



DANIEL HENRIQUE PINHEIRO

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE
OTIMIZAÇÃO DE CONSUMO DE
COMBUSTÍVEL PARA O PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS
CAPACITADOS**

LAVRAS – MG

2013

DANIEL HENRIQUE PINHEIRO

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE
CONSUMO DE COMBUSTÍVEL PARA O PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS**

Monografia apresentada ao Colegiado do Curso de
Ciência da Computação da Universidade Federal de
Lavras como parte das exigências para obtenção do
título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador

Profa. Marluce Rodrigues Pereira

Co-Orientador

Prof. Neumar Malheiros

LAVRAS – MG

2013

DANIEL HENRIQUE PINHEIRO

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE
CONSUMO DE COMBUSTÍVEL PARA O PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS**

Monografia apresentada ao Colegiado do Curso de
Ciência da Computação da Universidade Federal de
Lavras como parte das exigências para obtenção do
título de Bacharel em Ciência da Computação.

APROVADA em 04 de Setembro de 2013.

Prof. Cristiano Leite de Castro UFLA

Prof. Evelíse Roman Corbalan Gois Freire UFLA

Profa. Neumar Malheiros UFLA


Prof. Marluce Rodrigues Pereira

(Orientador)

LAVRAS – MG

2013

Dedico esta monografia a todos que fizeram parte da minha vida, que me ensinaram por menos que fosse, algo que sempre me acrescentou.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe Sandra, meu pai Tarley, à minha irmã Daniele, meu irmão Douglas, aos amigos, em especial a todos da República 330 e a minha orientadora e ao meu co-orientador. Obrigado.

Nossa vida é feita de otimizações, sempre acrescentando e melhorando o modelo anterior.

(Autor Daniel Pinheiro)

RESUMO

O consumo de combustível dos veículos na distribuição de produtos é digno de atenção, tanto para logística de baixo carbono, quanto para redução do custo de distribuição. Os modelos clássicos de logística de distribuição geralmente são voltados para a minimização da distância, dando pouca atenção às propriedades de distribuição relacionadas a fatores como depreciação dos veículos, remuneração do capital, custos administrativos, IPVA/seguro obrigatório dos veículos e pessoal, desgaste dos pneus, óleo, lavagem, lubrificação, combustível, manutenção e pedágio. O consumo de combustível é afetado por muitas variáveis, como velocidade realizada durante a viagem, inclinação do terreno das vias, distância percorrida, entre outras. Este trabalho propõe uma extensão do modelo clássico do Problema de Roteamento de Veículos considerando a taxa de consumo de combustível. Este problema é resolvido através da técnica de programação linear. A função objetivo visa minimizar o custo com consumo de combustível dos veículos. Esse modelo foi implementado e validado utilizando o software CPLEX. Inicialmente foram realizados testes no qual as respostas obtidas foram analisadas com instâncias pequenas e verificou-se sua coerência com o problema real. Após esses testes iniciais, foi realizada uma avaliação de desempenho para analisar o custo computacional da resolução do problema. Verificou-se que, para encontrar a solução ótima, o tempo de resposta cresce exponencialmente.

Palavras-Chave: Taxa de Consumo de Combustível; Problema de Roteamento de Veículos; Minimização; Otimização Linear.

SUMÁRIO

1	Introdução	11
1.1	Motivação	11
1.2	Objetivos	12
1.3	Metodologia	13
1.4	Organização do texto	14
2	Referencial Teórico	15
2.1	Problema de Roteamento de Veículos	15
2.1.1	Formulação Clássica do Problema de Roteamento de Veículos	17
2.2	Pesquisa Operacional	18
2.3	Programação Linear	20
2.4	CPLEX	22
2.4.1	OPL(Optimization Programming Language)	22
2.4.1.1	Parâmetros	23
2.4.1.2	Variáveis	23
2.4.1.3	Função Objetivo	23
2.4.1.4	Restrições	23
2.4.2	Algoritmo Branch and Bound	24
3	Modelagem do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados	27
3.1	Economia dos custos com transporte	27
3.2	Definição do Problema	28
3.3	Formulação do Problema	29
3.3.1	Variáveis de Decisão	29
3.3.2	Função Objetivo	30
3.3.3	Restrições	31
3.3.4	Formulação Completa	33

4	Análise do Modelo	35
4.1	Implementação do Modelo no CPLEX	35
4.2	Verificação do Modelo	35
4.2.1	Cenário 1	36
4.2.2	Cenário 2	37
4.2.3	Cenário 3	38
4.2.4	Cenário 4	39
4.2.5	Cenário 5	40
4.2.6	Cenário 6	41
4.3	Avaliação	42
5	Conclusão	46
A	Implementação no CPLEX	48
A.1	Código do Modelo em Linguagem OPL	48
A.2	Entrada de Dados	50

LISTA DE FIGURAS

2.1	Grafo ponderado	16
2.2	Processo de Modelagem	19
2.3	Árvore de branch	25
2.4	Efeito de redução do bound ("limite")	26
4.1	Disposição dos clientes e depósito	36
4.2	Seqüência de clientes atendidos pelo veículo 1 no cenário 1	37
4.3	Seqüência de clientes atendidos pelos veículos no cenário 2	37
4.4	Disposição dos clientes e depósito do cenário 3	38
4.5	Seqüência de clientes atendidos pelos veículos 1 e 2 no cenário 3	39
4.6	Seqüência de clientes atendidos pelo veículo 5	40
4.7	Disposição dos clientes e depósito	40
4.8	Seqüência de clientes atendidos pelo veículo 2	41
4.9	Seqüência de clientes atendidos pelos veículos 2 e 3	42
4.10	Tempo de execução	44

LISTA DE TABELAS

4.1	Variações do número de clientes	43
4.2	Variações da capacidade	45

1 INTRODUÇÃO

O problema de roteamento de veículos (LAPORTE, 1992a) é utilizado em muitas aplicações, como por exemplo, definir rotas para uma empresa de transporte de cargas. Desde que foi proposto por Dantzig e Ramser (JH, 1959) este problema vem sendo muito estudado no que diz respeito a fatores como redução de custos (principalmente com combustível) e maior controle da frota.

Muitas variações deste problema já foram definidas tais como: Pickup and Delivery (SAVELSBERGH; SOL, 1995) o qual é um problema de roteamento de veículos (PRV) que inclui tanto entrega como coleta, PRV capacitados (RALPHS *et al.*, 2003) que requer que cada rota não exceda a capacidade do veículo e o PRV com janela de tempo (BRÄYSY; GENDREAU, 2005) que é quando se tem um tempo limite máximo para a entrega de produto. Há um grande número de estudos em algoritmos para resolver o PRV. Por ser um problema NP-difícil, existem algoritmos exatos e heurísticas para resolvê-los.

1.1 Motivação

Até a década de 1950, a economia brasileira se fundava na exportação de produtos primários, e com isso o sistema de transportes limitou-se aos transportes fluvial e ferroviário. Com a aceleração do processo industrial na segunda metade do século XX, a política para o setor concentrou os recursos no setor rodoviário. Como resultado, o setor rodoviário movimentava no final do século mais de 60% das cargas (KUBOTA, 2006).

Pode-se definir logística como sendo a junção de quatro atividades básicas: as de aquisição, movimentação, armazenagem e entrega de produtos. O transporte representa, em média, 64% dos custos logísticos (J CLOSS DAVID J, 1999). Com relação às nações com razoável grau de industrialização, estudos e pesquisas realizados em 2004 apontam que os gastos com logística oscilam ao redor de 12% do

PIB no Brasil (LIMA, 2006). Isso indica o quão é importante o setor na economia da nação.

A distribuição de mercadorias é um dos fatores que influenciam na formação do preço final de um produto. O custo dessa logística é definido por diferentes variáveis. Os itens de custo variável são aqueles que variam em proporção direta às variações no formador de custos. Os itens de custo fixo por sua vez, são aqueles que não são imediatamente afetados por variações nos formadores de custos.

