



**ISOLINA APARECIDA VILAS BÔAS**

**MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO ACÚMULO  
DE NUTRIENTES E MATÉRIA SECA EM HÍBRIDO DE  
MILHO**

**LAVRAS - MG  
2023**

**ISOLINA APARECIDA VILAS BÔAS**

**MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DE NUTRIENTES  
E MATÉRIA SECA EM HÍBRIDO DE MILHO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós- Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária para obtenção do título de Doutora

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes  
Orientador

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz  
Coorientador

**LAVRAS – MG  
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Vilas Bôas, Isolina Aparecida.

Modelos não lineares na descrição do acúmulo de nutrientes e  
matéria seca em híbrido de milho / Isolina Aparecida Vilas Bôas. -  
2023.

87 p.

Orientador(a): Tales Jesus Fernandes.

Coorientador(a): Joel Augusto Muniz.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Lavras, 2023.

Bibliografia.

1. Regressão não linear. 2. Milho. 3. modelagem. I. Fernandes,  
Tales Jesus. II. Muniz, Joel Augusto. III. Título.

**ISOLINA APARECIDA VILAS BÔAS**

**MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DE NUTRIENTES  
E MATÉRIA SECA EM HÍBRIDO DE MILHO**

**NON LINEAR MODELS FOR DESCRIBING THE ACCUMULATION OF  
NUTRIENTS AND DRY MATTER IN MAIZE HYBRIDS**

Tese apresentada à Universidade Federal  
de Lavras, como parte das exigências do  
Programa de Pós- Graduação em Estatística  
e Experimentação Agropecuária para  
obtenção do título de Doutora

APROVADA em 19 de dezembro de 2023  
Dra. Adriele Aparecida Pereira (UNIFAL)  
Dra. Camilla Marques Barroso (UFLA)  
Dr. Edilson Marcelino Silva (UFRRJ)  
Dr. Joel Augusto Muniz (UFLA)

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes  
Orientador

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz  
Coorientador

**LAVRAS – MG  
2023**

*À Deus, dedico.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por seu meu melhor amigo e por sempre me sustentar todas as vezes que pensei em desistir. Todas as minhas conquistas somente foram possíveis porque o Senhor deu ordem aos Seus anjos ao meu favor para que me guardassem em todos os meus caminhos. Eles me susteram pelas minhas mãos para que eu chegasse até aqui. E esse anjos têm nomes!

Agradeço ao meu pai Geraldo ( sempre presente) por ter me dado uma base tão forte de ensinar princípios e valores. A maior parte da minha vida foi sem sua presença física, mas todos os seus ensinamentos estão cada dia mais presente em mim. Sinto e sempre vou sentir sua falta todos os dias da minha vida. Amo você, papai!

Agradeço à minha Alice, o amor da minha vida por me recarregar de amor e me salvar todos os dias. Alice, a minha vida é muito mais feliz depois que você chegou. Amo você, minha Alice!

Agradeço ao meu namorado Thiago, meu Peto, pelo companheirismo, pela paciência, por ser meu exemplo de intimidade com Deus, por ser engraçado e o papai mais amoroso e dedicado da nossa Alice. Amo você, meu Peto!

Agradeço a minha irmã Erika pelo carinho, incentivo e olhar generoso, ao meu irmão por torcer e vibrar pelas minhas conquistas e a minha mãe pelas orações. Amo vocês, minha família!

Agradeço ao meu orientador professor Dr. Tales, exemplo a ser seguido. Deixo registrado a minha admiração não somente pela sua inteligência, mas principalmente pela sua humildade, empatia e por ser um professor diferenciado. Obrigada por me incentivar e permitir me apresentar. Tales, eu vejo Deus em você!

Agradeço ao meu coorientador professor Dr. Joel, exemplo a ser seguido. Obrigada pela disponibilidade, incentivo, paciência e empatia. Gratidão por me receber tão bem, me presentear com o projeto e me permitir tornar a Dra. Isolina, sem o senhor eu não teria conseguido.

Agradeço ao meu amigo Felipe, por sempre está disponível, por todo incentivo, por ser meu mentor em modelos não lineares e por ter “brigado” por mim. Sou eternamente grata pela nossa amizade.

Agradeço ao meu amigo Luiz Otávio, por ser um amigo tão presente, por sempre me incentivar e ajudar em tudo.

Agradeço a minha amiga Denise pela generosidade, pela amizade divertida e por ter tornado a caminhada menos pesada. Queria muito ter te conhecido antes.

Agradeço minha amiga Rafaela pela parceria, incentivo e amizade sincera.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

Agradeço a Universidade Federal de Lavras (UFLA) pela oportunidade concedida para a realização do curso de Pós Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária.

## RESUMO

Em diversas situações, descrever com precisão os fenômenos em análise pode ser um desafio. A aplicação de modelos não lineares representa um significativo avanço na análise de dados, afastando-se dos métodos lineares tradicionais e considerando cuidadosamente as complexidades inerentes presentes em diversos fenômenos. Portanto, a utilização de modelos não lineares na análise de dados visa capturar efetivamente essa complexidade, fornecendo informações mais precisas e abrangentes sobre o fenômeno em estudo. Nesta tese, foram conduzidos três estudos com o objetivo de estudar as curvas de crescimento de híbrido de milho, com base no acúmulo de matéria seca e de nutrientes nos diversos estádios fenológicos obtidos em um experimento com duas cultivares com características distintas. Foram utilizados os modelos não lineares: Brody, Gompertz, logístico, Meloum I, Meloun II, Michaelis Mentem, Michaleis Mentem modificado, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy e Weibull. No primeiro estudo a análise foi realizada utilizando os doze modelos não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca nos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33. No segundo estudo, foram considerados os dados de acúmulo dos macronutrientes (nitrogênio, fósforo, potássio, cálcio, magnésio e enxofre) nos dois híbridos de milho. O terceiro estudo apresenta o uso dos modelos não lineares aplicados aos dados de acúmulo de micronutrientes (boro, cobre, manganês e zinco). A análise foi conduzida utilizando o método de mínimos quadrados e o algoritmo de convergência de Gauss-Newton. A seleção dos modelos mais adequados baseou-se nos seguintes avaliadores de qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ), desvio padrão residual (DPR), erro quadrático médio de predição (MEP), índice assintótico (IA), critério de informação de Akaike (AIC), critério de informação Bayesiano (BIC). Os resultados dessa tese propiciam a análise de regressão não linear explorando alternativas além dos modelos não lineares comumente utilizados, podendo ser estendidos para outros híbridos de milho e também para outras culturas.

**Palavras-chave:** Matéria seca. Nutriente. Regressão não linear.

## ABSTRACT

In many situations, accurately describing the phenomena under analysis can be a challenge. The application of non-linear models represents a significant advance in data analysis, moving away from traditional linear methods and carefully considering the inherent complexities present in various phenomena. Therefore, the use of non-linear models in data analysis aims to effectively capture this complexity, providing more accurate and comprehensive information about the phenomenon under study. In this thesis, three studies were carried out with the aim of studying the growth curves of maize hybrids, based on the accumulation of dry matter and nutrients in the various phenological stages obtained in an experiment with two cultivars with different characteristics. The following non-linear models were used: Brody, Gompertz, logistic, Meloum I, Meloun II, Michaelis Mentem, modified Michaleis Mentem, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy and Weibull. In the first study, the analysis was carried out using twelve non-linear models to describe the accumulation of dry matter in the corn hybrids GNZ2004 and P30F33. In the second study, data on the accumulation of macronutrients (nitrogen, phosphorus, potassium, calcium, magnesium and sulphur) in the two maize hybrids was considered. The third study presents the use of nonlinear models applied to micronutrient accumulation data (boron, copper, manganese and zinc). The analysis was conducted using the least squares method and the Gauss-Newton convergence algorithm. The selection of the most suitable models was based on the following quality of fit evaluators: adjusted coefficient of determination ( $R_a^2$ ), residual standard deviation (RSD), mean square error of prediction (MEP), asymptotic index (AI), Akaike information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC). The results of this thesis enable nonlinear regression analysis to explore alternatives beyond the commonly used nonlinear models, and can be extended to other corn hybrids and crops.

**Keywords:** Dry matter. Nutrient. Non-linear regression.



## SUMÁRIO

<b>PRIMEIRA PARTE .....</b>	<b>10</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 Análise de Regressão.....</b>	<b>13</b>
<b>2.2 Modelo de regressão não linear.....</b>	<b>14</b>
<b>2.2.1 Métodos de mínimos quadrados.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2.2 Métodos iterativos.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2.3 Análise de resíduos.....</b>	<b>21</b>
<b>2.2.4 Critérios para verificar a qualidade de ajuste dos modelos.....</b>	<b>22</b>
<b>2.2.4.1 Coeficiente de determinação ajustado (<math>R^2_{aj}</math>).....</b>	<b>22</b>
<b>2.2.4.2 Desvio padrão residual (DPR).....</b>	<b>23</b>
<b>2.2.4.3 Erro quadrático médio de predição (MEP).....</b>	<b>23</b>
<b>2.2.4.4 Índice assintótico.....</b>	<b>23</b>
<b>2.2.4.5 Critério de Informação de Akaike (AIC).....</b>	<b>24</b>
<b>2.2.4.6 Critério de informação bayesiano (BIC).....</b>	<b>24</b>
<b>2.2.5 Milho.....</b>	<b>25</b>
<b>2.2.5.1 Matéria seca.....</b>	<b>26</b>
<b>2.2.5.2 Nutrientes.....</b>	<b>26</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>29</b>
<b>SEGUNDA PARTE (ARTIGOS*).....</b>	<b>35</b>
<b>ARTIGO 1: “Study of dry matter accumulation in maize hybrids using models”.....</b>	<b>36</b>
<b>ARTIGO 2: “Adjustment of nonlinear models for the description of macronutrient accumulation in maize hybrids”.....</b>	<b>44</b>

<b>ARTIGO 3: “Ajuste de modelos não lineares para acúmulo de micronutrientes em híbrido de milho”</b> .....	<b>66</b>
<b>TERCEIRA PARTE</b> .....	<b>83</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>84</b>
<b>APENDICE A - Comandos R</b> .....	<b>85</b>

## **PRIMEIRA PARTE**

## 1 INTRODUÇÃO

O milho (*Zea mays* L.) é uma das principais culturas do Brasil sendo cultivada praticamente em todo o território nacional, servindo de base na alimentação da população e com grande contribuição na pauta de exportações diretamente na forma de grãos e indiretamente por meio da participação como alimento na cadeia produtiva de aves, bovinos e suínos, que trazem expressivo volume de divisas. O Brasil é o terceiro maior produtor de milho do mundo (*United States Department Agriculture (USDA)*, (2023)). Sendo que, a estimativa para a produção de milho na safra 2022/2023 é de 131.865 milhões de toneladas, ocupando uma área plantada de 22.267,4 milhões de hectares. (Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB), 2023). Pesquisas envolvendo a cultura do milho são relevantes do ponto de vista econômico e social tendo em vista a importância da cultura no agronegócio brasileiro.

Estudar o acúmulo de nutrientes e de matéria seca em função do estágio fenológico da cultura é de fundamental importância para entender o processo envolvido e estabelecer estratégias na definição das quantidades adequadas e das épocas de realização de adubações da cultura, buscando a manutenção da fertilidade. Isto contribui para a melhoria da eficiência no manejo da cultura, possibilita o ganho em produtividade e reduz os custos da lavoura, pelo uso racional do solo e dos insumos (Von Pinho *et al.* 2009). Assim, entender o crescimento e o desenvolvimento da planta de milho e o comportamento das variáveis envolvidas no processo, são importantes na busca do aumento da produtividade da cultura, com base nos dados de acúmulo de biomassa ao longo dos diversos estágios fenológicos (Almeida, 2015).

As informações obtidas por modelos de crescimento permitem auxiliar no manejo adequado da cultura e possibilita a detecção de fatores que estão prejudicando o desenvolvimento tais como: época adequada da adubação de cobertura, ocorrências de deficiências hídricas e nutricionais, incidência de pragas e doenças, condições climáticas desfavoráveis, dentre outros, auxiliando no aprimoramento de metodologias de pesquisa, como por exemplo, identificar os parâmetros adequados para monitorar os diversos estágios de formação do grão de milho.

O estudo de curvas de crescimento é de grande importância na avaliação das diferentes respostas das plantas (Souza; Smiderle; Bianchi, 2018). Os modelos de curva de crescimento são considerados adequados para descrever tais curvas, pois possuem parâmetros que possibilitam interpretações práticas que podem contribuir ou até mesmo facilitar a interpretação dos processos envolvidos no crescimento vegetal, tais como, taxa de crescimento e desenvolvimento, grau de amadurecimento e teor máximo acumulado de nutrientes (Sorato;

Prado; Morais, 2014). O processo de crescimento é provavelmente a ocorrência mais comum e observada em vários sistemas biológicos ou não (Dadson *et al.* 2017; Burkhardt ;Tomé, 2012).

Vários tipos de modelos estatísticos podem ser utilizados para estudar os processos de crescimento envolvidos no sistema de produção vegetal. Em diversas situações, as pesquisas que avaliam crescimento e desenvolvimento das plantas e seus produtos, utilizam modelos de regressão polinomial, porém segundo Bertin (2014), Pommerening e Grabarnik (2019), geralmente o crescimento segue uma curva sigmoideal, sendo essa uma característica universal, descritos por modelos não lineares. Esses modelos permitem que conjuntos de informações sejam condensados num pequeno número de parâmetros, para facilitar a interpretação e entendimento do fenômeno do crescimento (Funk; Fernandes; Pierobom, 2008).

Na análise de crescimento, modelos não lineares alternativos vem sendo propostos para proporcionar aos parâmetros interpretações mais contextualizadas á área de estudo em questão. De fato isso pode ser constatado através de diversos estudos encontrados na literatura, que utilizaram modelos não lineares variados para estudar diferentes fenômenos (Senra *et al.* 2022, Yağanoğlu, 2021, Teixeira Neto *et al.* 2016; Velozo *et al.* 2016; Reis *et al.* 2014).

A justificativa para a realização desse estudo é a necessidade de melhoria contínua na análise dos fenômenos agrícolas. Propor modelos alternativos para análise de dados que não seguem padrões lineares, registrando as complexidades inerentes a essas características.

O objetivo deste trabalho é estudar o ajuste dos modelos de Gompertz, logístico, Brody, von Bertalanffy, Richards, Mitscherlich, Schnute, Michaelis-Menten, Michaelis-Menten modificado, Weibull, Meloun I e Meloun II aos dados da curva de crescimento e desenvolvimento da planta de milho.

A estrutura dessa tese é composta por duas partes. Na primeira parte estão apresentados os tópicos que fundamentam a base teórica e na segunda tem os seguintes estudos, considerando os dados de dois híbridos de milho: (i) “*Study of dry matter accumulation in maize hybrids using nonlinear models*”, referente ao estudo do acúmulo de matéria seca total. Publicado no periódico Pesquisa Agropecuária Brasileira (PAB). (ii) ‘*Adjustment of nonlinear models for the description of macronutrient accumulation in maize hybrids*’, referente ao estudo do acúmulo de macronutrientes na matéria seca total dos dois híbridos em estudo. Esse artigo encontra-se em processo final de preparação para submissão no Spanish Journal of Agriculture Research e (iii) Ajuste de modelos não lineares para acúmulo de micronutrientes em híbrido de milho, referente ao estudo do acúmulo de micronutrientes no acúmulo de matéria seca total dos dois hírbdios em estudo

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esse capítulo apresenta a base conceitual necessária para realizar a aplicação dos modelos propostos para analisar o acúmulo de matéria seca e nutrientes em híbridos de milho.

### 2.1 Análise de Regressão

A análise de regressão teve origem em trabalhos de astronomia desenvolvidos pelo matemático, astrônomo e físico Johan Carl Friederich Gauss no início do século XIX. A análise de regressão é uma técnica valiosa para a inferência estatística. Ela permite que os pesquisadores estimem a relação entre duas ou mais variáveis. Essa relação pode ser usada para prever valores futuros, identificar fatores que influenciam uma variável ou descrever a estrutura de uma população (Dantas, 1998).

De acordo com Draper e Smith (1998), a análise de regressão é uma metodologia estatística que fornece informações acerca do comportamento de variável dependente baseando-se em um conjunto de valores de variáveis independentes. A análise de regressão tem por objetivo descrever por meio de uma equação a relação existente entre duas ou mais variáveis a partir de “n” observações dessas variáveis. Para utilizar esta ferramenta, primeiramente observa-se e registra-se as ocorrências da variável dependente e variáveis independentes, formando um vetor de variáveis para cada observação. Em outras palavras, um modelo de regressão estabelece uma relação funcional entre a variável dependente e as variáveis independentes da seguinte forma:

$$Y_i = f(X_i) = f(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki})$$

em que,

$Y_i$  representa a  $i$ -ésima variável dependente ou resposta,  $i = 1, 2, \dots, n$  e

$X_j$  representa a  $j$ -ésima variável independente ou preditora,  $j = 1, 2, \dots, k$ .

Na estatística, a relação funcional entre essas variáveis não é perfeita. Pois na prática, é possível que ocorram erros de mensuração nas variáveis independentes, os quais impactam o valor da variável resposta; além disso, há diversos fatores que o modelo não consegue explicar, sendo classificados como erros aleatórios. Assumindo que esses erros sejam aditivos, o modelo de regressão pode ser expresso da seguinte forma:

$$Y = f(X_i, \beta) + \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, k),$$

em que,

$Y$  representa a variável dependente;

$X_i$  as variáveis independentes;

$\beta$  é o conjunto de parâmetros do modelo e

$\varepsilon$  o erro aleatório, o qual deve ser reduzido ao máximo possível através do processo de estimação e pressupõe-se que seja independente, identicamente distribuído seguindo uma distribuição normal com média zero e variância constante, ou seja,  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ .

De acordo com Draper e Smith (1998), os modelos de regressão são classificados de três formas diferentes em relação aos seus parâmetros:

- a) modelos lineares: são modelos nos quais todas as derivadas parciais em relação aos seus parâmetros não depende de nenhum dos parâmetros;
- b) modelos não lineares: são modelos em que pelo menos uma das derivadas parciais depende de algum parâmetro;
- c) modelos linearizáveis: são modelos não lineares na sua forma inicial, mas, que por meio de alguma transformação, tornam-se lineares.

Dado que o foco desta pesquisa é analisar modelos para curvas de crescimento por meio de regressão não linear, a seguir, essa categoria de modelo será delineada de maneira mais detalhada.

## 2.2 Modelo de regressão não linear

A análise estatística relacionada a modelos não lineares é semelhante àquela aplicada a modelos lineares. A técnica de regressão, por si só, personaliza a adaptação de um modelo não linear específico a dados coletados em experimentos. Esses ajustes otimizados são determinados através da minimização da soma dos quadrados dos resíduos entre os valores preditos pelo modelo e os valores experimentalmente obtidos. A única diferença reside no fato de que a regressão não linear resolve o problema de forma iterativa, em vez de matematicamente.

Mischan e Pinho (2014) definem um modelo estatístico não linear como:

$$Y = f(X, \beta) + \varepsilon \quad (2.1)$$

em que,

$Y$  é um vetor de observações da variável resposta em estudo, de dimensões  $n \times 1$ ;

$\beta$  é o vetor de parâmetros a serem estimados, de dimensões  $p \times 1$ ;

$\varepsilon$  é o vetor que representa a variável aleatória não observável (resíduo), de dimensões  $n \times 1$  e

$f(X, \beta)$  é o vetor de funções não lineares em  $\beta$ , contínuas e diferenciáveis, de dimensões  $n$

$\times 1$ .

Na representação matricial dos modelos não lineares, não é possível separar o vetor de parâmetros  $\beta$  da matriz  $X$ .

Estudos de crescimento em diversos campos da ciência têm demonstrado que o uso das funções não lineares é justificado e necessário, se a variável independente engloba estágios de crescimento como maturidade e senescência (Philip, 1994). Uma abordagem para descrever essas curvas de crescimento é através de modelos de regressão não linear.

Existem vários modelos não lineares na literatura que podem ser utilizados para modelar uma diversidade de relações mais complexas. Entretanto, é crucial selecionar o tipo apropriado de modelo não linear para o conjunto de dados em questão. Cada modelo apresenta suas próprias particularidades, vantagens e desvantagens. Na Tabela 1 estão apresentados alguns modelos não lineares que foram propostos para modelar diversos tipos de fenômenos.

Tabela 1- Equação de alguns modelos não lineares apresentados na literatura (continua)

Modelo	Equação	Número de parâmetros
Brody	$y_i = \beta_1(1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)}) + \varepsilon_i$	3
Gompertz	$y_i = \beta_1 e^{(-e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)})} + \varepsilon_i$	3
Logístico	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)})} + \varepsilon_i$	3
Melon I	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$	3
Melon II	$y_i = \beta_1 - e^{(-\beta_2 - \beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$	3
Michaelis-Menten	$y_i = \frac{\beta_2 \beta_3^{\beta_4} + \beta_1 x_i \beta_4}{\beta_3^{\beta_4} + x_i \beta_4} + \varepsilon_i$	4
Michaelis-Menten modificado	$y_i = \frac{\beta_1 x_i}{x_i + \beta_2} + \varepsilon_i$	2
Mitscherich	$y_i = \beta_1(1 - e^{(\beta_3 \beta_2 - \beta_3 x_i)}) + \varepsilon_i$	4
Richards	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + e^{(\beta_2 - \beta_3 x_i)})^{\beta_4}} + \varepsilon_i$	4
Schnut	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + \beta_4 e^{(\beta_3 \beta_2 - x_i)})^{\beta_4}} + \varepsilon_i$	4
von Bertalanffy	$y_i = \beta_1 \left( \frac{1 - e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$	3



Tabela 1- Equação de alguns modelos não lineares apresentados na literatura (conclusão)

Modelo	Equação	Número de parâmetros
Weibull	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-e^{\beta_3 x_i \beta_4})} + \varepsilon_i$	4

Fonte: Da autora (2023)

Nos modelos apresentados na Tabela 1, o parâmetro  $\beta_1$  é definido como o valor assintótico da função, ou seja, valor de estabilização da variável dependente em relação ao tempo; o parâmetro  $\beta_3$  a taxa de expansão ou velocidade de crescimento e  $e_i$  é o erro experimental com média zero e variância  $\sigma^2$ . Os modelos que apresentam o parâmetro  $\beta_4$  possuem ponto de inflexão variável, cuja localização é determinada pelo parâmetro em questão, com exceção do modelo Michaelis-Menten que não possui ponto de inflexão. Para os modelos de 4 parâmetros, de forma geral, não há uma interpretação biológica para o parâmetro  $\beta_2$ , sendo este o parâmetro de locação, correspondendo a uma constante de integração. Para os modelos de 3 parâmetros, o parâmetro  $\beta_2$  é o que dá forma à curva de crescimento e, conseqüentemente, determina o ponto de inflexão, no qual se inicia a fase de desaceleração, com exceção do modelo Brody que não possui ponto de inflexão. Já para o modelo Michaelis-Menten o parâmetro  $\beta_2$  representa o tempo de ‘meia-vida’, no qual se atinge a metade valor assintótico da função.

O modelo proposto por Brody (1945), é usado para descrever o crescimento de organismos com taxas de crescimento decrescente desde o início até sua fase final, onde há uma estabilidade desse crescimento (Brody, 1945).

O modelo Gompertz foi desenvolvido por Benjamin Gompertz em 1825 com o objetivo de melhorar o cálculo das probabilidades de sobrevivência ao longo de uma vida estatística, a fim de tornar mais confiável a ciência de calcular as taxas apropriadas para vender e comprar anuidades.

Verhulst (1838) propôs o modelo logístico para explicar o crescimento das populações humanas. Ele observou que o crescimento da população humana havia sido rápido no passado, mas havia começado a desacelerar no século XIX. Verhulst acreditava que cada população, vivendo num determinado meio, deverá crescer até um limite máximo sustentável que tende a se estabilizar.

Meloun e Militky (1996) empregaram os modelos Meloun I e Meloun II para caracterizar o desenvolvimento de estruturas fetais. Eles observaram que, no início da gestação, os fetos apresentam um crescimento rápido, que diminui gradualmente até o momento do

nascimento. Os pesquisadores sustentam a visão de que os fetos são organismos em crescimento regidos por princípios biológicos universais. Ressaltam, ainda, que o processo de crescimento de um organismo é intrinsecamente complexo, influenciado por diversos fatores, tais como genética, ambiente e nutrição.

Em 1913, os químicos alemães Leonor Michaelis e Maud Menten propuseram um modelo para estudar a cinética enzimática. Esse modelo, conhecido como Michaelis-Menten descreve a relação entre a concentração do substrato, a concentração da enzima e a velocidade da reação enzimática. Lopez *et al.* (2000) contribuíram para o estudo do crescimento animal ao introduzir o modelo de Michaelis-Menten modificado, ressaltando sua eficácia em descrever comportamentos sigmoidais e retornos decrescentes.

O modelo Mitscherlich, apresentado por Mitscherlich (1919), foi desenvolvido com o propósito de investigar a fertilidade do solo, demonstrando ampla aplicabilidade na análise de dados provenientes da fertilização de colheitas.

Apresentado por Richards (1959), o modelo Richards foi criado com o objetivo de generalizar os principais modelos de crescimento em uma única estrutura de quatro parâmetros. Os modelos Brody, Gompertz, logístico e von Bertalanffy são considerados membros da família de modelos de Richards.

Schnute (1981), propôs esse modelo com o intuito de resolver problemas no ajuste do crescimento que descreve a relação do tamanho versus vida nas pesquisas pesqueiras.

Von Bertalanffy (1957) desenvolveu uma função inicialmente para o estudo de crescimento de peixes, ele observou que o crescimento de peixes segue uma curva sigmoide, com um crescimento rápido no início da vida, seguido por um crescimento mais lento até o tamanho final.

