



HENRIQUE JOSÉ DE PAULA ALVES

**MODELO GEOESTATÍSTICO ESPAÇO-TEMPORAL
COM FUNÇÕES DE COVARIÂNCIA
ESTACIONÁRIAS NÃO-SEPARÁVEIS APLICADO AO
ALBEDO DE SUPERFÍCIE**

LAVRAS - MG

2016

HENRIQUE JOSÉ DE PAULA ALVES

**MODELO GEOESTATÍSTICO ESPAÇO-TEMPORAL COM FUNÇÕES
DE COVARIÂNCIA ESTACIONÁRIAS NÃO-SEPARÁVEIS APLICADO
AO ALBEDO DE SUPERFÍCIE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador
Dr. Marcelo Silva de Oliveira

**LAVRAS - MG
2016**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha
Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com dados
informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Paula Alves, Henrique José de.

Modelo geoestatístico espaço-temporal com funções de covariância
estacionárias não-separáveis aplicado ao albedo de superfície / Henrique
José de Paula Alves. – Lavras : UFLA, 2016.

53 p. : il.

Dissertação (mestrado acadêmico) – Universidade Federal de Lavras,
2016.

Orientador: Marcelo Silva Oliveira.

Bibliografia.

1. funções de covariâncias. 2. modelos espaço-temporais. 3. covari-
ograma. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

HENRIQUE JOSÉ DE PAULA ALVES

**MODELO GEOESTATÍSTICO ESPAÇO-TEMPORAL COM FUNÇÕES
DE COVARIÂNCIA ESTACIONÁRIAS NÃO-SEPARÁVEIS APLICADO
AO ALBEDO DE SUPERFÍCIE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 24 de fevereiro de 2016.

Prof. Dr João Domingos Scalon

UFLA

Prof. Dr Marcelo de Carvalho Alves

UFLA

Prof^a. Dra Carla Regina Guimarães Brighenti

UFSJ

Dr. Marcelo Silva de Oliveira
Orientador

**LAVRAS - MG
2016**

*Aos meus pais, José Cândido (in memoriam) e Maria Evangelista; aos meus
irmãos; aos meus avós e aos meus amigos.
A Deus.
dedico.*

AGRADECIMENTOS

Uma vitória é constituída por muitas etapas e, em cada uma delas, é possível contar com a colaboração, apoio, incentivo, compreensão, torcida e expectativa de várias pessoas que ajudam a fazer a diferença.

Vencer, antes de tudo, é uma conquista conjunta de professores, dos orientadores, de amigos, de familiares e do estudante que conclui um Mestrado.

Assim, agradeço a muitas pessoas que ajudaram a fazer a diferença.

Aos funcionários do departamento onde desenvolvi as minhas atividades, pelo auxílio, ajuda e apoio.

Aos mestres, sem dúvida, dedico grande parte de meu sucesso. Sem os seus ensinamentos e instruções, esse projeto não poderia ser concluído.

Ao meu orientador, Marcelo Silva de Oliveira, pela ajuda, empenho e paciência nesses anos. Foram muitos os e-mails, idas e vindas até a sua sala.

Aos colegas de pós-graduação com os quais convivi durante a fase de estudos. Quantas horas dedicadas para adquirir um pouco mais de conhecimento, quantas conversas, risadas, viagens e festas que ajudaram a descontrair. Também pela ajuda e colaborações sempre em boa hora.

Aos amigos que, de alguma forma, colaboraram para que se pudesse desenvolver e concluir esse projeto. Mesmo nas simples atitudes, como em palavras de incentivo e apoio, foram fundamentais para que eu pudesse chegar aqui.

Aos meus pais, “Seu Juca” e “Dona Nem”, que lutaram por toda uma vida para poder dar a mim e a meus irmãos oportunidade de alcançarmos o sucesso. Hoje, posso dizer que todo empenho foi de grande importância para o meu sucesso. A vocês, meu amor e gratidão eternos.

À minha família que, às vezes, mesmo sem saber o que eu estudava, e nem entender o porquê de tantas horas de esforço, dedicação e, em muitas horas de leitura solitária, nunca negaram apoio e incentivo. Somente pelo fato de ter uma família como a minha, posso afirmar que sou um vencedor. Meu amor e gratidão eternos a vocês.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa concedida no Mestrado e auxílios concedidos para o desenvolvimento desse projeto.

À banca examinadora, composta por João Domingos Scalon, Marcelo de Carvalho Alves e Carla Regina Guimarães Brighenti, que aceitaram o convite que lhes foi feito e, dessa forma, colaboraram para a conclusão desse projeto.

Ao Departamento de Ciências Exatas, pela oportunidade no curso de Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária, o qual possibilitou, por meio de seus professores e disciplinas, desenvolver esse trabalho através da sua estrutura.

À Universidade Federal de Lavras, pela estrutura e oportunidade de desenvolver esse projeto.

Ao Laboratório de Computação Científica (LCC) da UFLA pelo apoio cedido na simulação e análise de dados.

À Universidade Federal de Ouro Preto pelos longos anos que vivi e convivi por aí, durante toda minha graduação. Aos mestres do Departamento de Estatística: sem vocês, nada disso seria possível. Em especial aos professores Ricardo Tavares, Flávio Moura, Luis Fernando Pereira de Oliveira, Tiago Martins, Graziela Dutra Rocha Gouveia de Oliveira. A vocês, minha eterna gratidão.

À Fagner Goes da Conceição, doutorando em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Lavras (UFLA), pelo processamento das imagens de satélite da região de estudo obtidas por sensoriamento remoto.

Meus sinceros agradecimentos a todos os que participaram desta fase importante da minha vida.

A Deus, pela inspiração, pela força, pelos momentos concedidos para fazer com que essa vitória pudesse ser valorizada, eu agradeço eternamente.

“Há homens que lutam um dia e são bons. Há outros que lutam um ano e são melhores. Há os que lutam muitos anos e são muito bons. Porém, há os que lutam toda a vida. Esses são os imprescindíveis.”

Bertolt Brecht

RESUMO

Diversas áreas da ciência, tais como áreas ambientais, biológicas, epidemiológicas, agricultura, etc., têm dados provenientes caracterizados por variações no espaço e no tempo. Na maioria dos casos estudados, mensuram-se essas variações utilizando procedimentos estatísticos que levam ou não em conta as interações existentes entre as dimensões do espaço e do tempo. A geoestatística é um desses procedimentos. O objetivo é prever observações em localizações e/ou tempos não amostrados. Estudos direcionados para este fim se destacam devido principalmente à grande aplicabilidade de modelos espaço-temporais. Para vários autores na literatura, existe uma carência de softwares direcionados para este tipo de análise. Gneiting (2002) propõe um modelo que tem como base a construção de funções de covariâncias válidas, atendendo à condição de serem positiva definidas e definindo campos aleatórios separáveis e não separáveis. Nesta dissertação, os objetivos são: apresentar uma revisão conceitual e metodológica das propostas de modelagem de Huang e Gneiting; analisar usando a linguagem R dados reais do albedo da superfície na região sul de Minas Gerais, utilizando a metodologia proposta por Gneiting. É importante ressaltar que o objetivo aqui não é ajustar o melhor modelo para os dados, mas sim investigar essa estrutura de modelagem. Os dados para as análises tratam da média diária da incidência do albedo, no sul de Minas Gerais, contados nos 31 dias do mês de dezembro do ano de 2010, obtidos por imagens de satélite através de sensoriamento remoto. As análises foram feitas utilizando os pacotes `geoR`, `CompRandFld` e `fields` disponíveis no software estatístico livre R.

Palavras-chave: funções de covariâncias, modelos espaço-temporais, covariograma.

ABSTRACT

Several areas of science, such as environmental areas, biological, epidemiological, agricultura, etc., have data from characterized by variations in space and time. In most of the cases, these variations are measure using statistical methods that take or not take into account the interactions between the dimensions of space and time. Geostatistics is one of those procedures. The goal is to predict observations locations and / or unsampled time. Directed studies for this purpose stand out mainly due to the wide applicability of spatio-temporal models. For many authors in the literature, there is a lack of targeted software for this type of analysis. Gneiting (2002) proposes a model that is based on the construction of valid covariance functions, given the condition of being positive definite and defining separable and inseparable random fields. In this thesis, the objectives are: Present a conceptual and methodological review of the proposed modeling Huang and Gneiting; Analyze using the R language actual data of the surface albedo in the southern region of Minas Gerais, using the methodology proposed by Gneiting. Importantly, the goal here is not to set the best model for the data, but rather investigate the modeling structure. Data for the analysis deal with the daily average incidence of albedo, in southern Minas Gerais, counted in the 31 days of December 2010, obtained by satellite images through remote sensing. Analyses were performed using the geoR packages, CompRandFld and fields available in the free statistical software R.

Keywords: covariance functions, spatial and temporal models, covariogram.

Lista de Figuras

1	Abordagem para estudar o espaço-tempo.	16
2	Malha amostral.	32
3	Localização da mesorregião sul de Minas Gerais.	32
4	Temperatura e umidade.	33
5	Evapotranspiração e precipitação.	34
6	Tipo de vegetação, água e área urbana.	34
7	Covariograma espaço-temporal ajustado.	36
8	Dias 01 a 06.	38
9	Dias 07 a 14.	39
10	Dias 15 a 22.	40
11	Dias 23 a 25.	41
12	Dias 01 a 06.	42
13	Dias 07 a 16.	43
14	Dias 17 a 25.	44
15	Dias 26 a 31.	45

Lista de Tabelas

1	Funções completamente monótonas	23
2	Funções positivas com uma derivada completamente monótonas .	23
3	Parâmetros estimados do modelo de Gneiting (2002).	35
4	Estatísticas descritivas.	46

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	Campos aleatórios espaço-temporais	15
2.1.1	Tipos de abordagens para campos aleatórios espaço-temporais	15
2.1.2	Krigagem	16
2.1.3	Variância de Krigagem ordinária	17
2.1.4	Funções de covariâncias	18
2.2	Modelos geoestatísticos espaço-temporais de funções de covari- âncias	20
2.2.1	Proposta de Cressie e Huang (1999)	21
2.2.2	Proposta de Gneiting (2002)	23
2.3	Albedo	25
2.3.1	Albedo da superfície terrestre	25
2.3.2	Sensoriamento remoto	26
3	MATERIAL E MÉTODOS	28
3.1	Pesquisa bibliográfica	28
3.2	Recursos computacionais	31
3.3	Malha amostral	31
3.4	Descrição dos dados	32
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
4.1	Resultados	35
4.1.1	Análise espaço-temporal dos dados	35
4.1.2	Modelo da estrutura de covariância espaço-temporal	35
4.1.3	Mapas de krigagem e de erros de predição	37
4.1.3.1	Mapas de krigagem	37
4.1.3.2	Mapas de erros de predição	42
4.1.3.3	Mapas de previsão para tempos futuros	45
4.1.3.4	Análise puramente espacial	46
4.2	Discussões	48
5	CONCLUSÕES	50
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

Grandes áreas da ciência tais como a Mineração, Meteorologia, Hidrologia, Climatologia, Ciências Agrárias têm grande interesse em prever e prevenir fenômenos de interesse.

