de Kalman.

No escopo do filtro de Kalman, qualquer erro a ser modelado deve se enquadrar em um dos seguintes tipos: erro sistemático constante; ruído branco Gaussiano ou processo de Gauss-Markov. Quanto aos ruídos de processo e medição, eles devem ser brancos Gaussianos, caso contrário, deverão ser modelados como erros sistemáticos e/ou processos de Gauss-Markov e incluídos no vetor de estado.

#### 4.1.1 O algoritmo do filtro de Kalman

O KF suaviza as medições, valendo-se um mecanismo recursivo (preditor/atualizador), que o divide em duas etapas: a etapa de propagação ou predição, e a etapa de atualização. Na etapa de predição há o cálculo da estimativa de estado predito,  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  e a covariância de erro anterior,  $P_k^-$ :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^- &= \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \\ \hat{P}_k^- &= \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^\top + Q_{k-1} \end{aligned} \quad (4.2)$$

sendo  $Q$  a matriz de covariância dos ruídos de processo.

Em seguida, na etapa de atualização, são encontradas as estimativas posteriores do estado,  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ , e da covariância do erro,  $P_k^+$ :

$$K_k = P_k^- H_k^\top \left( H_k P_k^- H_k^\top + R_k \right)^{-1}$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k(\mathbf{z}_k - H_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \\ P_k^+ &= (I - K_k H_k) P_k^-\end{aligned}\quad (4.3)$$

O ganho de Kalman,  $K_k$  é calculado de forma a minimizar a covariância do erro posterior, de tal forma que quando o ruído de medição for pequeno, a medição será mais confiável e contribuirá mais para a atualização de  $\hat{\mathbf{x}}_k$  do que a estimativa do estado no instante anterior  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ . Caso contrário, quando o ruído de medição for elevado, será o modelo dinâmico que irá contribuir mais para a atualização de  $\hat{\mathbf{x}}_k$ .

O algoritmo do KF, conforme Groves (2013), compreende dez passos, os quais são apresentados a seguir: na fase de predição, calcula-se a matriz de transição  $\Phi_{k-1}$ , segundo a qual o vetor de estado muda com o passar do tempo, em função da dinâmica da função modelada no filtro, sendo sempre função do intervalo de propagação  $\tau_s$ .

$$\Phi_{k-1} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{F_{k-1}^r \tau_s^r}{r!} = I + F_{k-1} \tau_s + \frac{1}{2} F_{k-1}^2 \tau_s^2 + \frac{1}{6} F_{k-1}^3 \tau_s^3 + \dots \quad (4.4)$$

O segundo passo consiste no cálculo da matriz de covariância dos ruídos do processo,  $Q_{k-1}$ , a qual é também sempre função do tempo de amostragem, e que define como as incertezas se propagam devido a fontes ruidosas do processo.

$$Q_{k-1} = \int_{t_k - \tau_s}^{t_k} \exp(F_{k-1}(t_k - t')) G_{k-1} S_{s,k-1} G_{k-1}^\top \exp(F_{k-1}^\top(t_k - t')) dt' \quad (4.5)$$

sendo  $S$  e  $G$  as matrizes de densidades de ruído do processo, e a matriz de acoplamento dinâmico do processo, respectivamente.

O terceiro passo consiste em se propagar o vetor de estados, a partir da sua estimativa atualizada no instante anterior,  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ :

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad (4.6)$$

No quarto passo, ainda na etapa de predição, propaga-se a matriz de covariância dos estados  $P_{k-1}^+$ , através da qual prevê-se a incerteza dos estados baseado nos estados anteriores e na matriz de covariância dos ruídos de processo, os quais não foram considerados na propagação dos estados via matriz de transição:

$$\hat{P}_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^\top + Q_{k-1} \quad (4.7)$$

Na etapa de atualização, o quinto passo consiste, em calcular a matriz de medição,  $H_k$ , a qual é, geralmente, variável no tempo. O número de linhas desta matriz corresponde ao número de estados e o número de colunas é correspondente ao número de medições. No sexto passo, é calculada a matriz de covariância de ruído de medição,  $R_k$  e no sétimo passo, há a ponderação entre a medição e a predição, realizada pela matriz de ganho de Kalman,  $K_k$ :

$$K_k = P_k^- H_k^\top (H_k P_k^- H_k^\top + R_k)^{-1} \quad (4.8)$$

onde  $H_k P_k^- H_k^\top$  representa a previsão da incerteza da medição, e  $k$  representa a época de iteração.

O oitavo passo consiste em formular as medições  $\mathbf{z}_k$ . Computada a partir do vetor de estados no instante anterior, a inovação de medição  $\delta \mathbf{z}_k^-$  é a subtração da medição efetiva de sua predição:

$$\delta \mathbf{z}_k^- = \mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (4.9)$$

O nono passo atualiza o vetor de estados  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$  por meio das inovações de medição  $\delta \mathbf{z}_k^-$  ponderadas pelo ganho de Kalman.

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k \delta \mathbf{z}_k^- \quad (4.10)$$

Por fim, atualiza-se a matriz de covariância de estados no instante posterior  $P_k^+$ , finalizando um ciclo do filtro:

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^\top + K_k R_k K_k^\top \quad (4.11)$$

#### 4.1.2 Filtro de Kalman estendido

O filtro de Kalman estendido (EKF) é uma adaptação do KF para problemas não lineares:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t)) + G(t)\eta_s(t) \quad (4.12)$$

sendo  $f(\mathbf{x}(t))$  uma função qualquer não linear somada a um ruído linear do processo.

O EKF lineariza a função não linear em torno da média da estimativa do estado atual. Em cada instante de tempo, a linearização é realizada localmente e as matrizes Jacobianas resultantes são então utilizadas nos estados de previsão e atualização do algoritmo:

$$F_{k-1} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+} \quad (4.13)$$

sendo  $F_{k-1}$ , a matriz Jacobiana, que lineariza a função não linear em torno de um ponto da trajetória.

Quanto aos erros,  $\delta \hat{\mathbf{x}}(t)$ , estes irão se propagar de forma linear, quando próximos a zero, como representado pela equação (4.14):

$$\delta \hat{\mathbf{x}}(t) = F(t) \delta \mathbf{x}(t) + G(t) \eta_s(t) \quad (4.14)$$

Assim como no KF convencional, é então calculada a matriz de transição dos estados como a exponencial da matriz  $F$  linearizada:

$$\Phi_{k-1} \approx \exp(F_{k-1} \tau_s) \quad (4.15)$$

sendo esta equação utilizada na propagação.

O modelo de medição para o EKF é definido segundo a equação (4.16):

$$\mathbf{z}(t) = h(\mathbf{x}(t)) + \eta_m(t) \quad (4.16)$$

onde  $h$  é uma função não linear do vetor de estado.

Sendo o modelo de medição uma função não linear em relação ao estado, o erro da medição pode ser considerado uma função linear do erro do estado. O erro de medição, nesse caso, é a diferença entre a medição e sua previsão, a qual já foi previamente definida como inovação da medição,  $\delta \mathbf{z}_k^-$ .

$$\delta \mathbf{z}_k^- = H_k \delta \mathbf{x}_k^- + \eta_m \quad (4.17)$$

A matriz  $H_k$ , que é o Jacobiano na matriz não linear  $h(\mathbf{x}(t))$  em relação a cada estado, é calculada de forma análoga a matriz  $F_{k-1}$  anterior:

$$H_k = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \left. \frac{\partial \mathbf{z}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad (4.18)$$

Uma vez que o vetor de estado convergir para o seu valor verdadeiro, a inovação de medição torna-se pequena. Desta forma, as inovações podem ser corretamente modeladas como sendo funções lineares dos erros do vetor de estados. Como consequências dessas linearizações, a matriz de covariância dos estados e ganho de Kalman, passam a ser estimativas dos estados e isto ocasionalmente pode gerar problemas de estabilidade.

### 4.1.3 Filtragem por inovação

É comum, principalmente na navegação odométrica, haver casos onde existem medições extremamente corrompidas, frequentemente referidas como *outliers*, tais como um deslizamento das rodas, por exemplo. Nesse caso, se o filtro de Kalman estiver com um ganho alto ele irá convergir para um estado errado devido a esta medição corrompida. Assim, é importante o estabelecimento de mecanismos de monitoramento de medições, sendo a chamada filtragem por inovação uma das estratégias mais adotadas.

A filtragem por inovação consiste em se computar o desvio padrão das inovações de medição, as quais, em teoria, deveriam corresponder a ruídos brancos Gaussianos com média nula e distribuição normal.

Aplicada antes do cômputo do ganho de Kalman, a filtragem por inovação parte do cálculo da magnitude de cada inovação de medição normalizada  $y_k^-$ , que é a divisão da inovação de medição pela incerteza dessa inovação:

$$y_k^- = \frac{\delta z_k^-}{\sqrt{C_{\delta z,k}^-}} \quad (4.19)$$

$$C_{\delta z,k}^- = H_k P_k^- H_k^\top + R_k \quad (4.20)$$

Estas são então comparadas com um limiar e a inovação é rejeitada caso este limiar seja excedido. A rejeição de uma medição consiste então na eliminação das linhas e colunas correspondentes às matrizes  $H$  e  $R$  da parte de atualização do filtro de Kalman. Em geral, adota-se um valor limiar igual a 3, que, para uma distribuição Gaussiana das inovações de medição, permite que 99,73% das medições genuínas passem pela filtragem por inovação.

Quando a medição em um KF é muito ruidosa, a matriz  $R$  pode ter seus ruídos de medição aumentados, assim como a matriz de covariância de inovação. Este é um momento transitente em que o KF irá bloquear a medição ao atingir o valor limiar pois as inovações de medição

não corresponderão aos ruídos brancos Gaussianos definidos, indicando falhas no vetor de estados ou nas medições.

A filtragem por inovação tem dificuldades em identificar medições errôneas que crescem devagar com o tempo, ao contrário de medições esporádicas, sendo estas muito bem identificadas e removidas pelo filtro. A remoção de medições prejudica a inovação de medição, no entanto mantém a estimativa menos enviesada, o que é mais importante.

#### 4.2 Solução filtrada: filtro de Kalman apenas para o GPS

A solução a ser apresentada, trata-se de um EKF, no qual é utilizada uma implementação por estados totais, ou seja, os estados são as variáveis de navegação de interesse propriamente ditas. Neste tipo de implementação, há uma modelagem melhor que a dos mínimos quadrados ponderados e consequente melhor obtenção de posicionamento pelo GPS, no entanto envolve um maior custo computacional.

A solução filtrada faz uso de dados de medições anteriores, sendo desta forma muito menos ruidosa que a solução instantânea, mas pode introduzir atrasos na solução dinâmica de navegação. Os melhores estados que deverão compor o filtro de Kalman vão depender da aplicação.

Em uma estação de monitoramento fixa na Terra, por exemplo, não é necessário computar a velocidade, mas apenas a posição. Em um veículo em movimento, por outro lado, a velocidade já deve ser incluída como parte do vetor de estados, e eventualmente até a aceleração.

Os seguintes estados são modelados, neste trabalho: posição, velocidade, erro do relógio do receptor, e *drift* do relógio. Representados no triedro ECEF, tem-se:

$$\mathbf{x}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{ea}^e \\ \mathbf{v}_{ea}^e \\ \delta\rho_c^a \\ \delta\dot{\rho}_c^a \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

O modelo do processo (ou sistema) descreve como os estados são propagados no tempo, com base na dinâmica ou movimento do usuário e na progressiva dessincronização do relógio do receptor com o "tempo GPS".

$$\dot{\mathbf{r}}_{ea}^e = \mathbf{v}_{ea}^e \quad (4.22)$$

$$E(\dot{\mathbf{v}}_{ea}^e) = 0 \quad (4.23)$$

e,

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \rho_c^a = \delta \dot{\rho}_c^a \quad (4.24)$$

$$E\left(\frac{\partial}{\partial t} \delta \dot{\rho}_c^a\right) = 0 \quad (4.25)$$

Em termos matriciais, pode-se definir portanto, a seguinte matriz de processo,  $F$  no triedro ECEF:

$$F_G = \begin{pmatrix} 0_3 & I_3 & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_3 & 0_3 & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 1 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

A matriz de transição de estados, que mostra como os estados se propagam discretamente no tempo, pode ser calculada como:

$$\Phi_{k,G} = I_8 + F_{k,G} \tau_s \quad (4.27)$$

onde  $I_8$  é uma matriz identidade de dimensão 8x8 e  $\tau_s$  é o intervalo de propagação.

A equação (4.23) implica que o veículo se move com velocidade sempre constante (i.e., tem aceleração nula), o que não é necessariamente, sempre verdade. Por esse motivo, deve-se modelar a matriz de covariância dos ruídos de processo,  $Q$ , a qual representa a incerteza associada ao modelo dinâmico escolhido para os estados. A matriz de covariância de ruído de processo é obtida integrando-se a matriz de densidade de ruído de processo ao longo do intervalo de propagação.

$$Q_{k-1,G}^\gamma = \int_0^\tau \exp(F_{k-1,G}^\gamma t') \begin{pmatrix} 0_3 & 0_3 & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_3 & S_a^\gamma & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & PSD(\eta_{\rho_{cf}^a}) & 0 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & PSD(\eta_{\rho_{cf}^a}) \end{pmatrix} \exp(F_{k-1,G}^\gamma \top t') dt' \quad (4.28)$$

onde  $\gamma \in i, e, n$  e  $PSD$  denotam a densidade espectral de potência.

Na equação (4.28), consideram-se que não há incertezas quanto a modelagem da posição, mas existe uma incerteza quanto à modelagem da variação da velocidade (i.e., aceleração), a qual é considerada um ruído branco caracterizado por uma matriz de densidade espectral potência  $S_a$  (quanto pior for a correspondência desse modelo com a realidade, mais deve-se aumentar  $S_a$ ).

A matriz de densidade espectral dos ruídos do processo representada no sistema de coordenadas ECEF é geralmente considerada diagonal:

$$S_a^e = C_n^e \begin{pmatrix} PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,N}^n) & 0 & 0 \\ 0 & PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,E}^n) & \\ 0 & 0 & PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,D}^n) \end{pmatrix} C_e^n \quad (4.29)$$

onde, na prática, utilizam-se valores empíricos para a densidade espectral de potência do ruído da aceleração na vertical,  $PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,D}^n)$ , e horizontal,  $PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,N}^n)$  e  $PSD(\dot{\mathbf{v}}_{ea,E}^n)$ . Segundo Groves (2013, p. 418), valores adequados para a densidade espectral da potência do ruído anterior na horizontal são  $1 \text{ m}^2/\text{s}^3$  para pedestres ou navios,  $10 \text{ m}^2/\text{s}^3$  para automóveis e  $100 \text{ m}^2/\text{s}^3$  para aviões militares.

Valores empíricos típicos para as densidades espectrais de potência dos ruídos estocásticos na fase  $\phi$  e frequência  $f$  dos relógios de receptores que possuem osciladores baseados em cristal controlado por temperatura são (BROWN; HWANG, 2012):

$$\begin{aligned} PSD(\eta_{\rho_{cf}^a}) &\approx 0.04 \text{ m}^2/\text{s}^3 \\ PSD(\eta_{\rho_{cf}^a}) &\approx 0.01 \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned} \quad (4.30)$$

No que tange à etapa de atualização do filtro de Kalman aplicado ao GPS, o seguinte vetor de medição pode ser definido:

$$\mathbf{z}_G = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{a,C}^1 \\ \tilde{\rho}_{a,C}^2 \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{a,C}^m \\ \tilde{\rho}_{a,C}^1 \\ \tilde{\rho}_{a,C}^2 \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{a,C}^m \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

No EKF, não necessariamente as etapas de predição e atualização são ambas não lineares. Na navegação por satélite, por exemplo, só a medição não é função linear dos estados. Desta forma, a linearização se dá em torno das inovações de medição, que nesse caso, são as diferenças entre as pseudodistâncias medidas pelo GPS e a predição das mesmas:

$$\delta \mathbf{z}_{k,G}^- = \mathbf{z}_{k,G} - h_G(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (4.32)$$

A função não linear  $h_G(\hat{\mathbf{x}}_k^-)$ , que prediz as pseudo-distâncias a partir das posições é dada por:

$$\mathbf{h}_G(\hat{\mathbf{x}}_k^-) = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_{a,C}^{1-} \\ \hat{\rho}_{a,C}^{2-} \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{a,C}^{m-} \\ \hat{\rho}_{a,C}^{1-} \\ \hat{\rho}_{a,C}^{2-} \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{a,C}^{m-} \end{pmatrix}_k \quad (4.33)$$

onde as predições para as pseudo-distâncias e taxas de pseudo-distâncias são as mesmas definidas na Seção (3.7).