A distribuição de Weibull foi promovida por Wallodi Weibull (1951). A distribuição leva esse nome porque foi ele o primeiro a utilizar desta para modelar conjuntos de dados de características amplamente diferentes. O estudo inicial de Weibull (1939) tratou da resistência de materiais e um estudo subsequente em 1951, ele modelou conjuntos de dados de diversas disciplinas, promovendo assim a versatilidade do modelo em termos de suas aplicações (Murthy, Xie e Jiang, 2004)

Os modelos de crescimento, em geral, apresentam algumas peculiaridades quanto ao procedimento de ajuste (Souza *et al.*, 2014; Silva *et al.*, 2019). De acordo com Míguez, Archontoulis e Dokoohaki (2017) e Archontoulis e Míguez (2015), os modelos lineares são mais flexíveis, entretanto, os não lineares devem ser preferidos em estudo de crescimento por serem mais parcimoniosos, ou seja, envolvem uma quantidade menor de parâmetros e todos eles

possuem interpretação, o que se dá pelo fato desses parâmetros, em geral, estarem associados a um significado biológico do processo. Consideram ainda que, outra importante vantagem dos modelos não lineares é que eles apresentam uma predição mais robusta que os polinomiais.

Em um modelo linear, a estimação dos parâmetros pode ser feita pelo método dos mínimos quadrados, cujo objetivo é tomar como valores dos parâmetros aqueles que tornam mínima a soma dos quadrados dos desvios entre cada valor observado e sua estimativa. Os modelos não lineares trazem dificuldade por necessitar do método de mínimos quadrados iterativos para a estimação dos parâmetros.

De forma semelhante aos modelos lineares, o processo de estimação de um parâmetro em um modelo não linear, pode ser obtido pela minimização das somas dos quadrados dos erros, obtendo-se o sistema de equações normais não lineares, o qual não apresenta uma solução explícita para a estimativa do parâmetro, sendo necessário o uso de métodos iterativos.

### 2.2.1 Métodos de Mínimos Quadrados

Na literatura, são descritos diversos métodos para estimar parâmetros de modelos lineares e não lineares. Entre esses métodos, destacam-se a abordagem da máxima verossimilhança, dos momentos e o método dos mínimos quadrados. Entretanto, o processo de estimação de parâmetros em modelos não lineares em geral é obtido pelo método de mínimos quadrados, que consiste na minimização da soma dos quadrados dos resíduos (Draper e Smith, 1998).

Fernandes (2012), ilustra o método de mínimos quadrados considerando a equação de regressão não linear como definido em 2.2 e traz a seguinte notação matricial:

$$\mathbf{Y} = F(\mathbf{X}, \beta) + \varepsilon \quad (2.2)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}; F(\mathbf{X}, \beta) = \begin{bmatrix} f(\mathbf{X}_1, \beta) \\ f(\mathbf{X}_2, \beta) \\ \vdots \\ f(\mathbf{X}_n, \beta) \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Como temos que  $E[\mathbf{Y}] = E[F(\mathbf{X}, \beta) + \varepsilon] = E[F(\mathbf{X}, \beta)] + E[\varepsilon] = E[F(\mathbf{X}, \beta)] = F(\mathbf{X}, \beta)$  e  $E[\varepsilon] = 0$ , o resíduo é dado pela diferença entre o valor real e o valor esperado:

$$\varepsilon = \mathbf{Y} - F(\mathbf{X}, \beta) \quad (2.3)$$

O estimador para o vetor de parâmetros  $\beta$  é dado pelo vetor  $\hat{\beta}$  que minimiza a soma de quadrados de resíduos

$$S(\beta) = \varepsilon' \varepsilon = [\mathbf{Y} - F(\mathbf{X}, \beta)]' [\mathbf{Y} - F(\mathbf{X}, \beta)] = \mathbf{Y}' \mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}' F(\mathbf{X}, \beta) + F(\mathbf{X}, \beta)' F(\mathbf{X}, \beta) \quad (2.4)$$

Assim, tem-se a forma quadrática, obtendo-se o ponto de mínimo derivando-se  $S(\beta)$  em relação a  $\beta$  e igualando a zero, desta forma temos:

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial(\beta)} = -2Y' \times \frac{\partial F(\beta)}{\partial(\beta)} + \frac{\partial F'(\beta)}{\partial(\beta)} \times F(\beta) + F'(\beta) \times \frac{\partial F(\beta)}{\partial(\beta)}$$

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial(\beta)} = -2[Y - F(\hat{\beta})]' + F(\hat{\beta})$$

Tem-se que  $\frac{\partial F(\beta)}{\partial(\beta)}$  é a matriz jacobiana e é dada por:

$$\frac{\partial F(X, \beta)}{\partial(\beta)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(x_1, \beta)}{\partial(\beta_1)} & \frac{\partial F(x_1, \beta)}{\partial(\beta_2)} & \dots & \frac{\partial F(x_1, \beta)}{\partial(\beta_p)} \\ \frac{\partial F(x_2, \beta)}{\partial(\beta_1)} & \frac{\partial F(x_2, \beta)}{\partial(\beta_2)} & \dots & \frac{\partial F(x_2, \beta)}{\partial(\beta_p)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F(x_n, \beta)}{\partial(\beta_1)} & \frac{\partial F(x_n, \beta)}{\partial(\beta_2)} & \dots & \frac{\partial F(x_n, \beta)}{\partial(\beta_p)} \end{bmatrix}$$

Denotando a matriz jacobiana por  $J$ , e aplicando a propriedade de matrizes  $(A'B)' = B'A$ , temos:

$$-2Y'J + 2F'(X, \beta)J = 0$$

$$J'F(X, \beta) = J'Y \quad (2.5)$$

Este é o sistema de equações normais (SEN) para o modelo não linear. Como no SEN não linear não é possível isolar totalmente o vetor de parâmetros  $\beta$ , é necessário utilizar algum método iterativo, de escolha do pesquisador, para encontrar as estimativas dos parâmetros.

Como as estimativas dos parâmetros, para modelos não lineares, são obtidas por meio de métodos iterativos, as características apresentadas pelos estimadores de mínimos quadrados valem somente assintoticamente, (Mazucheli; Achcar, 2002). Ou seja, as propriedades ideais dos estimadores, como viés, eficiência e distribuição amostral, são alcançadas apenas quando o tamanho da amostra se aproxima do infinito. Em outras palavras, à medida que a quantidade de dados disponíveis aumenta, os estimadores se aproximam das propriedades desejadas.

### 2.2.2 Métodos iterativos

A literatura propõe vários métodos iterativos e os mais utilizados são o de Gauss-Newton, Newton Raphson, o “Steepest-Descent” ou de gradiente e o de Marquardt.

A ideia dos métodos iterativos consiste em partir de um valor inicial para os parâmetros, ir melhorando-o até que ocorra a convergência para o valor real. Atribui-se um valor inicial para o vetor de parâmetros  $\beta^0$ , então o método estima a distância deste valor para o valor real  $\beta$ , fazendo  $\theta^0 = \beta - \beta^0$ . Desta forma, o próximo passo será,  $\beta^1 = \beta + \theta^0$ , e assim sucessivamente.

Esses métodos consistem em fazer aproximações lineares para a função  $f = (\mathbf{X}, \beta)$  a cada passo, até um critério de parada, preestabelecido, seja atingido. Como são encontrados na literatura vários métodos, Bates e Watts (1988) os diferenciam pela forma como  $\beta - \beta^0$  é calculado.

Lima (2016) apresenta um exemplo dos critérios básicos:

- a) Gauss-Newton:  $\beta - \beta^0 = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon$ ;
- b) Newton:  $\beta - \beta^0 = G^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon$ , em que  $G$  é a matriz gradiente;
- c) Gradiente:  $\beta - \beta^0 = \mathbf{X}'\varepsilon$ ;
- d) Maquardt:  $\beta - \beta^0 = [\mathbf{X}'\mathbf{X} + \delta(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon]$ , em  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  que é inversa generalizada.

O algoritmo de Gauss-Newton, é o método mais utilizado, usa a expansão da série de Taylor de primeira ordem. Vale ressaltar que mesmo com o critério de parada pré-estabelecido não é garantida a convergência. Para que este método convirja e esta convergência não leve à mínimos locais, é necessário um vetor de estimativas iniciais, para aproximar o modelo não linear de um linear, caso contrário, a convergência não é garantida.

A rapidez na convergência desses processos iterativos depende da complexidade do modelo em estudo e, principalmente, da qualidade dos valores iniciais, necessários em qualquer método iterativo (Zeviani *et al.*, 2012; Souza *et al.*, 2014; Silveira *et al.*, 2018). Os procedimentos para obtenção de bons valores iniciais são discutidos em Ratkowsky (1983), Gallant (1987) e Draper e Smith (1998).

Diferentemente do Método de Newton, o algoritmo de Gauss-Newton apenas pode ser usado para minimizar uma soma dos valores quadrados da função, mas tem a vantagem de que as derivadas segundas, que podem ser difíceis de calcular, não são necessárias. Na prática, termina-se o processo quando o ponto está suficientemente perto do ponto da solução.

Inicialmente, como na maior parte dos processos iterativos, deve-se atribuir valores iniciais para o vetor de parâmetros, que pode ser definido como  $\beta^0 = (\beta_1^0, \beta_2^0, \dots, \beta_n^0)$  em que  $n$  é o número de parâmetros do modelo.

Após atribuídos os valores iniciais, o método consiste em desenvolver a série de Taylor até o termo de primeira ordem da função  $F(\mathbf{X}, \beta)$ , em torno do valor inicial  $\beta^0$ , com isso tem-se:

$$F(\mathbf{X}, \beta) \approx F(\mathbf{X}, \beta^0) + J^0(\beta - \beta^0)$$

em que  $J^0 = \frac{\partial F(\beta^0)}{\partial \beta}$  é o jacobiano da função no ponto  $\beta^0$ , ou seja, é a matriz de derivadas parciais avaliada no ponto  $\beta^0$ . O jacobiano de um modelo não linear tem um parâmetro em pelo menos uma de suas entradas, ao passo que  $J^0$  é uma matriz de dimensão  $n_x p$ .

Portanto, substituindo  $F(\beta) = F(\beta^0) + J^0(\beta - \beta^0)$  no modelo não linear, tem-se:

$$\mathbf{Y} = F(\beta) + \varepsilon$$

$$\mathbf{Y} = F(\beta^0) + J^0(\beta - \beta^0) + \varepsilon$$

$$\mathbf{Y} = F(\beta^0) + J^0(\beta - \beta^0) + \varepsilon$$

$$\mathbf{Y} - F(\beta^0) = J^0(\beta - \beta^0) + \varepsilon$$

Sabemos que  $F(\beta^0)$  tem ordem  $n \times 1$ , pois cada entrada desta matriz é a respectiva variável independente aplicada ao modelo com os parâmetros  $\beta^0$ . Denotando  $\mathbf{Y}^0 = \mathbf{Y} - F(\beta^0)$  e  $\theta^0 = \beta - \beta^0$ , o modelo pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\mathbf{Y}^0 = J^0 \theta^0 + \varepsilon$$

E assim, obtém-se uma aproximação de um modelo não linear à um linear. Com isso, seguindo Draper e Smith (1998), os coeficientes de  $\theta^0$  podem ser estimados pelo sistema de equações normais de uma regressão linear da seguinte forma:

$$\hat{\theta}^0 = (J^{0T} J^0)^{-1} J^{0T} \mathbf{Y}^0$$

Após a primeira iteração, corrige-se o vetor de estimativas da seguinte maneira:  $\beta^1 = \beta^0 + \hat{\theta}^0$ . Se a soma de quadrados dos resíduos de  $\beta^1$ , for menor que soma de quadrados dos resíduos de  $\beta^0$ , implica que  $\beta^1$  está mais próximo do verdadeiro valor de  $\beta$ . Este vetor de novas estimativas  $\beta^1$  é utilizado, novamente, como estimativa inicial e se repete o processo. Assim, quando  $\hat{\theta}_n \rightarrow 0$ , a medida que  $n$  cresce, então, conclui-se que algoritmo de Gauss-Newton está na direção correta.

O algoritmo é repetido até que algum critério de parada seja atendido. Dentre os critérios possíveis, pode estar incluso, a diferença entre  $\beta^n$  e  $\beta^{n-1}$ , em que  $n$  representa a  $n$ -ésima iteração ou significância entre as somas de quadrados residuais de  $\beta^n$  e  $\beta^{n-1}$  e ou número de iterações.

### 2.2.3 Análise de resíduos

Em regressão não-linear, o instrumento de diagnóstico por excelência é a análise dos resíduos (Souza, 1998). Ao efetuar uma mensuração, por mais cuidado que se têm e mesmo que se utilizem excelentes equipamentos e condições ambientais bem controladas, os resultados que se obtêm serão afetados por diversos erros, ou seja, sempre haverá imprecisão associada à ele (Cabral, 2004).

De acordo com Frühauf (2018), esses erros são as diferenças entre os valores da variável resposta  $Y$  e a “curva verdadeira”, isto é, a curva dada pelos valores populacionais dos parâmetros. A autora enfatiza que, os ajustes dos modelos são realizados utilizando somente amostras dessa população, o que torna impossível encontrar os valores “reais” desses parâmetros, sendo possível encontrar não mais que os valores estimados. Após, os ajustes dos modelos, as diferenças encontradas entre os valores observados e os valores estimados têm como resultados os erros estimados, denominados como resíduos.

A análise, desses resíduos, é necessária para verificar se os modelos são adequados, que segundo Bates e Watts (1998) devem ter o comportamento de acordo com as seguintes pressuposições:

- a) os erros tem média zero;  $E(e_i) = 0$ ;
- b) os erros seguem uma distribuição normal;
- c) os erros são homocedásticos;  $Var(e_i) = E(e_i^2) = \sigma^2$  ;
- d) os erros são independentes;  $Cov(e_i, e_{i'}) = 0, i \neq i'$ .

Caso algum dos pressupostos não seja atendido, o modelo não é adequado, sendo assim, este desvio deve ser corrigido ou incorporado no modelo.

#### **2.2.4 Critérios para verificar a qualidade de ajuste dos modelos**

Quando diversos modelos são ajustados a um conjunto de dados e as estimativas dos parâmetros são obtidas, é de fundamental importância para a pesquisa determinar qual desses modelos apresenta o ajuste mais adequado e a melhor capacidade de predição da variável resposta. Existem vários critérios empregados para esses propósitos. O coeficiente de determinação ajustado  $R_{aj}^2$ , o desvio padrão residual (DPR), erro quadrático médio de predição (MEP), índice assintótico (IA) critério de informação de Akaike (AIC), critério de informação bayesiano (BIC), entre outros, são exemplos de métricas de avaliação de qualidade de ajuste que podem ser utilizadas na seleção do modelo mais adequado.

#### 2.2.4.1 Coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ )

O coeficiente de determinação ajustado é usado para comparar a qualidade do ajuste de modelos com diferentes números de parâmetros ( $p$ ), o qual faz uma ponderação em relação ao número de parâmetros do modelo e é dado por:

$$R^2_{aj} = 1 - \left[ \frac{(1 - R^2)(n - i)}{n - p} \right],$$

sendo,

$n$  é o número de observações;

$i$  está relacionado com o ajuste do intercepto da curva, assumindo o valor igual a 1 se houver intercepto e 0 quando não houver;

$p$  é número de parâmetros do modelo;

$R^2$  é o coeficiente de determinação estimado por :

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT},$$

em que,

$SQR$  se refere à soma de quadrados do resíduo e

$SQT$ , à soma de quadrados total.

O modelo que apresentar maior valor de  $R^2_{aj}$ , será considerado o que melhor representa os dados.

#### 2.2.4.2 Desvio Padrão Residual (DPR)

Conforme apresentado em Souza (1998), o desvio padrão residual (DPR) é uma medida de ajuste de um modelo não linear a um conjunto de dados. Sua expressão é definida por:

$$DPR = \sqrt{QME},$$

onde,

$QME$  é a estimativa da variância residual com  $n - p$  graus de liberdade.

sendo,

$n$  o número de observações utilizadas no ajuste do modelo e

$p$  o número de parâmetros.



O DPR indica distância entre os valores observados e as estimativas do modelo, ou seja, gera o valor de desvio residual. O modelo que apresentar o menor valor do desvio padrão residual é considerado o mais adequado.

### 2.2.4.3 Erro quadrático médio de predição (MEP)

Um dos critérios mais eficientes para testar a qualidade de um modelo de regressão é o erro quadrático médio de predição (De Myttenaere *et al.* 2016), dado por:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^*)^2}{n}$$

em que,

$\hat{y}_i^*$  representa os dados estimados considerando valores dos parâmetros proveniente de um ajuste sem a presença da observação  $i$  e  $n$  é o número de observações.

### 2.2.4.4 Índice assintótico

Ratkowsky *et al.* (1990), descreve a equação de IA da seguinte forma:

$$IA = (DPA - DMA) - R_{aj}^2,$$

sendo,

$DPA$  é o desvio padrão absoluto :

$$DPA = \sqrt{QMR},$$

em que,

$$QMR = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \text{ e}$$

$DMA$  é o desvio absoluto :

$$DMA = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n},$$

em que,

$y_i$  são os valores reais,

$\hat{y}_i$  os valores previstos no modelo e

$n$  é o número de observações.

$R_{aj}^2$  é o coeficiente de determinação ajustado.

O modelo que apresentar o menor valor é considerado o adequado para representar os dados.

#### 2.2.4.5 Critério de informação de Akaike

Utiliza o princípio da parcimônia na escolha do melhor modelo, ou seja, de acordo com este critério nem sempre o modelo mais parametrizado é melhor (Burnham e Anderson, 2004). Menores valores de AIC refletem um melhor ajuste (Akaike, 1974). Sua expressão é dada por:

$$AIC = -2\ln L(\theta) + 2p,$$

em que,

$p$  é o número de parâmetros do modelo e

$\ln L(\theta)$  é o valor do logaritmo de base natural da função de verossimilhança considerando as estimativas dos parâmetros.

#### 2.2.4.6 Critério de informação bayesiano (BIC)

Assim como o AIC, também leva em conta o grau de parametrização do modelo, e da mesma forma, quanto menor for o valor de BIC (Schwarz, 1978), melhor será o ajuste do modelo. Sua expressão é dada por:

$$BIC = -2\ln L(\theta) + p\ln(n)$$

em que,

$n$  é o número de observações utilizadas para ajustar a curva.

#### 2.2.5 Milho

O milho é uma gramínea pertencente à família Poaceace, e tem como centro de origem mais provável, o México (Fernandes *et al.* 2018). A cultura do milho expandiu-se até ocupar praticamente todo o continente americano. É considerado um dos principais alimentos de vários povos e civilizações americanas e encontra-se disseminado em todo o mundo (Paterniani; Campos, 2005).

De acordo com Croplife Brasil (CLB) (2020), o milho é um dos cereais mais cultivados e produzidos no mundo devido à grande capacidade de adaptação às diferentes condições ambientais e ao valor nutricional, sendo destinado tanto para a alimentação humana, quanto animal e preponderante para a geração de renda através da produção de seus grãos. A maior

parte do consumo do milho é para a alimentação animal, com cerca de 70% de toda a produção mundial. No Brasil, essa porcentagem varia entre 60 e 80%, dependendo do ano. Além de seu uso primário para fins alimentícios, também é utilizado na produção de biocombustíveis e exportações (Duarte; Mattoso; Garcia, 2020).

O Brasil é o terceiro maior produtor mundial de milho, ficando somente atrás dos Estados Unidos e da China (USDA, 2023). A produção de milho está entre os segmentos econômicos de maior relevância para o agronegócio brasileiro. Estima-se que o Brasil colherá cerca 120 milhões de toneladas de milho na safra 2023/2024 e exportará em torno de 38 milhões de toneladas (CONAB, 2023).

Algumas pesquisas envolvendo experimentos com a cultura de milho têm sido realizadas com o auxílio de modelos não lineares, com o intuito de verificar os efeitos de diversas variáveis, como por exemplo, o percentual germinativo de sementes e efeitos das variáveis climáticas na cultura.

Lacasa *et al.* (2021), estimaram o coeficiente de extinção de luz com modelos não lineares num estudo de caso em milho; Liu *et al.* (2017), estudaram a relação entre a produção de milho e a quantidade cumulativa de água; Gazola *et al.* (2017) investigaram a resposta de germinação de semente de milho em função do número de dias após o florescimento; Gerlach *et al.* (2018) utilizaram a regressão não linear para estimar a dinâmica da produção de gás ao longo do tempo em um estudo com nove híbridos de milho; Mazzi *et al.* (2017) avaliaram as perdas acumuladas de N por volatilização de NH<sub>3</sub>, de diferentes doses de Nitrogênio ao longo do tempo no cultivo do milho. Os autores relatam que a utilização de modelos não lineares neste estudo proporcionou um ajuste adequado dos dados, além de fornecer parâmetros que auxiliam na compreensão do comportamento ao longo do tempo na cultura do milho safrinha.

Pesquisas envolvendo a cultura do milho são relevantes do ponto de vista econômico e social tendo em vista a importância da cultura no agronegócio brasileiro.

As informações obtidas por modelos de crescimento permitem auxiliar no manejo adequado da cultura e possibilita a detecção de fatores que estão prejudicando o desenvolvimento tais como: época adequada da adubação de cobertura, ocorrências de deficiências hídricas e nutricionais, incidência de pragas e doenças, condições climáticas desfavoráveis, dentre outros, auxiliando no aprimoramento de metodologias de pesquisa, como por exemplo, identificar os parâmetros adequados para monitorar os diversos estágios de formação do grão de milho.

O estudo de curvas de crescimento é de grande importância na avaliação das diferentes respostas das plantas (Souza; Smiderle; Bianchi, 2018). Os modelos não lineares são

considerados adequados para descrever tais curvas, pois possuem parâmetros que possibilitam interpretações práticas que podem contribuir ou até mesmo facilitar a interpretação dos processos envolvidos no crescimento vegetal, tais como, taxa de crescimento e desenvolvimento, grau de amadurecimento e teor máximo acumulado de nutrientes (Sorato; Prado; Morais, 2014). O processo de crescimento é provavelmente a ocorrência mais comum e observada em vários sistemas biológicos ou não (Dadson *et al.*, 2017; Burkart ; Tomé, 2012)

### 2.2.5.1 Matéria seca

Segundo Borges (2006), o primeiro trabalho expressivo sobre acúmulo e a distribuição de matéria seca em relação ao ciclo da planta de milho foi realizado por Sayre (1948), nos Estados Unidos da América.

Compreender a fisiologia do acúmulo de matéria seca (MS) e o padrão de absorção de nutrientes de uma cultura de milho é um critério essencial para otimizar as práticas de fertilização. Matéria seca é a massa total do alimento descontada a umidade e normalmente é representada em porcentagem e varia muito de alimento para alimento. Conhecer a porcentagem de matéria seca de um alimento é de grande importância, pois, nutrientes como, proteína, minerais e vitaminas fazem parte dela (EMBRAPA, 2016).

### 2.2.5.2 Nutrientes

A literatura considera dezessete elementos químicos como nutrientes de plantas, a saber: Carbono (C), Hidrogênio (H), Oxigênio (O), Nitrogênio (N), Fósforo (P), Potássio (K), Cálcio (Ca), Magnésio (Mg), Enxofre (S), Ferro (Fe), Manganês (Mn), Zinco (Zn), Cobre (Cu), Boro (B), Cloro (Cl), Molibdênio (Mo) e Níquel (Ni).

De acordo com Costa (2014), o C e o O são nutrientes mais abundantes, são extraídos do dióxido de Carbono e do oxigênio molecular, respectivamente na atmosfera. O H é extraído da degradação das moléculas de água durante a fotossíntese. A autora ainda destaca que esses nutrientes estão divididos em 2 grupos a seguir:

- a) **macronutrientes:** são os nutrientes que são absorvidos ou exigidos pelas plantas em maiores quantidades: o carbono, hidrogênio e oxigênio, são necessários em grandes quantidades para construir as moléculas orgânicas maiores da célula, eles representam a classe não mineral e são fornecidos pelo ar e água. Os demais macronutrientes são divididos em 2 subgrupo:

- **macronutrientes primários:** N, P e K, são classificados como primários porque deficiências desses nutrientes são mais comuns do que dos outros macronutrientes;
- **macronutrientes secundários:** S, Ca e Mg;
- b) **micronutrientes:** são os nutrientes que são absorvidos ou exigidos pelas plantas em menores quantidades: Fe, Mn, Zn, Cu, Bo, Cl, Mo e Ni.

De acordo com *American Statistical Association* (ASA) (2017), os estatísticos, por um século, têm sido colaboradores importantes nas práticas agrícolas. Ronald Fisher, considerado uma das figuras mais importantes da estatística, desenvolveu seus princípios de delineamento experimental no contexto da agricultura, em testes de campo nas décadas de 1910 e 1920.

Ainda de acordo com ASA (2017), Fisher inventou os modelos estatísticos levando em consideração os fatores que afetam o rendimento das culturas, como tipo de solo e clima. Esses princípios juntamente com novos métodos estatísticos, continuam a ter importante papel na pesquisa agrícola. Por exemplo, a modelagem de curvas de crescimento que contribui no direcionamento de intervenções às necessidades de uma cultura, que pode ser vistos em estudos realizados por, Lima *et al.* (2019), que avaliou o crescimento e a demanda nutricional da pitaiá vermelha, estimando o acúmulo de macro e micronutrientes pelas plantas e determinando as épocas em que ocorrem os maiores acúmulos, bem como, a taxa de crescimento relativo e a taxa de absorção relativa de nutrientes.

Para garantir a nutrição adequada das plantas, é essencial não apenas considerar a quantidade e a relação entre os nutrientes, mas também compreender a dinâmica de acúmulo desses nutrientes na matéria seca ao longo do período de cultivo. Isso se deve ao fato de que desequilíbrios nutricionais podem resultar em danos à cultura, afetando sua morfologia. Portanto, é evidente a importância de entender o equilíbrio de nutrientes específicos em cada cultura, a fim de gerenciar a adubação de forma adequada, selecionar culturas para rotação e otimizar o uso de fertilizantes (Dominico; Lustosa ; Ávila, 2020).

## REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transaction on Automatic Control**, v.19, p.716-723, 1974.
- ALMEIDA, H. J. *et al.* Effect of potassium nutritional status and productivity of peanuts in succession with sugarcane. **Journal of Soil Science and Plant Nutritions**, v. 15, n.1, p.1-10, 2015.
- AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION (ASA). Agriculture and food. Statistical Science Improving Agriculture: Statistical Significance, Alexandria, 2017.
- ARCHONTOULIS, S. V.; MIGUEZ, F. E. Nonlinear regression models and applications in agricultural research. **Agronomy Journal**, v. 107, n. 2, p. 786-798, 2015.
- BATES D. M., WATTS D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: John Wiley and Sons, 1988.
- BERTIN, G. **Dynamics of Galaxies**. 2. ed. Cambridge University Press, 2014. Disponível em: <https://www.semanticscholar.org/paper/Dynamics-of-Galaxies-by-Giuseppe-Bertin-Bertin/7ec7a931a9d3b7ea02e823258ca0debbb8a2e7e0?p2df>. Acesso em: 07 July 2021.
- BORGES, I. D. **Marcha de absorção de nutrientes e acúmulo de matéria seca em milho**. 2006. Tese (Doutorado em Fitotecnia) - Universidade federal de Lavras, Lavras, 2006.
- BRODY, S. **Bioenergetics and Growth**. Rheinhold Publishing, New York. 1945.
- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Multimodel Inference: Understanding AIC and BIC in Model Selection. **Sociological methods & research**, v.33, n.2, p.261-304, Nov. 2004.
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. Growth functions. In: Modelling forest and stands. **Springer, Dordrecht**, p. 111-130, 2012. Disponível em: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-90-481-3170-9\\_6](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-90-481-3170-9_6). Acesso em: 07 July 2021.
- CABRAL, P. **Erros e incertezas nas medições**. Instituto Electrotécnico Português/ Instituto Superior de Engenharia do Porto, Matosinhos/ Porto, 2004, 116p. Disponível em: <http://www.peb.ufjf.br/cursos/ErrosIncerteza.pdf>. Acesso em: 25 maio 2021.
- CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Acompanhamento da Safra Brasileira Grãos: Safra 22/23**, v.6, n.8, p.1- 132, nov. 2020.
- COSTA, A. R. da. **Nutrição Mineral de Plantas Vasculares**. Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Évora. nov/ 2014. ISBN: 978-989-97060-9-5
- CROPLIFE BRASIL– CLB. **Milho, a evolução de uma cultura milenar**. Disponível em: <http://croplifebrasil.org/noticias/milho-a-evolucao-de-uma-cultura-milenar>. Acesso em : 24 marc. 2021.
- DADSON, S. *et al.* W. Water security, risk, and economic growth: Insights from a dynamical systems model. **Water Resources Research**, v. 53, n. 8, p. 6425-6438, 2017. Disponível em:

<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/2017 WR02 0640>. Acesso em: 07 July 2021.

DANTAS, R. A. **Engenharia de avaliações**: uma a introdução à metodologia científica. 1 ed. São Paulo, Pini, 1998.

DE MYTTENAERE, A. *et al.* Mean absolute percentage error for regression models. *models. Neurocomputing*, v. 192, p. 38-48, 2016.

DOMINICO, C. de F. T.; LUSTOSA, S. B. C.; ÁVILA, F. W. de. Dry matter accumulation and uptake of nitrogen, phosphorus and potassium by ryegrass (*Lolium multiflorum* Lam.) cultivar BARjumbo. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 10, e8149109115, 2020. DOI: <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i10.9115>

DRAPER, N. R.; SMITH, N. **Applied Regression Analysis**, New York: John Wiley, 1998.593p.

DUARTE, J. de O.; MATTOSO, M. J.; GARCIA, J. C. Árvore do conhecimento: milho, importância socioeconômica. **Agência Embrapa de Informação Tecnológica**. Disponível em: [https://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/milho/arvore/CONTAG\\_01\\_8\\_168200511157.html](https://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/milho/arvore/CONTAG_01_8_168200511157.html). Acesso em: 25 nov. 2020

EMBRAPA TERRITORIAL. **O que é matéria seca (MS) dos alimentos? Qual importância? Como determiná-la?**Campinas, 2016. Disponível em: <https://cloud.cnpgc.embrapa.br/sac/2016/05/24/o-que-e-materia-seca-ms-dos-alimentos-qual-a-suaimportancia-como-determina-%c2%adla/>. Acesso em: 15 marc. 2021.

FERNANDES, C. N. D. *et al.* Crescimento do milho verde sob lâminas de irrigação e adubação foliar silicatada. **Revista Brasileira de Agricultura Irrigada**, v. 12. n. 4, p. 2789-2798, 2018.

FERNANDES, F. A. *et al.* Growth curves of meat-producing mammals by von Bertalanffy's model. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 54, 2019.

FERNANDES, T.J. **Curva de crescimento do fruto de cafeeiro em diferentes alinhamentos de plantio utilizando modelos não lineares**. 2012. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.

FERNANDES, T.J. *et al.* Modelos duplo sigmoidais na descrição do crescimento de frutos do cafeeiro. **Ciência Rural**, v. 47, n. 8, 2017.

FRÜHAUF, A.C. *et al.* Nonlinear models in the study of the cedar diametric growth in a seasonally dry tropical forest. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 15, n. 4, p. 1-8, 2020.

FRÜHAUF, A. C. **Uso de modelos não lineares no estudo de crescimento diamétrico de cedro (*Cedrelafissilis*)**. 2018. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2018.

FUNK, G. R. D; FERNANDES, J. M. C; PIEROBOM, C. R. Modelagem do enchimento de grãos em cultivares de trigo na presença de doenças foleares. **R. Bras. Agrociência**, Pelotas, v.14, n.1, p.77-99, jan./mar., 2008. Disponível em: <http://www2.ufpel.edu.br/faem/agrociencia/v14n1/artigo09.pdf>. acesso em: 06 jul. 2021.

GALLANT, A. **R. Nonlinear statistical models**. New York: John Wiley, 1987. 610 p.

GAZOLA, S. *et al.* Modelos não lineares na análise de curvas de percentuais germinativos de sementes de milho. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, v. 16, n.1, p. 142-152, 2017.

GERLACH, K. *et al.* Effects of length of ensiling and maturity group on chemical composition and in vitro ruminal degradability of whole-crop maize. **Grass and Forage Science**, v. 73, issue 3, sep. 2018. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/gfs.12362>. Acesso em: 01 July 2021.

GOMPertz, B.; PHILOS, T. Roy Soc. London. 115-513. 1825. HANWAY, J. J. Growth stages of corn (*Zea mays*). **Agronomy Journal**. Madson, vol. 55, n.5, 478-492, 1963. HANWAY, J. J. How a corn plant develops. Special Reporter Iowa Agricultural Experimental Station, v. 48, p. 4-15, 1966.

JANE, S. A. *et al.* Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane RB92579 variety. **Revista Ciencia Agronomica**, v. 51, p. e20196660, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5935/1806-6690>. 2020

LACASA, J. *et al.* A practical guide to estimating the light extinction coefficient with nonlinear models- a case study on maize. **Plant Methods**, v.17, n.60, 2021. Disponível em: <https://plantmethods.biomedcentral.com/articles/10.1186/s13007-021-00753-2#citeas>. Acesso em: 13 July 2021.

LIMA, D. C. *et al.* Growth and nutrient accumulation in the aerial part of red pitaya (*Hylocereus sp.*). **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 41, n.5, p. 1-11, 2019.

LIMA, K. P. de. **Uso de modelos não lineares na descrição do acúmulo de boro em diferentes partes do feijoeiro cultivar Jalo**. 2016. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2016.

LIU, C. *et al.* Simple nonlinear model for the relationship between maize yield and accumulative water amount. **Journal of Integrative Agriculture**. v. 16, n.4, p. 858-866, 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095311916614934>. Acesso em: 13, July 2021.

LOPEZ, S. *et al.* A generalized Michaelis-Menten equation for the analysis of growth. **Journal of Animal Science**, v.78, p.1816-1828, 2000.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não-linear. **Acta Scientiarum**, v.34, n.6, p.1761-1770, 2002.

MAZZI, F. L. *et al.* Perdas de Nitrogênio por volatilização de amônia ao longo do tempo na cultura de milho safrinha. In: ENCONTRO INTERNACIONAL DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA, X, 2017, Maringá. **Anais X EPCC. UNICESMAR**. Disponível em:



<http://rdu.unicesumar.edu.br/bitstream/123456789/1272/1/epcc--79990.pdf>. Acesso em 16 jul. 2021.

MELOUN, M.; MILITKY, J. **Sbírka úloh. Statistické zpracování experimentalnich.** Pardubice: Universita Pardubice, 1996. 308p.

MICHAELIS, L.; MENTEN, M. L. **Die kinetik der invertinwirkung. Biochemische Zeitschrift**, v.49, 334-336, 1913.

MIGUEZ, F.; ARCHONTOULIS, S.; DOKOOHAKI, H. Nonlinear regression models and applications. Applied statistics in agricultural, biological, and environmental sciences. **ACCESS Digital Library**, p. 401-448, 2017.

MITSCHERLICH, E. A. **Das Gesetz des Pflanzenwachstums. Landwirtsch Jahrbuch**, v.53, p. 167-182, 1919.

MURTHY, D. N. P.; XIE, M.; JIANG, R. **Weibull models.** John Wiley & Sons, Inc. New Jersey, 2004.

PATERNIANI, E.; CAMPOS, M. S. **Melhoramento do milho. In: BORÉM, A.(Ed) Melhoramento de espécies cultivadas.** Viçosa: UFV, p.491-552, 2005.

PHILIP, M. S. **Measuring trees and forests.** CAB International, Wallingford, UK, 2nd edition, 1994, 310 p.

POMMERENING, A. e GRABARNIK, P. **Forest Ecology and Management.** Springer Nature Switzerland AG, 2019, 411p.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing.** Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2023.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling: a unified practical approach.** Marcel Dekker, New York, 1983.

RATKOWSKY, D. A. **Handbook of nonlinear regression models.** New York and Basel, Marcel Dekker, 1990, 241p.

REIS, R. M. *et al.* Modelos de regressão não linear aplicados a grupos de acessos de alho. **Horticultura Brasileira** 32: 178-183, 2014.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Oxford, v.10, p.290-300, 1959.

SAYRE, J. D. Mineral accumulation in corn. *Plant Physiology*. **Rockville**, v.23, n.3, p. 267-281, July 1948.

SCHNUTE, J. A. Versatile growth model with statistically stable parameters. **Can J Fish Aquat Sci**, 38: 1128-1140. 1981.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v.6, p.461-464, 1978

SENRA, J. Fde B. *et al.* Seleção de modelos não lineares e estudo do crescimento de frutos de café conilon. **Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento**, v. 4, p. e21511427093, 2022. DOI: 10.33448/rsd-v11i4.27093.

SILVA, E. M. *et al.* Descrição da mineralização do carbono de dejetos de suíno e palha de aveia no solo por modelos não lineares. **Revista Agrogeoambiental**, v.11, n.2, 2019.

SILVEIRA, S. C. *et al.* Modelos não lineares ajustados à produção acumulada de biogás provenientes de camas sobrepostas de suínos. **Revista Agrogeoambiental**, v. 10, p. 91- 103, 2018.

SORATO, A. M. da C.; PARDO T. K. L. do; MORAIS, A.R. Análise de crescimento por meio de modelo não linear via regressão isotônica. **Revista Estatística Universidade Federal de Ouro Preto**, v. 3, p. 139- 143, 2014.

SOUZA, A. G.; SMIDERLE, O. J.; BIANCHI, V.J. Biometric characterization and morphophysiological quality of peach rootstock seeds using images of their plantlets vigor. Recent Patents on Food, **Nutrition&Agriculture**, v. 9, n. 2, p. 1-9, 2018. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/19644/15741>. Acesso em: 16 July 2021.

SOUZA, G. da S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. Brasília: Embrapa- SPI/ Embrapa - SEA, 1998. 489p.

SOUZA, I. F. *et al.* Fitting nonlinear autoregressive models to describe coffee seed germination. **Ciência Rural**, v. 44, p. 2016-2021, 2014.

TEIXEIRA NETO, M. R. *et al.* Descrição do crescimento de ovinos Santa Inês utilizando modelos não-lineares selecionados por análise multivariada. **Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.**, Salvador, v.17, n.1, p.26-36 jan./mar., 2016.

USDA - UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE. **Agricultural Projections**. Disponível em: <https://www.usda.gov/oce/commodity/wasde/wasde0623.pdf>&gt;. Acesso em: 04 jul 2023.

VELOZO, R. C. *et al.* Seleção e classificação multivariada de modelos não lineares para frangos de corte. **Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.**, v.68, n.1, p.191-200, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1590/1678-4162-7894>

VON PINHO, R. G. *et al.* Marcha de absorção de macronutrientes e acúmulo de matéria seca em milho. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**. v.8, n.2, p.157-173, 2009.

YAĞANOĞLU, A. M. Estimation of Growth Curves of Awassi Sheep by Isotonic Regression Analysis. **Atatürk University Journal of Agricultural Faculty** | 2022 53(1): 67-70 | DOI: 10.17097/ataunizfd.1002002

ZEVIANI, W. M. *et al.* Modelos não lineares para a liberação de potássio de esterco animal em latossolos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, p. 1789-1796, 2012.

**SEGUNDA PARTE**

**ARTIGO 1: “Study of dry matter accumulation in maize hybrids using nonlinear models”.**

Publicado no periódico Pesquisa Agropecuária Brasileira (PAB).

Doi: 10.1590/S1678-3921.pab2023.v58.03077

Normas do periódico (versão publicada)

## Study of dry matter accumulation in maize hybrids using nonlinear models

**Abstract** – The objective of this work was to study the growth curves of total dry matter (TDM) accumulation of the P30F33 and GNZ2004 maize hybrids using nonlinear models. The used models were: Brody, Gompertz, logistic, Meloun I, Meloun II, Michaelis-Menten, modified Michaelis-Menten, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy, and Weibull. To estimate the parameters, the least squares method and the Gauss-Newton convergence algorithm were used. The adjusted coefficient of determination, the residual standard deviation, and the Akaike information criterion were used as criteria to evaluate the goodness of fit of the models. The Gauss-Newton method did not converge for 8 out of the 12 models studied. The Gompertz, logistic, von Bertalanffy, and Weibull models were considered appropriate for fitting the dry matter accumulation of the evaluated maize hybrids. The estimated TDM was 34,700 and 31,980 kg ha<sup>-1</sup> for GNZ2004 and P30F33, respectively. The maximum daily gain in TDM was 483 and 381 kg ha<sup>-1</sup>, respectively, reached at 83 days after emergence, with TDM stabilization at 121 and 129 days after emergence. The logistic model is the best one to describe the TDM accumulation of the GNZ2004 and P30F33 maize hybrids.

**Index terms:** *Zea mays*, modelling, plant growth, regression analysis.

### Estudo do acúmulo de matéria seca em híbridos de milho por meio de modelos não lineares

**Resumo** – O objetivo deste trabalho foi estudar as curvas de crescimento de acúmulo de matéria seca total (MST) dos híbridos de milho P30F33 e GNZ2004, por meio de modelos não lineares. Os modelos utilizados foram: Brody, Gompertz, logístico, Meloun I, Meloun II, Michaelis-Menten, Michaelis-Menten modificado, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy e Weibull. Para estimar os parâmetros, foram utilizados o método de mínimos quadrados e o algoritmo de convergência de Gauss-Newton. O coeficiente de determinação ajustado, o desvio-padrão residual e o critério de informação de Akaike foram utilizados como critérios para avaliar a qualidade de ajuste dos modelos. O método de Gauss-Newton não convergiu para 8 dos 12 modelos estudados. Já os modelos Gompertz, logístico, von Bertalanffy e Weibull foram considerados adequados para ajustar o acúmulo de matéria seca dos híbridos de milho avaliados. A MST estimada foi 34.700 e 31.980 kg ha<sup>-1</sup> para GNZ2004 e P30F33, respectivamente. O ganho diário máximo de MST foi 483 e 381 kg ha<sup>-1</sup>, respectivamente, tendo sido atingido aos 83 dias após emergência, com estabilização da MST aos 121 e 129 dias após emergência. O modelo logístico é o melhor para descrever a MST acumulada dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33.

**Termos para indexação:** *Zea mays*, modelagem, crescimento de plantas, análise de regressão.

Isolina Aparecida Vilas Bôas<sup>1</sup> ,  
Felipe Augusto Fernandes<sup>1</sup> ,  
Tales Jesus Fernandes<sup>1</sup>  and  
Joel Augusto Muniz<sup>1</sup> 

<sup>1</sup> Universidade Federal de Lavras, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, Departamento de Estatística, Campus Universitário, Caixa Postal 3037, CEP 37200-900 Lavras, MG, Brazil. E-mail: [linavilasboas@gmail.com](mailto:linavilasboas@gmail.com), [fernandesfelipepest@gmail.com](mailto:fernandesfelipepest@gmail.com), [tales.jfernandes@ufla.br](mailto:tales.jfernandes@ufla.br), [joamuniz@ufla.br](mailto:joamuniz@ufla.br)

 Corresponding author

Received  
August 07, 2022

Accepted  
July 04, 2023

**How to cite**  
VILAS BÓAS, I.A.; FERNANDES, F.A.; FERNANDES, T.J.; MUNIZ, J.A. Study of dry matter accumulation in maize hybrids using nonlinear models. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v.58, e03077, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1678-3921.pab2023.v58.03077>.



## Introduction

Maize (*Zea mays* L.) is one of the most produced grains worldwide (Duarte et al., 2021). In Brazil, it is the second most produced (Milho, 2022), representing a crop of great importance to agribusiness since it is used as human and animal feed and as raw material for industrial production (Souza et al., 2018). In this scenario, it is essential to develop strategies to increase grain yield by studying yield-related factors such as the production, accumulation, and nutrient transport of dry matter (Hou et al., 2020; Liu et al., 2020a, 2020b), which is obtained after the plant's moisture is removed and contains fiber, protein, minerals, carbohydrates, and nutrients (Embrapa Gado de Corte, 2016).

Several growth models have been used to analyze crops in terms of development, nutrient accumulation, dry matter production, and yield, assisting in their management and improvement (Lacasa et al., 2021). According to Fernandes et al. (2015), in studies of the growth patterns of agricultural crops, linear models are the most commonly used. However, Jane et al. (2020) concluded that plant growth and associated factors generally follow a sigmoidal curve, which is in alignment with Vitti & Mira (2020), who found that dry matter accumulation is well characterized by this type of curve.

Therefore, due to their sigmoid functions, nonlinear models may be more suitable for growth evaluations, standing out for their parsimony and practical interpretation of parameters, which facilitate the understanding of the phenomenon under study (Fernandes et al., 2017, 2019; Ribeiro et al., 2018). In the literature, nonlinear growth curves have been shown to provide biological information on plants, such as growth rates and biomass accumulation (Prado et al., 2013). In addition, some authors have reported satisfactory results when using nonlinear models to study dry matter accumulation (Lima et al., 2019; Cunha et al., 2020). Woli et al. (2017) found significant differences in dry matter accumulation when comparing two popular hybrids of each of the five era-decades from 1960 to 2000, showing how these hybrids have changed morphologically over the last 60 years (Elmore et al., 2019).

The objective of this work was to study the growth curves of total dry matter (TDM) accumulation of the P30F33 and GNZ2004 maize hybrids using nonlinear models.

## Materials and Methods

The maize hybrids evaluated for TDM accumulation were P30F33 and GNZ2004, with a high grain yield and a high forage production, respectively, according to the data of Borges (2006).

The experiment was conducted in a randomized complete block design, with four replicates, in a 2x11 split-plot factorial arrangement, with the two hybrids and 11 phenological stages, as plots and subplots, respectively. The subplots consisted of four rows of 5.0 m each spaced at 0.8 m, and the data were collected from the two central rows. The total number of experimental units was 88. More details on the experimental area are found in Borges (2006).

For sample collection, plants in the 11 phenological stages, based on the phenotypic aspects that reflect the physiological processes that occur during plant development (Vitti & Mira, 2020), were cut close to the ground and transported to the laboratory as soon as possible. Each whole plant was divided into stem, leaves, straw, cobs, and grains, which were dried, at 70°C, until reaching a constant mass. To calculate TDM, the dry matter of these five parts was summed and expressed in kg ha<sup>-1</sup>.

TDM accumulation data were described using nonlinear models, whose equations are shown in Table 1. Some models present an inflection point represented by the  $\beta_4$  parameter, others have a fixed inflection point, while others do not, such as the Brody and Michaelis-Menten models. Overall, the  $\beta_2$  parameter had no biological interpretation, being considered an integration constant, but represented the moment when half of the maximum accumulation was reached by the Michaelis-Menten model.

The model parameters were estimated by the least squares method. In case of a non-explicit solution of normal equations, the iterative process was used (Fernandes et al., 2017), specifically that of Gauss-Newton. The initial values adopted in the execution of the iterative process were chosen based on exploratory data analysis.

After fitting the models, the assumptions of normality of the residuals, homoscedasticity, and the independence of residuals were checked using the tests of Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan, and Durbin-Watson, respectively, at 5% probability.

The criteria used to determine the best model were the adjusted coefficient of determination ( $R^2_{adj}$ ), the residual

standard deviation (RSD), and the Akaike information criterion (AIC) according to the following equations:

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - \left[ \frac{(1 - R^2)(n - i)}{(n - p)} \right]$$

$$\text{RSD} = \sqrt{\text{MSE}}$$

$$\text{AIC} = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2p$$

**Table 1.** Nonlinear equation adjusted to the total dry matter accumulation data of the GNZ2004 and P30F33 maize (*Zea mays*) hybrids.

Model	Equation <sup>(1)</sup>
Brody	$y_i = \beta_1 \left( 1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)} \right) + \varepsilon_i$
Gompertz	$y_i = \beta_1 e^{\left( -\beta_2 (\beta_3 - x_i) \right)} + \varepsilon_i$
Logistic	$y_i = \frac{\beta_1}{\left( 1 + e^{\beta_2 (\beta_3 - x_i)} \right)} + \varepsilon_i$
Melou I	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$
Melou II	$y_i = \beta_1 - e^{(-\beta_2 - \beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$
Michaelis-Menten	$y_i = \frac{\beta_2 \beta_3 \beta_4 + \beta_1 x_i \beta_4}{\beta_3 \beta_4 + x_i \beta_4} + \varepsilon_i$
Modified Michaelis-Menten	$y_i = \frac{\beta_1 x_i}{x_i + \beta_2} + \varepsilon_i$
Mitscherlich	$y_i = \beta_1 \left( 1 - e^{(\beta_2 \beta_3 - \beta_3 x_i)} \right) + \varepsilon_i$
Richards	$y_i = \frac{\beta_1}{\left( 1 + e^{(\beta_2 - \beta_3 x_i)} \right)^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon_i$
Schnut	$y_i = \frac{\beta_1}{\left( 1 + \beta_4 e^{(\beta_2 \beta_3 - x_i)} \right)^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon_i$
von Bertalanffy	$y_i = \beta_1 \left( \frac{1 - e^{\beta_2 (\beta_3 - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$
Weibull	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i \beta_4)} + \varepsilon_i$

<sup>(1)</sup>The variables used in the equations were:  $y_i$ , the  $i$ -th observed value of dry matter content ( $\text{kg ha}^{-1}$ );  $\beta_1$ , the asymptotic value or maximum dry matter content of maize, i.e., dry matter maximum weight;  $\beta_2$ , the point when the dry matter accumulation growth curve reaches maximum acceleration;  $x_i$ , the day after emergence; and  $\varepsilon_i$ , the random error associated with the  $i$ -th observation, assumed to have a normal distribution, constant variance, and to be independent, i.e.,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

where  $R^2$  is the square root of the correlation between the predicted and the observed values;  $p$  is the number of parameters of the model;  $i$  is equal to 1 or 0, representing the presence or absence of an intercept of the regression curve, respectively; MSE is the mean square of the residuals; and  $\ln L(\hat{\theta})$  is the natural log of the likelihood function of the estimated parameters.

The best model was considered the one with the lowest RSD and AIC values and the highest  $R_{\text{adj}}^2$ .

The statistical analysis was carried using the following packages of the R software, version 4.0.5 (R Core Team, 2021): car, version 3.1-1; lmtest, version 0.9-39; nlme, version 3.1-152; nls, version 2.0-0; qqcR, version 1.4-1; and rsq, version 2.5.

## Results and Discussion

Twelve models were adjusted to the TDM accumulation data of the two maize hybrids, totaling 24 equations. The Gauss-Newton method did not converge for the Brody, Meloun I, Meloun II, Michaelis-Menten, modified Michaelis-Menten, Mitscherlich, Richards, and Schnute models. The Gompertz, logistic, von Bertalanffy, and Weibull models were checked for assumptions, meeting those of the normality of residuals, homoscedasticity, and the independence of residuals ( $p > 0.05$ ) (Table 2). Therefore, for these four models, the obtained parameter estimates were reliable (Table 3), meaning that the inferences made from them were valid.

The  $\beta_1$  estimates of the von Bertalanffy model resulted in the highest maximum TDM accumulation of the GNZ2004 and P30F33 hybrids. In addition, the  $\beta_1$  estimates of the Gompertz, logistic, von Bertalanffy,

**Table 2.** P-values of the Shapiro-Wilk, Durbin-Watson, and Breusch-Pagan tests used to check the assumptions of the fitted nonlinear models for total dry matter accumulation of the GNZ2004 and P30F33 maize (*Zea mays*) hybrids.