A Geoestatística está intimamente relacionada com o problema de predição em áreas que apresentam continuidade e que as localizações das observações sejam fixas. Esse termo surge na França (DIGGLE; RIBEIRO JR., 2007). A Geoestatística utiliza o método da interpolação para prever valores. Um exemplo associado à Mineração seria prever o teor de minério de ferro que há na área de estudo.

Há também grande interesse dessas áreas na previsão da ocorrência desses fenômenos. Retomando o exemplo da Mineração, um outro interesse poderia ser conhecer antecipadamente o teor de minério de ferro alguns meses após o início da exploração da área. Alguns modelos geoestatísticos consideram as variações presentes no espaço e no tempo conjuntamente e são denominados modelos geoestatísticos espaço-temporais. Para esses modelos é possível interpolar e extrapolar valores associados ao fenômeno de interesse. A interpolação de valores desconhecidos está associada à predição. A extrapolação de valores desconhecidos está associada à previsão.

Geralmente, a localização espacial de um valor observado é tomada em duas coordenadas, como latitude e longitude por exemplo, por ser uma situação comum na prática. O acréscimo de uma terceira coordenada espacial não acarretaria problemas para a predição de valores. Quando essa terceira coordenada é o tempo, temos os chamados modelos geoestatísticos espaço-temporais. Para esses modelos, além da predição, é possível fazer previsão de valores não observados em tempos não amostrados. Existem situações comuns ao espaço que não se aplicam no tempo e vice-versa. Analisar conjuntamente o espaço e o tempo não é tarefa fácil. A análise Geoestatística espaço-temporal fica dificultada devido a essas diferenças de grandezas.

Existem três possibilidades de abordagem para estudar modelos geoestatísticos espaço-temporais. A primeira seria realizar análises puramente espaciais

separadas para cada tempo. A segunda seria realizar análises puramente temporais separadas para cada localização. A terceira contempla a análise espaço-temporal legítima, que pode ser realizada por modelagem hierárquica, modelagem por extensão de modelos e a modelagem da estruturas de covariâncias existente entre as observações.

Dentro da modelagem de estruturas de covariâncias destaca-se a proposta de Gneiting (2002). Gneiting apresenta um conjunto de funções válidas que podem ser usadas para modelar essa estrutura de covariâncias. A ideia é combinar funções positivas com funções completamente monótonas para modelar essa estrutura.

Nesse trabalho tem-se como objetivo apresentar uma revisão de literatura sobre as propostas de modelagem de Cressie e Huang e Gneiting e aplicar a proposta de Gneiting a estudos sobre a variável de interesse albedo da superfície. O albedo da superfície é definido como a capacidade de reflectância de luz solar pela superfície. O estudo da variável albedo da superfície é de grande interesse para áreas como a Climatologia e a Meteorologia.

Esse trabalho está organizado da seguinte maneira. O capítulo 1 apresenta uma breve introdução do problema a ser abordado ao longo do texto. O capítulo 2 apresenta uma revisão de literatura sobre modelos geoestatísticos espaço-temporais e uma discussão sobre a proposta de modelagem de funções de covariâncias de Gneiting. O capítulo 3 apresenta a metodologia a ser utilizada nas análises e o material necessário para realizar as análises. O capítulo 4 apresenta os resultados e as discussões acerca das análises realizadas. O capítulo 5 apresenta as conclusões desse trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A estatística espacial está dividida em três grandes áreas: processos pontuais, geoestatística e dados de área. Em geoestatística, a ocorrência do fenômeno deve ser de forma contínua em toda área estudada. As localizações do fenômeno observado são fixas e o objetivo é predizer valores em localizações não amostradas por interpolação, utilizando uma técnica conhecida como krigagem.

2.1 Campos aleatórios espaço-temporais

Seja $Z(\mathbf{s}, t)$ uma variável aleatória espaço-temporal medida na localização $\mathbf{s} \in R^d$ e no tempo $t \in R$. Tem-se que R^d é o espaço, R é o tempo e $R^d \times R$ é o domínio do campo aleatório definido no espaço-tempo. Dessa forma define-se um campo aleatório Z como

$$\{Z(\mathbf{s}, t), \mathbf{s} \in R^d, t \in R\}. \quad (1)$$

Neste trabalho será considerado $d = 2$, ou seja, a componente espacial será bidimensional por ser uma situação comum na prática. Porém, ressalta-se que d pode ser qualquer número inteiro positivo.

2.1.1 Tipos de abordagens para campos aleatórios espaço-temporais

Existem três formas de analisar campos aleatórios espaço-temporais: análise puramente espacial separada para cada tempo, análise puramente temporal separada para cada localização espacial e a análise espaço-temporal legítima. A análise espaço-temporal legítima pode ser realizada de três formas: por modelagem hierárquica, por modelagem por extensão de modelos e por modelagem da estrutura de covariâncias.

Neste trabalho adota-se a modelagem geoestatística espaço-temporal da estrutura de covariâncias. Dentre várias propostas para modelar dessa estrutura, destacam-se a proposta de Cressie e Huang (1999) e a proposta de Gneiting (2002), que será detalhada e utilizada nas análises. A Figura 1 esquematiza esse tipo de

abordagem.

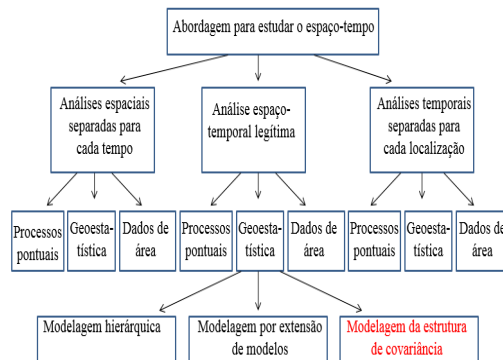


Figura 1 Abordagem para estudar o espaço-tempo.

2.1.2 Krigagem

A técnica conhecida como krigagem é um método de regressão usado em geoestatística para aproximar ou interpolar dados. A teoria de krigagem foi desenvolvida, a partir dos trabalhos de Daniel G. Krige, pelo matemático francês Georges Matheron no começo da década de 60.

Muitas vezes, a krigagem é o objetivo final na análise de campos aleatórios e a validade da predição é influenciada pela especificação da função de covariância ou de modelos teóricos de semivariogramas. A estimação correta dos parâmetros desses modelos também é de suma importância.

O preditor linear de krigagem é definido como:

$$\hat{Z}(\mathbf{s}_0, t) = \mu_z + \boldsymbol{\sigma}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (z - \mu_z) \quad (2)$$

em que μ_z é a média espacial; o termo $\boldsymbol{\sigma}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ é conhecido como pesos de krigagem.

As matrizes σ e Σ são definidas como:

$$\sigma_{n \times 1} = \begin{bmatrix} Cov(Z_0, Z_1) \\ Cov(Z_0, Z_2) \\ \vdots \\ Cov(Z_0, Z_n) \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{n \times n} = \begin{bmatrix} Cov(Z_1, Z_1) & Cov(Z_1, Z_2) & \cdots & Cov(Z_1, Z_n) \\ Cov(Z_2, Z_1) & Cov(Z_2, Z_2) & \cdots & Cov(Z_2, Z_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Cov(Z_n, Z_1) & Cov(Z_n, Z_2) & \cdots & Cov(Z_n, Z_n) \end{bmatrix}$$

Para o caso em que μ é constante porém desconhecido tem-se a krigagem ordinária. Este estimador deve obedecer aos seguintes critérios

- $E[Z(\mathbf{s}_0, t_0) - \widehat{Z}(\mathbf{s}_0, t_0)] = 0$, ou seja, deve ser não viesado;
- $Var[Z(\mathbf{s}_0, t_0) - \widehat{Z}(\mathbf{s}_0, t_0)]$ é mínima, ou seja, a menor possível;

Geralmente, a amostragem é feita em um conjunto de pontos distribuído esparsamente ao longo da região. O objetivo é descrever o processo continuamente em toda a região. Entretanto, para o caso de predição para campos aleatórios espaço-temporais, obter modelos teóricos de semivariogramas pode ser muito complicado. Uma forma mais simples é considerar modelos teóricos de funções de covariâncias válidas.

2.1.3 Variância de Krigagem ordinária

Uma das vantagens da geoestatística é diferenciar bem e atribuir valores a duas variâncias: a de estimação e a de dispersão. Na prática, é necessário que esteja bem clara a diferença entre esses dois tipos de variâncias.

A variância de estimação quantifica o valor do erro ao se avaliar $Z(\mathbf{s}_0, t_0)$ por meio de $\widehat{Z}(\mathbf{s}_0, t_0)$. A variância de dispersão associa um valor às variações dos valores numéricos observados.

A variância de krigagem é um caso particular da variância de estimação, sendo seu menor valor. A variância de krigagem ordinária é definida como:

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(\mathbf{s}_i, t_i) - \widehat{Z}(\mathbf{s}_0, t_0)]^2 \quad (3)$$

onde $\lambda_i = \sigma' \Sigma^{-1}$.

Segundo Yamamoto e Landin (2013), a variância de krigagem apresenta algumas propriedades que devem ser consideradas nesse tipo de modelagem. Essas propriedades são citadas abaixo:

- garante a exatidão das estimativas, pois, no caso de um ponto dado coincidir com o ponto que será interpolado, essa variância terá valor zero;
- essa variância aumenta com a dispersão dos valores próximos utilizados na krigagem;
- usa diretamente a estrutura espacial dos dados por meio dos pesos da krigagem ordinária.