A matriz de medição,  $H_G$ , necessária ao cálculo do ganho de Kalman, passa a ser uma matriz 8x8 como segue:

$$H_{k,G}^e = \begin{pmatrix} -u_{a1,x}^e & -u_{a1,y}^e & -u_{a1,z}^e & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -u_{a2,x}^e & -u_{a2,y}^e & -u_{a2,z}^e & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ -u_{am,x}^e & -u_{am,y}^e & -u_{am,z}^e & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -u_{a1,x}^e & -u_{a1,y}^e & -u_{a1,z}^e & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -u_{a2,x}^e & -u_{a2,y}^e & -u_{a2,z}^e & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -u_{am,x}^e & -u_{am,y}^e & -u_{am,z}^e & 0 & 1 \end{pmatrix}_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad (4.34)$$

onde fica claro que a primeira sub-metade da matriz de medição se relaciona com a posição e erro do relógio do receptor, e a segunda sub-metade com a velocidade e *drift* do relógio.

A matriz  $R_G$  do filtro de Kalman aplicado ao GPS modela a incerteza dos ruídos estocásticos que corrompem as medições, não levando em conta os erros sistemáticos. Ela é modelada como uma matriz diagonal na qual se considera que não há correlação entre as diferentes medições.

$$R_G = \begin{pmatrix} \sigma_{\rho 1}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{\rho 1}^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{\rho m}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{r1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \sigma_{r2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma_{rm}^2 \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

Por não haver observabilidade suficiente, os erros sistemáticos que corrompem as medições (pseudodistâncias, em particular), não são estimados pelo filtro de Kalman pois tornam as estimativas (de posição) do filtro enviesadas. Para que a matriz  $P_k$  do filtro não informe incertezas inverídicas, pode-se somar, propositalmente, desvios padrões ( $\Delta\sigma$ ) de posição e erro de relógio nas diagonais da matriz  $P_k$ , de modo a se contornar o problema acima. As incertezas dos estados, nesse caso, passam a ser:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{\delta\rho_c^a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{P_{k1,1} + \Delta\sigma_x^2} \\ \sqrt{P_{k2,2} + \Delta\sigma_y^2} \\ \sqrt{P_{k3,3} + \Delta\sigma_z^2} \\ \sqrt{P_{k7,7} + \Delta\sigma_{\delta\rho_c^a}^2} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

sendo  $\Delta\sigma_{\delta\rho_c^a}$  o correspondente desvio padrão do erro de relógio do receptor.

### 4.3 Integração Odômetro/GPS

O filtro de Kalman de integração odômetro/GPS, também definido em duas etapas, tem elas estabelecidas da seguinte forma: a etapa de predição, que modela como os erros da navegação odométrica variam com o tempo e a etapa de atualização, que corrige esses estados usando fluxos de medição do GPS. O filtro de Kalman, por sua vez pondera, de forma ótima, a etapa de predição e a etapa de medição.

A solução de navegação integrada compreende a solução de navegação da odometria, considerada como referência, corrigida utilizando as medições do sistema auxiliar GPS. Não há interação entre os estados da odometria e o GPS, assim como nas matrizes do processo, de transição e de covariância dos ruídos do sistema, os quais podem ser bem discriminados:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_{odometria} & 0 \\ 0 & x_{GPS} \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} F_{odometria} & 0 \\ 0 & F_{GPS} \end{pmatrix}, \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_{odometria} & 0 \\ 0 & \Phi_{GPS} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} Q_{odometria} & 0 \\ 0 & Q_{GPS} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

A técnica de integração/fusão sensorial proposta neste trabalho consiste na utilização de um EKF, configurado para estimar os erros das variáveis de navegação fornecidas pela odometria, bem como eventuais erros sistemáticos existentes nas medições do GPS. Diferentemente da implementação anterior, por estados totais, os estados são os erros nas variáveis de navegação de interesse e não as variáveis propriamente ditas. Tal topologia é chamada na literatura de implementação por erros de estado (GROVES, 2013), e pode ser categorizada ainda, conforme o tipo de medição do GPS que é utilizado na etapa de atualização do EKF. As principais vantagens de tal topologia são elencadas abaixo:

- (a) A dinâmica dos erros é menor que a dinâmica das variáveis;
- (b) Melhor aproximação dos ruídos de processo como brancos e Gaussianos (requisito do EKF);

- (c) Permite iniciar o sistema com um erro nulo e, ao longo das estimações, correções dos parâmetros de interesse são conduzidas em malha fechada.

Adotada na fusão sensorial, a implementação por erros de estado será abordada a seguir em dois tipos de arquiteturas de integração, as quais variam quanto à interdependência entre elas e basicamente se diferenciam na etapa de atualização do filtro de Kalman. São apresentadas em ordem crescente de complexidade e robustez: fracamente acoplada (*loosely coupled integration*) e fortemente acoplada (*tightly coupled integration*) cujas abreviaturas são LC e TC respectivamente.

### 4.3.1 Integração fracamente acoplada

Na integração fracamente acoplada utiliza-se como fluxo de medição da etapa de atualização, a posição, pré-computada pelo GPS por meio dos mínimos quadrados ponderados (WLS) ou do EKF na implementação por estados totais. Essas variáveis são imputadas como medições para o filtro de Kalman de integração que utiliza estes parâmetros para estimar e compensar os erros da navegação odométrica (considerada na integração, como sistema de navegação de referência). A solução de navegação integrada é a própria solução da odometria, corrigida com as estimativas dos erros feitas pelo filtro.

Quanto às medições a serem utilizadas, o uso de velocidade ao invés da posição, melhora a observabilidade dos erros de guinada da odometria e dos erros dos instrumentos (raios das rodas). O uso isolado da velocidade, contudo, reduz a observabilidade dos erros de posição uma vez que os ruídos de medição são integrados dentro das estimativas dos estados. Então, é muito comum na integração fracamente acoplada, se utilizar tanto a posição, que vem do processamento das pseudo-distâncias, quanto a velocidade, que deriva das taxas de pseudo-distância. Nesse caso, o filtro precisa conhecer a variância das estimativas do GPS, i.e., sua matriz  $P_G$ , de forma a sintonizar a matriz  $R_G$  do filtro de integração. Isso em geral não é um problema, exceto pelo fato de que a matriz  $P_G$ , proveniente do filtro de Kalman do GPS pode ser correlacionada temporalmente, i.e., caracterizada por ruídos não-brancos, o que viola as condições de operação do filtro de Kalman de integração (problema de cascadeamento de filtros).

### 4.3.2 Fracamente acoplada - Etapa de predição

A etapa de predição do EKF para a fusão sensorial fracamente acoplada da odometria com o GPS inicia-se com a obtenção dos modelos dinâmicos e dos modelos de erros, estabelecidos na seção 2 para as variáveis de estado a serem estimadas. Os estados do filtro de integração compreendem os erros, representados por  $\delta$ , da solução de navegação da odometria:

$$\mathbf{x}_{LC} = \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta R_{rL} \\ \delta R_{rR} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

sendo  $\delta\psi$  o erro de guinada,  $\delta r_{eb,N}^n$  o erro de deslocamento Norte,  $\delta r_{eb,E}^n$  o erro de deslocamento Leste,  $\delta R_{rL}$  e  $\delta R_{rR}$  os erros (*biases*) supostos existirem nos raios das rodas esquerda e direita, respectivamente.

O modelo do processo do EKF de integração é definido por meio das equações dinâmicas que regem o comportamento temporal dos erros da odometria, (2.35), (2.37), (2.38), (2.20) e (2.19), a saber:

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{\psi} \\ \delta\dot{r}_{eb,N}^n \\ \delta\dot{r}_{eb,E}^n \\ \delta\dot{R}_{rL} \\ \delta\dot{R}_{rR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & F_{14} & F_{15} \\ F_{21} & 0 & 0 & F_{24} & F_{25} \\ F_{31} & 0 & 0 & F_{34} & F_{35} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{rL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{rR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta R_{rL} \\ \delta R_{rR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & 0 & 0 \\ G_{31} & G_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{rL}\delta\omega_{rL} \\ R_{rR}\delta\omega_{rR} \\ \eta_{R_{rL}} \\ \eta_{R_{rR}} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

onde:

$$F_{14} = \frac{v_{erL}}{R_{rL}T_r} \quad (4.40)$$

$$F_{15} = -\frac{v_{erR}}{R_{rR}T_r} \quad (4.41)$$

$$F_{21} = -\sin\psi v_{er} + \left( -\sin\psi l_{br,y}^b + \cos\psi l_{br,x}^b \right) \dot{\psi} \quad (4.42)$$

$$F_{24} = \frac{\cos \psi v_{erL}}{2R_{rL}} + \left( \frac{\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b}{T_r R_{rL}} \right) v_{erL} \quad (4.43)$$

$$F_{25} = \frac{\cos \psi v_{erR}}{2R_{rR}} - \left( \frac{\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b}{T_r R_{rR}} \right) v_{erR} \quad (4.44)$$

$$F_{31} = \cos \psi v_{er} + \left( \cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b \right) \dot{\psi} \quad (4.45)$$

$$F_{34} = \frac{\sin \psi v_{erL}}{2R_{rL}} + \left( \frac{\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b}{T_r R_{rL}} \right) v_{erL} \quad (4.46)$$

$$F_{35} = \frac{\sin \psi v_{erR}}{2R_{rR}} - \left( \frac{\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b}{T_r R_{rR}} \right) v_{erR} \quad (4.47)$$

$$G_{21} = \frac{\cos \psi}{2} + \left( \frac{\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \quad (4.48)$$

$$G_{22} = \frac{\cos \psi}{2} - \left( \frac{\cos \psi l_{br,y}^b + \sin \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \quad (4.49)$$

$$G_{31} = \frac{\sin \psi}{2} + \left( \frac{\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \quad (4.50)$$

$$G_{32} = \frac{\sin \psi}{2} - \left( \frac{\sin \psi l_{br,y}^b - \cos \psi l_{br,x}^b}{T_r} \right) \quad (4.51)$$

sendo  $\tau_{R_r}$  o tempo de correlação para o erro dos raios das rodas traseiras,  $T_r$  o comprimento do eixo traseiro,  $v_{er}$  a velocidade no centro do eixo traseiro,  $v_{erL}$  e  $v_{erR}$  as velocidades nas rodas traseiras esquerda e direita respectivamente,  $\delta\omega_{rL}$  e  $\delta\omega_{rR}$  os ruídos brancos Gaussianos associados ao processo de quantização numérica dos pulsos dos odômetros nas rodas traseiras esquerda e direita, respectivamente, e  $\eta_{R_{rL}}$  e  $\eta_{R_{rR}}$  os ruídos brancos Gaussianos que dirigem os processos correlacionados dos erros dos raios das rodas esquerda e direita, também respectivamente.

Os componentes dos erros do braço de alavanca entre os sistemas de coordenadas do corpo ( $b$ ) e do eixo das rodas traseiras ( $r$ ),  $\delta l_{br,x}^b$  e  $\delta l_{br,y}^b$  podem, em geral, ser desprezados do vetor de estado desde que a matriz de densidade de ruídos do processo,  $S_{LC}$ , abaixo seja ligeiramente incrementada de forma a acomodar as variações na dinâmica dos estados decorrentes dessa simplificação:

$$S_{LC} = \begin{bmatrix} PSD(R_{rL}\delta\omega_{rL}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & PSD(R_{rR}\delta\omega_{rR}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & PSD(\eta_{RrL}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & PSD(\eta_{RrR}) \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

### 4.3.3 Fracamente acoplada - Etapa de atualização

O vetor de medições do EKF,  $\mathbf{z}_{LC}$ , aplicado à integração fracamente acoplada da odometria/GPS corresponde à diferença entre a posição cartesiana fornecida pelo GPS,  $\tilde{\mathbf{r}}_{ea,G}^e$ , e a respectiva estimativa proveniente da odometria,  $\hat{\mathbf{r}}_{ea,O}^e$ :

$$\mathbf{z}_{LC} = \tilde{\mathbf{r}}_{ea,G}^e - \hat{\mathbf{r}}_{ea,O}^e \quad (4.53)$$

É assumido que  $\tilde{\mathbf{r}}_{ea,G}^e$  consiste na posição verdadeira somada a um erro estocástico:

$$\tilde{\mathbf{r}}_{ea,G}^e = \mathbf{r}_{ea}^e + \eta_{ea,G}^e \quad (4.54)$$

Para a posição estimada obtida pela solução odométrica integrada, modela-se, por outro lado:

$$\hat{\mathbf{r}}_{ea,O}^e = \mathbf{r}_{ea}^e + \delta\mathbf{r}_{ea,O}^e \quad (4.55)$$

Como em (4.55),  $\delta\mathbf{r}_{ea,O}^e$  não é função direta dos estados, é necessário realizar manipulações algébricas. Seja:

$$\mathbf{r}_{ea,O}^e = C_n^e \mathbf{r}_{ea,O}^n \quad (4.56)$$

onde:

$$\mathbf{r}_{ea,O}^n = \mathbf{r}_{eb,O}^n + \mathbf{I}_{br}^n \quad (4.57)$$

e:

$$\mathbf{I}_{br}^n = C_b^n \mathbf{I}_{br}^b \quad (4.58)$$

Logo:

$$\mathbf{r}_{ea,O}^e = C_n^e \mathbf{r}_{eb,O}^n + C_b^e \mathbf{l}_{br}^b \quad (4.59)$$

Aplicando o operador de diferenciação sobre (4.59):

$$\delta \mathbf{r}_{ea,O}^e = \delta C_n^e \mathbf{r}_{eb,O}^n + C_n^e \delta \mathbf{r}_{eb,O}^n + \delta C_b^e \mathbf{l}_{br}^b + C_b^e \delta \mathbf{l}_{br}^b \quad (4.60)$$

Substituindo (4.54), (4.55) e (4.60) em (4.53), o vetor de medição é então estabelecido como:

$$\mathbf{z}_{LC} = \mathbf{r}_{ea}^e + \eta_{r_{ea,G}}^e - \mathbf{r}_{ea}^e - \delta C_n^e \mathbf{r}_{eb,O}^n - C_n^e \delta \mathbf{r}_{eb,O}^n - \delta C_b^e \mathbf{l}_{br}^b - C_b^e \delta \mathbf{l}_{br}^b \quad (4.61)$$

Os termos  $\delta C_n^e$ ,  $\delta C_b^e$  e  $\delta \mathbf{l}_{br}^b$  são todos não pertencentes aos estados e também não são ruídos estocásticos, logo, podem ser desprezados no vetor de medição junto com seus termos dependentes. Assim:

$$\mathbf{z}_{LC} = -C_n^e \delta \mathbf{r}_{eb,O}^n + \eta_{r_{ea,G}}^e \quad (4.62)$$

sendo  $\eta_{r_{ea,G}}^e$  o vetor dos ruídos estocástico de medição.

Logo, o modelo de medição  $\mathbf{z}_{LC}$  adequado para esse caso é:

$$\mathbf{z}_{LC} = \begin{bmatrix} 0 & H_{12} & H_{13} & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & H_{23} & 0 & 0 \\ 0 & H_{32} & H_{33} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta R_{rL} \\ \delta R_{rR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \eta_{r_{ea,G}}^e \quad (4.63)$$

onde:

$$H_{12} = -C_{n1,1}^e \quad (4.64)$$

$$H_{13} = -C_{n1,2}^e \quad (4.65)$$

$$H_{22} = -C_{n2,1}^e \quad (4.66)$$

$$H_{23} = -C_{n2,2}^e \quad (4.67)$$

$$H_{32} = -C_{n3,1}^e \quad (4.68)$$

$$H_{33} = -C_{n3,2}^e \quad (4.69)$$

sendo  $C_n^e$  a matriz de transformação do sistema de coordenadas de navegação para o sistema de coordenadas ECEF ( $e$ ).

Por fim, a matriz de covariância dos ruídos de medição é definida em função da variância ( $\sigma^2$ ) do vetor de ruídos estocásticos do GPS. Esta matriz deve ser baseada na matriz de covariância de erros do EKF (ou WLS) do GPS,  $P$ , pois a matriz  $R$  irá representar a incerteza referente às estimativas de posição provenientes do GPS. No entanto, na prática, é comum não se ter acesso à matriz  $P$ , sendo adotada, para todos os fins, uma matriz  $R$  constante.

$$R = \begin{bmatrix} \sigma^2(\eta_{r_{ea,G,x}}^e) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2(\eta_{r_{ea,G,y}}^e) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2(\eta_{r_{ea,G,z}}^e) \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

Como na equação (4.63) os termos que continham  $\delta C_n^b$ ,  $\delta C_b^e$  e  $\delta \mathbf{I}_{br}^b$  foram desprezados, recomenda-se aumentar ligeiramente os valores das variâncias na Eq. (4.70) para que o modelo leve em consideração as incertezas extras que não foram contabilizadas no vetor de medição.