Considerando exclusivamente a distância percorrida como único formador de custos relevante,(LIMA, 2006) propõe a seguinte classificação de itens entre custos fixos e variáveis no transporte rodoviário de cargas. Os custos fixos são: depreciação dos veículos, remuneração do capital, custos administrativos, IPVA/seguuro obrigatório dos veículos (não inclui prêmios pagos por seguro da carga) e pessoal. Os custos variáveis são: pneus, óleo, lavagem, lubrificação, combustível, manutenção e pedágio.

No presente trabalho, considera-se um formador de preço também a taxa de consumo de combustível, que será utilizada no modelo de otimização. O consumo de combustível é afetado por uma enorme quantidade de variáveis, como velocidade realizada durante a viagem, inclinação do terreno das vias, distância percorrida, etc. A análise do impacto dessas variáveis no problema é muito importante quando o objetivo é minimizar a quantidade de combustível gasto na distribuição de mercadorias.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é propor uma extensão do modelo clássico do Problema de Roteamento de Veículos considerando a taxa de consumo de combustível.

Como objetivos específicos pretende-se:

- Estudar a técnica de Programação Linear;
- Estender o modelo clássico de roteamento de veículos considerando a taxa de consumo de combustível;
- Analisar o modelo proposto;
- Verificar o modelo proposto realizando simulações com diferentes instâncias, variando o número de clientes e de veículos.

1.3 Metodologia

Neste trabalho, foi proposto um modelo de otimização de consumo de combustível para resolver o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados que é uma extensão do modelo clássico, baseada no trabalho de (XIAO *et al.*, 2012).

O problema foi modelado de acordo com a abordagem de Programação Linear Inteira. O modelo foi resolvido utilizando-se o algoritmo Branch and Bound, o que permite obter a solução ótima para um dada instância do problema. Para solucionar o modelo foi utilizada a ferramenta CPLEX da IBM por disponibilizar uma IDE que facilita a implementação e a geração de resultados.

Foi implementado um programa na linguagem Java para auxiliar na criação das instâncias usadas na avaliação do modelo. Cada instância inclui um grafo no qual os nós representam os clientes para os quais devem ser feitas as entregas de mercadoria e o depósito. A posição dos nós é escolhida de forma aleatória, seguindo uma distribuição uniforme, e a distância entre eles é determinada pela distância euclidiana entre suas posições no plano.

Para testar o modelo foram executadas simulações variando o número de clientes, o número de veículos e a capacidade do veículo.

1.4 Organização do texto

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: O capítulo 2 apresenta conceitos relacionados ao problema de roteamento de veículo, a pesquisa operacional, programação linear e uma breve descrição sobre o CPLEX e a linguagem OPL. O capítulo 3 apresenta as fases de construção do modelo. O capítulo 4 tem como objetivo fazer uma análise do modelo de acordo com os experimentos realizados. O capítulo 5 finaliza o trabalho com a conclusão e proposta de trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo aborda alguns conceitos importantes para um bom entendimento do texto, o Problema de Roteamento de Veículos, Pesquisa Operacional, Programação Linear e o CPLEX.

2.1 Problema de Roteamento de Veículos

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um problema de grande importância estratégica e de difícil solução computacional (LAPORTE, 1992b). Por isso, vem sendo estudado há várias décadas por vários pesquisadores de todo o mundo. Ele pode ser descrito da seguinte forma: dado um depósito de abastecimento e vários clientes ligados ao depósito e entre si através de vários caminhos de custos diferentes, descobrir a melhor rota a ser executada por um veículo que saia do depósito, passe por todos os clientes e retorne com o menor custo possível.

Uma rota é uma sequência de pontos de entrega e/ou coleta que o veículo deve percorrer ordenadamente, iniciando e finalizando em um depósito. Um PRV consiste basicamente em estabelecer e organizar rotas eficientes para veículos realizarem a distribuição de mercadorias, minimizando os custos. Dispondo de uma frota de k veículos idênticos ou não, deseja-se atender um conjunto de n clientes, cada um com uma demanda específica.

Uma forma muito comum de representar o PRV é através de grafos ponderados (H.CORMEN, 2012), onde os vértices representam o depósito e os clientes, e as arestas representam o caminho ligando os vários vértices entre si. Os pesos das arestas é o custo de se percorrer os caminhos. Na figura 2.1, é ilustrada uma instância do PRV na qual o nó 0 representa o depósito e os nós 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 representam os clientes.

De acordo com a aplicação e com os requisitos adicionais, vários tipos de problema de roteamento de veículos tem sido formulados. Pickup and Deli-

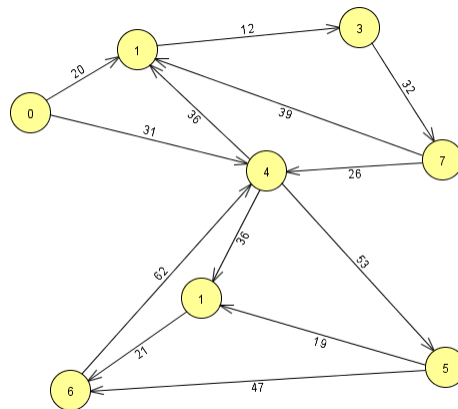


Figura 2.1: Grafo ponderado

very (SAVELSBERGH; SOL, 1995) considera tanto as entregas quanto as coletas. O PRV capacitados (GOLDEN B. L., 198) considera a capacidade de carga do veículo em cada rota. O PRV com múltiplos depósitos (RENAUD J., 1996) especifica que há vários depósitos e que cada veículo pode iniciar e terminar a rota em algum desses depósitos. PRV com janela de tempo (SOLOMON, 1987) requer que o serviço para o cliente seja realizado dentro de um tempo limite específico. PRV considerando economia de energia (KARA; KARA; YETIS, 2007), que considera a economia de combustível.

O trabalho de (XIAO *et al.*, 2012) propõe um modelo para o PRV considerando a taxa de consumo de combustível e uma solução usando um algoritmo *simulated annealing*.

Em termos de complexidade computacional, os Problemas de Roteamento de Veículos (PRV), assim como a maioria dos problemas combinatórios, são classificados como NP-Difícil (H.CORMEN, 2012), pois sua complexidade de tempo é exponencial $O(c^n)$, onde c é uma constante e n é o número de clientes a serem analisados.

Baldacci (R HADJICONSTANTINOU E, 2004) concluiu que problemas de roteamento de veículos capacitados (PRVC) podem ser resolvidos com algorit-

mos exatos, para instâncias com até 50 clientes aproximadamente. Para instâncias com mais de 100 clientes, devem ser utilizados métodos heurísticos.

2.1.1 Formulação Clássica do Problema de Roteamento de Veículos

Nesta seção é apresentado um modelo clássico do Problema de Roteamento de Veículos (ARENALES VINÍCIUS ARMENTANO, 2007).

O problema é representado por um grafo orientado completo $G = (N, E)$, em que $N = C \cup \{0, n + 1\}$, com $C = \{1, \dots, n\}$ é o conjunto de nós que representam os clientes, e $0, n + 1$ são os nós que representam o depósito. O conjunto $E = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j, i \neq n + 1, j \neq 0\}$ correspondem aos arcos associado às conexões entre os nós. Nenhum arco termina no nó 0 e nenhum arco começa no nó $n + 1$. Todas as rotas começam no nó 0 e terminam no nó $n + 1$. Um custo C_{ij} está associado a um arco $(i, j) \in E$. Cada cliente i possui uma demanda a_i . Um conjunto K de veículos idênticos, cada veículo $k \in K$ com capacidade Q , está situado no depósito. O objetivo é minimizar o custo total de viagens, sujeito às seguintes restrições.

- Cada cliente pertence somente a uma rota.
- Cada rota inicia e termina no depósito.
- A demanda total de uma rota não pode exceder a capacidade Q do veículo.

