



THAIS DESTEFANI RIBEIRO

**MODELOS DE REGRESSÃO NÃO LINEAR NA
DESCRIÇÃO DA CINÉTICA DE SECAGEM DE
POLPA DE JABUTICABA**

Lavras-MG

2015

THAIS DESTEFANI RIBEIRO

**MODELOS DE REGRESSÃO NÃO LINEAR NA DESCRIÇÃO DA
CINÉTICA DE SECAGEM DE POLPA DE JABUTICABA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Joel Augusto Muniz

Lavras-MG

2015

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Ribeiro, Thais Destefani.

Modelos de Regressão não linear na descrição da cinética de secagem de polpa de jaboticaba / Thais Destefani Ribeiro. – Lavras : UFLA, 2015.

95 p.

Dissertação (mestrado acadêmico)–Universidade Federal de Lavras, 2015.

Orientador(a): Joel Augusto Muniz.

Bibliografia.

1. modelo de regressão. 2. modelo não linear. 3. curva de secagem. 4. polpa de jaboticaba. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

THAIS DESTEFANI RIBEIRO

**MODELOS DE REGRESSÃO NÃO LINEAR NA DESCRIÇÃO DA
CINÉTICA DE SECAGEM DE POLPA DE JABUTICABA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 23 de fevereiro de 2015

Dr. Augusto Ramalho Morais

UFLA

Dr. Paulo Márcio Norberto

EPAMIG

Dra. Soraia Vilela Borges

UFLA

Dr. Joel Augusto Muniz

Orientador

Lavras-MG

2015

À minha mãe, Eliane; ao meu pai, José Martins (in memoriam); ao meu irmão, Otávio; à minha sobrinha, Aira e ao meu namorado, Lucas, pelo carinho, amizade, amor e força em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por conduzir meu caminho e guiar meus pensamentos, sem me deixar desistir, mesmo em momentos mais difíceis.

Ao meu orientador, Dr. Joel Augusto Muniz, pelo acolhimento, calma, atenção e paciência na orientação, por estar sempre ajudando e disponível, e pelas experiências compartilhadas.

Aos professores membros da banca, pois suas sugestões foram de fundamental importância para a realização deste trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, pelo conhecimento transmitido e sua contribuição para a minha formação profissional.

À Universidade Federal de Lavras, que me proporcionou a oportunidade de fazer pós-graduação e por oferecer ensino gratuito de qualidade.

À CAPES, pela bolsa de estudos.

À minha família: mãe, Eliane, pai, José (*in memoriam*); irmão, Otávio; cunhada, Ana e sobrinha querida, Aira; avós Irene e Moacir; tios e tias, primos(as) Gustavo, Tiago e Alexandra e a todos, pelo carinho, compreensão e, principalmente, por sempre acreditarem em mim e me darem força para continuar.

Ao meu companheiro e namorado, Lucas, pelo carinho, amor, dedicação e por me dar força e estar sempre ao meu lado.

Aos amigos de classe, Ricardo, Thiago, Flaviano e Tatiane, pelos dias de estudo, de apoio uns aos outros, por lembrar prazos de entrega, sempre ajudar em situações diversas e pela companhia em congressos, viagens e passeios.

Aos amigos de orientação, Talita, Tales, Silvio, Ricardo, Carlos, Micherlania, Edilson e Daniel, por ajudarem a solucionar diversas dúvidas,

auxiliar em estudos, compartilhar experiências e também ajudar a utilizar os softwares que, algumas vezes, pareciam muito difíceis.

Aos amigos e amigas que são muito importantes, Bethânia, Izabela, Laissa, Charone, Natália, Maria Augusta, Luciana, Letícia (Lê), Gustavo, Luma, Rodrigo, Lilian, Ana Cristina, Evelyn e Bel, pelo carinho, amizade e companheirismo em diversas horas.

Aos funcionários e ex-funcionários do DEX, em especial às “Josis” e a Nádia que, de alguma forma, contribuíram e ajudaram na minha caminhada.

A todos que, de alguma maneira, contribuíram e torceram pela realização deste trabalho.

RESUMO

Os modelos de regressão não linear são largamente utilizados em diversas áreas, entre elas em Ciência dos Alimentos, em estudos de cinética de secagem dos produtos biológicos, no intuito de modelar o decréscimo da água livre presente em um determinado alimento. O processo de secagem é uma das soluções para se reduzir as perdas no pós-colheita de frutos, além de agregar valor comercial ao produto. Foi realizado o presente trabalho, utilizando-se os modelos exponencial de dois termos, exponencial simples com dois e três parâmetros, Page, Henderson e Pabis e o modelo de Lewis, para descrever a cinética de secagem de polpa de jabuticaba, nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70 °C. Os dados utilizados foram retirados de Nunes et al. (2014) e avaliados por meio dos softwares SAS (versão 9.0) e R. Ambos os programas utilizam o método de Gauss-Newton. Primeiramente, foram testadas as pressuposições de normalidade e homocedasticidade, que se apresentaram verdadeiras e aplicado o teste de Durbin-Watson, que indicou autocorrelação residual de primeira ordem (ϕ_1), o que foi considerado no ajuste dos modelos. Foram utilizados, como avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos, o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}) e o desvio padrão residual (DPR). Para indicar o modelo mais correto foram utilizados os critérios de seleção de Akaike (AIC), bayesiano (BIC), medidas de curvatura de Bates e Wates e o viés de Box. Os modelos exponencial de dois termos, Page e exponencial simples com três parâmetros não convergiram. Os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis apresentaram boa qualidade no ajuste aos dados, sendo o modelo de Lewis o mais indicado para a descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba, nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70°C, segundo os critérios de seleção utilizados.

Palavras-chave: modelo de regressão; modelo não linear; curva de secagem; polpa de jabuticaba;

ABSTRACT

Non-linear regression models are widely used in a number of areas, among them in Food Science with studies of biologic product drying kinetics with the purpose of modeling the decrease of free water present in a given food. Drying process is one the solutions to reduce the losses at fruit post-harvest, in addition to adding commercial value to the product. The present work was conducted by utilizing the models, two-term exponential, single exponential with two and three parameters, Page, Henderson and Pabis and the Lewis model to report the kinetics of drying of jaboticaba at the temperatures of 50, 60 and 70°C. The data utilized were taken from Nunes et al. (2014) and evaluated by means of softwares SAS (version 9.0) and R, seeing that both the programs utilize the Gauss-Newton method. Firstly, the normality and homoscedasticity presuppositions were tested which presented themselves true and applied the de Durbin-Watson test which pointed out first order residual autocorrelation (ϕ_1), which was considered in the fit of the models. As evaluators of the quality of fit of the models the adjusted coefficient of determination (R^2_{aj}) and residual standard deviation (DPR) were utilized. To indicate the most accurate model selection criteria of Akaike (AIC), Bayesian (BIC), Bates and Wates curvature measures and the Box bias were utilized. The models, two-term exponential, Page and single exponential with three parameters did not converge. The models, single exponential simples with two parameters, Henderson and Pabis and Lewis presented a good quality in the fit to the data, the Lewis model being the most suitable for description of the kinetics of drying of jaboticaba pulp at the temperatures of 50, 60 and 70°C according to the selection criteria utilized.

Key words: regression model; nonlinear model; drying curve; jaboticaba pulp;

SUMÁRIO

RESUMO	4
1. INTRODUÇÃO	11
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	13
2.1. A cultura de jabuticaba.....	13
2.2. Processos de secagem.....	15
2.3. Métodos empíricos e teóricos.....	18
2.4. Construção de modelos de secagem.....	19
2.5. Descrição dos modelos de regressão.....	21
2.6. Taxa de secagem absoluta.....	24
2.7. Métodos iterativos.....	25
2.8. Erros heterogêneos e autocorrelacionados.....	27
2.9. Estudos relacionados com a utilização de modelos não lineares em ciências agrárias.....	28
2.10. Critérios de seleção de modelos.....	30
2.10.1. Avaliadores da qualidade de ajuste.....	30
2.10.1.1. Coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}).....	30
2.10.1.2. Desvio padrão residual (DPR).....	31
2.10.2. Comparação e seleção de modelos.....	32
2.10.2.1. Critérios de informação.....	33
2.10.2.2. Medidas de não centralidade.....	33
3. MATERIAL E MÉTODOS.....	38
3.1. Material.....	38
3.1.1. Dados da polpa de jabuticaba.....	38
3.2. Métodos.....	39
3.2.1. Modelos.....	39

3.2.2. Erros normalmente distribuídos, heterogêneos e autocorrelacionados.....	41
3.2.3. Avaliadores da qualidade de ajuste	41
3.2.4. Comparação e seleção de modelos	42
3.2.5. Medidas da não centralidade	43
3.2.6. Intervalo de confiança	43
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	45
4.1. Avaliação dos modelos não lineares na descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 50 °C	45
4.2. Avaliação dos modelos não lineares na descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 60 °C	54
4.3. Avaliação dos modelos não lineares na descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C	62
4.4. Avaliação dos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba em diferentes temperaturas, com a estimação da taxa de secagem absoluta	70
5. CONCLUSÕES	75
REFERÊNCIAS.....	76
ANEXOS	90

1. INTRODUÇÃO

Os frutos são de grande importância em todo o mundo, sob os aspectos social, econômico e alimentar, além de serem ideais para uma dieta saudável e balanceada. O Brasil tem importante papel no agronegócio global, sendo o terceiro maior produtor de frutas frescas no mundo, com produção anual acima de 40 milhões de toneladas ao ano, atrás apenas da China e da Índia (ANUÁRIO..., 2014). De acordo com Weiss e Santos (2014), os três países, juntos, produzem cerca de 40% da produção mundial de frutas.

Mesmo sendo tão importantes, a falta de técnicas adequadas na pós-colheita dos frutos ocasiona grandes perdas, decorrentes de problemas no manuseio dos alimentos, além de transporte, condições de armazenamento e vida de prateleira, entre outros fatores. Estas perdas, em países em desenvolvimento, aproximam-se de 40% durante a colheita e o processamento; já em países industrializados, as perdas são maiores no varejo e no consumo e passam de 40% nestas etapas (WEISS, SANTOS, 2014)

O processo de secagem surge como uma alternativa tecnológica para se reduzir estas perdas na pós-colheita, pois implica em uma considerável redução de volume, custos com transportes e manipulação do produto. Além de possibilitar um efetivo método de prolongamento de sua vida útil, gera uma valorização do produto devido ao processamento.

O Brasil tem grande participação da fruticultura na agroindústria, no entanto, o mercado de alimentos desidratado é considerado ainda muito restrito em âmbito nacional, bem como para a exportação, concentrando-se nos centros urbanos e nas classes sociais mais elevadas. Porém, apresenta mercado crescente, com grande demanda e diversificação de público consumidor

(ANUÁRIO..., 2014) e necessita de mais estudos e o desenvolvimento de técnicas para uma maior participação nesta área.

A cinética de secagem de frutos representa a velocidade de decréscimo do teor de água presente no produto em função do tempo. Esta perda de água pode ser representada por uma curva sigmoide decrescente que pode ser expressa por modelos de regressão não linear.

Segundo Silva et al. (2009) e Siqueira, Resende e Chaves(2013), o emprego de modelos matemáticos para a representação do processo de secagem de produtos agrícolas é de fundamental importância, haja vista que as informações geradas são de grande valia, pois possibilitam a redução do tempo e de custos no desenvolvimento do processo, assim como predizem os tempos de secagem e o desenvolvimento de equipamentos adequados, com a finalidade de se obter um produto não perecível e de qualidade.

O presente trabalho foi realizado com o objetivo de avaliar a qualidade do ajuste de modelos de regressão não linear na descrição de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, em diferentes temperaturas.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. A cultura de jabuticaba

A jabuticabeira (*Myrciaria* spp. Berg) é uma árvore frutífera nativa do sul do Brasil, de clima subtropical por origem, tolera curtos períodos de geada e que se desenvolve bem em solos com bom suprimento de água ao longo do ano, ricos em matéria orgânica. Sua floração ocorre mais de uma vez por ano, sendo mais intensa no fim do inverno e no início da primavera (CORADIN;SIMINSKI; REIS, 2011).

Segundo Nunes et al. (2014), a jabuticaba ‘Sabará’ é a cultivar mais produzida no Brasil, com características mais doces, plantada, principalmente, nos estados de Minas Gerais e São Paulo. O fruto é negro quando maduro, liso, contendo de 1 a 4 sementes, sendo uma baga subglobosa com cerca de 1,6 a 2,2 cm de diâmetro (WILBANK; CHALFUN; ANDERSEN, 1983).

A jabuticaba tem valor nutricional considerável por conter teores elevados de carboidratos, vitamina C, fibras e Fe, entre outros compostos que são necessários para uma dieta saudável. Na Tabela 1 observa-se a composição da jabuticaba segundo a Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (LIMA, 2011). Além de rica em nutrientes, a jabuticaba apresenta características sensoriais agradáveis para o consumo *in natura*, bem como na forma de geleias, licores, bebidas fermentadas e vinagre, tendo alto potencial econômico (CORADIN; SIMINSKI; REIS, 2011; NUNES et al., 2014).

Tabela 1. Composição de alimentos por 100 g de parte comestível: centesimal, minerais, vitaminas e colesterol

Descrição do alimento – jabuticaba, crua		
Umidade (%)		83,6
Energia	kcal	58
	kJ	243
Proteína (g)		0,6
Lipídeos (g)		0,1
Colesterol (mg)		NA
Carboidratos (g)		15,3
Fibra alimentar (g)		2,3
Cinzas (g)		0,4
Fósforo		15
Vitamina C		16,2
Cálcio (mg)		8
Magnésio (mg)		18
Ferro (mg)		0,1
Potássio (mg)		130

Fonte: Lima (2011)

O cultivo de jabuticaba é comumente realizado em sítios, chácaras e fazendas como uma produção caseira, para atender a domínios familiares. No entanto, o cultivo do fruto vem sendo testado em vários países, incluindo o Brasil, e com isso observou-se um aumento na sua comercialização. Em 2008 foram comercializadas, aproximadamente, 2.000 toneladas de jabuticabas nos entrepostos da Companhia de Entrepostos e Armazéns Gerais de São Paulo (CEAGESP) e nos CEASAS (Curitiba e Belo Horizonte) (CITADIN; *DANNER*; *SASSO*, 2010).

Segundo Zicker (2011), em períodos de safra, os frutos da jabuticaba são comercializados em feiras livres e mercados municipais, e em condições que não são adequadas para a pós-colheita, pois são mantidos em caixas de madeira e papelão, e ficam constantemente expostos aos agentes externos, além de serem mantidos sob temperatura ambiente e sem receber nenhum tratamento adequado.

Lima, Peixoto e Ledo (2007) reportam que, nessas condições, a maioria dos frutos perde o valor comercial no período de 2 a 3 dias e, com isso, chega a ter altos valores comerciais, devido à sua alta perecibilidade.

Esta alta perecibilidade compromete a qualidade do fruto, altera suas características físicas, como murchamento, perda de peso e enrugamento da casca, entre outros efeitos. Há também a alteração das características sensoriais, além do escurecimento da polpa, tornando-se um pouco amarga (ZICKER, 2011).

Devido à deterioração rápida da jabuticaba e à dificuldade de conservação, a extração da polpa para processamento gera um valor maior para a indústria alimentícia, além de facilitar o acesso em períodos de entressafra. Alguns dos produtos industrializados que utilizam a polpa de jabuticaba, como polpas congeladas para fazer suco, sucos em pó, iogurte grego sabor jabuticaba e vinhos de jabuticaba, demonstram a sua viabilidade e a saída de produtos feitos à base desse fruto.

Silva, Jardine e Matta(1998) afirma, ainda, que a extração da polpa gera redução nos custos com transporte e com armazenagem, além de aumentar o tempo de conservação.

O processo de secagem da polpa de jabuticaba surge como uma saída para aumentar o período de conservação desse produto, que tem alto teor de umidade e alta perecibilidade, pois proporciona redução no seu teor de água, ocasionando um prolongamento da vida útil do mesmo, pois diminui a atividade microbiana.

2.2. Processos de secagem

A secagem de alimentos é uma técnica antiga de conservação que consiste na remoção de água ou de qualquer outro líquido do alimento, na forma

de vapor para o ar não saturado (MORAES;RODRIGUES,2006). Após a secagem, a caracterização de um alimento é feita por meio de análises químicas, físicas e físico-químicas que ajudam na determinação de métodos de conservação mais eficazes, produção e comercialização. A determinação da quantidade de água de um alimento, realizada em laboratório, é utilizada para a sua caracterização.

O processo de secagem implica em uma considerável redução de volume e, indiretamente, em redução de custos em transportes, manipulação do produto, além de prover um efetivo método de prolongamento de sua vida útil (BRASILEIRO, 1999). Conforme Prado, Park e Alonso(2000), a evolução das transferências simultâneas de calor e de massa, no curso da operação de secagem, faz com que esta seja dividida, esquematicamente, em períodos de secagem.

Segundo Silva (2008), em estudos com secagem de materiais, os resultados experimentais relacionam, em geral, o teor de umidade com o tempo, conforme é mostrado na Figura 1, em que as etapas de secagem são representadas pelos segmentos de reta AB, BC, CD e DE (SILVA, 2008).

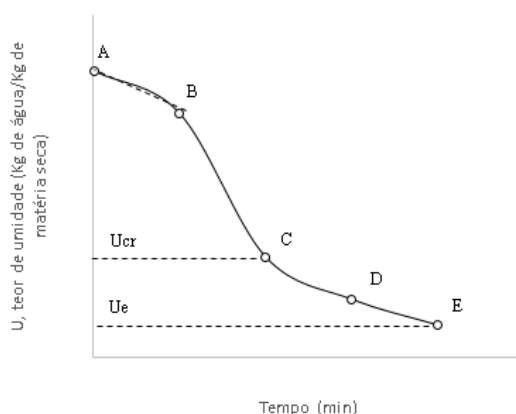


Figura 1. Curva de secagem.