2.1.4 Funções de covariâncias

Assumindo que a variância do campo aleatório existe, definem-se a média e a função de covariância do campo aleatório por:

$$\mu(\mathbf{s},t) = E[Z(\mathbf{s},t)] \quad \text{e} \quad Cov[Z(\mathbf{s}_1,t_1),Z(\mathbf{s}_2,t_2)] = C[\mathbf{s}_1,\mathbf{s}_2,t_1,t_2]. \quad (4)$$

Em geoestatística, para cada observação amostrada localizada espacialmente e temporalmente, tem-se apenas uma realização $Z(\mathbf{s}_i,t_i)$, $i=1,2,\dots,n$ e o número de observações amostradas é sempre finito. Essa condição torna usualmente impossível inferir sobre a função distribuição de probabilidades de $Z(\mathbf{s}_i,t_i)$. Diante disso, algumas hipóteses são necessárias, sendo comumente denominadas de hipóteses de estacionariedade e de simetria completa.

A estacionariedade de segunda ordem é definida quando o campo aleatório apresenta a característica de além de média constante em toda área, para cada par de valores $\{Z(\mathbf{s}_1,t_1),Z(\mathbf{s}_2,t_2)\}$, a covariância existir.

Segundo Gneiting (2002), um campo aleatório espaço-temporal é estacionário de segunda ordem se ele apresentar:

- $E[Z(\mathbf{s}_1,t_1)] = E[Z(\mathbf{s}_2,t_2)] = \mu_0, \quad \forall(\mathbf{s}_1,t_1) \quad \text{e} \quad (\mathbf{s}_2,t_2) \in R^2XR;$

- covariância estacionária de segunda ordem no espaço: $Cov[Z(\mathbf{s}_1, t_1), Z(\mathbf{s}_2, t_2)]$ depender somente do vetor de separação $\mathbf{h} = \|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2\|$;
- covariância estacionária de segunda ordem no tempo: $Cov[Z(\mathbf{s}_1, t_1), Z(\mathbf{s}_2, t_2)]$ depender somente de uma defasagem no tempo $u = |t_1 - t_2|$.

Então, a covariância espaço-temporal estacionária de segunda ordem é definida como

$$Cov[Z(\mathbf{s}_1, t_1), Z(\mathbf{s}_2, t_2)] = C[\mathbf{h}, u], \quad \forall (\mathbf{s}_1, t_1) e (\mathbf{s}_2, t_2) \in R^2XR. \quad (5)$$

A hipótese de simetria completa garante que a covariância para cada par de valores $\{Z(\mathbf{s}_1, t_1), Z(\mathbf{s}_2, t_2)\}$ é invariante a qualquer defasagem no tempo. Um campo aleatório espaço-temporal apresenta simetria completa se as seguintes condições forem satisfeitas:

$$Cov[Z(\mathbf{s}_1, t_1), Z(\mathbf{s}_2, t_2)] = Cov[Z(\mathbf{s}_1, t_2), Z(\mathbf{s}_2, t_1)], \quad (6)$$

para todas as coordenadas espaço-temporais (\mathbf{s}_1, t_1) e $(\mathbf{s}_2, t_2) \in R^2XR$.

Para o caso em que as funções de covariância são estacionárias e apresentam simetria completa, tem-se

$$C[\mathbf{h}, u] = C[\mathbf{h}, -u] = C[-\mathbf{h}, u] = C[-\mathbf{h}, -u], \quad \forall (\mathbf{h}, u) \in R^2XR.$$

Diante a hipótese de estacionariedade de segunda ordem, a covariância é uma ferramenta que serve para caracterizar a autocorrelação entre cada par de valores $\{Z(\mathbf{s}_1, t_1), Z(\mathbf{s}_2, t_2)\}$ separadas por uma distância \mathbf{h} e uma defasagem no tempo u . Segundo Sherman (2011), um estimador de momentos para as covariâncias é definido como

$$\hat{C}(\mathbf{h}, u) = \frac{1}{N(\mathbf{h}, u)} \sum_{N(\mathbf{h}, u)} \{[Z(\mathbf{s}_1, t_1) - \mu][Z(\mathbf{s}_2, t_2) - \mu]\}^2,$$

onde $N(h)$ é a quantidade de pontos que estão dentro da distância determinada por \mathbf{h} , em cada defasagem no tempo determinada por u , μ é a média do campo aleatório.

Funções de covariâncias espaço-temporais podem ser separáveis ou não

separáveis. Uma função de covariância é dita separável se esta é caracterizada pela fatoração em duas componentes: uma puramente espacial e outra puramente temporal. Funções separáveis são simples de serem obtidas, visto que a combinação linear ou produto de funções de covariância válidas implicam funções de covariância válidas (GNEITING, 2002). Dessa forma, conforme a equação 4, a decomposição do modelo separável pode ser feita tanto no caso aditivo

$$C[\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, t_1, t_2] = Cov[Z(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)] + Cov[Z(t_1, t_2)] = C[\mathbf{h}, \theta_s] + C[u, \theta_t], \quad (7)$$

quanto para o caso multiplicativo

$$C[\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, t_1, t_2] = Cov[Z(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)]Cov[Z(t_1, t_2)] = C[\mathbf{h}, \theta_s]C[u, \theta_t], \quad (8)$$

em que $C[\mathbf{h}, \theta_s]$, $C[u, \theta_t]$ são, respectivamente, as funções de covariância puramente espacial e puramente temporal, sendo θ_s e θ_t os parâmetros, no espaço e no tempo, a serem estimados e associados a cada uma destas funções, respectivamente.

Segundo Gneiting (2002), qualquer função de covariância que não possa ser escrita na forma de (7) ou (8) é dita não separável. Alguns modelos de covariância não separáveis se reduzem a modelos separáveis para valores específicos dos parâmetros.

A separabilidade é uma propriedade conveniente, pois facilita a obtenção de funções de covariâncias válidas. Porém, esta apresenta o problema de não incorporar a interação espaço-tempo, o que é interessante na prática. A aplicação de modelos separáveis, geralmente, não tem uma explicação física e são ruins para caracterizar o campo aleatório (GNEITING, 2002).

2.2 Modelos geoestatísticos espaço-temporais de funções de covariâncias

A função ser positiva definida é condição necessária e suficiente para ser uma função de covariância válida. Entretanto, determinar se tal função obedece a essa condição pode ser muito complicado. Nesse sentido, para estudos geoestatísticos, essa dificuldade leva à construção de famílias de covariâncias que são conhecidamente positivas definidas.

Campos aleatórios, em geral, são classificados em isotrópicos ou anisotrópicos. Campos aleatórios são ditos isotrópicos se a direção do vetor for irrelevante, isto é, que ele dependa apenas da magnitude do vetor de separação entre as observações. Caso contrário, temos um campo aleatório anisotrópico. Podemos ter a anisotropia geométrica, a anisotropia zonal ou a combinação destas duas (SILVA; JÚNIOR; ELMATZOGLOU, 2007).

A existência de dependência direcional na estrutura de covariância adiciona parâmetros na estrutura de correlação e, embora não adicione dificuldades na modelagem, a identificação de tais parâmetros a partir da modelagem pode ser difícil.

2.2.1 Proposta de Cressie e Huang (1999)

O objetivo desta proposta de modelagem é desenvolver classes de funções de covariâncias espaço-temporais válidas, não separáveis e com forma fechada. Funções são ditas ser de forma fechada se, e somente se, elas podem ser expressas analiticamente em termos de um número delimitado de certas funções bem conhecidas. O resultado teórico deste modelo mostra como funções positivas definidas no R^{d+1} podem ser obtidas a partir de funções positivas obtidas no R^d .

Assuma que C é uma função contínua e que a representação espectral possua densidade espectral $g(\mathbf{w}, \tau) \geq 0$. Para que uma função de covariância espaço-temporal seja válida é condição necessária e suficiente que ela seja positiva definida. O teorema proposto por Bochner (1959) garante que a função de covariância será considerada válida se puder ser escrita como

$$\mathbf{C}(\mathbf{h}, u) = \int \int \exp\{i\mathbf{h}'\mathbf{w} + iu\tau\} g(\mathbf{w}, \tau) d\mathbf{w} d\tau$$

Dessa forma, seja $\mathbf{C}(\mathbf{h}, u)$ integrável, através da transformação inversa de Fourier

$$\begin{aligned} g(\mathbf{w}, \tau) &= (2\pi)^{-d-1} \int \int \exp\{-i\mathbf{h}'\mathbf{w} - iu\tau\} \mathbf{C}(\mathbf{h}, u) d\mathbf{h} du \\ &= (2\pi)^{-1} \int \exp\{-iu\tau\} h(\mathbf{w}, u) du \end{aligned}$$

em que

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(\mathbf{w}, u) &= (2\pi)^{-d} \int \int \exp\{-i\mathbf{h}'\mathbf{w}\} \mathbf{C}(\mathbf{h}, u) d\mathbf{h} dh \\ &= \int \exp\{iu\tau\} g(\mathbf{w}, \tau) d\tau\end{aligned}$$

assumindo que $\mathbf{h}(\mathbf{w}, u) = \rho(\mathbf{w}, u)k(\mathbf{w})$ e assumindo também que as seguintes condições são satisfeitas

1. para cada $\mathbf{w} \in R^d$, $\rho(\mathbf{w}, u)$ é uma função de autocorrelação contínua, $\int \rho(\mathbf{w}, u) du < \infty$, e $K(\mathbf{w}) > 0$;
2. $\int k(\mathbf{w}) d\mathbf{w} < \infty$

tem-se que

$$\mathbf{C}(\mathbf{h}, u) \equiv \int \exp\{i\mathbf{h}'\mathbf{w}\} \rho(\mathbf{w}, u) k(\mathbf{w}) d\mathbf{w}$$

Desta forma, o objetivo desta proposta é satisfeito e para se construir uma função de covariância válida no R^{d+1} , basta que as condições 1 e 2 sejam satisfeitas na dimensão R^d .

Segundo Cressie e Huang (1999), um exemplo de função de covariância não separável válida baseado neste método é, considerando

$$\rho(\mathbf{w}, u) = \exp\left\{-\|\mathbf{w}\|^2 \frac{u^2}{4}\right\} \exp\{-\delta u^2\}; \delta > 0$$

e

$$K(\mathbf{w}) = \exp\left\{-c_0 \frac{\|\mathbf{w}\|^2}{4}\right\}; c_0 > 0$$

válidas em R^d satisfazendo as condições 1 e 2. Então

$$\mathbf{C}(\mathbf{h}, u) \propto \frac{1}{(u^2 + c_0)^{\frac{d}{2}}} \exp\left\{\frac{-\|\mathbf{h}\|^2}{u^2 + c_0}\right\} \exp\{-\delta u^2\}; \delta > 0$$

é uma função de covariância espaço-temporal contínua válida em $R^d \times R$

2.2.2 Proposta de Gneiting (2002)

A proposta de Gneiting (2002) é uma generalização do procedimento de Cressie e Huang (1999), não necessitando da inversão de Fourier na forma fechada. A construção da classe de funções de covariância espaço-temporal estacionárias não separáveis é direta realizando-se no domínio espaço-temporal, ou seja, em $R^d \times R$.

