



**RAFAELA DE CARVALHO SALVADOR**

**MODELOS NÃO LINEARES NA COMPARAÇÃO DE  
FERTILIZANTES DE LIBERAÇÃO CONTROLADA  
APLICADOS AO CAFEIEIRO**

**LAVRAS – MG  
2022**

**RAFAELA DE CARVALHO SALVADOR**

**MODELOS NÃO LINEARES NA COMPARAÇÃO DE FERTILIZANTES DE  
LIBERAÇÃO CONTROLADA APLICADOS AO CAFEIEIRO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de mestre.

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2022**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Salvador, Rafaela de Carvalho.

Modelos não lineares na comparação de fertilizantes  
deliberação controlada aplicados ao cafeeiro / Rafaela de Carvalho  
Salvador. - 2022.

53 p.

Orientador(a): Tales Jesus Fernandes.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de  
Lavras, 2022.

Bibliografia.

1. Perda de Nitrogênio. 2. Regressão. 3. Análise de Variância.  
I. Fernandes, Tales Jesus. II. Título.

**RAFAELA DE CARVALHO SALVADOR**

**MODELOS NÃO LINEARES NA COMPARAÇÃO DE FERTILIZANTES DE  
LIBERAÇÃO CONTROLADA APLICADOS AO CAFEIEIRO  
NONLINEAR MODELS IN THE COMPARISON OF CONTROLLED RELEASE  
FERTILIZERS APPLIED TO COFFEE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de mestre.

APROVADA em 05 de outubro de 2022.

Profa. Dra. Joel Augusto Muniz UFLA

Prof. Dr. Taciana Villela Savian USP

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2022**

*A Deus, a todos que torceram por mim, em especial a minha mãe e meu pai (In memoriam)  
que me ensinaram o valor que a educação tem na vida de um ser humano.*

**DEDICO.**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, pois sem ele nada disso seria possível.

À todos professores e colaboradores das escolas nas quais já estudei pelos aprendizados que me propiciaram chegar até aqui.

À Universidade Federal de Lavras, especialmente aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária pela oportunidade e pelos ensinamentos.

Aos meus familiares e amigos, principalmente meu irmão Vinícius e minhas amigas queridas e companheiras de curso Edilene e Natiele pelo apoio em todos os momentos e pela torcida.

Ao meu orientador professor Tales, pelo profissionalismo, por acreditar no meu potencial, por toda paciência, disposição em ajudar e compartilhamento de experiências.

Aos professores membros da banca, pois suas sugestões foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Ao Núcleo de Estudos em Regressão Não Linear Aplicada da UFLA por todas as discussões e apoio.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG).

**MUITO OBRIGADA!**

“Não existem pessoas de sucesso e pessoas fracassadas. O que existem são pessoas que lutam pelos seus sonhos ou desistem deles.”  
Augusto Cury

## RESUMO

O café é uma cultura muito importante para o Brasil, gera desenvolvimento econômico e social ao país. O sucesso do cultivo do grão está relacionado ao aumento da produtividade, que pode ser influenciada por diversos fatores, dentre eles merece destaque o manejo adequado da fertilidade do solo. Vários nutrientes são necessários na adubação, um indispensável é o nitrogênio ( $N$ ) e atualmente o fertilizante mais usado para suprir esta demanda é a ureia, pois possui alta concentração do nutriente e baixo custo por unidade. No entanto, este fertilizante apresenta altas taxas de perdas de  $N$ , principalmente por volatilização de amônia ( $NH_3$ ). Visando diminuir essas perdas surgiram algumas inovações tecnológicas, dentre elas o fertilizante de liberação controlada. O padrão de liberação dos nutrientes, na tecnologia de liberação controlada, apresenta um comportamento de um sigmoide, o que se assemelha a curva de absorção de  $N$  do café e sigmóides são bem ajustados por modelos de regressão não linear. O objetivo desta pesquisa é selecionar o modelo de regressão não linear mais adequado para descrever as perdas de nitrogênio por volatilização de amônia ( $NH_3$ ) em fertilizantes de liberação controlada aplicados ao cafeeiro e comparar os diferentes fertilizantes com base nos parâmetros do modelo selecionado. Os dados estudados são os fertilizantes de liberação controlada ureia + enxofre + polímero, ureia + resina plástica, ureia formaldeído, ureia + polímero insolúvel em água, aplicados ao cafeeiro. Os modelos Logístico, Gompertz, Brody e von Bertalanffy foram ajustados pelo método de mínimos quadrados utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, considerando as estruturas de resíduos independentes ou autorregressivos. A qualidade do ajuste foi avaliada com base nos valores do coeficiente de determinação ajustado, desvio médio absoluto e critério de informação de Akaike. Todos os modelos apresentaram bons ajustes, porém com base nos avaliadores de qualidade utilizados o modelo von Bertalanffy mostrou-se na maioria dos casos como o melhor para descrever a perda acumulada média de nitrogênio por volatilização de amônia em fertilizantes de liberação controlada usados no café. Foram realizados os ajustes individuais do modelo von Bertalanffy para cada repetição e usada a análise de variância nas estimativas dos parâmetros e os resultados foram analisados aplicando-se o teste F e o teste de Tukey. Os resultados indicaram que o teste F foi significativo em todos os parâmetros, o teste Tukey mostrou que o fertilizante ureia formaldeído atinge assíntota mais rapidamente e apresenta a menor perda acumulada de  $N$  no cafeeiro, e os fertilizantes ureia + enxofre + polímeros e ureia + polímero insolúvel possuem o ponto de inflexão mais tardio, dentre os estudados.

**Palavras-chave:** Perda de Nitrogênio. Regressão. Análise de Variância. Ureia.



## ABSTRACT

Coffee is a very important culture for Brazil, it creates economic and social development to the country. The success in cultivating the grain is related to the increase of productivity, that may be influenced by many factors, among them, deserving a highlight is the handling of soil fertility. Many nutrients are needed for fertilizing, an indispensable one is the Nitrogen ( $N$ ) and one of the most used fertilizers to supply this demand is urea, because it possesses high amounts of the nutrient and a low price per unit. Nonetheless, this fertilizer presents high rates of  $N$  loss, mainly by volatilization of ammonia ( $NH_3$ ). Aiming to reduce these losses new technological innovation emerged, among them the controlled release fertilizer. The pattern of nutrient release, in the controlled release technology, shows the behavior of a sigmoid, that resembles the absorption curve of  $N$  in coffee and sigmoid are well adjusted by non linear regression models. The goal of this research is to select the most suitable non-linear regression model to describe the loss of nitrogen by volatilization of ammonia ( $NH_3$ ) in controlled-release fertilizers applied to coffee and to compare the different fertilizers based on the parameters of the selected model. The data studied are the controlled release of fertilizers urea + sulfur + polymer, urea + plastic resin, urea formaldehyde, urea + water-insoluble polymer, applied to coffee. The parameters of the Logistic, Gompertz, Brody and von Bertalanffy models were estimated by the least squares method using the Gauss-Newton algorithm, considering the independent or autoregressive residual structures. The quality of the adjustment was evaluated based on the fit coefficient of determination, mean absolute deviation and Akaike's information criterion. All models showed good fits, but based on the quality evaluators used, the Von Bertalanffy model proved to be, in most cases, the best to describe the average accumulated loss of nitrogen by ammonia volatilization in controlled-release fertilizers used in coffee. Individual adjustments of the Von Bertalanffy model were performed for each repetition and analysis of variance was applied to the parameter estimates and the results compared considering the completely randomized design, applying the F test and the Tukey test. The F test was significant in all parameters indicating that the treatments have a different effect on the response, the Tukey test showed that the urea formaldehyde fertilizer reaches the asymptote faster and has the lowest accumulated loss of  $N$  in the coffee plant. The fertilizers urea + sulfur + polymers and urea + insoluble polymer have the latest inflection point among those studied.

**Keywords:** Nitrogen Loss. Regression. Analysis of Variance. Urea.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>13</b>
<b>2.1</b>	<b>A cultura do café</b> .....	<b>13</b>
<b>2.2</b>	<b>Fertilizantes nitrogenados aplicados ao cafeeiro</b> .....	<b>14</b>
<b>2.3</b>	<b>Plano Nacional dos Fertilizantes</b> .....	<b>16</b>
<b>2.4</b>	<b>Modelagem de Perda de <math>N</math></b> .....	<b>17</b>
<b>2.5</b>	<b>Modelos de Regressão</b> .....	<b>18</b>
<b>2.5.1</b>	<b>Modelo Logístico</b> .....	<b>20</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Modelo Gompertz</b> .....	<b>20</b>
<b>2.5.3</b>	<b>Modelo von Bertalanffy</b> .....	<b>21</b>
<b>2.5.4</b>	<b>Modelo Brody</b> .....	<b>21</b>
<b>2.5.5</b>	<b>Método de estimação dos parâmetros</b> .....	<b>22</b>
<b>2.5.6</b>	<b>Métodos Iterativos</b> .....	<b>24</b>
<b>2.5.7</b>	<b>Análise de Resíduos</b> .....	<b>24</b>
<b>2.5.8</b>	<b>Avaliadores de qualidade de ajuste</b> .....	<b>26</b>
<b>2.6</b>	<b>Aplicações de modelos não lineares</b> .....	<b>27</b>
<b>2.7</b>	<b>Comparação de tratamentos via modelos não lineares</b> .....	<b>29</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	<b>31</b>
<b>3.1</b>	<b>Material</b> .....	<b>31</b>
<b>3.2</b>	<b>Metodologia</b> .....	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>35</b>
<b>4.1</b>	<b>Seleção do modelo não linear</b> .....	<b>35</b>
<b>4.2</b>	<b>Comparação das estimativas dos parâmetros</b> .....	<b>41</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>47</b>
	<b>REFERÊNCIA</b> .....	<b>48</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O café é um produto de notória importância em todo planeta. O cultivo do grão contribuiu muito para o desenvolvimento social e econômico do país, dentro da agroindústria a cultura é a segunda maior geradora de empregos e crescimento econômico (CINI, 2021).

De acordo com a Embrapa (2021), o Valor Bruto da Produção (VBP) que condiz ao faturamento total das lavouras de café foi de R\$ 40,12 bilhões em 2021, o que corresponde a 5,3 % do faturamento das lavouras brasileiras, com isso o setor ocupa o quarto lugar no ranking do VBP.

Os maiores produtores do grão no mundo são Vietnã, Colômbia, Indonésia, Etiópia, Honduras e o Brasil que o é líder desse mercado sendo responsável por cerca de 35% da produção mundial (EMBRAPA, 2020).

Devido a importância econômica do Café no Brasil aumentar sua produtividade é um fator relevante, para isso o manejo adequado da adubação é primordial, pois possibilita uma produção cada vez mais eficiente. Conforme Lopes e Guilherme (2007), altas produtividades agrícolas estão estreitamente inter-relacionadas a fertilidade do solo impulsionada principalmente com a adição de fertilizantes.

O nitrogênio (*N*) é o macronutriente mais exigido pelo cafeeiro, sendo primordial para crescimento da planta, o florescimento, a frutificação e a saúde como um todo (MESQUITA et al., 2016; MALAVOLTA; YAMADA E GUIDOLIN, 1981). O fertilizante mais usado no Brasil atualmente para fertilização de solo cafeeiro é a ureia, por ter uma alta concentração de nitrogênio (*N*), possibilita menor custo por unidade se comparado a outros adubos com este nutriente (CHAGAS et al., 2016).

Embora o uso da ureia seja muito comum, este fertilizante quando aplicado ao solo diretamente apresenta altas taxas de perdas de *N*, principalmente por volatilização de amônia ( $NH_3$ ). Visando diminuir essas perdas, surgiram inovações tecnológicas, os chamados fertilizantes de eficiência aumentada, como fertilizantes de liberação lenta, controlada e estabilizados.

Os chamados de liberação controlada, pauta desta pesquisa, são responsáveis por reduzir significativamente a perda por volatilização e são fertilizantes convencionais, como por exemplo a ureia, revestidos por materiais orgânicos ou inorgânicos capazes de controlar a entrada de água fazendo com que o tempo de liberação de nutrientes seja maior, aumentando assim a absorção pelas plantas (ALMEIDA, 2016).

O padrão de liberação dos nutrientes, em fertilizantes de liberação controlada, apresenta um comportamento de um sigmoide, isto é, mais lento no início, passando a um ritmo acelerado, que tende a ir diminuindo a velocidade até atingir a estabilidade, o que se assemelha a curva de absorção de  $N$  do café (GUELFY, 2017). De maneira semelhante, o padrão de perda acumulada de  $N$  por volatilização também apresenta aspecto sigmoidal (CHAGAS et al., 2016).

O formato sigmoidal é bem descrito por modelos de regressão não linear que apresentam vantagens se comparado aos modelos de regressão linear, pois são mais parcimoniosos e geralmente possuem interpretações práticas dos parâmetros (FERNANDES et al., 2015).

Portanto, será feito um ajuste dos modelos não lineares Logístico, Gompertz, Brody e von Bertalanfy aos dados, a fim de perceber qual dentre estes modelos que melhor descreve o conjunto de dados e posteriormente será realizado a comparação entre o padrão de perda de  $N$  pelos diferentes fertilizantes de liberação controlada estudados: ureia + enxofre + polímero, ureia + resina plástica, ureia formaldeído e ureia + polímero insolúvel em água.

A verificação da adequação de ajuste de modelos não lineares a dados e a comparação entre os modelos, são bem contempladas na literatura. No entanto, conforme Carvalho, Pinho e Mischan (2010), não há muito acervo literário para comparar quando um mesmo modelo não linear é ajustado a vários tratamentos.

É muito importante que comparação dos tratamentos seja feita de forma correta, uma vez que, conforme Banzatto e Kronka (2006), esse é um dos principais objetivos da estatística aplicada na experimentação agrícola. Além disso, segundo Carvalho, Pinho e Mischan (2010) os tratamentos podem afetar o padrão de desenvolvimento das curvas assintóticas em modelos não lineares. Contudo esta comparação deve ser feita considerando toda a informação presente nos dados que são resumidas nos parâmetros dos modelos não lineares, mas na maioria dos estudos, verificação da igualdade dos parâmetros é feita apenas pela última observação ou na primeira, perdendo a informação contida nas demais observações do experimento.

Neste trabalho será usado o método proposto por Carvalho, Pinho e Mischan (2010), no qual a investigação da igualdade de tratamentos é realizada via análise de variância (ANAVA) das estimativas dos parâmetros do modelo ajustado aos dados, este é um método de fácil aplicação que usa todos os dados do experimento, o que é muito importante dentro da estatística, pois minimiza significativamente a perda de informação, gerando conclusões com maior embasamento. O método é eficiente, pois leva em consideração o comportamento da característica em estudo ao longo do tempo.