De forma geral, esses segmentos são:

AB – corresponde à fase inicial de secagem quando o sólido é aquecido desde a temperatura inicial até uma temperatura de equilíbrio, que é a temperatura do bulbo úmido (¹T_s);

BC – é o período à velocidade constante e que termina quando o sólido atinge o teor de umidade crítica, (²U_{cr});

CD – representa o primeiro período de velocidade decrescente, em que, na maioria dos casos, a velocidade decresce linearmente;

DE – representa o segundo período de velocidade decrescente. Nesta fase, o sólido atinge o teor de umidade de equilíbrio (³U_e), umidade que permanece no sólido independente do tempo de secagem, desde que as condições de operação não se modifiquem.

Segundo Villar (1999), as curvas de secagem à taxa decrescente podem ser côncavas, convexas ou aproximarem-se de uma linha reta; podem apresentar um ponto de inflexão, quando ocorre uma mudança na forma física do material, como, por exemplo, quando se produz contração e ruptura ou quando se forma uma película na superfície do material parcialmente seco. Estas curvas podem aproximar-se de exponenciais, assim como ocorre em modelos não lineares de regressão.

Perez et al. (2013), em estudos com a cinética de secagem de polpa de cupuaçu, observaram que o período de taxa constante não é detectado nas curvas de secagem e o processo ocorreu na faixa de período de taxa decrescente. Sendo assim, a transferência interna de água é que comanda e fixa a taxa de secagem. O aumento da temperatura do ar de secagem e, ou, o aumento do fluxo de ar que passa pelo produto por unidade de tempo aceleram a taxa de secagem (GOUVEIA et al., 2003).

¹T_s - Dada pela temperatura mais baixa alcançada devido apenas a evaporação da água;

²U_{cr} - Ocorre quando o teor de umidade do produto está em equilíbrio com o ar de secagem;

³U_e - Ocorre quando o produto alcança o menor teor de umidade atingível no processo de secagem;

A quantidade de ar utilizada para a secagem depende de vários fatores e, entre os principais, citam-se a umidade inicial do produto e a espessura da camada. Alsina, Silva e Santos(1997), estudando o efeito da temperatura do ar de secagem (60 °C a 80 °C) e da velocidade do ar de secagem (0,7 a 1,5 m/s⁻¹), sobre a cinética de secagem da acerola em monocamada, verificaram que a velocidade do ar exerce pouca influência na taxa de secagem, mas um considerável aumento da temperatura do ar de secagem.

2.3. Métodos empíricos e teóricos

Segundo Siqueira, Resende e Chaves(2013), os métodos comumente utilizados para analisar a secagem de produtos biológicos são o empírico e o teórico e, de acordo com Rodrigues et al. (2002), existe, ainda, o método semiteórico para descrever matematicamente o processo de secagem.

O método empírico consiste em formar grupos físicos adimensionais que podem ser facilmente investigados por experimentos de laboratório e baseia-se nas condições externas, como temperatura, razão da mistura e velocidade do ar de secagem (SIQUEIRA; RESENDE; CHAVES,2013). Entretanto, apesar de poder descrever a curva de secagem para as condições do experimento, não fornece indicação sobre o transporte de energia e de água no interior dos produtos.

Os modelos teóricos utilizam os fundamentos da matemática de difusão e da transferência de calor e massa, podendo, assim, descrever de forma aceitável o perfil da distribuição de água no interior de determinado produto agrícola. No entanto, este método tem uma peculiaridade, pois é válido desde que seja possível correlacionar sua forma à geometria de um sólido perfeito, além da exigência do estabelecimento de uma relação funcional entre o coeficiente de difusão, o teor de água e a temperatura.

Para isso, é necessário que se considere o valor médio da razão de umidade, quer seja determinado pela solução de uma série truncada ou por integração de um conjunto de pontos discretos distribuídos na matriz do produto, o que representa a taxa de secagem de um sólido isolado, qualquer que seja seu formato (SIQUEIRA; RESENDE; CHAVES, 2013).

O método empírico é utilizado para análise de secagem, utilizando dados experimentais que podem ser determinados em laboratório. Utilizando a análise adimensional, descreve um bom perfil de perda de umidade do produto ao longo do processo e funciona como um meio termo entre o método empírico e o teórico (RODRIGUES et al., 2002). Tal método, geralmente, se baseia nas condições externas de secagem, não fornecendo indicações sobre o transporte de energia e massa no interior do produto, muito embora forneça informações práticas para a elaboração de projetos.

2.4. Construção de modelos de secagem

Considerando os métodos (empírico, teórico e semiteórico) existentes para descrever o processo de secagem, vistos anteriormente, os mais utilizados são o empírico e semiteórico/semiempírico, mesmo que estes métodos sejam baseados estritamente em condições experimentais. De acordo com Resende, Ferreira e Almeida (2010), depois de estabelecidas as condições de condução do experimento de secagem, tais como temperatura, umidade relativa do ar e velocidade do ar, entre outras, são mensurados os teores de água no produto durante o período de secagem e se fazem alguns cálculos para obter a razão de umidade (RU), por meio da razão entre os teores de água no produto em um determinado instante e o teor inicial de água do produto, ambos subtraídos pelo teor de umidade de equilíbrio, representado pela equação 1.

$$RU = \frac{U^* - U_e^*}{U_i^* - U_e^*}; \quad (1)$$

em que

U_e^* : teor de água de equilíbrio do produto (decimal b.s.);

U^* : teor de água do produto (decimal b.s.);

U_i^* : teor de água inicial do produto (decimal b.s.);

RU: razão de umidade do produto, adimensional.

Em um experimento com secagem de produtos porosos, Brooker et al. (1992) apontaram que, no período de taxa decrescente, a mudança da umidade seria proporcional à diferença instantânea entre o teor de água do produto e o teor de água de equilíbrio do produto, quando em condições de equilíbrio com o ar de secagem, dado por

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -k(U^* - U_e^*); \quad (2)$$

em que k é uma constante de secagem. Com o rearranjo das igualdades tem-se

$$\frac{(U^* - U_e^*)}{\partial U} = \frac{1}{(-k)\partial t} \quad (3)$$

Assumindo k como uma constante de integração diferente de 0 e t variando entre 0 e t , de acordo com Afonso Júnior e Correa (1999), tem-se

$$\frac{U^* - U_e^*}{U_i^* - U_e^*} = \exp(-kt); \quad (4)$$

e que corresponde à razão de umidade

$$RU = \exp(-kt) \quad (5)$$

que representa o modelo exponencial decrescente.

Este modelo exponencial obtido por Brooker et al. (1992) é dado como modelo de Lewis. Em geral, os modelos para secagem de produtos biológicos descrevem uma curva exponencial de decréscimo no teor de umidade do material, que é característica de modelos de regressão não linear. E assim como o modelo de Lewis é obtido por diferenciação e integração, os demais modelos utilizados nas diversas literaturas são obtidos da mesma maneira. No entanto, fazem-se algumas restrições e considerações quanto às constantes de secagem.

2.5. Descrição dos modelos de regressão

A relação entre a variável dependente e uma ou mais variáveis independentes é comum em análises estatísticas. Esta análise pode ser feita por modelos não lineares. Com a utilização de modelos de regressão para descrição de cinética de secagem de frutos os modelos podem ser classificados, segundo Draper e Smith (1998), basicamente, como: modelos lineares (aqueles em que as derivadas parciais da função não dependem dos parâmetros do modelo, ou seja, são lineares em relação aos parâmetros); modelos linearizáveis (aqueles que se tornam lineares por meio de alguma transformação) e modelos não lineares (modelos em que pelo menos uma das derivadas parciais depende de algum parâmetro do modelo).

No ajuste de um modelo, seja ele linear ou não linear, a um conjunto de dados, deseja-se

- i) obter um “bom ajuste” para fins de representação;

ii) prever os valores da variável resposta Y para valores fixos da variável independente X e estabelecer intervalos de confiança;

iii) comparar os resultados de diferentes condições experimentais usando, e ou interpretando, os parâmetros (TORNERO, 1996).

Ao avaliar as curvas de crescimento de frutos de tomate, Mendes (2011) considerou que os modelos são classificados como lineares e não lineares, apresentando peculiaridades quanto ao procedimento de ajuste. Sob o ponto de vista da inferência clássica, para a utilização de modelos lineares, os estimadores de mínimos quadrados apresentam propriedades ótimas, ou seja, não são viesadas, normalmente distribuídos e ainda têm variância mínima entre qualquer outra classe de estimadores.

No entanto, para os modelos não lineares, estas suas propriedades são válidas somente assintoticamente, ou seja, quando o tamanho da amostra é suficientemente grande. Em geral, para pequenas amostras estas propriedades não são satisfeitas.

Segundo Hoffmann e Vieira (1998), para modelos mais simples assume-se que os erros sejam independentes, o que não é apropriado quando se trabalha com séries cronológicas, em que o erro da observação relativa a um período está correlacionado com o erro da observação anterior. Morettin e Tolo (2004) relataram que, em geral, a dependência dos resíduos é caracterizada por existir uma variação sistemática dos valores em observações sucessivas, e Hoffmann e Vieira (1998) consideram que, além da autocorrelação residual, pode ocorrer heterogeneidade de variâncias.

Souza (1998) cita que, de forma semelhante aos modelos lineares, o processo de estimação de um parâmetro em um modelo não linear pode ser obtido pela minimização da soma de quadrados dos erros, obtendo-se o sistema de equações normais não lineares, o qual não apresenta uma solução explícita

para obter a estimação do parâmetro, sendo a solução de sistema obtida por processos iterativos.

Para a avaliação da qualidade de ajuste dos modelos de regressão a dados experimentais são utilizados diversos avaliadores e parâmetros de comparação de modelos. Um ajuste de qualidade é avaliado comparando-se os valores do desvio padrão residual (DPR), coeficiente de determinação (R^2) e coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), sendo o menor valor de DPR e maior R^2_{aj} os que indicam maior proximidade aos dados observados.

Menores valores de DPR indicam um menor desvio residual, ou seja, uma distância menor entre o modelo ajustado e os dados observados. Já o R^2_{aj} leva em consideração a quantidade de parâmetros do modelo e, segundo Fernandes et al. (2014), os maiores valores de R^2_{aj} indicam um melhor ajuste. Borges et al. (2011) utilizaram as estimativas do erro padrão para definir a qualidade de ajuste do modelo exponencial simples com dois parâmetros aos dados de cinética de secagem de banana, indicando a qualidade do ajuste com erro padrão na ordem de 10^{-2} . Os valores de DPR estão estritamente ligados ao erro padrão.

Para a comparação e a seleção de modelos são utilizados critérios como o critério de informação de Akaike, ou *AIC* e o critério de informação bayesiano, ou *BIC*. Já a estatística do teste de Durbin Watson verifica a possibilidade de existência de correlação serial (FLORIANO et al., 2006). Outros avaliadores de modelos são as medidas de curvaturas de Bates e Wattes e o viés de Box, que são medidas de não linearidade, as quais avaliam a aproximação linear de modelos de regressão, sendo que quanto mais próximo do linear (próximo a zero) melhor o modelo.

2.6. Taxa de secagem absoluta

Após a escolha do modelo mais adequado para descrever o fenômeno de secagem, há como se calcular a taxa de secagem absoluta (TSA) e, com isso, realizar o estudo da curva de secagem do produto. A TSA é obtida pela primeira derivada do modelo em relação ao tempo $\left(\frac{\partial(RU)}{\partial t}\right)$, que se refere à perda de umidade média por unidade de tempo ao longo do processo e, com a segunda derivada do modelo $\left(\frac{\partial^2(RU)}{\partial t^2}\right)$, obtém-se o ponto de inflexão da curva, ou seja, o tempo no qual ocorre a mudança de concavidade da curva.

A partir de então, é possível identificar o período em que ocorre uma aceleração/desaceleração da perda de umidade do produto e em que tempo de processamento isso ocorre. Já a taxa de secagem obtida pela estimação do parâmetro k (constante de secagem) dos modelos de regressão não linear, com interpretação biológica, representa a taxa de secagem do produto ao longo do processo, sendo uma estimativa média muito interessante no estudo do processamento do produto, dada em g de água pelo tempo de processamento.

Estas taxas de secagem absoluta são dificilmente encontradas em estudos de secagem, apesar de sua importância para o estudo do fenômeno, além de auxiliar no estudo do processo. No entanto, o cálculo de taxas absolutas é comum em estudos de curvas de crescimento animal e vegetal. Souza et al. (2010), em estudos de curvas de crescimento de bovinos, realizaram o cálculo da taxa de crescimento absoluto (TCA), por derivação, após a escolha do modelo, para obter o ganho médio de peso animal por dia. Fizeram também o estudo da curva, identificando em que período ocorreu o ganho de peso máximo e a partir de quando o ganho de peso diminui gradativamente. Ó et al. (2012)

desenvolveram um estudo semelhante com curvas de crescimento de ovinos, calculando a TCA para os ovinos e identificaram o efeito do sexo do animal pelas curvas de taxa de crescimento absoluto.

Lima, Peixoto e Ledo (2007) estudaram curvas de crescimento inicial de mamoeiro, por meio da taxa de crescimento absoluto, para identificar os principais pontos no crescimento do fruto, bem como compararam o desenvolvimento de mais de uma cultivar. Barbieri Junior et al. (2007), com o estudo do crescimento de *Hymenaea courbaril* L. (jatobá), calcularam também a taxa de crescimento absoluta, assim como nos estudos apresentados anteriormente e definiram a TCA como sendo a variação ou o incremento do crescimento, em gramas por dia, entre duas amostragens ao longo do ciclo, e identificaram os principais pontos no crescimento do jatobá.

2.7. Métodos iterativos

Os métodos iterativos são procedimentos que geram uma sequência de soluções aproximadas das estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros, sendo estas soluções denominadas iterações. São geradas iterações até que o método seja convergente ou não convergente. Para tal, são estabelecidos alguns critérios de parada, como o número máximo de iterações. Diz-se que o método é convergente quando foi possível chegar a um valor aproximado coerente, e não convergente quando não foi possível chegar a um valor aproximado e coerente para os parâmetros dos modelos.

Vários são os métodos iterativos propostos na literatura para a obtenção das estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros de um modelo de regressão não linear. Os métodos de estimação mais utilizados são o método de Gauss-Newton, o método *Steepest-Descent*, o método de Marquardt e o método de DUD (do inglês *don't use derivatives*). Esses métodos fazem uso das

derivadas parciais da função resposta com relação a cada parâmetro, exceto o método de DUD.

O método de Gauss-Newton consiste no desenvolvimento da série de Taylor até o termo de primeira ordem da função, sendo a ideia geral considerar o modelo não linear (PRADO; SAVIAN; MUNIZ, 2013). O método de Steepest-Descente, o qual serve como base para o entendimento de Gradiente Conjugado, consiste em iniciar o processo em um ponto arbitrário, gerando uma sequência de passos até que se alcance uma exatidão desejada.

O método de Marquardt se aproxima do método *Steepest-Descent* no início do processo iterativo e tende ao método de Gauss na vizinhança do ponto de mínimo (RUBIM, 2010). O método DUD é bastante similar ao de Gauss-Newton, exceto pelo fato de não exigir a especificação das derivadas parciais (MAZUCHELLI; ACHCAR, 2002).

O objetivo da utilização de mínimos quadrados é encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, de tal modo que a soma dos quadrados das distâncias (tomadas na vertical) entre o modelo (curva ajustada) e cada um dos pontos dados seja a menor possível. Estas diferenças, entre a curva ajustada e cada um dos dados, são denominadas resíduos (MAFRA; GATASS, 2008).

Segundo Gallant (1987), as estimativas dos parâmetros de modelos não lineares são realizadas pela utilização do método de mínimos quadrados, de maneira semelhante a modelos lineares. E, segundo Hoffman e Vieira (1998), o método dos mínimos quadrados generalizados é mais eficiente do que o método dos mínimos quadrados ordinários, na presença de heterogeneidade de variâncias e autocorrelação residual.

A rapidez na convergência desses processos iterativos depende da complexidade do modelo em estudo e, principalmente, da qualidade dos valores iniciais estabelecidos, necessários em qualquer método iterativo. Os

procedimentos para a obtenção de bons valores iniciais são discutidos em Bates e Wattes (1980), Gallant(1987)e Ratkowsky (1983).

Os modelos não lineares têm sido utilizados na descrição de curvas de cinética de secagem de frutos. Carlesso et al. (2007) utilizaram os modelos exponencial simples com três parâmetros (ERTEKIN; YALDIZ, 2004), exponencial duplo (possui quatro parâmetros) (HENDERSON; PABIS; PABIS, 1974) e de Lewis ou exponencial (LEWIS, 1921), para avaliar a secagem de sementes de maracujá-amarelo, encontrando o modelo exponencial duplo com quatro parâmetros como o mais indicado para descrever o fenômeno.

Nunes et al. (2014) utilizaram os modelos de Page ou exponencial modificado e Henderson e Pabis, para descrever a cinética de secagem de polpa de jaboticaba, obtendo um melhor ajuste com o modelo de Page e Borges et al. (2011), o exponencial simples com dois parâmetros para a descrição da cinética de secagem de banana com um bom ajuste aos dados observados.