Considere as funções $\varphi(r)$, $r \geq 0$ e $\psi(r)$, onde a primeira é uma função completamente monótona e a segunda é uma função positiva com uma derivada completamente monótona. Uma função é dita completamente monótona se possuir derivadas φ^n de todas as ordens e a relação $(-1)^n \varphi^n(r) \geq 0$ para $r > 0$ e $n = 1, 2, \dots$ existir. Em matemática, especialmente em análise funcional, uma função é dita ser positiva se $f(v) \geq 0 \forall v$. Alguns exemplos de funções completamente monótonas e funções positivas com derivadas completamente monótonas são dados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente. Essas tabelas são apresentadas em Gneiting (2002).

Tabela 1 Funções completamente monótonas

Função	Parâmetros
$\varphi(r) = \exp(-cr^\gamma)$	$c > 0, 0 < \gamma \leq 1$
$\varphi(r) = (2^{v-1}\Gamma(v))^{-1} (cr^{\frac{1}{2}})^v \mathbf{K}_v(cr^{\frac{1}{2}})$	$c > 0, v > 0$
$\varphi(r) = (1 + cr^\gamma)^v$	$c > 0, 0 < \gamma \leq 1, v > 0$
$\varphi(r) = 2^v \left(\exp\left(cr^{\frac{1}{2}}\right) + \exp\left(-cr^{\frac{1}{2}}\right) \right)^v$	$c > 0, v > 0$

Tabela 2 Funções positivas com uma derivada completamente monótonas

Função	Parâmetros
$\psi(r) = (ar^\alpha + 1)^\beta$	$a > 0, 0 < \alpha \leq 1, 0 < \beta \leq 1$
$\psi(r) = \frac{\ln(ar^\alpha + b)}{\ln(b)}$	$a > 0, b > 1, 0 < \alpha \leq 1$
$\psi(r) = \frac{(ar^\alpha + b)}{(b(ar^\alpha + 1))}$	$a > 0, 0 < b \leq 1, 0 < \alpha \leq 1$

Gneiting (2002), propõe uma função de covariância válida em R^dXR baseada no modelo espaço temporal não separável. Essa função é definida como:

$$C(\mathbf{h}, u) = \frac{\sigma^2}{\Psi(|u|^2)^{\frac{d}{2}}} \Phi\left(\frac{\|\mathbf{h}\|^2}{\Psi(|u|^2)}\right) + C_0, \quad (\mathbf{h}, u) \in R^dXR, \quad (9)$$

em que $\|\mathbf{h}\|$ é a distância espacial, $|u|$ é a defasagem temporal, σ^2 é a variabilidade do campo aleatório e $d > 0$ é a dimensão espacial. $C_0 = \frac{\sigma_{h=0}^2}{a|u|^\delta}$ é o efeito pepita, que é definido como um erro de amostragem não controlável.

Tomando $d = 2$ e considerando a primeira linha da Tabela 1 e a segunda linha da Tabela 2 e substituindo na equação (9), tem-se:

$$C(\mathbf{h}, u) = \frac{\sigma^2}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^\beta} \exp\left(-c \frac{\|\mathbf{h}\|^{2\gamma}}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^{\beta\gamma}}\right) + C_0; \quad a, c, \sigma^2 > 0 \text{ e } \alpha, \gamma, \beta \in (0, 1], \quad (10)$$

sendo a e α , respectivamente, os parâmetros de escala e de suavidade do processo no tempo, e c e γ , respectivamente, os parâmetros de escala e de suavidade do processo no espaço. Para $\beta = 0$, obtém-se uma função de covariância puramente espacial definida como:

$$C(\mathbf{h}, u; \beta = 0) = \sigma^2 \exp(-c \|\mathbf{h}\|^{2\gamma}) + C_0.$$

Ao multiplicar a função de covariâncias dada em (15) por uma função de covariância puramente temporal convenientemente escolhida, como $C(u) = (a|u|^{2\alpha} + 1)^{-\delta}$, tem-se como resultado uma função de covariância espaço-temporal válida não separável definida como:

$$C(\mathbf{h}, u) = \frac{\sigma^2}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^{\delta+\beta}} \exp\left(-c \frac{\|\mathbf{h}\|^{2\gamma}}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^{\beta\gamma}}\right) + C_0. \quad (11)$$

A equação (11) indica que o parâmetro β mede a força da interação espaço-tempo. Se $\beta = 0$, obtém-se uma função de covariância espaço-temporal separável

válida, da forma $C(\mathbf{h}, u) = \sigma^2 C(u) C(\mathbf{h})$ como:

$$C(\mathbf{h}, u; \beta = 0) = \frac{\sigma^2}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^\delta} \exp(-c\|\mathbf{h}\|^{2\gamma}) + C_0.$$

Uma reparametrização útil da equação (11) é obtida tomando o expoente $\tau = \delta + \beta$ e fazendo $\tau \geq \beta$ para obter a seguinte família paramétrica:

$$C(\mathbf{h}, u) = \frac{\sigma^2}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^\tau} \exp\left(-c \frac{\|\mathbf{h}\|^{2\gamma}}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^{\beta\gamma}}\right) + C_0. \quad (12)$$

A equação (12), com $\tau = 1$, está implementada no pacote “CompRandFld” disponível no software estatístico livre R e será utilizada nas análises dos dados.

2.3 Albedo

O albedo ou coeficiente de reflexão é a refletividade difusa ou poder de reflexão de uma superfície. O albedo depende da frequência da radiação e é altamente dependente da distribuição direcional da radiação incidente (SPRACKLEN; BONN; CARSLAW, 2008).

Uma informação importante é que o albedo médio da Terra (albedo planetário) varia de 30% a 35%, devido a cobertura de nuvens. Porém, este varia muito localmente devido à diferentes características geológicas e ambientais. O termo albedo foi introduzido em 1760 por Johann Heinrich Lambert, em seu trabalho intitulado “Photometria”.

Existem vários tipos de albedo conhecidos: albedo terrestre ou albedo da superfície terrestre, albedo de céu branco e de céu negro, albedo astronômico. Nesse trabalho, destaca-se o albedo terrestre ou albedo da superfície terrestre.

2.3.1 Albedo da superfície terrestre

Segundo Spracklen, Bonn e Carlaw (2008), o albedo da superfície terrestre é a razão entre a radiação refletida pela superfície terrestre ($F_{sw\uparrow}$) e a radiação incidente sobre a mesma ($F_{sw\downarrow}$). Seu cálculo é dado por:

$$A = \frac{F_{sw\uparrow}}{F_{sw\downarrow}}. \quad (13)$$

O albedo terrestre não é uma propriedade da superfície terrestre, mas uma característica do sistema Terra-Atmosfera.

Sua natureza adimensional permite que o albedo terrestre seja expresso como uma porcentagem, sendo então medido em uma escala que varia de zero a um. O valor zero representa nenhuma reflexão (ou uma superfície terrestre negra) e o valor um representa total reflexão (ou uma superfície terrestre branca).

O albedo terrestre traz alguns efeitos importantes para o ecossistema. Esses efeitos são de extrema importância para o equilíbrio natural do ecossistema. Alguns desses efeitos são: efeitos na insolação, efeitos no clima, efeitos na retroalimentação albedo-temperatura, efeitos na formação de neves, efeitos em pequena escala (sensação de calor e frescor por usar roupas escuras e claras), efeitos no reflorestamento de árvores (fotossíntese) diminuindo o desmatamento de árvores, efeitos na água, efeitos na formação de nuvens (SPRACKLEN; BONN; CARSLAW, 2008).

2.3.2 Sensoriamento remoto

Segundo Avery e Berlin (1992), sensoriamento remoto ou detecção remota ou ainda teledetecção se define como uma técnica para obter informações sobre objetos através de dados coletados por instrumentos que não estejam em contato físico com os objetos investigados.

As primeiras ideias de sensoriamento remoto surgiram da necessidade de obter imagens periódicas da superfície terrestre que permitissem a monitorização do meio ambiente em uma escala global e a obtenção de melhores informações acerca dos recursos naturais renováveis e não renováveis (ROCHA, 2007).

O termo sensoriamento remoto data do início dos anos de 1960 e foi introduzido por Evelyn L. Pruit e colaboradores (ROCHA, 2007). Satélites meteorológicos que monitoram eventos climáticos podem ser divididos em geoestacionários e de órbita polar. Satélites geoestacionários estão fixos em relação a um mesmo ponto na superfície terrestre e ficam localizados a 36.000 km. Estes têm uma co-

bertura melhor da região analisada pela relação da altitude em que ele se encontra, sendo os mais usados para coletas de dados climáticos e meteorológicos.

Atualmente, os satélites geoestacionários da linha METEOSAT (Meteorological Satellite) possuem uma resolução temporal a cada 15 minutos e proporcionam observações multiespectrais de mudanças rápidas nos fenômenos. Em destaque, temos o satélite METEOSAT 9, lançado em dezembro de 2005 e também conhecido como METEOSAT de segunda geração (METEOSAT Second Generation - MSG2).

Estes satélites carregam consigo o sensor SEVIRI (Spining Enhanced Visible and Infrared Imager), que serve para estimar o saldo de radiação terrestre. Esse varre a superfície terrestre linha por linha, e cada linha consiste de uma série de elementos de imagens ou pixels. O SEVIRI possui 12 canais espectrais com resolução espacial de até 1 km e fornece dados primordiais para uma série de aplicações no que diz respeito à previsão de condições meteorológicas ao monitoramento do clima e do ambiente (SANTOS, 2013).

O algoritmo usado pelo sensor SEVIRI para transformar as imagens obtidas em valores numéricos do albedo leva em conta a correção atmosférica (formação de nuvens). Nuvens funcionam como uma barreira para a energia solar que irá atingir a superfície terrestre e será refletida para o sensor SEVIRI (SPRACKLEN; BONN; CARSLAW, 2008).

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Pesquisa bibliográfica

Observações medidas em diferentes posições no espaço e no tempo são características de campos aleatórios espaço-temporais. Analisar estatisticamente esse tipo de dado tem como objetivo descrever a incerteza, não somente das quantidades de interesse, mas estimar valores em locais e tempos não amostrados.

Um fato que se destaca nesse tipo de modelagem é sua numerosa aplicabilidade. Diversas ciências, em especial aquelas relacionadas a fenômenos ambientais, baseiam-se nesse tipo de dados.