Assim, o objetivo deste estudo é selecionar o modelo de regressão não linear mais adequado para descrever as perdas de nitrogênio por volatilização de amônia ( $NH_3$ ) em

fertilizantes de liberação controlada aplicados ao cafeeiro e comparar os diferentes fertilizantes com base nos parâmetros do modelo selecionado.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção será abordada aspectos que envolvem a cultura do café, o uso de fertilizantes nitrogenados no cafeeiro, plano nacional do fertilizante, modelagem da perda de  $N$ , modelos de regressão, métodos de estimação para os parâmetros, análise de resíduos e avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos, uma revisão das aplicações de modelos não lineares e a comparação de tratamentos por meio desses modelos.

### 2.1 A cultura do café

O café chegou ao Brasil em meados do século XVIII, desde então tem um papel de destaque neste mercado, segundo Brasil (2017), o país é o maior produtor e exportador do grão no mundo e segundo maior consumidor do planeta, a cultura desempenha um papel fundamental em sua economia, gerando 8 milhões de empregos na cadeia produtiva, arrecadando impostos e colaborando significativamente para receita cambial brasileira.

Figura 1 – (a) Xícara e grãos torrados de café, (b) cafeeiro, (c) lavoura de café.



Fonte: Elaboração própria (2022).

A cultura cafeeira contribui para melhoria da distribuição de renda da nação, segundo Guerra et al. (2021) o setor possui cerca de 264 mil estabelecimentos produtores de café, sendo composto majoritariamente por micro e pequenas empresas, 78% possuem uma administração exclusivamente familiar.

Como qualquer ciclo econômico, o café também teve períodos de ascensão e queda, contudo sua relevância histórica no país não está somente atrelada a economia, mas também a fatores políticos e socioculturais. O cultivo do grão, segundo Medeiros e Rodrigues (2017), consolidou o capitalismo, pois a mão de obra escrava deu lugar ao trabalho assalariado, estimulou

e auxiliou o processo de imigração, uma vez que muitos trabalhadores majoritariamente europeus vieram trabalhar nas lavouras de café brasileiras, além de ter favorecido, com seus excedentes, o processo de industrialização no Brasil.

Entretanto é inegável que, ao longo da história, o café se consolidou como parte fundamental da base econômica nacional. O sucesso da produção desta cultura está vinculado ao desenvolvimento de pesquisas na área, atualmente sabe-se que a produtividade do café está associada a diversos fatores como condições climáticas, mecanização e automação do plantio e colheita, controle de pragas e sobretudo a melhoria das técnicas de manejo da fertilidade do solo (MOREIRA et al., 2019).

## **2.2 Fertilizantes nitrogenados aplicados ao cafeeiro**

O aumento do potencial produtivo das plantações de café está diretamente relacionado ao manejo da fertilidade, pois a cultura exige uma grande exportação de nutrientes do solo. De acordo com Guerra et al. (2021), a realização adequada da nutrição do cafeeiro, atendendo a especificidade de cada lavoura, contribui para o aumento da quantidade e qualidade dos frutos, portanto tem-se uma produção maior sem a necessidade de expansão na área de plantio, conseqüentemente reduzindo o desmatamento.

Um nutriente necessário para o cultivo do café é o nitrogênio ( $N$ ), uma vez que, ao ser aplicado na dose recomendada, contribui para o desenvolvimento estrutural da planta como um todo. A deficiência pode provocar o envelhecimento precoce das folhas e ramos, ou seja, folhas esbranquiçadas quase necrosando e galhos desfolhados. Além de prejudicar o desenvolvimento dos frutos, o excesso também traz prejuízos, como por exemplo o atraso no amadurecimento dos frutos, além de afetar sua qualidade (MESQUITA et al., 2016).

O fertilizante nitrogenado convencional mais usado no mundo atualmente é a ureia, a preferência se deve ao fato de possuir uma alta concentração de  $N$  e baixo custo por unidade, no entanto uma grande desvantagem agrônômica que este fertilizante apresenta são as altas taxas de perda de  $N$ , que podem ocorrer por lixiviação ( $NO_3^-$ ), desnitrificação ( $NO$ ,  $N_2O$  e  $N_2$ ), escoamento e principalmente por volatilização ( $NH_3$ ). Além de ocasionar um prejuízo econômico, tais perdas degradam o meio ambiente contaminando a água e emitindo gases que contribuem para o aumento do efeito estufa (RODRIGUES et al., 2012).

O parcelamento da aplicação da ureia, em três ou quatro vezes é uma opção para tentar amenizar as perdas por volatilização, no entanto dependendo das condições climáticas e

ambientais, como por exemplo elevação da temperatura e solo úmido, dentre outros a eficiência deste método é prejudicada. Outra desvantagem é o fato de o parcelamento acarretar o aumento da mão de obra, o que aumenta custos, além disso pode danificar a estrutura física do solo causando compactação e danificando as raízes (SILVA et al., 2013; RODRIGUES et al., 2012).

Com o propósito de reduzir as perdas de *N* foram desenvolvidos os fertilizantes de eficiência aumentada, divididos em três grupos, cujo a separação advém do processo de produção. Tem-se os fertilizantes nitrogenados estabilizados, os de liberação lenta e os de liberação controlada.

Dentre os benefícios destes fertilizantes merece destaque o apelo sustentável, conforme Freitas (2017), eles podem propiciar o aumento da eficiência do uso de *N* pelas plantas, além de reduzir os impactos ambientais que as adubações convencionais causam, pois reduzem a lixiviação do nitrato para as camadas mais profundas do solo, por exemplo, o que evita que ele atinja o lençol freático e conseqüentemente contamine a água. Os fertilizantes de eficiência aumentada, ainda de acordo com a autora, também diminuem a emissão de gases que causam o efeito estufa, como dióxido de carbono e óxido nítrico.

Os fertilizantes nitrogenados estabilizados segundo Guelfi (2017, p.4), “são aqueles nos quais a ureia é tratada com aditivos para estabilização do *N*. Esse grupo é subdividido em aditivos para inibição da urease e aditivos para inibição da nitrificação”. Ainda de acordo com o autor, outra categoria são os fertilizantes nitrogenados de liberação lenta também chamado de quimicamente modificado “são produtos de condensação da ureia com aldeídos. Dentre os mais utilizados estão: UF<sup>1</sup>, ureia metileno (Um), iBDU<sup>2</sup> e CDU<sup>3</sup>” (GUELF, 2017, p.4).

Neste trabalho, a atenção é para os fertilizantes de liberação controlada, que são fertilizantes nitrogenados convencionais, como por exemplo a ureia, revestido por substâncias inorgânicas que podem ser enxofre, polímeros sintéticos ou minerais. Outra possibilidade de revestimento são as substâncias orgânicas como resina e borracha. Os revestimentos são capazes de controlar a penetração de água, com isso o fertilizante se dissolve mais lentamente aumentando o tempo de liberação do nutriente (ALMEIDA, 2014).

A espessura e a qualidade do revestimento influenciam na disponibilização de nutrientes para o ambiente. Dependendo do material usado para o recobrimento pode ocorrer melhora de outras características como “redução de empedramento, formação de pó, higroscopicidade,

---

<sup>1</sup> UF = ureia formaldeído

<sup>2</sup> IBDU = isobutileno diureia

<sup>3</sup> CDU = ciclo diureia



adequação do ângulo de repouso e fluidez, aumento na dureza e maior uniformidade dos grânulos” (GUELF, 2017, p.9). O revestimento protege a ureia das condições ambientais que propiciam as perdas por volatilização de amônia, sendo assim o *N* é liberado de forma ajustada a necessidade da planta o que melhora a produtividade e qualidade das colheitas.

De acordo com Blaylock (2007), outra vantagem dos fertilizantes de liberação controlada é que eles são aplicados apenas uma vez na plantação, geralmente no início do período chuvoso, o que pode gerar economia de tempo, mão de obra e equipamentos, isso se comparado aos outros tipos de fertilizantes cuja aplicação é feita de maneira parcelada.

Uma desvantagem desses químicos é o custo que conforme Guelfi (2017), podem chegar a ser de 1,5 a 10 vezes mais alto que a ureia convencional, esse é um dos motivos que pesquisas nesta área são relevantes, uma vez que segundo Blaylock (2007), podem contribuir para evolução da tecnologia de produção destes fertilizantes, a fim de reduzir o custo do produto unindo eficiência agrônômica e sustentabilidade.

A busca por uma produção mais sustentável de alimentos é uma demanda cada vez mais presente na atualidade, principalmente pelos consumidores dos grandes centros urbanos, neste sentido os fertilizantes de liberação controlada também apresentam vantagem, pois contribuem para redução da emissão de óxido nitroso ( $N_2O$ ) no processo de desnitrificação, com isso há redução dos impactos ambientais causados pela agricultura, uma vez que diminui a emissão deste gás que contribui para o aumento do efeito estufa (ALMEIDA, 2016).

### **2.3 Plano Nacional dos Fertilizantes**

Unir ciência, tecnologia, inovação e sustentabilidade é um dos objetivos do Plano Nacional dos Fertilizantes (PNF), uma política do governo federal brasileiro, criada em 2021 e formalizada no Decreto 10.991<sup>4</sup>, que prevê a autonomia frente a atual dependência que o produtor rural brasileiro tem de fertilizantes importados.

De acordo ANDA (Associação Nacional para Difusão de Adubos), mais de 85% dos fertilizantes usados no Brasil em 2021 foram importados. A nação é a 4<sup>o</sup> maior consumidora de fertilizantes no mundo, sendo responsável por 8% de todo consumo mundial do produto. A trílice *NPK*, nitrogênio (*N*), fósforo (*P*) e potássio (*K*) estão entre os principais nutrientes

---

<sup>4</sup> Disponível em: < <https://in.gov.br/web/dou/-/decreto-n-10.991-de-11-de-marco-de-2022-385453056>>. Acesso em 14 de abril de 2022.

utilizados pelos produtores nacionais, sendo o nitrogênio o terceiro nutriente de maior demanda, responsável por 29% do consumo total de fertilizantes brasileiros. O PNF objetiva reduzir a dependência de 85% para 45% até 2050, mesmo que dobre a demanda de fertilizantes (BRASIL, 2022).

O projeto é muito importante para o país, já que este é um mercado controlado por um número limitado de fornecedores, com isso o preço dos fertilizantes está à mercê de fatores externos como a alta do dólar, embargos econômicos, conflitos militares entre outros fatores que impacta diretamente no preço final dos alimentos. A título de exemplo tem-se o conflito militar entre a Rússia e a Ucrânia, conforme os dados do ministério da economia (2021), a Rússia é a maior exportadora de fertilizantes para o Brasil, logo o preço do produto pode ser diretamente afetado por situações como esta.

Assim, aumentar a autonomia brasileira em relação aos fertilizantes é um projeto que contribui para uma economia mais estável a longo prazo, neste sentido estudos que visam contribuir com o desenvolvimento dos fertilizantes, como o que está sendo realizado neste trabalho, se fazem necessários uma vez que o Decreto 10.991 prevê entre seus objetivos apoio a pesquisa que buscam aumentar a eficiência do uso agrônômico dos fertilizantes, aliada a sustentabilidade que são as propostas dos fertilizantes nitrogenados de liberação controlada.

## **2.4 Modelagem de Perda de *N***

Conforme Trenkel (2010), os fertilizantes de liberação controlada normalmente apresentam um padrão sigmoidal de liberação de nutrientes, isto é, mais lenta no início, em um segundo momento mais rápida até disponibilizar todo nutriente. A liberação sigmoidal dos nutrientes pode depender de alguns fatores, como a espessura e qualidade da cobertura do grânulo, os revestidos por enxofre e polímero, por exemplo, geralmente apresentam este padrão.

A maneira mais eficiente de disponibilizar nutrientes para uma cultura, do ponto de vista agrônômico é a liberação na forma sigmoidal, pois se assemelha com a curva de absorção de *N* pela lavoura na qual será feita a fertilização, além de reduzir perdas por lixiviação e volatilização, portanto aumenta a eficiência do uso dos fertilizantes nitrogenados (TREKEL, 2010).

O padrão de perda acumulada de *N* por volatilização, modelado neste trabalho apresenta o comportamento de um sigmoide (formato de S) conforme Chagas et al. (2016), padrão que é bem ajustado por modelos de regressão.

Usados para descrever a relação entre duas variáveis os modelos de regressão são divididos em modelos lineares, linearizáveis e não lineares. Os modelos de regressão não lineares

possuem grande aplicações na economia, medicina, indústria farmacêutica, agronomia, zootécnica, ciências agrárias, solos dentre outras, pois de acordo com Fernandes et al (2015), eles possuem a vantagem de serem mais parcimoniosos e geralmente possuem interpretação prática dos parâmetros.

## 2.5 Modelos de Regressão

A análise de regressão é um método estatístico que consiste no estudo da relação entre variáveis. Os modelos de regressão possuem uma variável dependente, também chamada de variável resposta que em geral é denotada por  $Y$  e uma ou mais variáveis independentes, comumente denotada por  $X$ . O modelo de regressão pode ser representado por:

$$Y_i = f(X_i, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i \quad (1.0)$$

onde,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y_i$  é uma observação do vetor de variáveis resposta;  $X_i$  são observações da variável independentes;  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$  é o vetor parâmetros, que precisa ser estimado;  $f(\cdot)$  é a função que descreve a relação entre as variáveis;  $\varepsilon_i$  são os erros associados ao modelo.

Conforme Demétrio e Zocchi (2011), a utilização dos modelos de regressão possibilita a predição de valores das variáveis em estudo, além de auxiliar na seleção das variáveis que de fato afetam de forma significativa a variação de  $Y$ .

Os modelos de regressão podem ser divididos em modelos lineares, não lineares e linearizáveis, segundo Draper e Smith (1998):

**Modelos lineares:** A linearidade está no fato das derivadas parciais em relações aos parâmetros ser independente deles. Segue um exemplo:

$$y = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \omega x^3 + \varepsilon \quad (1.1)$$

Aplicando a derivada parcial da função  $f(\cdot)$  em relação aos parâmetros tem-se:

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = 1, \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} = x, \quad \frac{\partial y}{\partial \gamma} = x^2, \quad \frac{\partial y}{\partial \omega} = x^3 \quad (1.2)$$

Ou seja, a derivada parcial em relação aos parâmetros não depende de nenhum deles.

**Modelos não lineares:** Existe pelo menos alguma derivada que depende do parâmetro do modelo. Exemplificando:

$$y = \alpha e^{\beta x} + \varepsilon \quad (1.3)$$

Aplicando a derivada parcial da função  $f(\cdot)$  em relação aos parâmetros obtém-se:

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = e^{\beta x}, \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} = \alpha x e^{\beta x} \quad (1.4)$$

Como a derivada parcial em relação aos parâmetros não é independente deles tem-se um modelo não linear.