Hybrid	Model	Shapiro-Wilk	Durbin-Watson	Breusch-Pagan
GNZ2004	Gompertz	0.728	0.764	0.642
	logistic	0.192	0.760	0.685
	von Bertalanffy	0.817	0.456	0.400
	Weibull	0.178	0.644	0.588
P30F33	Gompertz	0.825	0.398	0.123
	logistic	0.665	0.298	0.133
	von Bertalanffy	0.438	0.580	0.128
	Weibull	0.803	0.576	0.283



and Weibull models were significantly higher than those reported in the literature for other maize hybrids, overestimating the maximum TDM accumulation. Azevedo et al. (2020), Klein et al. (2018), Menezes et al. (2018), and Silva et al. (2018), for example, found lower values of 13,840, 16,421.60, 19,666.56, and 27,095 kg ha<sup>-1</sup> TDM accumulation, respectively. This difference could be attributed to the fact that the hybrids studied here are early and have a shorter height, which allow of a greater number of plants per hectare, increasing their dry matter (Borges, 2006). Vitti & Mira (2020) added that closer planting rows increase TDM accumulation because of a better use of light and of water and nutrients, as well as of a better distribution of the plants in the area.

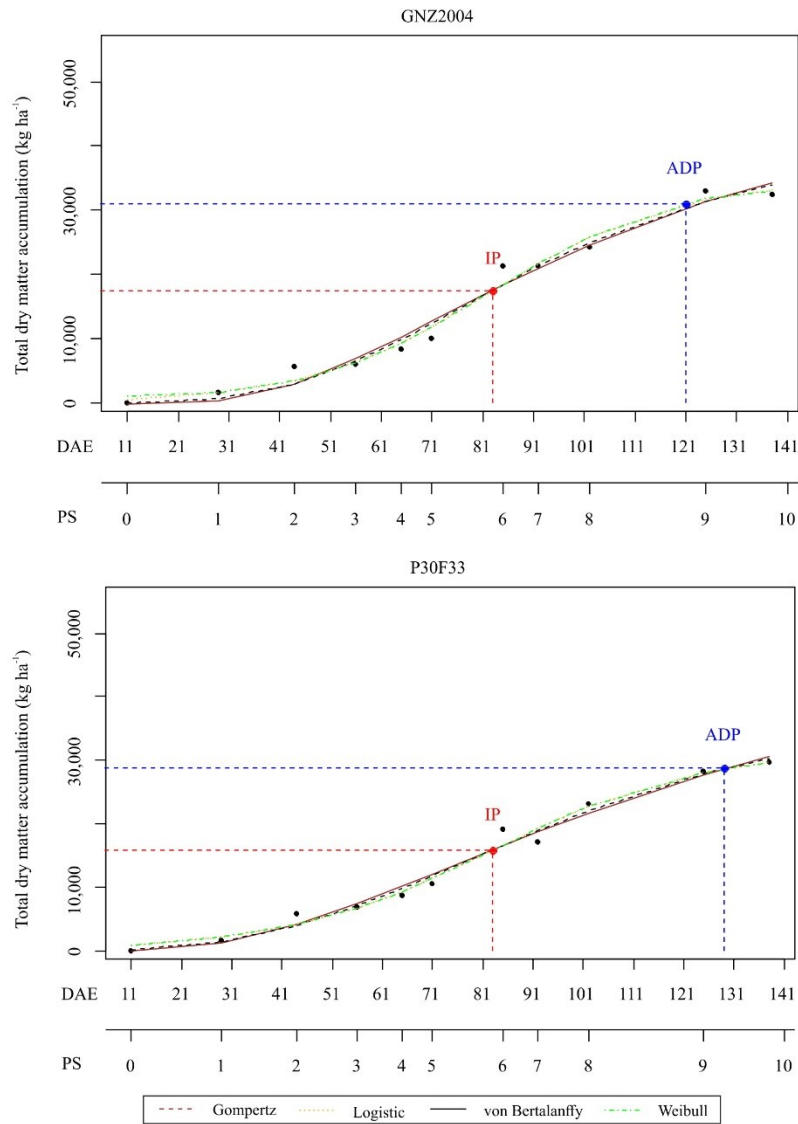
However, caution is necessary when using TDM data as a function of days after emergence (DAE) since the time of occurrence of physiological events in plants may vary among different hybrids, mainly due to genetic and environmental factors.

The results of the  $R^2_{adj}$ , RSD, and AIC of the Gompertz, logistic, von Bertalanffy, and Weibull models, which showed a good fit, are presented in Table 3. The logistic model was considered the best one due to its lower values of RSD and AIC and higher values of  $R^2_{adj}$ . According to Soares et al. (2014), the logistic model adequately described the growth curve of TDM accumulation of the CSVW80007 and CSVW80147 maize hybrids, whereas the exponential model better represented their growth cycle, which was shorter than that of hybrids CSVW82028 and CSVW82158. In the literature, the logistic model was indicated as the most appropriate for describing the development of other crops such as coffee (*Coffea arabica* L.) by Fernandes et al. (2017), sugarcane (*Saccharum officinarum* L.) by Jane et al. (2020), green dwarf coconut (*Cocos nucifera* L.) by Silva et al. (2021), and garlic (*Allium sativum* L.) by Macedo et al. (2017).

The graphs of the Gompertz, logistic, von Bertalanffy, and Weibull models are presented in the

**Table 3.** Parameter estimates and respective results of the coefficient of determination ( $R^2_{adj}$ ), residual standard deviation (RSD), and the Akaike information criterion (AIC) of the fitted nonlinear models for dry matter accumulation of the P30F33 and GNZ2004 maize (*Zea mays*) hybrids.

Hybrid	Model	Parameter	Estimate	$R^2_{adj}$	RSD	AIC
GNZ2004	Gompertz	$\beta_1$	39,800	0.975	1,710.343	202.041
		$\beta_2$	76.08			
		$\beta_3$	0.03			
	Logistic	$\beta_1$	34,700	0.980	1,487.181	198.874
		$\beta_2$	82.84			
		$\beta_3$	0.06			
	von Bertalanffy	$\beta_1$	45,340	0.969	1,874.035	204.060
		$\beta_2$	72.74			
		$\beta_3$	0.02			
	Weibull	$\beta_1$	33,570	0.979	1,531.394	201.515
		$\beta_2$	32,510			
		$\beta_3$	15.88			
$\beta_4$		3.51				
P30F33	Gompertz	$\beta_1$	38,260	0.979	1,332.624	196.462
		$\beta_2$	77.35			
		$\beta_3$	0.02			
	Logistic	$\beta_1$	31,980	0.981	1,250.035	195.064
		$\beta_2$	83.28			
		$\beta_3$	0.05			
	von Bertalanffy	$\beta_1$	44,910	0.976	1,279.040	197.761
		$\beta_2$	74.75			
		$\beta_3$	0.02			
	Weibull	$\beta_1$	31,890	0.980	1,413.013	197.761
		$\beta_2$	31,230			
		$\beta_3$	12.70			
$\beta_4$		2.79				



**Figure 1.** Graphs showing the growth curves of the Gompertz, logistic, von Bertalanffy, and Weibull models obtained for total dry matter accumulation considering days after emergence (DAE) and the respective phenological stages (PS) of the P30F33 and GNZ2004 maize (*Zea mays*) hybrids. The inflexion point (IP) and asymptotic deceleration point (ADP) were also estimated for the logistic model.

Figure 1, showing the sigmoidal shape of the TDM accumulation of GNZ2004 and P30F33.

The absolute growth rate (AGR) was also determined for the logistic model through the first derivative of the model function. AGR allows of analyzing the average growth in kg ha<sup>-1</sup> of TDM, showing when TDM reaches the maximum gain, i.e., the inflection point, considered the moment of deceleration in dry matter gain (Silva et al., 2021). The maximum daily TDM gain of the GNZ2004 and P30F33 hybrids was 483 and 381 kg ha<sup>-1</sup>, respectively, achieved at 83 DAE. In another study, Martins et al. (2016) observed that, for hybrid DKB390 PRO 2, daily dry matter gain increased up to 84 DAE, reaching 227 kg ha<sup>-1</sup>. For the BR106 hybrid, Carvalho et al. (2014) found that the average daily dry matter accumulation rate increased until 89 DAE.

For the logistic model, the asymptotic deceleration point (ADP), defined as the day when mass gain stabilizes and can be considered minimal, can be estimated using the following equation:  $ADP = (\beta_3 \times \beta_2 \times 2.2924) / \beta_3$  (Silva et al., 2021). For the GNZ2004 and P30F33 hybrids, ADP occurred at 121 and 129 DAE, respectively. Furthermore, the accumulation of dry matter was practically null. Studying hybrid DKB390 PRO 2, Martins et al. (2016) reported that daily dry matter gain became zero at 112 DAE because the plant slowed its dry matter accumulation as a result of the senescence process. For hybrid BR106, Carvalho et al. (2014) found a dry matter gain up to 122 DAE. Fiorini et al. (2017) concluded that hybrid DKB390 increased its dry matter accumulation until 95 DAE, when it reached physiological maturity, a phenomenon attributed to the constant accumulation of photoassimilates throughout the crop cycle. The highest dry matter production was observed at the maturity stage due to the increase in dry matter after flowering (Duarte et al., 2003). Considering these findings, it can be inferred that the hybrids evaluated in the present study took longer to stabilize total dry matter.

### Conclusions

1. The Gompertz, logistic, von Bertalanffy, and Weibull models are suitable to describe the total dry matter (TDM) accumulation of the GNZ2004 and P30F33 maize (*Zea mays*) hybrids.

2. The logistic model is the best one to describe the TDM of the studied hybrids.

3. Both hybrids reach the inflection point approximately on the same day, but TDM daily gain is greater in GNZ2004.

4. Hybrid GNZ2004 stabilizes its TDM gain about a week before P30F33.

### Acknowledgments

To Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), for financing, in part, this study (Finance Code 001); and to Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), for financial support.

### References

- AZEVEDO, D.M.P. de; MACHADO, F.A.; CARDOSO, M.J.; ARAÚJO NETO, R.B. de; ANDRADE JUNIOR, A.; SÉRVULO, S.P.; SILVA, A.A. **Rendimento de biomassa em consórcio de milho e forrageiras tropicais**. Teresina: Embrapa Meio-Norte, 2020. 14p. (Embrapa Meio-Norte. Comunicado técnico, 256).
- BORGES, I.D. **Marcha de absorção de nutrientes e acúmulo de matéria seca em milho**. 2006. 115p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- CARVALHO, L.B.; BIANCO, S.; BIANCO, M.S. Estudo comparativo do acúmulo de massa seca e macronutrientes por plantas de *Zea mays* e *Ipomoea hederifolia*. **Planta Daninha**, v.32, p.99-107, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0100-83582014000100011>.
- CUNHA, A.L.B. da; CHAVES, F.C.M.; KANO, C.; BRAGA, Í.G.; OLIVEIRA, M.R. de. Nutrient uptake rate for yard long bean. **Horticultura Brasileira**, v.38, p.175-184, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0102-053620200210>.
- DUARTE, A.P.; KIEHL, J. de C.; CAMARGO, M.A.F. de; RECO, P.C. Acúmulo de matéria seca e nutrientes em cultivares de milho originárias de clima tropical e introduzidas de clima temperado. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, v.2, p.1-20, 2003.
- DUARTE, J. de O.; MATOZZO, M.J.; GARCIA, J.C. **Milho: importância socioeconômica**. 2021. Available at: <<https://www.embrapa.br/agencia-de-informacao-tecnologica/cultivos/milho/pre-producao/socioeconomia/importancia-socioeconomica>>. Accessed on: Oct. 2 2023.
- ELMORE, R.W.; SAWYER, J.E.; BOYER, M.J.; WOLI, K.P. Updating an old paradigm: corn growth, development, dry matter, and nutrient accumulation and partitioning. **Crops & Soils Magazine**, v.52, p.34-58, 2019. DOI: <https://doi.org/10.2134/cs2019.52.0213>.
- EMBRAPA GADO DE CORTE. **O que é matéria seca (MS) dos alimentos? Qual a sua importância? Como determiná-la?** 2016. Available at: <<https://cloud.cnpqg.embrapa.br/sac/2016/05/24/o-que-e-materia-seca-ms-dos-alimentos-qual-a-sua-importancia-como-determina-%e2%adla/>>. Accessed on: Oct. 10 2021.
- FERNANDES, F.A.; FERNANDES, T.J.; PEREIRA, A.A.; MEIRELLES, S.L.C.; COSTA, A.C. Growth curves of meat-producing mammals by von Bertalanffy's model. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.54, e01162, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1678-3921.pab2019.v54.01162>.

- FERNANDES, T.J.; MUNIZ, J.A.; PEREIRA, A.A.; MUNIZ, F.R.; MUIANGA, C.A. Parametrization effects in nonlinear models to describe growth curves. *Acta Scientiarum. Technology*, v.37, p.397-402, 2015. DOI: <https://doi.org/10.4025/actascitechnol.v37i4.27855>.
- FERNANDES, T.J.; PEREIRA, A.A.; MUNIZ, J.A. Double sigmoidal models describing the growth of coffee berries. *Ciência Rural*, v.47, e20160646, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1590/0103-8478cr20160646>.
- FIORINI, I.V.A.; VON PINHO, R.G.; PEREIRA, H.D.; PIRES, L.P.M.; FIORINI, F.V.A.; RESENDE, E.L. Acúmulo de matéria seca, clorofila e enxofre foliar em milho adubado com diferentes fontes de enxofre. *Journal Bioenergy and Food Science*, v.4, p.1-11, 2017. DOI: <https://doi.org/10.18067/jbfs.v4i1.114>.
- HOU, P.; LIU, Y.; LIU, W.; LIU, G.; XIE, R.; WANG, K.; MING, B.; WANG, Y.; ZHAO, R.; ZHANG, W.; WANG, Y.; BIAN, S.; REN, H.; ZHAO, X.; LIU, P.; CHANG, J.; ZHANG, G.; LIU, J.; YUAN, L.; ZHAO, H.; SHI, L.; ZHANG, L.; YU, L.; GAO, J.; YU, X.; SHEN, L.; YANG, S.; ZHANG, Z.; XUE, J.; MA, X.; WANG, X.; LU, T.; DONG, B.; LI, G.; MA, B.; LI, J.; DENG, X.; LIU, Y.; YANG, Q.; FU, H.; LIU, X.; CHEN, X.; HUANG, C.; LI, S. How to increase maize production without extra nitrogen input. *Resources, Conservation and Recycling*, v.160, art.104913, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2020.104913>.
- JANE, S.A.; FERNANDES, F.A.; MUNIZ, J.A.; FERNANDES, T.J. Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane RB92579 variety. *Revista Ciência Agronômica*, v.51, e20196660, 2020.
- KLEIN, J.L.; VIANA, A.F.P.; MARTINI, P.M.; ADAMS, S.M.; GUZZATTO, C.; BONA, R. do A.; RODRIGUES, M. da S.; ALVES FILHO, D.C.; BRONDANI, L.L. Desempenho produtivo de híbridos de milho para a produção de silagem da planta inteira. *Revista Brasileira de Milho e Sorgo*, v.17, p.101-110, 2018.
- LACASA, J.; HEFLEY, T.J.; OTEGUI, M.E.; CIAMPITTI, I.A. A practical guide to estimating the light extinction coefficient with nonlinear models – a case study on maize. *Plant Methods*, v.17, art.60, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1186/s13007-021-00753-2>.
- LIMA, K.P.; SILVA, L.M.; VIEIRA, N.M.B.; MORAIS, A.R.; ANDRADE, M.J.B. Modelagem não linear da biomassa seca do feijoeiro cv. Jalo. *Sigmae*, v.8, p.359-369, 2019.
- LIU, G.; YANG, Y.; LIU, W.; GUO, X.; XUE, J.; XIE, R.; MING, B.; WANG, K.; HOU, P.; LI, S. Leaf removal affects maize morphology and grain yield. *Agronomy*, v.10, art.269, 2020a. DOI: <https://doi.org/10.3390/agronomy10020269>.
- LIU, W.; HOU, P.; LIU, G.; YANG, Y.; GUO, X.; MING, B.; XIE, R.; WANG, K.; LIU, Y.; LI, S. Contribution of total dry matter and harvest index to maize grain yield – a multisource data analysis. *Food and Energy Security*, v.9, e256, 2020b. DOI: <https://doi.org/10.1002/fes3.256>.
- MACEDO, L.R. de.; CECON, P.R.; SILVA, F.F. e; NASCIMENTO, M.; PUIATTI, G.A.; OLIVEIRA, A.C.R. de.; PUIATTI, M. Bayesian inference for the fitting of dry matter accumulation curves in garlic plants. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v.52, p.572-581, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0100-204X2017000800002>.
- MARTINS, K.V.; DOURADO-NETO, D.; REICHARDT, K.; FAVARIN, J.L.; SARTORI, F.F.; FELISBERTO, G.; MELLO, S.C. Maize dry matter production and macronutrient extraction model as a new approach for fertilizer rate estimation. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, v.89, p.705-716, 2016. Suppl. 1. DOI: <https://doi.org/10.1590/0001-3765201720160525>.
- MENEZES, J.F.S.; BERTI, M.P. da S.; VIEIRA JUNIOR, V.D.; RIBEIRO, R. de L.; BERTI, C.L.F. Extração e exportação de nitrogênio, fósforo e potássio pelo milho adubado com dejetos suínos. *Revista de Agricultura Neotropical*, v.5, p.55-59, 2018. DOI: <https://doi.org/10.32404/rea.n.v5i3.1645>.
- MILHO. Acompanhamento da Safra Brasileira [de] Grãos: safra 2021/22: décimo segundo levantamento, v.9, n.12, 2022, p.50-62, 2022. Available at: <<https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/graos/boletim-da-safra-de-graos?start=20>>. Accessed on: Mar. 30 2022.
- PRADO, T.K.L. do; MUNIZ, J.A.; SAVIAN, TV.; SÁFADI, T. Ajuste do modelo logístico na descrição do crescimento de frutos de coqueiro anão por meio de algoritmos iterativos MCMC. *Revista Brasileira de Biometria*, v.31, p.216-232, 2013.
- R CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2021.
- RIBEIRO, T.D.; SAVIAN, TV.; FERNANDES, T.J.; MUNIZ, J.A. The use of the nonlinear models in the growth of pears of 'Shinseiki' cultivar. *Ciência Rural*, v.48, e20161097, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1590/0103-8478cr20161097>.
- SILVA, C.G.M.; RESENDE, Á.V. de; MARTÍNEZ GUTIÉRREZ, A.; MOREIRA, S.G.; BORGHI, E.; ALMEIDA, G.O. Macronutrient uptake and export in transgenic corn under two levels of fertilization. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v.53, p.1363-1372, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0100-204X2018001200009>.
- SILVA, E.M. da; FRUHAUF, A.C.; SILVA, E.M.; MUNIZ, J.A.; FERNANDES, T.J.; SILVA, V.F. da. Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of 'green dwarf' coconut fruits. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v.43, e-726, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1590/0100-29452021726>.
- SOARES, E.R.; COUTINHO, E.L.M.; RAMOS, S.B.; SILVA, M.S. da; BARBOSA, J.C. Acúmulo de matéria seca e macronutrientes por cultivares de sorgo sacarino. *Semina: Ciências Agrárias*, v.35, p.3015-3030, 2014. DOI: <https://doi.org/10.5433/1679-0359.2014v35n6p3015>.
- SOUZA, A.E. de; REIS, J.G.M. dos; RAYMUNDO, J.C.; PINTO, R.S. de. Estudo da produção do milho no Brasil: regiões produtoras, exportação e perspectivas. *South American Development Society Journal*, v.4, p.182-194, 2018. DOI: <http://doi.org/10.24325/issn.2446-5763.v4i11p182-194>.
- VITTI, G.C.; MIRA, A.B. de. *Adubação do milho para qualidade e produtividade*. Israel: International Potash Institute, 2020. (Boletim IPI, nº 23).
- WOLI, K.P.; SAWYER, J.E.; BOYER, M.J.; ABENDROTH, L.J.; ELMORE, R.W. Corn era hybrid dry matter and macronutrient accumulation across development stages. *Agronomy Journal*, v.109, p.751-761, 2017. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2016.08.0474>.

**ARTIGO 2: “Adjustment of nonlinear models for the description of macronutrient accumulation in maize hybrids”.**

Em avaliação na revista Spanish Journal of Agriculture Research

Norma do periódico (versão preliminar)

## **Adjustment of nonlinear models for the description of macronutrient accumulation in maize hybrids**

Isolina Aparecida Vilas Bôas<sup>(1)</sup>, Felipe Augusto Fernandes<sup>(1)</sup>, Tales Jesus Fernandes<sup>(1)</sup>  
Adrielle Aparecida Pereira<sup>(2)</sup>, Joel Augusto Muniz<sup>(1)</sup>.

(1) Institute of Exact and Technological Sciences, Federal University of Lavras (UFLA),  
Department of Statistics, University Campus, PO Box 3037, CEP 37200-900 Lavras,  
MG, Brazil.

(2) Institute of Applied Social Sciences (ICSA), Federal University of Alfenas (UNIFAL),  
Varginha campus, 37048-395, Varginha, MG, Brazil.

E-mail: linavilasboas@gmail.com, fernandesfelipe@gmail.com, tales.jfernandes@ufla.br,  
adrielleapvga@gmail.com, joamuniz@ufla.br

### **Abstract**

Worldwide, maize is characterized by high production and a strong increase in exports in recent years. Ensuring a quality harvest is particularly important because maize production has a great influence on the world economy. Analysing factors that contribute to the efficiency of maize production is extremely important because these analyses provide information that assists in improving crop management. One of the important factors to analyse is the accumulation of macronutrients in the plant, the quantification of which is important for fertilization planning and nutrient balance, which support proper plant development and the production of quality grains. Macronutrients are essential for plants, are needed in large amounts, and include nitrogen, phosphorus, potassium, calcium, magnesium and sulfur. The present study aimed to analyse nonlinear models used to describe the macronutrient accumulation curve in maize hybrids throughout different phenological stages. For the selection of models, the following fit evaluators were used: adjusted coefficient of determination, residual standard deviation and Akaike's information criterion and Bayesian information criterion. The Brody, Gompertz, logistic, Meloun I, Meloun II, Michaelis–Menten, modified Michaelis–Menten, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy and Weibull nonlinear models were used. The least squares method and the Gauss–Newton convergence algorithm were used to estimate the parameters. The Gompertz, logistic, Meloun I, Michaelis–Menten, von Bertalanffy and Weibull models were considered appropriate to estimate the macronutrient accumulation in the evaluated maize hybrids. However, based on the quality of fit evaluators, the Gompertz model was the one that best fit the data for the accumulation of nitrogen in the GNZ2004 hybrid and sulfur in the P30F33 hybrid. The logistic model best fit the data for the accumulation of phosphorus, potassium, calcium and magnesium in both hybrids as well as the accumulation of sulfur in the GNZ2004 hybrid. The Meloun I model best fit the data for the nitrogen accumulation in the P30F33 hybrid. The estimated values for the accumulation of nitrogen, phosphorus, potassium, calcium, magnesium and sulfur were 546.00 and 553.10, 116.27 and 96.21, 299.75 and 300.71,

60.19 and 58.30, 62.90 and 39.17, 28.93 and 24.32 kg.ha<sup>-1</sup> for GNZ2004 and P30F33, respectively.

**keywords:** *Zea mays*; nutrients; modeling; nonlinear regression.

## Introduction

Corn (*Zea mays* L.) is a food that is present in many cultures and civilizations and is one of the best-selling grains in the world. It is a cereal of great economic importance and has a great influence on the family farming system, as it requires labour from planting to harvesting (Wang and Hu, 2021).

According to the United States Department of Agriculture (USDA) (2023), Brazil is the third largest corn producer in the world, behind only the United States and China. A study by the Brazilian Agricultural Research Corporation (EMBRAPA; 2021) based on data from the Food and Agriculture Organization (FAO) of the United Nations indicates that Brazil is the second largest corn exporter in the world.

Corn production in Brazil is characterized by two planting seasons: the summer crop and the off-season crop. The summer maize crop is planted between October and December, while the off-season maize crop can be cultivated between January and April. Off-season planting has significantly contributed to the increase in maize production in Brazil, with production in the country in 2022 reaching approximately 25 million tons for the summer crop and approximately 85 million tons for the off-season crop (IBGE; CONAB, 2022).

One of the factors that contributes to the productivity of this crop, supporting new production records and greater profitability, is appropriate nutritional management. Nutrients are essential elements that plants use for germination, healthy growth and reproduction (Oliveira, Castro and Oliveira, 2015). These nutrients are divided into two groups: macronutrients and micronutrients. Macronutrients are used in large amounts, while micronutrients are used in smaller amounts (Reetz, 2017).

Corn has very nutrient demands, and the accumulation of these nutrients is important for its development and production. Knowledge about this accumulation of nutrients can help in making decisions about the appropriate management of crops, such as the application of fertilizers, monitoring of the nutritional status of plants and the correction of nutrient deficiencies and excesses (Ray *et al.* 2020).

Nonlinear regression models have been shown to be suitable for studying nutrient accumulation curves in different crops. The advantage of these models is that they present parameters with biological interpretations, such as the maximum value of the variable in question and the growth velocity. These models allow a reduction in information about nutrient accumulation by plant development stage into a smaller number of parameters with practical interpretations, facilitating the understanding of the phenomenon being studied (Fernandes *et al.* 2022).

Such models have already been successfully used in other studies of the growth of plant species. Santos *et al.* (2023) used a logistic model to evaluate ammonia losses by volatilization in a maize crop; Fernandes *et al.* (2022) evaluated the growth of coffee fruits using nonlinear models and Bayesian inference; Fruhauf *et al.* (2022) used a third-degree polynomial model and the nonlinear Gompertz and logistic models to describe the heights of common bean plants; and Silva *et al.* (2021) modelled fruit growth data of the green dwarf coconut palm with the Gompertz and logistic models. Jane *et al.* (2020) used the Brody, Gompertz, logistic and von Bertalanffy models to describe the height and diameter of sugarcane, and Silva *et al.* (2020a) described the growth of blackberry fruits by the double Gompertz and double logarithmic models.