Definindo as variáveis

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ percorre o arco } (i, j), \forall k \in K, \forall (i, j) \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e considere a seguinte formulação:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i, j) \in E} c_{i, j} x_{ijk} \quad (2.1)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in C \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq Q, \forall k \in K \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1, \forall k \in K \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in C, \quad \forall k \in K \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+i,k} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, S \subset C, 2 \leq |S| \leq |n/2|, \forall k \in K \quad (2.7)$$

$$\mathbf{x} \in B^{K|E|} \quad (2.8)$$

A função objetivo (2.1) representa a minimização do custo total das rotas. A restrição (2.2) asseguram que cada cliente i é designada a um único veículo. A restrição (2.3) impõem que a demanda total de uma rota do veículo k não exceda a capacidade Q de um veículo. As restrições (2.4), (2.5) e (2.6) representam restrições em fluxo de rede. As restrições (2.7) garantem a não existencia de sub-rotas. E (2.8) indica o tipo de variável.

2.2 Pesquisa Operacional

A abordagem científica para tomada de decisões, que procura determinar como melhor projetar e operar um sistema, usualmente sob condições que requerem a alocação de recursos escassos, é chamada de pesquisa operacional (ARENALLES VINÍCIUS ARMENTANO, 2007). No contexto de pesquisa operacional, pode-se utilizar uma abordagem de modelagem matemática para resolução de problemas de otimização, como ilustrado na Figura 2.2.

O processo apresentado na figura ?? pode ser descrita como a seguir:

- A fase de definição do problema consiste em definir o escopo do problema em estudo. É a fase inicial em que se tem o problema real e analisa-se suas características para que se possa alcançar a próxima fase.

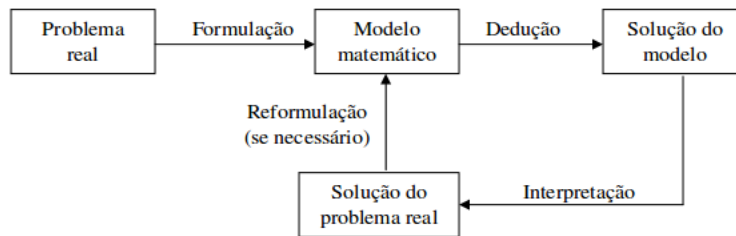


Figura 2.2: Processo de Modelagem

- A formulação (modelagem) define as variáveis e as relações matemáticas para descrever o comportamento relevante do sistema ou problema real.
- A dedução aplica técnicas matemáticas e tecnologia para resolver o modelo matemático.
- A interpretação argumenta que as conclusões retiradas do modelo têm algum significado suficiente para inferir conclusões ou decisões para o problema real. Verifica se as conclusões ou decisões inferidas são adequadas.
- A reformulação é opcional, de acordo com as conclusões e resultados obtidos a partir da modelagem inicial, pode ser necessária a reformulação do problema. Dessa forma, o ciclo de modelagem pode ser repetido quando os resultados não são satisfatórios.

Várias técnicas podem ser utilizadas na modelagem e resolução de problemas de otimização. Entre as principais técnicas, pode-se mencionar Teoria de Filas, Programação Linear, Programação Dinâmica, entre outras.

Neste trabalho, utiliza-se a programação linear. O modelo visa determinar o valor ótimo de uma função linear, dado um conjunto de restrições lineares. É, pois, um modelo matemático de programação linear, o qual é composto de uma função objetivo e de restrições técnicas representadas por um grupo de inequações também lineares. A função objetivo mede a eficiência e desempenho do sistema. As restrições garantem que essas soluções estejam de acordo com as limitações

técnicas impostas pelo sistema. Existem ainda outras restrições que exigem a não negatividade das variáveis de decisão, o que deverá acontecer sempre que a abordagem utilizada for programação linear.

2.3 Programação Linear

Para resolver os modelos matemáticos que podem surgir na prática não se tem apenas uma técnica, em vez disso, o tipo e a complexidade do modelo matemático é que determina o método de solução.

A técnica mais utilizada é a programação linear. Ela é aplicada a modelos cujas funções objetivo e restrições são lineares e contínuas. Outras técnicas são: programação dinâmica na qual o modelo original pode ser decomposto em subproblemas mais fáceis) e otimização em redes (no qual o problema pode ser modelado como uma rede).

O modelo de Programação Linear possui três componentes básicos.

1. Variáveis de decisão.
2. Função objetivo.
3. Restrições.

A forma padrão do problema de otimização linear é apresentada a seguir.

$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (2.11)$$

A função linear f em (2.9), é chamada função objetivo. Ela pode ser uma função de minimização, como neste exemplo, ou de maximização. O sistema de equações lineares em (2.10) define as restrições do problema, juntamente com as condições de não negatividade em (2.11). O problema (TAHA, 2010) (2.9)-(2.11) pode ser escrito equivalentemente em notação matricial como :

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(x) &= c^T x \\ Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

em que

- A é uma matriz $m \times n$, chamada de matriz dos coeficientes.
- c^T é o vetor dos custos.
- x é o vetor das variáveis de decisão.
- b é o vetor dos termos independentes.
- 0 é o vetor cujos elementos são todos iguais a 0.

Nos modelos lineares são admitidos algumas hipóteses: aditividade, proporcionalidade e certeza.

A hipótese de aditividade pressupõe que o todo é igual à soma das partes. Essa propriedade requer que a contribuição total de todas as variáveis da função objetivo e das restrições seja a soma direta das contribuições individuais de cada variável. Hipótese da proporcionalidade é onde a contribuição de cada variável de

decisão, tanto na função objetivo quanto nas restrições, seja diretamente proporcional ao valor da variável. Hipótese de certeza menciona que todos os coeficientes da função objetivo e das restrições do modelo são determinísticos, o que significa que são constantes conhecidas.

2.4 CPLEX

IBM ILOG CPLEX Optimization Estúdio (muitas vezes informalmente conhecido simplesmente como CPLEX) é um pacote de software de otimização. Ele foi originalmente desenvolvido por Robert E. Bixby. O IBM ILOG CPLEX Optimizer resolve problemas de programação inteira, problemas de programação linear, problemas de programação quadrática convexa e não-convexa e problemas convexos de forma quadrática restrita. O IBM ILOG CPLEX Optimization Estúdio consiste no CPLEX Optimizer para programação matemática, a IBM ILOG CPLEX CP Optimizer para a programação da restrição, a Optimization Programming Language (OPL), e uma IDE (ambiente de desenvolvimento integrado) totalmente integrada. Esta vai ser a ferramenta que será utilizada para auxiliar na implementação do modelo proposto.

2.4.1 OPL(Optimization Programming Language)

OPL é uma linguagem de modelagem para programação matemática e otimização combinatória que visa simplificar a resolução de problemas de otimização.

A motivação para utilizar uma linguagem de modelagem OPL, é que esta apresenta uma sintaxe próxima da formulação matemática e permite a separação entre o modelo e as instâncias numéricas de dados.

A seguir é apresentada uma breve explicação da sintaxe básica do OPL, mostrando como é a estrutura de um modelo matemático implementado nos padrões do CPLEX.

2.4.1.1 Parâmetros

Qualquer constante pode ser declarada de maneira similar seguindo a sintaxe:

```
<tipo> <nome da variavel> = <valor da variavel>;
```

onde <tipo> é um dos seguintes tipos primitivos: int, double, float.

Em muitos problemas é comum existir um ou mais conjuntos. A declaração de um conjunto pode ser feita de várias maneiras dependendo dos elementos do conjunto.

Uma vez definido um conjunto podemos utilizá-lo para definir um vetor utilizando a seguinte sintaxe:

```
int A[I] = [5, 10, 15];
```

em que I é um intervalo onde esse conjunto está contido.

2.4.1.2 Variáveis

Uma parte muito importante de qualquer modelo são as variáveis de decisão utilizadas. A declaração de uma variável utiliza a seguinte sintaxe:

```
dvar <tipo> <nome da variavel>;
```

2.4.1.3 Função Objetivo

Caso o problema seja de maximização declaramos a função objetivo seguindo a sintaxe:

```
maximize <operacoes aritmeticas>;
```

Se o problema for de minimização, deve-se trocar *maximize* por *minimize*.