Procedimentos estatísticos, frequentemente, não são suficientes para descrever campos aleatórios espaço-temporais, por não considerarem a interação entre o espaço e o tempo ou, em outras palavras, por não captarem a variabilidade nas dimensões do espaço e do tempo conjuntamente.

Na modelagem de campos aleatórios espaço-temporais pode-se considerar duas especificações. Na especificação baseada em modelos é utilizada a adoção de modelos estocásticos para solucionar problemas práticos nos quais a função de covariância não é especificada explicitamente. Esta é induzida pelo modelo. Entretanto, esta forma de especificação pode ir de uma função com forma analítica simples até uma intratável analiticamente (GNEITING, 2002).

Host, Omre e Switzer (1995) propuseram um modelo que é uma extensão de um modelo geoestatístico, incluindo a componente temporal. Este modelo incorpora na predição espacial a informação dos vizinhos ao longo do tempo. Kyriakidis e Journel (1999) propuseram um procedimento alternativo para estimar as componentes do modelo de Host, Omre e Switzer (1995). Esses modelos apresentam a incapacidade de previsão de valores em tempos não amostrados.

Na especificação geoestatística é necessário o conhecimento de uma distribuição para o campo aleatório, que é definida em toda coordenada espaço-temporal. Neste sentido, a função de covariância é definida na dimensão espaço-temporal contínua, caracterizando o modelo para campos aleatórios. Esse modelo pode ser utilizado na predição de qualquer localização espacial e qualquer instante

de tempo.

Ajustar a função de covariância é de suma importância nesse tipo de especificação e, portanto, expressões com forma fechada para as funções de covariâncias são essenciais.

Nesse sentido, Cressie e Huang (1999) propõem desenvolver classes de funções de covariância espaço-temporais válidas não separáveis cuja obtenção não se baseia no domínio das observações, mas sim no domínio da frequência. Eles utilizam a representação espectral e a densidade espectral para descrever as propriedades do campo aleatório.

Segundo Gneiting (2002), espaço e tempo são dimensões que não podem ser comparadas diretamente. No espaço não há a ideia de ordenação (passado, presente e futuro) que é bem estabelecida no tempo; em contrapartida, no espaço existem conceitos de isotropia e anisotropia que não fazem sentido no tempo.

Gneiting (2002) propõe uma extensão do procedimento de Cressie e Huang (1999). O procedimento é a obtenção de funções de covariâncias espaço-temporais válidas não separáveis a partir de combinações de funções completamente monótonas e funções positivas com uma derivada completamente monótona.

A partir da proposta de Gneiting (2002), vários modelos baseados na obtenção de funções de covariâncias válidas são propostos.

Niu, Mckeague e Elsner (2003) estudaram uma classe de modelos denominada modelos espaço-temporais autoregressivos e de médias móveis. Nesse contexto, eles consideraram os modelos temporais ARMA de Box e Jenkins e adicionaram a esses modelos uma componente espacial na modelagem. Essa componente traz informações importantes a respeito da configuração espacial dos pontos. Esse modelo é altamente aplicável por predizer pontos não amostrados em tempos futuros.

Ma (2003) propuseram representações alternativas para as funções de covariâncias usando integrais seguindo algumas propriedades, além de propor a utilização de modelos de mistura considerando funções de covariâncias válidas puramente espaciais e temporais.

Iaco e Posa (2012) introduziram uma nova ideia de não separabilidade a

partir de funções de covariâncias válidas como proposto por Gneiting (2002). Essa nova ideia consiste no conceito de não separabilidade positiva e negativa, baseada na função de correlação gerada a partir de funções de covariâncias válidas. Essa leva em conta a razão entre a correlação espaço-temporal e o produto entre as correlações puramente espaciais e temporais. Caso o resultado dessa razão seja maior que um, temos não separabilidade positiva. Caso seja menor que um, temos não separabilidade negativa.

Padoan e Bevilacqua (2015) estudaram o modelo geoestatístico de covariâncias espaço-temporal proposto por Gneiting (2002) em dados de velocidade de vento. Eles utilizaram o pacote “CompRandFld” em suas análises. O objetivo principal era mostrar a utilização desse novo pacote do R Core Team (2015) nesse tipo de análise.

O albedo é um conceito importante em climatologia, astronomia e para o cálculo de refletividade de superfícies em sistemas de classificação de sustentabilidade de construções do LEED (Leadership in Energy and Environmental Design).

Neste sentido, Grant, Prata e Cechet (2000) estudaram a precisão do albedo médio da superfície, no período diurno, em um local de pastagem no sudoeste da Austrália. A conclusão foi que, durante os nove meses em que o albedo foi avaliado, o índice de reflexão do albedo sempre teve o mínimo esperado próximo ao meio-dia, porém este variou muito ao longo do período diurno.

Zhang, Scambos e Haran (2003) estudaram o albedo da superfície terrestre em uma região ao norte do Alasca. As medições do albedo médio diário da superfície foram feitas no período de 1985 a 1998, sendo essas feitas tanto com torres terrestres quanto por satélites via sensoriamento remoto. Os autores concluíram que havia diferença do albedo terrestre em quatro períodos temporais distintos: inverno, primavera na neve derretida, verão e nos períodos de congelamento até a chegada do outono.

Leite e Brito (2012) estudaram, usando dados de imagens de satélite, as relações entre as mudanças no uso da terra e a variação da temperatura e do albedo da superfície, no período sazonal de inverno da Bacia do Rio Vieira, localizada no norte de estado de Minas Gerais, durante os anos de 1985, 1995 e 2010. O objetivo foi avaliar estas relações e teve como ganho possibilitar a recuperação de

57,79 km² de vegetação em 25 anos da superfície estudada.

Wang et al. (2015) estudaram o albedo nas geleiras do planalto central tibetano. A coleta dos dados foi realizada via sensoriamento remoto e possibilitou a análise da variabilidade espaço-temporal do albedo nesta região. A conclusão foi que a distribuição espacial do albedo nas geleiras no inverno não sofreu alteração com a altitude da área estudada. No verão, a distribuição espacial do albedo aumentou de acordo com a mudança de altitude da área estudada.

Zhang, Jiang e Liang (2015) estudaram o albedo em superfícies porosas afim de verificar se esse diminuía ou aumentava de acordo com o tipo de porosidade numa mesma superfície. A superfície foi cimentada e foi testado o albedo em diferentes pontos da superfície, com diferentes porosidades. A conclusão foi que o albedo diminuía à medida que o nível de porosidade da superfície aumentava.

3.2 Recursos computacionais

Nesse trabalho utilizou-se o software estatístico livre R Core Team (2015) para realizar as análises. Os pacotes utilizados nas análises foram o “geoR”, “CompRandFld”, “scatterplot3d”, “fields”.

O tipo de krigagem utilizado nas análises foi a krigagem ordinária, conforme definido na seção 2.1.2. Para validar o modelo, utilizou-se o desvio padrão de krigagem, que é definido como sendo a raiz quadrada da variância de krigagem, que está definida na seção 2.1.3.

3.3 Malha amostral

A Figura 2 mostra as localizações dos pontos amostrados para realização das análises. Estes pontos distam entre si 20 km, totalizando 249 pontos amostrados para cada dia, em um total de 31 dias.

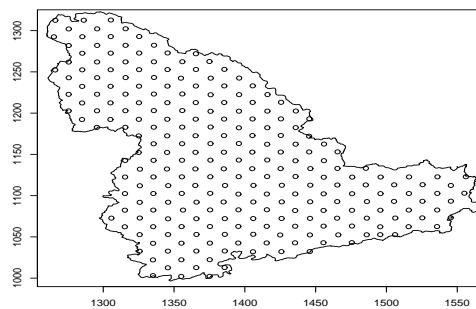


Figura 2 Malha amostral.

3.4 Descrição dos dados

Os dados coletados para as análises estão localizados na mesorregião sul de Minas Gerais. Foi considerada a variável albedo coletada em uma média diária para os 31 dias do mês de dezembro do ano de 2010. As amostras para análise estão dispostas em uma malha com 249 localizações espaciais, sendo as mesmas localizações distribuídas em cada dia avaliado.

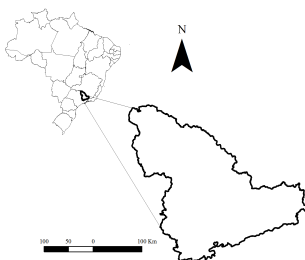


Figura 3 Localização da mesorregião sul de Minas Gerais.

A mesorregião sul de Minas apresenta grandes altitudes e um clima ameno, fortemente influenciado pela serra da Mantiqueira. A economia é altamente agrícola, com destaque para as plantações de café. A figura 5 apresenta os mapas com as variações de temperatura, índice de umidade, evapotranspiração e precipitação para a região em estudo.

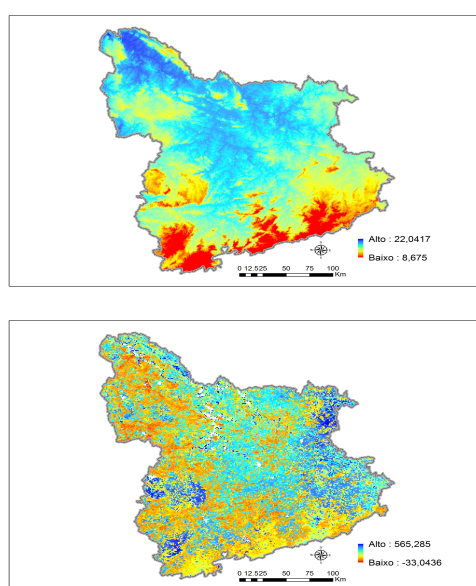


Figura 4 Temperatura e umidade.

A Figura 6 apresenta outras características da região, como área urbanizada, presença de água (rios), tipo de vegetação.

Uma vez que a região de estudo foi caracterizada, o próximo capítulo traz os resultados e discussões sobre as análises realizadas.

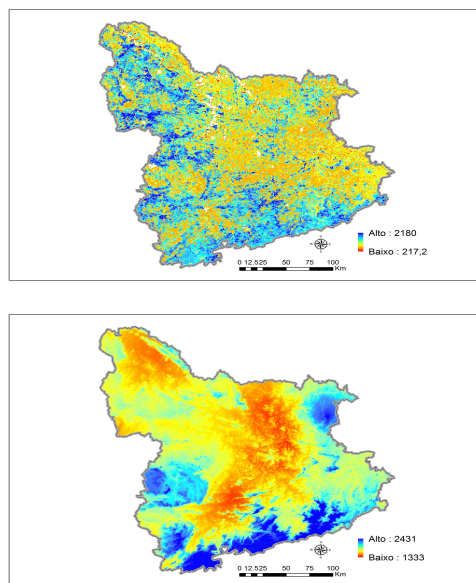


Figura 5 Evapotranspiração e precipitação.