According to Fruhauf *et al.* (2022), although nonlinear models allow the researcher a broader perspective on plant growth, the difficulty associated with the adjustment and convergence of these models causes some researchers to choose linear models. The main advantages of nonlinear models are parsimony, interpretability and prediction ability (Bates and Watts, 2007). The final advantage of using nonlinear models is that their predictions tend to be more robust than competing polynomial models, especially outside the range of the observed data (Archontoulis and Miguel, 2015).

In view of these findings and the absence of this type of study in the literature for maize, this study aimed to study the fits of the Brody, Gompertz, logistic, Meloun I, Meloun II, Michaelis–Menten, modified Michaelis–Menten, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy and Weibull models to the growth and development curve data of maize based on the accumulation of nitrogen, phosphorus, potassium, calcium, magnesium and sulfur in the different phenological stages observed in one experiment with two maize hybrids.



## Material and Methods

The data were adapted from an experiment that evaluated the accumulation of nitrogen (N), phosphorus (P), potassium (K), calcium (Ca), magnesium (Mg) and sulfur (S) in the aerial part of two maize hybrids (Borges, 2006). The experiment was installed in a split-plot randomized block design with four replications. The factor levels were the two corn hybrids (GNZ2004 and P30F33) in the plots and eleven phenological stages in the subplots. The variable used was the accumulation of each macronutrient ( $\text{kg ha}^{-1}$ ), measured for each phenological stage, comprising days after emergence until the final stage of the crop cycle.

The classification system of the phenological stages (EF) of the maize crop considered consists of 11 stages of crop development, numbered 0 to 10, which represent the initial stage of sowing until physiological maturity. The stages include seedling emergence, fully expanded plants with 4, 8 and 12 leaves, emission of the tassel, flowering and pollination, receipt of milky and pasty grains, beginning of “tooth” formation, hard grains and, finally, physiological maturity.

The accumulation data for each macronutrient were fitted to the nonlinear models, whose equations are presented in Table 1.

**Table 1.** Nonlinear equation adjusted to the macronutrients accumulation data of the corn hybrids GNZ2004 and P30F33 (continued)

Model	Equation
Brody	$y_i = \beta_1(1 - \beta_2 e^{-\beta_3 x_i}) + \varepsilon_i$
Gompertz	$y_i = \beta_1 e^{(-e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)})} + \varepsilon_i$
Logistic	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)})} + \varepsilon_i$
Meloun I	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$
Meloun II	$y_i = \beta_1 - e^{(-\beta_2 - \beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$
Michaelis-Menten	$y_i = \frac{\beta_2 \beta_3^{\beta_4} + \beta_1 x_i^{\beta_4}}{\beta_3^{\beta_4} + x_i^{\beta_4}} + \varepsilon_i$
modified Michaelis–Menten,	$y_i = \frac{\beta_1 x_i}{x_i + \beta_2} + \varepsilon_i$
Mitscherich	$y_i = \beta_1(1 - e^{(\beta_3 \beta_2 - \beta_3 x_i)}) + \varepsilon_i$

**Table 1.** Nonlinear equation adjusted to the macronutrients accumulation data of the corn hybrids GNZ2004 and P30F33 (conclusion)

Models	Equations
Richards	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + e^{(\beta_2 - \beta_3 x_i)})^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon_i$
Schnut	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + \beta_4 e^{(\beta_3 \beta_2 - x_i)})^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon_i$
von Bertalanffy	$y_i = \beta_1 \left( \frac{1 - e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$
Weibull	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-e^{\beta_3 x_i \beta_4})} + \varepsilon_i$

According to the parameterization of the equations presented in Table 1, the parameter  $\beta_1$  represents the asymptote of the model, that is, the stabilization value of the dependent variable with respect to time; the parameter  $\beta_3$  represents the expansion rate or growth velocity; and  $\varepsilon_i$  is the experimental error with zero mean and variance of  $\sigma^2$ . The models that present the parameter  $\beta_4$  have a variable inflection point, the location of which is determined by the parameter in question. The other models either have a fixed inflection point or do not, as is the case with the Brody and Michaelis–Menten models. In general, there is no biological interpretation for parameter  $\beta_2$ , which is the location parameter, corresponding to a constant of integration; the exception is the Michaelis–Menten model, in which this parameter represents the 'half-life', i.e., the period over which half of the maximum accumulation that is achieved in the growth of the maize plant is reached.

The estimation of the parameters was performed by finding the means of least squares, using the interactive Gauss–Newton method to obtain the convergence after determining the initial values for the estimation of the parameters. Subsequently, statistical tests were performed to analyse the residuals. The Shapiro–Wilk test was used to verify the normality of the residuals. To analyse the Breusch-Pagan homogeneity and to verify the residual independence, the Durbin-Watson test was used at a 5% significance level.

The quality of the models was assessed using the following criteria: adjusted coefficient of determination ( $R_{adj}^2$ ); residual standard deviation (RSD), Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC).

The model that best fits the data is the one with the highest  $R_{adj}^2$  and lowest values for RPD, AIC and Bates Watts curvatures. R statistical software (A Language and Environment for Statistical Computing, 2023) was used for these analyses, along with the nlme, car, lmtest and qpcR packages, which are available for parameter estimation, performing statistical tests and creating graphs.

## Results

After fitting the 12 models to the N, P, K, Ca, Mg and S accumulation data of the GNZ2004 and P30F33 maize hybrids, 144 equations were obtained. However, despite efforts to diversify the initial values, the Gauss–Newton method did not converge to fit the Brody, Meloun II, modified Michaelis–Menten, Mitscherlich, Richards, and Schnute models for any of the macronutrients considered. This suggests that these models are not adequate to describe the pattern of macronutrient accumulation in these hybrids.

The parameters for the Gompertz, logistic, Meloun I, Michaelis–Menten, von Bertalanffy and Weibull models were estimated for each maize hybrid. Table 2 shows the residue analysis performed by the Shapiro–Wilk (SW), Breusch–Pagan (BP) and Durbin–Watson (DW) tests, considering a significance level of 5% (Tabela 2).

Table 3 presents the evaluators of goodness of fit for the models under study. This table presents the values of the adjusted coefficient of determination ( $R_{adj}^2$ ), residual standard deviation (RSD), Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC)

Table 4 presents the estimates of the parameters based on the fit of the models that converged to measure the accumulation of N, P, K, Ca, Mg and S in the maize hybrids under study. All the estimated parameters were significant at the 5% significance level. In all the tables, the parameter  $\beta_1$  of the models presented corresponds to the asymptotic accumulated weight of macronutrients in the aerial part of the maize hybrids in relation to the days after emergence (DAE) and phenological stages (EF).

The graphical illustrations of the growth curve of the models fitted to the N, P, K, Ca, Mg and S nutrient accumulation data for the GNZ2004 and P30F33 hybrids are shown in Figures 1, 2, 3, 4, 5 and 6.

**Table 2** - Shapiro–Wilk, Durbin-Watson and Breusch–Pagan tests, with the respective p values, applied to the residuals of the fitted models.

Nutrients	Hybrids	Models	Shapiro - Wilk	Durbin - Watson	Breusch - Pagan
Nitrogen (N)	GNZ2004	Gompertz	0.121	0.672	0.383
		logistic	0.090	0,882	0.568
	P30F33	Gompertz	0.104	0.938	0.266
		logistic	0.101	0.350	0.259
		Meloni Michaelis Menten	0.419	0.250	0.391
		Weibull	0.363	0.740	0.438
Phosphor (P)	GNZ2004	Weibull	0.419	0.458	0.406
		logistic	0.879	0.280	0.210
	P30F33	Weibull	0.926	0.978	0.540
		Gompertz	0.823	0.808	0.934
		logistic	0.716	0.854	0.708
		Weibull	0.85	0.360	0.855
Potassium (K)	GNZ2004	logistic	0.873	0.446	0.179
	P30F33	logistic	0.861	0.127	0.466
Calcium (Ca)	GNZ2004	Gompertz	0.864	0.478	0.105
		logistic	0.458	0.600	0.094
		von Bertalanffy	0.911	0.460	0.125
		Weibull	0.698	0.264	0.162
	P30F33	Gompertz	0.838	0,024*	0,687
		logistic	0.816	0,020*	0,746
		von Bertalanffy	0.932	0,018*	0,819
		Weibull	0.928	0,756	0,253
Magnesium (Mg)	GNZ2004	logistic	0.788	0.702	0.089
	P30F33	Gompertz	0.121	0.204	0.174
		logistic	0.711	0.270	0.068
	GNZ2004	logistic	0.551	0.921	0.362
Sulfur (S)	P30F33	Gompertz	0.179	0.292	0.670
		von Bertalanffy	0.248	0.240	0.648

**Table 3** - Evaluators of the goodness of fit of the Gompertz, logistic, Meloun I, Michaelis–Menten, von Bertalanffy and Weibull models to measure the accumulation of N, P, K, Ca, Mg and S in the corn hybrids GNZ2004 and P30F33 relative to the number of days after the beginning of the phenological cycle.

Nutrients	Híbridos	Modelos	$R_{adj}^2$	DPR	AIC	BIC	
Nitrogen (N)	GNZ2004	Gompertz	0.94	26.69	110.43	112.03	
		logistic	0.94	27.53	111.24	112.71	
	P30F33	Gompertz				101.38	102.97
		logistic	0.96	19.78	104.50	106.09	
		Melou I	0.97	20.32	99.45	101.04	
		Michaelis Mentem	0.97	16.2	102.98	104.17	
		Weibull	0.94	21.97	101.07	103.06	
	Phosphor (P)	GNZ2004	logistic	0.92	8.86	83.30	85.57
			Weibull	0.9	9.30	85.31	87.29
P30F33		Gompertz	0.98	3.56	63.66	65.25	
		logistic	0.98	3.29	61.90	63.49	
	Weibull	0.98	3.80	65.60	67.69		
Potassium (K)	GNZ2004	logistic	0.72	50.35	121.92	123.52	
	P30F33	logistic	0.97	817.08	96.43	98.02	
Calcium (Ca)	GNZ2004	Gompertz	0.90	6.66	77.44	79.03	
		logistic	0.90	6.56	77.09	78.69	
		von Bertalanffy	0.90	6.73	77.66	79.26	
		Weibull	0.90	6.95	78.90	80.89	
	P30F33	Gompertz	0.89	6.52	77.50	74.06	
		logistic	0.91	6.12	76.65	71.83	
		von Bertalanffy	0.89	6.70	77.75	73.79	
		Weibull	0.90	6.48	78.24	71.92	
Magnesium (Mg)	GNZ2004	logistic	0.90	5.68	73.93	75.51	
	P30F33	Gompertz	0.93	3.57	63.71	65.9	
		logistic	0.94	3.33	62.18	63.77	
Sulfur (S)	P30F33	logistic	0.98	1.17	39.09	40.69	
	GNZ2004	logistic	0.98	1.17	39.09	40.69	
	P30F33	Gompertz	0.90	2.89	59.06	60.66	
		von Bertalanffy	0.86	2.69	57.47	61.25	

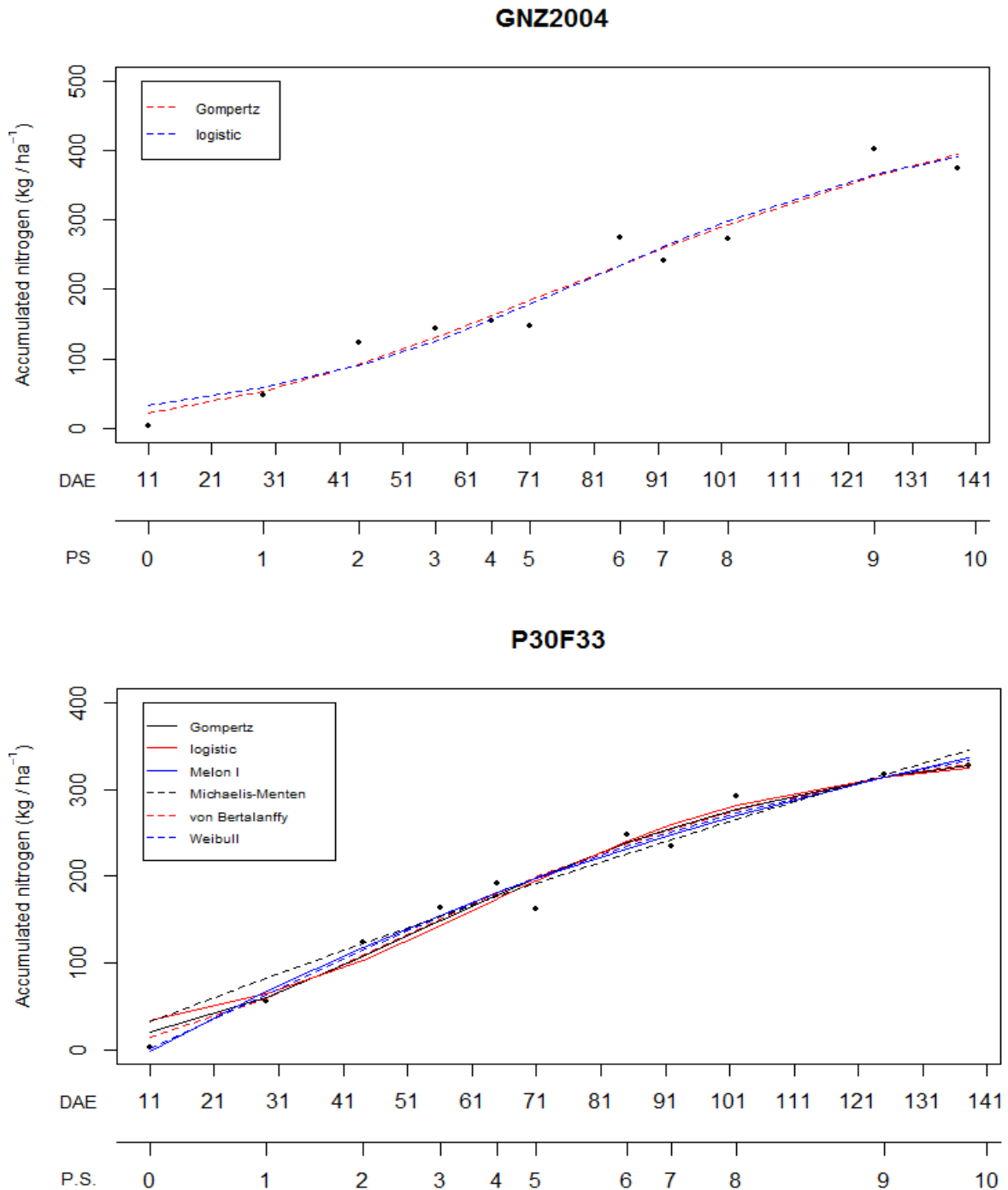
\* significativo ao nível de 5% de probabilidade

**Table 4** - Parameters estimated with AR(1), when necessary, for the Gompertz, logistic, Meloun I, Michaelis–Menten, Michaelis–Menten, von Bertalanffy and Weibull models based on the data from the growth and development curve of the maize plant, based on the accumulation of N, P, K, Ca, Mg and S (kg ha<sup>-1</sup>) in the aerial part of the maize hybrids GNZ2004 and P30F33, in relation to the days after the beginning of the phenological cycle.

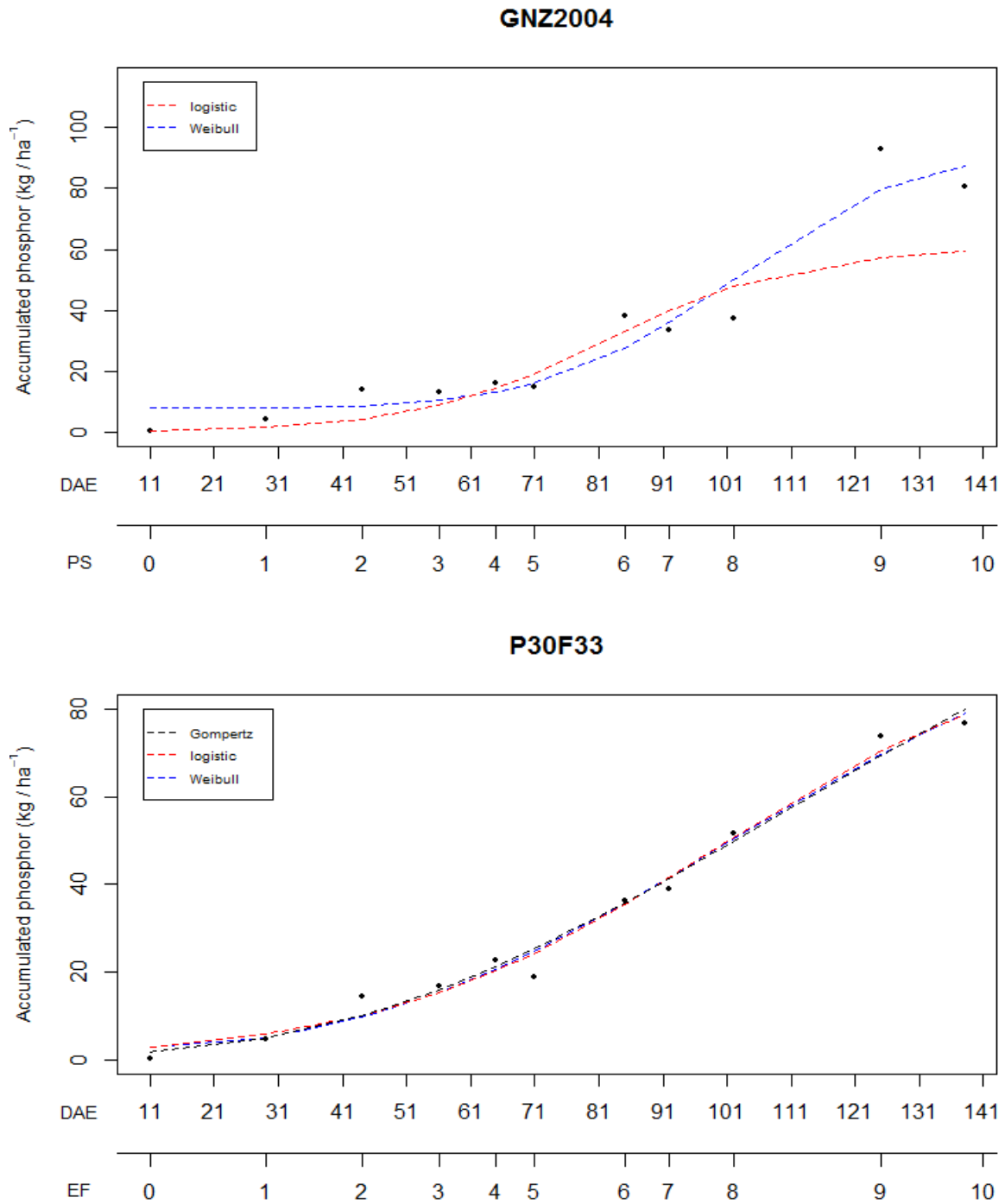
Nutrients	Hybrids	Models	Parameters				
			$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\varphi$
Nitrogen (N)	GNZ2004	Gompertz	546.00	75.72	0.02	-	-
	P30F33	Melou I	553.10	60.29	0.01	-	-
Phosphor (P)	GNZ2004	logistic	116.27	109.60	0.04	-	-
	P30F33	logistic	96.21	99.06	0.04	-	-
Potassium (K)	GNZ2004	logistic	299.75	63.70	0.04	-	-
	P30F33	logistic	300.71	66.84	0.03	-	-
Calcium (Ca)	GNZ2004	logistic	60.19	61.97	0.05	-	-
	P30F33	logistic	58.30	63.43	0.06	-	0.30
Magnesium (Mg)	GNZ2004	logistic	62.90	101.71	0.03	-	-
	P30F33	logistic	39.17	76.50	0.05	-	-
Sulfur (S)	GNZ2004	logistic	28.93	73.55	0.04	-	-
	P30F33	Gompertz	24.32	57.30	0.03	-	-

The graphical illustrations of the growth curve of the models fitted to the N, P, K, Ca, Mg and S nutrient accumulation data for the GNZ2004 and P30F33 hybrids are shown in Figures 1, 2, 3, 4, 5 and 6.

**Figure 1-** Fit of the Gompertz logistic model used to describe N accumulation in the GNZ2004 hybrid and fit of the Gompertz logistic, Meloun I, Michaelis–Menten, von Bertalanffy and Weibull models used to describe N accumulation in the P30F33 hybrid.

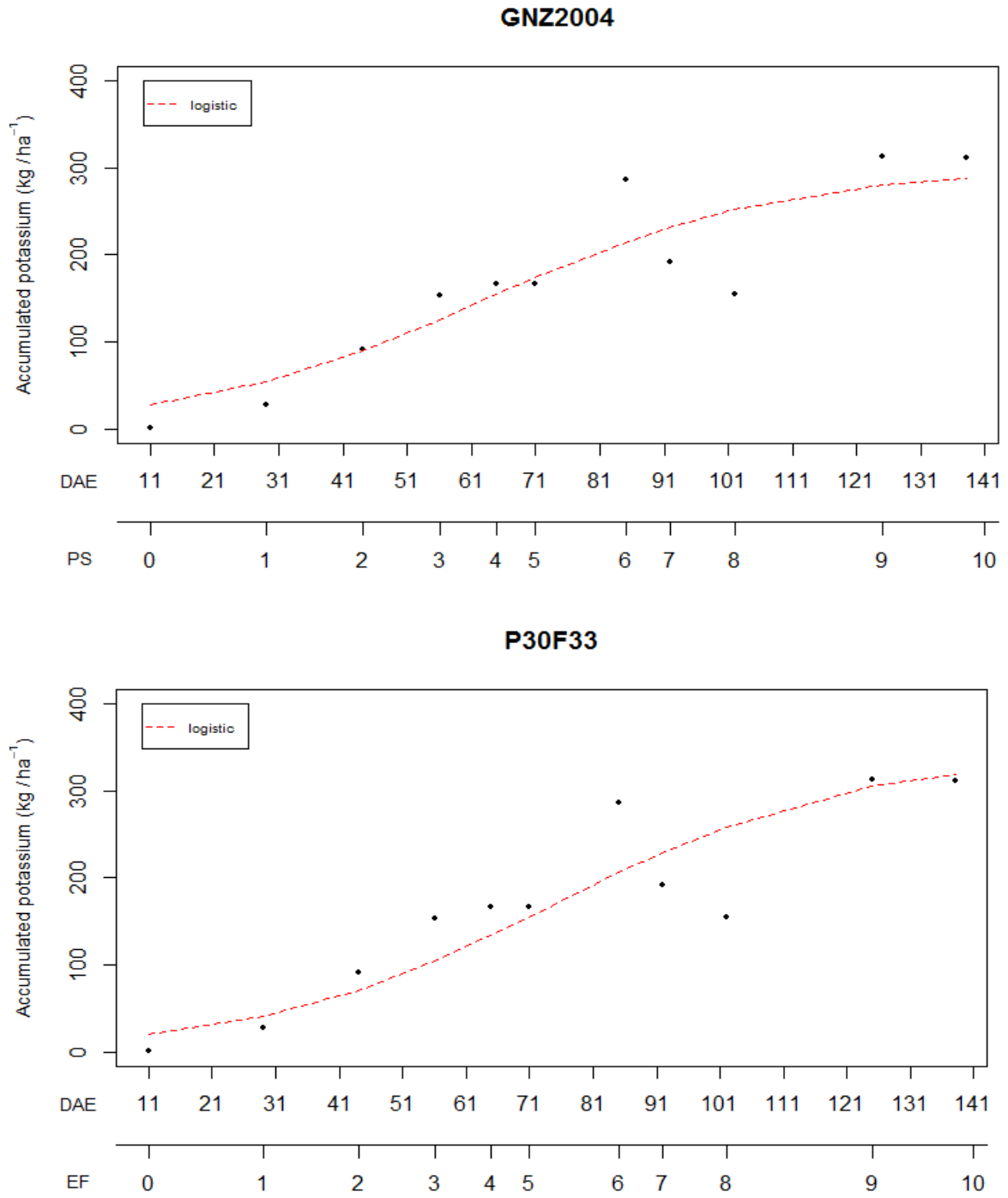


**Figure 2** – Fit of the logistic and Weibull models used to describe P accumulation in the GNZ2004 hybrid and fit the Gompertz, logistic and Weibull models used to describe P accumulation in the P30F33 hybrid.