2.4.1.4 Restrições

Para as restrições, utiliza-se a seguinte sintaxe:


```
subject to {  
<restricao 1>;  
<restricao 2>;  
...  
}
```

2.4.2 Algoritmo Branch and Bound

O método denominado de Branch and Bound, baseia-se na idéia de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira de um problema. O termo branch refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções. O termo bound ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

O algoritmo Branch and Bound utiliza o paradigma de divisão e conquista onde são considerados os seguintes passos:

- particionar o conjunto de soluções S em subconjuntos disjuntos;
- resolver o problema para estas instâncias menores;
- combinar as soluções dos subproblemas para obter a solução do problema original.

As fases do algoritmo Branch and Bound é a seguinte:

1. Resolver a relaxação linear do problema. Se a solução é inteira, então se obtêm a solução ótima. Caso contrário, cria-se dois novos subproblemas ramificando se uma variável fracionária.
2. Um subproblema não é ramificado quando todas as variáveis na solução são inteiras ou quando a solução do subproblema é inviável.
3. Escolha um subproblema onde há variáveis fracionárias e ramifique sobre uma delas. Repita até que não tenhamos variáveis fracionárias.

A seguir é dado um exemplo para explicar como funciona o algoritmo.

Considere um problema (P) de separação cria novos e mais restritos problemas que normalmente, serão de mais fácil solução. Assim o problema (P) é separado em dois problemas (P_1) e (P_2). A estratégia de separação pode ser reaplicada a esses problemas em função, por exemplo, da variável x_1 . Vamos enumerar através de uma árvore as possibilidades de solução dos problemas que serão gerados pela divisão de (P). Na árvore da figura 2.3 cada nível representa uma separação ou “branch” em relação a uma variável.

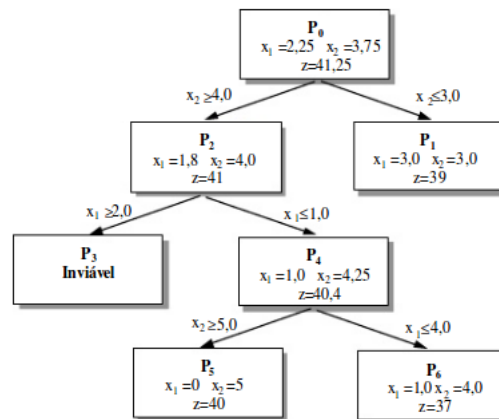


Figura 2.3: Árvore de branch

Para entender o efeito do “bound” suponha que tenha sido escolhido a sequência de “branches” da figura 2.4, deixando de solucionar os problemas marcados.

As soluções contínuas são um limite superior para o valor de z_0^* , sob as condições estabelecidas nos vértices da árvore, enquanto que as soluções inteiras geram um limite inferior. Como (P_4), um problema com solução contínua possui $z = 40,4$ e (P_5), um problema com solução inteira, possui $z = 40$, o problema (P_6) não precisa mais ser solucionado, uma vez que entre 40,4 e 40 não existe a possibilidade de uma outra solução inteira melhor que 40 ($40 \leq z_0^* \leq 40,4$). O problema (P_2) com $z = 41$ pode dar origem, contudo, a um problema com uma

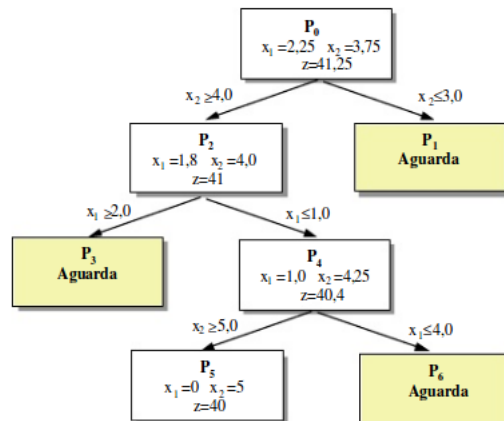


Figura 2.4: Efeito de redução do bound ("limite")

solução inteira de valor 41 ($40 \leq z_0^* \leq 41$), o que obriga ao desenvolvimento de (P_3). De modo semelhante (P_0) com $z = 41,25$ pode dar origem a um problema com a solução também de valor 41 ($40 \leq z_0^* \leq 41,25$), o que obriga ao desenvolvimento de (P_1). A redução pelo limite inferior (bound) de apenas um vértice da árvore de enumeração do exemplo pode parecer pequena, mas deve-se lembrar que esse problema é pequeno. Em muitos casos reais o poder de simplificação do limite inferior (ou superior no problema de minimização) se mostra dramático, sendo extremamente útil no processo de solução.

3 MODELAGEM DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS

O consumo de combustível representa uma grande parcela dos custos de transporte. Neste capítulo, é apresentado um modelo matemático de otimização para resolver o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados com otimização no consumo de combustível. Neste modelo, foi adicionado ao modelo clássico um parâmetro para considerar o impacto da carga do veículo no consumo de combustível.

3.1 Economia dos custos com transporte

O custo de um veículo viajando através de uma rota depende de dois conjuntos principais de fatores. O primeiro grupo é formado pelos fatores como distância, carga, velocidade, condições das estradas, taxa de consumo de combustível, preço do combustível, etc. O segundo conjunto não tem relação com as viagens, e incluem depreciação dos pneus e do veículo, manutenção, salário do motorista, taxas, etc. Os fatores do primeiro conjunto estão diretamente relacionados com o consumo de combustível. Se os outros fatores forem considerados constantes, o consumo de combustível depende principalmente da carga e da distância. Por exemplo, o consumo de um veículo vazio é menor do que o consumo de um veículo carregado viajando em uma mesma rota.

Há muitas formas de PRVs (GARAIX *et al.*, 2010), a maioria deles minimizam o custo, minimizando a distância total sem considerar a taxa de consumo de combustível. Na maioria das empresas visa-se a diminuição na quantidade de combustível gasto na viagem. O custo com combustível é cerca de 60% do total dos custos em uma viagem (SAHIN *et al.*, 2009).

Este trabalho apresenta um modelo do PRV considerando a taxa de consumo de combustível (Problema de Roteamento de Veículo Capacitado considerando

a Taxa de Consumo de Combustível-PRVCC). Considera-se dois fatores que afetam o consumo de combustível: a distância percorrida e a carga transportada pelo veículo.

3.2 Definição do Problema

Considere uma empresa de transporte rodoviário que tem a função de entregar mercadorias de seu depósito aos seus clientes. O sistema é composto por vários clientes com suas respectivas demandas e um depósito no qual fica uma oferta de mercadoria superior à soma das demandas de todos os clientes. A entrega é realizada por uma frota de caminhões homogêneos, ou seja, com a mesma capacidade de carga e mesmo consumo de combustível. O depósito e os clientes são dispostos de acordo com um grafo, onde cada nó representa o depósito ou um cliente, e cada aresta representa uma conexão entre os nós. Todo veículo que sair do depósito deve retornar vazio ao depósito, a demanda total de uma rota não deve exceder a capacidade do veículo.

As características do problema são definidas a seguir:

1. Existe um depósito que possui oferta de mercadoria superior à soma de todas as demandas dos clientes.
2. Existe um conjunto C de clientes. Cada cliente i deste conjunto tem uma demanda a_i em Kg de mercadoria.
3. Existe um conjunto V de veículos homogêneos com capacidade de carga Q em Kg.
4. Seja ρ a taxa de consumo de combustível em litros/km, ρ_0 a taxa de consumo do veículo vazio e ρ^* a taxa de consumo do veículo completamente cheio. Denota-se por α o quociente da variação da taxa de consumo de combustível

entre o veículo completamente cheio e vazio pela capacidade de carga.

$$\alpha = \frac{\rho^* - \rho_0}{Q} \quad (3.1)$$

5. A carga carregada por um veículo k no trecho (i, j) é definida como y_{ijk} .
6. Considera-se um grafo completo $G = (N, E)$, em que $N = C \cup \{0\}$, $C = \{1, \dots, n\}$ é o conjunto que representa os clientes, e 0 é o nó que representa o depósito. O conjunto $E = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ corresponde aos arcos associados às conexões entre nós. Os arcos representam as possibilidades de deslocamento de um veículo e não os trechos rodoviários entre clientes.
7. A distância entre cada par de nós é dada por d_{ij} , ou seja, a distância associada ao arco (i, j) .