#### 4.3.4 Integração fortemente acoplada

Quando o filtro de integração utiliza, como medições, as próprias pseudo-distâncias e eventualmente suas taxas, ao invés da posição pré-computada, tem-se a integração fortemente acoplada. Em geral, a integração fortemente acoplada é mais complexa, porém fornece melhor desempenho, uma vez que garante melhor modelagem dos ruídos de medição, e evita o cascadeamento de filtros de Kalman (FARRELL, 2008).

Nesta integração, diferentemente da anterior, as próprias medições do GPS e odômetro alimentam um único filtro visando obter uma única estimação coletiva. No entanto, vale ressaltar que em ambas as integrações, não há interação entre os estados da odometria e do GPS, portanto, tanto na matriz de processo, matriz de transição de estados e matriz de covariância de

ruído de processo, é possível desacoplar e tratar os dois sistemas separadamente na implementação dos erros dos estados. Já o vetor de medição, em ambas as integrações, será sempre a diferença entre as medições fornecidas pelo GPS e as previsões das mesmas calculadas a partir da solução de navegação integrada.

#### 4.3.5 Fortemente acoplada - Etapa de predição

Além dos estados já apresentados anteriormente para a integração fracamente acoplada, dois estados extras referentes ao GPS são acrescentados na integração fortemente acoplada:

$$\mathbf{x}_{TC} = \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta R_{rL} \\ \delta R_{rR} \\ \delta\rho_c^a \\ \delta\dot{\rho}_c^a \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

sendo  $\delta\rho_c^a$  o erro do relógio do receptor e  $\delta\dot{\rho}_c^a$  a deriva (*drift*) do erro do relógio do receptor.

A matriz do sistema,  $F_{TC}$ , é esquematicamente representada como:

$$F_{TC} = \begin{pmatrix} F_{odometria} & 0 \\ 0 & F_{GPS} \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

O modelo do processo para a integração fortemente acoplada é definido como anteriormente feito para a integração fracamente acoplada somado ao modelo dinâmico dos estados do GPS:

$$\begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta \dot{R}_{rL} \\ \delta \dot{R}_{rR} \\ \delta \dot{\rho}_c^a \\ \delta \ddot{\rho}_c^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & F_{14} & F_{15} & 0 & 0 \\ F_{21} & 0 & 0 & F_{24} & F_{25} & 0 & 0 \\ F_{31} & 0 & 0 & F_{34} & F_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{Rr}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{Rr}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta R_{rL} \\ \delta R_{rR} \\ \delta \rho_c^a \\ \delta \rho_c^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{31} & G_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{rL} \delta \omega_{rL} \\ R_{rR} \delta \omega_{rR} \\ \eta_{R_{rL}} \\ \eta_{R_{rR}} \\ \eta_{\rho_{c\phi}^a} \\ \eta_{\rho_{cf}^a} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

sendo os vetores  $\eta_{\rho_{c\phi}^a}$  e  $\eta_{\rho_{cf}^a}$  de ruídos estocásticos que modelam as incertezas na fase  $\phi$  e frequência  $f$  do relógio do receptor, respectivamente.

Finalizando a etapa de predição do EKF, a matriz de densidade de ruídos do processo,  $S_{TC}$ , deve incluir as PSDs dos elementos do vetor de ruídos estocásticos relativas ao GPS, a saber, as incertezas na fase e frequência do relógio do receptor.

$$S_{TC} = \begin{bmatrix} PSD(R_{rL}\omega_L) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & PSD(R_{rR}\omega_R) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & PSD(\eta_{R_{rL}}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & PSD(\eta_{R_{rR}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & PSD(\eta_{\rho_{c\phi}^a}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & PSD(\eta_{\rho_{cf}^a}) \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

#### 4.3.6 Fortemente acoplada - Etapa de atualização

O vetor de medição na integração fortemente acoplada é composto pelas diferenças entre as pseudodistâncias medidas pelo GPS e a predição das mesmas, obtidas a partir da solução de navegação integrada.

$$\mathbf{z}_{TC} = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_a^1 - \hat{\rho}_a^1 \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_a^s - \hat{\rho}_a^s \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

O modelo para a pseudodistância medida é apresentado pela equação (3.2), no qual a pseudodistância bruta, representada por  $\tilde{\rho}_{a,B}^{s,l}$ , compreende os erros de modo comum, que são parcialmente corrigidos por modelagens, mais o erro do *clock* do relógio do receptor e ruídos aleatórios. A pseudodistância estimada,  $\hat{\rho}_a^s$ , que representa a distância estimada da antena do receptor até o satélite, é apresentada a seguir:

$$\hat{\rho}_{a,C,k}^{j-} = \sqrt{\left[ C_e^I \left( \tilde{t}_{st,a,k}^j \right) \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e \left( \tilde{t}_{st,a,k}^j \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ea,k}^{e-} \right]^\top \left[ C_e^I \left( \tilde{t}_{st,a,k}^j \right) \hat{\mathbf{r}}_{ej}^e \left( \tilde{t}_{st,a,k}^j \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ea,k}^{e-} \right]} + \delta \hat{\rho}_{c,k}^{a-} \quad (4.76)$$

sendo  $j$  a  $j$ -ésima medição dos  $s$  satélites visíveis.

Para coordenadas curvilíneas:

$$\hat{\mathbf{r}}_{ea}^e = \begin{pmatrix} \left( R_E (\hat{L}_b + \hat{h}_b) \cos \hat{L}_b \cos \hat{\lambda}_b \right) \\ \left( R_E (\hat{L}_b + \hat{h}_b) \cos \hat{L}_b \sin \hat{\lambda}_b \right) \\ \left[ (1 - e_o^2) R_E (\hat{L}_b) + \hat{h}_b \right] \sin \hat{L}_b \end{pmatrix} + \hat{C}_n^e \hat{C}_b^n \mathbf{I}_{ba}^b \quad (4.77)$$

representado no sistema de coordenadas do veículo,  $\mathbf{I}_{ba}^b$  é o braço de alavanca da posição da antena do receptor até o CG do veículo.

Para coordenadas cartesianas:

$$\hat{\mathbf{r}}_{ea}^e = \hat{\mathbf{r}}_{eb}^e + \hat{C}_b^e \mathbf{I}_{ba}^b \quad (4.78)$$

Pelo pressuposto introduzido em (4.55), a mesma perturbação linear pode ser aplicada na pseudo-distância estimada:

$$\hat{\rho}_a^s = r_{as} + \delta r_{as} \quad (4.79)$$

No triedro ECEF, sabe-se que a norma do vetor de posição é (desprezando-se a dependência temporal dos vetores):

$$r_{as} = \sqrt{\left( C_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e \right)^\top \left( C_e^I \mathbf{r}_{es}^e - \mathbf{r}_{ea}^e \right)} \quad (4.80)$$

Aplicando o operador de diferenciação na equação (4.80):

$$\delta r_{as} \cong -(\mathbf{u}_{as}^e)^\top \delta \mathbf{r}_{ea}^e \cong -(\mathbf{u}_{as}^e)^\top \delta \mathbf{r}_{eb}^e \cong -(\mathbf{u}_{as}^e)^\top C_n^e \delta \mathbf{r}_{eb}^n \cong -(\mathbf{u}_{as}^n)^\top \delta \mathbf{r}_{eb}^n \quad (4.81)$$

sendo  $\mathbf{u}_{as}^n$ , o vetor linha de visada da antena do receptor em relação ao satélite, representado no sistema de coordenadas NED.

Realizando as substituições de (4.81), e (3.2) em (4.75):

$$\mathbf{z}_{TC} = \begin{bmatrix} r_{a1} + \delta \rho_c^a - \delta \rho_c^1 + \delta \rho_I^1 + \delta \rho_T^1 + \delta \rho_E^1 + \delta \rho_M^1 + \eta_\rho - r_a^1 + (\mathbf{u}_{a1}^n)^\top \delta \mathbf{r}_{eb}^n \\ \vdots \\ r_{as} + \delta \rho_c^a - \delta \rho_c^s + \delta \rho_I^s + \delta \rho_T^s + \delta \rho_E^s + \delta \rho_M^s + \eta_\rho - r_a^s + (\mathbf{u}_{as}^n)^\top \delta \mathbf{r}_{eb}^n \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

Os erros de modo comum e multicaminho não representam estados, e especialmente para os primeiros, eles podem ser considerados como tendo sido majoritariamente atenuados pelas correções discutidas anteriormente. Dessa forma podem ser desprezados, resultando na seguinte simplificação:

$$\mathbf{z}_{TC} = \begin{bmatrix} (\mathbf{u}_{a1}^n)^\top \delta \mathbf{r}_{eb}^n + \delta \rho_c^a + \eta_\rho^1 \\ \vdots \\ (\mathbf{u}_{as}^n)^\top \delta \mathbf{r}_{eb}^n + \delta \rho_c^a + \eta_\rho^s \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

A matriz  $H_{TC}$  é então obtida a partir da derivada parcial da medição sobre a norma do operador de diferenciação:

$$H_{TC} = \left( \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta \Psi_{nb}^n} \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta r_{eb,N}^n} \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta r_{eb,E}^n} \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta R_{rL}} \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta R_{rR}} \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta \rho_c^a} \frac{\partial \mathbf{z}_{TC}}{\partial \delta \dot{\rho}_c^a} \right) \quad (4.84)$$

As inovações de medição do EKF aplicado à integração fortemente acoplada da odometria/GPS são formadas pelas diferenças entre as pseudo-distâncias medidas a partir dos  $s$  satélites GPS visíveis e suas respectivas estimativas obtidas a partir da solução de navegação integrada. O conseqüente modelo de medição,  $\mathbf{z}_{TC}$  do EKF é dado por:

$$\mathbf{z}_{TC} = \begin{bmatrix} 0 & -u_{a1,N}^n & -u_{a1,E}^n & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -u_{as,N}^n & -u_{as,E}^n & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta r_{eb,N}^n \\ \delta r_{eb,E}^n \\ \delta R_{rL} \\ \delta R_{rR} \\ \delta\rho_c^a \\ \delta\dot{\rho}_c^a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_\rho^1 \\ \vdots \\ \eta_\rho^s \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

onde  $u_{as,N}^n$  e  $u_{as,E}^n$  representam as componentes Norte e Leste, respectivamente, do vetor linha de visada entre o satélite  $s$  e a antena do receptor  $a$ , e  $\eta_\rho^s$  corresponde ao elemento  $s$  do vetor de ruídos estocásticos (supostos brancos e Gaussianos) da pseudo-distância obtida pelo GPS.

A matriz de covariância dos ruídos de medição é definida em função das variâncias do vetor de ruídos estocásticos de medição do GPS, nesse caso, atrelados às pseudo-distâncias. Nele estão incluídos os erros de multicaminho, ruídos de rastreamento, erros residuais do relógio do satélite, erros de sincronização entre o odômetro e GPS, flexão no braço de alavanca, erro de efeméride e atrasos ionosféricos e troposféricos. A ponderação dos erros em função da linha de visada entre receptor e satélite pode ser feita na matriz  $R_{TC}$  levando-se em consideração o ângulo de elevação dos mesmos.

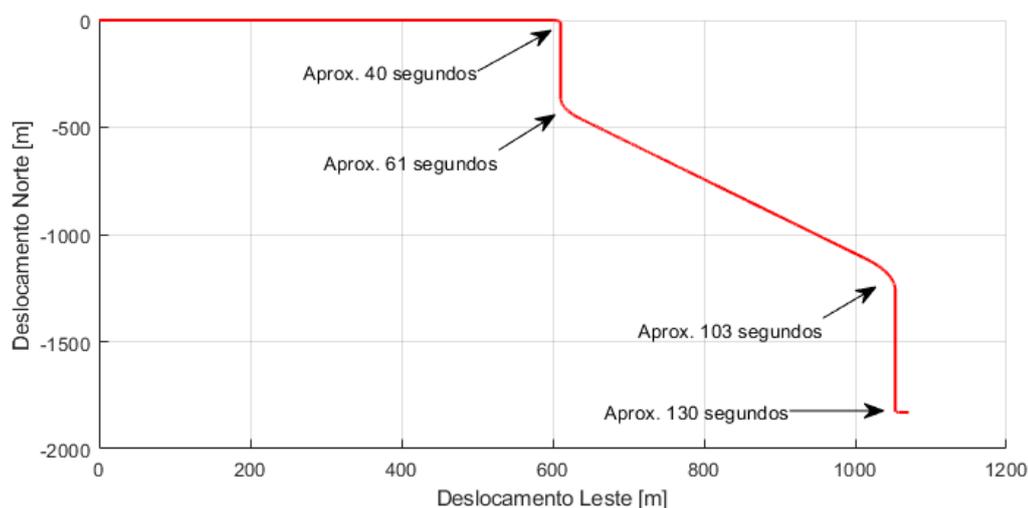
$$R_{TC} = \begin{bmatrix} \sigma^2(\eta_\rho^1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma^2(\eta_\rho^s) \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Os erros de modo comum e devido ao multicaminho podem, conforme já dito, ser desprezados do vetor de estados (devido a problemas de observabilidade), desde que sejam aumentados ligeiramente os valores das variâncias na Eq. (4.86) para que o modelo acomode as incertezas extras que não foram contabilizadas no vetor de medição.

## 5 RESULTADOS SIMULADOS

De forma a se verificar o desempenho das soluções de navegação integradas entre odometria/GPS propostas, testes simulados foram concebidos. Os testes consistiram em se gerar uma massa de dados simulados, para um veículo terrestre arbitrário (*rover* agrícola) se deslocando por 2,5 km com velocidade média de 50 km/h, supostamente instrumentado com odômetros em suas rodas traseiras não esterçantes e um receptor GPS. A trajetória bidimensional simulada para o veículo é ilustrada na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Trajetória bidimensional simulada realizada pelo veículo para fins de validação, obtida sem adição de ruídos.



Fonte: Do autor (2022).

As soluções de navegação odométrica e GPS isoladas foram implementadas em *software* MATLAB<sup>®</sup>, conforme sugerido por Pereira et al. (2020) e Groves (2013), respectivamente, bem como as integrações/fusões sensoriais propostas. Os parâmetros considerados na simulação são sumarizados nas Tabelas 5.1 a 5.4.

Tabela 5.1 – Erros de inicialização representados no sistema de coordenadas de navegação ( $n$ ).

Parâmetros	Valor
Erro de inicialização de posição	[-1,63;0,58;7,09] m
Erro de inicialização de velocidade	[0,05;-0,05;0,1] m/s
Erro de inicialização de atitude	[-0,05;0,04;1] graus

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 5.2 – Parâmetros definidos para a simulação da navegação odométrica.

Parâmetros	Valor
Braço de alavanca do centro de gravidade do veículo até ao centro do eixo traseiro	[-0,124;0;0] m
Comprimento do eixo traseiro	0,55 m
Raio das rodas traseiras	0,0732 m
<i>Bias</i> do raio das rodas traseiras	$[1;-1] \cdot 10^{-4} m$
Desvio padrão do erro correlacionado nos raios das rodas traseiras	$5 \cdot 10^{-4} m$
Tempo de correlação do erro nos raios das rodas traseiras	36000 s
Raiz da PSD dos ruídos estocásticos da odometria	$10^{-3} m/\sqrt{s}$
Nível de quantização (resolução) para um odômetro de 400 pulsos/volta	$1,6 \cdot 10^{-2} m/s$
Amostragem dos <i>encoders</i>	10 Hz

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 5.3 – Parâmetros definidos para a simulação do GPS.

Parâmetros	Valor
Braço de alavanca do centro de gravidade do veículo até a antena do receptor	[-0,0312;0;-0,0768] m
Número de satélites na constelação	30
Raio das órbitas dos satélites	26.561.750 m
Ângulo de inclinação das órbitas	55 graus
Ângulo de máscara	10 graus
<i>Offset</i> do relógio do receptor no tempo $t = 0$ s	10000 m
<i>Drift</i> do relógio do receptor no tempo $t = 0$ s	100 m/s
Desvio padrão do erro do relógio do satélite	0,5 m
Desvio padrão do erro de efeméride	0,5 m
Desvio padrão do erro troposférico zenital	0,2 m
Desvio padrão do erro ionosférico zenital	4 m
Desvio padrão dos ruídos de rastreamento do código	1 m
Desvio padrão do erro de multicaminho do código	0,5 m
Tempo de correlação do erro de multicaminho	10 s
Amostragem do GPS	2 Hz

Fonte: Do autor (2022).