**Modelos linearizáveis:** existem também funções não lineares que podem se tornar lineares, através de uma transformação em outra função, a título de exemplo segue uma função linearizável:

$$y = e^{(\alpha + \beta x)} \varepsilon \quad (1.5)$$

Aplicando a função  $\ln$  nos dois membros:

$$\ln y = \alpha + \beta x + \ln(\varepsilon) \quad (1.6)$$

a função 1.5 que inicialmente era não linear se transforma em uma função linear em 1.6.

De acordo com Mischán e Pinho (2014), existem muitos processos que podem ser explicados por meio da regressão linear, no entanto fenômenos biológicos, como o objeto de estudo do presente trabalho, são melhor ajustado por regressão não linear. Conforme Cordeiro, Prudente e Demétrio (2009), tem-se que  $f(X_i, \beta)$  é deduzido por meio de suposições teóricas através de equações diferenciais.

Uma das mais notórias vantagens dos modelos não lineares é o resumo das informações contidas nos dados em poucos parâmetros e ainda com interpretação prática. Os modelos não lineares Logístico, Gompertz, Brody e von Bertalanffy serão usados para modelar a perda de  $N$  em fertilizantes de liberação controlada aplicado ao cafeeiro, pois são adequados e muito recomendados para descrever características com aspecto sigmoidal de desenvolvimento.

### 2.5.1 Modelo Logístico

O modelo Logístico, foi proposto inicialmente por Pierre François Verhulst em 1838, com objetivo de estudar o crescimento das populações humanas (SEBER; WILD, 1989). Este é um modelo interessante para representar os dados de crescimento de organismos vivos, nos quais o crescimento é inicialmente exponencial e posteriormente assintótico, após o ponto de inflexão (MISCHAN; PINHO, 2014). Apesar do modelo estatístico descrito na equação 1.0, poder ser representado por diversas parametrizações, a que possui interpretação prática direta dos parâmetros, de acordo com Fernandes, et al. (2015) é a seguinte:

$$Y_i = \frac{A}{1+e^{[K*(B-x_i)]}} + \varepsilon_i \quad (1.7)$$

Onde,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y_i$  é a observação do vetor de variáveis resposta;  $A$  é a assíntota horizontal da função logística;  $B$  é a abscissa do ponto de inflexão;  $K$  é um índice associado a velocidade de crescimento;  $x_i$  é a  $i$ -ésima observação da variável independente; o  $\varepsilon_i$  é o erro aleatório associado à  $i$ -ésima observação, pressupõe-se que seja independente, homocedásticos e identicamente distribuído, em que  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

No modelo Logístico o ponto de inflexão ocorre em  $(B, \frac{A}{2})$ , portando na metade da assíntota, desta forma dizemos que este modelo tem curva sigmoideal simétrica no ponto de inflexão. Entende-se como curva sigmoideal aquela que possui um crescimento lento no início passando por uma fase de crescimento acelerado até a mudança de concavidade que ocorre no ponto de inflexão e posteriormente o crescimento volta a ser lento até estabilização.

### 2.5.2 Modelo Gompertz

O modelo de Gompertz, foi proposto por Benjamin Gompertz em 1825 para estudar tábuas de vida, mas posteriormente começou a ser empregado em pesquisas que modelam curvas de crescimento de fenômenos biológicos. Conforme Mischan e Pinho (2014), o modelo Gompertz é semelhante ao modelo Logístico, pois apresenta um crescimento inicial exponencial e posteriormente assintótico. A parametrização mais interessante do ponto de vista de interpretação prática dos parâmetros, conforme Fernandes et al. (2015), é:

$$Y_i = A * e^{-e^{[K*(B-x_i)]}} + \varepsilon_i \quad (1.8)$$

Sendo,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y_i$  a observação da variável dependente;  $x_i$  a observação da variável(is) independente(s);  $A, B$  e  $K$  são os parâmetros do modelo e  $\varepsilon_i$  são os erros associados ao experimento, pressupõe-se que sejam independentes, homocedásticos e com distribuição normal de média zero,  $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2)$ . Segundo Seber e Wild (2003), as interpretações dos parâmetros são as mesmas do modelo Logístico, a principal diferença dos dois é o fato de que no modelo Gompertz a curva sigmoideal não é simétrica em relação ao ponto de inflexão, neste segundo caso, a ordenada do ponto de inflexão é 37% do valor da assíntota horizontal superior, ou seja,  $\frac{A}{e}$ .

### 2.5.3 Modelo von Bertalanffy

Proposto em 1957, por Ludwig von Bertalanffy o modelo foi usado inicialmente para estudar o crescimento de peixes e crustáceos (SEBER; WILD, 2003). Ele apresenta um comportamento sigmoideal, no entanto não há simetria em relação ao ponto de inflexão, a ordenada é mais precoce que no modelo Gompertz, pois ocorre a 30% da assíntota horizontal, ou seja, exatamente  $\frac{8}{27}A$ . Dentre suas parametrizações mais comuns está a seguinte:

$$Y_i = A * \left[1 - \frac{e^{[K(B-x_i)]}}{3}\right]^3 + \varepsilon_i \quad (1.9)$$

A interpretação prática dos parâmetros é a mesma definida nos modelos anteriores.

### 2.5.4 Modelo Brody

Proposto por Samuel Brody em 1945, o modelo se diferencia dos anteriores, por não apresentar um padrão de crescimento sigmoideal, pois não possui ponto de inflexão, esta característica pode ser interessante para aplicação em estudo, uma vez que determinado fertilizante pode perder Nitrogênio rapidamente, devido à uma chuva, por exemplo. O modelo em estudo é adequado ao estudo de crescimento de organismos que acontecem em taxas decrescentes desde o início até a fase final assíntota (MISCHAN; PINHO, 2014). A parametrização usada neste trabalho será a seguinte:

$$Y_i = A * (1 - B e^{-Kx_i}) + \varepsilon_i \quad (1.10)$$

A interpretação dos parâmetros é a mesma definida para os modelos anteriores, exceto pelo fato de como não há ponto de inflexão o  $B$  não tem interpretação prática.

### 2.5.5 Método de estimação dos parâmetros

A estatística usa diversos métodos para estimar os parâmetros dos modelos, o mais comum é o método dos mínimos quadrados, pois quando atendida algumas pressuposições este método apresenta estimadores não viesados e de variância mínima se comparado a outros estimadores não viesados. O método de mínimos quadrados busca minimizar a soma de quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados, assim minimizar a soma de quadrados dos resíduos (DRAPER; SMITH, 1998).

Para que as estimativas dos parâmetros sejam usadas na realização de inferência é necessário, de acordo com Seber e Wild (2003), que alguns pressupostos sejam atendidos, os erros devem ser identicamente distribuídos, independentes, homocedásticos e com distribuição normal de média zero. Ainda de acordo com os autores, os métodos de mínimos quadrados recebem classificações distintas, são elas:

- i) ordinários:* a distribuição dos erros atende todos os pressupostos básicos, ou seja,  $\varepsilon \sim N(\mathbf{0}, I\sigma^2)$ .
- ii) ponderados:* a distribuição dos erros viola o pressuposto de homocedasticidade,  $\varepsilon \sim N(\mathbf{0}, D\sigma^2)$ , onde  $D$  é uma matriz diagonal, positiva definida na qual os elementos da diagonal são pesos que ponderam a variância.
- iii) generalizados:* a distribuição dos erros viola o pressuposto da independência e/ou homocedasticidade, gerando erros correlacionados e possivelmente heterocedásticos, ou seja,  $\varepsilon \sim N(\mathbf{0}, W\sigma^2)$ , onde  $W$  é uma matriz simétrica positiva definida, os elementos da diagonal principal são as ponderações das variâncias dos erros e fora da diagonal tem os coeficientes de correlação.

Dado o modelo de regressão definido na equação 1.0, onde o  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$  é o vetor de parâmetros, escrevendo matricialmente temos:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} f(x_1; \boldsymbol{\beta}) \\ \vdots \\ f(x_n; \boldsymbol{\beta}) \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \quad (2.0)$$

A soma de quadrados dos resíduos  $SQR(\boldsymbol{\beta})$  é dada pela seguinte expressão:

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})]'[\mathbf{Y} - f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})] \quad (2.1)$$

Após realizar algumas manipulações algébricas a soma de quadrados de resíduos pode ser escrita como:

$$SQR(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) + [f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})]'f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) \quad (2.2)$$

Ou seja, como uma forma quadrática, na qual para se encontrar o ponto crítico é aplicado a derivada em relação a  $\boldsymbol{\beta}$  e igualada a zero, conforme a expressão a seguir:

$$\frac{\partial SQR(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{Y}'\frac{\partial f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} + \frac{\partial [f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})]'}{\partial \boldsymbol{\beta}} f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}) + [f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})]'\frac{\partial f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0 \quad (2.3)$$

Sendo que  $\frac{\partial f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}}$  é a matriz jacobiana, dada por:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1; \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial f(x_1; \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n; \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_n} & \dots & \frac{\partial f(x_n; \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p} \end{bmatrix}_{n \times p} \quad (2.4)$$

Logo, como é possível observar que a matriz jacobiana é composta pelas derivadas parciais em relação a cada um dos parâmetros. De acordo com Draper e Smith (1998), os resultados destas derivadas parciais definem se o modelo é linear ou não linear, pois no caso do modelo ser linear a matriz jacobiana não contém nenhum parâmetro, já no caso não linear a matriz contém parâmetros. Chamando a matriz jacobiana de  $X_j$  e reescrevendo a expressão 2.3 e igualando a zero para encontrar o ponto crítico, temos que:

$$-2\mathbf{Y}'X_j + 2[f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})]'X_j = 0 \quad (2.5)$$

Logo, é fácil ver que:



$$X_j' [f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})] = X_j' \mathbf{Y} \quad (2.6)$$

Onde 2.6 é um sistema de equações normais não linear, no qual em modelos lineares é possível isolar o  $\boldsymbol{\beta}$  analiticamente.

No entanto, quando os modelos são não lineares o método dos mínimos quadrados gera um sistema de equações normais sem solução explícita, pois na matriz jacobiana há parâmetros, portanto, não é possível ter uma solução explícita, impossível resolver analiticamente, sendo assim há necessidade de usar métodos iterativos para obter a solução.

### 2.5.6 Métodos Iterativos

O uso dos métodos iterativos é necessário para alcançar soluções aproximadas da soma de quadrados residuais em modelos não lineares. Embora exista muitos na literatura, um dos mais usados é o de Gauss-Newton (BATES E WATTS, 1988; RATKOWSKY, 1990). A partir de valores iniciais para as estimativas dos parâmetros, os métodos buscam a convergência para o valor real, deste modo o Gauss-Newton procura esta convergência linearizando a função não linear, por meio série de Taylor com aproximação até a derivada de primeira ordem (MISCHAN; PINHO, 2014).

Como esses métodos iterativos usam valores iniciais, para uma boa convergência é necessário “bons valores iniciais” para os parâmetros, esta escolha define a rapidez da convergência e reduz as chances de convergir para mínimos locais. A escolha de “bons valores iniciais” está atrelada a experiência do pesquisador e/ou a análise de estudos anteriores (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

A convergência do algoritmo acontece quando algum critério de parada é atingido, ou seja, quando o algoritmo atingir um certo número, já pré-determinado de iterações, ou então quando as atualizações nos parâmetros não forem relevantes, ou ainda quando a modificação da soma de quadrados dos parâmetros for desprezível, esses critérios são controlados pelo pesquisador.

### 2.5.7 Análise de Resíduos

A análise de resíduo é uma etapa importante da estimação dos parâmetros, pois eles são estimados considerando que todos os pressupostos a respeito do vetor de resíduos foram

satisfeitos, caso contrário não é possível realizar inferências confiáveis sobre os parâmetros, então o desvio de independência, normalidade e/ou homocedasticidade deve ser corrigido ou incorporado ao modelo (MUNIZ; NASCIMENTO; FERNANDES, 2017; SILVA et al., 2021b).

Os resíduos devem ser independentes, para verificar esta hipótese é realizado o teste de Durbin Watson (1950), que testa a existência de autocorrelação residual. A estatística do teste é calculada por:

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (2.9)$$

Onde,  $\varepsilon_i$  é o resíduo da observação no tempo  $i$  e  $\varepsilon_{i-1}$  é o resíduo da observação  $i - 1$ . O valor de  $D$  é entre 0 e 4. Em valores de  $D$  próximos a 0 existe um indicativo de autocorrelação positiva, se o  $D$  for próximo a 2 os resíduos são independentes e próximos a 4 há presença de autocorrelação negativa. No caso de autocorrelação residual, a estimação dos parâmetros é feita usando mínimos quadrados generalizados.

Para Morettin e Toloi (2004), em situações em que o teste de Durbin Watson (1950), indica autocorrelação dos resíduos, os erros dos modelos não são mais como nas equações (1.7; 1.8; 1.9 e 1.10), mas sim da seguinte forma:

$$\varepsilon_i = \phi_n \varepsilon_{i-1} + \lambda_i \quad (2.10)$$

Onde  $\varepsilon_i$  representa os resíduos do modelo,  $\phi_n$  é o parâmetro autorregressivo de ordem  $n$ ,  $\lambda_i$  é o erro puro (ruído branco),  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $E[\lambda_i] = 0$ ,  $E[\lambda_i^2] = \sigma_\lambda^2$  e  $E[\lambda_i \lambda_{i-h}] = 0$  se  $h \neq 0$ .

Os resíduos também devem ser homocedástico, para tanto será usado o teste de Breusch-Pagan (1979), no qual a hipótese nula afirma que a variância residual é constante. A estatística do teste segue uma distribuição qui-quadrado e o valor obtido é comparado com a tabela desta distribuição, considerando 1 grau de liberdade. Se o pressuposto da homocedasticidade não for satisfeito é necessário modelar o inverso da variância e usar mínimos quadrados ponderados, outra solução é usar mínimos quadrados generalizados.

Os resíduos também devem ter distribuição normal de média zero. Neste trabalho será usado o teste de normalidade de Shapiro-Wilk (1965), no qual a hipótese nula indica que os resíduos seguem uma distribuição normal, a estatística do teste é a seguinte:

$$W = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2} \quad (3.1)$$

No qual,  $\bar{x}$  é a média amostral;  $x_{(i)}$  são os valores amostrais ordenados e o valor  $b$  é calculado com base nas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra aleatória de tamanho  $n$  de uma distribuição.

Se o teste for não significativo o pressuposto foi satisfeito, no entanto caso o teste seja significativo deve ser feita uma transformação dos dados ou então outro modelo deve ser ajustado, pois há desvios na normalidade.