3.3 Formulação do Problema

Nesta seção, é apresentada a formulação do problema como um modelo de programação linear.

3.3.1 Variáveis de Decisão

O objetivo deste modelo é minimizar o custo da distribuição dos produtos em função do consumo de combustível. Neste contexto, a resposta do modelo deve ser a sequência de clientes que cada veículo deve atender e a quantidade de carga que cada veículo deve levar para cada cliente a fim de atender as respectivas demandas.

Para isso, foram definidas as seguintes variáveis de decisão:

- a. t_{ik} é a quantidade de carga levada a um determinado cliente i pelo veículo k .
- b. y_{ijk} é a quantidade total de carga transportada pelo veículo k no arco (i, j) .

$$c. \ x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ atende o cliente } j \text{ depois de atender o cliente } i, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$d. \ u_k = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ é utilizado,} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3.3.2 Função Objetivo

O objetivo é minimizar o consumo de combustível nas entregas de mercadorias. Para isso, foi definido o custo do consumo de combustível como a seguir. Para algum arco (i, j) em uma rota, onde o ponto j é o próximo ponto que o veículo k visita depois de sair do ponto i , o custo com combustível para o veículo k viajar do ponto i até j pode ser expresso por

$$C_{ijk} = P\rho_{ijk}d_{ij} \quad (3.2)$$

onde P é o preço por unidade de combustível, d_{ij} é a distância entre o ponto i e o ponto j e ρ_{ijk} é a taxa de consumo de combustível em um arco (i, j) pelo veículo k . A taxa de consumo em um arco ρ_{ijk} é dada pela equação à seguir:

$$\rho_{ijk} = \rho_0 + \alpha y_{ijk} \quad (3.3)$$

Uma vez definido o custo por trecho, pode-se definir o custo total para a rota percorrida pelo veículo k como a seguir:

$$G_k = \sum_{(i,j) \in E} C_{ijk}x_{ijk} \quad (3.4)$$

Além do custo do consumo de combustível, foi definido um custo fixo F se um veículo é utilizado. Dessa forma, a função objetivo para minimizar o custo total pode ser formulada como a seguir:

$$Z = \text{Min} \sum_{k \in V} Fu_k + \sum_{k \in V} G_k \quad (3.5)$$

A função objetivo anterior pode ser reescrita de forma desmembrada como a seguir.

$$Z = \text{Min} \sum_{k \in V} Fu_k + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} Pd_{ij}(\rho_0 x_{ijk} + \alpha y_{ijk} x_{ijk}) \quad (3.6)$$

De acordo com a técnica de Programação Linear, na função objetivo anterior tem-se um problema: a multiplicação dos termos $\alpha y_{ijk} x_{ijk}$ não é permitida, devido ao fato de não representar uma função linear. Assim, foi necessário uma alteração nesta função objetivo. Assumiu-se que em trecho que há tráfego de carga, ou seja $y_{ijk} > 0$, é necessário que haja o tráfego de um veículo neste mesmo trecho (i, j) para conduzir essa carga, ou seja $x_{ijk} = 1$. Assim foi possível retirar o termo x_{ijk} da multiplicação.

Assim a função objetivo ficou definida como a seguir.

$$Z = \text{Min} \sum_{k \in V} Fu_k + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} Pd_{ij}(\rho_0 x_{ijk} + \alpha y_{ijk}) \quad (3.7)$$

A mudança anterior só foi possível com a adição de uma restrição, para que o modelo seja consistente. Foi acrescentada restrição R9.

3.3.3 Restrições

A seguir, descrevemos cada uma das restrições do problema.

R1. A quantidade de produtos transportados por um veículo em uma rota qualquer não pode ser maior que a capacidade do veículo

$$\sum_{i \in C} t_{ik} \leq Q, \quad \forall k \in V. \quad (3.8)$$

R2. A soma de todas as entregas a um determinado cliente i deve ser igual à sua demanda a_i

$$\sum_{k \in V} t_{ik} = a_i, \quad \forall i \in C. \quad (3.9)$$

R3. Cada veículo parte e retorna ao depósito depois de atender todos os clientes, ou seja, um veículo que chega a um determinado ponto deve deixar esse ponto também

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in N, \forall k \in V. \quad (3.10)$$

R4. Se o veículo k sair do depósito então ele deve ser marcado como utilizado

$$\sum_{j \in C} x_{0jk} = u_k, \quad \forall k \in V. \quad (3.11)$$

R5. Uma atribuição de entrega não pode ser feita a um veículo que não foi utilizado

$$\sum_{i \in C} t_{ik} \leq Qu_k, \quad \forall k \in V. \quad (3.12)$$

R6. A soma de todas as cargas que chegam a um cliente i através de todos veículos, subtraído de todas as cargas que saem por todos os veículos deve ser igual à demanda deste cliente.

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} y_{ihk} - \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} y_{hjk} = a_h, \quad \forall h \in C. \quad (3.13)$$

R7. A carga transportada pelo veículo k quando ele parte do depósito deve ser a soma de todas as entregas que este veículo deve fazer

$$\sum_{i \in C} t_{ik} = \sum_{j \in C} y_{0jk}, \quad \forall k \in V. \quad (3.14)$$

R8. Todo trecho entre o último cliente atendido e o depósito deve ter uma carga transportada igual a 0

$$\sum_{j \in C} y_{j0k} = 0, \quad \forall k \in V. \quad (3.15)$$

R9. Se houver alguma carga que transite em um arco (i, j) , obrigatoriamente deve haver um veículo que transporte essa carga neste mesmo arco

$$y_{ijk} \leq Qx_{ijk} \quad \forall k \in V, \forall i \in N, \forall j \in N. \quad (3.16)$$

3.3.4 Formulação Completa

O modelo completo excluindo R1 pois R5 é uma extensão dela, é mostrado a seguir:

$$Z = \text{Min} \sum_{k \in V} Fu_k + \sum_{k \in V} \sum_{i, j \in N} Pd_{ij}(\rho_0 x_{ijk} + \alpha y_{ijk})$$

$$\sum_{k \in V} t_{ik} = a_i, \quad \forall i \in C.$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in N, \forall k \in V.$$

$$\sum_{j \in C} x_{0jk} = u_k, \quad \forall k \in V.$$

$$\sum_{i \in C} t_{ik} \leq Qu_k, \quad \forall k \in V.$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} y_{ihk} - \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} y_{hjk} = a_h, \quad \forall h \in C.$$

$$\sum_{i \in C} t_{ik} = \sum_{j \in C} y_{0jk}, \quad \forall k \in V.$$

$$\sum_{j \in C} y_{j0k} = 0, \quad \forall k \in V.$$

$$y_{ijk} \leq Qx_{ijk} \quad \forall k \in V, \forall i \in N, \forall j \in N$$

$$\mathbf{t} \in \mathbb{Z}_+^{|C||V|}$$

$$\mathbf{y} \in \mathbb{Z}_+^{|N||M||V|}$$

$$\mathbf{u} \in \{0, 1\}^{|V|}$$

$$\mathbf{x} \in \{0, 1\}^{|N||M||V|}$$

4 ANÁLISE DO MODELO

Neste capítulo, é apresentada a implementação do modelo proposto no CPLEX, assim como a validação e análise do modelo.

4.1 Implementação do Modelo no CPLEX

O modelo proposto foi implementado no IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, versão 12.5.1, licenciado somente para uso acadêmico.