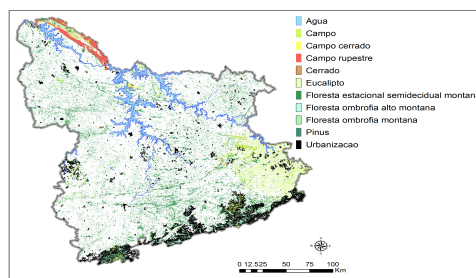


Figura 6 Tipo de vegetação, água e área urbana.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para efetuar as análises, foram considerados somente os primeiros 25 dias coletados com a finalidade de guardar os outros 6 dias para validar o modelo geoestatístico de funções de covariâncias ajustado. Assumindo estacionariedade de segunda ordem para o campo aleatório e isotropia no espaço, ajustamos o modelo de covariâncias proposto por Gneiting (2002), cujos parâmetros estimados são dados na Tabela 3.

4.1 Resultados

4.1.1 Análise espaço-temporal dos dados

4.1.2 Modelo da estrutura de covariância espaço-temporal

No modelo de Gneiting o efeito pepita é dado pela expressão $C_0 = \frac{\sigma_{h=0}^2}{(a|u|^8)}$. O modelo teórico a ser utilizado nas análises é dado da seguinte forma:

$$C(\mathbf{h}, u) = \frac{\sigma^2}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^\tau} \exp\left(-c \frac{\|\mathbf{h}\|^{2\gamma}}{(a|u|^{2\alpha} + 1)^{\beta\gamma}}\right) + C_0. \quad (14)$$

A tabela 3 apresenta os parâmetros estimados para o modelo de covariâncias conforme a equação (12):

Tabela 3 Parâmetros estimados do modelo de Gneiting (2002).

C_0	σ^2	a	α	c	γ	β
0.000183	0.0004	1.365	1	92.03	1	1

C_0 é o efeito pepita, σ^2 é a variância do campo aleatório, a é o parâmetro de escala no tempo, α é o parâmetro de suavidade no tempo, c é o parâmetro de escala no espaço, γ é o parâmetro de suavidade no espaço e β é o parâmetro que mede a força da interação existente entre o espaço e o tempo. O intervalo em que

estes podem assumir valores são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 1 e 2.

O modelo de funções de covariâncias com seu respectivos parâmetros estimados por mínimos quadrados é dado pela equação (12)

$$\hat{C}(\mathbf{h}, u) = \frac{0.0004}{(1.365|u|^2 + 1)} \exp\left(-92.03 \frac{\|\mathbf{h}\|^2}{(1.365|u|^2 + 1)}\right) + 0.0001831. \quad (15)$$

A Figura 7 apresenta o covariograma espaço-temporal ajustado. Podemos observar, por exemplo, o valor numérico estimado do “efeito pepita” e do “alcance máximo”, que é dado por σ^2 apresentados respectivamente na Tabela 3.

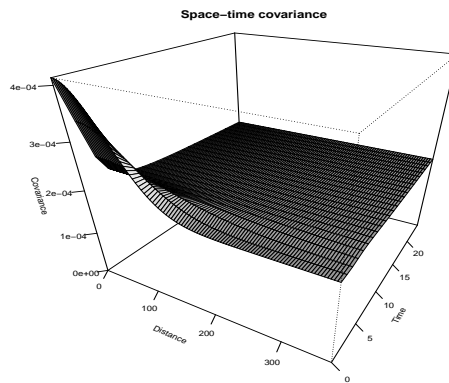


Figura 7 Covariograma espaço-temporal ajustado.

O covariograma é útil na obtenção dos pesos de krigagem. De acordo com o covariograma, localizações mais próximas tanto no espaço quanto no tempo tendem a possuir correlação espaço-temporal mais forte. À medida que essas localizações se distanciam tanto no espaço quanto no tempo, a força dessa correlação diminui, até atingir o que chamamos de “patamar”, que é onde a correlação deixa de existir.

Estimados os parâmetros do modelo de covariâncias dado na equação 15, o próximo passo é prever valores da variável albedo a fim de verificar espaço-temporalmente seu comportamento ao longo de toda área em estudo.

4.1.3 Mapas de krigagem e de erros de predição

4.1.3.1 Mapas de krigagem

Mapas constituem uma importante fonte de informações que podem ser extraídas de uma região ou área. Mapas de krigagem formam uma ferramenta que dão informações visuais sobre o fenômeno que atua continuamente na região de interesse. Eles mostram onde há maior ou menor concentração do fenômeno estudado e qual o comportamento do mesmo ao longo do tempo, como é o caso aqui.

Analisando os mapas de krigagem para os primeiros 25 dias do mês de dezembro de 2010, percebe-se que há uma variação do albedo da superfície na região em estudo. Os valores do albedo foram obtidos via sensoriamento remoto. A ideia é transformar cada pixel dessa imagem obtida em valores numéricos que representam o albedo na região, de acordo com uma escala de cores atribuída ao mesmo.

O algoritmo que faz essa transformação leva em conta a correção atmosférica, ou seja, ele considera a presença de nuvens na região. Nuvens funcionam como barreira para a passagem de energia solar, o que leva a perda de informação sobre os valores reais do albedo. Mais informações podem ser verificadas em Geiger et al. (2008).

O valor final do albedo obtido em cada pixel da área é um valor estimado. Realizar inferências nessas condições é um processo complicado. A presença de nuvens na região pode ser um fator que explique essa variação do albedo na região. Nuvens levam à ocorrência de chuvas, o que é muito comum no mês de dezembro nessa região. O surgimento de gramíneas, mudanças de cor do solo, até mesmo outros fatores, tornam a área de medição mais escura, o que indica menor albedo na mesma. Alguns outros fatores também podem ser considerados tais como insolações, erosões, desmatamentos.

A Figura 5 apresenta a caracterização da região estudada, que pode ajudar a explicar a variação do albedo da superfície. A presença de moradias, vegetação, rios e mudanças de temperatura, além da precipitação e índice de umidade

influenciam o albedo da superfície.

As Figuras 8, 9, 10 e 11 apresentam os mapas de predição do albedo para os dias 1 a 25. Nota-se uma variação do albedo a partir do nono dia que se mantém até o vigésimo dia. A partir do vigésimo dia o albedo diminui em toda a região.

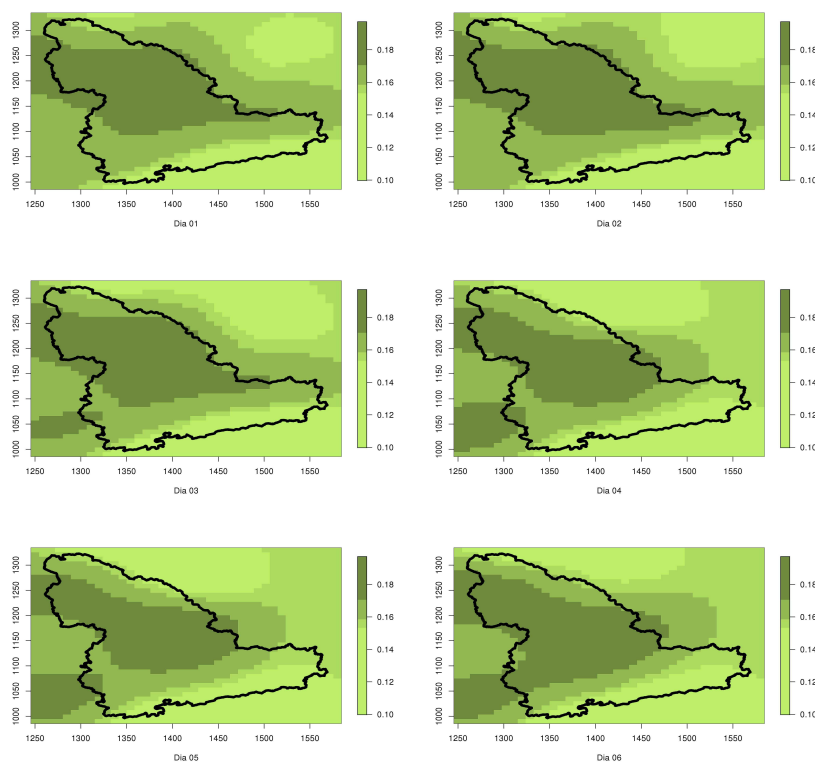


Figura 8 Dias 01 a 06.

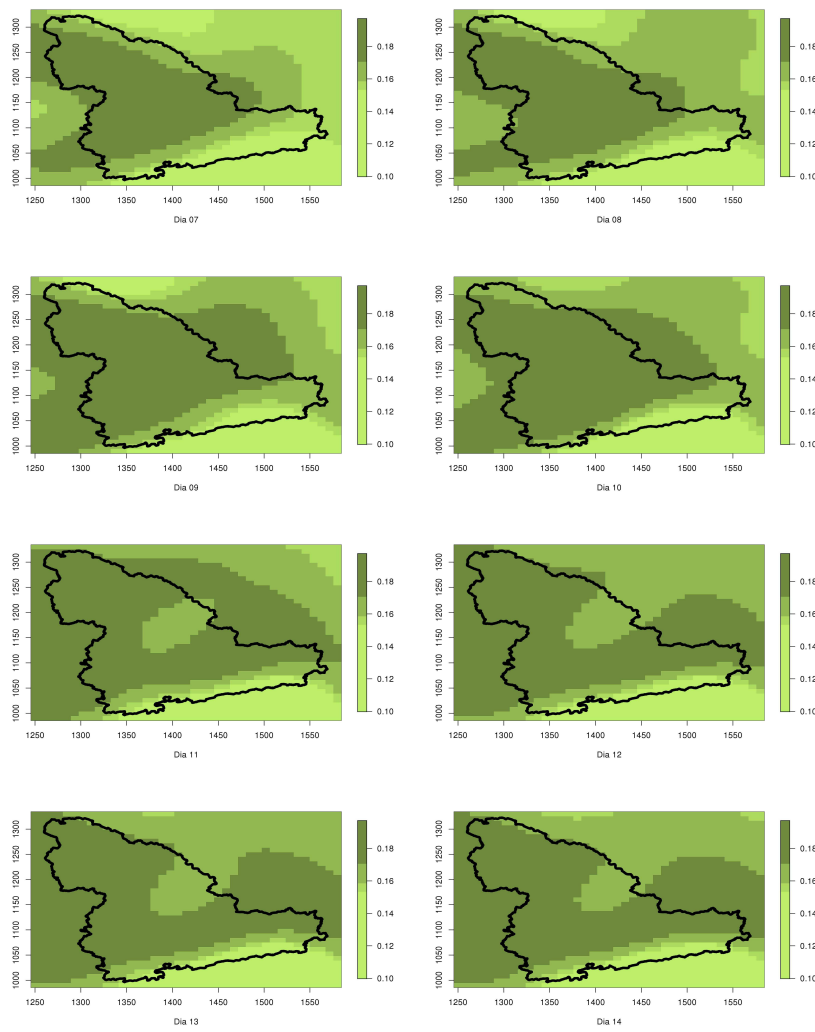


Figura 9 Dias 07 a 14.