### 2.5.8 Avaliadores de qualidade de ajuste

Todas estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados devem ser significativos, o teste  $t$  será usado para esta verificação. Após o ajuste dos modelos aos dados é necessário selecionar o modelo mais adequado, ou seja, aquele que melhor retrata a realidade e apresenta a melhor aderência ao conjunto de dados.

Nesta pesquisa serão usados os seguintes avaliadores de qualidade de ajuste: o critério de informação de Akaike ( $AIC$ ), que evita o excesso de parâmetros em um modelo. O  $AIC$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$AIC_{(p)} = n \cdot \ln \frac{SQE}{n} + 2p \quad (3.2)$$

Onde,  $SQE$  é a soma de quadrados de resíduos,  $\ln(.)$  é o operador logaritmo na base  $e$ ,  $n$  é o número de observações e  $p$  o número de parâmetros. Menores valores de  $AIC$  indicam o modelo considerado melhor. Também será usado coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), que compara modelos fazendo uma ponderação pelo número de parâmetros. A equação do  $R_{aj}^2$  é:

$$R_{aj}^2 = 1 - \frac{(1-R^2)(n-i)}{n-p} \quad (3.3)$$

Em que,  $R^2$  é o coeficiente de determinação,  $n$  é o número de observações,  $i$  está relacionado com o ajuste do intercepto na curva, no qual será 0 se não houver intercepto e 1 se houver,  $p$  é o número de parâmetros do modelo. Maiores valores do  $R_{aj}^2$  caracterizam o modelo mais adequado para descrever os dados em estudo.

E por último será usado como avaliador de qualidade do ajuste o desvio médio absoluto (*DMA*), que é a média das diferenças absolutas entre os valores reais ( $y_i$ ) e os valores previstos pelo modelo  $\hat{y}_i$ , dividido por  $n$  (número de observações). O *DMA* é dado por:

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (3.4)$$

O modelo considerado “melhor” é o que apresentar menor *DMA*, pois se  $y_i = \hat{y}_i$  obtemos  $DMA = 0$ .

## 2.6 Aplicações de modelos não lineares

Uma das técnicas mais usadas de estimação na análise de dados é a regressão, realizada por meio dos modelos lineares. Algumas de suas suposições, como a linearidade nos parâmetros e a normalidade, não são satisfeitas em diversas situações práticas. Portanto foram desenvolvidas novas técnicas estatísticas para suprir esta demanda, como por exemplo os modelos lineares generalizados e os modelos de regressão não linear.

Dentre as principais aplicações da regressão estão as curvas de crescimento, nessas curvas as taxas aumentam até atingir um ponto máximo, também chamado de ponto de inflexão, posteriormente decrescem e tendem a zero. O padrão se assemelha a um sigmoide, formato de S, que comumente é bem ajustado por modelos de regressão não linear (SEBER; WILD, 1989). É vantajoso adotar a modelagem de curvas de crescimento via modelos não lineares, pois há um resumo das informações contidas nos dados em poucos parâmetros e geralmente com interpretabilidade prática.

Neste sentido, diversos autores tem estudado uso de modelos não lineares nas diferentes áreas da agropecuária, como no crescimento de animais, plantas e frutos. Serão apresentados adiante alguns estudos envolvendo crescimento e modelos não lineares a fim de destacar a relevância do tema no cenário de pesquisa científica. Teixeira et al. (2021) estudaram curvas de crescimento de cavalos da raça Campolina, os modelos Brody, von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards foram ajustados aos dados, o de von Bertalanffy se mostrou mais adequado para representar a curva média de crescimento dos animais, pois demonstrou um ajustamento superior no conjunto dos critérios.

No crescimento animal as aplicações dos modelos não lineares são muitas e envolvem até mesmo os animais marinhos, Miranda et al. (2019), pesquisam a aplicabilidade na descrição do crescimento de tilápia do Nilo criada em tanques-rede, os modelos Logístico, Gompertz e von

Bertalanffy foram usados para estimar os parâmetros das curvas de crescimento da tilápia, modelo de von Bertalanffy apresentou-se como o mais adequado para a descrição dos dados, pois tanto para o peso quanto para o crescimento mostrou os melhores avaliadores de qualidade de ajuste.

Os modelos não lineares são usados no crescimento de plantas, Fruhauf et al. (2022), estudaram o crescimento de Pinus e Eucalipto comparando o desempenho dos modelos não lineares Gompertz, von Bertalanffy, Brody, Chapman-Richards e Schöngart, o modelo Schöngart (AR1) foi o que melhor se ajustou aos dados. Outro exemplo, foi a pesquisa realizada por Silva et al. (2021a), com a curva de crescimento de eucalipto grandis x eucalipto urofila que comparou os modelos de regressão não linear, Logístico, Gompertz e von Bertalany, neste cenário o modelo Gompertz AR(1) se mostrou como o mais adequado para descrever o crescimento em volume de madeira das árvores.

As aplicações dos modelos não lineares vão até a produção de energia hidrelétrica, Silveira et al. (2018), usaram modelos não lineares sigmoide de Boltzmann, Gompertz e Logístico para investigar a produção acumulada de biogás de biodigestores provenientes de camas sobrepostas de suínos na produção de energia elétrica, neste caso o sigmoide de Boltzmann se provou como o que melhor representou os dados do estudo.

Em estudos de crescimento de fruto também há aplicações, como o realizado por Silva et al. (2021b), que usaram o ajuste dos modelos Logístico e Gompertz para descrever o crescimento do coco-anão-verde, um fruto de grande interesse econômico, o Logístico apresentou-se mais adequado mesmo que ligeiramente, os pontos críticos do modelo também foram estimados e discutidos.

Outro fruto cujo o crescimento é estudado por modelos não lineares é o café. Pesquisadores como Fernandes et al. (2014), Senra et al. (2022), ajustaram modelos aos dados, no primeiro caso foram utilizados os modelos Gompertz e Logístico, mas o que melhor descreveu o crescimento foi o Gompertz. No segundo caso foi ajustado os modelos Brody, Gompertz, Logístico, Mitscherlich e von Bertalanffy, o que se mostrou mais adequado foi o Logístico, possivelmente por estudarem diferentes cultivares do cafeeiro.

As pesquisas envolvendo os modelos não lineares perpassam inclusive pela modelagem da perda de nitrogênio tema a ser tratado no presente estudo. Semelhante a curva de crescimento, a perda de  $N$  é uma curva de desenvolvimento que também possui a característica de descrever uma sequência de medidas em função do tempo. Diversos estudos têm sido realizados neste sentido como o de Vale, Sousa e Scivittaro (2014), que estudaram perda  $N$  por volatilização de amônia na uréia em duas classes de solo (Plano e Chernossolo), o modelo Logístico foi ajustado

e considerado adequado para fornecer detalhes que auxiliam a desenvolver técnicas de uso mais eficiente de ureia.

Minato et al. (2020), pesquisaram a perda de  $N$  na cultura do milho, usando fertilizantes convencionais (ureia e sulfato de amônio) e ureia revestida de polímero, os modelos de regressão não lineares Logístico e de KorsmeyerPeppas foram ajustados. Cassim et al. (2019), estudaram a liberação de  $N$  em fertilizantes de liberação controlada no cultivo de milho safrinha e Aita e Giacomini (2003), pesquisaram a liberação de  $N$  de resíduos culturais que provem de plantas de cobertura de outono/ inverno, cultivadas solteiras e consorciadas, ambos usaram modelos não lineares nos estudos.

## 2.7 Comparação de tratamentos via modelos não lineares

Modelos não lineares são frequentemente ajustados a dados experimentais com diferentes tratamentos. De acordo com Banzatto e Kronka (2006), a comparação de tratamentos é um dos principais objetivos da estatística aplicada na experimentação agrícola, desta forma torna-se necessário estudar métodos que possibilitem a comparação do efeito dos tratamentos nas curvas de crescimento.

Além disso, conforme Carvalho, Pinho e Mischan (2010), em curvas assintóticas o padrão de crescimento pode ser afetado pelos tratamentos aplicados ao material experimental, portanto é relevante verificar possíveis diferenças entre os tratamentos conforme as curvas ajustadas, tornando preciso averiguar se um determinado parâmetro de uma regressão não linear possui valores constantes em dois ou mais tratamentos.

Existe uma vasta literatura a respeito da verificação da adequação de ajustes de dados a modelos não lineares e sobre comparação entre os modelos a fim de verificar qual melhor representa o conjunto de dados, no entanto, conforme Carvalho, Pinho e Mischan (2010), não há muito subsídio literário para comparar quando um mesmo modelo não linear é ajustado a vários tratamentos.

Embora implicitamente a comparação de tratamentos das funções não lineares tem sido feita na literatura, como por exemplo Pereira et al. (2016b), que compararam os modelos Brody e Logístico no estudo de dados do diâmetro de copa de plantas do cafeeiro cultivada em duas densidades de plantio e submetidas a cinco regimes de irrigação, após a poda por esqueletamento e decote. O estudo concluiu que a irrigação pode contribuir para a plena recuperação da lavoura podada, esta aferição foi realizada a partir da análise das estimativas pontuais dos parâmetros do modelo.

Jane et al. (2020), ajustaram os modelos não lineares Logístico e Gompertz aos dados de altura de colmos de quatro variedades de cana-de-açúcar nos ciclos planta-cana e cana-soca, os autores concluíram por meio das estimativas pontuais dos parâmetros, que uma determinada variedade apresentou maiores taxas de crescimento precoce em ambos os ciclos.

Pereira et al. (2016a), compararam o ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de altura do cafeeiro submetidos a cinco regimes de irrigação, os pesquisadores concluíram que a irrigação da lavoura proporciona maior crescimento das plantas, esta conclusão foi retirada da observação das estimativas pontuais do parâmetro  $A$ .

A comparação entre os tratamentos também foi feita em trabalhos mais aplicados como os de Dominghetti et al. (2016a), Chagas et al. (2016) e Minato et al. (2020), que realizaram a análise de variância apenas para última observação dos modelos estatísticos buscando comparar perdas de  $N$  em fertilizantes nitrogenados.

No entanto, em comparação das variáveis respostas via estimativas pontuais dos parâmetros, ou até mesmo realizando ANAVA apenas para última observação, pode ocorrer perda de informação, pois não é usado todos os dados coletados no experimento.

Vivemos na era da informação, onde dados são de suma importância, de acordo com The Economist (2017) e WEF (2019), os dados são o “novo petróleo” estando entre os recursos mais valiosos do mundo atual, essa referência tem com relação ao grande número de dados produzidos atualmente o chamado “*big data*”.

No entanto, para estatística os dados sempre foram muito importantes, pois essa é uma ciência que coleta, organiza e analisa dados, buscando retirar o maior número de informações possíveis deles, portanto faz-se necessário o uso de métodos que considerem todos os dados para realizar a verificação da igualdade de tratamentos.

Alguns trabalhos têm abordado a comparação de parâmetros usando intervalo de confiança, como Silva et al. (2020a) e Paula et al. (2020) que compararam modelos não lineares na descrição da mineralização de carbono e os tratamentos por meio das amplitudes dos intervalos de confiança dos parâmetros. Este método é uma possibilidade dentro da busca por comparação de tratamentos que considerem todos os dados.

No entanto, o método que está sendo apresentado neste trabalho é o proposto por Carvalho, Pinho e Mischán (2010), que usa análise de variância para verificação da igualdade de parâmetros em modelos não lineares. As curvas de crescimento de modelos não lineares serão estimadas para cada repetição dos dados do experimento em seguida será realizada uma ANAVA para cada parâmetro de interesse do modelo ajustado.

O método tem a vantagem de usar todos os dados do experimento evitando a perda de informação. Caso seja do interesse do pesquisador é possível realizar a análise de variância para apenas um parâmetro do modelo e ainda sim todos os dados serão analisados sem perda de informação, portanto a conclusão do estudo será mais precisa e completa, uma vez que considera o comportamento do objeto em estudo ao longo do tempo.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção são apresentados os dados de perda acumulada de nitrogênio no cafeeiro usando fertilizantes de liberação controlada e a maneira como eles foram obtidos, além da metodologia de análises dos mesmos, através da seleção do modelo não linear que melhor os descreve e a comparação dos parâmetros do modelo selecionado.

#### 3.1 Material

Os dados a serem analisados nesta pesquisa foram retirados da dissertação de mestrado de Freitas (2017). O experimento foi conduzido em Lavras-MG, na Agência de Inovação do Café (INOVACAFÉ) da Universidade Federal de Lavras (UFLA) durante a safra 2015/2016.

O município está localizado a 910 m de altitude, na latitude 21° 14' 06'' Sul e longitude de 45° 00' 00'' Oeste. Segundo classificação de Köppen, o clima é do tipo Cwa, mesotérmico com verões brandos e suaves e período seco no inverno. A precipitação média anual é de aproximadamente 1472 mm, a temperatura média anual de 19,4° C e a evapotranspiração potencial (ETP) é em torno de 899 a 873 mm por ano. O solo foi classificado como Latossolo Vermelho Amarelo Distroférrico (LVdf). Os atributos químicos e físicos do solo, antes da implantação do experimento, seguem apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Caracterização química e textura do solo da área experimental na camada de 0-20 cm, antes da aplicação dos tratamentos. (Continua)

Atributos	Unidade	Teores
<b>Ph</b>	-	4,60
<b>K</b>	mg dm <sup>-3</sup>	92,09
<b>P</b>	mg dm <sup>-3</sup>	16,06

\*Adaptado Dominghetti et al. (2016a)

pH em água – proporção 1:2; Ca<sup>2+</sup>, Mg<sup>2+</sup> e Al<sup>3+</sup> = extrator de KCl (1 mol/L); T = Capacidade de Troca de Cátions (CTC) a pH 7; P, K e Cu = Extrator Mehlich-1; B = extrator água quente; a textura do solo (areia, silte e argila) foi determinada pelo método de Bouyoucos.

Fonte: Freitas (2017).



Tabela 1 – Caracterização química e textura do solo da área experimental na camada de 0-20 cm, antes da aplicação dos tratamentos. (Conclusão)

Atributos	Unidade	Teores
<b>Ca</b>	cmol <sub>c</sub> dm <sup>-3</sup>	1,74
<b>Mg</b>	cmol <sub>c</sub> dm <sup>-3</sup>	0,41
<b>Al</b>	cmol <sub>c</sub> dm <sup>-3</sup>	0,70
<b>V</b>	%	30,05
<b>MO</b>	dag kg <sup>-1</sup>	2,43
<b>Cu</b>	mg dm <sup>-3</sup>	1,54
<b>B</b>	mg dm <sup>-3</sup>	0,25
<b>*Areia</b>	%	18
<b>*Silte</b>	%	24
<b>*Argila</b>	%	58

\*Adaptado Dominghetti et al. (2016a)

pH em água – proporção 1:2; Ca<sup>2+</sup>, Mg<sup>2+</sup> e Al<sup>3+</sup> = extrator de KCl (1 mol/L); T = Capacidade de Troca de Cátions (CTC) a pH 7; P, K e Cu = Extrator Mehlich-1; B = extrator água quente; a textura do solo (areia, silte e argila) foi determinada pelo método de Bouyoucos.