O modelo foi implementado na linguagem OPL, cuja a sintaxe é próxima ao modelo matemático. Os dados de entrada são definidos em um arquivo específico. O código implementado e um exemplo de arquivo de entrada são apresentados no apêndice A.

Foram criadas várias instâncias, afim de verificar a validade do modelo e também a sua eficiência computacional. Inicialmente, foram criadas instâncias muito pequenas para facilitar a verificação do modelo. Em seguida foram criadas novas instâncias variando-se o número de clientes e a capacidade dos veículos, com o objetivo de avaliar o custo computacional de solução do modelo em termos do tempo processamento e espaço de memória.

4.2 Verificação do Modelo

Foram definidas quatro instâncias simples com apenas poucos nós para verificação do modelo. Nos grafos criados para ilustrar cada instância, o nó 0 representa o depósito e os demais nós representam os clientes. As arestas representam as distâncias entre os nós. Para cada instância, os parâmetros fixos utilizados foram: $\rho_0 = 0,3571$ (taxa de consumo do veículo vazio em litros/km), $\rho^* = 0,5881$ (taxa consumo do veículo completamente cheio em litros/km), $P = 2,4$ (preço do com-

bustível em Reais), $F = 800,00$ (custo fixo do veículo em Reais), $Q = 30.000$ (capacidade máxima do veículo em Kg).

Esses valores foram definidos de forma que ficassem mais próximos do que são praticados na realidade. Por exemplo a capacidade de um veículo de carga está entre 10.000 kg e 50.000 kg. A taxa de consumo de combustível foi baseada em uma média analisada em (BACCHI; PÉRA; FILHO, 2012). Preço do combustível é o que está sendo praticado na presente data da realização deste trabalho. E o custo fixo foi um número que teve-se maior dificuldade em se definir, esse valor de 800,00 foi um valor que se julgou como coerente com os praticados na realidade.

4.2.1 Cenário 1

Inicialmente, foi criada uma instância com 1 cliente, 1 depósito e 2 veículos disponíveis. A Figura 4.1 apresenta um grafo para ilustrar a disposição do cliente e do depósito, onde a distância entre eles é de 120 Km e a demanda do cliente é de 10.000 Kg.

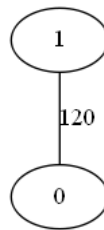


Figura 4.1: Disposição dos clientes e depósito

O custo da solução ótima obtida para essa instância foi de R\$1.027,86, o que pode ser calculado através da função objetivo como a seguir:

$$Z = 800,00 * 1 + (2,4 * 120) * (0,3571 * 1 + 0.00000077 * 10.000) + (2,4 * 120) * (0,3571 * 1 + 0.00000077 * 0).$$

A sequência de clientes visitados pelo veículo 1 foi $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, significando que o veículo saiu do depósito, visitou o cliente 1, descarregou 10.000 Kg

neste cliente e voltou para o depósito. A Figura 4.2 ilustra a sequência de clientes que o veículo 1 atendeu.

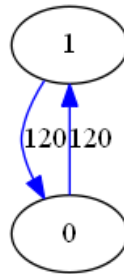


Figura 4.2: Sequência de clientes atendidos pelo veículo 1 no cenário 1

4.2.2 Cenário 2

Uma segunda instância foi criada, onde a disposição do cliente e o número de veículos disponíveis são os mesmos da instância anterior, apenas alterando a demanda do cliente que passou a ser de 40.000 Kg. O custo ótimo encontrado foi de R\$2.100,08. Porém, para esta instância são usados 2 veículos. A sequência de clientes que o veículo 1 visitou foi $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, onde deixou 30.000 Kg e a sequência de clientes que o veículo 2 visitou foi $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ onde deixou 10.000 Kg. A Figura 4.3 ilustra a sequência de clientes que os veículos 1 e 2 atenderam.

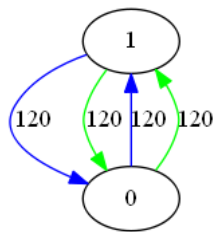


Figura 4.3: Sequência de clientes atendidos pelos veículos no cenário 2

Do cenário 1 para a cenário 2 foi alterada a demanda do cliente e houve um aumento no número de veículos utilizados devido ao fato de que a demanda ser maior do que a capacidade de 1 veículo. Assim, foi necessário utilizar dois

veículos para atender a demanda do cliente, aumentando o custo ótimo. O aumento do custo ótimo também foi devido ao transporte de uma quantidade maior de carga.

4.2.3 Cenário 3

A terceira instância criada é composta por 2 clientes e 5 veículos, conforme ilustrado na Figura 4.4.

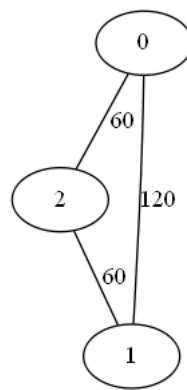


Figura 4.4: Disposição dos clientes e depósito do cenário 3

A demanda do cliente 1 é de 20.000 Kg e do cliente 2 também é de 20.000 Kg.

O custo ótimo encontrado para essa instância foi de R\$1.975,06, sendo que foi utilizados 2 dos 5 veículos disponíveis. A sequência de clientes que o veículo 1 atendeu foi $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$, e foi descarregado 20.000 Kg no cliente 2. A sequência de clientes que o veículo 2 atendeu foi $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, e foi descarregado 0 Kg no cliente 2 e 20.000 Kg no cliente 1. A Figura 4.5 ilustra a sequência de atendimento dos veículos, onde os arcos em azul referem-se ao veículo 1 e os arcos em verde referem-se ao veículo 2.

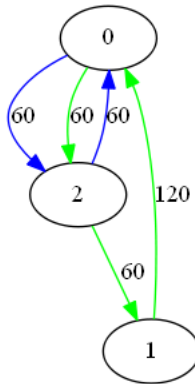


Figura 4.5: Sequência de clientes atendidos pelos veículos 1 e 2 no cenário 3

Do cenário 1 para o cenário 3, houve um aumento no número de clientes e conseqüentemente uma alteração das demandas. Com isso, foi necessário a utilização de dois veículos, porém a sequência de visita aos clientes, feita por esses veículos, foram alteradas. Cada veículo atendeu um cliente.

4.2.4 Cenário 4

No experimento 4 foi realizada a alteração da demanda do cliente 1 para 10.000 Kg e manteve-se a demanda do cliente 2. Alterou-se também a distância entre os nós. O custo da solução ótima obtido foi de R\$1.295,36. A sequência de clientes que o veículo 1 atendeu foi $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, e as descargas realizadas foram 20.000 Kg no cliente 2 e 10.000 Kg no cliente 1. A figura 4.6 ilustra essa sequência de atendimento aos clientes.

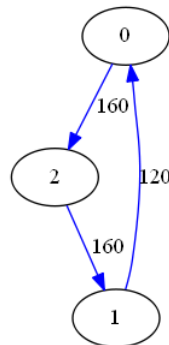


Figura 4.6: Sequência de clientes atendidos pelo veículo 5

Do cenário 3 para o 4 foram alteradas as distâncias e a demanda do cliente 1. A soma das demandas dos clientes não ultrapassaram a capacidade de carga de 1 veículo, não sendo necessário a utilização de dois veículos. Uma decisão tomada pelo resolvidor foi que a escolha do primeiro cliente a ser atendido não foi o mais próximo, mas sim o que possui a maior demanda.

4.2.5 Cenário 5

No experimento 5 criou-se uma instância com o intuito de avaliar a variação do custo fixo. Havia dois clientes com a mesmas distância do depósito, e a distância entre os clientes é maior que a distância entre o cliente e o depósito conforme ilustra a figura 4.7. Os dois clientes possuíam uma demanda de 15000 kg.