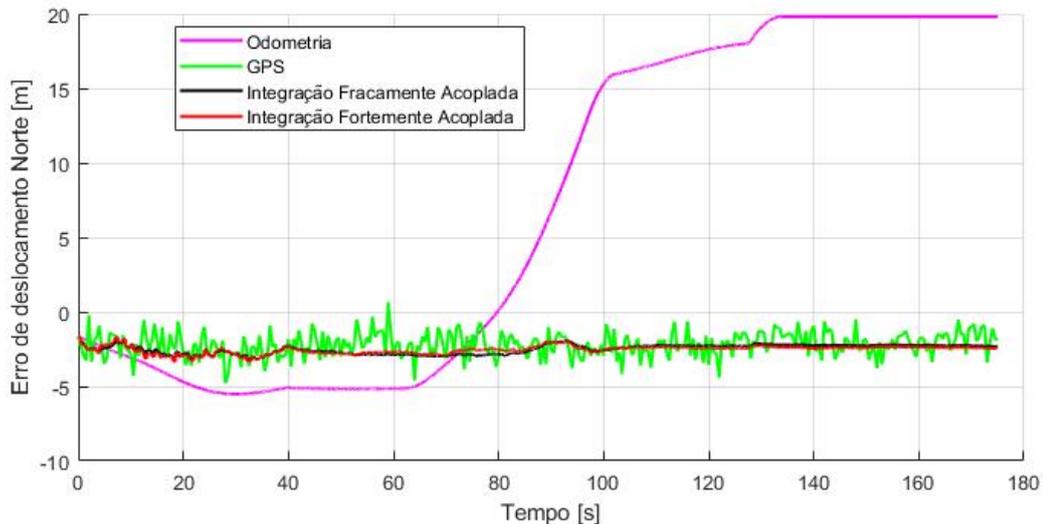
Tabela 5.4 – Parâmetros definidos para a simulação do Filtro de Kalman Estendido.

Parâmetros	Valor
Incerteza inicial da guinada	20 graus
Incerteza inicial da posição horizontal	10 m
Incerteza inicial do <i>bias</i> dos raios das rodas traseiras	$5 \cdot 10^{-3} m$
Incerteza inicial do <i>offset</i> do relógio do receptor	10 m
Incerteza inicial do <i>drift</i> do relógio do receptor	10 m/s
PSD dos ruídos estocásticos da odometria	$1 \cdot 10^{-6} m^2/s$
PSD dos ruídos diretores dos <i>bias</i> es dos raios das rodas traseiras	$1,5 \cdot 10^{-15} m^2/s$
PSD do ruído da fase do relógio do receptor	$0,01 m^2/s$
PSD do ruído da frequência do relógio do receptor	$0,05 m^2/s^3$
Desvio padrão dos ruídos de medição da posição (via GPS)	3,5 m
Desvio padrão dos ruídos de medição da pseudo-distância	2,5 m
Amostragem da integração	2 Hz

Fonte: Do autor (2022).

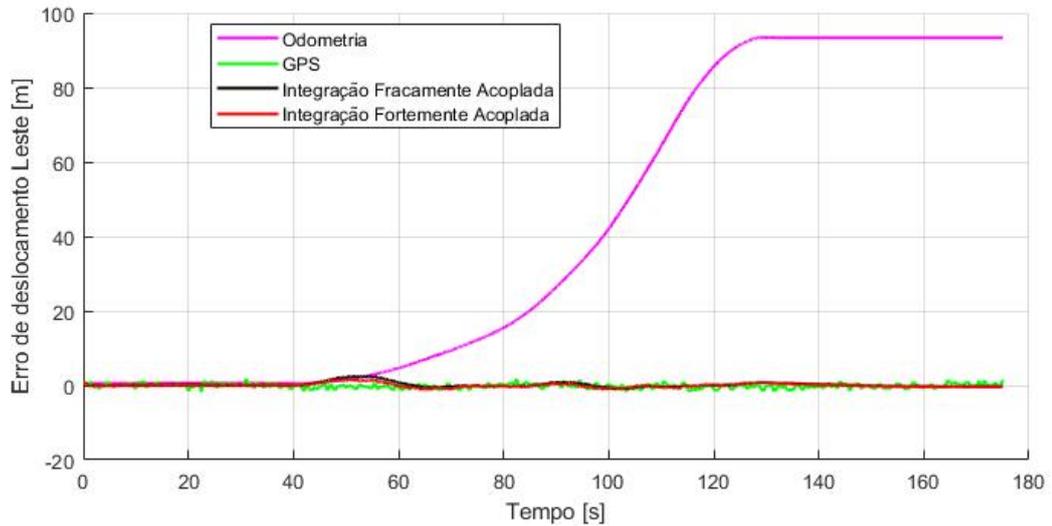
As Figuras 5.2 a 5.4 ilustram os erros de posição cartesiana nas direções Norte e Leste, bem como o erro de guinada do veículo, para as diferentes estratégias de navegação investigadas.

Figura 5.2 – Erro de deslocamento Norte obtido com a adição de ruídos.



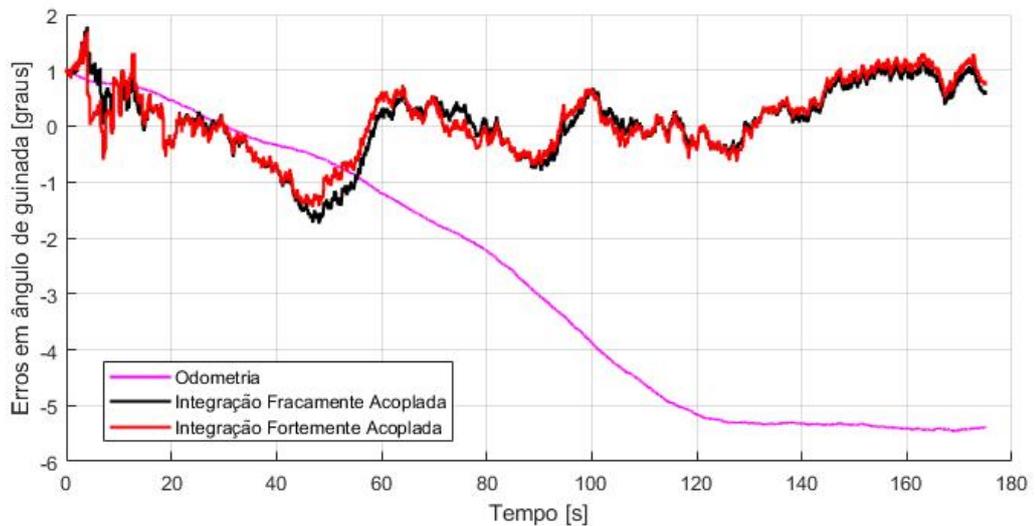
Fonte: Do autor (2022).

Figura 5.3 – Erro de deslocamento Leste obtido com a adição de ruídos.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 5.4 – Erros em ângulo de guinada obtidos com a adição de ruídos.



Fonte: Do autor (2022).

As Tabelas 5.5 e 5.6 resumem os respectivos valores *root mean square* (RMS) e desvios padrões (SD), respectivamente, dos erros de posição cartesiana. Na Tabela 5.5, em particular, é incluído, para fins de comparação, o valor RMS do erro de posição horizontal ( $\delta r_{eb,H}^n$ ), calculada como sendo a norma Euclidiana dos respectivos erros de posição Norte e Leste.

Tabela 5.5 – Valores RMS para os erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste, horizontal e ângulo de guinada.

	Odometria	GPS	LC	TC
$\delta r_{eb,N}^n$ [m]	12,965	2,345	2,419	2,531
$\delta r_{eb,E}^n$ [m]	57,490	0,700	0,592	0,506
$\delta r_{eb,H}^n$ [m]	58,933	2,447	2,490	2,581
$\delta \psi$ [graus]	3.602	x	0,865	0,812

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 5.6 – Desvios padrões dos erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste e ângulo de guinada.

	Odometria	GPS	LC	TC
$\sigma \delta r_{eb,N}^n$ [m]	10,970	0.836	0,346	0,299
$\sigma \delta r_{eb,E}^n$ [m]	40,226	0.685	0,581	0,505
$\sigma \delta \psi$ [graus]	2,339	x	0,862	0,808

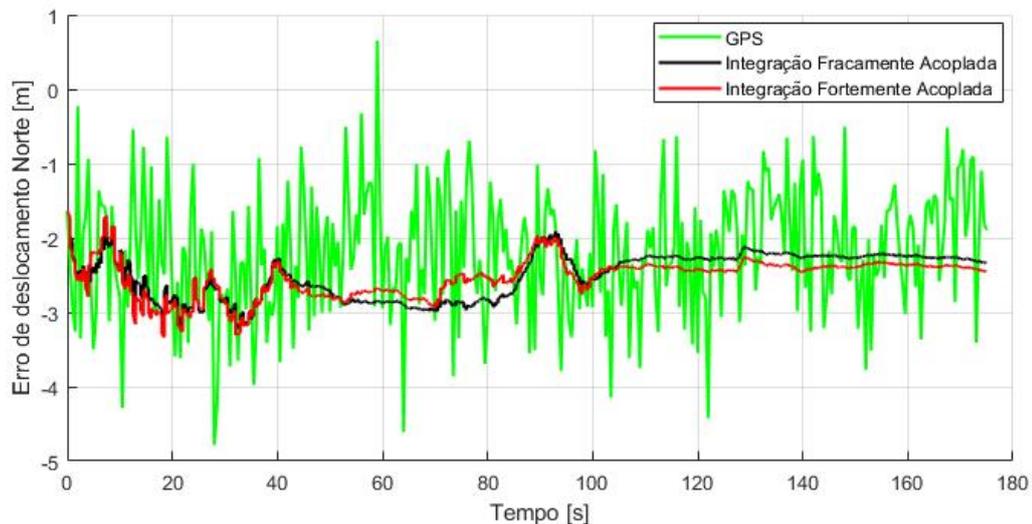
Fonte: Do autor (2022).

Das Figuras 5.2 a 5.4 e Tabelas 5.5 e 5.6, é possível verificar a característica típica do método de navegação odométrico *dead reckoning*, a saber: boa exatidão nos instantes iniciais, a qual, contudo, se degrada progressivamente, com o deslocamento do veículo, o que resultou em um erro de posição horizontal próximo a 60 metros em menos de 2 minutos de simulação.

A navegação por GPS, por outro lado, não apresentou problemas de divergência, mas sim baixa precisão (i.e., maior dispersão das estimativas), conforme pode ser observado nos valores SD da Tabela 5.6. Tal precisão de navegação é geralmente suficiente em aplicações urbanas, uma vez que a posição do veículo pode ser corrigida conhecendo-se o mapa aproximado do local por onde ele trafega (veículos urbanos não trafegam dentro de quarteirões, por exemplo). No entanto, em aplicações agrícolas e *canyons* urbanos, por exemplo, essa possibilidade de correção não se faz disponível, o que faz com que a navegação exclusiva por GPS, não seja suficiente para garantir boa exatidão de posicionamento, além de não fornecer estimativas de orientação do veículo (ângulo de guinada, por exemplo).

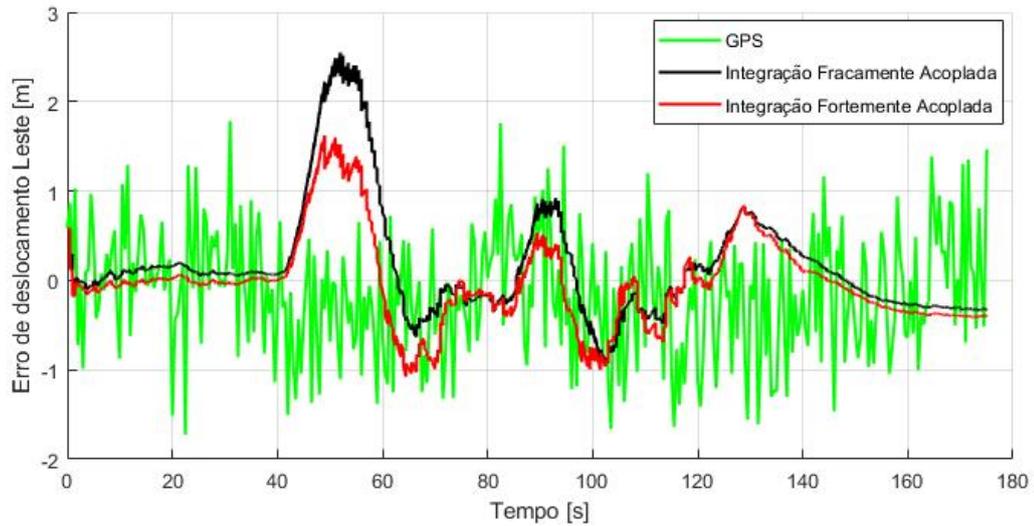
Já nas integrações fracamente e fortemente acoplada, o EKF corrigiu as divergências do sistema referência (odometria), bem como reduziu a dispersão (ruídos) do sistema auxiliar (GPS), indicando boas escolhas dos modelos de predição e atualização usados no EKF. Em termos de valores RMS, a integração fracamente acoplada mostrou-se ligeiramente superior à fortemente acoplada. Já em termos de valores SD, a integração fortemente acoplada resultou em menor dispersão das estimativas, conforme pode ser visto pelos valores SD da Tabela 5.6, bem como nas Figuras 5.5 e 5.6, que são réplicas das Figuras 5.2 e 5.3, excluindo-se somente a solução odométrica pura.

Figura 5.5 – Erros de deslocamento Norte obtidos com a adição de ruídos (odometria pura excluída).



Fonte: Do autor (2022).

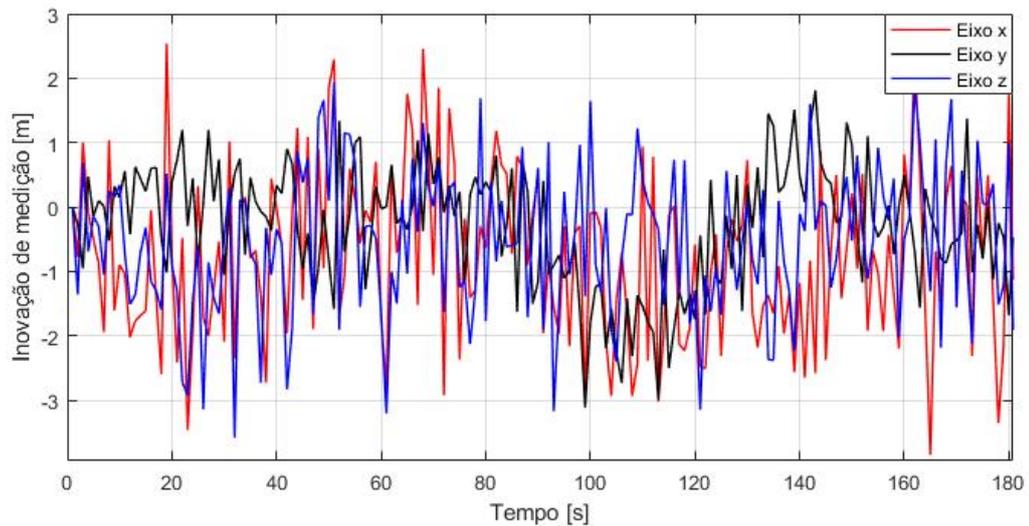
Figura 5.6 – Erros de deslocamento Leste obtidos com a adição de ruídos (odometria pura excluída).



Fonte: Do autor (2022).

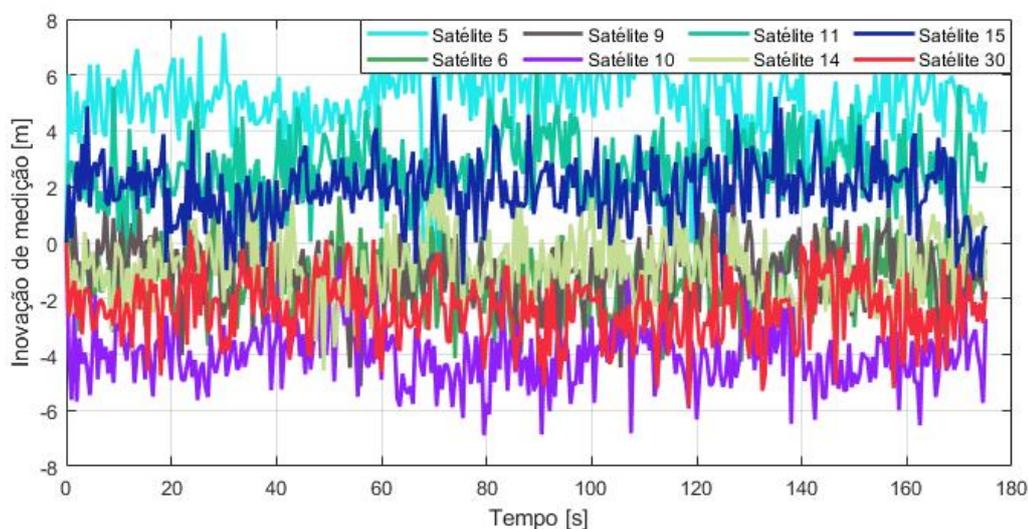
Nas Figuras 5.7 e 5.8, as inovações de medição dos EKFs sinalizam a qualidade dos filtros para as integrações fracamente e fortemente acopladas.