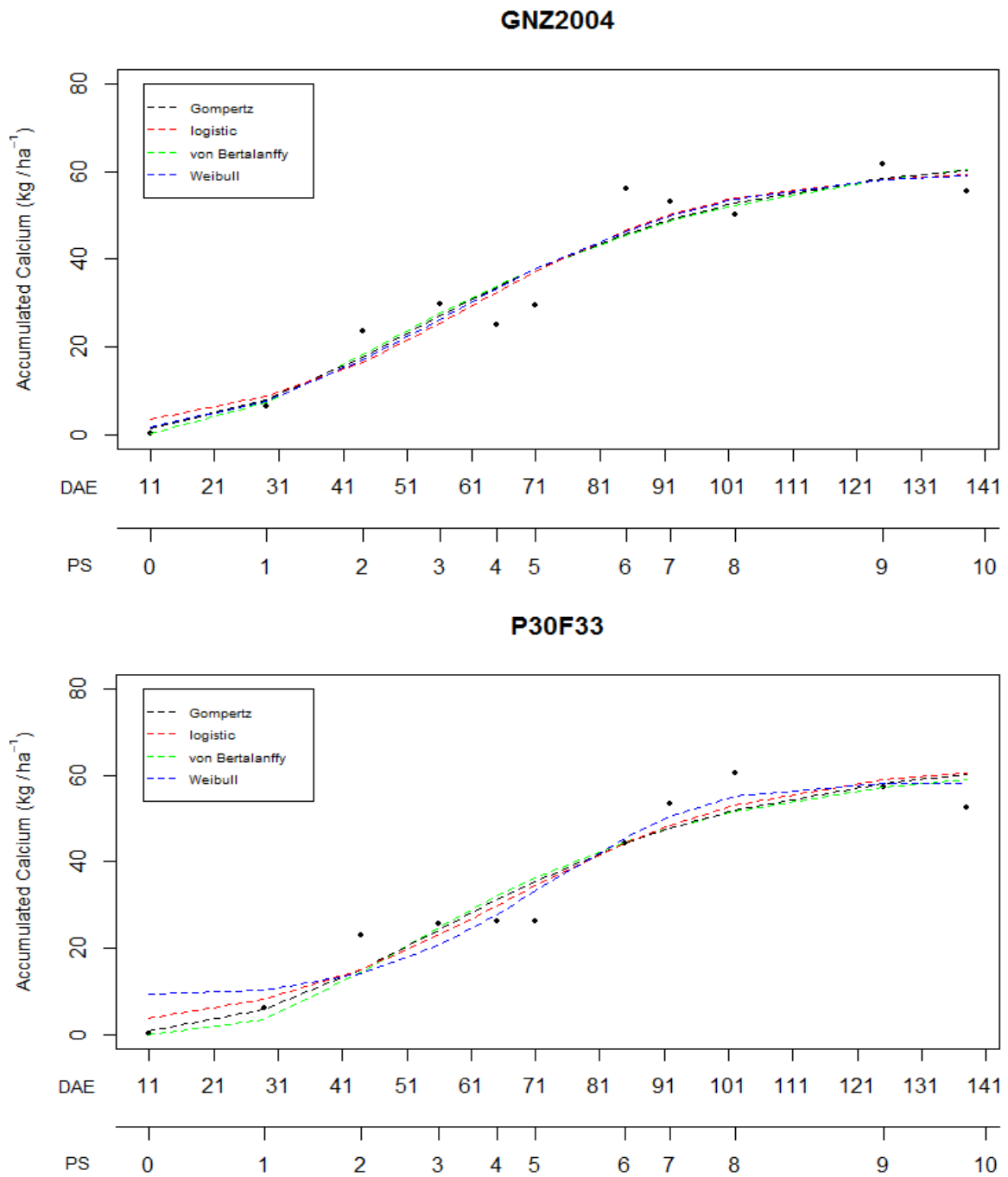




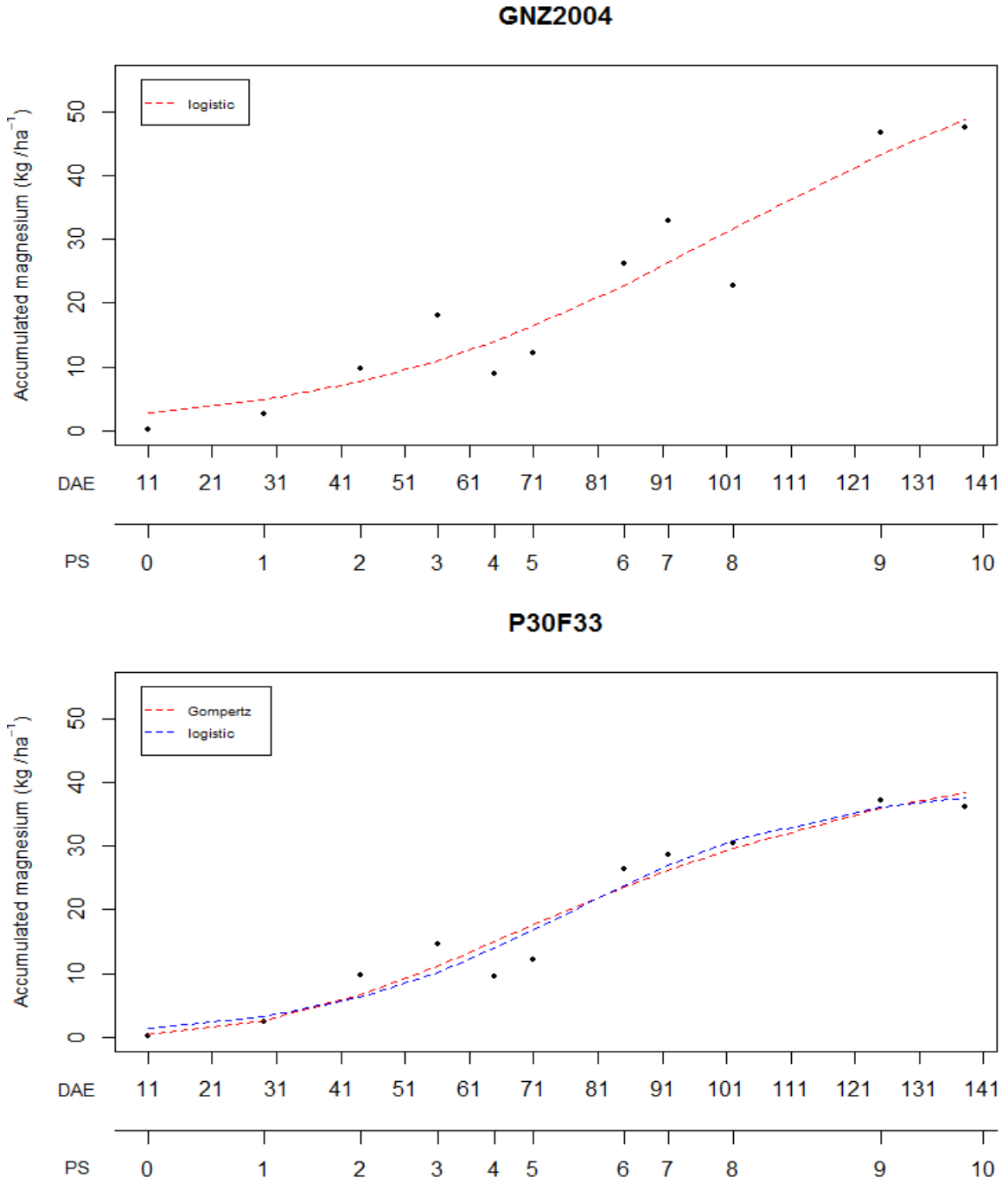
**Figure 3** – Fit of the logistic model used to describe K accumulation in the GNZ2004 P30F33 hybrids.



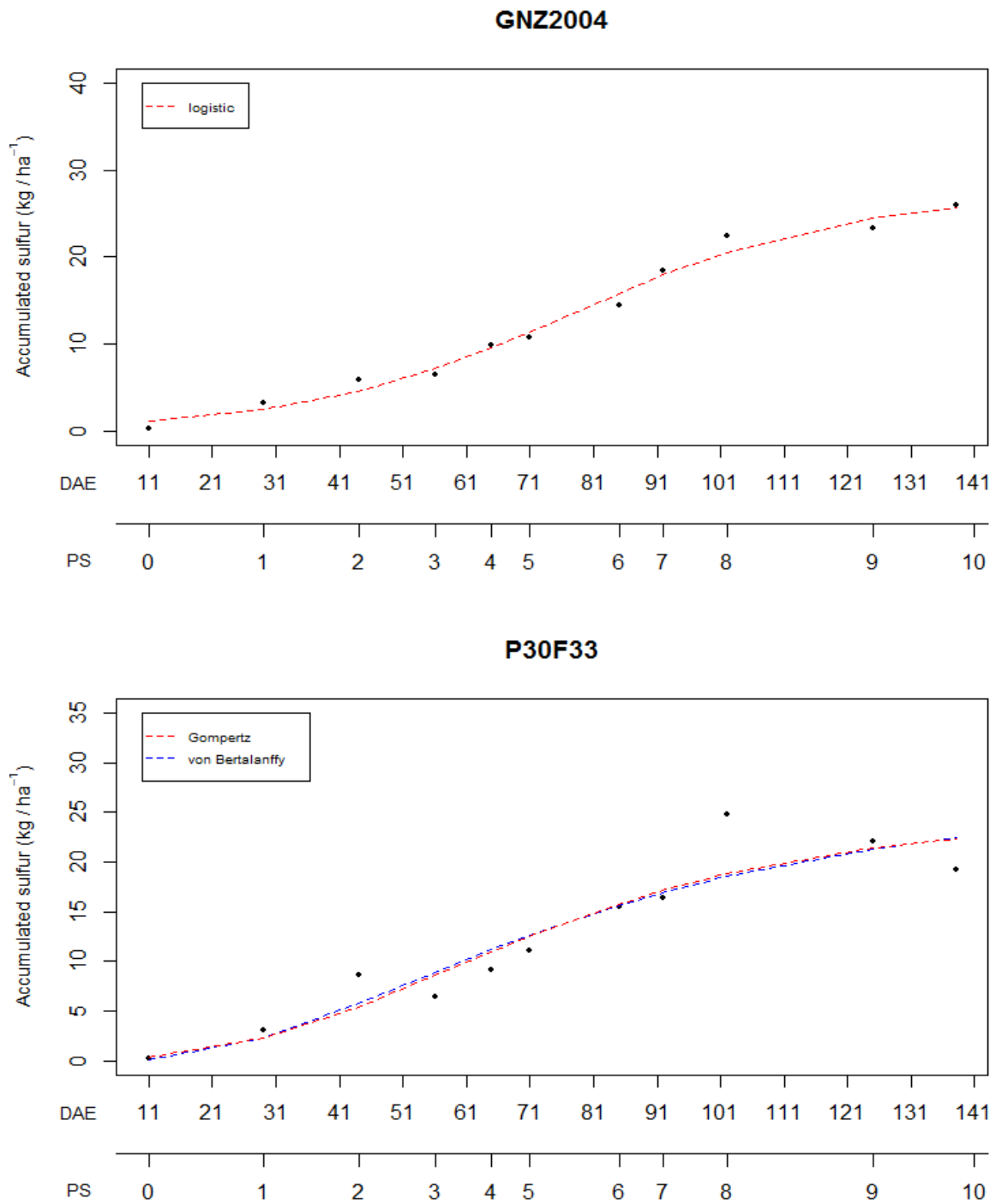
**Figure 4** – Fit of the Gompertz, logistic, von Bertalanffy and Weibull models used to describe Ca accumulation in the GNZ2004 and P30F33 hybrids.



**Figure 5** – Fit of the logistic model used to describe Mg accumulation in the GNZ2004 hybrid and fit of the Gompertz and logistic models used to describe Mg accumulation in the P30F33 hybrid.



**Figure 6** – Fit of the logistic model to describe S accumulation in the GNZ2004 hybrid and fit of the Gompertz and von Bertalanffy models to describe S accumulation in the P30F33 hybrid.



## Discussion

The results of the residuals tests indicated normality of residues, homogeneity of variance and independence of residues at the 5% significance level ( $p$  value  $> 0.05$ ) for the accumulation of N, P, K, Mg and S nutrients in both hybrids and Ca only for the GNZ2004 hybrid. Thus, the estimates obtained are reliable, and the inferences made based on these parameters are valid since the assumptions about the error vector were met.

For Ca accumulation in the P30F33 hybrid, the DW test showed that the assumption of residual independence was not met for any of the adjustments ( $p$  value  $< 0.05$ ). In view of the residual dependence, the adjustment was performed using the generalized least squares method, incorporating the autoregressive parameter ( $\varphi$ ) first-order AR(1). According to Silva *et al.* (2021), although the addition of the parameter AR(1) does not guarantee more precise estimates, it is reasonable to include it in the model since the assumption of residual independence was not satisfied.

After the inclusion of the autoregressive parameter ( $\varphi$ ) first-order AR (1), the parameters were re-estimated, and a new residual analysis was performed; the results showed that the values of all tests were not significant, indicating independent residuals.

Upon examining the data in Table 3, it is evident that the evaluation of the goodness of fit criteria revealed that the logistic model was the one that best fit the data for P, K, Ca and Mg accumulation of the two maize hybrids analysed as well as the S accumulation of the hybrid GNZ2004. Although some models had equal  $R_{adj}^2$  values, the logistic model had the lowest values for RSD, AIC and BIC. Harre *et al.* (2020), Lima *et al.* (2019) and Jeke, Zvomuya and Ross (2016) also had satisfactory results using the logistic model to describe the accumulation of nutrients in other crops.

On the other hand, the evaluators indicated that the Gompertz model was the most suitable to describe the accumulation of N in the GNZ2004 hybrid and S in the P30F33 hybrid. Finally, for N accumulation in the P30F33 maize hybrid, the Meloun I model was the most suitable.

In all the tables, the parameter  $\beta_1$  of the models presented corresponds to the asymptotic accumulated weight of macronutrients in the corn hybrids in relation to the days after emergence (DAE) and phenological stages (PS).

When estimating the parameter  $\beta_1$ , which is representative of maximum accumulation, the estimates of this parameter in the two models for the two hybrids show values that are higher

than those reported by Santos *et al.* (2021), Li *et al.* (2019) who obtained values of 8 kg ha<sup>-1</sup> and 200 kg ha<sup>-1</sup>, respectively.

The estimates for the maximum value of P accumulation are close to those found by Zangh *et al.* (2022) in an experiment with a representative modern maize cultivar in the selected soil and by Ray *et al.* (2020) in a study with the maize cultivars P3522, P3396 and Rajkumar, where the maximum value of accumulated P was 119, 33; 89, 9; 94,2 and 85, 2 kg ha<sup>-1</sup>, respectively.

For K accumulation, it was observed that the values presented are considerably higher for the parameter than the values recorded by Santos *et al.* (2021) and Woli *et al.* (2018), 190 kg ha<sup>-1</sup> and 160 kg ha<sup>-1</sup>, respectively.

The amounts of Ca were similar to those reported by Santos *et al.* (2021) and Lange *et al.* (2021), who obtained values of 64.4 kg kg ha<sup>-1</sup>; 50.40 kg ha<sup>-1</sup>, respectively.

The estimated values for the maximum accumulation of Mg were lower than the values found in the studies carried out by Santos *et al.* (2021) and Gurgel *et al.* (2015), who obtained values of 84.7 kg ha<sup>-1</sup> and 70.22 kg ha<sup>-1</sup>, respectively. It was observed that the models showed S values for the parameter which were considerably close to the values recorded by Santos *et al.* (2021) and Gurgel *et al.* (2015), 21 and 26.06 kg ha<sup>-1</sup>, respectively.

In this study, the maximum accumulation values for N, P and Mg were different to those found in the literature, but according to Wolli *et al.* (2018), these differences in the accumulation of nutrients in the upper part of the form are easily explained, simply by considering the characteristics of the hybrid under study, climatic conditions, the availability of nutrients in the soil and other environmental factors.

In addition to the parameter  $\beta_1$ , another very important parameter is parameter  $\beta_3$ . This parameter refers to the rate of nutrient accumulation and is an indication of the speed of this accumulation. However, note that the lower this rate is, the greater the accumulated amount, estimated by parameter ( $\beta_1$ ). According to von Bertalanffy (1938), the growth rate of a material decreases as the material grows. That is, the larger the material is, the slower it grows. This relationship in nonlinear growth models is important because it allows the incorporation of parameters that describe growth at different stages of development of the phenomenon under study, accounting for the variation in growth rate.

For nutrients in which more than one model adequately fit the data, the growth curves were similar, except for P accumulation in the GNZ2004 hybrid, for which the curves of the fitted models were significantly different. However, considering the quality of fit evaluators,

we can infer that the Gompertz, logistic and Meloun I models are the most suitable to describe nutrient accumulation in the GNZ2004 and P30F33 maize hybrids.

### Conclusion

Based on the quality of fit evaluators, the Gompertz, logistic and Meloun I models were considered the most appropriate to describe the pattern of macronutrient accumulation at various phenological stages in the maize hybrids studied.

The Brody, Meloun II, Michaelis Menten, Michaelis Menten modified, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy and Weibull models are not adequate to describe the macronutrient accumulation in the GNZ2004 and P30F33 maize hybrids.

### References

- ARCHONTOULIS, S. V.; MIGUEZ, F. E. Nonlinear regression models and applications in agricultural research. **Agronomy Journal**, v. 107, n. 2, p. 445-454, 2015. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2012.0506>
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and Its applications**. 2. ed. Hoboken: Wiley-Interscience, 2007. 392 p.
- BERTALANFFY, L. von. A quantitative theory of organic growth (inquiries on growth laws II). *Human Biology*, v. 10, p. 181-213, 1938.
- BORGES, I. D. Marcha de absorção de nutrientes e acúmulo de matéria seca em milho. 2006. Tese (Doutorado em Fitotecnia) - Universidade federal de Lavras, Lavras, 2006.
- CONAB – COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. Acompanhamento da safra brasileira de grãos, Brasília, DF, v.10, safra 2022/2023, n.9, junho 2023. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/info-agro/safra/gaos/boletim-da-safra-de-graos>>. Acesso em: 04 jul. 2023.
- EMBRAPA- Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/doc/1150188/1/Documentos-272-Cultivares-de-milho-para-safra-2022-2023.pdf>>. Acesso em: 04 jul. 2023.
- FERNANDES, T. J.; PEREIRA, A. A.; BUENO FILHO, J. S. de S.; MUNIZ, J. A. Bayesian estimation of nonlinear models parameters in the description of growth coffee fruits. **Brazilian Journal of Biometrics**, v. 40, p. 393-406, 2022. Doi: 10.28951/ bjb. v40 .i4.623.
- FRÜHAUF, A. C.; SILVA, E. M.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Predicting height growth in bean plants using non-linear and polynomial models. **Revista Agrogeoambiental**, v. 13, p. 488-497, 2022. DOI: <https://doi.org/10.18406/2316-1817v13n320211625>

GURGEL, M. N. do A.; CORREA, S. T. R.; DOURADO NETO, D.; PAULA JÚNIOR, D. R. de. Tecnologia para o reaproveitamento de resíduos da agroindústria canavieira como fertilizante organomineral granulado. **Engenharia Agrícola**, v. 35, n. 1, p. 63-75, jan./fev. 2015. DOI: 10.1590/1809-4430-Eng.Agric.v35n1p63-75/2015.

HARRE, N. T.; YOUNG, B. G. Early-season nutrient competition between weeds and soybean. **Journal of Plant Nutrition**, v. 43, n. 13, p. 1887-1906, 2020.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Levantamento sistemático da produção agrícola. Disponível em: <https://agenciade noticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/37135-estimativa-de-maio-preve-safra-recorde-de-305-4-milhoes-de-toneladas-em-2023>&gt;. Acesso em: 04 jul. 2023.

JANE, S. A.; FERNANDES, F. A.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane RB92579 variety. **Revista Ciencia Agronomica**, v. 51, p. e20196660, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5935/1806-6690>. 2020

JEKE, N. N.; ZVOMUYA, F.; ROSS, L. Accumulation and partitioning of biomass, nutrients, and trace elements in switchgrass for phytoremediation of municipal biosolids. **International Journal of Phytoremediation**, v. 18, n. 9, p. 892-9, 2016. DOI: 10.1080/15226514.2016.1156634.

LANGE, A.; CAVALLI, E.; SPAZIAN, C. S.; CHAPLA, M. V.; FREDDI, O. da S. Relações cálcio:magnésio e características químicas do solo sob cultivo de soja e milho. **Nativa**, v. 9, n. 3, p. 294-301, 2021. DOI: <https://doi.org/10.31413/nativa.v9i3.11526>

LI, R.; LIU, P.; DONG, S.; ZHANG, J.; ZHAO, B. Increased maize plant population induced leaf senescence, suppressed root growth, nitrogen uptake, and grain yield. **Agronomy Journal**, v. 111, n. 4, p. 1581-1590, 2019. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2018.09.0554>

LIMA, K. P. de; SILVA L. M.; VIEIRA N. M. B.; MORAIS A. R. de; Andrade M. J. B. de. Modelagem não linear da biomassa seca do feijoeiro cv. Jalo. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 359-369, 29 Jul. 2019. ISSN: 2317-08040

OLIVEIRA JÚNIOR, A. de; CASTRO, C. de; OLIVEIRA, F. A. de. Manejo da adubação em sistemas de produção. In: XXI Reunião Nacional de Pesquisa do Girassol; IX Simpósio Nacional sobre Cultura e Girassol. **Embrapa Soja**, Londrina, PR, 2015. Disponível em: [https://www.embrapa.br/documents/1355202/1529289/adilson\\_oliveira\\_jr.pdf/05482232-2160-432c-b3fc-a9a6463ab34a](https://www.embrapa.br/documents/1355202/1529289/adilson_oliveira_jr.pdf/05482232-2160-432c-b3fc-a9a6463ab34a). Acesso em: 28 nov. 2022.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2023.

RAY, K.; BANERJEE, H.; DUTTA, S.; SARKAR, S.; MURRELL, T. S.; MURRELL, T. S.; MAJUMDAR, K. Macronutrient management effects on nutrient accumulation, partitioning, remobilization, and yield of hybrid maize cultivars. **Frontiers in Plant Science**, v. 11, p. 1307, 2 set. 2020. DOI: <https://doi.org/10.3389/fpls.2020.01307>.

REETZ, H. F. Fertilizantes e o seu uso eficiente. Tradução de Alfredo Scheid Lopes. São Paulo: ANDA, 2017. 178 p. ISBN 979-10-92366-04-4.5678



SANTOS, C.; PINTO, S. I. do C.; GUELFY, D.; ROSA, S. D.; FONSECA, A. B. da; FERNANDES, T. J. ; FERREIRA, R. A.; SATIL, L. B.; NUNES, A. P. P. ; E SILVA, K. P. Corn cropping system and nitrogen fertilizers technologies affect ammonia volatilization in Brazilian tropical soils. **Soil Systems**, v. 7, p. 54, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/soilsystems7020054>.

SANTOS, J. K. F.; CABRAL FILHO, F. R.; BASTOS, A. V. S.; CUNHA, F. N.; TEIXEIRA, M. B.; SILVA, E. C. da.; SANTOS, E. A.; VIDAL, V. M.; MORAIS, W. A.; AVILA, R. G.; SOARES, F. A. L. Acúmulo de matéria seca e nutrientes pelo milho cultivado sob doses de formulados NPK mineral e organomineral. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 5, e35010515126, 2021. DOI: 10.33448/rsd-v10i5.15126

SILVA, E. M. da ; FRÜHAUF, A. C. ; SILVA, E. M. ; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T. J.; SILVA, V.F. da . Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of `green dwarf` coconut fruits. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 43, p. e-726, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1590/0100-29452021726>

SILVA, E. M. da ; TADEU, M. H. ; SILVA, V. F. da ; PIO, R. ; FERNANDES, T. J. ; MUNIZ, J. A. Description of blackberry fruit growth by nonlinear regression models. **Revista Brasileira de Fruticultura** (online), v. 42, p. 1, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1590/0100-29452020177>

SILVA, W da S. e ; FERNANDES, F. A. ; MUNIZ, F. R. ; MUNIZ, J. A.; FERNANDES, T.J. . Eucalyptus grandis X Eucalyptus urophylla growth curve in different site classifications, considering residual autocorrelation. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 39, p. 122-138, 2021. DOI: <https://doi.org/10.2895/rbb.v39i1.511>

USDA - United States Department of Agriculture. Disponível em: <https://www.usda.gov/oce/commodity/wasde/wasde0623.pdf>>. Acesso em: 04 jul 2023.

WATTS, D. G; BATES, D. M. Relative curvature measures of nonlinearity, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B, Methodological*, London, v.42, n.1, p. 1- 25, 1980.

WANG, J.; HU, X. Research on corn production efficiency and influencing factors of typical farms: Based on data from 12 corn-producing countries from 2012 to 2019. **Plos One**, v. 16, n. 7, e0254423, 2021. DOI: 10.1371/journal.pone.0254423.

WOLI, K. P.; SAWYER, J. E.; BOYER, M. J.; ABENDROTH, L. J.; ELMORE, R. W. Corn era hybrid macronutrient and dry matter accumulation in plant components. **Agronomy Journal**, v. 110, n. 5, p. 1648-1658, 2018. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2018.01.0025>

ZHANG, H. Q.; SHEN, R. F.; ZHAO, X. Q. Nitrogen source preference in maize at seedling stage is mainly dependent on growth medium pH. **Agronomy**, v. 12, n. 9, p. 2149, 2022. DOI: <https://doi.org/10.3390/agronomy12092149>

**ARTIGO 3: “Ajuste de modelos não lineares para acúmulo de micronutrientes em híbrido de milho”.**

Norma NBR 6022 (ABNT 2018)

## **Ajuste de modelos não lineares para acúmulo de micronutrientes em híbrido de milho**

Isolina Aparecida Vilas Bôas<sup>(1)</sup>, Felipe Augusto Fernandes<sup>(1)</sup>, Tales Jesus Fernandes<sup>(1)</sup>

Adrielle Aparecida Pereira<sup>(2)</sup>, Joel Augusto Muniz<sup>(1)</sup>.

(2) Universidade Federal de Lavras, Departamento de Estatística, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, Campus Universitário, Caixa Postal 3037, CEP 37200-900 Lavras, MG, Brasil.

(3) Instituto de Ciências Sociais Aplicadas (ICSA), Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL), campus Varginha, 37048-395, Varginha, MG, Brasil.

E-mail: linavilasboas@gmail.com, fernandesfelipe@gmail.com, tales.jfernandes@ufla.br, adrielleapvga@gmail.com, joamuniz@ufla.br

### **Resumo**

O conhecimento das quantidades de nutrientes acumulados pela híbrido de milho nas diferentes fases de desenvolvimento, permite definir as épocas em que os nutrientes essenciais são mais exigidos, contribuindo assim para a programação de adubação adequada para a cultura, diminuindo os custos de produção. Objetivou-se com esse estudo analisar modelos não lineares para descrever a curva de acúmulo de micronutrientes em híbridos de milho no decorrer dos diversos estádios fenológicos. Para a seleção dos modelos, foram utilizados os seguintes avaliadores de ajuste: Coeficiente de determinação ajustado, desvio padrão residual e critério de informação de Akaike e critério de informação bayesiano. Os modelos não lineares utilizados foram Brody, Gompertz, logístico, Meloun I, Meloun II, Michaelis-Menten, Michaelis-Menten modificado, Mitscherlich, Richards, Schnute, von Bertalanffy e Weibull. Para estimação dos parâmetros foram utilizados o método de mínimos quadrados e o algoritmo de convergência de Gauss-Newton. Os modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy foram considerados adequados para ajustar o acúmulo de microutrientes dos híbridos de milho avaliados. No entanto, no modelo logístico foi o que melhor se ajustou ao acúmulo de boro no híbrido GNZ2004, de cobre para os dois híbridos em estudo e de manganês para o híbrido P30F33. O modelo von Bertalanffy foi o que melhor se ajustou ao acúmulo de manganês no híbrido GNZ2004. O ganho máximo de B, Cu, Mn e Zn dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33 foi alcançado nas colheitas realizadas aproximadamente aos 57 e 49, 144 e 154, 66 e 62, 752 e 244 DAE, com 0.023 e 0.020, 0.005 e 0.004, 0.005 e 0.003, 0.00001 e 0.00001 kg ha<sup>-1</sup>, respectivamente.