Fonte: Freitas (2017).

O experimento foi implantado em agosto de 2015, numa lavoura da cultivar Catuai Vermelho, linhagem 144, com 6 anos de idade, espaçados por 3,7 m na entrelinha e 0,7 m entre plantas, totalizando 3.861 plantas ha<sup>-1</sup>.

Foi utilizado o delineamento em blocos ao acaso (DBC), com 4 tratamentos e 3 repetições. Cada unidade experimental apresentava 10 metros de comprimento e um total de 14 plantas, utilizando-se as 10 plantas centrais para a realização das avaliações. As parcelas foram delineadas, ao longo da linha de plantio, tendo sido adotado o sistema de bordadura dupla entre as linhas úteis do experimento. Os tratamentos estão descritos na Tabela 2.

Tabela 2 – Fertilizantes nitrogenados avaliados no experimento, seus respectivos teores de N e o número de aplicações de acordo com recomendação do fabricante.

Tratamentos	N %	N	S	B	Cu	Número de Aplicações
		------(kg ha <sup>-1</sup> ) -----				
Ureia+ enxofre + polímero	39	300	74,8	0,0	0,0	1
Ureia + resina plástica	44	300	0,0	0,0	0,0	1
Ureia formaldeído	26	300	0,0	0,0	0,0	1
Ureia + Polímero insolúvel em água	40	300	0,0	0,0	0,0	1

Nota: para todos os fertilizantes foram aplicados 300 kg de N ha<sup>-1</sup>.

Fonte: Freitas (2017).

Os tratamentos foram aplicados todos uma única vez em novembro. Para suprir a demanda por K e P, foram aplicados o cloreto de potássio (KCl) e super fosfato triplo (SFT),

respectivamente, enquanto os micronutrientes foram aplicados via foliar junto ao controle fitossanitário, seguindo-se as doses recomendadas por Guimarães et al. (1999).

Foi avaliada a perda de N por volatilização de amônia decorrente da aplicação via solo dos diferentes tratamentos. Utilizou-se o coletor semiaberto, adaptado por Lara Cabezas et al. (1999), como método para a captura do N-NH<sub>3</sub>. As câmaras coletoras foram preparadas a partir de tubos de PVC com 20 cm de diâmetro e 50 cm de altura acoplados a uma base de PVC de 10 cm, dos quais 5 cm foram fixados no solo, sob a projeção da copa das plantas.

Foram dispostos três coletores em cada parcela experimental e a aplicação do fertilizante foi realizada dentro destas bases, baseando-se no cálculo para a área total e, proporcionalmente, para a área da base de PVC. Dentro de cada tubo de PVC, foram colocados dois discos de espuma laminada com 0,02 g cm<sup>-3</sup> de densidade e 2 cm de espessura cortados no mesmo diâmetro do tubo. Os discos foram posicionados dentro das câmaras a uma altura de 30 e 40 cm do solo. A esponja inferior foi previamente embebida com 80 ml de uma solução de ácido fosfórico (H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>; 60 ml L<sup>-1</sup>) e glicerina (50 ml L<sup>-1</sup>), para reter a amônia volatilizada. A esponja superior teve a função de proteger contra possíveis contaminações do ambiente.

Foram realizadas 37 coletas a partir do 1º dia até o 208º dia após aplicação dos fertilizantes. A solução contida na espuma foi extraída por meio de filtragem em Funil de Buchner e bomba de vácuo, sendo feitas cinco lavagens de 80 ml de água destilada. Uma alíquota foi armazenada em câmara fria a 5°C e, em seguida, a amostra foi destilada para a determinação do teor de N pelo método de Kjeldahl.

### 3.2 Metodologia

Com os dados da pesquisa foi feito o gráfico de dispersão. Logo depois, os modelos não lineares Logístico, Gompertz, Brody e von Bertalanffy foram ajustados para a perda média acumulada de N por volatilização. Os parâmetros foram estimados com base nos dados experimentais, por meio dos mínimos quadrados ordinários com a aproximação pelo método numérico iterativo de Gauss-Newton.

Após os ajustes iniciais, foi feita a análise do vetor de resíduos a fim de verificar os pressupostos de normalidade, variância constante e independência. Para as verificações serão usados alguns testes como: Shapiro-Wilk (1965) para normalidade, Breusch-Pagan (1979), para variância constante ou homocedasticidade e Durbin-Watson (1950), para independência.

Caso o pressuposto de independência não seja satisfeito uma solução para corrigir esse desvio é modelar a dependência dos dados por meio da inclusão de um parâmetro autorregressivo

de ordem  $m$  ( $AR(m)$ ), cujo a ordem depende da análise gráfica da autocorrelação parcial dos resíduos, neste caso os parâmetros serão estimados por meio do método de mínimos quadrados generalizados.

No caso do pressuposto de homocedasticidade outra solução é modelar o inverso da variância e estimar os resíduos por meio dos mínimos quadrados ponderados. Se a normalidade não for satisfeita uma possível forma de correção é realizar a transformação de dados ou a escolha de outro modelo a ser ajustado.

Com os três pressupostos satisfeitos para o modelo ser considerado apto para descrever a relação funcional em estudo deve ser feita a verificação da significância dos parâmetros, na qual usa-se o teste  $t$ , sendo que o teste significativo implica no parâmetro diferente de zero.

Após a finalização de todas as etapas anteriores os quatro modelos testados podem ser reduzidos a um único “mais adequado”. Para sua escolha utiliza-se alguns critérios de qualidade dos ajustes, usados em vários estudos de crescimento: critério de informação de Akaike ( $AIC$ ), coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aju}^2$ ), Desvio Médio Absoluto ( $DMA$ ).

Com o modelo mais adequado para descrever os dados em estudo selecionado, a próxima etapa da pesquisa será a realização de uma análise de variância com as estimativas dos parâmetros conforme Carvalho, Pinho e Mischán (2010), a fim de verificar uma possível existência de diferença entre as estimativas dos parâmetros das curvas de cada fertilizante descritas por modelos não lineares.

Para averiguar a igualdade de parâmetros de curvas de desenvolvimento, é necessário que se tenha todas as repetições das estimativas dos tratamentos e não apenas as estimativas médias. O método proposto por Carvalho, Pinho e Mischán (2010) recomenda que seja feito um ajuste do modelo não linear mais adequado para descrever os dados, a cada uma das repetições. Após o ajuste, teremos uma curva para cada tratamento.

E será feito uma análise de variância para cada um dos parâmetros usando o delineamento em blocos casualizados (DBC), pois o experimento foi montando assim no campo. O pesquisador pode realizar a ANAVA apenas para o parâmetro que for do interesse da pesquisa, por exemplo pode ser realizado uma análise de variância somente para o parâmetro (A), se o interesse for comparar simplesmente as estimativas assintóticas da variável resposta. Caso o teste F seja significativo, as diferenças entre os parâmetros serão avaliadas por meio do teste Tukey.

As análises deste trabalho serão feitas utilizando o *software* estatístico R, com auxílio dos pacotes “*gnls*”, “*nlme*”, “*car*”, “*lmtest*” e “*qpcR*”. Para efeito de comparação, o nível nominal de significância adotado será de 1%.

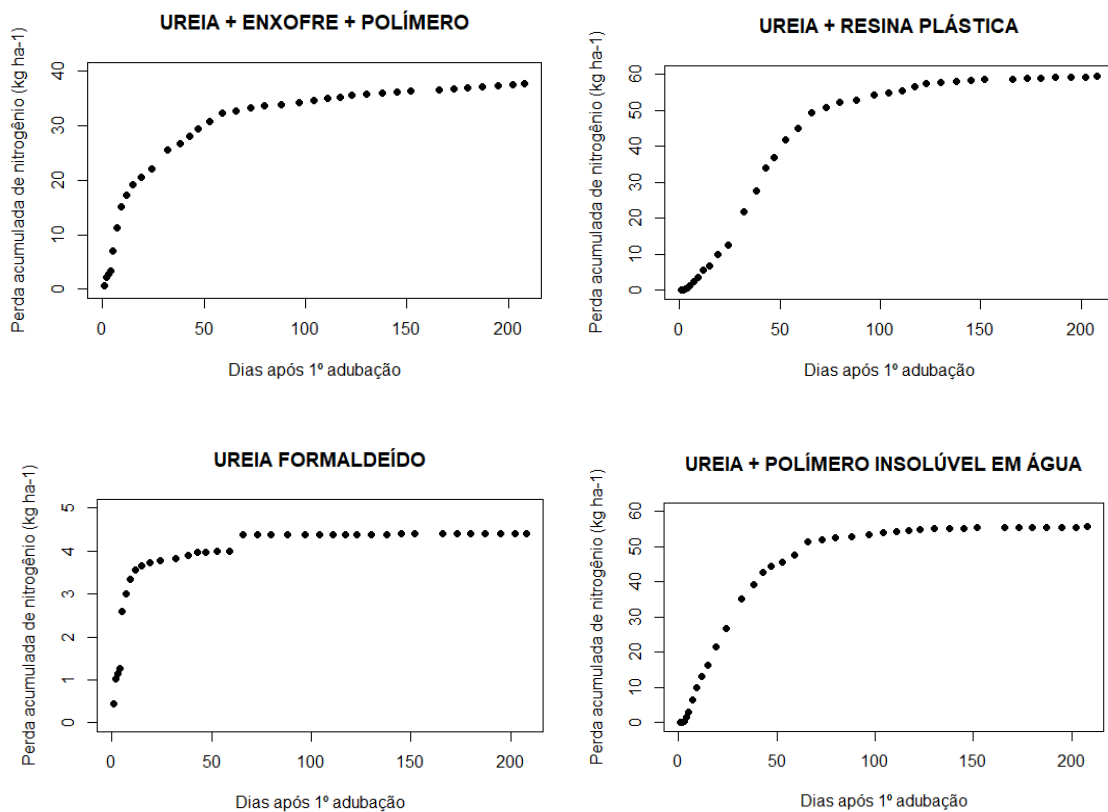
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção é apresentado os resultados e discussões a respeito da seleção do modelo não linear mais adequado para descrever os dados, bem como a comparação das estimativas dos parâmetros do modelo selecionado.

### 4.1 Seleção do modelo não linear

Inicialmente foi feito um gráfico de dispersão dos dados para cada um dos quatro fertilizantes, no eixo x estão os dias após a aplicação do fertilizante de liberação controlada e no eixo y a perda acumulada de nitrogênio por volatilização da amônia ( $NH_3$ ), conforme a figura 5.

Figura 5 – Gráfico de dispersão de dados médios dos quatro fertilizantes.



Fonte: Da autora (2022).

Os modelos escolhidos para serem ajustados foram Gompertz, Logístico, von Bertalanffy e Brody, pois são os mais usados na literatura para descreverem sigmóides, de acordo com Silva (2020).

Foi realizada a estimação dos parâmetros desses modelos com base nas médias de cada um dos quatro tratamentos em estudo, considerando os resíduos independentes e identicamente distribuídos segundo uma normal com média zero e variância constante ( $\varepsilon \sim N(0, I\sigma^2)$ ).

A análise de resíduos foi efetuada logo em seguida, a fim de perceber se os pressupostos dos resíduos foram de fato satisfeitos, esta é uma etapa muito importante pois caso algum pressuposto não seja satisfeito o modelo pode gerar estimativas imprecisas e com isso a representação do conjunto de dados é inadequada (ARCHONTOULIS; MIGUEZ, 2015). Para realizar a análise foram aplicados os testes estatísticos de Shapiro-Wilk (1965), Durbin-Watson (1950) e Breusch-Pagan (1979), os resultados estão expostos na Tabela 3.

Tabela 3 – Análise de resíduo para os modelos ajustados p-valor dos testes: Shapiro-Wilk (SW), Durbin-Watson (DW) e Breusch-Pagan (BP).

<b>Fertilizantes</b>	<b>Modelos</b>	<b>SW</b>	<b>DW</b>	<b>BP</b>
<b>Ureia + enxofre + polímero</b>	Gompertz	0,6694	0*	0*
	Logístico	0,6722	0*	0*
<b>Ureia + resina plástica</b>	von Bertalanffy	0,6271	0*	0*
	Brody	0,0977	0*	0,0047*
<b>Ureia + resina plástica</b>	Logístico	0,0056*	0*	0,6827
	von Bertalanffy	0,1000	0*	0,0152
	Brody	0,5064	0*	0,0075*
<b>Ureia</b>	Gompertz	0*	0*	0,1083
	Logístico	0*	0*	0,1788
<b>Formaldeído</b>	von Bertalanffy	0*	0*	0,0763
	Brody	0*	0*	0,0185
<b>Ureia + polímero insolúvel em água</b>	Gompertz	0,0198	0*	0,0017*
	Logístico	0,0260	0*	0,0027*
<b>Ureia + polímero insolúvel em água</b>	von Bertalanffy	0,0460	0*	0,0027 *
	Brody	0,0130	0*	0,0151

\*significativo ao nível de 1% de probabilidade

Fonte: Da autora (2022).

Considerando um nível de significância de 1% é possível perceber na Tabela 3 que para os fertilizantes estudados, o pressuposto de homoscedasticidade não foi satisfeito nos seguintes casos: em todos modelos aplicados ao fertilizante Ureia + enxofre + polímero, nos modelos

Logístico, Gompertz e von Bertalanffy empregados no tratamento Ureia + polímero insolúvel em água e no modelo Brody referente ao tratamento Ureia + resina plástica.

O pressuposto de homogeneidade da variância residual é comumente violado em estudos relacionados ao crescimento de alguma variável, como por exemplo na pesquisa de Manguiera, Savian e Leandro (2022), que usaram da abordagem bayesiana na definição de exigência nutricional de zinco em frangos de corte, foram considerados nesta pesquisa casos de homogeneidade e heterogeneidade de variâncias.

Outro estudo que houve violação do pressuposto de homocedasticidade foi na pesquisa realizada por Ribeiro et al. (2018), na descrição de crescimento em altura na cernelha de equinos da raça Mangalarga Marchador. Conforme Fernandes et al. (2014), a presença de variância heterogênea é comum em estudos que envolvem desenvolvimento ao longo do tempo, como por exemplo, a perda de nitrogênio no decorrer do tempo, objeto de estudo desta pesquisa.

O pressuposto de normalidade não foi satisfeito nos quatro modelos para o tratamento Ureia Formaldeído. Como pode ser observado na Figura 5 os dados médios para este tratamento de fato apresentaram padrão de crescimento atípico (alguns degraus na sequência dos dados). No modelo Logístico utilizado para o fertilizante Ureia + resina plástica, também há desvio de normalidade, nestes casos o teste de Shapiro-Wilk (1965) foi significativo.