Figura 5.7 – Inovações de medição (posição) para a integração fracamente acoplada.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 5.8 – Inovações de medição (pseudo-distância) para a integração fortemente acoplada.



Fonte: Do autor (2022).

Quando bons modelos de medição são escolhidos para o EKF, i.e., quando assume-se que eventuais erros sistemáticos de medição foram adequadamente mitigados e/ou modelados como estados, tem-se que as inovações de medição resultantes são ruídos brancos Gaussianos de média nula. Essa situação é melhor observada na integração LC, onde as três inovações de posição são mais próximas de zero, ao contrário da integração TC que apresenta inovações dispersas (com erros sistemáticos residuais) para os 8 satélites visíveis. Tal comportamento é um claro indicativo de que o modelo de medição da integração LC foi superior ao da integração TC, o que resultou no seu desempenho de estimação (em termos de valores RMS) também ligeiramente superior.

Conforme é sabido da literatura, a principal vantagem da integração LC, em relação à TC, é a simplicidade da arquitetura. Uma desvantagem, contudo, é o fato de que o GPS é incapaz de fornecer uma estimativa de posição ao EKF de integração (e consequentemente, fazê-lo corrigir a odometria), quando há menos de quatro satélites visíveis ao receptor. Isso, por outro lado, não ocorre na integração TC, onde o auxílio à odometria permanece mesmo quando do fornecimento de apenas uma medição de pseudo-distância por parte do GPS. São desvantagens, contudo, da utilização da topologia TC: maior custo computacional e impossibilidade de implementação em receptores GPS que não forneçam medições brutas das suas observáveis.

## 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O propósito dessa seção é validar os resultados simulados previamente apresentados, analisar a eficiência e qualidade do algoritmo proposto em situações reais e comparar no plano bidimensional as soluções de integração LC e TC. Foram realizados dois testes que compreenderam duas configurações de acoplamento do *encoder*, a saber: uma em rodas não tracionadas e outra em rodas tracionadas, sendo em ambas as configurações, não permitido o esterçamento. O veículo utilizado correspondeu a um protótipo de *rover* agrícola triciclo com a peculiaridade de possuir mais duas rodas paralelas às traseiras para a navegação odométrica por meio de rodas não tracionadas.

Figura 6.1 – Veículo utilizado nos testes experimentais com rodas não tracionadas para obtenção de dados da odometria.



Fonte: Do autor (2022).

Para fins de pós-processamento, foram coletadas massas dados em uma estrada asfaltada com árvores e pequenos prédios na Universidade Federal de Lavras, estando o dia com poucas ou nenhuma nuvem. Os testes apresentaram durações próximas, mesmo sistema de propulsão e veículo. A única alteração de configuração consistiu no acoplamento do *encoder* nas rodas não tracionadas ou tracionadas. Os raios das rodas, o comprimento do eixo traseiro, os parâmetros definidos para a odometria, para o GPS e para o filtro de Kalman estendido, foram os mesmos adotados para os resultados simulados de forma a se garantir comparabilidade entre as três análises, i.e., simulada, experimental não tracionada e experimental tracionada.

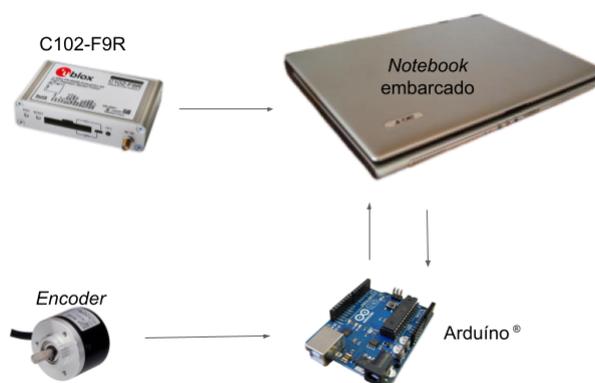
Foram utilizados para a coleta das massas de dados:

- Um módulo de navegação integrada ublox<sup>®</sup> C-102 F9R para obtenção dos dados GPS a serem processados pelo algoritmo e também dos valores de referência (*ground truth*), provenientes da sua solução comercial integrada INS/DGPS;

- Um par de *encoders* rotativos incrementais modelo LPD 3806 de 400 pulsos por revolução;
- Uma placa Arduino® para leitura dos pulsos dos *encoders* e recebimento de mensagens do módulo C-102 para sincronização do GPS com o *encoder*;
- Um *notebook* embarcado no veículo;
- Um par de motores elétricos para propulsão do veículo;
- Um rádio controle para guiar o veículo.

A disposição desses componentes pode ser representada pela Figura 6.2:

Figura 6.2 – Esquema para obtenção da massa de dados e posterior processamento.

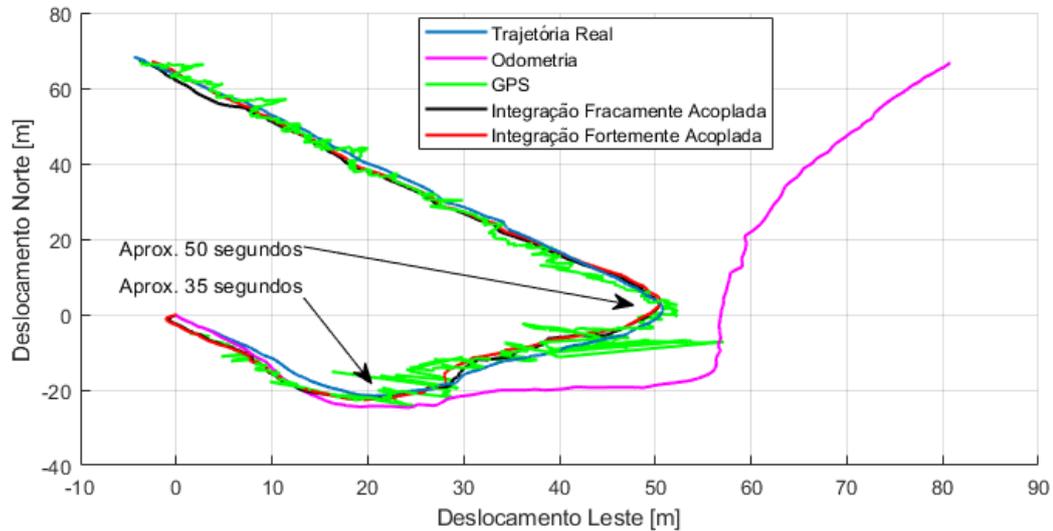


Fonte: Do autor (2022).

## 6.1 Teste com odometria nas rodas não tracionadas

O *rover*, controlado remotamente, se deslocou por 160 metros a uma velocidade média aproximada de 4 km/h. A trajetória bidimensional realizada pelo veículo e as soluções de navegação computadas pela odometria, GPS, LC e TC são ilustradas na Figura 6.3.

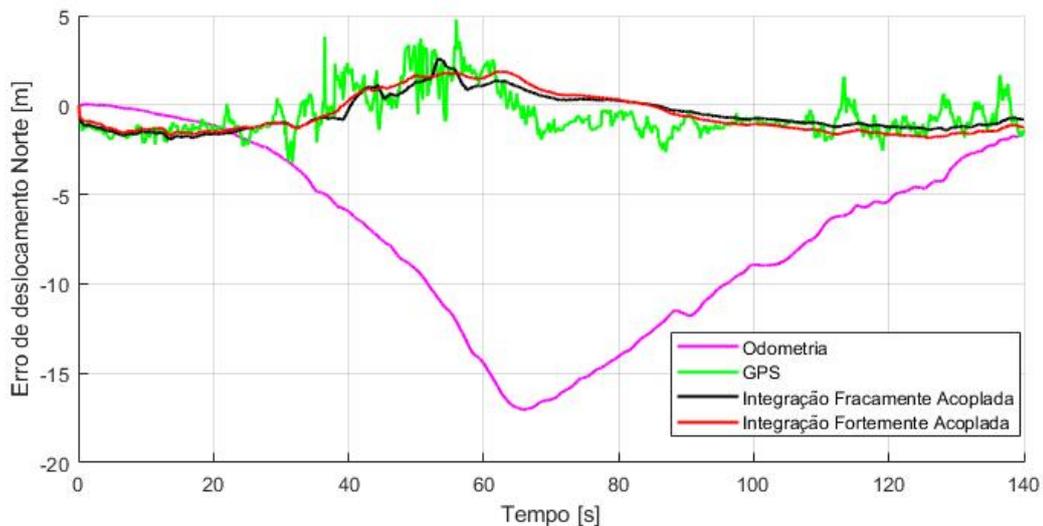
Figura 6.3 – Trajetória bidimensional realizada pelo veículo.



Fonte: Do autor (2022).

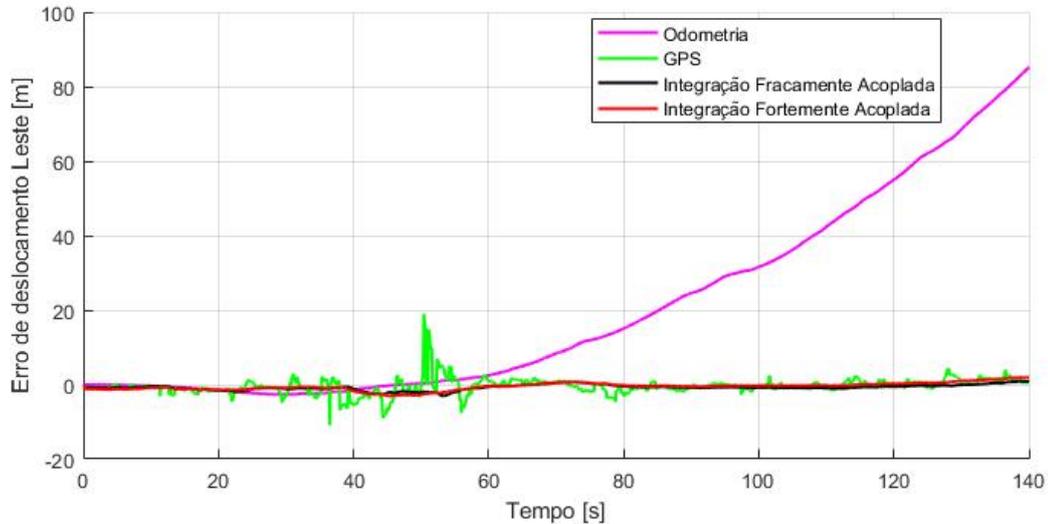
Geradas experimentalmente e comparadas com a solução INS/DGNSS de referência, as Figuras 6.4, 6.5 e 6.6 apresentam os erros de posição cartesiana nas direções Norte e Leste, bem como o erro de guinada do veículo, para a navegação bidimensional.

Figura 6.4 – Erro de deslocamento Norte obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas não tracionadas.



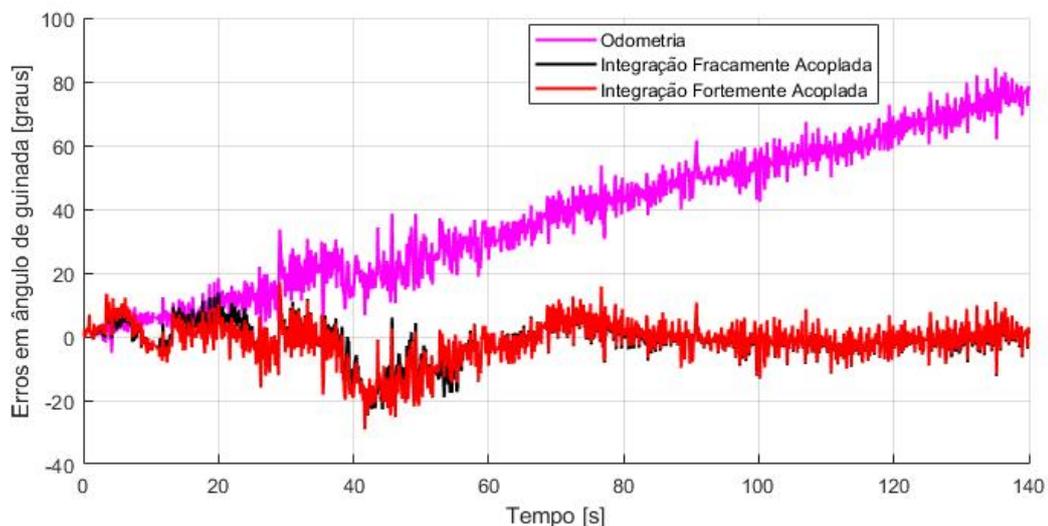
Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.5 – Erro de deslocamento Leste obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas não tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.6 – Erros em ângulo de guinada obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas não tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Conforme pode ser observado, o comportamento da navegação odométrica apresentou uma divergência acentuada em comparação com as demais abordagens de navegação, distinguindo-se notoriamente. Para análises mais precisas, os valores RMS e desvios padrões (SD), respectivamente, dos erros supracitados são apresentados nas Tabelas 5.5 e 5.6 a seguir.

Tabela 6.1 – Valores RMS para os erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste, horizontal e ângulo de guinada para os resultados experimentais com odometria nas rodas não tracionadas.

	Odometria	GPS	LC	TC
$\delta r_{eb,N}^n$ [m]	8,964	1,355	1,112	1,257
$\delta r_{eb,E}^n$ [m]	32,635	2,220	0,968	1,130
$\delta r_{eb,H}$ [m]	33,843	2,600	1,474	1,690
$\delta \psi$ [graus]	43,764	x	5,961	6,501

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 6.2 – Desvios padrões dos erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste e ângulo de guinada para os resultados experimentais com odometria nas rodas não tracionadas.

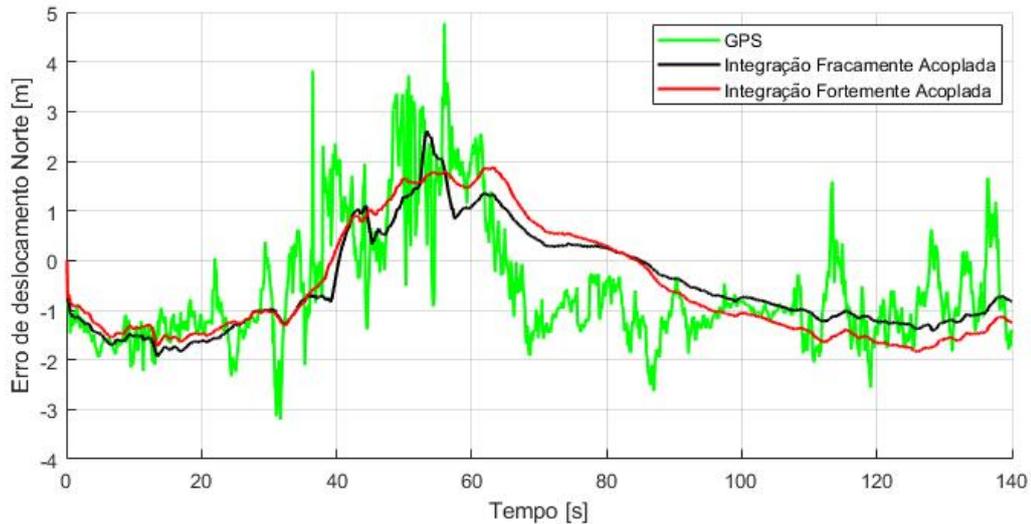
	Odometria	GPS	LC	TC
$\sigma \delta r_{eb,N}^n$ [m]	5,197	1,224	0,905	1,147
$\sigma \delta r_{eb,E}^n$ [m]	25,525	2,185	0,565	1,010
$\sigma \delta \psi$ [graus]	22,542	x	5,837	6,314

Fonte: Do autor (2022).

Embora as Tabelas 6.1 e 6.2 apresentem valores RMS e SD globalmente menores para a odometria em relação ao resultado simulado, não é possível afirmar que se obteve uma navegação mais precisa no experimento, tendo em vista que o deslocamento nesse caso, foi 15 vezes menor, fator este de alto impacto para os métodos *dead reckoning*. Por outro lado, devido ao modelo triciclo do *rover* adotado nos experimentos, a propulsão pelos dois motores elétricos resultou em comportamentos ligeiramente oscilatórios fazendo com o que o veículo alternasse o ângulo de guinada com uma frequência não comum em veículos agrícolas comerciais. Essa alternância do ângulo de guinada do veículo afetou as medições do *encoder* contribuindo para o aumento dos valores de erros na Tabela 6.1.