2.8. Erros heterogêneos e autocorrelacionados

Em algumas situações, os conjuntos de dados observados, e que são característicos de modelos de regressão não linear, não atendem necessariamente aos pressupostos utilizados para validar um modelo de regressão linear. O teste estatístico usualmente utilizado para verificar a heterocedasticidade dos erros é o de Breusch-Pagan (BREUSCH; PAGAN, 1979), em que a hipótese nula é de que os resíduos sejam homocedásticos (SOUSA et al. 2014).

O teste de Shapiro-Wilk é utilizado para verificar a pressuposição de normalidade, sendo que, quando não se rejeita a hipótese de normalidade H_0 , há normalidade; ao contrário, não. Os erros autocorrelacionados correspondem aos resíduos relacionados com o tempo (SOUSA et al. 2014). O teste de Durbin-Watson é utilizado para verificar a existência de autocorrelação residual nos

dados. No presente trabalho é avaliada a utilização de erro autoregressivo de primeira ordem com base neste teste.

2.9. Estudos relacionados com a utilização de modelos não lineares em ciências agrárias

Na área de secagem de frutos e hortaliças, diversos trabalhos utilizam o ajuste por modelos não lineares na descrição dos processos, como descrição do processo de cinética de secagem de bananas, em que Borges et al. (2011) utilizaram o modelo exponencial simples com dois parâmetros, obtendo um bom ajuste aos dados. Perez et al. (2013), para descrever a secagem de acerola, avaliaram os modelos de Lewis e de Henderson e Pabis, obtendo um melhor ajuste aos dados com a utilização do modelo de Henderson e Pabis, quando comparado aos resultados obtidos com o modelo de Lewis.

André et al. (2014) utilizaram os modelos de Lewis, Page, Henderson e Pabis e logaritmo (similar ao exponencial simples com três parâmetros) para descrever a cinética de secagem de casca de manga, obtendo, como melhor modelo ajustado aos dados, o de Lewis, em diferentes temperaturas.

Para descrever a cinética de secagem de abacaxi, Dionello et al. (2009) avaliaram diversos modelos não lineares, como o de Lewis, o exponencial simples com dois e três parâmetros, o exponencial duplo com dois, três e quatro parâmetros e também um modelo com características lineares, como o de Wang e Sing. Os autores obtiveram um melhor ajuste aos dados com o modelo de Wang e Sing.

Sousa et al. (2014), para estudar a cinética de secagem de morango, utilizaram os modelos não lineares de Page, Midilli, Henderson e Pabis, Thompson, entre outros e observaram que o modelo de Midilli foi o que apresentou um melhor ajuste aos dados nas diversas temperaturas estudadas,

entre outros autores e trabalhos com estudos na área de cinética de secagem de frutos.

Morais et al. (2013), ao estudarem grãos de feijão-caupi, compararam doze modelos entre lineares e não lineares, como Page, Henderson e Pabis, Midilli, Wang e Sing, entre outros, para descrever o fenômeno de secagem e coeficiente de difusão dos grãos. Eles apontaram o modelo de Henderson e Pabis como o melhor para descrever as curvas de secagem de feijão-caupi. Silva et al. (2009) compararam diferentes modelos não lineares para a descrição da cinética de secagem de banana-maçã em camada fina e indicaram os modelos de Page e Henderson e Pabis como os mais indicados para descrever o fenômeno.

Siqueira, Resende e Chaves(2013) utilizaram de modelos não lineares, entre eles o de dois termos, Thompson, Midilli e Verma, entre outros e lineares, como Wang e Sing, para descrever a secagem de frutos de pinhão-mansão.

Na área de crescimento vegetal há também estudos utilizando modelos de regressão não linear, como o de Mendes (2011), com curvas de crescimento de tomates; o de Prado, Savian e Muniz(2013), em estudos com crescimento de frutos de coqueiro; o de Terra, Muniz e Savian(2010), em estudos com o crescimento de frutos da tamareira-anã e o de Pereira et al. (2000), com o crescimento e produção da bananeira ‘Prata Anã’ que, apesar de utilizarem modelos não lineares, pouca ênfase deram ao critério de avaliação da qualidade de ajuste e aos parâmetros estimados.

Estes modelos não lineares são largamente utilizados para curvas de crescimento animal por outros autores, como Mazzini et al. (2003 e 2005) e Silva et al. (2007). Também Savian et al. (2007a, 2007b, 2007c, 2009) utilizaram esses modelos para a descrição de cinética de digestão de animais ruminantes e Muniz et al. (2007) e Silva et al. (2005), para curvas de lactação de animais.

Um consenso dos autores que trabalham com ajuste de modelos não lineares na descrição dos fenômenos supracitados é sobre a possibilidade de se condensar informações de uma série de dados, tomados ao longo do tempo, em um pequeno conjunto de parâmetros biologicamente interpretáveis.

2.10. Critérios de seleção de modelos

Depois de obtidas as estimativas dos parâmetros de cada modelo, é necessário que sejam definidos os critérios utilizados para avaliar a qualidade de ajuste dos modelos, bem como os critérios de seleção para poder comparar os modelos e indicar o que melhor descreve o fenômeno em estudo.

2.10.1. Avaliadores da qualidade de ajuste

2.10.1.1. Coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj})

Para a comparação de modelos com diferentes números de parâmetros, é mais indicado utilizar o coeficiente de determinação ajustado, em vez de apenas o coeficiente de determinação, pois ele leva em consideração a quantidade de parâmetros do modelo. Segundo Draper e Smith (1998) e Ratkowski (1983), o coeficiente de determinação R^2 não faz ponderações quanto aos parâmetros do modelo estimado. O coeficiente de determinação ajustado R^2_{aj} é dado por

$$R^2_{aj} = 1 - \left[\frac{(n-i)(1-R^2)}{n-p} \right]; \quad (6)$$

em que n é o número de observações; i está relacionado com o ajuste do intercepto da curva, sendo igual a 1, se houver intercepto e igual a 0, se não

houver intercepto no modelo; p é a quantidade de parâmetros e R^2 , o coeficiente de determinação estimado por

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SRTot}; \quad (7)$$

em que SQR se refere à soma de quadrados dos resíduos e $SQTot$, à soma de quadrado total.

No entanto, é válido ressaltar que o coeficiente de determinação ajustado R^2_{aj} não tem a mesma interpretação que o R^2 , quanto à explicação do modelo para as variações ocorridas nos dados, ou seja, ele apenas indica se o modelo proporcionou um bom ajuste, de acordo com seu valor de R^2_{aj} . Sendo assim, coeficiente de determinação (R^2_{aj}) indica que quanto maior o valor de R^2_{aj} , melhor o ajuste do modelo (FERNANDES et al., 2014)

2.10.1.2. Desvio padrão residual (DPR)

Este avaliador da qualidade do ajuste indica a distância entre as estimativas do modelo e os valores observados, ou seja, gera o valor de desvio residual e, segundo Sousa et al. (2014), quanto menor o valor do desvio padrão residual (DPR), melhor é o ajuste do modelo estimado. O DPR é dado por

$$DPR = \sqrt{\frac{QMR}{n-p}}; \quad (8)$$

em que QMR é uma estimativa da variância residual, n é o número de observações utilizadas no ajuste do modelo e p é o número de parâmetros.

2.10.2. Comparação e seleção de modelos

Para fazer a comparação e a seleção dos modelos de regressão não linear existem diversos métodos, entre eles os critérios de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1974) e o critério de informação bayesiano (BIC) (SCHWARZ, 1978), que são estatísticas muito utilizadas e servem como medidas de comparação quanto à qualidade do ajuste de modelos baseados no máximo da função de verossimilhança, sendo dependentes do número de observações e parâmetros do modelo em estudo (SOUSA et al. 2014). São utilizadas também as medidas de não centralidade ou também nomeadas como medidas de não linearidade de Bates e Watts, que se referem à aproximação linear dos modelos estimados (BATES; WATTES, 1980) e o viés de box (BOX, 1971), que também faz referência à aproximação linear dos modelos estimados.

Sousa et al. (2014) utilizaram os critérios de AIC e BIC para indicar o modelo mais correto na descrição de curvas de germinação de café. Fernandes et al. (2014) utilizaram o critério de AIC e as medidas de curvatura de Bates e Wates para curvas de crescimento de frutos de cafeeiro. Floriano et al. (2006) utilizaram, ainda, os critérios de AICc (AIC corrigido) para dados de altura de árvores, assim como Prado, Savian e Muniz (2013), com curvas de crescimento de frutos de coqueiro. Mazucheli e Achcar (2002) e Box (1971) indicaram a utilização do viés de Box como critério de seleção de modelos e Gazola et al. (2011) utilizaram as medidas de curvatura de Bates e Wates e viés de Box para a seleção de modelos, para descrever o desempenho germinativo de sementes de milho.

2.10.2.1. Critérios de informação

Os critérios de informação de Akaike (AIC) e bayesiano (BIC) são utilizados para a comparação dos modelos estimados. Quanto menor o valor de AIC ou/e BIC, melhor o modelo, ou seja, mais indicado é o modelo para descrever o fenômeno estudado. Ambos os critérios partem do mesmo princípio estatístico baseado no máximo da função de verossimilhança. Eles levam em consideração a quantidade de parâmetros dos modelos e têm como característica evitar modelos superparametrizados. Os critérios de informação de Akaike (AIC) e o critério de informação bayesiano (BIC) são dados, respectivamente, por

$$AIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + 2p; \quad (9)$$

$$BIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + p \log(n); \quad (10)$$

em que $L(\hat{\theta})$ corresponde à função de verossimilhança, p é a quantidade de parâmetros do modelo, n é o número de observações utilizadas no ajuste e \log é o operador matemático logaritmo natural.

2.10.2.2. Medidas de não centralidade

São expressões utilizadas para avaliar a aproximação linear de modelos de regressão, avaliando a sua adequabilidade sobre as inferências realizadas. Mazucheli e Achcar (2002) citam algumas vantagens em se trabalhar com modelos com uma aproximação do linear. Entre elas têm-se que as estimativas

de mínimos quadrados podem ser encontradas com mais facilidade; podem-se obter estimadores não viesados, mesmo com pequenas amostras e uma convergência mais rápida dos métodos iterativos, entre outras vantagens.

2.10.2.2.1. Curvatura de Bates e Wattes

A curvatura de Bates e Wattes é a junção de procedimentos utilizados para avaliar a não linearidade de um determinado modelo. Bates e Wattes (1980) apresentam, em seu trabalho, as medidas propostas por Beale e outros pesquisadores e, a partir de algumas discussões, propõem seus critérios e medidas baseadas no conceito de geometria aplicada às medidas de curvatura. Essas medidas são independentes da escala das respostas do experimento e, segundo os mesmos autores, pode-se, portanto, utilizar essas medidas de curvatura para diferentes parametrizações de um dado modelo, bem como diferentes conjuntos de dados e modelos.

Estas medidas de curvatura são, basicamente, o quão próximos de um modelo linear os modelos não lineares estão. Segundo Fernandes et al. (2014), com o aumento do tamanho das amostras esta aproximação linear torna-se cada vez melhor e quanto maior a não linearidade de um dado modelo, mais distante ele está da aproximação linear, o que faz com que as estimativas obtidas pelo método dos mínimos quadrados tornem-se menos confiáveis.

Para descrever a não linearidade, Bates e Wattes (1980) utilizam duas componentes, sendo elas a não linearidade intrínseca (γ^N) e a não linearidade, devido ao efeito dos parâmetros (γ^T), descritas por

i. Não linearidade intrínseca (γ^N)

Refere-se à falta de planicidade da superfície de resposta e analisa a curvatura do espaço de estimação no espaço amostral, em que o espaço de estimação se refere a todas as possíveis soluções do problema de mínimos quadrados. Em regressão linear, esta não linearidade é nula, uma vez que o espaço de estimação é uma reta em um plano ou hiperplano. Já na regressão não linear, o espaço de estimação é uma curva e a não linearidade intrínseca mede a extensão dessa curva e não se altera conforme a reparametrização do modelo (FERNANDES et al., 2014; MAZUCHELI; ACHCAR, 2002; ZEVIANI et al., 2012).

ii. Não linearidade devido ao efeito dos parâmetros (γ^T)

Avalia o valor máximo do efeito da parametrização na não linearidade do modelo. O seu valor aumenta à medida que o comportamento do modelo se afasta de um modelo linear (FERNANDES et al., 2014; MAZUCHELI; ACHCAR, 2002; ZEVIANI et al., 2012). Ao contrário da curvatura intrínseca, esta curvatura depende da parametrização escolhida, portanto, uma reparametrização do modelo pode mudar consideravelmente a curvatura do efeito parâmetro (SOUZA et al., 2014).

Para Fernandes et al. (2014), uma forma mais simples para o estudo da não linearidade dos modelos, segundo as componentes de Bate e Wattes apresentadas, é a utilização da medida curvatura quadrática média (CQM), ou RMS, sendo a apresentação da CQM intrínseca dada por γ^N e a CQM devido ao efeito dos parâmetros é γ^T .

A partir de então, calculam-se as estatísticas $\gamma^N \sqrt{F_{(p,n-p)}}$ e $\gamma^T \sqrt{F_{(p,n-p)}}$, em que $F_{(p,n-p)}$ é o quantil da distribuição F com p e $(n-p)$ graus de liberdade. Para Fernandes et al. (2014) e Gazola et al. (2011), a obtenção de grandes valores para curvatura intrínseca indica a intensidade da não linearidade da variável resposta e altos valores para a curvatura, devido ao efeito paramétrico, indica um afastamento da linearidade. Desse modo, os modelos são melhores quanto menores forem os valores estimados para as componentes de curvatura.

2.10.2.2.2. Viés de Box

Outra medida utilizada para avaliar a não linearidade de um modelo é o viés de Box, cujo cálculo é realizado para cada parâmetro do modelo e normalmente apresentado em porcentagem. A partir de então é possível detectar quais parâmetros, individualmente, causam um excesso de curvatura. Segundo Bates e Watters (1980), é interessante ressaltar que o cálculo do viés é uma propriedade estrita da parametrização do modelo e pode ser reduzida ou eliminada por meio de uma reparametrização.

A medida de viés de Box proposta por Box (1971) consiste em quantificar o viés dos estimadores de mínimos quadrados dos parâmetros de um modelo de regressão não linear, obtido por

$$\begin{aligned} \text{Vício}(\hat{\theta}) = & \\ & -\frac{\sigma^2}{2} [\sum_{i=1}^n \mathbf{F}(\theta) \mathbf{F}^t(\theta)]^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{F}(\theta) \text{tr}\{[\sum_{i=1}^n \mathbf{F}(\theta) \mathbf{F}^t(\theta)]^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{H}(\theta)\} ; \end{aligned} \quad (11)$$

em que $\mathbf{F}(\theta)$ é o vetor ($p \times 1$) de primeiras derivadas de $f(x_i; \theta)$ ou vetor velocidade e $\mathbf{H}(\theta)$ é uma matriz ($p \times p$) de segundas derivadas com relação a

cada elemento de θ e σ^2 refere-se à variância dos dados. Normalmente, para o cálculo de (XX), utilizam-se $\hat{\theta}$ e $\widehat{\sigma^2}$ como sendo os valores verdadeiros de θ e σ^2 , respectivamente (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002). O cálculo do viés de Box é mais comumente apresentado em porcentagem, logo

$$\%Vicio(\hat{\theta}) = \frac{100Vicio(\hat{\theta})}{\hat{\theta}}; \quad (32)$$

Ratkowsky (1993) sugere um valor padrão de 1% (0,01) para a determinação da não linearidade, que é obtido pela razão entre o valor absoluto do quociente do viés e o valor do parâmetro (equação 11). As estimativas de viés de Box estão relacionadas às medidas de curvatura de Bates e Wattes, pois, assim como ocorre com as componentes de curvatura em 2.10.2.2.1, os valores menores de viés de Box implicam em um melhor modelo e, se necessário, pode-se fazer uma reparametrização, levando-se em consideração os valores do viés anterior para a estimativa de um novo viés.

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Material

3.1.1. Dados da polpa de jabuticaba

Para a realização do presente trabalho foram utilizados os dados referentes à secagem de polpa de jabuticaba obtidos por Nunes et al. (2014). O experimento foi realizado no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas (LAPPA), na Unidade Acadêmica de Engenharia Agrícola (UAEA) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), localizada em Campina Grande, PB.

Primeiramente, os frutos, adquiridos em uma feira local, foram higienizados devidamente e, então, partidos manualmente ao meio para retirar a polpa e as sementes. A seguir, a polpa foi homogeneizada e, então, coletada a umidade inicial por um método padrão. Após estes procedimentos, as amostras seguiram para o processo de secagem em camada fina, realizado em uma estufa com circulação forçada de ar. O experimento ocorreu nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70 °C. As amostras foram medidas de tempos em tempos, em minutos, variando para cada temperatura, de modo que o alimento atingisse a temperatura de equilíbrio dinâmico entre a amostra e o ar de secagem.

Os tempos de secagem variaram de 0 a 1.200 minutos, para a temperatura 50 °C, com um total de 28 observações; de 0 a 600 minutos, para as temperaturas de 60 °C, com um total de 23 observações e de 0 a 400 minutos, na temperatura de 70 °C, com um total de 22 observações.