Palavras chave: Nutrientes, modelagem, regressão não linear.

## **Introdução**

Em 2023, o Brasil superou os Estados Unidos e assumiu a posição de maior exportador de milho (*Zea mays* L.) do mundo, de acordo com os dados do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (USDA), referente a safra 2022/2023. Segundo projeções do USDA, mundialmente as vendas totais giraram em torno de 177, 5 milhões de toneladas. O Brasil repondeu por 32% das exportações mundiais, exportando 56 milhões de toneladas na safra 2022/2023, enquanto os Estados Unidos exportaram 41, 277 toneladas de milho.

Nos últimos anos, a produção de milho para exportação no Brasil, cresceu exponencialmente, resultando em reconhecimento e vantagens significativas para o setor agrícola. Para atender a essa demanda, é essencial desenvolver técnicas de manejo adequadas da cultura, visando garantir alta produtividade.

Compreender os padrões de acúmulo de nutrientes de uma cultura é fundamental para um melhor entendimento dos fatores relacionados a nutrição e conseqüentemente, à adubação. Isso ocorre porque a taxa de crescimento da planta influencia diretamente na absorção de nutrientes (Marschner, 2012).

Na literatura podem ser encontradas diversas pesquisas que analisaram o acúmulo de nutrientes em diferentes culturas. Bashyal *et al.* (2022) estudou o acúmulo de nutrientes em mostarda etiope, Silva *et al.* (2021) analisou o acúmulo de cádmio, silício e nutrientes em plantas de milho, Alam *et al.* (2020) estudou o acúmulo de nutrientes em mudas de citrus, uma importante cultura frutífera em Bangladesh e Ferreira *et al.* (2019), estudou o acúmulo de nutrientes em aceloreiras, dentre outros.

Essas pesquisas utilizaram modelos lineares para o estudo de acúmulo de nutrientes em diferentes cultivares. No entanto, segundo com Jane *et al.* (2020), o crescimento de plantas e seus fatores geralmente seguem uma curva sigmoideal. Nesse contexto, é possível afirmar que os modelos não lineares são mais adequados para descrever os fenômenos que seguem esse padrão. Esses modelos apresentam funções sigmoideais, são parcimoniosos e possuem parâmetros de fácil interpretação, além de apresentarem um menor número de parâmetros facilitando a compreensão do fenômeno em estudo (Fernandes *et al.* 2022).

De acordo com Archontoulis e Miguez (2015), as previsões dos modelos não lineares tendem ser mais robustas do que dos polinômios concorrentes, especialmente fora da faixa dos dados observados. Os modelos não lineares tem sido utilizados com sucesso em estudos sobre crescimento de plantas. Diversos autores obtiveram excelentes resultados ao analisar o acúmulo

de nutrientes em plantas utilizando esses modelos. (kurtz; Fayad ; Neto, 2020; Harre *et al.* 2020; Lima *et al.* 2019).

Woli *et al.* (2019) ressaltam, que são limitados os estudos que enfocam o acúmulo de micronutrientes em híbridos de milho ao longo dos períodos de seu desenvolvimento. Diante disso, o objetivo deste trabalho foi estudar o ajuste dos modelos de Brody, Gompertz, logístico, Meloun I, Meloun II, Michaelis-Menten, Michaelis-Menten modificado, Mitscherlich , Richards, Schnute, von Bertalanffy e Weibull aos dados da curva de crescimento e desenvolvimento da planta de milho, com base no acúmulo de Nitrogênio, Fósforo, Potássio, Cálcio, Magnésio e Enxofre, nos diversos estádios fenológicos, obtidos em um experimento com dois híbridos de milho com diferentes características.

## **Material e Métodos**

Os dados foram extraídos de um experimento que avaliou o acúmulo de boro (B), cobre (Cu), Zinco (Zn) e Manganês (Mn) na matéria seca total de híbridos de milho (Borges, 2006). O experimento foi conduzido em esquema de parcela subdividida, utilizando um delineamento em blocos casualizados com quatro repetições. Os fatores foram compostos por dois híbridos de milho (GNZ2004 e P30F33) nas parcelas e onze estádios fenológicos nas subparcelas. A variável utilizada foi o acúmulo de cada micronutriente ( $\text{kg ha}^{-1}$ ), medida para cada estágio fenológico, compreendendo dias após a emergência até o estágio final do ciclo da cultura.

O sistema de classificação dos estádios fenológicos (EF) da cultura de milho considerado consiste em 11 fases de desenvolvimento da cultura, numeradas de 0 a 10, que representam desde a fase inicial da semeadura até a maturidade fisiológica. As fases incluem a emergência da plântula, a planta com 4, 8 e 12 folhas totalmente expandida, a emissão do pendão, o florescimento e polinização, o recebimento de grão leitoso e pastoso, início da formação de “dentes”, grãos duros e, finalmente, a maturidade fisiológica.

Os dados de acúmulo de cada micronutriente foram ajustados aos modelos não lineares, cujas equações são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Equação dos modelos não lineares ajustada aos dados de acúmulo de micronutrientes do milho híbridos GNZ2004 e P30F33.

Modelo	Equação
Brody	$y_i = \beta_1(1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)}) + \varepsilon_i$
Gompertz	$y_i = \beta_1 e^{(-e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)})} + \varepsilon_i$
Logistic	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)})} + \varepsilon_i$
Melon I	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-\beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$
Melon II	$y_i = \beta_1 - e^{(-\beta_2 - \beta_3 x_i)} + \varepsilon_i$
Michaelis-Menten	$y_i = \frac{\beta_2 \beta_3^{\beta_4} + \beta_1 x_i^{\beta_4}}{\beta_3^{\beta_4} + x_i^{\beta_4}} + \varepsilon_i$
modified Michaelis–Menten,	$y_i = \frac{\beta_1 x_i}{x_i + \beta_2} + \varepsilon_i$
Mitscherich	$y_i = \beta_1(1 - e^{(\beta_3 \beta_2 - \beta_3 x_i)}) + \varepsilon_i$
Richards	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + e^{(\beta_2 - \beta_3 x_i)})^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon_i$
Schnut	$y_i = \frac{\beta_1}{(1 + \beta_4 e^{(\beta_3 \beta_2 - x_i)})^{\frac{1}{\beta_4}}} + \varepsilon_i$
von Bertalanffy	$y_i = \beta_1 \left( \frac{1 - e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$
Weibull	$y_i = \beta_1 - \beta_2 e^{(-e^{\beta_3 x_i \beta_4})} + \varepsilon_i$

De acordo com a parametrização das equações apresentados na Tabela 1, o parâmetro  $\beta_1$  representa o a assíntota do modelo, ou seja, valor de estabilização da variável dependente em relação ao tempo; o parâmetro  $\beta_3$  a taxa de expansão ou velocidade de crescimento e  $\varepsilon_i$  é o erro experimental com média zero e variância  $\sigma^2$ . Os modelos que apresentam o parâmetro  $\beta_4$  possuem ponto de inflexão variável, cuja localização é determinada pelo parâmetro em questão. Os demais modelos ou apresentam o ponto de inflexão fixo, ou não o possuem, como é o caso dos modelos Brody e Michaelis-Menten. De forma geral, não há uma interpretação biológica

para o parâmetro  $\beta_2$ , sendo este o parâmetro de locação, correspondendo a uma constante de integração, com exceção do modelo Michaelis-Menten no qual este parâmetro representa o tempo de ‘meia-vida’, no qual se atinge a metade do acúmulo máximo que se consegue no crescimento da planta de milho.

A estimativa dos parâmetros foi conduzida utilizando o método de mínimos quadrados e o método iterativo de Gauss-Newton para obter a convergência após a determinação dos valores iniciais para a estimação dos parâmetros. Em seguida, foram realizados testes estatísticos para análise dos resíduos. O teste de Shapiro-Wilk foi utilizado para verificar a normalidade dos resíduos, o teste de Breuch-Pagan para analisar a homogeneidade o teste de Durbin-Waston para verificar a independência residual, com um nível de 5% de significância.

A qualidade dos modelos foi avaliada por meio dos critérios: Coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ); Índice assintótico (IA); Desvio padrão residual (DPR); Desvio quadrático médio de predição (MEP); Critério de informação Akaike (AIC); Critério de informação bayesiano (BIC).

O modelo que melhor se ajusta aos dados é aquele com maior valor para  $R_{aj}^2$  e menores valores para IA, DPR, MEP, AIC e BIC. Para estas análises foi utilizado o software estatístico R (A Language and Environment for Statistical Computing 2023), com a utilização dos pacotes nlme, car, lmtest e qpcR, que estão disponíveis para as estimação dos parâmetros, testes estatísticos e gráficos.

## Resultados e Discussões

Após o ajuste dos 12 modelos para os dados de acúmulo de B, Cu, Mn e Zn dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33, obteve-se 96 equações. Contudo, apesar das tentativas de diversificação dos valores iniciais, o método de Gauss-Newton não obteve convergência para o ajuste dos modelos Michaelis-Menten modificado, Richards, Schnute e Weibull para nenhum dos micronutrientes considerados. Isso indica que esses modelos podem não ser adequados para descrever o padrão de acúmulo dos micronutrientes nesses híbridos em estudo.

Foram estimados os parâmetros para os modelos Brody, Gompertz, logístico, Melon I, Meloun II, Michaelis - Menten, Mitscherlich von Bertalanffy para cada híbrido de milho. Na Tabela 2 é apresentada a análise de resíduos realizada pelos testes Shapiro-Wilk (SW), BreuschPagan (BP) e Durbin-Watson (DW), considerando-se um nível de significância de 5%.

Tabela 2- P-valor para os testes de Shapiro- Wilk (SW), Durbin- Watson (DW) e Breusch – Pagan (BP) utilizados na análise do vetor de resíduos para o ajuste dos modelos Brody, Gompertz, logístico, Melon I, Melon II, Michaelis Mentem, Mitscherlich e von Bertalanffy para o acúmulo B, Cu, Mn e Zn dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico.

Nutrientes	Híbrido	Modelos	Shapiro - Wilk	Durbin - Watson	Breusch -Pagan
Boro (B)	GNZ2004	Brody	0.357	0.382	0.142
		Gompertz	0.241	0.320	0.138
		logístico	0.294	0.340	0.162
		Melon I	0.396	0.396	0.142
		Melon II	0.357	0.392	0.142
		Michaelis Mentem	0.457	0.602	0.090
		Mitscherlich	0.357	0.360	0.142
		von Bertalanffy	0.207	0.278	0.133
	P30F33	Brody	0.432	0.776	0.466
		Gompertz	0.545	0.464	0.218
		logístico	0.839	0.446	0.218
		Melon I	0.433	0.820	0.464
		Melon II	0.433	0.802	0.463
		Michaelis Mentem	0.130	0.950	0.494
Cobre (Cu)	GNZ2004	logístico	0.572	0.578	0.420
		von Bertalanffy	0.926	0.978	0.318
	P30F33	logístico	0.090	0.706	0.228
		von Bertalanffy	0.562	0.360	0.855
Manganês (Mn)	GNZ2004	Gompertz	0.394	0.726	0.232
		logístico	0.633	0.820	0.199
		von Bertalanffy	0.505	0.742	0.243
	P30F33	Gompertz	0.179	0.834	0.329
		logístico	0.098	0.644	0.288
		von Bertalanffy	0.234	0.906	0.384
Zinco (Z)	GNZ2004	Gompertz	0.051	0.538	0.456
	P30F33	logístico	0.160	0.152	0.644

Observa-se que os resultados indicaram normalidade dos resíduos, homogeneidade da variância e independência dos resíduos, respectivamente, no nível de significância 5% (p-valor > 0,05) para o acúmulo de nutrientes B, Cu, Zn e Mn nos dois híbridos. Assim, mostra-se que as estimativas obtidas são confiáveis e as inferências realizadas com base nestes parâmetros são válidas, uma vez que os pressupostos sobre o vetor de erros foram atendidos.



Na Tabela 3 são apresentados os avaliadores de qualidade de ajuste para os modelos em estudo, esta tabela apresenta os valores do coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), o desvio padrão residual (DPR), erro quadrático médio de previsão (MEP), índice assintótico (IA) e os valores do critério de informação Akaike (AIC) e critério de informação bayesiano (BIC).

Tabela 3 - Avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos Brody, Gompertz, logístico, Melon I, Melon II, Michaelis Mentem, Mitscherlich e von Bertalanffy para medição do acúmulo B, Cu, Mn e Zn nos híbridos de GNZ2004 e P30F33 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico

Nutrientes	Híbrido	Modelos	$R_{aj}^2$	DPR	MEP	IA	AIC	BIC
Boro (B)	GNZ2004	Brody	0.643	0.028	0.001	251.174	-40.087	-38.496
		Gompertz	0.697	0.026	0.001	46.686	-41.802	-39.166
		logístico	0.702	0.026	0.001	56.718	-42.189	-40.597
		Melon I	0.642	0.028	0.001	0.204	-40.087	-38.495
		Melon II	0.642	0.029	0.001	1.590	-40.087	-38.496
		Michaelis Mentem	0.437	0.310	0.001	251.175	-40.360	-39.166
		Mitscherlich	0.643	0.028	0.001	0.253	-40.081	-38.495
		von Bertalanffy	0.696	0.026	0.006	41.851	-41.657	-40.065
	P30F33	Brody	0.664	0.022	0.001	1.303	-45.760	-44.862
		Gompertz	0.675	0.021	0.001	39.316	-46.479	-44.818
		logístico	0.654	0.021	0.001	48.894	-46.389	-44.797
		Melon I	0.664	0.022	0.001	0.162	-45.760	-44.168
		Melon II	0.664	0.022	0.001	1.820	-45.760	-44.168
		Michaelis Mentem	0.488	0.024	0.001	0.265	-46.056	-44.861
Mitscherlich		0.664	0.022	0.001	1.820	-45.760	-44.168	
von Bertalanffy		0.684	0.021	0.001	34.817	-46.467	-44.875	
GNZ2004	logístico	0.869	0.032	0.001	154.136	-36.986	-35.394	
	von Bertalanffy	0.807	0.037	0.001	102.234	-33.669	-32.077	
Cobre (Cu)	P30F33	logístico	0.871	0.029	0.001	144.818	-39.364	-37.773
		von Bertalanffy	0.713	0.035	0.001	94.590	-35.259	-33.668
	GNZ2004	Gompertz	0.887	0.077	0.005	56.624	-18.211	-16.389
		logístico	0.878	0.078	0.005	66.772	-17.851	-16.259
Manganês (Mn)	GNZ2004	von Bertalanffy	0.890	0.077	0.005	50.606	-18.228	-16.389
		Gompertz	0.937	0.061	0.003	52.470	-23.195	-21.603
	P30F33	logístico	0.938	0.059	0.003	62.399	-23.857	-22.265
		von Bertalanffy	0.919	0.062	0.004	46.838	-22.765	-21.173
	GNZ2004	Gompertz	0.841	0.120	0.013	378.499	-8.144	-6.552
	Zinco (Zn)	P30F33	logístico	0.955	0.084	0.006	244.508	-16.103

Com base na avaliação dos critérios de qualidade de ajuste, observa-se que o modelo logístico foi o melhor que se ajustou aos dados de acúmulo de B e Cu do híbrido GNZ2004, bem como para Cu, Mn e Zn do híbrido P30F33. Por outro lado para o acúmulo de B do híbrido P30F33 e Zn do híbrido GNZ2004, os avaliadores indicaram que o modelo Gompertz oferece o melhor ajuste para descrever os dados de acúmulo desses nutrientes. Por fim, para o acúmulo de Mn no híbrido de milho GNZ2004, o modelo von Bertalanffy foi o melhor que se ajustou aos dados em estudo.

Algumas abordagens de modelagem não lineares têm sido utilizadas para investigar o acúmulo de nutrientes em plantas. Engelhardt *et al.* (2020) e Lima *et al.* (2017) obtiveram resultados satisfatórios ao empregar os modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy no estudo do acúmulo de micronutrientes em outras culturas.

A Tabela 4 apresenta as estimativas dos parâmetros, com base no ajuste dos modelos Brody, Gompertz, logístico, Melon I, Melon II, Michaelis Mentem, Mitscherlich e von Bertalanffy, para medição do acúmulo de B, Cu, Mn, Zn, nos híbridos de milho em estudo. Todos os parâmetros estimados foram significativos ao nível de 5% de significância. Em todas as tabelas o parâmetro  $\beta_1$  dos modelos apresentados corresponde ao peso acumulado assintótico de micronutrientes nos híbridos de milho em relação aos dias após a emergência (DAE) e estádios fenológicos (EF).

Tabela 4- Estimativas dos parâmetros, com base no ajuste dos modelos Gompertz, logístico, Melon I, Melon II, Michaelis Mentem, Mitscherlich e von Bertalanffy para o acúmulo B, Cu, Mn e Zn dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico.

Nutrientes	Híbrido	Modelos	Parâmetros		
			$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
Boro (B)	GNZ2004	logístico	0.130	56.710	0.070
	P30F33	Gompertz	0.110	39.316	0.050
Cobre (Cu)	GNZ2004	logístico	0.813	154.136	0.030
	P30F33	logístico	0.640	144.810	0.030
Manganês (Mn)	GNZ2004	logístico	0.780	66.772	0.050
	P30F33	von Bertalanffy	0.750	46.840	0.030
Zinco (Zn)	GNZ2004	Gompertz	86.196	531.048	0.456
	P30F33	logístico	18.000	244.500	0.037

Nas estimação do parâmetro  $\beta_1$ , que é representativo do acúmulo máximo, para o acúmulo de boro os modelos apresentam valores inferiores a 0,267 kg ha<sup>-1</sup> encontrado por Barretos *et al.* (2018), aproximados aos relatados por Woli *et al.* (2019) e superiores ao valor apresentado Bender *et al.* (2013), que obtiveram valores de 0,132 e 0,033 kg ha<sup>-1</sup>, respectivamente.

As estimativas para o valor máximo de acúmulo Cu o modelo logístico apresenta valores maiores aos encontrados por Woli *et al.*(2019) em um experimento com híbridos de milho das eras 1960 e 2000, por Oliveira *et al.* (2019) que estudou o acúmulo de micronutrientes em lavouras de milho de alta produtividade e por Bender *et al.* (2013) em um estudo com híbridos modernos de milho transgênicos, onde o valor máximo de Cu acumulado foi de 0,080; 0,111; 0,232 e 0,03 kg ha<sup>-1</sup>, respectivamente.

Para o acúmulo de Mn, foi observado que os modelos apresentaram valores considerável-

valores consideravelmente mais altos para o parâmetro  $\beta_1$  do que os valores registrados por Woli (2019), Oliveira *et al.* (2019) e Bender *et al.* (2013), 0,361; 0,344; 0,137 e 0,018 kg ha<sup>-1</sup>, respectivamente. Com excessão do modelo logístico para o híbrido P30F33 que apresentou valor próximo a 0,606 kg ha<sup>-1</sup>, encontrado por Oliveira *et al.* (2019).

Os valores estimados para o acúmulo máximo de Zn foram extremamente superiores aos valores encontrados nos estudos realizados por Woli *et al.* (2019), Oliveira *et al.* (2019) e Bender (2013), que obtiveram valores de 0,263; 0,366; 0,606 e 0,142 kg ha<sup>-1</sup>, respectivamente

O acúmulo de B, Cu, Mn e Zn, conforme estimados para os híbridos GNZ2004 e P30F33, demonstrou divergências em relação aos valores encontrados na literatura. Entretanto de acordo com Woli *et al.* (2018), essas diferenças na taxa de acúmulo dos nutrientes tornam-se mais claras ao considerar as características do híbrido analisado, as condições climática, a disponibilidade de nutrientes no solo e outros fatores ambientais.

O parâmetro  $\beta_3$  desempenha o papel crucial de influenciar a taxa de crescimento da acumulação de nutrientes ao longo do tempo. Este parâmetro indica a rapidez com que o processo de acumulação de nutrientes atinge seu máximo em relação aos dias após a emergência.

Nas Figuras 1,2,3 e 4 estão ilustrados os gráficos da curva de crescimento dos modelos ajustados aos dados de acúmulo dos nutrientes B, Cu, Mn e Zn para os híbridos GNZ2004 e P30F33, destacam-se os pontos de inflexão (PI) e os pontos de desaceleração assintótica (PDA) para os modelos que foram considerados mais adequados pelos avaliadores de qualidade de ajuste no acúmulo de boro e manganês.

Figura 1- Gráfico das Curvas de Crescimento para os Modelos Brody, Gompertz, logístico, Melon I, Melon II, Michaelis Mentem, Mitscherlich e von Bertalanffy em relação aos dados de acúmulo de B no híbrido de milho GNZ2004 e P30F33 ao longo dos dias após o início do ciclo fenológico. Destacam-se os pontos de inflexão (PI) e os pontos de desaceleração assintótica (PDA) para o modelo logístico do híbrido GNZ2004 e para o modelo Gompertz do híbrido P30F33.

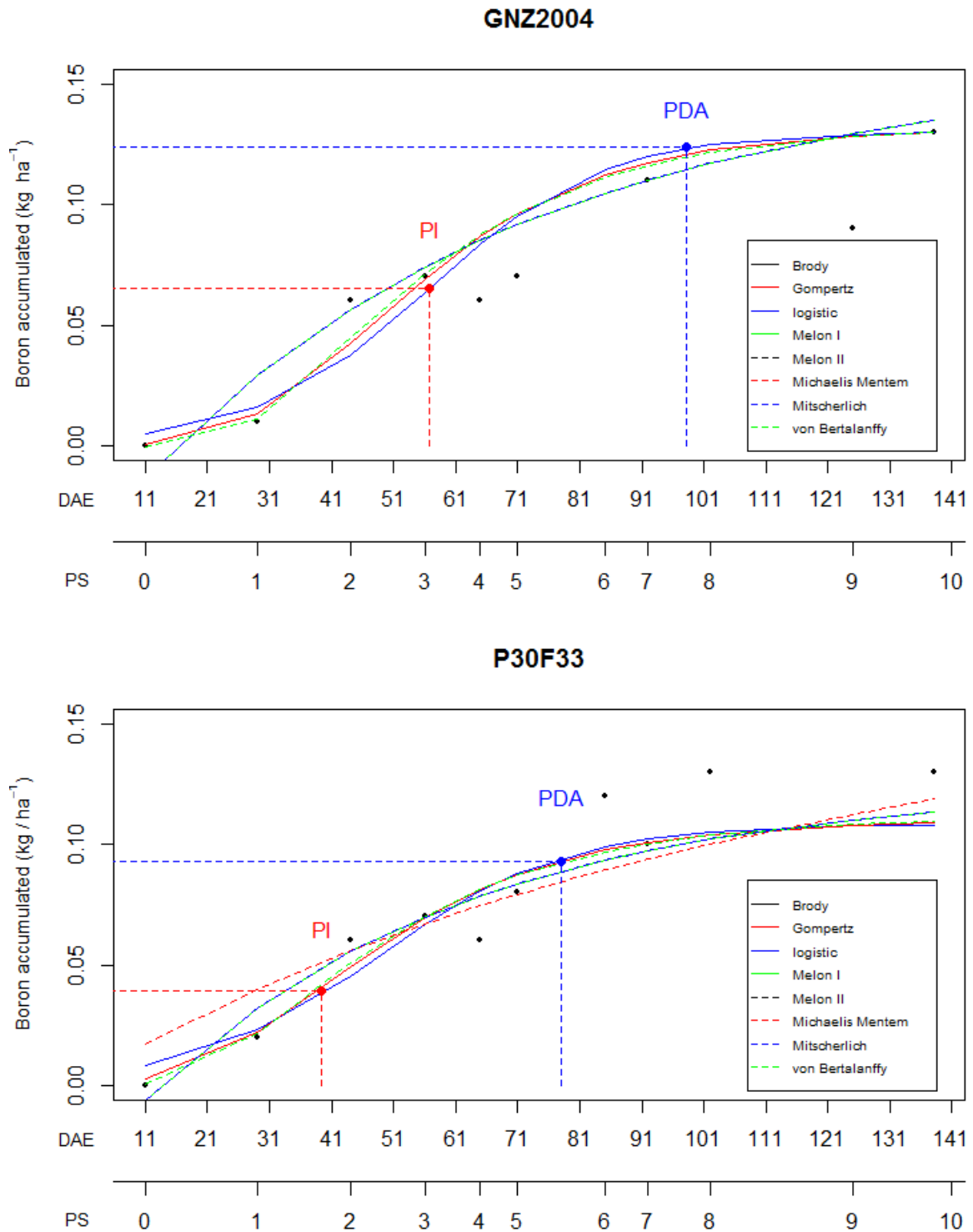


Figura 2- Gráfico das curvas de crescimento dos modelos logístico e von Bertalanffy aos dados de acúmulo de Cu no híbrido de milho GNZ2004 e P30F33 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico.