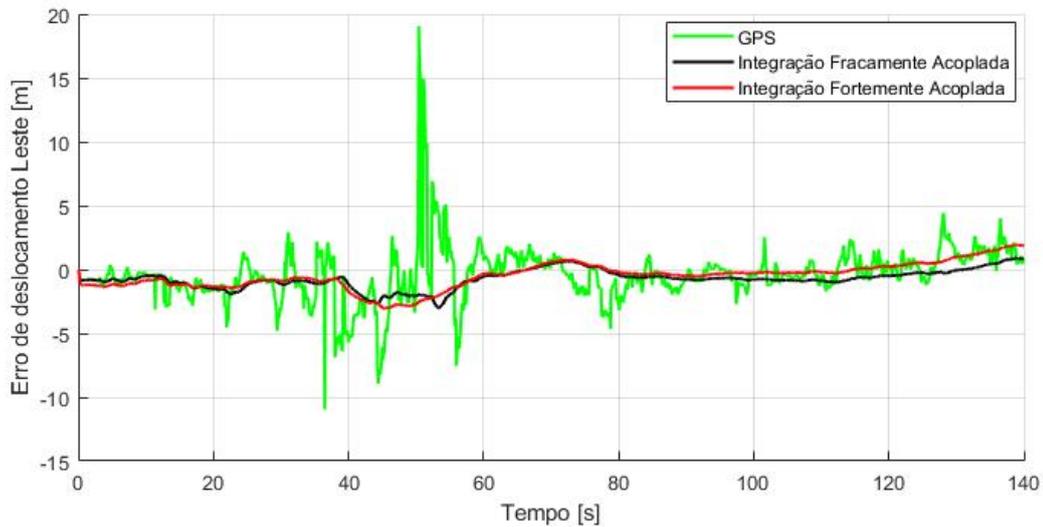
Para fins de comparação, Martins et al. (2011a) obtiveram, para trajetórias retangulares, resultados experimentais melhores para a navegação odométrica diferencial (utilizando 2 *encoders*) e otimizada (utilizando 5 *encoders*) a saber, um erro em ângulo de guinada de 23 e 6 graus, respectivamente. Para um mesmo intervalo de tempo e condições, os resultados experimentais deste trabalho evidenciaram 80 graus de erro de guinada, o que é um indicativo de *biases* significativos nos raios das rodas do *rover*, e/ou da existência de escorregamento/patinação excessiva (ainda que se trate de odometria em rodas não tracionadas).

Figura 6.7 – Erros de deslocamento Norte obtidos para os resultados experimentais com odometria nas rodas não tracionadas e a odometria pura excluída.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.8 – Erros de deslocamento Leste obtidos para os resultados experimentais com com odometria nas rodas não tracionadas e a odometria pura excluída.



Fonte: Do autor (2022).

Das Figuras 6.7 e 6.8 e Tabelas 6.1 e 6.2, pode-se observar que a navegação por GPS apresentou comportamento similar ao teste simulado, com erro de posicionamento horizontal 5% maior e desvios padrões com aumentos mais expressivos devido às condições reais do teste (existência de árvores e construções baixas na proximidade).

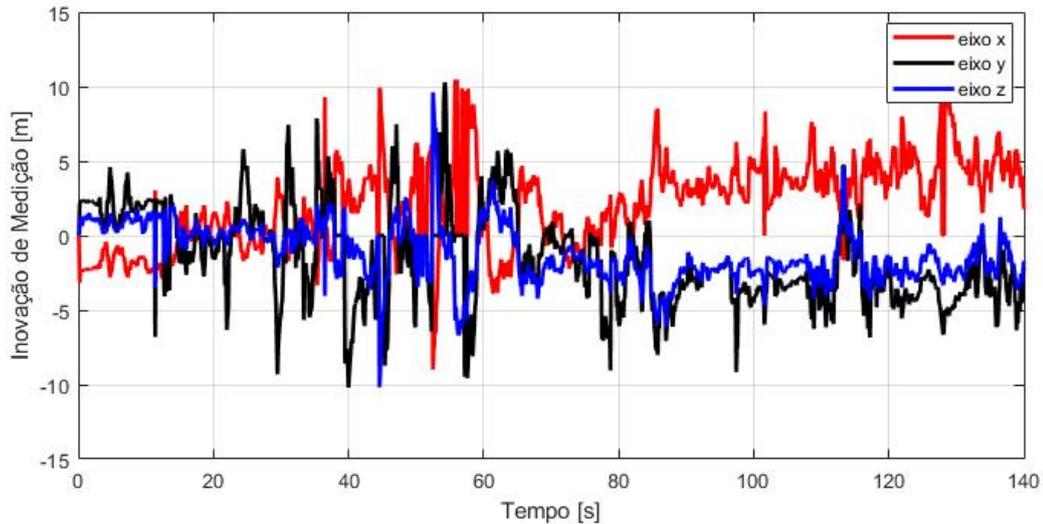
Os resultados experimentais obtidos com a integração LC mostraram-se satisfatórios e condizentes com os resultados simulados. O ângulo de guinada obtido pela LC foi 6,9 vezes pior (o que pode ser explicado pelo fato dos valores de referência para o ângulo de guinada terem sido obtidos via simulação), mas mesmo assim houve uma redução de 40% no erro de posicionamento horizontal devido exclusivamente à integração fracamente acoplada. Os desvios padrões também apresentaram aumentos, comportamento este esperado tanto para a LC quanto para a TC, tendo em vista que as soluções por odometria e o GPS também tiveram seus desvios padrões aumentados.

A fusão sensorial TC apresentou comportamento bastante próximo à LC, em conformidade com o evidenciado nos resultados simulados. O ângulo de guinada foi 8 vezes pior porém houve uma redução de 34,5% no erro de posicionamento horizontal.

De forma global, pode-se observar que as divergências do sistema referência (odometria) e a dispersão (ruídos) do sistema auxiliar (GPS), foram corrigidas em situações mais críticas do que as simuladas e ainda foram obtidos resultados melhores para o posicionamento indicando boas escolhas dos modelos de predição e atualização usados no EKF.

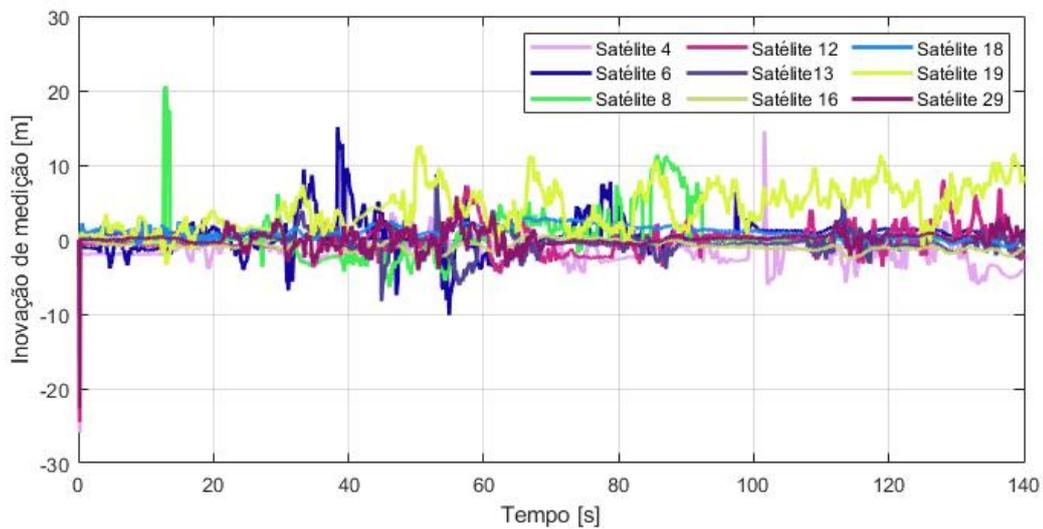
Para um funcionamento ótimo do EKF é importante que as inovações de medição se comportem como ruídos brancos Gaussianos com média nula, característica essa claramente degradada nos dois tipos de integração apresentados pelas Figuras 6.9 e 6.10 em comparação com os resultados simulados. Ainda assim, a confiabilidade e escolha dos modelos de medição mostraram-se adequadas, tendo em vista que nos resultados experimentais o erro de posição horizontal foi menor do que nos resultados simulados.

Figura 6.9 – Inovações de medição (posição) para a integração fracamente acoplada, com odometria nas rodas não tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.10 – Inovações de medição (pseudo-distância) para a integração fortemente acoplada, com odometria nas rodas não tracionadas.



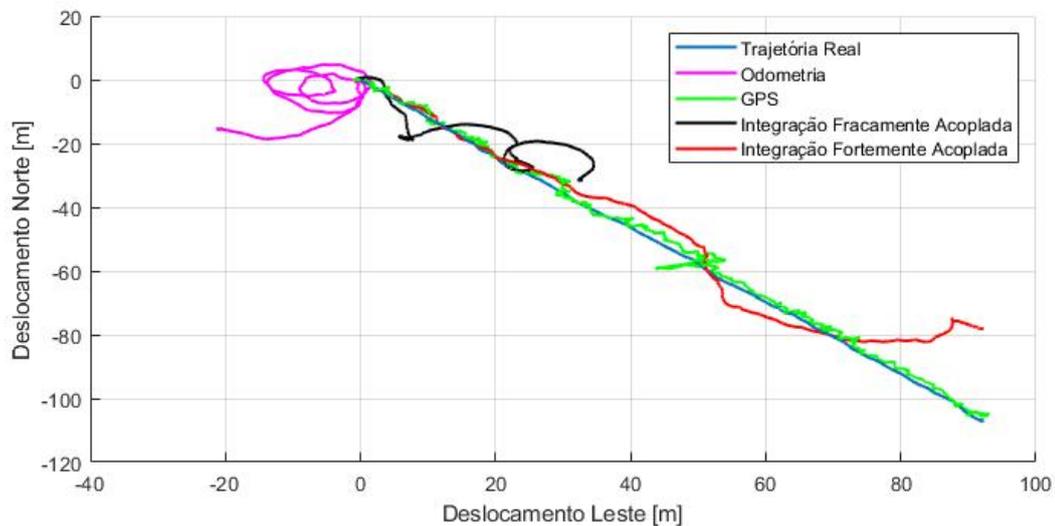
Fonte: Do autor (2022).

Em suma: ambas as topologias de integração testadas mostraram-se eficientes na fusão sensorial da odometria com o GPS, sendo capazes de reter as vantagens de ambos os métodos de navegação e mitigar suas desvantagens. A escolha entre as topologias fracamente e fortemente acopladas deve ser cuidadosa e levar em conta o compromisso existente entre simplicidade de implementação e disponibilidade de sinais GPS.

## 6.2 Teste com odometria nas rodas tracionadas

De forma a se investigar o efeito degradante da utilização da odometria nas rodas tracionadas do veículo, um segundo teste experimental foi concebido, segundo o qual o *rover* se deslocou por 137 metros a uma velocidade média aproximada de 4 km/h. Com exceção da navegação por GPS, os resultados para as outras soluções de navegação agravaram-se consideravelmente, como pode ser observado na Figura 6.11.

Figura 6.11 – Trajetória bidimensional realizada pelo veículo no teste experimental com odometria nas rodas tracionadas.

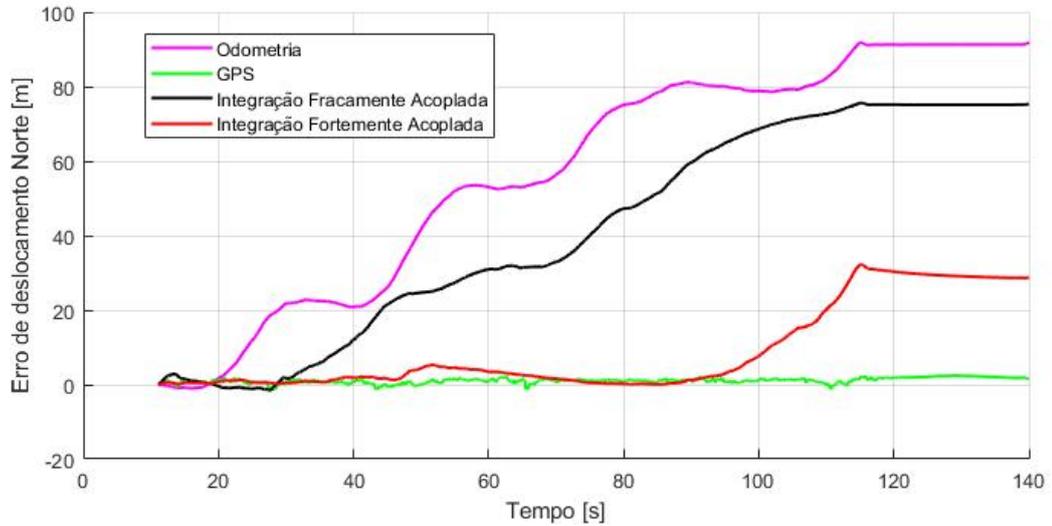


Fonte: Do autor (2022).

Em primeira análise, a Figura 6.11 permite observar um comportamento muito deteriorado para a odometria, o qual foi principalmente ocasionado pelo acoplamento dos *encoders* nas rodas tracionadas. Diversas causas podem ter gerado estes resultados para a odometria, dentre elas a alta potência dos motores, ocasionando deslizamentos/patinações excessivas das rodas, ou até mesmo o giro da roda e não do pneu do veículo (falso giro da roda), comportamento este muito semelhante ao próprio deslizamento entre o pneu e o solo, para fins de análise em navegação. A Figura 6.11 também permite observar que as integrações fracamente e fortemente acoplada não desempenharam tão bem quanto nos outros testes.

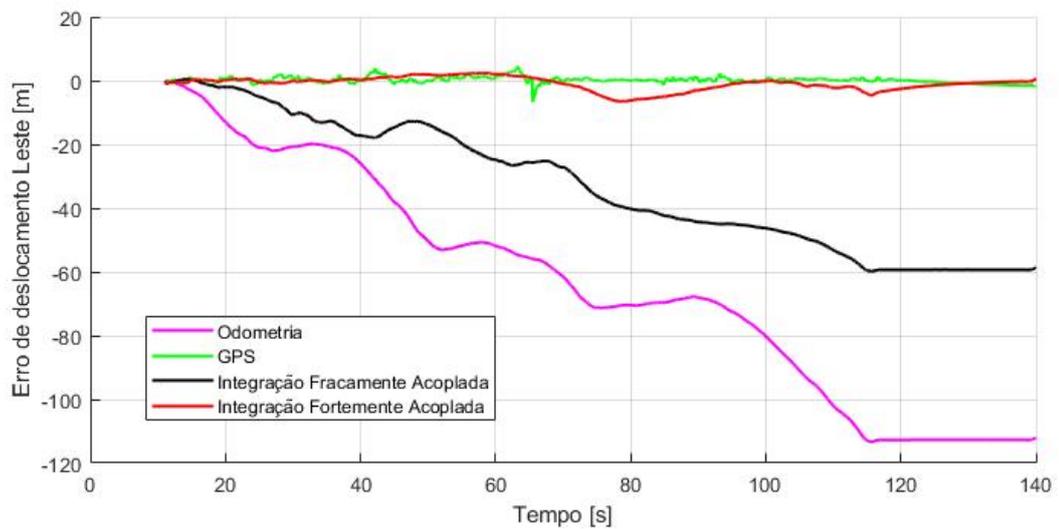
Geradas experimentalmente e comparadas com a solução de referência INS/DGPS, as Figuras 6.12, 6.13 e 6.14 apresentam os erros de posição cartesiana nas direções Norte e Leste, bem como o erro de guinada do veículo, para a navegação bidimensional.

Figura 6.12 – Erro de deslocamento Norte obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas.



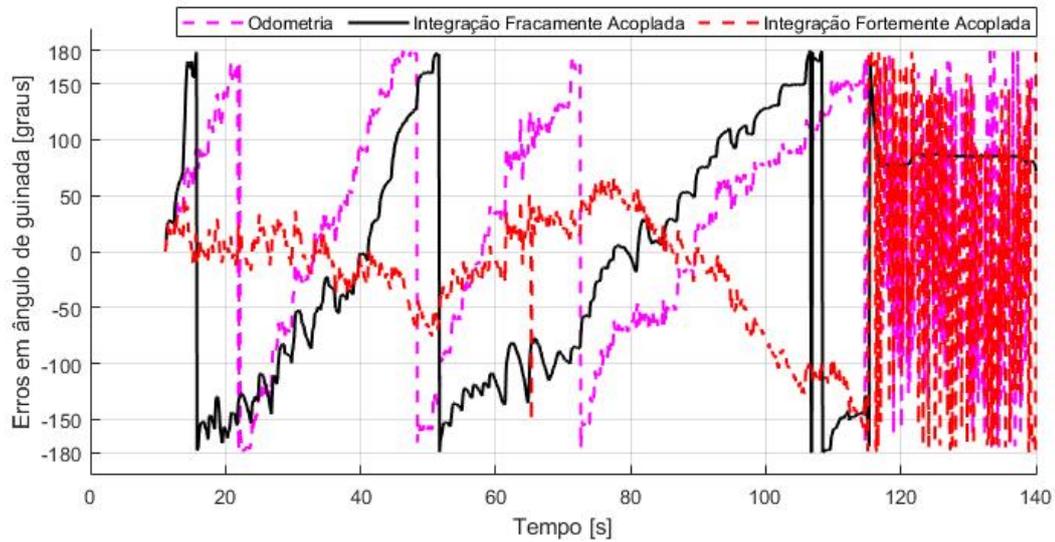
Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.13 – Erro de deslocamento Leste obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.14 – Erros em ângulo de guinada obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Os valores RMS e SD, respectivamente, dos erros supracitados são apresentados nas Tabelas 6.3 e 6.4 a seguir:

Tabela 6.3 – Valores RMS para os erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste, horizontal e ângulo de guinada para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas.