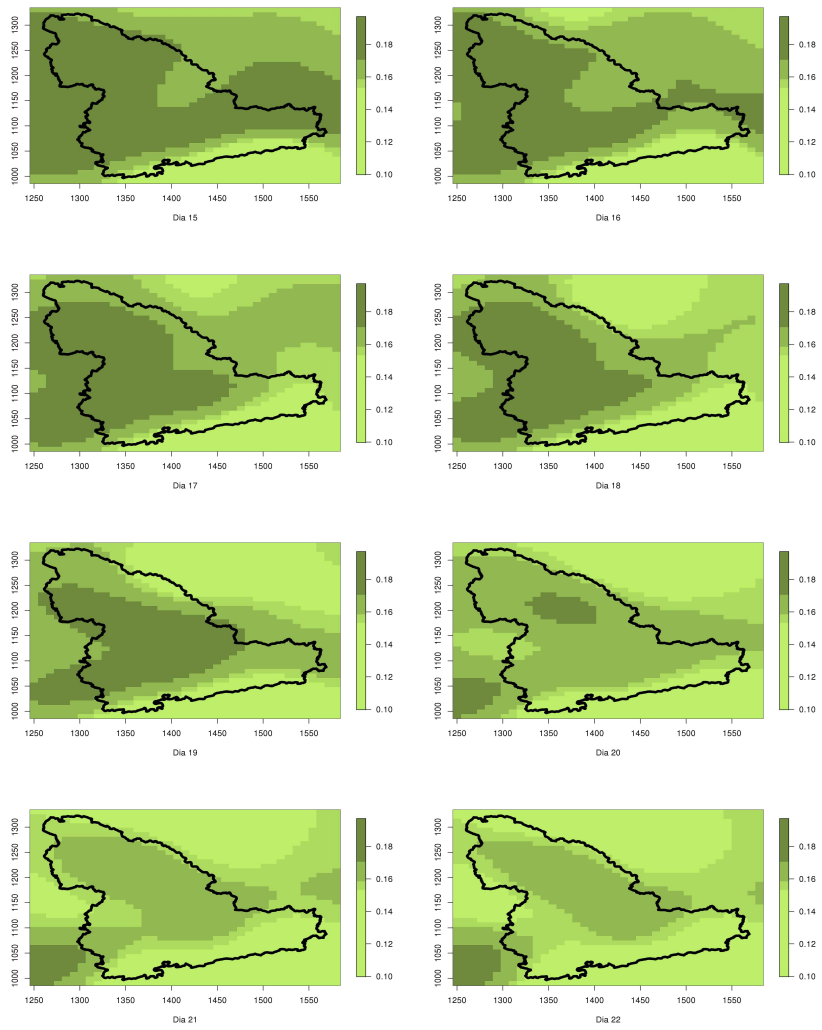


Figura 10 Dias 15 a 22.

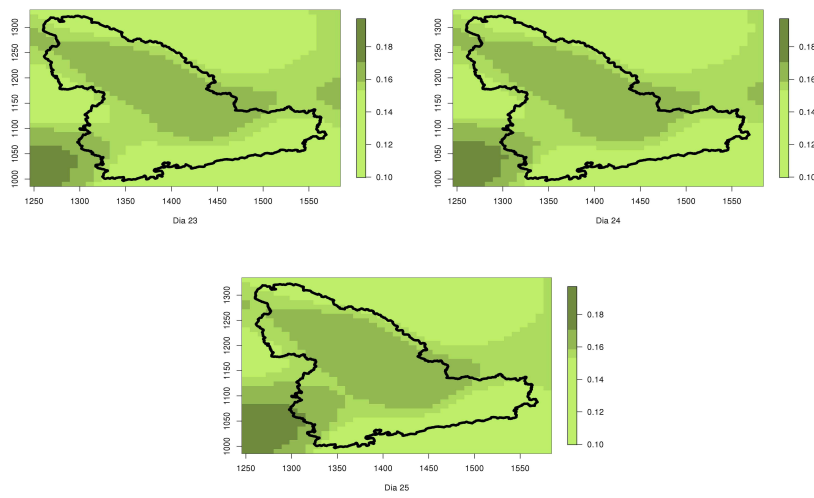


Figura 11 Dias 23 a 25.

4.1.3.2 Mapas de erros de predição

Para validar o modelo ajustado foram avaliados os erros de predição, através do desvio-padrão de krigagem. As Figuras 12, 13 e 14 apresentam os mapas de desvio-padrão de krigagem para os dias 1 a 25. Nota-se que os erros de predição praticam não mudam de dia pra dia. Percebe-se uma consistência de cores nos mapas, o que indica que as propriedades citadas na seção 2.1.2 estão garantidas. Como consequência, pode-se concluir que o modelo dado na seção 4.1.2 se ajustou bem aos dados.

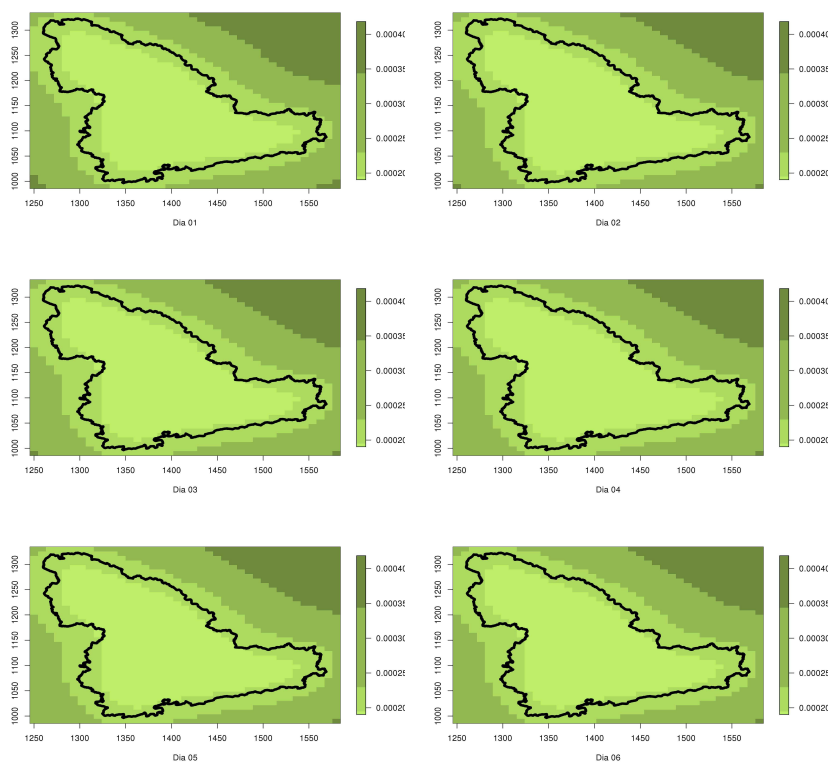


Figura 12 Dias 01 a 06.

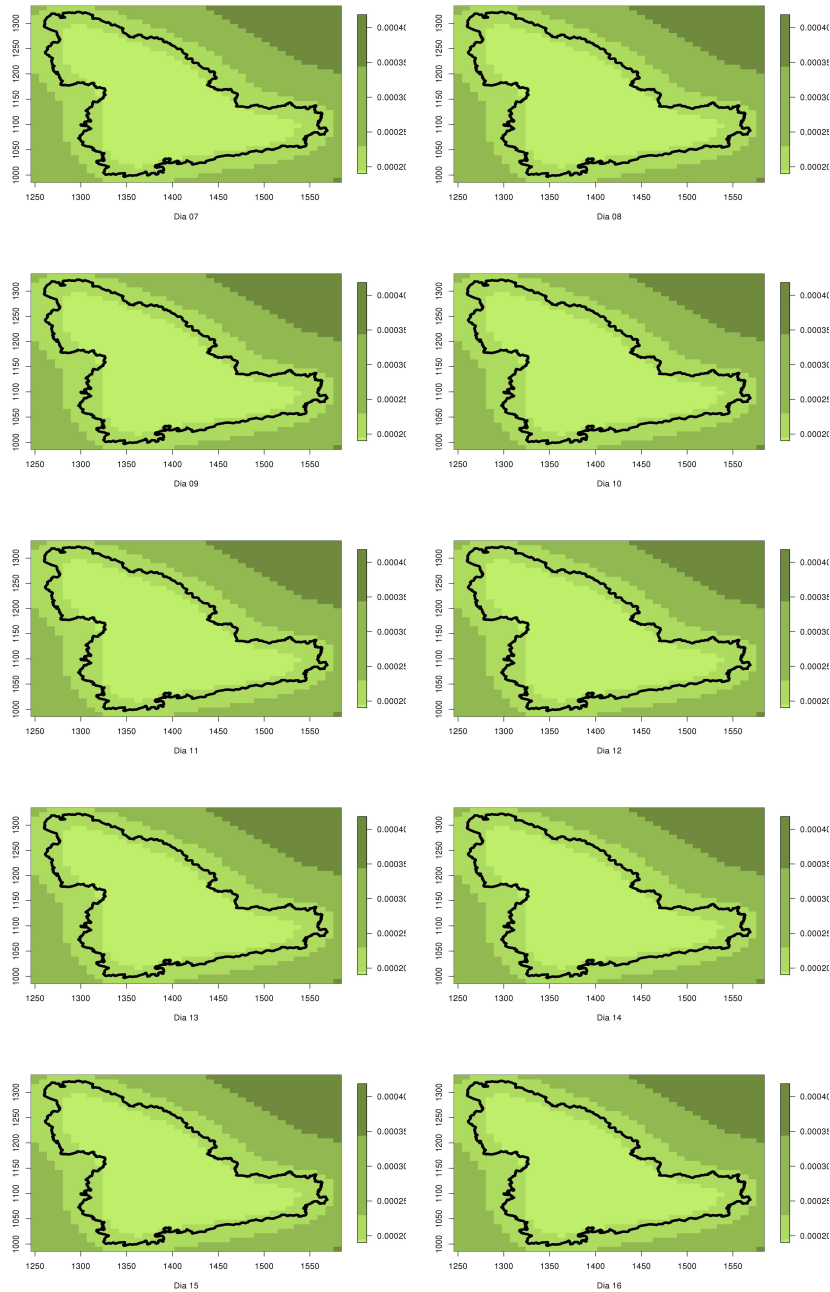


Figura 13 Dias 07 a 16.