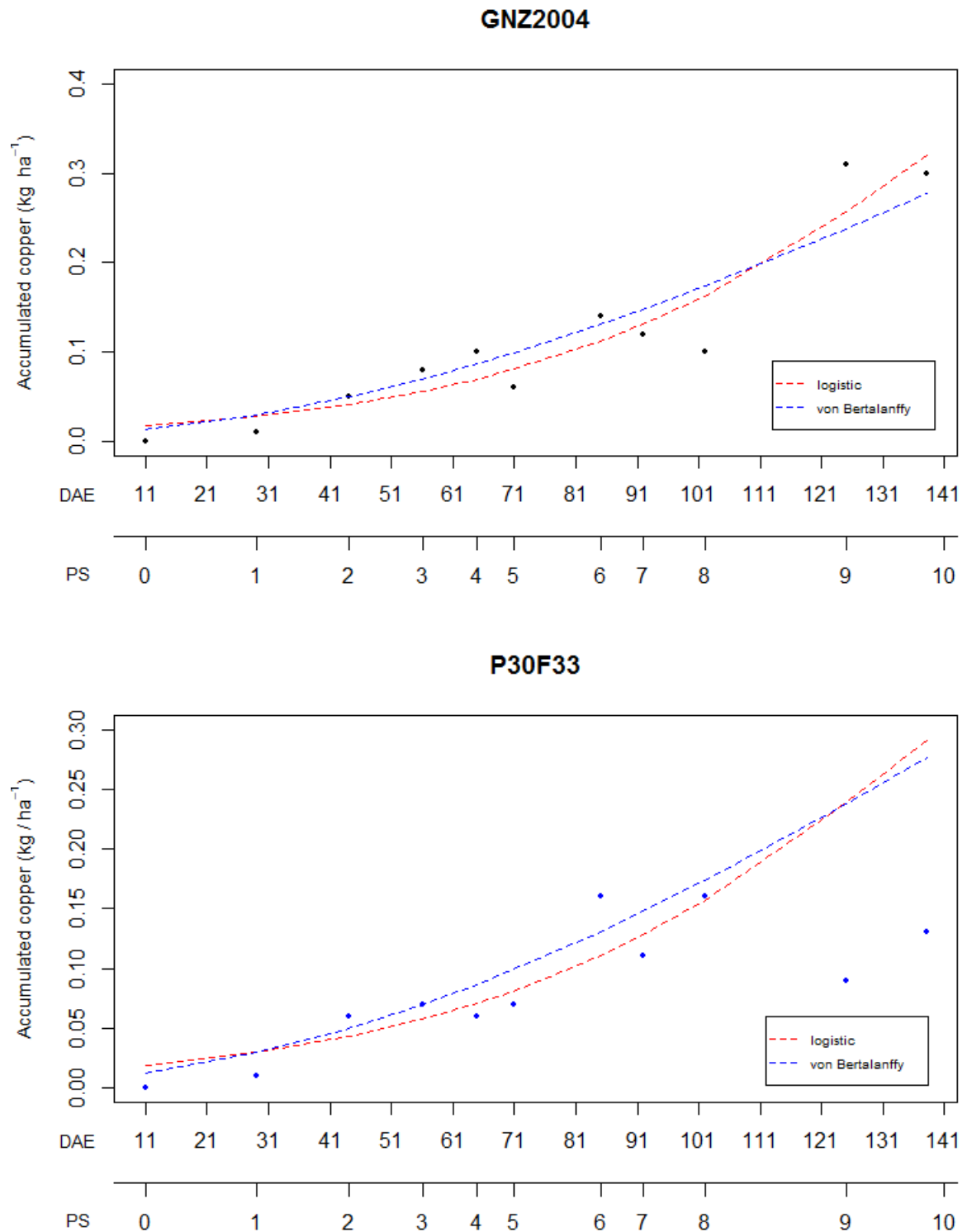


Figura 3- Gráfico das curvas de crescimento dos modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy aos dados de acúmulo de Mn no híbrido de milho GNZ2004 e P30F33 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico.

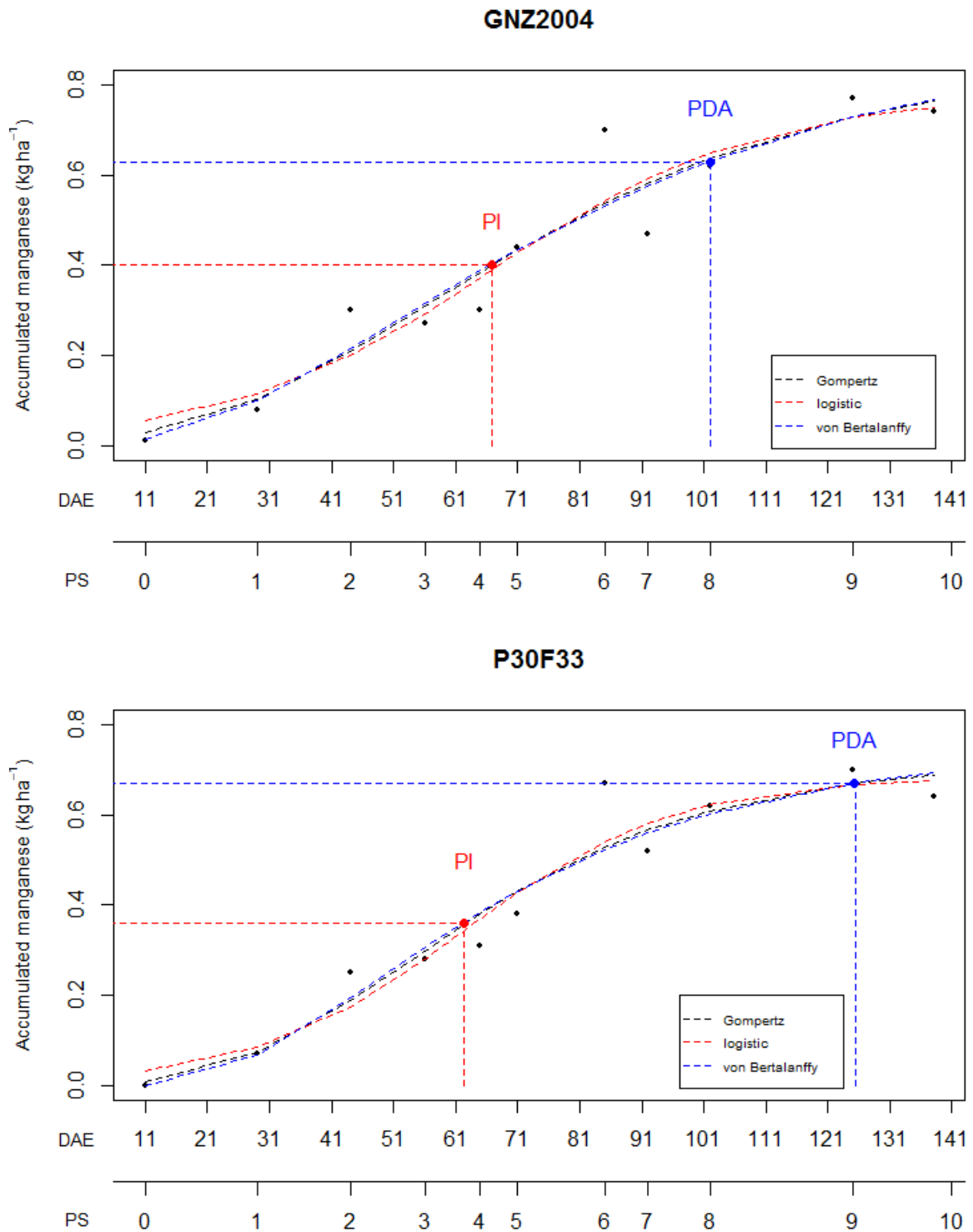
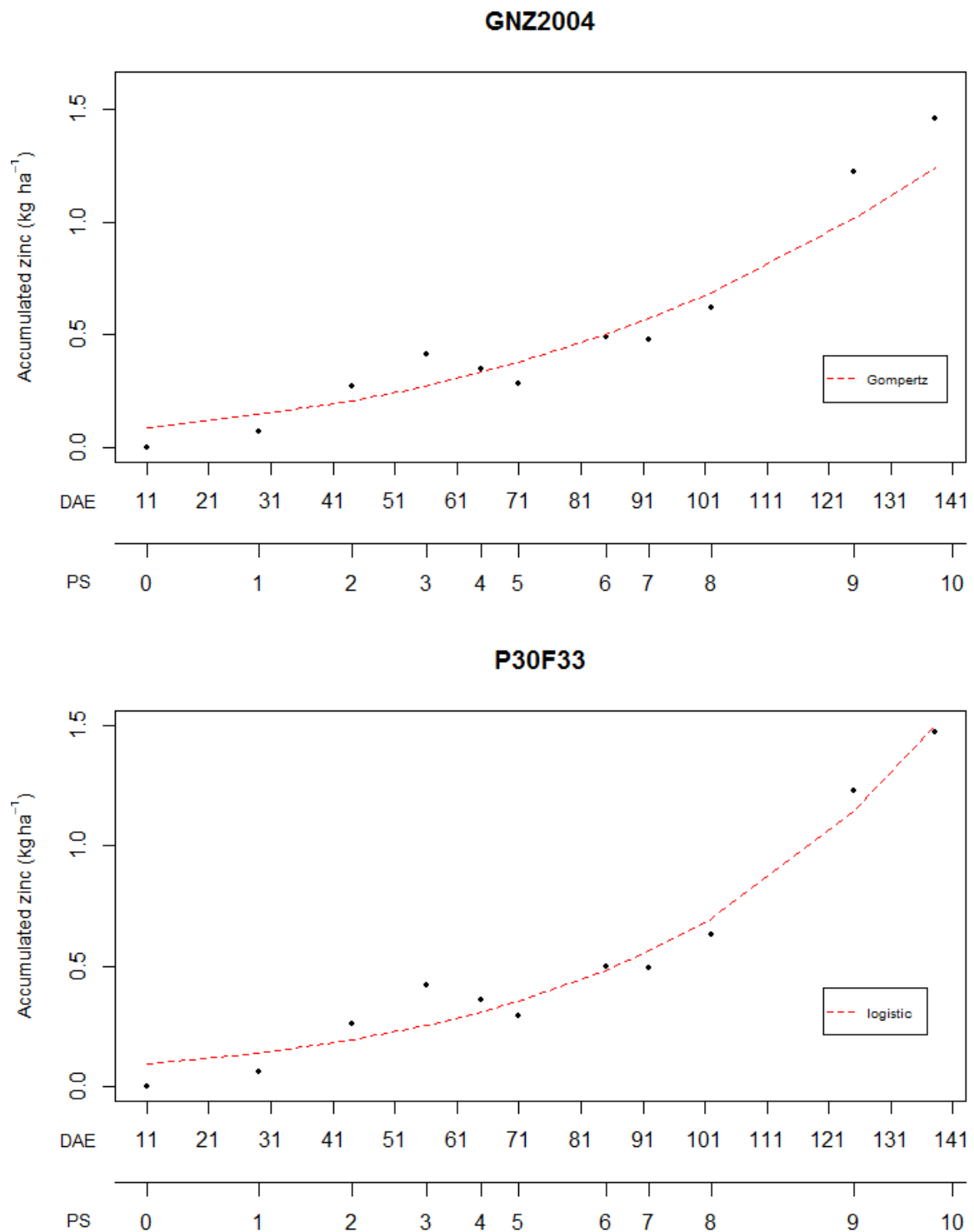


Figura 4- Gráfico das curvas de crescimento dos modelos Gompertz e logístico aos dados de acúmulo de Zn no híbrido de milho GNZ2004 e P30F33 em relação aos dias após o início do ciclo fenológico.



Ao analisar os gráficos, é possível observar que os modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy têm curvas de acúmulo de B semelhantes, aparentemente não apresentando diferenças relevantes entre eles. Por outro lado, os modelos Brody, Melon I, Melon II e

Mitscherlich têm curvas de acúmulo que se sobrepõem tanto para o híbrido GNZ2004 quanto para o híbrido P30F33.

As curvas de acúmulo de B dos modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy são aparentemente diferentes dos modelos Brody, Melon I, Melon II e Mitscherlich. Por outro lado, a curva de acúmulo do modelo Michaelis não se assemelhou a nenhum dos outros modelos e superestimou o acúmulo de B nos primeiros dias após a emergência.

As curvas de acúmulo de Cu e Mn para os modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy, exibiram comportamentos semelhantes para ambos os híbridos em análise.

No entanto, ao considerar a maioria dos indicadores de qualidade de ajuste, podemos inferir que os modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy, apresentaram um desempenho adequado, sendo os mais indicados para descrever o acúmulo de micronutrientes nos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33.

Dado que os avaliadores de qualidade de ajuste indicaram o modelo Gompertz, logístico e von Bertalanffy como aqueles que obtiveram o melhor ajuste aos dados, foi estimado o ponto em que esses micronutrientes atingem o ganho máximo (Ponto de inflexão PI), no qual é possível notar a desaceleração do ganho de micronutrientes (Silva *et al.*, 2021).

Por conseguinte, observou-se que o ganho máximo de B, Cu, Mn e Zn dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F3 é alcançado nas colheitas realizadas aproximadamente aos 57 e 49; 144 e 154; 66 e 62; 752 e 244 DAE, com 0,023 e 0,020; 0,005 e 0,004; 0,005 e 0,003; 0,00001 e 0,00001 respectivamente. Woli *et al.* (2019) em um experimento com híbridos de milho de duas épocas diferentes, observaram que o ganho diário de acúmulo de B, Cu, Mn e Zn eram crescentes em ambos os híbridos até 120 e 135; 101 e 111; 102 e 110; 120 e 135 DAE, respectivamente. Por outro lado, no estudo de Barretos *et al.* (2018), com a cultivar GSS41243, foi observado que a taxa de acúmulo médio diário de B, Cu, Mn e Zn aumentou até os 85; 100; 55 e 90 DAE, respectivamente.

O ponto de desaceleração assintótica, que de acordo com Silva *et al.* (2021) para o modelo Gompertz e logístico pode ser estimado por:  $(\beta_3 \beta_1 + 1.7965) / \beta_3$  e  $(\beta_3 \beta_2 + 2.924) / \beta_3$  respectivamente, a partir deste ponto o ganho de micronutrientes pode ser considerado mínimo. Para o modelo von Bertalanffy optamos por utilizamos a derivada de quarta ordem, apresentada a seguir:

$$Y''''_i = -\beta_1 \beta_3^4 e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)} \cdot \left(1 - \frac{e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)}}{3}\right)^2 + \frac{14 \beta_1 \beta_3^4 e^{2\beta_3(\beta_2 - x_i)} \cdot \left(1 - \frac{e^{\beta_3(\beta_2 - x_i)}}{3}\right)}{3}$$



$$- \frac{4 \beta_1 \beta_3^4 e^{3\beta_3(\beta_2 - x_i)}}{3}$$

De acordo com Mischan e Pinho (2014), essa derivada representa o ponto em que o crescimento desacelera até um ponto de parada de crescimento.

Observou-se que a taxa de crescimento do acúmulo B, Cu, MN e Zn dos híbridos GNZ2004 e P30F33 se tornou máxima aos 99 e 78; 216 e 207; 102 e 125; 752 e 307 DAE, respectivamente, a partir daí as cultivares desaceleraram o acúmulo de B, Cu, Mn e Zn, respectivamente. Nos gráficos 2 e 4 não é possível observar os PI e PDA, pois a colheita dos dois híbridos em estudo foram realizadas até os 138 DAE, e os modelos utilizados estimaram valores além dessa fase.

O modelo logístico estima que o maior acúmulo de Cu no híbrido GNZ2004 e P30F33 aconteceu aos 154 e 144 DAE respectivamente. O modelo Gompertz estima que o acúmulo máximo de Zn acontece aos 378 DAE para o híbrido GNZ2004 e 244 DAE para o híbrido P30F33.

## Conclusão

Os avaliadores da qualidade de ajuste indicaram que os modelos Gompertz, Logístico e von Bertalanffy são os mais adequados para descrever o padrão de acumulação de micronutrientes durante os diferentes estágios fenológicos dos híbridos de milho em estudo.

Embora os outros modelos propostos não tenham sido especificamente adequados aos dados deste estudo, isso não significa que esses modelos não sejam apropriados para descrever o acúmulo de micronutrientes em híbridos de milho. No entanto, é importante ressaltar que esses modelos não foram adequados para analisar os dados do acúmulo de micronutrientes nos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33.

## Referências

ALAM, A. *et al.* Effects of Salinity Stress on Growth, Mineral Nutrient Accumulation and Biochemical Parameters of Seedlings of Three Citrus Rootstocks. **International Journal of Fruit Science**, v. 20 (4), p.786-804, 2020. DOI: 786-80410.1080/15538362.2019.1674762.

ARCHONTOULIS, S. V.; MIGUEZ, F. E. Nonlinear regression models and applications in agricultural research. **Agronomy Journal**, v. 107, n. 2, p. 445-454, 2015. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2012.0506>

BARRETOS, M. N. *et al.* Acúmulo de matéria seca e nutrientes pelo milho super doce. **Agrociencia Uruguai**, v. 22, n.1, p. 53-62, 2018.

- BASHYAL, M. *et al.* Brassica carinata biomass, yield and seed chemical composition response to nitrogen rates and timing on southern Coastal Plain soils in the United States. **Glob. Change Biol. Bioenergy**, v. 13, n.8, p.1275–1289, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1111/gcbb.12846>.
- BENDER, R. R. *et al.* Nutrient uptake, partitioning, and remobilization in modern, transgenic insect protected maize hybrids. **Agronomy Journal**, Madison, v. 105, n. 1, p. 161-170, 2013.
- BORGES, I. D. Marcha de absorção de nutrientes e acúmulo de matéria seca em milho. 2006. Tese (Doutorado em Fitotecnia) - Universidade federal de Lavras, Lavras, 2006.
- ENGELHARDT, M. M. *et al.* Fitotoxicidade do cobre em culturas agrícolas cultivadas em solos tropicais. **Semina: Ciências Agrárias**, 41(6Supl2), p.2883–2898, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5433/1679-0359.2020v41n6Supl2p2883>
- FERNANDES, J. G. *et al.* Description of the peach fruit growth curve by diphasic sigmoidal nonlinear models. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 44, 2022
- FERREIRA, K. S. *et al.* Crescimento e acúmulo de nutrientes em mudas de aceroleiras em função da aplicação de diferentes doses de nitrogênio e potássio. In **Colloquium Agrariae**. v.15, n. 2, p. 37-50, 2019. DOI: 10.5747/ca.2019.v15.n2.a283
- HARRE, N. T.; YOUNG, B. G. Early-season nutrient competition between weeds and soybean. **Journal of Plant Nutrition**, v. 43, n. 13, p. 1887-1906, 2020.
- JANE, S. A. *et al.* Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane RB92579 variety. **Revista Ciencia Agronomica**, v. 51, p. e20196660, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5935/1806-6690>. 2020
- KURTZ, C.; FAYAD, J. A.; VIEIRA NETO, J. Dinâmica de crescimento e absorção de nutrientes pelo cultivar de cebola Epagri 363 Superprecoce. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, PR, v. 6, n. 10, p. 74696-74714, 2020.
- LIMA, K. P. *et al.* Ajuste de modelos não lineares para descrição do fruto cajá-manga. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 221-226, 2019.
- LIMA, K. P. *et al.* Uso de modelos não lineares na descrição do acúmulo de boro em diferentes partes do feijoeiro cultivar Jalo. **Rev. Bras. Biom.**, Lavras, v.35, n.4, p.834-861, 2017.
- MARSCHNER, H. **Mineral nutrition of higher plants**. 3 ed. London: Academic press, 2012.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. de. **Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014. 184 p.
- OLIVEIRA, M. W. de *et al.* Nutritional status, nutrient accumulation and yield of corn grown in Yellow-Red Oxisol. **Revista GEAMA, Scientific Journal of Environmental Sciences and Biotechnology**, 6 (2): 43-50, Agosto, 2020, Online version ISSN: 2447-0740

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: **A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2023.

SILVA, E. M. da *et al.* Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of 'green dwarf' coconut fruits. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 43, p. e-726, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1590/0100-29452021726>

USDA - United States Department of Agriculture. Disponível em: <https://www.usda.gov/oce/commodity/wasde/wasde0623.pdf>&gt;. Acesso em: 04 jul 2023.

WOLI, K. P. *et al.* Corn era hybrid nutrient concentration and accumulation of secondary and micronutrients. **Agronomic Journal**, v.111, p.1604-1619, 2019. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2018.09.0621>

WOLI, K. P. *et al.* Corn era hybrid macronutrient and dry matter accumulation in plant components. **Agronomy Journal**, v. 110, n. 5, p. 1648-1658, 2018. DOI: <https://doi.org/10.2134/agronj2018.01.0025>

**TERCEIRA PARTE**

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou a aplicação de diferentes modelos não lineares em híbridos de milho. O primeiro artigo mostrou que os modelos Gompertz, logístico, von Bertalanffy e Weibull, mostram-se adequados para analisar e compreender as dinâmicas do acúmulo de matéria seca dos híbridos GNZ2004 e P30F33. No contexto do estudo, destaca-se que, entre os modelos considerados, o logístico demonstrou ser o mais eficaz na representação do acúmulo de MST nos híbridos investigados. Esta constatação sugere a aplicabilidade e precisão do modelo logístico para descrever o padrão de acúmulo de matéria seca  $t$  ao longo dos estádios fenológicos, fornecendo informações importantes para a compreensão mais aprofundada do crescimento desses híbridos de milho.

Nos segundo e terceiro artigos, os doze modelos propostos foram aplicados aos dados de acúmulo de macronutrientes e micronutrientes na matéria seca dos dois híbridos de milho em estudo. Com base nos critérios de avaliação de qualidade de ajuste, os modelos Gompertz, logístico e Melon I foram identificados como os mais apropriados para descrever o padrão de acúmulo de macronutrientes nos híbridos de milho investigados ao longo dos diversos estádios fenológicos.

Ao avaliar o acúmulo de micronutrientes nos híbridos de milho ao longo dos estádios fenológicos, os modelos Gompertz, logístico e von Bertalanffy foram identificados como os mais adequados com base nos avaliadores de qualidade de ajuste utilizados. Embora os outros modelos propostos não tenham apresentado convergência para o método iterativo utilizado, é importante ressaltar que essa questão não implica necessariamente que esses modelos não sejam apropriados para descrever o acúmulo de macronutrientes e micronutrientes em híbridos de milho em geral. No entanto, é crucial destacar que, no contexto específico dos híbridos de milho GNZ2004 e P30F33, esses modelos não demonstraram ser apropriados para analisar o acúmulo de nutrientes.

## APÊNDICE A – Comandos R

```

+++++
+
Script do software R utilizado para estimação dos parâmetros, testes estatísticos e geração de gráficos
dos modelos não lineares ajustados
+++++

++

## PACOTES NECESSÁRIOS
library (nlme) ## Precisa caso queira usar a gnls
library (car) ## Precisa para o teste de Durbin-Watson
library (lmtest) ## Precisa para o teste de Breush-Pagan
library (qpcR) ## Precisa para calcular o R2_ajustado direto
library (MASS)

## IMPORTANDO OS DADOS setwd("C:/Users/Lina/Desktop/DoutoradoEst/Tese/BG")
dados <- read.csv("dados1.csv", sep = ";", h = T)
attach(dados)

## AJUSTE DO MODELO
log <- nls (BG ~ a/(1+exp(k*(b-DAE))),start = c(a = 0.13,b = 56.71 ,k = 0.07))
summary(log)

## GRÁFICO DO AJUSTE DO MODELO
par(mfrow = c(1, 1), family= "Times New Roman")
plot(DAE,BG, xlab = "", ylab = expression(paste("Boro acumulado (kg / ",ha^-1,")")),cex.lab = 0.9,
pch = 19,ylim = c(0,0.15), cex = 0.6, xaxt = "n", main = "GNZ2004", col="blue")
lines(DAE, fitted(log), col = "red", lty = 1, lwd =1)

```

```

legend(10,0.148, c("logístico"), lty = c(1),pch = c("", ""), col = c("red"), cex = .60)
axis(1,c(11,21,31,41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141),c(11,21,31,
41,51,61,71,81,91,101,111,121,131,141))
axis(1,c(0,11,29,44,56,65,71,85,92,102,125,141,150), c(NA,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,NA), line = 3.2)
mtext("DAE",1,cex = 0.8,line=1,at=0,col="black")
mtext("P.S.",1,cex = 0.8,line=4.1,at=0,col="black")

points(56.71828,0.065145 ,pch = 16, col="red")
text(56.71828,0.09, "PI",col = 2)
points(98.23447,0.124,pch = 16, col="blue")
text(98.23447,0.14, "PDA",col = "blue")
segments(0,0.065145,56.71828,0.065145,lty=2, col= "red")
segments(56.71828,0,56.71828,0.065145,lty=2, col="red")
segments(0,0.124,98.23447,0.124,lty=2, col= "blue")
segments(98.23447,0,98.23447,0.124,lty=2, col="blue")

## NORMALIDADE
shapiro.test(residuals(log))

## INDEPENDÊNCIA
MG1=attr(log$m$fitted(),"gradient")
mlg1=lm(y~-1+MG1)
durbinWatsonTest(mlg1)

## HOMOCEDASTICIDADE
bptest(mlg1)

## INTERVALO DE CONFIANÇA
confint (log)

## QUALIDADE DE AJUSTE

## COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO AJUSTADO

```

```
Rsq.ad (log)
```

```
## CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE
```

```
AIC(log)
```

```
## CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO BAYESIANO
```

```
BIC(log)
```

```
## DESVIO PADRÃO RESIDUAL
```

```
residuals <- resid(log)
```

```
desvio_padrao_residual <- sd(residuals)
```

```
## ÍNDICE ASSINTÓTICO (IA)
```

```
# DESVIO PADRÃO ABSOLUTO (DPA)
```

```
DPA <- sqrt(mean(residuos^2))
```

```
# DESVIO MÉDIO ABSOLUTO (DMA)
```

```
DMA <- mean(abs(residuos))
```

```
# COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO AJUSTADO (Raj^2)
```

```
Raj2 <- Rsq.ad(log)
```

```
IA <- (DPA - DMA) - Raj2
```

```
IA
```

```
## ERRO QUADRÁTICO MÉDIO DE PREDIÇÃO
```

```
mep_predicao <- mean(residuals^2)
```

```
+++++
```

Script similar para os outros modelos e tratamentos.

```
+++++
```