Existem diferentes maneiras de contornar o problema de ausência de normalidade residual tais como transformação nos dados, ou considerar diferentes distribuições para os erros, conforme apresentado por Lima et al. (2017) em seu estudo sobre o acúmulo de micronutrientes no feijoeiro. No entanto, por não ser o foco desta pesquisa, os tratamentos com violação deste pressuposto não serão utilizados na seleção do melhor modelo conforme abordado por Silva et al. (2020), na descrição do crescimento de amora-preta usando modelos não lineares, o modelo duplo de Gompertz da cultivar “Brazos” não foi apresentado e discutido neste estudo, pois a suposição de normalidade não foi atendida.

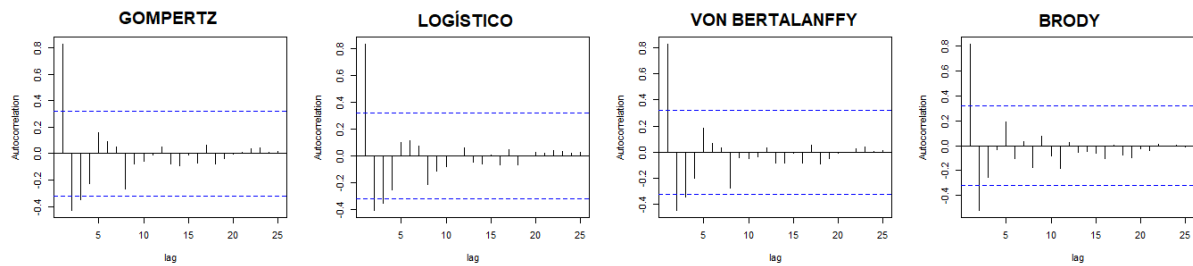
Todos modelos apresentaram resíduos não independentes, pois o teste de Durbin-Watson (1950), foi significativo em todos os casos ( $p - valor < 0.01$ ), resultados semelhantes foram encontrados em trabalhos como de Silva et al. (2021c), Prado et al. (2020), Silva et al. (2021b) e Fruhauf et al. (2020), no estudo do crescimento em volume de madeira, crescimento de coco, amora-preta e diâmetro do Cedro respectivamente, estes estudos encontraram correlação de primeira e segunda ordem nos resíduos.

A dependência residual é comum no método longitudinal de coleta de dados, de acordo conforme White e Arzi (2005). Este desvio no pressuposto de independência pode ser contornado acrescentando a modelagem da dependência.

A fim de corrigir a correlação dos resíduos foi realizado um novo ajuste dos dados pelo método dos mínimos quadrados generalizados incorporando-se aos resíduos dos modelos um ou mais termos auto regressivos. Nos casos em que se depara com autocorrelação dos resíduos é necessário incorporá-lo ao modelo, assim as predições serão mais acuradas e então se garante uma maior precisão das estimativas e uma maior qualidade no ajuste, já que permite a análise de séries medidas em poucas observações temporais (MUNIZ; NASCIMENTO; FERNANDES, 2017).

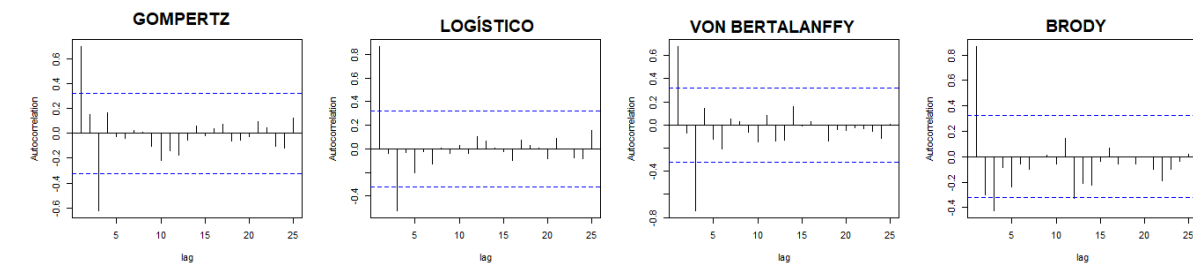
Os termos auto regressivos ( $\phi$ ) foram de ordem 1, 2 e 3, a partir da análise da função de autocorrelação parcial apresentada nas Figuras 6, 7 e 8, a ordem do *AR* foi decidida com base nos *lags* significativos de cada tratamento e modelo em questão, conforme metodologia apresentada por Silva et al. (2021b), em seu estudo sobre o crescimento de coco.

Figura 6 – Gráfico de autocorrelação parcial dos resíduos do tratamento ureia + enxofre + polímero.



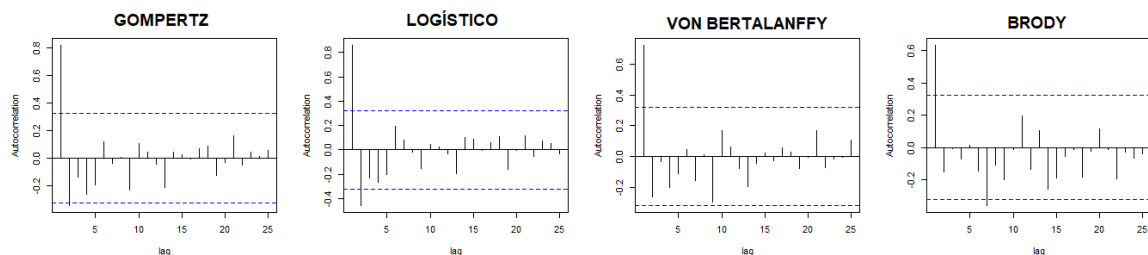
Fonte: Da autora (2022).

Figura 7 – Gráfico de autocorrelação parcial dos resíduos do tratamento Ureia + resina plástica.



Fonte: Da autora (2022).

Figura 8 – Gráfico de autocorrelação parcial dos resíduos do tratamento ureia + polímero insolúvel em água.



Fonte: Da autora (2022).

Após a inclusão dos termos autorregressivos, os parâmetros dos modelos foram estimados novamente agora de forma ponderada usando a função “*gnls*” do *R*. Todos os parâmetros foram significativos, pelo teste *t*, ao nível de significância de 1%.

A próxima etapa foi a análise dos critérios de qualidade de ajustes que estão descritos na Tabela 4, os indicadores apresentados são os valores do critério de informação de Akaike (*AIC*), os valores do desvio médio absoluto (*DMA*) e o coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aju}^2$ ).

Tabela 4 – Avaliadores de qualidade de ajuste.

<b>Fertilizantes</b>	<b>Modelos</b>	<b><i>AIC</i></b>	<b><i>DMA</i></b>	<b><math>R_{aju}^2</math></b>
<b>Ureia + enxofre + polímero</b>	Gompertz	89,5490	1,7042	0,9650
	Logístico	91,1004	2,1020	0,9497
	von Bertalanffy	88,3398	1,5341	0,9713
	Brody	80,9812	1,1033	0,9851
<b>Ureia+ resina Plástica</b>	Gompertz	57,5275	0,7223	0,9985
	von Bertalanffy	58,2883	0,6466	0,9985
	Brody	10,3565	2,2287	0,9830
<b>Ureia + polímero insolúvel em água</b>	Gompertz	87,2267	1,1061	0,9948
	Logístico	100,8851	1,8527	0,9841
	von Bertalanffy	78,5060	0,7170	0,9976
	Brody	91,8420	0,9871	0,9962

Fonte: Da autora (2022).

Para uma melhor aplicação do método de comparação dos tratamentos é necessário utilizar estimativas de parâmetros de um único modelo para todos os tratamentos, evitando assim que o efeito de tratamento seja confundido com o efeito da característica intrínseca do modelo (ponto de inflexão mais tardio, ou mais precoce por exemplo). A partir dos resultados da Tabela 4 observa-se que no geral o modelo von Bertalanffy é o que melhor descreve o conjunto de dados, pois na maioria dos casos este modelo apresenta menores valores para o *AIC*, *DMA* e maiores valores de  $R_{aj}^2$ .

Embora não tenha sido encontrados trabalhos que utilizaram o modelo de von Bertalanffy para modelar a perda acumulada de *N*, alguns autores como Fernandes et al. (2019) e Teleken, Galvão e Robazza (2017), que estudaram o crescimento de tilápia-do-nilo (*Oreochromis niloticus*) na linhagem Chitralada, crescimento de mamífero produtores de carne e crescimento de coelhos da raça Nova Zelândia respectivamente, obtiveram bons ajustes de curvas de



crescimento ao longo do tempo com o modelo von Bertalanffy. Na Tabela 5 estão apresentadas as estimativas dos parâmetros e os respectivos erros padrão do modelo von Bertalanffy.

Tabela 5 – Estimativas dos parâmetros do modelo von Bertalanffy com  $AR(m)$ , quando necessário, e erro padrão entre parênteses associado a cada um dos parâmetros.

Modelos	Parâmetros	Ureia + enxofre + polímero	Ureia + resina Plástica	Ureia + polímero insolúvel em água
<b>von Bertalanffy</b>	$A$	36,0511 (0,7777)	58,9677 (0,2354)	55,0696 (0,5896)
	$B$	9,7066 (1,3280)	26,2152 (0,3129)	15,3561 (0,6845)
	$K$	0,0512 (0,0074)	0,0390 (0,0008)	0,0515 (0,0023)
	$\phi_1$	1,4395	0,6649	0,7756
	$\phi_2$	- 0,5320	0,4548	
	$\phi_3$	- 0,1196	- 0,7120	

Fonte: Da autora (2022).

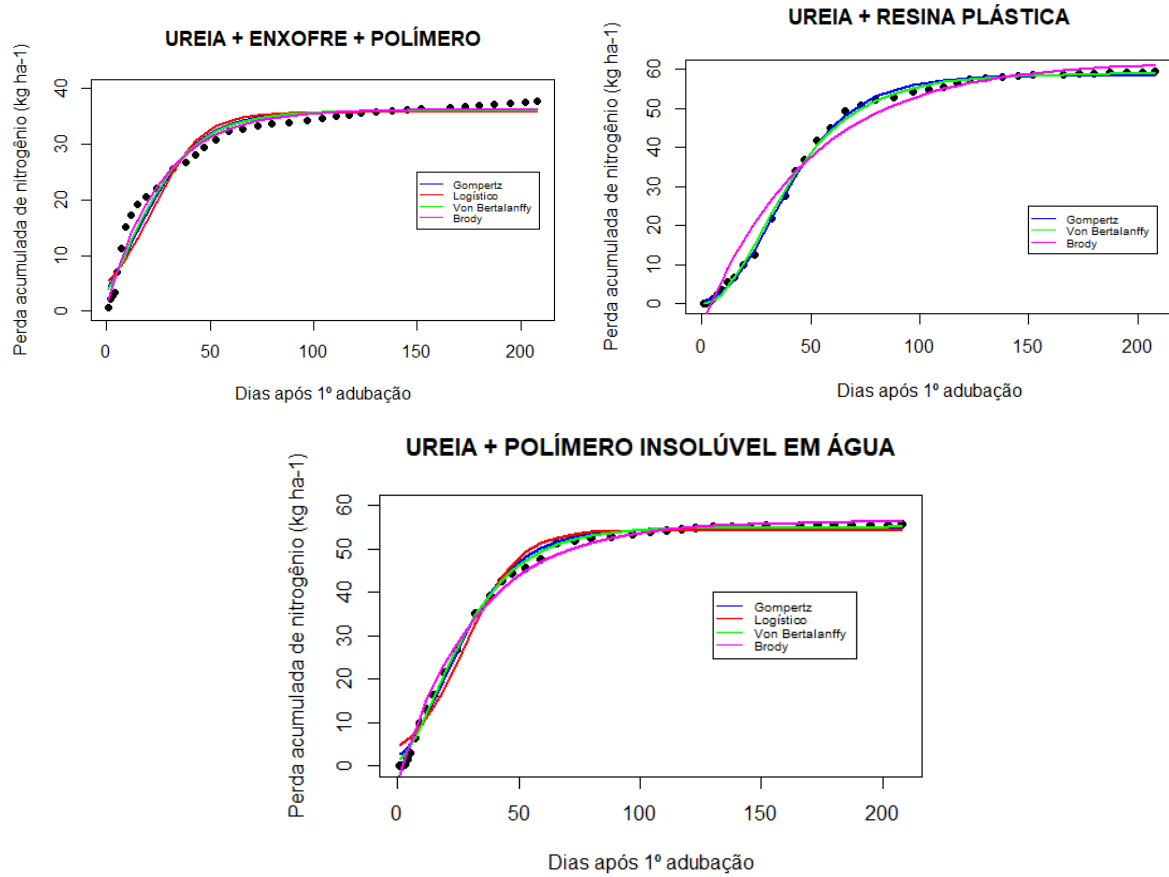
Os parâmetros autorregressivos  $\phi_n$ , com  $n = 1, 2$  e  $3$ , indicam que há dependência entre as observações ao longo do tempo, o que é natural que exista, pois a variável resposta é a perda acumulada de nitrogênio ao longo do tempo, ou seja, a medição de um dia depende do dia anterior.

De acordo com Fernandes et al. (2015), uma vantagem dos ajustes a modelos não lineares é que geralmente possuem interpretações práticas dos parâmetros. Portanto, com base nas estimativas do modelo von Bertalanffy que apresentou o melhor ajuste em relação a cada um dos fertilizantes estudados, percebe-se que parece haver uma diferença entre as perdas acumuladas.

As estimativas do parâmetro  $A$  representa a perda acumulada assintótica máxima, o parâmetro ( $B$ ) representa a abscissa do ponto de inflexão, ponto a partir do qual as taxas de crescimento passam de crescente para decrescente. Em relação às estimativas do índice de crescimento ( $K$ ) quanto menor for o valor deste parâmetro mais lentamente a assíntota superior é atingida.

Na Figura 9 está ilustrado os gráficos dos ajustes dos modelos não lineares escolhidos considerando um processo autorregressivo de ordem  $AR(m)$  ajustado aos dados de perdas de  $N$  nos três fertilizantes. É possível observar que todos os modelos apresentam ajustes bons aos dados, sendo o modelo de von Bertalanffy (em verde) com os melhores.

Figura 9 – Representação gráfica da perda acumulada de nitrogênio e ajuste dos modelos não lineares com parâmetro autorregressivo, em função dos dias após a primeira adubação, para os fertilizantes.