3.2. Métodos

3.2.1. Modelos

Os modelos utilizados no presente estudo foram selecionados com base em diversos trabalhos com cinética de secagem de frutos, e serão avaliados os mais utilizados na área de secagem de frutos, sendo eles:

- a) exponencial de dois termos (EDT) (NUNES et al. 2014):

$$RU = a \exp(-k_0 t) + b \exp(-k_1 t) + e_t ; \quad (13)$$

- b) exponencial simples com dois parâmetros (ESDP) (BORGES et al., 2011):

$$RU_t = k_0 \exp(-k_1 t) + e_t ; \quad (4)$$

- c) exponencial simples com três parâmetros (ESTP) (ERTEKIN; YALDIZ,2004):

$$RU_t = k_0 \exp(-k_1 t) + k_2 + e_t ; \quad (15)$$

- d) Henderson e Pabis e Pabis (HP) (NUNES et al., 2014):

$$RU_t = a \exp(-k_1 t) + e_t ; \quad (16)$$

e) Lewis ou exponencial simples (L) (LEWIS,1921):

$$RU_t = \exp(-k_1 t) + e_t; \quad (17)$$

f) Page (P) (NUNES et al., 2014):

$$RU_t = \exp(-k_1 t^\nu) + e_t; \quad (18)$$

em que RU corresponde à razão de umidade (adimensional) que representa a variável dependente; k_0 , corresponde à condição inicial do fruto; k_1 é a taxa de secagem; k_2 representa um fator de correção do modelo; ν , a e b são constantes dos modelos; \exp refere-se à base do logaritmo neperiano; e_t é o erro experimental com média zero e variância σ^2 no tempo t ; t refere-se ao tempo (minutos) de análise da variável dependente para a medição da umidade no fruto e, quando houver dependência residual, avaliada pelo teste de Durbin-Watson, incorpora-se a componente ϕ_1 , que corresponde ao erro autorregressivo de ordem 1 e ξ_t , que corresponde ao ruído branco.

Para o ajuste dos modelos aos dados foram utilizados os procedimentos `proc model`, `proc nlmixed` e `proc nlin` do software Statistical Analysis System (STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE- SAS INSTITUTE, 2014), utilizando o método de Gauss-Newton modificado (NETER et al., 1985) e que também foram implementados no software livre R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012), utilizando-se os pacotes `nlme`, `car`, `lmtest` e `qpcR`. As rotinas utilizadas em ambos os softwares estão no Anexo.

A qualidade do ajuste dos modelos e a escolha do modelo mais adequado para explicar a cinética de secagem da polpa de jabuticaba em

diferentes temperaturas foram realizadas considerando-se os critérios descritos a seguir.

3.2.2. Erros normalmente distribuídos, heterogêneos e autocorrelacionados

Para verificar se a pressuposição de que os resíduos apresentam-se normalmente distribuídos é verdadeira aplicou-se o teste de Shapiro-Wilk. O teste de Breusch-Pagan foi utilizado para verificar a pressuposição de variância constante para os resíduos. O teste de Durbin-Watson, DW foi empregado para avaliar se houve autocorrelação (dependência) nos resíduos, pelo processo autoregressivo de primeira ordem, descrito por

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}; \quad (19)$$

em que e_t é o resíduo no tempo t e e_{t-1} é o resíduo no tempo $t - 1$.

A decisão pode ser tomada comparando-se o valor de DW com os valores críticos inferior e superior, respectivamente d_l, d_u , de acordo com a Tabela de Durbin-Watson (JUDGE et al., 1985). Desse modo, para valores de

$0 < DW < d_l$, e para $4 - d_l < DW < 4$, há dependência;

$d_l < DW < d_u$, e para $4 - d_u < DW < 4 - d_l$, o teste é inconclusivo;

$d_u < DW < 4 - d_u$, independência.

3.2.3. Avaliadores da qualidade de ajuste

- i. Coeficiente de determinação ajustado, R^2_{aj} , dado por

$$R_{aj}^2 = 1 - \left[\frac{(n-i)(1-R^2)}{n-p} \right]; \quad (20)$$

em que n é o número de observações; i está relacionado com o ajuste do intercepto da curva, sendo igual a 1 se houver intercepto e igual a 0 se não houver intercepto no modelo; p é a quantidade de parâmetros e R^2 é o coeficiente de determinação.

ii. Desvio padrão residual, DPR , dado por

$$DPR = \sqrt{\frac{QMR}{n-p}}; \quad (21)$$

em que QMR é uma estimativa da variância residual, n é o número de observações utilizadas no ajuste do modelo e p é o número de parâmetros.

3.2.4. Comparação e seleção de modelos

i. Critério de informação de Akaike, (AIC) e critério de informação bayesiano (BIC), dados por

$$AIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + 2p; \quad (22)$$

$$BIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + p \log(n); \quad (23)$$

em que $L(\hat{\theta})$ corresponde à função de verossimilhança e p é a quantidade de parâmetros do modelo, n é o número de observações e \log é o operador matemático logaritmo natural. O modelo escolhido será aquele que apresentar

menor valor para cada critério.

3.2.5. Medidas da não centralidade

3.2.5.1. Curvatura de Bates e Wattes e viés de Box

i. Para descrever a não linearidade, Bates e Wattes (1980) utilizam duas componentes, sendo elas a não linearidade intrínseca (γ^N) e a não linearidade devido ao efeito dos parâmetros (γ^T).

ii. A medida de viés de Box simplificada é dada por

$$\%Vício(\hat{\theta}) = \frac{100Vício(\hat{\theta})}{\hat{\theta}}; \quad (24)$$

As componentes da $\%Vício(\hat{\theta})$ foram especificadas em 2.10.2.2. Esta medida é comparada a um valor padrão, sugerido por Ratkowsky (1983), que é de 1% (0,01), obtido pela razão entre o valor absoluto do quociente do viés e o valor do parâmetro.

3.2.6. Intervalo de confiança

Com as estimativas de intervalo de confiança é possível obter um intervalo de estimativas prováveis, além de avaliar a amplitude do intervalo, dado por

$$IC_{(1-\alpha)} = k_x \pm t_{(\alpha/2)}\sqrt{(\sigma^2/n)}; \quad (25)$$

em que k_x corresponde à estimativa do parâmetro, n à quantidade total de dados na amostra, $t_{(\alpha/2)}$ é o valor na tabela de t de student para $\alpha/2$ e IC são os resultados apresentados pelo limite inferior (LI) e superior (LS).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A apresentação dos resultados está dividida em quatro partes. Primeiramente, apresentam-se os resultados referentes ao ajuste de EDT, ESDP, ESTP, HP, L e P aos dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, nas temperaturas de 50 °C em 4.1, de 60 °C em 4.2 e de 70 °C em 4.3 e, por último, em 4.4, o cálculo da taxa de secagem absoluta (TSA).

4.1. Avaliação dos modelos não lineares na descrição da cinética de secagem de polpa de jaboticaba na temperatura de 50 °C

Após os ajustes dos modelos aos dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, na temperatura de 50 °C, constatou-se que os modelos de Page e exponencial de dois termos não apresentaram convergência, segundo o critério utilizado pelo software SAS, que consiste em um limite máximo de 100 iterações e, independente dos valores iniciais dados aos parâmetros dos modelos, não convergiram. Por este motivo, as estimativas para estes modelos não aparecem nas tabelas a seguir.

Para verificar se as pressuposições básicas para modelos de regressão em relação aos resíduos foram atendidas, foram realizados os testes de Shapiro-Wilk e Breuch-Pagan, apresentados na Tabela 2 e o teste de Durbin-Watson, na Tabela 3, para cada modelo.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 2, pode-se dizer que as pressuposições de que os resíduos são normalmente distribuídos e com uma variância constante são verdadeiras. O teste de Shapiro-Wilk foi não significativo, pois todos os valores p calculados são maiores que 0,05, para os modelos apresentados.

Tabela 2. Valores referentes aos testes de Shapiro-Wilk e Breuch-Pagan, aplicados aos resíduos, com seu respectivo valor p, para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C.

Modelos	Shapiro-Wilk	valor p	Breuch-Pagan	valor p
ESDP	0,96	0,4268	3,02	0,0823
ESTP.	0,96	0,3145	0,70	0,4033
HP	0,96	0,4268	3,02	0,0823
L	0,97	0,5594	3,23	0,0724

Desse modo, não se rejeitou a hipótese de normalidade e pode-se dizer que os resíduos são normalmente distribuídos. Também pelo teste de Breuch-Pagan verificou-se que há existência de homogeneidade de variâncias, não se rejeitando a hipótese de variância constante para os resíduos, pois os valores p foram maiores que 0,05. Sendo assim, pode-se afirmar que a pressuposição de variância constante foi coerente.

Segundo Fernandes et al. (2014), a verificação das pressuposições para os modelos de regressão são muito importantes, pois, uma vez que não forem atendidas, diz-se que o modelo não é adequado e este desvio deve ser corrigido ou considerado no modelo. Na Tabela 3 são apresentados os valores referentes ao teste de Durbin-Watson. De acordo com os valores apresentados, pode-se dizer que as estimativas referentes ao teste para os modelos, exponencial de dois termos, simples com dois e três parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis, encontram-se abaixo do limite inferior tabelado para o teste, considerando as 28 observações e a quantidade de parâmetros de cada modelo. Segundo os critérios de decisão, tem-se que há dependência residual. Desse modo, será apresentado o ajuste com erros autorregressivos de primeira ordem, para explicar a dependência dos resíduos.

Tabela 3. Valores referentes ao teste de Durbin-Watson, com seus respectivos valores tabelados para o limite superior (LS) e limite inferior (LI), aplicados aos resíduos para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C, com 28 observações.

Modelos	Nº parâmetros	Durbin-Watson	LI	LS
ESDP	2	0,2652 ^D	1,255	1,560
ESTP	3	0,2773 ^D	1,181	1,650
HP	2	0,2652 ^D	1,255	1,560
L	1	0,1677 ^D	1,328	1,476

^D – há dependência

Na Tabela 4 estão representadas as estimativas para os parâmetros dos modelos considerando a componente autorregressava de primeira ordem (ϕ_1) para cada modelo. Os parâmetro k_0 e a presentes nos modelos exponencial simples com dois e três parâmetros e Henderson e Pabis apresentaram estimativas próximas de 1, o que é coerente, pois representam a razão de umidade inicial da polpa de jabuticaba na temperatura de 50 °C que é 1, representando 100% da umidade da polpa.

As estimativas foram significativas (valor $p < 0,05$) para estes parâmetros, sendo, então, válidos para descrever o fenômeno em estudo e seus intervalos de confiança para os parâmetros k_0 e a , nos modelos, apresentaram uma pequena amplitude, em geral, e não passaram pelo zero para nenhum modelo, o que é interessante, pois indica a validade do parâmetro. O parâmetro a do modelo de Henderson e Pabis apresentou uma estimativa igual à do parâmetro k_0 do modelo exponencial simples com dois parâmetros. Desse modo, pode-se dizer que este parâmetro a refere-se também à taxa de umidade inicial do produto.

As estimativas do parâmetro k_1 (tabela 4) foram significativas, ou seja, apresentaram valor $p < 0,05$ para os modelos exponencial simples com dois e três parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis, com estimativas próximas a 0,0038

g de água/min, sendo também valores coerentes, pois a taxa de secagem de um produto deve ser menor que 1 e maior que 0. Assim como ocorreu com o parâmetro k_0 , para o parâmetro k_1 obteve-se um intervalo de confiança de pouca amplitude e não passando pelo valor zero, ressaltando, assim, a sua validade nos modelos.

Tabela 4. Estimativas dos parâmetros considerando os erros autorregressivos de primeira ordem, com seus respectivos intervalos de confiança (LI e LS), para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C.

Modelo	Parâmetros	Estimativas	valor p	LI	LS
ESDP	k_0	0,999539	<,0001	0,9500	1,0491
	k_1	0,003824	<,0001	0,00257	0,00507
	ϕ_1	0,918616	<,0001	0,7316	1,1057
ESTP	k_0	0,980675	<,0001	0,8068	1,1546
	k_1	0,003894	0,0006	0,00198	0,00581
	k_2	0,018897	0,8284	-0,1501	0,1879
	ϕ_1	0,925639	<,0001	0,7045	1,1467
HP	a	0,999539	<,0001	0,9500	1,0491
	k_1	0,003824	<,0001	0,00257	0,00507
	ϕ_1	0,918616	<,0001	0,7316	1,1059
L	k_0	0,003824	<,0001	0,00260	0,00504
	ϕ_1	0,918247	<,0001	0,7351	1,1014

A estimativa para o parâmetro k_2 presente no modelo exponencial simples com três parâmetros foi não significativa (valor $p > 0,05$). Sendo assim, este parâmetro pode ser desconsiderado e uma nova reparametrização realizada. Com isso, tem-se a configuração do modelo exponencial simples com dois parâmetros. Por este motivo, o modelo não será apresentado nas tabelas a seguir para o ajuste aos dados de cinética de secagem na temperatura de 50 °C. É interessante notar que, além de o parâmetro k_2 ser não significativo, a amplitude do seu intervalo de confiança foi maior e englobou o valor zero, ou seja, o

parâmetro k_2 poderia ser zero, o que pode ser esperado de uma estimativa não significativa, validando, assim, a retirada do parâmetro k_2 do modelo.

As componentes autorregressivas de primeira ordem (ϕ_1) utilizadas para descrever a autocorrelação residual identificada nos dados foram significativas (valor $p < 0,05$) para todos os modelos presentes na Tabela 4, indicando, assim, a sua necessidade de ser considerada para dados com autocorrelação residual. E, dado que as estimativas de ϕ_1 são, em geral, próximas de 0,918, pode-se dizer que há uma alta correlação de primeira ordem entre os resíduos, reafirmando a necessidade em ser considerado no ajuste dos modelos aos dados.

A seguir são apresentados os avaliadores da qualidade de ajuste R^2_{aj} e DPR, na Tabela 5, para os modelos que se ajustam aos dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, na temperatura de 50 °C.

Os valores estimados para o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}) foram altos, sendo, então, considerados como um ajuste de qualidade. Fernandes et al. (2014), em estudos com frutos de café, obtiveram valores de R^2_{aj} acima de 93%, considerando como um bom ajuste aos dados. As estimativas para os valores de R^2_{aj} foram semelhantes. No entanto, o modelo de Lewis obteve uma estimativa um pouco maior que a dos demais modelos.

Tabela 5. Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos com a componente ϕ_1 , referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, na temperatura de 50 °C.

Modelos	Nº parâmetros	R^2_{aj}	DPR
ESDP	3	99,53%	0,000648
HP	3	99,53%	0,000648
L	2	99,55%	0,000624

O desvio padrão residual (DPR) foi baixo, na ordem de 10^{-4} , indicando uma pequena distância entre as estimativas dos modelos e os valores observados.

Segundo Sousa et al. (2014), quanto menor o valor do desvio padrão residual (DPR), melhor é o ajuste do modelo estimado.

De acordo com os critérios de seleção apresentados na Tabela 6, tem-se que os valores estimados para os critérios de seleção AIC e BIC foram menores para o modelo de Lewis, seguido pelo modelo exponencial simples com dois parâmetros e de Henderson e Pabis, que apresentaram estimativas semelhantes. O modelo que apresentar menores valores de AIC e BIC é o mais indicado para descrever o fenômeno estudado (AKAIKE, 1974; FLORIANO et al., 2006; SCHWARZ, 1978).

Desse modo, o modelo de Lewis, segundo os critérios de AIC e BIC, é o mais indicado para a descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C. Sousa et al. (2014) utilizaram também o critério de AIC e BIC para seleção do modelo mais adequado na descrição de germinação de sementes de café, encontrando um resultado semelhante ao obtido no presente estudo, pois os valores de AIC e BIC coincidiram na indicação do modelo mais adequado.

Tabela 6. Estimativas para os critérios de seleção dos modelos AIC, BIC e viés de Box para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C.

Modelos	Parâmetros	Viés de Box	AIC	BIC
ESDP	k0	-0,00146		
	k1	2,6619	-121,3	-115,9
	\emptyset_1	1,3519		
HP	a	-0,00146		
	k1	2,6619	-121,3	-115,9
	\emptyset_1	1,3519		
L	k1	2,5867	-123,3	-119,3
	\emptyset_1	1,3124		

Fernandes et al. (2014) utilizaram o critério de AIC para encontrar o modelo mais indicado para a descrição de curvas de crescimento do fruto do cafeeiro, sendo o menor valor de AIC o mais indicado para a descrição do fenômeno.

O viés de Box é comparado com um valor padrão de 1% (0,01), dado por Ratkowsky (1983). Este critério tem a capacidade de identificar o(s) parâmetro(s) que, individualmente, são responsáveis pelo excesso de curvatura (GAZOLA et al. 2011). Ou seja, se o valor estimado para o parâmetro for maior que 0,01, diz-se que este parâmetro é o responsável, ou um dos responsáveis, pela não linearidade do modelo, sendo que quanto menor o valor de viés de Box melhor o modelo.

Os modelos de Henderson e Pabis e exponencial simples com dois parâmetros obtiveram os mesmos valores estimados de viés de Box para seus parâmetros, sendo que as estimativas de k_1 e \emptyset_1 foram maiores que 0,01 e o parâmetro k_1 mais responsável pela não linearidade dos modelos. Já os parâmetros a e k_0 foram menores que 0,01, independente do sinal das estimativas e, desse modo, não influenciaram a não linearidade dos modelos.

O modelo de Lewis apresentou as estimativas de viés de Box para seus parâmetros, k_1 e \emptyset_1 acima de 0,01, sendo o parâmetro k_1 o mais responsável pela não linearidade do modelo, assim como ocorreu nos modelos anteriores. Em geral, os modelos apresentaram o parâmetro k_1 como o maior responsável pela não linearidade dos modelos, sendo que as estimativas obtidas no ajuste do modelo de Lewis foram menores que as estimativas dos outros modelos. O mesmo ocorreu para o parâmetro \emptyset_1 . É válido ressaltar que o viés de Box é uma característica estrita do parâmetro e pode ser modificada com uma nova reparametrização, levando-se em consideração as informações obtidas com a parametrização atual do modelo.