	Odometria	GPS	LC	TC
$\delta r_{eb,N}^n$ [m]	64,952	1,297	50,363	14,675
$\delta r_{eb,E}^n$ [m]	72,830	1,975	38,775	2,315
$\delta r_{eb,H}$ [m]	97,585	2,363	63,560	14,856
$\delta \psi$ [graus]	>180	x	105,390	>180

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 6.4 – Desvios padrões dos erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste, horizontal e ângulo de guinada para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas.

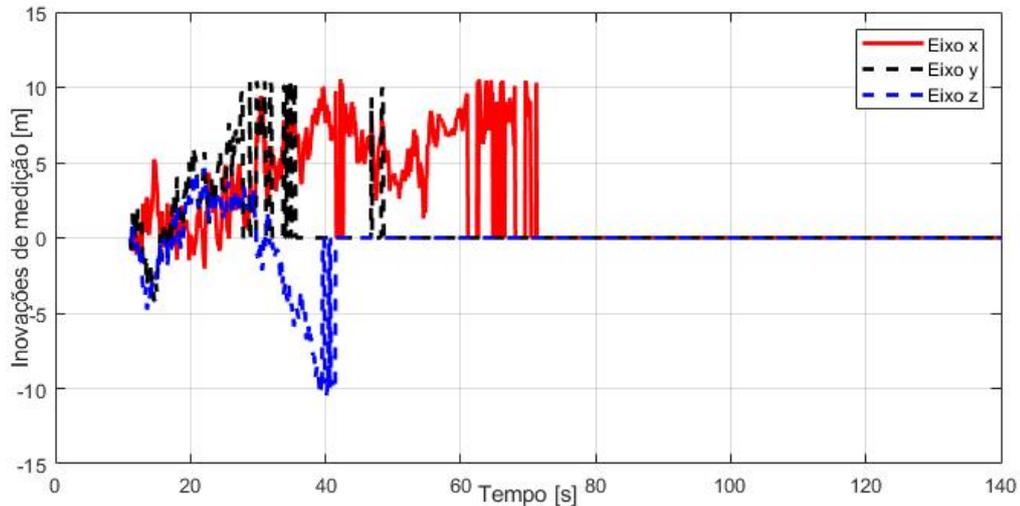
	Odometria	GPS	LC	TC
$\sigma \delta r_{eb,N}^n$ [m]	30,917	0,711	28,106	11,558
$\sigma \delta r_{eb,E}^n$ [m]	35,079	0,963	20,077	2,103
$\sigma \delta \psi$ [graus]	>180	x	105,350	>180

Fonte: Do autor (2022).

Das Figuras 6.12 a 6.14 e Tabelas 6.3 e 6.4, verifica-se que o GPS apresentou erro de posicionamento horizontal 9% menor que o teste anterior. A odometria, por sua vez, apresentou valores RMS 65% maiores para o erro de posicionamento horizontal e superou diversas vezes um erro de 180 graus em ângulo de guinada, comportamento esse que comprometeu drasticamente a orientação do veículo por meio da odometria. Em comparação com o teste experimental anterior, a integração fracamente acoplada e a fortemente acoplada apresentaram valores RMS para o erro de posicionamento horizontal 43 vezes e 9 vezes piores, respectivamente.

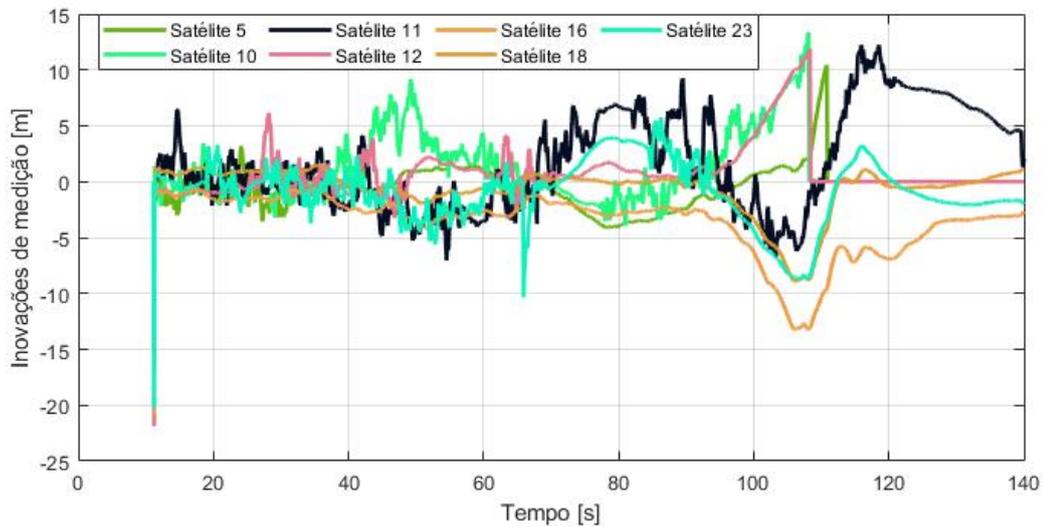
Para fins de reprodutibilidade, as mesmas sintonias do filtro de Kalman foram adotadas para todos os testes. No entanto, devido ao mal comportamento da odometria para o teste com odometria nas rodas tracionadas, este procedimento culminou em resultados insatisfatórios e não otimizados para as integrações. As Figuras 6.15 e 6.16 ilustram o problema de má sintonia dos filtros de Kalman, uma vez que as inovações de medição a partir de um determinado momento, passaram a ser rejeitadas pelo estágio de filtragem de inovação do EKF, pelo fato de não corresponderem com as estatísticas previstas para as mesmas.

Figura 6.15 – Inovações de medição (posição) para a integração fracamente acoplada, com odometria nas rodas tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.16 – Inovações de medição (pseudo-distância) para a integração fortemente acoplada, com odometria nas rodas tracionadas.



Fonte: Do autor (2022).

Desta forma, foi proposto um reprocessamento dos dados do teste com odometria nas rodas tracionadas modificando-se os parâmetros do filtro de Kalman relacionados à confiabilidade da solução de navegação odométrica (matriz  $Q$  do EKF), cujos resultados são apresentados a seguir.

### 6.2.1 Re-sintonia do EKF para as integrações LC e TC

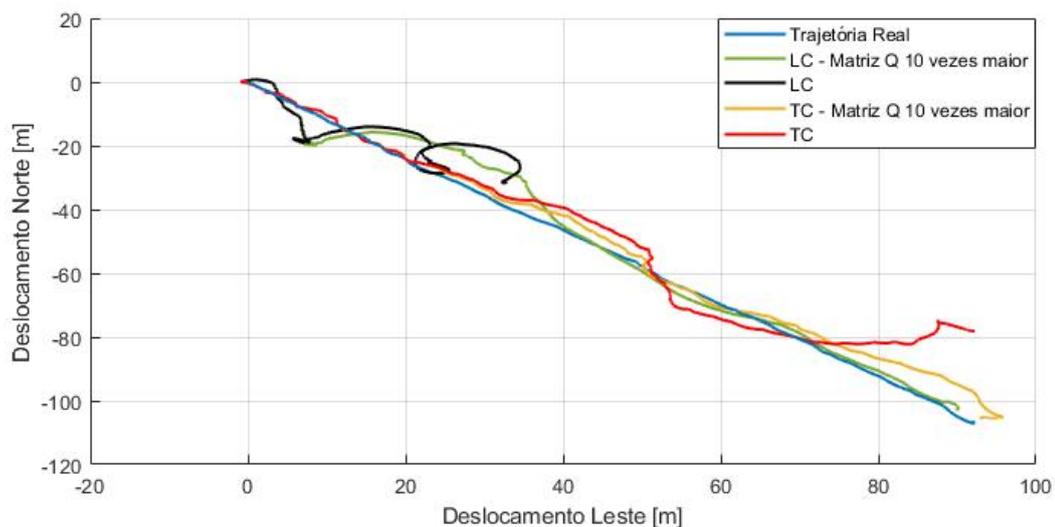
Como forma de adequar o filtro de Kalman à situação do teste experimental com odometria nas rodas tracionadas foi proposto o aumento da incerteza da matriz de covariância dos ruídos do processo  $Q$ , a qual informa ao EKF quão incerto é o modelo de predição, i.e., quanto o EKF deve "acreditar" na odometria, para fins de solução integrada de navegação. Como se sabe que no teste experimental com odometria nas rodas tracionadas, o desempenho da mesma foi significativamente degradado, a matriz  $Q$  deve ser aumentada a fim de que o filtro atribua maior confiabilidade à navegação por meio do GPS. Para fins de comparação, foi proposto um aumento de dez vezes na densidade espectral de potência dos ruídos estocásticos da odometria, conforme indicado na Tabela 6.5:

Tabela 6.5 – Parâmetros definidos para os resultados experimentais do filtro de Kalman estendido com odometria nas rodas tracionadas.

Parâmetros	Valor
PSD dos ruídos estocásticos da odometria	$10 \cdot 10^{-6} m^2/s$

O processamento das integrações LC e TC foram então repetidos com a nova sintonia e a Figura 6.17 compara os novos resultados com os anteriores para a mesma massa de dados.

Figura 6.17 – Comparação entre as integrações LC e TC para os filtros de Kalman originalmente sintonizados e re-sintonizados para o teste experimental com odometria nas rodas tracionadas.

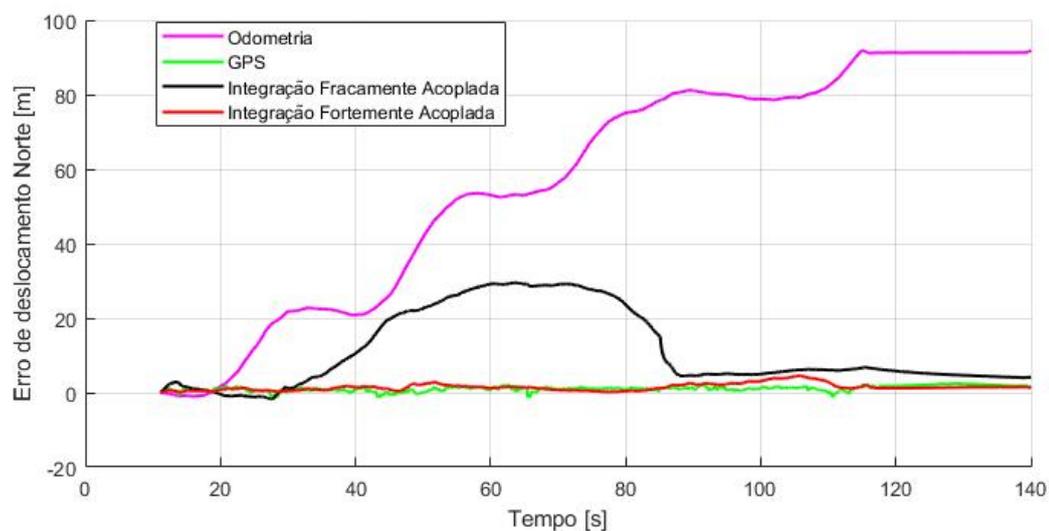


Fonte: Do autor (2022).

Da Figura 6.17, observa-se nitidamente um melhor desempenho das soluções de navegação integradas com a nova sintonia. Com o aumento dos PSDs da matriz  $Q$ , foi aumentado o respectivo ruído de processo e o filtro, por meio do ganho de Kalman, confiou menos na odometria.

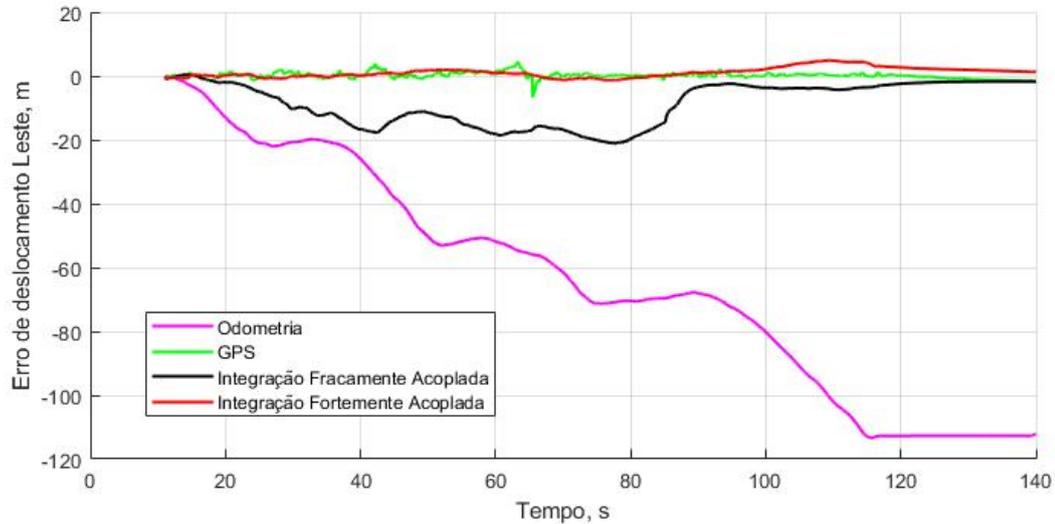
As Figuras 6.18, 6.19 e 6.20 apresentam os erros de posição cartesiana nas direções Norte e Leste, bem como o erro de guinada do veículo, para a navegação bidimensional.

Figura 6.18 – Erro de deslocamento Norte obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas e re-sintonia da matriz  $Q$ .



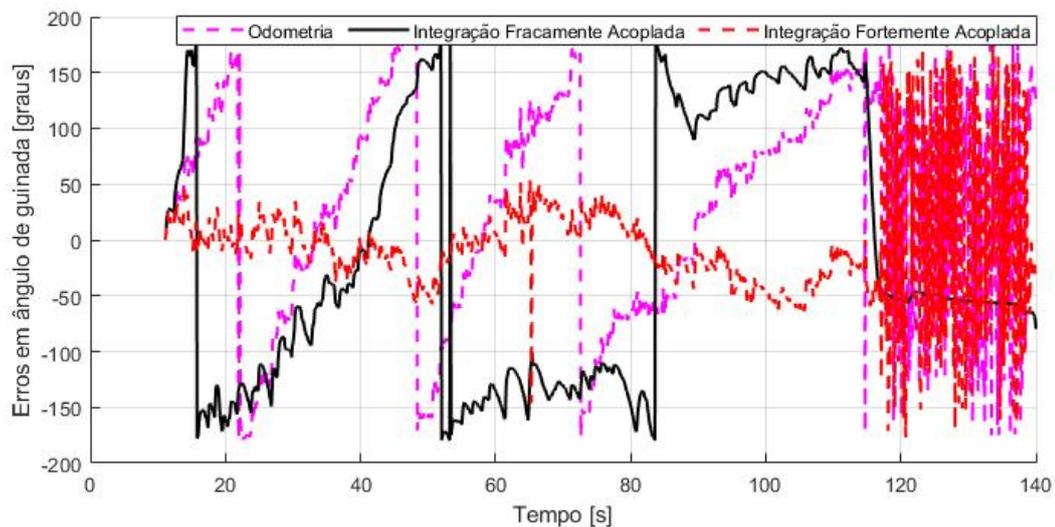
Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.19 – Erro de deslocamento Leste obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas e com re-sintonia da matriz  $Q$ .



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.20 – Erros em ângulo de guinada obtido para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas e com re-sintonia da matriz  $Q$ .



Fonte: Do autor (2022).

Das Figuras 6.18 a 6.20, é possível observar que, ainda com a re-sintonia da matriz  $Q$ , a integração fracamente acoplada continuou a acompanhar mais a navegação de referência do que a integração fortemente acoplada. A integração fortemente integrada, por outro lado, acompanhou mais o sistema auxiliar (GPS).

Nas Tabelas 6.6 e 6.7 são apresentados os respectivos valores RMS e os desvios padrões.

Tabela 6.6 – Valores RMS para os erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste, horizontal e ângulo de guinada para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas e re-sintonia da matriz  $Q$ .