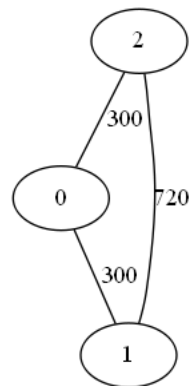


Figura 4.7: Disposição dos clientes e depósito

Inicialmente, manteve-se o custo fixo do veículo em R\$800,00, e obteve-se uma resposta do custo ótima como sendo R\$ 2.297,19. A sequência de clientes que o veículo 1 atendeu foi $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 0$, e as descargas realizadas foram 15.000 Kg no cliente 2 e 15.000 Kg no cliente 1. A figura 4.8 ilustra a sequência de atendimento dos clientes.

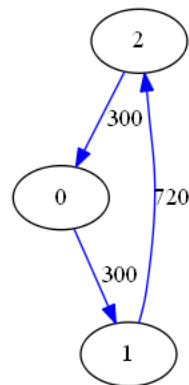


Figura 4.8: Sequência de clientes atendidos pelo veículo 2

4.2.6 Cenário 6

Mantendo a instância do experimento 5 apenas alterando a valor do custo fixo do veículo para R\$ 0,00 obteve-se uma resposta para o custo ótimo sendo R\$ 1.194,76. A sequência de clientes que o veículo 1 atendeu foi $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$, e foi descarregado 15.000 Kg no cliente 2 e a sequência que o veículo 2 atendeu foi $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, e descarregado 15.000 Kg no cliente 1. A figura 4.9 ilustra a sequência de atendimento aos clientes, onde os arcos em azul referem-se ao veículo 1 e os arcos em verde referem-se ao veículo 2.

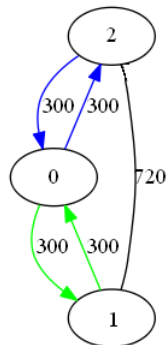


Figura 4.9: Sequência de clientes atendidos pelos veículos 2 e 3

Do cenário 5 para o 6 alterou-se apenas o custo fixo do veículo. Se um veículo sai do depósito, há um custo fixo associado a ele. Porém, se o custo for zero, é utilizado um número diferente de veículos, pois esse custo não interfere na função objetivo.

De acordo com os cálculos da função objetivo a seguir, pode verificar que os resultados estão coerentes. $Z_6 < Z_5$.

$$Z_5 = 800,00 * 1 + (2,4 * 300) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 30.000) + (2,4 * 720) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 15.000) + (2,4 * 300) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 0)$$

$$Z_6 = 0,00 * 1 + (2,4 * 300) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 15.000) + (2,4 * 300) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 0) + 0,00 * 1 + (2,4 * 300) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 15.000) + (2,4 * 300) * (0,3571 * 1 + 0,00000077 * 0)$$

4.3 Avaliação

O computador utilizado para realizar os experimentos possui um Pentium Core i3, com 2 núcleos de processamento físicos e dois simulados, frequência de 2.13GHz, com 4.0 GB de memória RAM, utilizando o sistema operacional Windows 7 Home Premium.

Foram geradas novas instâncias de entrada através da variação do número de clientes, quantidade de veículos disponíveis e capacidade dos veículos.

As instâncias apresentadas na tabela 4.1 possuem os seguintes parâmetros fixos: a capacidade de carga de cada caminhão é $Q = 30.000$ kg, a taxa de consumo do veículo vazio é $\rho_0 = 0,35711/\text{km}$, a taxa de consumo do veículo completamente cheio é $\rho^* = 0,58811/\text{km}$, o preço por unidade de combustível é $P = R\$2,40$ e o custo fixo do veículo é $F = R\$800,00$.

Para analisar o tempo de execução variou-se o número de clientes e os demais parâmetros foram mantidos fixos. A partir desta variação, o número de variáveis de decisão que o resolvidor analisa também cresce em função do número de clientes como mostra a tabela 4.1. O tempo de execução obtido foi o tempo real de computação exibido pelo CPLEX.

Numero de clientes	Tempo (s)	Número de variáveis
1	0.01	51
2	0.28	106
5	1.14	391
8	12.45	856
10	189.45	1266
15	7452.79	2641

Tabela 4.1: Variações do número de clientes

Pode-se observar pelo gráfico 4.10 que o tempo de computação para resolver o modelo cresce de forma exponencial. Inicialmente com a instância de apenas um cliente o tempo para resolver foi muito pequeno, com 10 clientes esse tempo era de 189.45 s, quando o número de clientes passou para 15 clientes o tempo saltou para mais de 2 horas. Isso ocorre pois o número de variáveis teve um aumento, assim o número de soluções candidatas também aumenta, fazendo com que o algoritmo faça mais testes para se obter a solução exata.

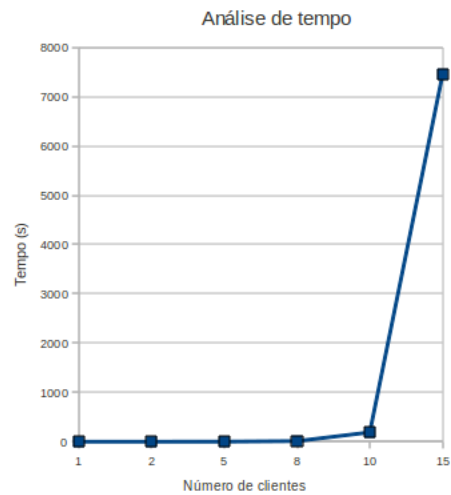


Figura 4.10: Tempo de execução

Com a alteração do número de clientes para 20 o resolvidor ficou executando por 10 horas seguidas e chegou a um ponto em que o Sistema Operacional obteve segmentação de memória.

Com a variação da capacidade dos veículos foi avaliado o comportamento da solução. A tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos para as instâncias onde os parâmetros fixos são os mesmos das instâncias da tabela 4.1, variando apenas a capacidade do veículo. O número de clientes foi fixado em 5, a demanda dos clientes 1, 2, 3, 4, 5 de 10000, 15000, 5000, 11000, 9000 respectivamente. Foram utilizados 8 veículos. A matriz de adjacência representando as distâncias entre os nós é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} 0 & 330 & 770 & 320 & 430 & 350 \\ 330 & 0 & 550 & 510 & 100 & 300 \\ 770 & 550 & 0 & 680 & 470 & 850 \\ 320 & 510 & 680 & 0 & 570 & 650 \\ 430 & 100 & 470 & 570 & 0 & 380 \\ 350 & 300 & 850 & 650 & 380 & 0 \end{bmatrix}$$

Capacidade do veículo (kg)	Número de veículos	Custo da solução ótima (R\$)
10.000	5	10.562,91
20.000	3	6.272,84
30.000	2	4.688,12
40.000	2	4.524,26
50.000	1	3.209,35

Tabela 4.2: Variações da capacidade

Com o aumento da capacidade o modelo tende a diminuir o número de veículos utilizados. Mesmo em instâncias onde o número de veículos utilizado foi o mesmo, mas com a alteração da capacidade, as rotas definidas foram alteradas, isso devido ao fato de se ter uma variação no custo da solução ótima. Outro ponto relevante para análise é que com o aumento da capacidade de carga do veículo houve uma diminuição nos custos de entrega de mercadoria, inclusive em instâncias que utilizam o mesmo número de veículos.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um modelo de otimização de consumo de combustível para resolver o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados que é uma extensão do modelo clássico de Roteamento de Veículos, usando a técnica de Programação Linear. A solução desse problema, usando um algoritmo exato, apresenta um grande esforço computacional. Por isso (LAPORTE, 1992a) recomenda que seja utilizada somente para pequenos números de clientes. Com a realização dos experimentos pode-se verificar que este custo é realmente elevado. A máquina que realizou a execução e conseguiu chegar a solução ótima apenas para instâncias com no máximo 15 clientes, em um tempo relevante de 3 horas de computação com CPU trabalhando na maioria do tempo a 100% da capacidade. Quando a instância passou para 20 clientes o resolvidor ficou executando por 10 horas seguidas e chegou a um ponto em que o Sistema Operacional obteve segmentação de memória. Com isso pode-se concluir que para empresas com um número grande de clientes ou se compra clusters de computadores muito potentes ou aplica-se heurísticas para resolução do problema.