Na Tabela 7 observam-se as medidas de curvatura de Bates e Wates que são a não linearidade intrínseca e a não linearidade devido ao efeito dos parâmetros, sendo que a medida de não linearidade intrínseca independe da parametrização do modelo, enquanto a não linearidade devido ao efeito dos parâmetros pode ser alterada quando se realiza uma reparametrização do modelo. Segundo Fernandes et al. (2014) e Gazola et al. (2011), menores estimativas para as medidas de curvatura de Bates e Wates indicam que os modelos são melhores.

O modelo de Lewis foi o que obteve o menor valor para a não linearidade intrínseca, sendo este o mais próximo do linear. Já os modelos exponencial simples com dois parâmetros e de Henderson e Pabis obtiveram estimativas menores para a não linearidade devido ao efeito dos parâmetros, sendo, então, os melhores modelos segundo este critério. No entanto, a não linearidade devido ao efeito dos parâmetros pode ser alterada com uma reparametrização. Logo, como os modelos exponencial simples com dois parâmetros e Henderson e Pabis foram próximos ao de Lewis, com uma reparametrização o resultado poderia ser alterado.

Tabela 7. Estimativas para os critérios de seleção dos modelos, curvatura de Bates e Wates, compostas por não linearidade intrínseca γ^N e não linearidade, devido ao efeito dos parâmetros γ^T para os modelos que apresentaram convergência referente ao ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C.

Modelos	Não linearidade	
	γ^N (Intrínseca)	γ^T (Paramétrica)
ESDP	0,0949	0,1342
HP	0,0949	0,1342
L	0,0778	0,1383

Levando-se em consideração os avaliadores da qualidade de ajuste, os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis

apresentaram um bom ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, na temperatura de 50 °C e, de acordo com os critérios de seleção utilizados, o modelo de Lewis foi o mais indicado para descrever os dados.

Os modelos com um bom ajuste aos dados podem ser visualizados na Figura 2, com seus respectivos intervalos de confiança. Considerar os erros dependentes ao longo do tempo garante um melhor ajuste aos dados, ou seja, com valores estimados mais próximos aos valores observados. Fernandes et al. (2014) observaram que, ao considerarem os erros autorregressivos de primeira ordem, houve um ajuste de maior qualidade, com menores intervalos de confiança e erro padrão.

Na Figura 2 é possível notar as principais fases do processo de secagem, que se inicia no tempo de 0 minuto. Com até, aproximadamente, 160 minutos, o produto atinge uma temperatura de equilíbrio com o meio, seguido pelas demais fases de secagem, sendo estas perdas de umidade constantes e a uma perda de umidade à taxa decrescente em duas fases, até que, ao final do processo, atinge um teor de umidade de equilíbrio com cerca de 800 minutos e observada até 1.200 minutos, sem que se alterasse significativamente.

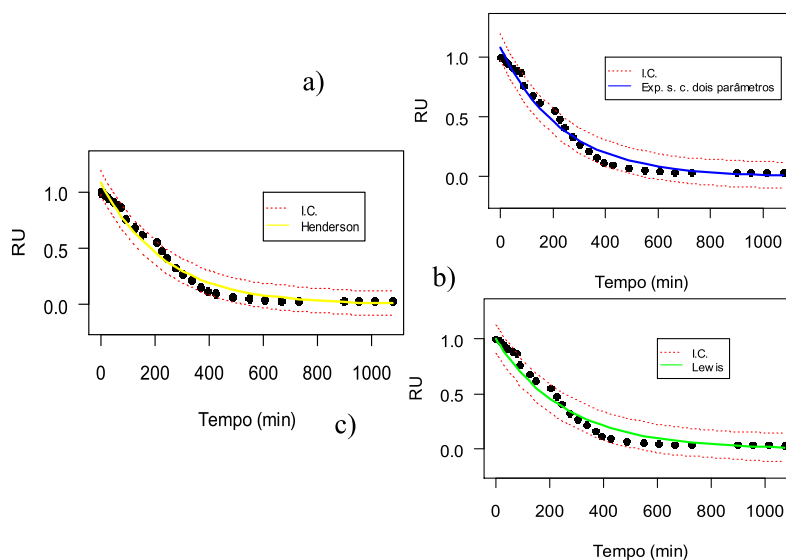


Figura 2. Descrição das curvas de secagem de polpa de jaboticaba, na temperatura de 50 °C, pelos modelos: a) Exponencial simples com dois parâmetros; b) Henderson e Pabis e c) Lewis.

4.2. Avaliação dos modelos não lineares na descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 60 °C

Obtidas as estimativas para os modelos exponencial de dois termos, exponencial simples com dois e três parâmetros, Henderson e Pabis, Lewis e Page, observou-se que os modelos exponencial de dois termos e de Page não convergiram para o ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 60 °C, assim como ocorreu para o ajuste anterior com os mesmos modelos ajustados aos dados de cinética de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C. Independente dos valores iniciais utilizados para os parâmetros desses modelos, o critério de convergência utilizado pelo software SAS foi extrapolado e, por isso, as estimativas não aparecem nas tabelas a seguir.

Para se verificar as pressuposições básicas dos modelos de regressão foram atendidas, foram realizados os testes de Shapiro-Wilke Breuch-Pagan apresentados na Tabela 8 e o teste de Durbin-Watson, na Tabela 9, para cada modelo que apresentou convergência. Os resultados referentes ao teste de Shapiro-Wilk (Tabela 8), indicaram normalidade residual, pois não se rejeitou a hipótese de normalidade para os modelos (valor $p > 0,05$).

Quanto ao teste de Breuch-Pagan, verificou-se que os resíduos são homocedásticos para os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis, pois não se rejeitou a hipótese de variância constante para os resíduos (valor $p > 0,05$). No entanto, o modelo exponencial simples com três parâmetros foi significativo (valor $p < 0,05$) para o mesmo teste, apontando heterogeneidade de variância.

Tabela 8. Valores referentes aos testes de Shapiro-Wilk e Breuch-Pagan, com seu respectivo valor p, aplicados aos resíduos para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C.

Modelos	Shapiro-Wilk	valor p	Breuch-Pagan	valor p
ESDP	0,94	0,1749	0,19	0,6629
ESTP	0,95	0,2877	7,83	0,0051
HP	0,94	0,1749	0,19	0,6629
L	0,94	0,1534	0,64	0,4255

Nos estudos de Sousa et al. (2014), com a descrição de germinação de sementes de café, foram encontrados resultados semelhantes com os apresentados na Tabela 8, quanto à heterogeneidade de variâncias. Para obter as estimativas para os parâmetros desses modelos com heterogeneidade de variâncias, utiliza-se o método dos quadrados mínimos generalizados (HOFFMAN e VIEIRA, 1998; MAZZINI et al., 2005; SOUSA et al. 2014).

Na Tabela 9 são apresentados os valores estimados para o teste de Durbin-Watson, para verificar se existe dependência dos resíduos ao longo do tempo.

Tabela 9. Valores referentes ao teste de Durbin-Wattson, com seus respectivos valores tabelados para o limite superior (LS) e limite inferior (LI), aplicados aos resíduos para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C, com 24 observações.

Modelos	Nº parâmetros	Durbin-Watson	LI	LS
ESDP	2	0,1828 ^D	1,188	1,546
ESTP	3	0,3410 ^D	1,101	1,656
HP	2	0,1828 ^D	1,188	1,546
L	1	0,1355 ^D	1,273	1,446

^D – há dependência

Os valores obtidos para o teste de Durbin-Watson encontram-se abaixo do limite inferior tabelado (JUDGE et al., 1985) e, de acordo com os critérios de

decisão para o teste, tem-se que há dependência residual para todos os modelos, ou seja, há autocorrelação residual.

Na Tabela 10 é apresentado o ajuste dos modelos, considerando a dependência residual como erro autorregressivo de primeira ordem (ϕ_1) para os modelos. Os parâmetros dos modelos exponencial simples com dois e três parâmetros, Henderson e Pabis e de Lewis apresentaram estimativas coerentes para seus parâmetros. O parâmetro k_0 deve ser, aproximadamente, 1, pois se refere à razão de umidade inicial da polpa de jaboticaba antes do processo de secagem, e o parâmetro k_1 deve estar entre 1 e 0, pois é a taxa de secagem do produto.

Os parâmetros k_0 e a foram significativos para os modelos exponencial simples com dois e três parâmetros e Henderson e Pabis e apresentaram intervalos de confiança de pequena amplitude, indicando confiabilidade nas estimativas obtidas e que não englobaram o valor zero. Assim como no ajuste aos dados na temperatura de 50 °C, o parâmetro a do modelo de Henderson e Pabis e o parâmetro k_0 do modelo exponencial simples com dois parâmetros apresentaram-se iguais e, desse modo, pode-se dizer que o parâmetro a também faz inferência sobre o teor de umidade do produto.

Os parâmetros k_1 dos modelos presentes na Tabela 10 foram todos significativos, apresentando taxa de secagem de, aproximadamente, 0,0049 g de água/min, e seus intervalos de confiança estimados obtiveram uma amplitude pequena e não passando pelo zero, como esperado. A taxa de secagem para os dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba na temperatura de 60 °C foi maior que na temperatura de 50 °C, o que era esperado, pois a temperatura de secagem do produto influencia diretamente a taxa de secagem. Segundo Gouveia et al. (2003), quanto maior a temperatura maior a taxa de secagem do produto.

Tabela 10. Estimativas dos parâmetros considerando os erros autorregressivos de primeira ordem para os modelos com ϕ_1 , para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C.

Modelos	Parâmetros	Estimativas	valor p	LI	LS
ESDP	k0	1,003202	<,0001	0,9606	1,0458
	k1	0,00492	<,0001	0,00313	0,00671
	ϕ_1	0,931489	<,0001	0,7097	1,1533
ESTP	k0	1,037092	<,0001	0,8603	1,2139
	k1	0,00473	0,0016	0,00221	0,00725
	k2	-0,03408	0,7074	-0,2094	0,1412
	ϕ_1	0,920327	<,0001	0,6315	1,2092
HP	a	1,003202	<,0001	0,9606	1,0458
	k1	0,00492	<,0001	0,00313	0,00671
	ϕ_1	0,931489	<,0001	0,7097	1,1533
L	k0	0,004919	<,0001	0,00309	0,00675
	ϕ_1	0,933252	<,0001	0,7130	1,1536

O parâmetro k2 do modelo exponencial simples com três parâmetros foi não significativo e, sendo assim, não é válido. Ao considerar excluir o parâmetro e reestimar um novo modelo, tem-se a parametrização do modelo exponencial simples com dois parâmetros. Por este motivo, o modelo exponencial simples com três parâmetros não será apresentado nas tabelas seguintes, sendo então desconsiderado para descrever a cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 60 °C. O intervalo de confiança para este parâmetro foi com uma amplitude maior que a dos demais, passando pelo valor zero, o que era esperado por ser não significativo.

As estimativas para o erro autorregressivo de primeira ordem foram significativas para todos os modelos presentes na Tabela 10, reafirmando a necessidade de ajuste com ϕ_1 . A amplitude dos intervalos de confiança foi pequena e não passa pelo valor zero. Desse modo, reafirma-se a validade de se utilizar o ϕ_1 . Os valores estimados para este parâmetro foram em torno de 0,93,

indicando alta correlação positiva entre os resíduos, e a utilização dos erros autorregressivos no ajuste de modelos tem como característica melhorar a qualidade do ajuste dos modelos, de modo que os valores estimados tornem-se mais próximos dos observados.

Na Tabela 11 são apresentados os avaliadores da qualidade de ajuste para os modelos que se aplicam ao fenômeno a ser descrito.

Tabela 11. Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos com a componente ϕ_1 referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C.

Modelos	Nº Parâmetros	R^2_{aj}	DPR
ESDP	3	99,64%	0,000480
HP	3	99,64%	0,000480
L	2	99,66 %	0,000458

Os avaliadores da qualidade de ajuste indicaram um bom ajuste para os modelos, pois os valores de R^2_{aj} foram altos, acima de 99% e os de DPR baixos, na ordem de 10^{-4} . As estimativas para os avaliadores R^2_{aj} e DPR foram muito próximas, e o modelo de Lewis obteve valores de R^2_{aj} maiores e de DPR menores que os dos demais.

Tabela 12. Estimativas para os critérios de seleção dos modelos, AIC, BIC e viés de Box para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C.

Modelos	Parâmetros	Viés de Box	AIC	BIC
ESDP	k0	-0,00058	-105,7	-101,2
	k1	4,2836		
	ϕ_1	2,4825		
HP	a	-0,00058	-105,7	-101,2
	k1	4,2836		
	ϕ_1	2,4825		
L	k1	4,5073	-107,7	-104,3
	ϕ_1	2,6538		

Os valores de viés de Box para o modelo exponencial simples com dois parâmetros indicaram que o parâmetro k_0 foi menor que 0,01, valor padrão de Ratkowsky (1983). Já os parâmetros k_1 e ϕ_1 foram acima de 0,01, sendo estes os responsáveis pela não linearidade do modelo. O mesmo ocorreu para o modelo de Henderson e Pabis, sendo que, em vez do parâmetro k_0 , tem-se o parâmetro a . Estes dois modelos foram os mais indicados para descrever a cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C. O modelo de Lewis também obteve valores acima de 0,01 para os seus parâmetros (k_1 e ϕ_1).

Os valores de AIC e BIC foram próximos para todos os modelos presentes na Tabela 12. No entanto, o modelo de Lewis foi o que obteve menores estimativas para estes critérios de seleção, sendo, então, o mais indicado para descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C. Sousa et al. (2014) utilizaram os mesmos critérios de seleção AIC e BIC para encontrar o modelo mais indicado para descrever a germinação de café e observaram que ambos os critérios indicaram um mesmo modelo como melhor. O mesmo ocorreu, no presente trabalho, com a secagem de polpa de jabuticaba.

Na Tabela 13 estão presentes os critérios de seleção, medidas de curvatura de Bate e Wates. Como se pode observar, o modelo de Lewis apresentou uma estimativa menor que a dos demais modelos para a não linearidade intrínseca, ou seja, seus valores estimados são melhores que os demais para a componente de curvatura e com menor intensidade, quanto a não linearidade dos dados.

Zeviani et al. (2012), em estudos com a liberação de potássio de esterco animais em latossolos por modelos não lineares, utilizaram também os critérios de seleção de Bates e Wates para encontrar o modelo mais adequado. Estes autores observaram valores diferentes para as medidas de não linearidade e não

necessariamente indicavam o mesmo modelo como mais próximo do linear, assim como ocorreu no presente trabalho. Constataram, então, que, independente da reparametrização de um dado modelo, o valor de não linearidade intrínseca não se altera.

Tabela 13. Estimativas para os critérios de seleção dos modelos curvatura de Bates e Wates, compostas por não linearidade intrínseca γ^N e a não linearidade devido ao efeito dos parâmetros γ^T , para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C.

Modelos	Não linearidade	
	γ^N (Intrínseca)	γ^T (Paramétrica)
ESDP	0,0524	0,0823
HP	0,0949	0,1342
L	0,0473	0,0895

No presente estudo, a medida de não linearidade devido ao efeito dos parâmetros indicou que os modelos exponencial simples com dois parâmetros e de Henderson e Pabis apresentaram maior aproximação linear. No entanto, é válido ressaltar que esta última medida de curvatura pode ser alterada com uma reparametrização do modelo.

Em um aspecto geral, os avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis apresentaram um bom ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C e, com base nos critérios de seleção presentes nas Tabelas 12 e 13, tem-se que o modelo de Lewis foi o mais indicado para a descrição dos dados. A seguir, apresenta-se, na Figura 3, o ajuste dos modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e de Lewis aos dados.

Pode-se notar que os três modelos apresentaram um ajuste gráfico também de qualidade e é possível observar a fase inicial de secagem seguida

pela taxa decrescente de secagem e a estabilização da umidade de equilíbrio ao final do processo, que foi, aproximadamente, aos 350 minutos.

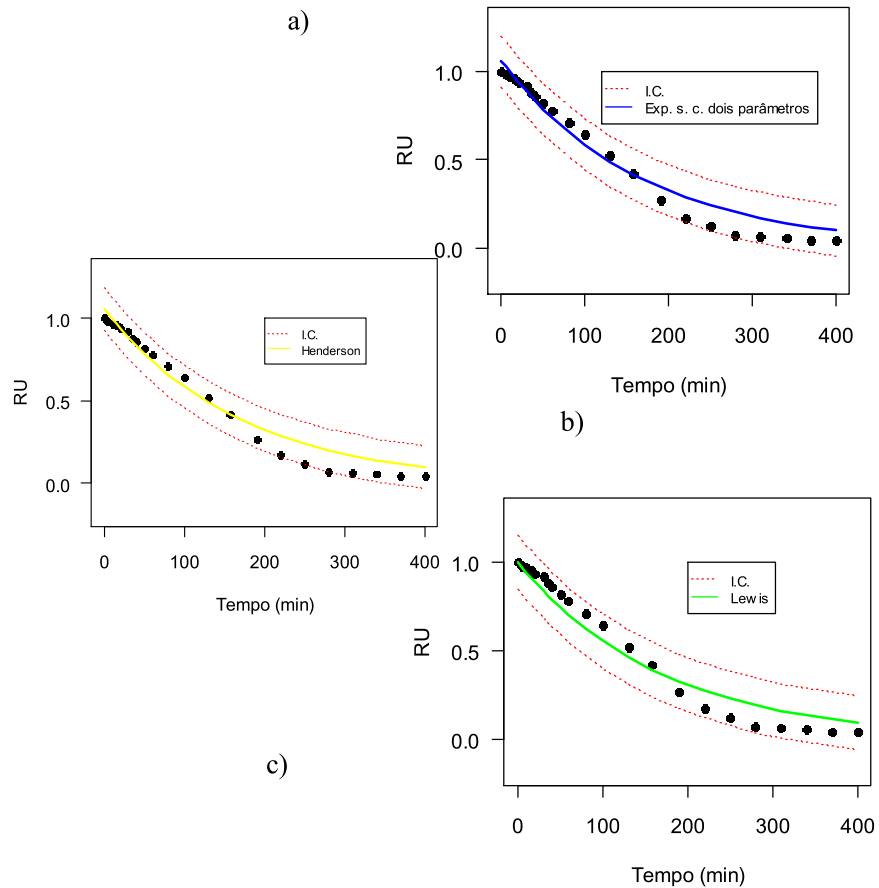


Figura 3. Descrição das curvas de secagem de polpa de jaboticaba na temperatura de 60 °C, pelos modelos: a) Exponencial simples com dois parâmetros; b) Henderson e Pabis e c) Lewis.