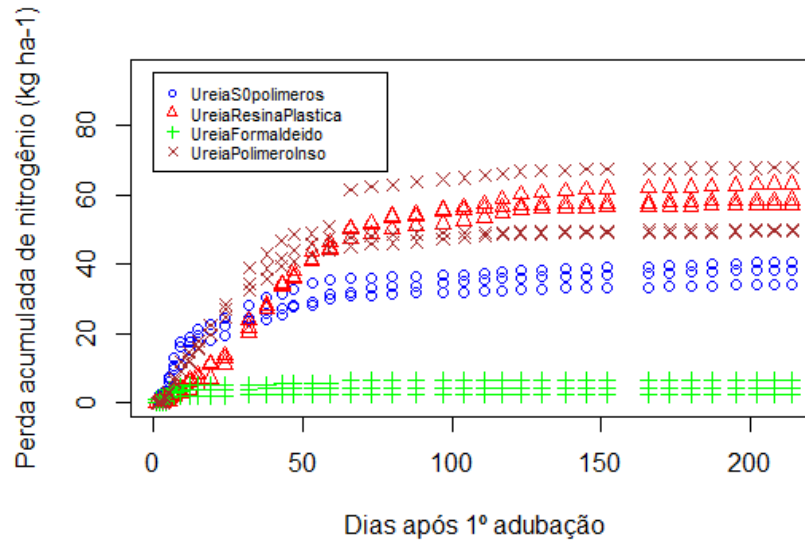


Fonte: Da autora (2022).

## 4.2 Comparação das estimativas dos parâmetros

Como o modelo von Bertalanffy, que se ajustou melhor aos dados na maioria dos casos, o próximo passo foi realizar um ajuste do modelo para cada repetição de cada tratamento, ou seja, 12 ajustes, pois são quatro tratamentos e três repetições, conforme a Figura 10.

Figura 10 – Representação gráfica da perda acumulada de nitrogênio para todas repetições de todos fertilizantes.



A estimação dos parâmetros  $A$ ,  $B$  e  $K$  do modelo von Bertalanffy foi realizada pelo método de Gauss – Newton para cada uma das três repetições nos quatro tratamentos em estudo, os resultados obtidos estão na tabela 6.

Tabela 6 – Estimativas dos parâmetros para cada repetição.

Fertilizantes	Parâmetros	Repetição 1	Repetição 2	Repetição 3
Ureia + enxofre + polímero	$A$	36,9114	32,5360	38,2850
	$B$	16,4553	9,0537	9,7307
	$K$	0,0395	0,0663	0,0610
Ureia + resina plástica	$A$	57,9479	56,6100	62,4906
	$B$	4,0019	2,1680	5,2882
	$K$	0,0466	0,0396	0,0344
Ureia formaldeído	$A$	6,2899	4,0770	2,3596
	$B$	2,2887	3,7890	-1,1553
	$K$	0,1948	0,2034	0,4236
Ureia + polímero insolúvel em água	$A$	48,6074	49,6422	67,3730
	$B$	5,9737	3,1040	7,1872
	$K$	0,0562	0,0619	0,0427

Fonte: Da autora (2022).

Foi feita uma análise de variância (tabela 7, 8 e 9) com as estimativas dos parâmetros, para analisar se realmente há diferenças significativas entre elas. Foi avaliado a normalidade das estimativas dos parâmetros pelo teste de Shapiro Wilk, o resultado foi não significativo em todos os casos.

Tabela 7 – Análise de variância para as estimativas do parâmetro *A*.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M	F	p-valor
Fertilizantes	3	5641,00	1880,32	68,8736	4,863e-05 ***
Blocos	2	103,50	51,76	1,8959	0,2301
Resíduo	6	163,80	27,30		
Total	11	5908,30			

\*\*\* altamente significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Fonte: Da autora (2022).

Tabela 8 – Análise de variância para as estimativas do parâmetro *B*.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M	F	p-valor
Fertilizantes	3	169,935	56,645	7,5426	0,01848 *
Blocos	2	14,991	7,496	0,9981	0,42248
Resíduo	6	45,060	7,510		
Total	11	229,986			

significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Fonte: Da autora (2022).

Tabela 9 – Análise de variância para as estimativas do parâmetro *K*.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F	p-valor
Fertilizantes	3	0,113451	0,037817	8,8179	0.01435 *
Blocos	2	0,007325	0.003662	0.8143	0.48653
Resíduo	6	0.026985	0.004497		
Total	11	315,205			

\* significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Fonte: Da autora (2022).

Como o teste F foi significativo ao nível de 5% para todos os parâmetros (veja o p-valor das tabelas 7, 8 e 9), o teste Tukey foi aplicado a fim de comparar os tratamentos do experimento, os resultados se encontram na tabela 10. A diferença mínima significativa (DMS) do parâmetro *A* é 14,76845, do *B* é 7,74579 e o parâmetro *K* é 0,1895516.

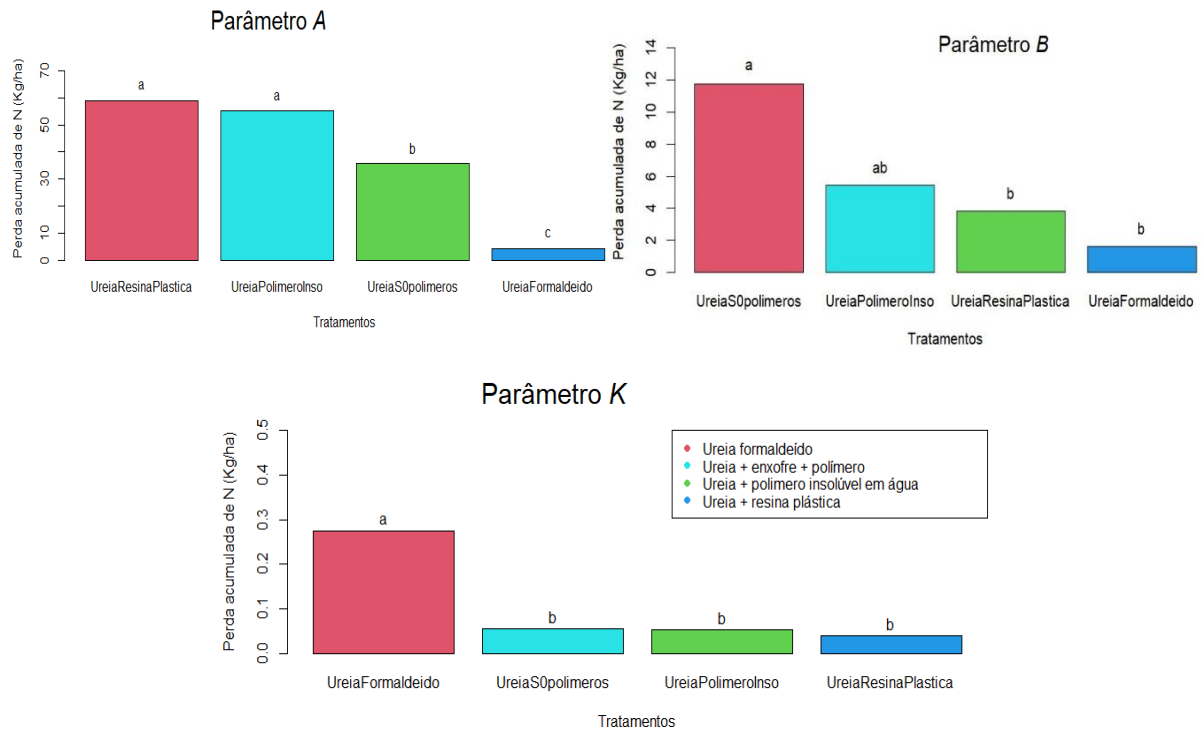
Tabela 10 – Média das estimativas dos parâmetros do modelo von Bertalanffy ajustado aos dados.

Fertilizantes	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{K}$
Ureia + enxofre + polímero	35,910800 b	11,746567 a	0,0556000 b
Ureia + resina plástica	59,016167 a	1,151433 b	0,0402000 b
Ureia formaldeído	4,242167 c	3,819367 b	0,2739333 a
Ureia + polímero insolúvel em água	55,207533 a	5,421633 ab	0,0536000 b

As médias seguidas da mesma letra não diferem ao nível de 5% de probabilidade pelo teste Tukey.  
Fonte: Da autora (2022).

Para melhor compreensão visual das discussões acerca do teste Tukey de cada parâmetro do modelo von Bertalanffy, a seguir se encontra a figura 11.

Figura 11 – Representação gráfica do teste Tukey para os parâmetros do modelo von Bertalanffy.



Fonte: Da autora (2022).

De acordo com o resultado do teste Tukey a perda acumulada assintótica máxima ( $A$ ) é maior no tratamento ureia + resina plástica e ureia + polímero insolúvel em água, não apresentando diferenças significativas entre os dois fertilizantes e menor no tratamento ureia formaldeído, os resultados semelhantes foram encontrados nos estudos de Freitas (2017).

Ureia formaldeído é de fato um dos fertilizantes de eficiência aumentada mais usados na cafeicultura, isso porque em uma lavoura de café adulta este fertilizante é capaz de ter uma redução de 97% das perdas de amônia por volatilização em relação a ureia comum (BARTELEGA, 2018; DOMINGHETTI, 2016b).

A redução na perda assintótica de  $N$  por volatilização pode contribuir para aumentar a eficiência agrônômica dos fertilizantes nitrogenados, pois perdendo menos nutrientes haverá uma maior disponibilidade de recursos a ser absorvido pela planta.

Em relação a abscissa do ponto de inflexão ( $B$ ), foi possível observar que, os fertilizantes ureia + enxofre + polímero e ureia + polímero insolúvel em água são iguais entre si e apresentaram maiores estimativas do  $B$ , ou seja, foram os dois tratamentos que mais demoraram para atingir o ponto de inflexão. Esta informação possui interesse prático para o manejo mais adequado da cultura, pode auxiliar o produtor a identificar o melhor momento de aplicação destes fertilizantes.

A perda de  $N$  cresce de forma acelerada até o ponto de inflexão e a partir do ponto de inflexão continua aumentando, porém, em um ritmo mais lento tendendo à estabilização. No fertilizante ureia + enxofre + polímero a perda cresce de maneira acelerada por cerca de 11 dias até atingir o ponto de inflexão, a seguir começa a crescer mais lentamente até a estabilização e no fertilizante ureia + polímero insolúvel em água é por cerca de 5 dias.

Embora curvas com ponto de inflexão mais tardio passem mais tempo crescendo em um ritmo mais acelerado, este fato não significa necessariamente que uma assíntota maior será atingida, pois isso depende do quanto a curva está se desenvolvendo por dia. Por exemplo, a curva pode perder poucas gramas de  $N$  distribuídas ao longo de 5 dias ou então perder muitas gramas de  $N$  em um único dia. Por este motivo o parâmetro  $B$  não deve ser analisado isoladamente, mas sim considerando o quanto a curva se desenvolve ao longo do tempo. Por isso, embora ureia + resina plástica tenha atingido a maior perda acumulada assintótica e ureia formaldeído a menor, os dois fertilizantes apresentam estimativas de  $B$  iguais entre si, pois não necessariamente os parâmetros  $A$  e  $B$  estão correlacionados.

Quanto as estimativas do parâmetro  $K$  (índice de crescimento), quanto maior for o valor deste parâmetro mais rapidamente a assíntota superior é atingida. Constatou-se que o tratamento

ureia formaldeído possui uma estimativa maior para este parâmetro, portanto perda acumulada de  $N$  por volatilização de amônia atinge a assíntota mais rapidamente neste fertilizante.

Quanto maior é o índice de crescimento mais rápido a assíntota superior é atingida e no presente estudo a assíntota superior se refere a perda acumulada de  $N$ . Os parâmetros  $K$  e  $A$  possuem uma relação inversamente proporcional, portanto o fertilizante ureia formaldeído tem o maior índice de crescimento e consequentemente a menor perda de  $N$ .

A metodologia proposta por Carvalho, Pinho e Mischan (2010) possibilitou uma melhor comparação entre o padrão de perda de  $N$  por volatilização da amônia entre os tratamentos. O teste foi significativo para todos os parâmetros da curva de crescimento, sendo que a diferença em cada parâmetro indica algo diferente no padrão de desenvolvimento da curva de perda ao longo do tempo, como índice de desenvolvimento, ponto de inflexão e valor assintótico. Comparações estas que não seriam possíveis sem o ajuste individual dos modelos não lineares a todos os dados, justificando assim a importância deste método.

## 5 CONCLUSÕES

O modelo mais adequado para descrever perda acumulada de  $N$  por volatilização de amônia ( $NH_3$ ) ao longo dos dias após a aplicação no cafeeiro é o modelo von Bertalanffy para maioria dos fertilizantes estudados.

A análise de variância entre as estimativas dos parâmetros do modelo von Bertalanffy, por meio do teste F indicou que há diferenças significativas entre os fertilizantes para todos os parâmetros do modelo não linear que descreve o padrão de perda acumulada de  $N$ . O teste Tukey apontou que o fertilizante nitrogenado de liberação controlada ureia formaldeído atinge assíntota mais rapidamente e apresenta a menor perda acumulada de  $N$  no cafeeiro por volatilização de  $NH_3$  ao ser comparado com os demais fertilizantes estudados.

Ainda de acordo com o teste Tukey, os fertilizantes Ureia+Enxofre+Polímeros e Ureia + Polímero Insolúvel possuem o ponto de inflexão mais tardio em relação aos demais em estudo, fato que pode auxiliar o produtor no planejamento de aplicação destes fertilizantes.