Um trabalho futuro possível é a comparação entre um modelo do Problema de Roteamento de Veículos que considera apenas a distância entre os clientes e um modelo que considera também a taxa de consumo de combustível.

Outro trabalho futuro é a aplicação do modelo em uma empresa real, com instâncias reais e avaliar os resultados obtidos com os resultados históricos para melhor avaliar o funcionamento do modelo. Tomando o cuidado com o número de clientes que será aplicado o modelo.

Outra proposta para trabalhos futuros seria ao invés de apenas considerar a distância como o custo entre os nós, poderia-se considerar a classificação da rodovia com um coeficiente de correção. Por exemplo, uma via que possui mais de uma faixa, ou seja duplicada, possui uma classificação melhor pois tem uma fluidez

maior. Outro ponto relevante seria a inclinação da pista, por exemplo pistas em aclive teriam um fator de correção maior do que em regiões de declive.

A IMPLEMENTAÇÃO NO CPLEX

A.1 Código do Modelo em Linguagem OPL

No código A.1, mostra toda a implementação do modelo proposto no resolvidor CPLEX.

Listing A.1: Código em OPL

```

/*****
 * OPL 12.5.1.0 Model
 * Author: Daniel
 * Creation Date: May 22, 2013 at 4:41:56 PM
 *****/
int n = ...; // Numero de clientes
int v = ...; // Numero de veiculos
int q = ...; // Capacidade do veiculo
int f = ...; // Custo fixo do veiculo
float p = ...; // Preco por unidade de combustivel
float ro = ...; // Consumo do veiculo vazio
float roc = ...; //Taxa de consumo do veiculo completamente cheio
float alfa = (roc - ro)/q; // Variacao do consumo

range clientes = 2 .. n+1;
range veiculos = 1 .. v;
range nos = 1 ..n+1;

// Variavel de decis o se o veiculo utilizado
dvar boolean u[veiculos];

// Variavel de decisao, quanto deixado de carga
// em cada cliente por um veiculo
dvar int+ t[clientes][veiculos];
```

```

// Decide se o veiculo percorre um determinado arco
dvar boolean x[nos][nos][veiculos];

//Quantidade de carga trafegada em cada arco
dvar int+ y[nos][nos][veiculos];

int demanda[clientes]= ...; // Demanda de cada cliente
int distancia[nos][nos]=...; // Distancia entre os clientes

minimize
  sum(k in veiculos) f*u[k] + sum(k in veiculos, i,j
in nos) (p*distancia[i][j])*(ro*x[i][j][k]+alfa*y[i][j][k]);

subject to {

  forall(k in veiculos)
    sum(i in clientes)
      t[i][k] <= q * u[k] ;

  forall(i in clientes)
    sum(k in veiculos)
      t[i][k] == demanda[i];

  forall(h in nos, k in veiculos)
    sum(i in nos)x[i][h][k] - sum(j in nos)x[h][j][k] == 0;

  forall(k in veiculos)
    sum(j in clientes)
      x[1][j][k] == u[k];

```

```

forall(h in clientes)
    sum(k in veiculos, i in nos) y[i][h][k] -
        sum(k in veiculos, j in nos)
            y[h][j][k] == demanda[h];

forall(k in veiculos)
    sum(i in clientes)t[i][k] == sum(j in clientes)y[1][j][k];

forall(k in veiculos)
    sum(i in clientes)y[i][1][k] == 0;

forall(i,j in nos, k in veiculos)
    y[i][j][k] <= q*x[i][j][k];

}

```

A.2 Entrada de Dados

No código A.2, mostra como é feita a entrada de dados no resolvidor. A intância apresentado neste código é uma com 2 clientes, 5 veículos, capacidade de carga de 30.000 kg, um custo fixo de R\$800,00, preço por unidade de combustível de R\$2,4, $\rho_0 = 0,3571$ e $\rho^* = 0,5881$. As demandas é representada em um vetor, onde a demanda do cliente 1 é 10.000 kg e do cliente 2 de 20.000 kg. A distâncias entre os nós é dada pela matriz de adjacência, onde a distancia do nó 1 para o nó 2 é de 325, e do nó 1 para o nó 3 é de 300. A distância do nó 2 para o nó 3 é de 240. Como é um grafo não orientado e completo as distâncias nas direções opostas são as mesmas.

Listing A.2: Entrada de dados no CPLEX

```

/*****

```

```
* OPL 12.5.1.0 Data
* Author: Daniel
* Creation Date: May 22, 2013 at 4:41:56 PM
*****/

n = 2;
v = 5;
q = 30000;
f = 800;
p = 2.4;
ro = 0.3571;
roc = 0.5881;

demanda = [10000,20000];
distancia = [[0,325,300],
[325,0,240],
[300,240,0]];
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARENALES VINÍCIUS ARMENTANO, R. M. H. H. Y. M. *Pesquisa Operacional*. [S.l.]: Elsevier, 2007.
- BACCHI, D.; PÉRA, T.; FILHO, J. C. Avaliação de impactos ambientais decorrentes da redução do consumo de combustível no transporte rodoviário de cargas. *ESALQ*, n. 1, p. 1–13, 2012.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation science*, INFORMS, v. 39, n. 1, p. 104–118, 2005.
- GARAIX, T.; ARTIGUES, C.; FEILLET, D.; JOSSELIN, D. Vehicle routing problems with alternative paths: An application to on-demand transportation. *European Journal of Operational Research*, v. 204, n. 1, p. 62–75, 2010.
- GOLDEN B. L., W. R. T. *Networks. Capacitated arc routing problems*. [S.l.]: ACM, 198.
- H.CORMEN, T. *Algoritmo Teoria e Prática*. [S.l.]: Elsevier, 2012.
- J CLOSS DAVID J, S. T. P. B. D. Century logistics: Making supply chain integration a reality. *Gloss*, Oak Brook, v. 21, n. 1, 1999.
- JH, D. G. R. The truck dispatching problem. *Management Science*, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.
- KARA, I.; KARA, B.; YETIS, M. K. Energy minimizing vehicle routing problem. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, v. 4616 LNCS, p. 62–71, 2007. Cited By (since 1996)10.
- KUBOTA, J. A. D. N. L. C. *Estrutura e Dinâmica do Setor de Serviços no Brasil*. [S.l.]: ipea, 2006.
- LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, v. 59, n. 3, p. 345 – 358, 1992.
- LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992.
- LIMA, M. P. Custos logísticos na economia brasileira. *Revista Tecnológica*, Publicare, v. 126, p. 64–69, 2006.

R HADJICONSTANTINO E, M. A. B. operatinos research. an exact algorithm for the capacitated vehicle routing problem based on a two-commodity network flow formula. v. 11, n. 1, 2004.

RALPHS, T. K.; KOPMAN, L.; PULLEYBLANK, W. R.; TROTTER, L. E. On the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming*, Springer, v. 94, n. 2-3, p. 343–359, 2003.

RENAUD J., L. G. B. F. A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 23, n. 3, p. 229–235, 1996.

SAHIN, B.; YILMAZ, H.; UST, Y.; GUNERI, A. F.; GULSUN, B. An approach for analysing transportation costs and a case study. *European Journal of Operational Research*, v. 193, n. 1, p. 1 – 11, 2009. ISSN 0377-2217.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170701048X>.

SAVELSBERGH, M.; SOL, M. The general pickup and delivery problem. *Transportation science*, INFORMS, v. 29, n. 1, p. 17–29, 1995.

SOLOMON, M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, Informs, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.

TAHA, H. A. *Pesquisa Operacional*. [S.l.]: Pearson, 2010.

XIAO, Y.; ZHAO, Q.; KAKU, I.; XU, Y. Developed of a fuel consumption model for the capacitated vehicle routing prlebem. *Computers and Operations Research*, Elsevier, v. 39, n. 3, p. 1419–1431, 2012.