É interessante ressaltar o ajuste considerando os erros autorregressivos de primeira ordem, pois estes possibilitam maior qualidade no ajuste aos dados de polpa de jaboticaba, além de serem mais próximos dos valores observados.

4.3. Avaliação dos modelos não lineares na descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C

Depois de realizado o ajuste dos modelos exponencial de dois termos, exponencial simples com dois e três parâmetros, Henderson e Pabis, Lewis e Page aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 70 °C, observou-se que os modelos exponencial de dois termos e de Page não convergiram para o ajuste aos dados da mesma maneira como ocorreu para os ajustes aos dados nas temperaturas de 50 °C e 60 °C. Os testes de Shapiro-Wilk, Breuch-Pagan e Durbin-Watson foram utilizados para verificar as pressuposições básicas para modelos de regressão.

Na Tabela 14 são apresentados os testes de Shapiro-Wilk e Breuch-Pagan, com seu respectivo valor p, para avaliar a significância do teste e, na Tabela 15, o teste de Durbin-Watson com seus valores tabelados.

Tabela 14. Valores referentes aos testes de Shapiro-Wilk e Breuch-Pagan, com seus respectivos valores p aplicados aos resíduos para os modelos que apresentaram convergência para os dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C.

Modelos	Shapiro-Wilk	valor p	Breuch-Pagan	valor p
ESDP	0,93	0,0946	0,87	0,3513
ESTP	0,94	0,1655	5,32	0,0211
HP	0,93	0,0946	0,87	0,3513
L	0,88	0,1026	1,96	0,1614

O teste de Shapiro-Wilk, utilizado para avaliar se os dados são normalmente distribuídos, revelou que a afirmativa é verdadeira, pois não se rejeitou o teste com valor $p > 0,05$, ou seja, não se rejeitou a hipótese de normalidade para os resíduos. O teste de Breuch-Pagan foi não significativo para os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e

Lewis, ou seja, não se rejeitou a hipótese de variância constante para estes modelos. No entanto, rejeitou-as hipótese para o modelo exponencial simples com três parâmetros, indicando heterogeneidade de variância para este modelo, assim como ocorreu com o mesmo modelo na descrição dos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 60 °C.

O teste de Durbin-Watson indicou que há dependência nos resíduos de acordo com os critérios definidos para o teste e comparados aos valores tabelados, ou seja, há autocorrelação residual ao longo do tempo. O mesmo ocorreu no ajuste dos modelos aos dados de polpa de jabuticaba, na temperatura de 50 °C e de 60 °C.

Florianio et al. (2006) aplicaram também o teste de Durbin-Watson para verificar a existência de correlação serial em dados de altura de árvores e observaram a existência de autocorrelação residual de primeira ordem em seus dados. O mesmo foi observado no estudo de secagem de polpa de jabuticaba.

Tabela 15. Valores referentes ao teste de Durbin-Wattson, com seus respectivos valores tabelados para o limite superior (LS) e limite inferior (LI), aplicados aos resíduos para os modelos ajustados aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C, com 22 observações.

Modelos	Nº parâmetros	Durbin-Watson	LI	LS
ESDP	2	0,1864	1,147	1,541
ESTP	2	0,1864	1,147	1,541
HP	1	0,1232	1,239	1,429

Na Tabela 16 são representadas as estimativas para os parâmetros dos modelos que apresentaram convergência e também a componente autorregressiva de primeira ordem (ϕ_1). Os modelos obtiveram estimativas coerentes e semelhantes para os parâmetros com interpretação biológica k_0 e k_1 . Os parâmetros k_0 presentes nos modelos exponencial simples com dois e três parâmetros foram significativos e próximos de 1, sendo, então, válidos para a

descrição do fenômeno em estudo; seus intervalos de confiança obtiveram amplitude pequena e que não passaram pelo valor zero, sendo, então, estimativas mais confiáveis. O parâmetro a do modelo de HP foi igual ao parâmetro k_0 do modelo ESDP e, sendo assim, o parâmetro a faz inferência sobre a taxa inicial de umidade do produto.

O parâmetro k_1 presente em todos os modelos na Tabela 15 obtiveram estimativas para a taxa de secagem de jabuticaba na temperatura de 70 °C com, aproximadamente, 0,0058 g de água/min e seus intervalos de confiança com pequena amplitude, o que garante uma estimativa mais confiável. Já o modelo exponencial simples com três parâmetros apresentou taxa de 0,0046 g de água/min e obteve um intervalo de confiança um pouco maior, mas, mesmo assim, não englobou o valor zero.

Tabela 16. Estimativas dos parâmetros considerando os erros autorregressivos de primeira ordem para os modelos com ϕ_1 , para os modelos que apresentaram convergência referente aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C.

Modelos	Parâmetros	Estimativas	valor p	LI	LS
ESDP	k_0	1,008362	<,0001	0,9568	1,0599
	k_1	0,005769	0,0005	0,00308	0,00845
	ϕ_1	0,953643	<,0001	0,7562	1,1511
ESTP	k_0	1,195166	<,0001	0,8389	1,5514
	k_1	0,00461	0,0153	0,00124	0,00798
	k_2	-0,18729	0,3173	-0,5441	0,1696
	ϕ_1	0,897418	<,0001	0,5452	1,2496
HP	a	1,008362	<,0001	0,9568	1,0599
	k_1	0,005769	0,0005	0,00308	0,00845
	ϕ_1	0,953643	<,0001	0,7562	1,1511
L	k_0	0,005779	0,0007	0,00295	0,00861
	ϕ_1	0,954967	<,0001	0,7545	1,1554

É interessante notar que a taxa de secagem dos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C, foi maior que na temperatura de 60 °C e que foi maior que na temperatura de 50 °C, o que era

esperado. Segundo Gouveia et al. (2002), a temperatura é um dos fatores de maior influência no processo de secagem e quanto maior a temperatura menor o tempo de secagem e, conseqüentemente, mais rapidamente se atinge o teor de umidade de equilíbrio (U_e) do produto.

O parâmetro k_2 do modelo exponencial simples com três parâmetros foi não significativo. Desse modo, não é válido e deve ser desconsiderado, assim como ocorreu com o ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, nas temperaturas de 50 °C e 60 °C. E, assim como ocorreu com os dados nas demais temperaturas de secagem, o parâmetro k_2 apresentou um intervalo de confiança com uma grande amplitude e passando pelo valor zero.

As estimativas para as componentes ϕ_1 foram significativas e com intervalos de confiança pequenos sem o valor zero, dando maior confiabilidade à estimativa e reafirmando a necessidade de se considerar o ajuste com erros autorregressivos de primeira ordem, quando há dependência nos resíduos ao longo do tempo. Na Tabela 17 são apresentados os avaliadores da qualidade de ajuste para os modelos que se aplicam ao fenômeno a ser descrito e também os critérios de seleção para os mesmos, nas Tabelas 18 e 19.

Tabela 17. Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos considerando a componente ϕ_1 , para os dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C.

Modelos	Nº parâmetros	R^2_{aj}	DPR
ESDP	3	99,51%	0,0007
HP	3	99,51%	0,0007
L	2	99,56%	0,0006

De acordo com os valores observados para os avaliadores R^2_{aj} e DPR, os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis apresentaram boa qualidade no ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C, tendo o modelo de Lewis obtido valores

um pouco mais altos para o R_{aj}^2 e menores para o DPR, seguido pelos modelos exponencial simples com dois parâmetros e de Henderson e Pabis, que apresentaram estimativas semelhantes.

Os critérios de seleção AIC e BIC indicaram o modelo de Lewis como o mais correto para descrever a cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C, pois apresentaram menores valores que os modelos de Henderson e Pabis e exponencial simples com dois parâmetros. Os mesmos critérios de seleção foram utilizados por Floriano et al. (2006) para indicar o melhor modelo para descrever o crescimento em altura de árvores. Os autores utilizaram também o critério de informação de Akaike corrigido (AICc) e a estatística de Mallows (Cp) como critérios de seleção de modelos e observaram que os critérios indicaram um mesmo modelo como o mais correto, assim como ocorreu no presente estudo.

Ao comparar os valores obtidos para o viés de Box, ao valor padrão de Ratkowsky de 0,01, tem-se que os parâmetros a e k_0 dos modelos de Henderson e Pabis e exponencial simples com dois parâmetros, respectivamente, ficaram abaixo do valor padrão e, desse modo, não influenciaram a não linearidade dos modelos. Já os parâmetros k_1 e ϕ_1 presentes em todos os modelos da Tabela 18 foram influentes nas características não lineares dos modelos, tendo que o parâmetro k_1 é o mais responsável pela não linearidade nos três modelos e o modelo de Lewis foi o que obteve maior valor para este parâmetro.

Gazola et al. (2011) utilizaram também as medidas de curvatura de Bates e Wates e o viés de Box, para indicar o modelo mais correto na descrição da germinação de sementes de milho e concluíram que quanto menores os valores para as medidas de curvatura e de viés de Box, melhor o modelo.

Tabela 18. Estimativas para os critérios de seleção dos modelos, AIC, BIC e viés de Box, para os modelos que apresentaram convergência, referentes aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C.

Modelos	Parâmetros	Viés de Box	AIC	BIC
ESDP	k0	-0,0012	-92,6	-88,3
	k1	4,1373		
	ϕ_1	2,7672		
HP	a	-0,0012	-92,6	-88,3
	k1	4,1373		
	ϕ_1	2,7672		
L	k1	4,8221	-94,5	-91,2
	ϕ_1	3,3183		

Tabela 19. Estimativas para os critérios de seleção dos modelos curvatura de Bates e Wates, compostas por não linearidade intrínseca γ^N e não linearidade, devido ao efeito dos parâmetros γ^T , para os modelos ajustados aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C.

Modelos	Não linearidade	
	γ^N (Intrínseca)	γ^T (Paramétrica)
ESDP	0,0716	0,1074
HP	0,0716	0,1074
L	0,0666	0,1187

O modelo de Lewis apresentou uma estimativa menor que a dos demais modelos para a não linearidade intrínseca, ou seja, seus valores estimados são melhores que os demais para a componente de curvatura e com menor intensidade quanto a não linearidade dos dados. Já a medida de não linearidade devido ao efeito dos parâmetros indicou os modelos exponencial simples com dois parâmetros e de Henderson e Pabis como os com maior proximidade do linear. No entanto, é válido ressaltar que esta última medida de curvatura pode ser alterada com uma reparametrização do modelo.

De acordo com avaliadores da qualidade de ajuste, os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e Lewis

apresentaram bom ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, na temperatura de 70 °C e, com base nos critérios de seleção, o modelo de Lewis foi o mais indicado para a descrição dos dados.

Os três modelos apresentaram boa qualidade de ajuste aos dados, tendo o mesmo sido observado graficamente. O modelo mais indicado para descrição da cinética de secagem de polpa de jabuticaba na temperatura de 70 °C foi o modelo de Lewis, segundo os critérios de seleção AIC, BIC, viés de Box e medidas de curvatura de Bates e Wates.

Na Figura 4 observa-se o ajuste dos modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e de Lewis aos dados. É interessante ressaltar o ajuste considerando os erros autorregressivos de primeira ordem, pois constituem um ajuste de maior qualidade aos dados. O mesmo foi observado por Fernandes et al. (2014) e Sousa et al. (2014), em estudos com café.

A fase inicial do processo de secagem se dá até, aproximadamente, 40 minutos, quando o produto atinge um teor de umidade de equilíbrio, seguida pelas demais fases de perda de umidade a uma taxa decrescente até que, ao final do processo, a polpa de jabuticaba, quando alcança um teor de umidade de equilíbrio final, tal que, independente do tempo de processo após atingir esta umidade, ela não se altera.

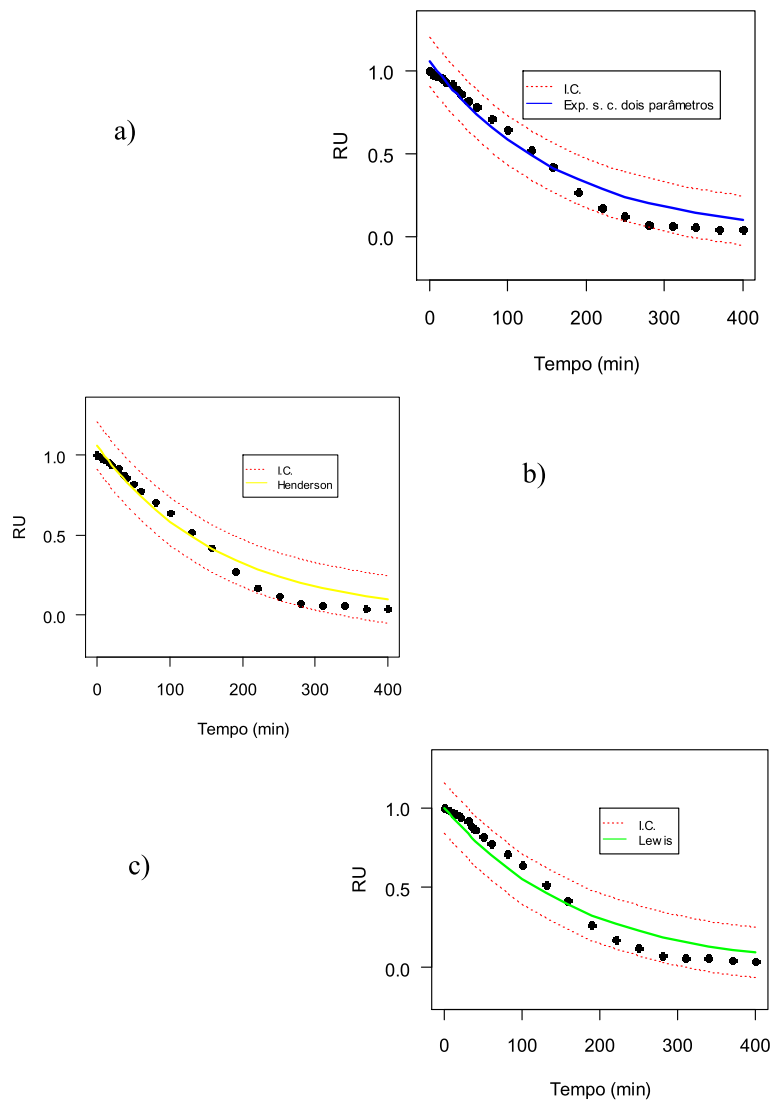


Figura 4. Descrição das curvas de secagem de polpa de jaboticaba, na temperatura de 60 °C, pelos modelos: a) Exponencial simples com dois parâmetros; b) Henderson e Pabis e c) Lewis.

4.4. Avaliação dos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba em diferentes temperaturas, com a estimação da taxa de secagem absoluta

Dentre os modelos avaliados no presente estudo, os modelos exponencial simples de dois termos, Page e exponencial simples com três parâmetros não apresentaram convergência no ajuste aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70 °C. Já os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis e de Lewis convergiram e apresentaram boa qualidade no ajuste aos dados, nas diferentes temperaturas, com valores de R^2_{aj} acima de 99% e valores de DPR na ordem de 10^{-4} .

O teste das pressuposições básicas para modelos de regressão indicaram que os resíduos seguem distribuição normal, variância constante e que se apresentam dependentes ao longo do tempo, o que foi considerado no ajuste dos modelos aos dados com a componente autorregressiva de primeira ordem (ϕ_1), nas três temperaturas avaliadas.

O processo de secagem ocorreu em condições homogêneas, alterando-se apenas as temperaturas. Segundo Alsina, Silva e Santos (2003) e Gouveia et al. (2003), a temperatura é o fator que tem maior influência no processo de secagem. O mesmo pode ser observado na Figura 5, com a representação dos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70 °C. À medida que se aumenta a temperatura de secagem, menor é o tempo do processamento. É possível notar, por meio dos valores observados, bem como graficamente, que, inicialmente, o produto é aquecido até uma temperatura de equilíbrio com cerca de 160 minutos, quando o processo ocorreu na temperatura de 50 °C, de 70 minutos a 60 °C e de 40 minutos a 70 °C.