## REFERÊNCIAS

- AITA, C.; GIACOMINI S. J. Decomposição e liberação de nitrogênio de resíduos culturais de plantas de cobertura de solo solteiras e consorciadas. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, 27:601-612, 2003.
- ALMEIDA, E. M. Fertilizantes de eficiência aumentada: uso de ureia de liberação controlada ou com inibidores em sistemas agrícolas sustentáveis. Palmas, TO: **Embrapa**, 2016.
- ALMEIDA, R. E. M. **Fertilização nitrogenada no consórcio milho-braquiária em solos de clima tropical úmido no sistema de integração lavoura-pecuária**. 2013. 149 p. Tese (Doutorado em ciências) – Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2014.
- ARCHONTOULIS, S. V.; MIGUEZ, F. E. Nonlinear Regression Models and Applications in Agricultural Research. **Agronomy Journal**, v. 107, n. 2, p.786-798, 2015.
- BANZATTO, D. A.; KRONKA. **Experimentação Agrícola**. Jaboticabal: FUNEP, 2006.
- BARTELEGA, L. **Fertilizantes nitrogenados convencionais, estabilizados, de liberação lenta, controlada e blends para o cafeeiro**. 2018. 68 p. Dissertação (Mestrado em Ciência do Solo) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2018.
- BATES, D.M.; WATTS, D.G. Nonlinear regression analysis and its applications. **New York: John Wiley and Sons**, 1988.
- BLAYLOCK, A. Novos fertilizantes nitrogenados: o futuro dos fertilizantes nitrogenados de liberação controlada. **Informações Agronômicas**, Canadá, n. 120, p. 8-10, dez. de 2007.
- BRASIL, Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Governo Federal lança Plano Nacional de Fertilizantes para reduzir importação dos insumos. Brasília, 2022.
- BRASIL, Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Café no Brasil. Brasília, 2017. Disponível em: < Café no Brasil — Português (Brasil) (www.gov.br)>. Acesso em 13 de jan. de 2022.
- BREUSCH, T. S.; PAGAN, A. R. A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. **Econometrica**, Chicago, v. 47, n. 5, p. 1287-1294, Sept. 1979.
- CARVALHO, L. R.; PINHO, S. Z.; MISCHAN, M. M. Methods to verify parameter equality in nonlinear regression models. **Scientia Agricola**. Piracicaba, v.67, n.2, p.218-222, 2010.
- CASSIM, B. M. A. R.; MINATO, E. A.; BASEN, M. R.; COPPO J. C.; ZAMPAR, É. J. O.; INOUE M. A. B. Caracterização de fertilizantes nitrogenados de liberação controlada. IV REUNIÃO PARANAENSE DE CIÊNCIAS DO SOLO, 2019.
- CHAGAS, W. F. T.; GUELFY, D. R.; CAPUTO, A. L. C.; SOUZA, T. L.; ANDRADE, A. B.; FAQUIN, V. Ammonia volatilization from blends with stabilized and controlled-released urea in the coffee system. **Ciência e Agrotecnologia**, SciELO Brasil, v. 40, n. 5, p. 497–509, 2016.

CINI, E. Conexão Agro: Emprego no campo atinge maior patamar desde 2015. **CNN Brasil**, São Paulo, 2021.

CORDEIRO, G. M.; PRUDENTE, A.A.; DEMÉTRIO, C. G. B. Uma revisão dos modelos normais não-lineares. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 27, p. 360-393, 2009.

DEMÉTRIO, C. G. B.; ZOCCHI, S. S. **Modelos de regressão**. Piracicaba, SP: ESALQ. 2011.

DOMINGHETTI, A. W.; GUELFY, D. R.; GUIMARÃES, R. J.; CAPUTO, A. L. C.; SPEHAR, C. R.; FAQUIN, V. Nitrogen loss by volatilization of nitrogen fertilizers applied to coffee orchard. **Ciência e Agrotecnologia**. 40 (2). Mar-Apr 2016a.

DOMINGHETTI, A. W. **Fertilizantes nitrogenados de eficiência aumentada e convencionais na cultura do cafeeiro**. 2016. 144 p. Tese (Doutorado em Agronomia/Fitotecnia) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2016b.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3 rd ed. New York: J. Wiley, p. 706, 1998.

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression, I. **Biometrika**, London, v. 37, n. 3/4, p. 409-428, 1950.

EMBRAPA, Café. Faturamento das lavouras dos Cafés do Brasil atinge R\$ 40,12 bilhões em 2021. 2021. Disponível em: < Faturamento das lavouras dos Cafés do Brasil atinge R\$ 40,12 bilhões em 2021 - Portal Embrapa>. Acesso em: 13 jan. 2022.

EMBRAPA, Café. Produção mundial de café no ano cafeeiro 2019-2020 está estimada em 169,34 milhões de sacas de 60kg. 2020. Disponível em: < <https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-/noticia/56523064/producao-mundial-de-cafe-no-ano-cafeeiro-2019-2020-esta-estimada-em-16934-milhoes-de-sacas-de-60kg> >. Acesso em: 30 mai. 2022.

FERNANDES, T. J.; PEREIRA, A. A.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 207-215, abr./jun. 2014.

FERNANDES, T. J. ; MUNIZ, J. A. ; PEREIRA, A. A. ; MUNIZ, F. R. ; MUIANGA, C. A. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 37, n. 4, p. 397-402, 2015.

FERNANDES, F. A.; FERNANDES, T.J.; PEREIRA, A. A. ; MEIRELLES, S. L. C.; COSTA, A. C. Growth curves of meat-producing mammals by von Bertalanffy's model. **Pesquisa Agropecuária Brasileira** [online]. v. 54, 2019.

FREITAS, T. **Fertilizantes Nitrogenados convencionais, estabilizados, de liberação lenta ou controlada na cultura do cafeeiro: Eficiência e custos**. 2017. 96 p. Dissertação (Mestrado em Agronomia/Fitotecnia) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2017.

FRUHAUF, A. C.; PEREIRA, G. A.; BARBOSA, A. C. M. C.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Nonlinear models in the study of the cedar diametric growth in a seasonally dry tropical forest c. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 15, n. 4, p. 1–8, 2020.

FRUHAUF, A. C., SILVA, É. M., GRANATO-SOUZA, D., SILVA, E. M., MUNIZ, J. A., & FERNANDES, T. J. Description of height growth of hybrid eucalyptus clones in semi-arid region using non-linear models. **Brazilian Journal of Biometrics**, v. 40, n. 2, 2022.

GUELFY, D. Fertilizantes nitrogenados estabilizados, de liberação lenta ou controlada. **Informações Agronômicas**, Canadá, n. 157, p. 1-14, mar. de 2017.

GUIMARÃES, P. T. G. et al. Cafeeiro. In: RIBEIRO, A. C.; GUIMARÃES, P. T. G.; ALVARES, V. H. (Ed.). **Recomendação para o uso de corretivos e fertilizantes em Minas Gerais: 5ª aproximação**. Viçosa: Ed. UFV. p. 289-302, 1999.

GUERRA, A. F. et al. Cafés do Brasil: pesquisa, sustentabilidade e inovação. In: TELHADO, S. F. P. e; CAPDEVILLE, G. de (Ed.). **Tecnologias poupa-terra 2021**. Brasília, DF: **Embrapa**, p. 63-75, 2021.

JANE, S. A.; FERNANDES, F. A.; SILVA, E. M.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T.J.; PIMENTEL, G. V. Adjusting the growth curve of sugarcane varieties using nonlinear models. **Ciência rural**, v. 50, p. e20190408, 2020.

LARA CABEZAS, W. A. R.; TRIVELIN, P. C. O. ; BENDASSOLLI, J.A.; SANTANA D. G.; GASCHO G.J. Calibration of a semi-open static collector for determination of ammonia volatilization from nitrogen fertilizers. **Communications in Soil Science and Plant Analysis**, New York, v. 30, n. 3/4, p. 389-406, 1999.

LIMA, K. P.; MORAIS, A. R.; VIEIRA, N. M. B.; VILLA, F.; ANDRADE, M. J. B. Uso de modelos não lineares na descrição o acúmulo de boro em diferentes partes do feijoeiro cultivar jalo. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 35, p. 834-861, 2017.

LOPES, A. S.; GUILHERME, L. R. G. Fertilidade do solo e produtividade agrícola. In: NOVAIS, R. F., et al. **Fertilidade do Solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, p. (2)-(61), 2007.

MANGUEIRA, R. A. F.; SAVIAN, T. V.; LEANDRO, R. A. Definição de exigência nutricional de zinco em frangos de corte utilizando a metodologia bayesiana. **Brazilian Journal of Biometrics**, 2022.

MALAVOLTA, E.; YAMADA, T.; GUIDOLIN, J.A. **Nutrição e adubação do cafeeiro**. Piracicaba: Monsanto Editora Gráfica LTDA, 1981.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não-linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MEDEIROS, R. V. V.; RODRIGUES, P. M. A. A economia cafeeira no brasil e a importância das inovações para essa cadeia. **A Economia em Revista**, Maringá, V.25, N. 1, Jun. 2017.

MESQUITA, C. M.; REZENDE, J. E.; CARVALHO, J. S.; JÚNIOR, M. A. F.; MORAES, N. C.; DIAS, P. T.; CARVALHO R. M.; ARAÚJO, W.G. **Manual do café: manejo de cafezais em produção**. Belo Horizonte: EMATER-MG, 2016.

- MINATO, E. A.; CASSIM, B. M. A. R.; BESEN, M. R.; MAZZI, F. L.; INOUE, T. T.; BATISTA, M. A. Controlled-release nitrogen fertilizers: characterization, ammonia volatilization, and effects on second-season corn. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, SciELO Brasil, v. 44, 2020.
- MIRANDA, L. F.; LIMA, K. P.; SILVA, E. M.; FERNANDES, F. A.; MUNIZ, J. A.; MORAIS, A. R. Modelos não lineares na descrição do crescimento de tilápia do Nilo criada em tanques-rede. **Sigmae**, v. 8, p. 606-611, 2019.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. **Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.
- MOREIRA, P. C.; MOREIRA, G. C.; CASTRO N. R.; SILVA, R. P. Produtividade e economia de fatores de produção na cafeicultura brasileira. **Revista de Política Agrícola**, Brasília, n. 2, p. 6 – 21, 2019.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. de C. **Previsão de séries temporais**. 3. ed. São Paulo: Atual, 2004, 436 p.
- MUNIZ, J. A.; NASCIMENTO, M. S.; FERNANDES, T. J. Nonlinear models for description of cacao fruit growth with assumption violations. **Revista Caatinga**, v. 30, n. 1, p. 250-257, 2017.
- PAULA, G. S.; SILVA, E. M.; FRUHAUF, A. C.; SILVA, E. M.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Modeling the amount of mineralized carbon from swine manure and wheat straw. **Revista Agrogeoambiental**, v. 12, p. 61-78, 2020.
- PEREIRA, A. A.; FERNANDES, T. J.; SCALCO, M. S.; DE MORAIS, A. R. Modelagem não linear do crescimento em altura do cafeeiro irrigado e não irrigado em diferentes densidades. **Irriga (unesp botucatu)**, v. 1, p. 140-149, 2016a.
- PEREIRA, A. A.; MORAIS, A. R.; SCALCO, M. S.; FERNANDES, T. J. Modelagem do diâmetro de copa do cafeeiro podado cultivado em diferentes densidades e regimes hídricos. **Coffee Science**, v. 11, p. 495-501, 2016b.
- PRADO, T. K. L.; SAVIAN, T. V.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Study on the growth curve of the internal cavity of ‘Dwarf green’ coconut fruits. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v.51, n.3, e20154591, 2020.
- RATKOWSKY, D.A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: Marcel Dekker, Inc., 1990.
- RIBEIRO, R.A.; SOUZA, F.A.C.; MUNIZ, J.A.; FERNANDES, T.J.; MOURA, R.S. Curva de crescimento em altura na cernelha de equinos da raça Mangalarga Marchador considerando-se heterocedasticidade. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia** [online], v. 70, n. 01, p. 272-278, 2018.
- RODRIGUES, J. O; PARTELLI, F. L.; PIRES, F. R.; GONTIJO, I.; ESPINDULA, M. C. Demanda nutricional. **Revista Cultivar**, Pelotas, n. 158, p. 16 -17, jun. de 2012.
- SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. **Nonlinear regression**. New Jersey: J. Wiley, 2003.768 p.

SENRA, JF de B.; SILV, J. A.; FERREIRA, A.; ESPOSTI, M. D. D.; SILVA, U. R.; MILHEIROS, I. S.; ZACARIAS, A. J. Seleção de modelos não lineares e estudo do crescimento de frutos de café conilon. **Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento**, [S. l.], v. 11, n. 4, 2022.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality: complete samples. **Biometrika**, London, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, 1965.

SILVA, E. M.; FRUHAUF, A. C.; JANE, S. A.; SILVA, E. M.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Comparison of nonlinear models in the description of carbon mineralization in litter soil. **Revista Agrogeoambiental**, v. 12, p. 58-69, 2021a.

SILVA, É. M.; FRUHAUF, A. C.; SILVA, E. M.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J.; SILVA, V. F. Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of ‘green dwarf’ coconut fruits. **Revista Brasileira de Fruticultura**, SciELO Brasil, v. 43, 2021b.

SILVA, É. M.; TADEU, M. H.; SILVA V. F.; PIO, R.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Description of blackberry fruit growth by nonlinear regression models. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 42, 2020.

SILVA, F. R. et al. Fertilizantes de liberação controlada na adubação de solo em cafeeiros Coffea arabica EM PRODUÇÃO. In: X SEMANA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO UNIARAXÁ, 2013, Araxá. **Anais da XII MOSTRA DE PESQUISA DO UNIARAXÁ**. Araxá: Uniaraxá, p. 11-13, 2013.

SILVA, W. S.; FERNANDES, F. A.; MUNIZ, F. R.; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J. Curva de crescimento de Eucalyptus grandis x Eucalyptus urophylla em diferentes classificações de sítios, considerando-se Autocorrelação residual. **Revista Brasileira de Biometria**, Lavras, v.39, n.1, p.122-138, 2021a.

SILVEIRA, S. C.; MUNIZ, J. A.; SOUZA, F. A.; CAMPOS, A. T. Modelos não lineares ajustados à produção acumulada de biogás provenientes de camas sobrepostas de suínos. **Revista Agrogeoambiental**, Pouso Alegre, v. 10, n. 3, set. 2018.

TEIXEIRA, G. L.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A.; SOUZA, F. A. C.; MOURA, R. S.; MELO, R. M. P S. Growth curves of campolina horses using nonlinear models. **Livestock Science**, v. 251, p. 104631, 2021.

TELEKEN, J. T., GALVÃO, A. C.; ROBAZZA, W. S. Comparing non-linear mathematical models to describe growth of different animals. **Acta Scientiarum. Animal Sciences**, v.39, n.1, p. 73-81, 2017.

TRENKEL, M. E. Slow- and controlled-release and stabilized fertilizers: an option for enhancing nutrient use efficiency in agriculture. Paris: **International Fertilizer Industry Association**, 2010.

The Economist (2017, may) The world’s most valuable resource is no longer oil, but data. Retrieved in apr. 28, 2020. Disponível em: <https://www.economist.com/leaders/2017/05/06/the-worlds-most-valuable-resource-is-no-longer-oil-but-data>. Acesso em 15 de abr. 2022.

VALE, M. L. C.; SOUSA, R. O.; SCIVITTARO, W. B. Evaluation of ammonia volatilization losses by adjusted parameters of a logistic function. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, SciELO Brasil, v. 38, n. 1, p. 223–231, 2014.

WEF – World Economic Forum. (2019, july). Data science in the new economy: A new race for talent in the Fourth Industrial Revolution. Retrieved June 06, 2020. Disponível em: [http://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Data\\_Science\\_In\\_the\\_New\\_Economy.pdf](http://www3.weforum.org/docs/WEF_Data_Science_In_the_New_Economy.pdf). Acesso em 18 de abr. de 2022.

WHITE, R. T.; ARZI, H. J. **Longitudinal studies: Designs, validity, practicality, and value**. Research in science education, Springer, v. 35, n. 1, p. 137–149, 2005.