	Odometria	GPS	LC	TC
$\delta r_{eb,N}^n$ [m]	64,952	1,297	15,340	1,750
$\delta r_{eb,E}^n$ [m]	72,830	1,975	10,872	1,867
$\delta r_{eb,H}$ [m]	97,585	2,363	18,802	2,559
$\delta \psi$ [graus]	>180	x	119,117	>180

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 6.7 – Desvios padrões dos erros de posição cartesiana nas direções Norte, Leste e ângulo de guinada para os resultados experimentais com odometria nas rodas tracionadas e re-sintonia da matriz  $Q$ .

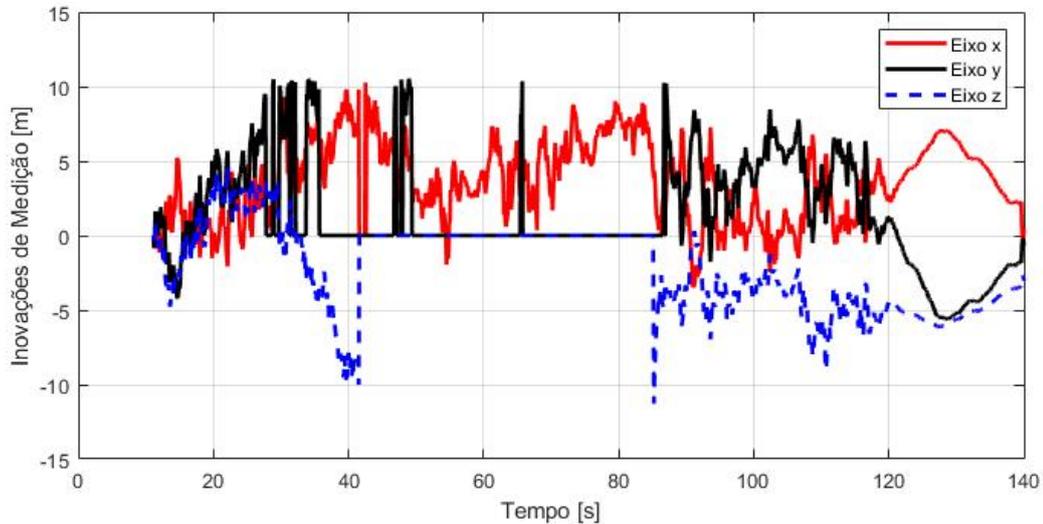
	Odometria	GPS	LC	TC
$\sigma \delta r_{eb,N}^n$ [m]	30,917	0,711	10,361	0,939
$\sigma \delta r_{eb,E}^n$ [m]	35,079	0,963	6,728	1,505
$\sigma \delta \psi$ [graus]	>180	x	118,132	>180

Fonte: Do autor (2022).

Como pode-se observar, os valores RMS para os erros de posicionamento horizontal ainda foram piores em comparação com o teste experimental com odometria nas rodas não tracionadas, sendo 12 e 1,5 vezes pior para a LC e TC respectivamente. Com base nesses resultados, pode-se afirmar que o comportamento da integração TC é significativamente superior ao da integração LC para situações em que a solução de navegação odométrica de referência é muito corrompida. Com a re-sintonia do EKF, a integração TC teve sua solução de navegação aprimorada, a qual, contudo, ainda mostrou-se pior do que a solução de navegação obtida pelo GPS como pode ser observado pela Tabela 6.6, segundo a qual o GPS apresentou um erro de posicionamento horizontal de 2,363 m enquanto a integração TC apresentou para o mesmo erro, 2,559 m. No que tange à estimativa do ângulo de guinada do *rover*, nenhuma melhoria foi identificada com a re-sintonia do EKF. Isto é um indício de que este estado em particular, possui baixa observabilidade a partir das medições do GPS, e que uma navegação odométrica nas rodas tracionadas deve ser evitada a qualquer custo (mesma quando integrada a um sistema auxiliar).

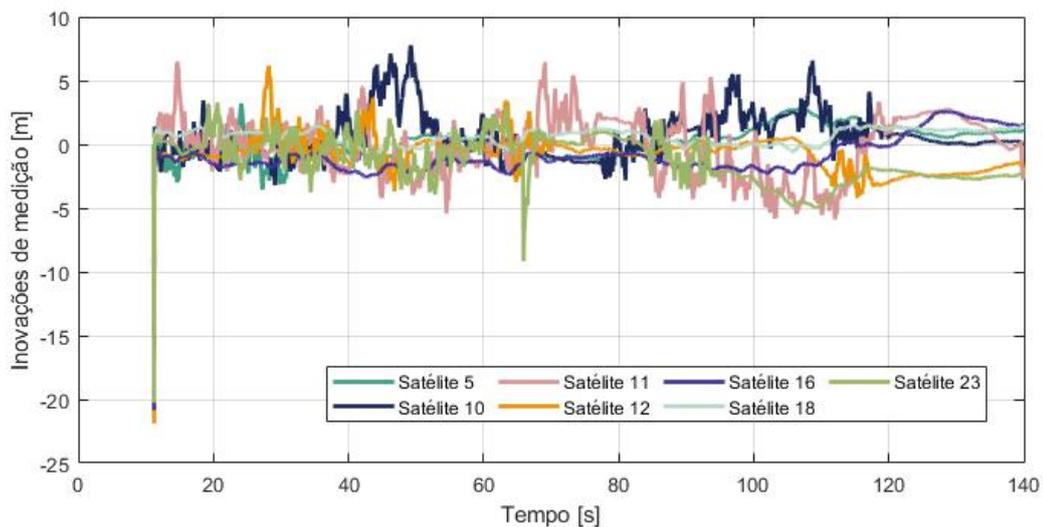
As inovações de medição foram reproduzidas novamente com a re-sintonia do EKF, a fim de evidenciar, principalmente o comportamento do filtro por inovação.

Figura 6.21 – Inovações de medição (posição) para a integração fracamente acoplada, com odometria nas rodas tracionadas e re-sintonia da matriz  $Q$ .



Fonte: Do autor (2022).

Figura 6.22 – Inovações de medição (pseudo-distâncias) para a integração fortemente acoplada, com odometria nas rodas tracionadas e re-sintonia da matriz  $Q$ .



Fonte: Do autor (2022).

Das Figuras 6.21 e 6.22 é possível observar o efeito positivo da re-sintonia, apesar de ainda haver inovações nulas para a integração LC, o que explica seu pior desempenho em comparação com a integração TC. Um indicativo de que a re-sintonia mostrou-se mais adequada para a integração TC é o fato de suas inovações de medição já não apresentarem mais nenhum valor nulo.

## 7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposto, simulado, testado e avaliado um sistema de navegação veicular integrando odometria e sistema de posicionamento global (GPS), visando aplicações em agricultura de precisão (AP). Para fins de comparação, duas técnicas de fusão sensorial tipicamente encontradas na literatura, a saber, a fracamente acoplada (LC) e a fortemente acoplada (TC), foram investigadas. Por meio de simulações e resultados experimentais, foi possível obter um resultado satisfatório comprovando a eficácia das mesmas para fins de posicionamento veicular de precisão, em particular para aplicações agrícolas.

A navegação utilizando apenas a odometria mostrou-se de baixo custo, porém ineficiente, especialmente quando implementada nas rodas tracionadas do veículo. Ainda assim, esse método tem suas vantagens pois pode fornecer solução de posicionamento contínua, isto é, independente de sinais externos. Já a navegação utilizando apenas o GPS mostrou-se eficiente, porém limitada, visto que possui baixa precisão, está sujeita a interrupções dos sinais e não fornece estimativas de orientação do veículo.

A integração da navegação odométrica (*dead reckoning*) com o GPS (*position fixing*) por meio da utilização de filtros de Kalman estendidos (EKF), propiciou um sistema de navegação veicular de baixo custo e com boas características de robustez, confiabilidade, disponibilidade, precisão e exatidão, sendo a principal contribuição das integrações a minimização do acúmulo de erros da navegação odométrica, e a melhoria da precisão da navegação por GPS. A implementação da odometria nas rodas tracionadas afetou significativamente a solução de navegação odométrica, mesmo assim, o EKF por meio de adequada sintonia, apresentou melhorias na solução de navegação. Em suma, a integração fracamente acoplada apresentou resultados ligeiramente melhores quando da utilização da odometria nas rodas não tracionadas, ao passo que a integração fortemente acoplada, apresentou resultados melhores quando da odometria nas rodas tracionadas.

A despeito da eficácia das técnicas de integração propostas, e da evidente melhoria das mesmas, a depender das condições, se comparadas com as soluções de navegação odométrica e GPS puras, verificou-se que nenhuma delas culminou em um desempenho de navegação submétrico (requisito da AP). A integração de outros sistemas auxiliares à odometria, tais como os sistemas de navegação inercial (INS), magnetômetros e barômetros, em adição ao GPS, figura como tópico de investigação futura por parte do autor.

Como sugestão adicional de trabalho futuro, tem-se a realização de testes experimentais e avaliação do comportamento das integrações em situações de falha dos sinais GPS. Além disso, a adição de mais *encoders* para solução odométrica, conforme proposto por Martins et al. (2011b) figura como tópico de interesse do autor. Por fim, pode-se mencionar também o estudo de filtros de Kalman adaptativos para fins de sintonia em tempo real das integrações fracamente e fortemente acopladas entre odometria e GPS.

## REFERÊNCIAS

- BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB® exercises**. [S.l.]: John Wiley & Sons New York, NY, USA, 2012. v. 4.
- CARDOSO, A. H. Análise de alguns parâmetros ionosféricos na anomalia geomagnética do Atlântico Sul mediante ondas. **Revista Brasileira de Física**, v. 12, 1982.
- CARVALHO, G. S. et al. Performance analysis of code-based relative GPS positioning as function of baseline separation. In: IEEE. **2020 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2020 Brazilian Symposium on Robotics (SBR) and 2020 Workshop on Robotics in Education (WRE)**. [S.l.], 2020. p. 1–6.
- CHEN, C.; IBAÑEZ-GUZMÁN, J.; LE-MARCHAND, O. Low-cost loosely-coupled GPS/odometer fusion: a pattern recognition aided approach. In: IEEE. **2008 11th International Conference on Information Fusion**. [S.l.], 2008. p. 1–6.
- CHIANG, K.-W. et al. Assessment for INS/GNSS/odometer/barometer integration in loosely-coupled and tightly-coupled scheme in a GNSS -degraded environment. **IEEE Sensors Journal**, IEEE, v. 20, n. 6, p. 3057–3069, 2019.
- DISSANAYAKE, G. et al. The aiding of a low-cost strapdown inertial measurement unit using vehicle model constraints for land vehicle applications. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, IEEE, v. 17, n. 5, p. 731–747, 2001.
- ENDO, D. et al. Path following control for tracked vehicles based on slip-compensating odometry. In: IEEE. **IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)**. [S.l.], 2007. p. 2871–2876.
- FARRELL, J. **Aided navigation: GPS with high rate sensors**. [S.l.]: McGraw-Hill, Inc., 2008.
- GEORGY, J. et al. Modeling the stochastic drift of a MEMS-based gyroscope in gyro/odometer/GPS integrated navigation. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 11, n. 4, p. 856–872, 2010.
- GIOTTO, E.; ROBAINA, A.; SULZBACH, L. **Agricultura de precisão com o sistema CR campeiro 5: Manual do usuário**, Universidade Federal de Santa Maria, 2004.
- GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P.; BARTONE, C. G. **Global navigation satellite systems, inertial navigation, and integration**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.
- GROVES, P. D. **Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems**. [S.l.]: Artech house, 2013.
- HEGARTY, C. **Understanding GPS/GNSS: principles and applications**. 2019.
- HSU, L.-T. Analysis and modeling GPS NLOS effect in highly urbanized area. **GPS Solutions**, Springer, v. 22, n. 1, p. 1–12, 2018.
- KLOBUCHAR, J. A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency gps users. **IEEE Transactions on aerospace and electronic systems**, IEEE, n. 3, p. 325–331, 1987.

KONATOWSKI, S.; KANIEWSKI, P.; MATUSZEWSKI, J. Comparison of estimation accuracy of EKF, UKF and PF filters. **Annual of Navigation**, 2016.

KRAKIWSKY, E. J.; HARRIS, C. B.; WONG, R. V. A Kalman filter for integrating dead reckoning, map matching and GPS positioning. In: IEEE. **IEEE PLANS 88, Position Location and Navigation Symposium, Record. Navigation into the 21st Century'**. [S.l.], 1988. p. 39–46.

LI, D.; LANDRY, R.; LAVOIE, P. Low-cost MEMS sensor-based attitude determination system by integration of magnetometers and GPS: A real-data test and performance evaluation. In: IEEE. **2008 IEEE /ION Position, Location and Navigation Symposium**. [S.l.], 2008. p. 1190–1198.

MARTINS, R. et al. Cinemática e localização em robótica terrestre usando múltiplos encoders. **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)**, 2011.

MARTINS, R. et al. Localização em robótica terrestre: fusão entre odometria por múltiplos *encoders* e GPS. **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)**, p. 1043–1048, 2011.

MIRANDA, A. C. C. de; VERÍSSIMO, A. M.; CEOLIN, A. C. Agricultura de precisão: Um mapeamento da base da Scielo. **GESTÃO. Org**, Universidade Federal de Pernambuco, v. 15, n. 6, p. 129–137, 2017.

MOHAMED, S. A. et al. A survey on odometry for autonomous navigation systems. **IEEE Access**, IEEE, v. 7, p. 97466–97486, 2019.

MOLIN, J. P.; AMARAL, L. R. do; COLAÇO, A. **Agricultura de precisão**. [S.l.]: Oficina de Textos, 2015.

MOLIN, J. P.; CARREIRA, P. T. Metodologia para ensaios cinemáticos de receptores de GNSS utilizando um GPS RTK como referência. **Revista Brasileira de Agroinformática**, v. 8, n. 1, p. 53–62, 2006.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo Navstar-GPS**. [S.l.]: Unesp, 2000.

NAVSTAR, t. **Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, Navstar Global Positioning System, Interface Specification**. [S.l.], 2006.

O'CONNOR, M. et al. Automatic steering of farm vehicles using GPS. In: WILEY ONLINE LIBRARY. **Proceedings of the Third International Conference on Precision Agriculture**. [S.l.], 1996. p. 767–777.

OHNO, K. et al. Differential GPS and odometry-based outdoor navigation of a mobile robot. **Advanced Robotics**, Taylor & Francis, v. 18, n. 6, p. 611–635, 2004.

ONYEKPE, U. et al. Learning uncertainties in wheel odometry for vehicular localisation in GNSS deprived environments. In: IEEE. **2020 19th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA)**. [S.l.], 2020. p. 741–746.

PEREIRA, V. H. L. et al. Navegação odométrica auxiliada por sistema de posicionamento global. **Anais do XI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**, p. 1–10, 2022.

PEREIRA, V. H. L. et al. Simulador de navegação odométrica em plataforma MATLAB®. **Anais do XXIX Congresso da Pós-Graduação, Universidade Federal de Lavras**, p. 900–909, 2020.

REINSTEIN, M.; KUBELKA, V.; ZIMMERMANN, K. Terrain adaptive odometry for mobile skid-steer robots. In: IEEE. **2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. [S.l.], 2013. p. 4706–4711.

SANTANA, D. D. S. **Navegação terrestre usando unidade de medição inercial de baixo desempenho e fusão sensorial com filtro de Kalman adaptativo suavizado**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.

SIMANEK, J.; REINSTEIN, M.; KUBELKA, V. Evaluation of the EKF-based estimation architectures for data fusion in mobile robots. **IEEE /ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 20, n. 2, p. 985–990, 2014.

SPANGENBERG, M.; CALMETTES, V.; TOURNEREF, J.-Y. Fusion of GPS, INS and odometric data for automotive navigation. In: IEEE. **2007 15th European Signal Processing Conference**. [S.l.], 2007. p. 886–890.

STEPHEN, J. Development of a multi-sensor GNSS based vehicle navigation system. **UCGE Reports**, Citeseer, n. 20140, 2000.

STOLL, A.; KUTZBACH, H. D. Guidance of a forage harvester with GPS. **Precision Agriculture**, Springer, v. 2, n. 3, p. 281–291, 2000.

GPS, U. S. **The Global Positioning System**. 2021. <<https://www.gps.gov/systems/gps/>>. Acesso em: 04 Abril 2021.

TIAN, L.; ZHOU, Y.; TANG, L. Improving GPS positioning precision by using optical encoders. In: IEEE. **ITSC2000. 2000 IEEE Intelligent Transportation Systems. Proceedings (Cat. No. 00TH8493)**. [S.l.], 2000. p. 293–298.

YI, J. et al. IMU -based localization and slip estimation for skid-steered mobile robots. In: IEEE. **IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)**. [S.l.], 2007. p. 2845–2850.