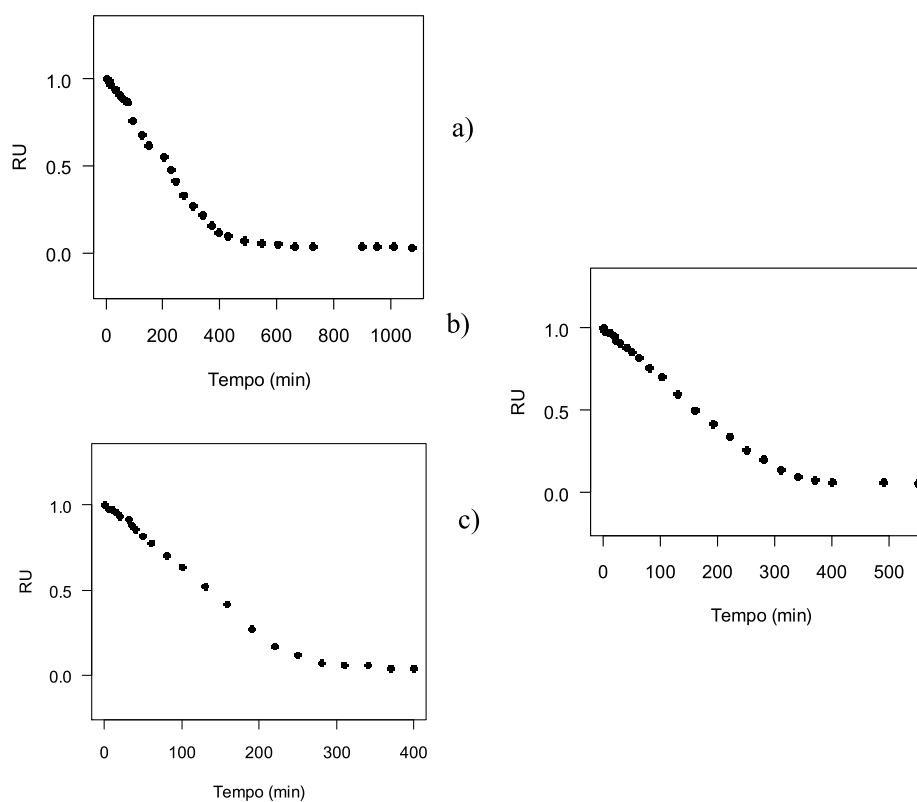


Figura 5. Curvas de cinética de secagem de polpa de jaboticaba nas temperaturas de 50 °C (a), 60°C (b) e 70°C (c).

Após esta fase inicial decorre o processo no período de velocidade constante e a velocidade decrescente, até que, no segundo período de velocidade decrescente, atinge-se o teor de umidade de equilíbrio, ou seja, atinge uma umidade tal que, independente de quanto tempo continue no processo de secagem, o seu teor de umidade não se altera, de modo que só é possível

modificar este teor com a mudança das condições do experimento (SILVA, 2008).

Os dados de cinética de secagem da polpa de jabuticaba foram gerados até que fosse alcançado o teor de umidade de equilíbrio e os tempos de secagem vararam de acordo com a temperatura de secagem, sendo que o tempo para que se alcançasse o teor de umidade de equilíbrio na temperatura de secagem de 50 °C (Figura 5a) foi com aproximadamente 800 minutos e observado até 1.200 minutos sem que o teor de umidade se alterasse significativamente. O processo ocorrido na temperatura de 60 °C (Figura 5 b) alcançou o teor de umidade de equilíbrio em, aproximadamente, 400 minutos e o processo foi observado até cerca de 600 minutos. Na temperatura de 70 °C (Figura 5 - c) atingiu-se o teor de umidade de equilíbrio em aproximadamente 350 minutos, sendo observado até 500 minutos.

À medida que a temperatura de secagem aumenta, o tempo de secagem diminui e, em termos econômicos, seria melhor para o produtor, pois otimiza o processo, além de diminuir o gasto com o processo de produção. No entanto, para se decidir qual a melhor temperatura de secagem, é necessário realizar análises químicas, físicas e biológicas no produto final.

O modelo mais adequado para descrever os processos de secagem nas diferentes temperaturas, segundo os critérios de seleção utilizados, foi o modelo de Lewis. Considerando o parâmetro k_1 do modelo de Lewis, pode-se notar (Tabela 20) que, com o aumento da temperatura, há um considerável aumento da taxa de secagem. Estes resultados concordam com os de Alsina, Silva e Santos(1997), Gouveia et al. (2003) e Silva (2008), o que era esperado, pois k_1 representa taxa de secagem do produto, que é dada pela razão entre a variação de umidade e a variação do tempo de secagem, como foi visto em 2.4. Desse modo, com a elevação da temperatura, o tempo de secagem diminui e, consequentemente, k_1 aumenta.

Tabela 20. Estimativas para as taxas de secagem (k_1) referentes aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70 °C, com seus respectivos intervalos de confiança (LI e LS), de acordo com o ajuste do modelo de Lewis aos dados.

Temperatura	Estimativa do parâmetro k_1	LI	LS
50°C	0,003824	0,00260	0,00504
60°C	0,004919	0,00309	0,00675
70°C	0,005779	0,00295	0,00861

Os intervalos de confiança obtidos para os parâmetros k_1 apresentaram uma pequena amplitude em geral e não passaram pelo valor zero, o que reafirma a validade do parâmetro para o modelo.

Com a derivação do modelo de Lewis pode-se obter a taxa de secagem absoluta do produto e também o ponto de inflexão do modelo, indicando até onde houve uma perda de umidade mais acelerada e/ou mais lenta. Na Figura 6 estão representadas as taxas de secagem absolutas referentes ao ajuste do modelo de Lewis aos dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, nas diferentes temperaturas.

A taxa de secagem absoluta foi obtida com a primeira derivada do modelo de Lewis em cada temperatura de secagem. A segunda derivada indicou o ponto de inflexão do modelo em cada caso. Sendo assim, tem-se que, na temperatura de 50 °C, houve um aumento da taxa de secagem até o tempo de, aproximadamente, 450 minutos (Figura 6a) e, até este ponto, ocorreu cerca de 70% do processo de secagem.

Na temperatura de 60 °C, o ponto de inflexão do modelo de Lewis indicou que houve uma perda de umidade mais acentuada até cerca de 270 minutos (Figura 6b), sendo que até este ponto ocorreram cerca de 73% do processo de secagem e, após este ponto, houve redução na perda de umidade da

polpa de jaboticaba até que a taxa se estabilizou, o que é explicado pelo teor de umidade de equilíbrio final.

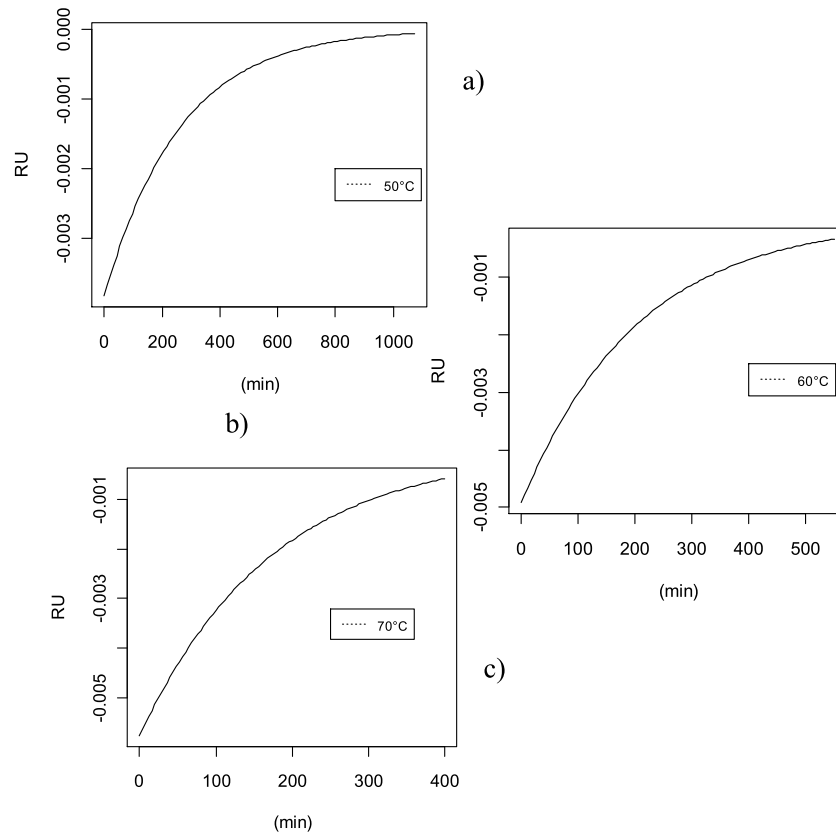


Figura 6. Taxa de secagem absoluta referente ao ajuste do modelo de Lewis aos dados de cinética de secagem de polpa de jaboticaba, nas temperaturas de 50 °C (a), 60 °C (b) e 70 °C (c).

Na temperatura de 70 °C houve perda de umidade elevada até, aproximadamente, 210 minutos, sendo que cerca de 72% do processo de secagem ocorreram neste período e, após este intervalo, houve uma diminuição na perda de umidade do produto, até se estabilizar ao fim do processo (Figura 6c), assim como ocorreu nas temperaturas de 50 °C e 60 °C.

5. CONCLUSÕES

Conclui-se que

(i) os modelos exponencial de dois termos, Page e exponencial simples com três parâmetros não convergiram. Já os modelos exponencial simples com dois parâmetros, Henderson e Pabis, e Lewis convergiram e obtiveram boa qualidade no ajuste, sendo o modelo de Lewis o mais indicado para descrever a cinética de secagem de polpa de jabuticaba em diferentes temperaturas;

(ii) houve dependência residual nos dados, com autocorrelação positiva de primeira ordem (ϕ_1) entre os resíduos;

(iii) as taxas de secagem obtidas pelo modelo de Lewis, nas diferentes temperaturas, foram de 0,003824 g de água/min, 0,004919 g de água/min e de 0,005779 g de água/min, nas temperaturas de 50 °C, 60 °C e 70°C, respectivamente;

(iv) com a taxa de secagem absoluta (TSA) obtida a partir do modelo de Lewis nas diferentes temperaturas, foi possível observar que houve perda de umidade acelerada em até, aproximadamente, 450 minutos, na temperatura de 50 °C, 270 minutos na temperatura de 60 °C e de 210 minutos na temperatura de 70 °C, sendo que, durante estes períodos, ocorreram cerca de 70% do processo de secagem, nas diferentes temperaturas.

REFERÊNCIAS

AFONSO JÚNIOR, P. C.; CORRÊA, P. C. Comparação de modelos matemáticos para descrição da cinética de secagem em camada fina de sementes de feijão. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.3, n.3, p.349-353, 1999.

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Boston, v. 19, n. 6, p. 716-723, 1974.

ALSINA, O.L. S.; SILVA, O.S.E.; SANTOS, J.M. Efeitos das condições operacionais na cinética de secagem de fatias de bananas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 26., 1997, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande: Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, 1997. 1 CD-ROM.

ANDRÉ, A. M. M. C. N.et al. Comparação de modelos matemáticos da cinética de secagem de cascas de manga espada. **Revista Verde**, Pombal, v. 9, n. 3, p. 19- 27, jul./set. 2014.

ANUÁRIO brasileiro de fruticultura 2014. Santa Cruz do Sul: Gazeta, 2013.
Disponível em:
<<http://www.grupogaz.com.br/editora/anuarios/show/4333.html>>. Acesso em: 2
mar. 2014.

BARBIERI JUNIOR, D. et al. Análise de crescimento de *Hymenaeacourbari* L.
sob efeito da inoculação micorrízica e adubação fosfatada. **Revista de Ciências
Agro-Ambientais**, Alta Floresta, v. 5, n. 1, p. 1-15, 2007.

BATES, D. M.; WATTS, D. G. Relative curvature measures of
nonlinearity: with discussion. **Journal of the Royal Statistical Society, Serie B**,
London, v.42, n. 1, p. 1-25, 1980.

BORGES, S. V. et al. Drying kinetics of bananas by natural convection:
influence of temperature, shape, blanching and cultivar. **Ciência e
Agrotecnologia**, Lavras, v. 35, n.2, p. 368-376, mar./abr. 2011.

BOX, M.J. Bias in nonlinear estimation. **Journal of the Royal Statistical
Society, Serie B**, London, v.33, p.171-201, 1971.

BRASILEIRO, I.M.N. **Cinética de secagem de acerola in natura em
monocamada**. 1999. 80 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) -
Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 1999.

BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, Rio de Janeiro, v.47, p. 1287-1294, 1979.

BROOKER, D.B.et al. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: AVI, 1992. 450p.

CARLESSO, V.O.et al. Avaliação de modelos de secagem em camada fina de sementes de maracujá amarelo. **Revista Brasileira de Sementes**, Brasília,v. 29, n. 2, p. 28-37, 2007.

CITADIN, I.; DANNER, M. A.; SASSO, S. A. Z. Jaboticabeiras.**Revista Brasileira de Fruticultura**,Jaboticabal, v. 32, n.2, jun. 2010. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-29452010000200001&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 6 jul. 2014.

CORADIN, L.; SIMINSKI A.; REIS, A. **Espécies nativas da flora brasileira de valor econômico atual ou potencial: plantas para o futuro:região sul**. Brasília: MMA, 2011. 934p.

DIONELLO, R. G.et al. Desidratação osmótica de frutos de duas cultivares de abacaxi em xarope de açúcar invertido.**Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.13, n.5, p. 596-605, 2009.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3rded. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

ERTEKIN, C.; YALDIZ, O. Drying of eggplant and selection of a suitable thin layer drying model. **Journal of Food Engineering**, Essex, v.63, n.1, p.349-359, 2004.

FERNANDES, T. J. et al. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 207-215, abr./jun. 2014.

FLORIANO, E. P. et al. Ajuste e seleção de modelos tradicionais para série temporal de dados de altura de árvores. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.16, n. 2, p.177-199, 2006.

GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical models**. New York: J. Wiley, 1987. 610 p.

GAZOLA, S. et al. Proposta de modelagem não-linear do desempenho germinativo de sementes de milho híbrido. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 41, n.4, p. 551-556, abr. 2011.

GOUVEIA, J. P. G. de et al. Avaliação da cinética de secagem de caju mediante um planejamento experimental. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.6, n.3, p. 471-474, 2002.

GOUVEIA, J. P. G. de et al. Determinação das curvas de secagem de cajá. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, n.1, p.65-68, 2003. Volume especial.

HENDERSON, S.M.; PABIS, S. Grain drying theory I: temperature effect on drying coefficient. **Journal of Agricultural Engineering Research**, Silsoe, v.6, n.3, p.169-174, 1961.

HOFFMANN, R.; VIEIRA, S. **Análise de regressão: uma introdução à econometria**. 3. ed. São Paulo: Hucitec, 1998. 379 p.

JUDGE, G. G. et al. **The theory and practice of econometrics**. 2nd ed. New York: Wiley, 1985. 1050 p.

LEWIS, L. W. The rate of drying of solid materials. **Industrial & Engineering Chemistry**, Washington, v.13, n. 1, p. 427, 1921.

LIMA, D. M. et al. **Tabela brasileira de composição de alimentos - TACO**. Campinas: NEPA-UNICAMP, 2011. 161 p.

LIMA, J. F. de; PEIXOTO, C. P.; LEDO, C. A. da S. Índices fisiológicos e crescimento inicial de mamoeiro (*Caricapapaya*L.) em casa de vegetação. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 5, out.2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-70542007000500013&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 5 fev. 2015.

MAFRA, F.A.; GATASS, M. **Uma implementação do método de Levenberg-Marquardt em C**. Rio de Janeiro: PUC, 2008. 15 p.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não-linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MAZZINI, A. R. de A. et al. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, n. 5, p. 1105-1112, set./out. 2003.

MAZZINI, A. R. de A. et al. Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autoregressivos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 422-427, mar./abr. 2005.

MENDES, P. N. **Ajuste dos modelos Gompertz e logístico na descrição das curvas de crescimento de tomates: uma abordagem bayesiana.** 2011. 82 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

MORAES, S. O.; RODRIGUES, V. C. **Secagem de alimentos.** Piracicaba: Universidade Federal de São Paulo, 2006. 5 p.

MORAIS, S. J. S. et al. Modelagem matemática das curvas de secagem e coeficiente de difusão de grãos de feijão-caupi (*Vigna unguiculata (L) Walp.*). **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 44, n. 3, p. 455-463, jul./set. 2013.

MORETTIN, O. A.; TOLOI, C. M. de C. **Previsão de séries temporais.** 3. ed. São Paulo: Atual, 2004. 436 p.

MUNIZ, J. A. et al. Evaluation of lactation curve of low-yielding cows: a Bayesian approach. **Acta Scientiarum, Animal Sciences**, Maringá, v. 29, n. 1, p. 79-83, 2007.

NETER, J. et al. **Linear statistical models: regression, analysis of variance, and experimental design.** 2nd ed. Washington: R.D. Irwin, 1985. 1125p.

NUNES, J. S. et al. Descrição da cinética de secagem de jabuticaba usando modelos empíricos. **Revista Verde**, Mossoró, v. 9, n. 1, p. 20-25, jan./mar. 2014.

Ó, A. O. et al. Curva de crescimento de ovinos Santa Inês no Vale do Gurgueia. **Revista Brasileira Saúde Produção Animal**, Salvador, v.13, n.4, p.912-922, out./dez. 2012.

PEREIRA, M.C.T.et al. Crescimento e produção de primeiro ciclo da bananeira (Musa spp.)'Prata-Anã' (AAB) em sete espaçamentos, em Jaíba, MG. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 7, p. 1377-1387, jul. 2000.

PEREZ, L. G.et al. Cinética de secagem da polpa cupuaçu (Theobromagrandidflorum) pré desidratada por imersão-impregnação.**RevistaCiência Agrônômica**, Fortaleza, v. 44, n. 1, p. 102-106, jan./mar. 2013.

PRADO, M.E.T.; PARK, K.J.; ALONSO, L. F.T.Srinkageof dates (Phoenix dactilyfera).**Drying Technology**, New York, v.18, n.1/2, p. 295-310, 2000.

PRADO, T. K. L. do; SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A. Ajuste dos modelos Gompertz e Logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 43, n. 5, maio 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84782013000500008&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 23 jan. 2015.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 7 jan. 2015.

RATKOWSKY, D.A. **Nonlinear regression modeling**: a unified practical approach. New York: M. Dekker, 1983. 276p.

RESENDE, O.; FERREIRA, L. U.; ALMEIDA, D. P. Modelagem matemática para descrição da cinética de secagem do feijão Adzuki (*Vigna angularis*). **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, v.12, n.2, p.171-178, 2010.

RODRIGUES, M. E. de A. et al. Avaliação da temperatura e velocidade do ar na secagem de goiaba. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, v.4, n.2, p.141-147, 2002.

RUBIN, V. C. **Influência de erros estatísticos e de funções de regularização na identificação de dano estrutural**. 2010. 92 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM INSTITUTE. **SAS procedures guide for computers**. 6thed. Cary, 2014. v.3, 373 p.

SAVIAN, T. V. et al. Análise bayesiana para modelos de degradabilidade ruminal. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 7, p. 2169-2177, out. 2009.

SAVIAN, T. V. et al. Comparison of two mathematical models in the description of in situ degradability. **Revista Brasileira de Veterinária**, Seropédica, v. 14, n. 2, p. 72-78, maio/ago. 2007a.

SAVIAN, T. V. et al. Degradability study of neural detergent fiber of coast cross (*Cynodon dactylon* x *Cynodon nlemfuensis*). **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 4, p. 1184-1190, jul./ago. 2007b.

SAVIAN, T. V. et al. Study of in situ degradability: heterogeneity of variances and correlated errors. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v. 64, n. 5, p. 548-554, set./out. 2007c.

SCHWARZ, G. Estimating the dimensional of a model. **Annals of Statistics**, Hayward, v.6, n.2, p.461-464, Mar. 1978.

SILVA, A. S. da. **Avaliação da secagem do bagaço de cajá usando planejamento fatorial composto central**.2008. 70 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) -Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008.

SILVA, A. S.da et al. Cinética de secagem em camada fina da banana maçã em secadores leito fixo. **Revista de Biologia e Ciências da Terra**,Campina Grande,v. 9, n. 2, p. 1-9, 2009.

SILVA, F. F. et al. Abordagem Bayesiana na curva de lactação de cabras Saanen de primeira e segunda ordem de parto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 40, n. 1, p. 27-33, jan. 2005.

SILVA, F.T.; JARDINE, J.G.; MATTA, V. M. Concentração de suco de laranja (*Citrus sinensis*) por osmose inversa. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v. 18, n.1, p. 99-104, 1998.

SILVA, N. A. M. et al.Aplicação de métodos Bayesianos na estimação de curva de crescimento em animais da raça Nelore. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 54, p. 191-198, mar./abr. 2007.

SIQUEIRA, V. C.; RESENDE, O.; CHAVES, T. H. Mathematical modelling of the drying of jatropha fruit: an empirical comparison. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 44, n.2, p.278-285, abr./jun. 2013.

SOUSA, I. F. et al. Fitting nonlinear autoregressive models to describe coffee seed germination. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.44, n. 11, p. 2016-2021, nov. 2014.

SOUZA, G. da S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não linear**. Brasília: EMBRAPA-SPI; EMBRAPA-SEA, 1998. 489 p.

SOUZA, L. A. et al. Curvas de crescimento em bovinos da raça Indu brasil criados no estado de Sergipe. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 41, n. 4, p. 671-676, jul./ago. 2010.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n.1, p. 1-7, 2010.

TORNEIRO, M. T. T. **Utilização de modelos assintóticos: sigmóides** de crescimento multifásico com sazonalidade em estudos zootécnicos. 1996. 131p. Tese (Doutorado em Zootecnia) - Universidade Estadual Paulista, Botucatu, 1996.

VILLAR, C.G. **Estudo do desempenho de um secador convectivo de bandejas para a secagem de bananas:** análise da influência das variáveis operacionais. 1999. 75p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) - Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 1999.

WEISS, C.; SANTOS, M. A logística de distribuição e as perdas ao longo da cadeia produtiva das frutas frescas. In: CONGRESSO VIRTUAL BRASILEIRO - ADMINISTRAÇÃO, 11., 2014, São Paulo. **Anais...** São Paulo: COVIBRA, 2014. p. 1-11.

WILBANK, M.V.; CHALFUN, N.N.J.; ANDERSEN, O.O. The jaboticaba in Brazil. **Proceedings of the Americans Society for Horticultrual Science**, Alexandria, v. 27A, p. 57-69, 1983.

ZEVIANI, W. M. et al. Modelos não lineares para a liberação de potássio de esterco animais em latossolos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 10, p. 1789-1796, out. 2012.

ZICKER, M. C. **Obtenção e utilização do extrato aquoso de jaboticaba (*Myrciaria Jaboticaba (vell) berg*) em leite fermentado: caracterização físicoquímica e sensorial.** 2011. 138p. Dissertação (Mestrado em Ciência dos Alimentos) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

ANEXOS

Anexo A

Tabela utilizada para o teste de Durbin-Watson.

Tabela A.5 Valores críticos da estatística de Durbin-Watson para nível de significância de 5%.

n	k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5		k = 6	
	D _l	D _u	D _l	D _u	D _l	D _u	D _l	D _u	D _l	D _u	D _l	D _u
6	0,610	1,400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0,700	1,356	0,467	1,896	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0,763	1,332	0,559	1,777	0,368	2,287	—	—	—	—	—	—
9	0,824	1,320	0,629	1,699	0,455	2,128	0,296	2,588	—	—	—	—
10	0,879	1,320	0,697	1,641	0,525	2,016	0,376	2,414	0,243	2,822	—	—
11	0,927	1,324	0,758	1,604	0,595	1,928	0,444	2,283	0,316	2,645	0,203	3,005
12	0,971	1,331	0,812	1,579	0,658	1,864	0,512	2,177	0,379	2,506	0,268	2,832
13	1,010	1,340	0,861	1,562	0,715	1,816	0,574	2,094	0,445	2,390	0,328	2,692
14	1,045	1,350	0,905	1,551	0,767	1,779	0,632	2,030	0,505	2,296	0,389	2,572
15	1,077	1,361	0,946	1,543	0,814	1,750	0,685	1,977	0,562	2,220	0,447	2,472
16	1,106	1,371	0,982	1,539	0,857	1,728	0,734	1,935	0,615	2,157	0,502	2,386
17	1,133	1,381	1,015	1,536	0,897	1,710	0,779	1,900	0,664	2,104	0,554	2,318
18	1,158	1,391	1,046	1,535	0,933	1,696	0,820	1,872	0,710	2,060	0,603	2,257
19	1,180	1,401	1,074	1,536	0,967	1,685	0,859	1,848	0,752	2,023	0,649	2,206
20	1,201	1,411	1,100	1,537	0,998	1,676	0,894	1,828	0,792	1,991	0,692	2,162
21	1,221	1,420	1,125	1,538	1,026	1,669	0,927	1,812	0,829	1,964	0,732	2,124
22	1,239	1,429	1,147	1,541	1,053	1,664	0,958	1,797	0,863	1,940	0,769	2,090
23	1,257	1,437	1,168	1,543	1,078	1,660	0,986	1,785	0,895	1,920	0,804	2,061
24	1,273	1,446	1,188	1,546	1,101	1,656	1,013	1,775	0,925	1,902	0,837	2,035
25	1,288	1,454	1,206	1,550	1,123	1,654	1,038	1,767	0,953	1,886	0,868	2,012
26	1,302	1,461	1,224	1,553	1,143	1,652	1,062	1,759	0,979	1,873	0,897	1,992
27	1,316	1,469	1,240	1,556	1,162	1,651	1,084	1,753	1,004	1,861	0,925	1,974
28	1,328	1,476	1,255	1,560	1,181	1,650	1,104	1,747	1,028	1,850	0,951	1,958
29	1,341	1,483	1,270	1,563	1,198	1,650	1,124	1,743	1,050	1,841	0,975	1,944
30	1,352	1,489	1,284	1,567	1,214	1,650	1,143	1,739	1,071	1,833	0,998	1,931
31	1,363	1,496	1,297	1,570	1,229	1,650	1,160	1,735	1,090	1,825	1,020	1,920
32	1,373	1,502	1,309	1,574	1,244	1,650	1,177	1,732	1,109	1,819	1,041	1,909
33	1,383	1,508	1,321	1,577	1,258	1,651	1,193	1,730	1,127	1,813	1,061	1,900
34	1,393	1,514	1,333	1,580	1,271	1,652	1,208	1,728	1,144	1,808	1,080	1,891
35	1,402	1,519	1,343	1,584	1,283	1,653	1,222	1,726	1,160	1,803	1,097	1,884
36	1,411	1,525	1,354	1,587	1,295	1,654	1,236	1,724	1,175	1,799	1,114	1,877
37	1,419	1,530	1,364	1,590	1,307	1,655	1,249	1,723	1,190	1,795	1,131	1,870
38	1,427	1,535	1,373	1,594	1,318	1,656	1,261	1,722	1,204	1,792	1,146	1,864
39	1,435	1,540	1,382	1,597	1,328	1,658	1,273	1,722	1,218	1,789	1,161	1,859
40	1,442	1,544	1,391	1,600	1,338	1,659	1,285	1,721	1,230	1,786	1,175	1,854
45	1,475	1,566	1,430	1,615	1,383	1,666	1,336	1,720	1,287	1,776	1,238	1,835
50	1,503	1,585	1,462	1,628	1,421	1,674	1,378	1,721	1,335	1,771	1,291	1,822
55	1,528	1,601	1,490	1,641	1,452	1,681	1,414	1,724	1,374	1,768	1,334	1,814
60	1,549	1,616	1,514	1,652	1,480	1,689	1,444	1,727	1,408	1,767	1,372	1,808
65	1,567	1,629	1,536	1,662	1,503	1,696	1,471	1,731	1,438	1,767	1,404	1,805
70	1,583	1,641	1,554	1,672	1,525	1,703	1,494	1,735	1,464	1,768	1,433	1,802
75	1,598	1,652	1,571	1,680	1,543	1,709	1,515	1,739	1,487	1,770	1,458	1,801
80	1,611	1,662	1,586	1,688	1,560	1,715	1,534	1,743	1,507	1,772	1,480	1,801
85	1,624	1,671	1,600	1,696	1,575	1,721	1,550	1,747	1,525	1,774	1,500	1,801
90	1,635	1,679	1,612	1,703	1,589	1,726	1,566	1,751	1,542	1,776	1,518	1,801
95	1,645	1,687	1,623	1,709	1,602	1,732	1,579	1,755	1,557	1,778	1,535	1,802
100	1,654	1,694	1,634	1,715	1,613	1,736	1,592	1,758	1,571	1,780	1,550	1,803
150	1,720	1,746	1,706	1,760	1,693	1,774	1,679	1,788	1,665	1,802	1,651	1,817
200	1,758	1,778	1,748	1,789	1,738	1,799	1,728	1,810	1,718	1,820	1,707	1,831

Fonte: Judge et al. (1985).

onde: n = número de observações, k = número de variáveis explicativas, D_l = Limite inferior, D_u = Limite superior.

Anexo B

Valores observados da cinética de secagem de polpa de jabuticaba, em diferentes temperaturas.

Tabela 21. Dados de cinética de secagem de polpa de jabuticaba, em diferentes temperaturas.

T=50 °C		T=60 °C		T=70 °C	
Tempo	RU	Tempo	RU	Tempo	RU
0	1	0	1	0	1
9	0,99	2	0,98	5	0,98
15	0,97	9	0,97	10	0,97
30	0,94	18	0,955	15	0,958
45	0,91	21	0,921	20	0,937
60	0,89	28	0,91	30	0,917
75	0,87	40	0,882	35	0,88
90	0,76	50	0,857	40	0,859
123	0,68	61	0,822	50	0,82
150	0,62	79	0,758	60	0,778
204	0,55	101	0,699	80	0,707
225	0,48	130	0,601	100	0,64
243	0,41	160	0,499	130	0,52
273	0,33	192	0,42	158	0,42
303	0,27	220	0,339	190	0,27
336	0,22	250	0,259	220	0,178
369	0,16	280	0,199	250	0,12
393	0,12	310	0,14	280	0,07
426	0,1	340	0,1	310	0,06
486	0,07	370	0,08	340	0,058
547,5	0,06	400	0,065	370	0,042
603	0,05	490	0,06	400	0,04
663	0,041	550	0,055		
727,5	0,039				
897	0,039				
951	0,038				
1011	0,037				
1074	0,037				

Anexo C

Rotina utilizada no software SAS.

```

/*****
    Rotina - SAS - Dissertação
    Rotina utilizada para obter as estimativas dos
    modelos e testes estatísticos;
    dados: dadosjabuticaba.sec50
    *****/

/*****

O MESMO PROCEDIMENTO FOI REALIZADO
    PARA TODOS OS MODELOS E DADOS

*****/

options ps = 65 ls = 80 pageno = 1 nodate;
data SECAGEM_JABUTICABA;
    set dadosjabuticaba.sec50;
/*****
    Proc model
    estimativas dos modelos;
    teste de Durbin-Watson, Breusch-Pagan e Intervalo de confiança para as
    estimativas dos modelos;
    *****/
proc model data = SECAGEM_JABUTICABA
    method=gauss ;
        RU=exp(-k*Tempo);
        parms k=0.002; /*chute inicial*/
            %ar(RU,1); /*Teste  $\phi_1$ */
    title ' Reg não linear - Modelo de Lewis';
    fit RU / normal outall white breusch=(Tempo)/*Testes Breusch-Pagan*/ dw
/*Testes de DW*/ prl=wald /*IC*/;
run;
/*****
    Proc nlin
    estimativas dos modelos;
    teste de viés de Box;
    com a componente  $\phi_1$  programada:

```

```

        p1*zlag1(RU-exp(-k*Tempo))
    *****/
proc nlin data = SECAGEM_JABUTICABA
method=gauss hougard /*Teste de viés de box */;
parms k=0.002 p1=-0.1; /*chutes iniciais*/
model RU=exp(-k*Tempo)+p1*zlag1(RU-exp(-k*Tempo));;
title ' Reg não linear - Modelo de Lewis';
        output out = saida1 p = pred r = res;
run;
/*****/
        Proc nlmixed
        estimativas dos modelos;
        AIC e BIC
        com a componente  $\emptyset$ 1 programada:
        p1*zlag1(RU-(num))
    *****/
proc nlmixed data=SECAGEM_JABUTICABA
method=gauss;
parms k=0.006 p1=0.1 s2=0.001; /*chutes iniciais*/
        num = exp(-k*Tempo);
        ad= p1*zlag1(RU-(num));
        modelo = num + ad;
        model RU ~ normal(num + ad,s2);
        title ' Reg não linear - Modelo de Lewis';
run;
quit;

```

Anexo D

Rotina utilizada no software R.

```
#####
# Rotina em R utilizada para o testes de medidas de curvatura de #
# Bates e Wates; Taxa de secagem absoluta e gráficos #
#####
# O MESMO PROCEDIMENTO FOI REALIZADO PARA #
# TODOS OS MODELOS E DADOS #
#####
rm(list=ls())
library(car)
library(nlme)
library(qpcR)
library(lmtest)

# dados - jabuticaba 50 #
# inserir os dados #
tempo=c(0,9,15, ..., 1074)
sec1=c(1,0.99,0.97, ..., 0.034)

# modelo de Lewis #
mod=nls(sec1~(exp(-k1*tempo)), start=c(k1=0.002))

# teste DW #
MG=attr(mod$m$fitted(),"gradient")
mlg=lm(sec1~-1+MG)
durbin.watson(mlg) # Independência

# Ajuste considerando AR1 #
mod=gnls(sec1~(exp(-k1*tempo)), start=c(k1=0.002),
correlation=corAR1())
summary(mod)

# Medidas de curvatura de Bates e Watts #
expcurv=deriv3(~exp(-k1*tempo), c("k1"), function(k1)NULL)
mod=nls(sec1~expcurv(k1),start=c(k1=0.002))
rms.curv(mod)

# calculando o R2 50°C mod
SQR=sum((sec1-fitted(mod))^2) #QMe= SQR/26
SQT= sum(sec1*sec1) - (sum(sec1)^2)/length(sec1)
```

```

R=1-SQR/SQT ; R
R2a= 1 - (((1-R)*(28))/(26)); R2a
# R2aj - mais simples
Rsq(mod)
Rsq.ad(mod)

# Gráfico lewis #
yest=fitted(mod)
ep=sqrt(SQR/26)
# pois são 28 observações e 1 parâmetro e 26 GL #
# intervalo de confiança para o gráfico #
LS= yest+qt(0.975,26)*ep
LI= yest-qt(0.975,26)*ep
plot(tempo,sec1,pch=16, xlab="Tempo (min)",
ylab="RU", ylim=c(-0.2,1.3),las=1)
lines(tempo,yest, lwd=2,col="green")
lines(tempo,LS, col="red", lty=3)
lines(tempo,LI, col="red", lty=3)
legend(600,1, c("I.C.", "Lewis"),
lty=c(3,1),pch=c("",""), col=c("red", "green"), cex=.70)

# Derivação do modelo #
# Taxa de secagem absoluta (TSA) #
# Ponto de inflexão #
D(expression(exp(-0.003824*x)), "x")
D(D(expression(exp(-0.003824*x)), "x"), "x")
curve(-(exp(-0.003824 * x) * 0.003824), 0, 1074 , ylab="RU", xlab="(min)")
legend(800,-0.002, c("50°C"),
lty=c(3,1), cex=.75)

```