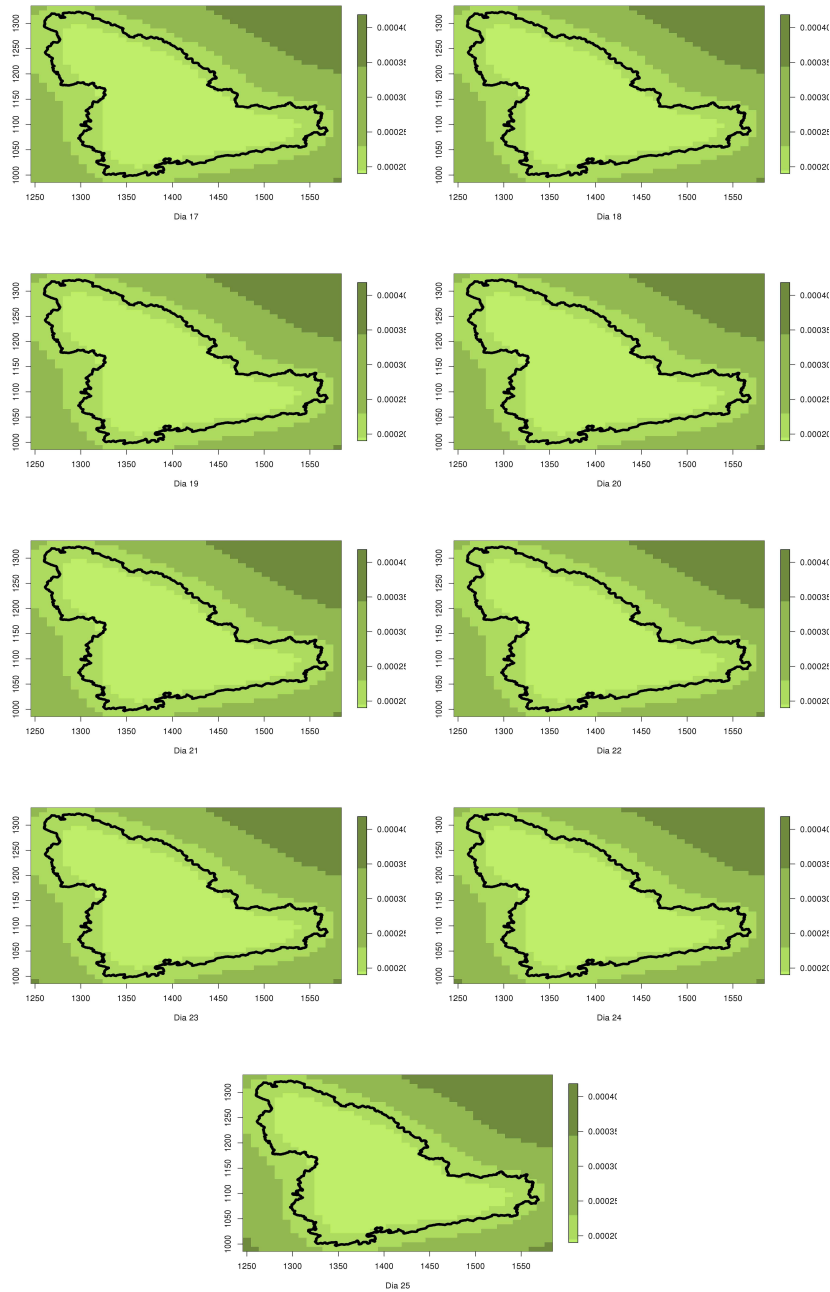


Figura 14 Dias 17 a 25.

4.1.3.3 Mapas de previsão para tempos futuros

Para esse modelo, é possível fazer previsão em tempos não amostrados. A Figura 15 apresenta os mapas de previsão espaço-temporal para os dias 26 a 31. Os resultados praticamente não mostram alteração do albedo para esses dias nessa mesma região.

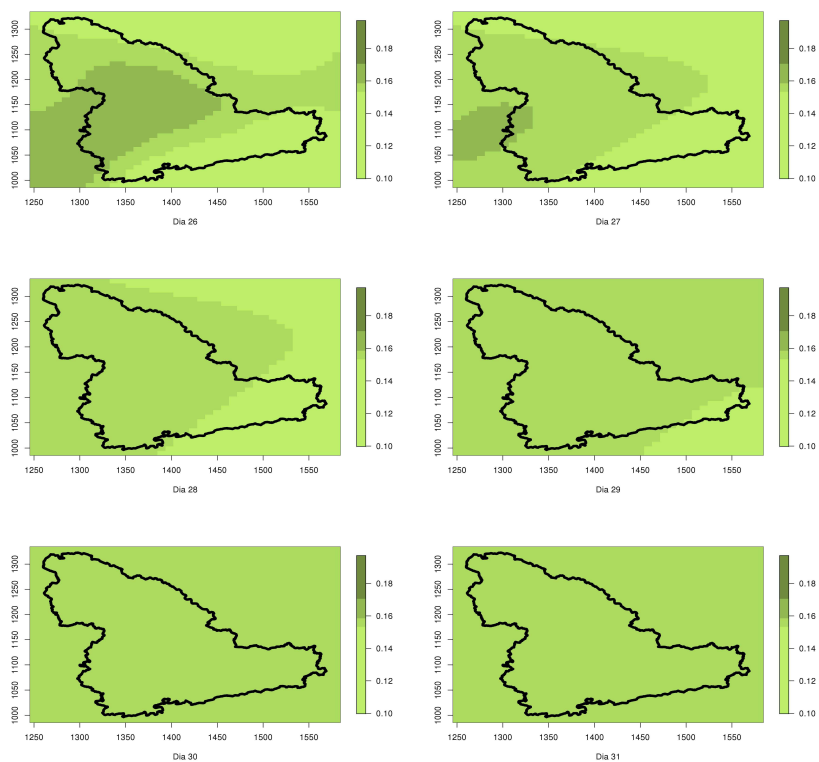


Figura 15 Dias 26 a 31.

4.1.3.4 Análise puramente espacial

Um dos objetivos desse trabalho é realizar um estudo detalhado da proposta de modelagem geoestatística espaço-temporal de Gneiting via funções de covariâncias estacionárias. Uma forma de realizar esse estudo é comparar seu desempenho com o desempenho de alguma outra proposta de modelagem, como por exemplo, uma proposta que considera somente a dependência espacial na modelagem.

O “geoR” é um software disponível no R apropriado para realizar análises geoestatísticas puramente espaciais. Diante disso, foi realizada uma análise dessa natureza para todos os dias amostrados e não foram notadas diferenças significativas entre os erros de predição. Mais detalhes de como proceder na análise puramente espacial podem ser encontrados em Diggle e Ribeiro Jr. (2007). Não estamos interessados no mapa de krigagem para esse dia escolhido, mas sim nos erros de predição. É razoável admitir que o tipo de modelagem que apresentar o menor erro de predição será a melhor escolha.

O modelo de dependência puramente espacial que se ajustou bem aos dados foi o Exponencial, levando em conta o critério de maior alcance, o efeito pepita e a contribuição espacial conforme a Tabela 4, com seus respectivos parâmetros estimados pelo método de mínimos quadrados. Essa escolha geralmente é feita “a sentimento” já que não existe um teste estatístico que indique qual modelo ajustado deva ser escolhido.

Apresentam-se, na Tabela 4 algumas estatísticas descritivas sobre o erro de predição referente aos 25 primeiros dias amostrados para os modelos espaço-temporal e puramente espacial.

Tabela 4 Estatísticas descritivas.

	Espaço-temporal			Puramente espacial		
	Mínimo	Média	Máximo	Mínimo	Média	Máximo
Dia 01	0.0001905	0.0002439	0.0004142	0.000001395	0.00006962	0.0003284
Dia 02	0.0001904	0.0002110	0.0004133	0.000001524	0.00007440	0.0003373
Dia 03	0.0001904	0.0002386	0.0004100	0.000001584	0.00007728	0.0003503

Dia 04	0.0001904	0.0002385	0.0004085	0.0000008536	0.00004459	0.0002285
Dia 05	0.0001904	0.0002384	0.0004080	0.0000009090	0.00004690	0.0002349
Dia 06	0.0001904	0.0002384	0.0004078	0.000001353	0.00007028	0.0003562
Dia 07	0.0001904	0.0002384	0.0004076	0.000002427	0.0001169	0.0005176
Dia 08	0.0001904	0.0002384	0.0004075	0.000002017	0.00009961	0.0004611
Dia 09	0.0001904	0.0002384	0.0004075	0.000001535	0.00007663	0.0003615
Dia 10	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000002466	0.0001071	0.0004009
Dia 11	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000002578	0.0001120	0.0004192
Dia 12	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000001708	0.00008224	0.0003642
Dia 13	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000001868	0.00008857	0.0003822
Dia 14	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000001571	0.00007844	0.0003700
Dia 15	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000001658	0.00008189	0.0003791
Dia 16	0.0001904	0.0002384	0.0004074	0.000001250	0.00006771	0.0003720
Dia 17	0.0001904	0.0002384	0.0004075	0.000001354	0.00006826	0.0003276
Dia 18	0.0001904	0.0002384	0.0004075	0.000001302	0.00006670	0.0003298
Dia 19	0.0001904	0.0002384	0.0004076	0.0000008708	0.00004637	0.0002464
Dia 20	0.0001904	0.0002384	0.0004078	0.0000007329	0.00003933	0.0002121
Dia 21	0.0001904	0.0002384	0.0004080	0.000009508	0.00004967	0.0002545
Dia 22	0.0001904	0.0002385	0.0004085	0.0000007931	0.00004205	0.0002217
Dia 23	0.0001904	0.0002386	0.0004100	0.000006321	0.00003443	0.0001912
Dia 24	0.0001904	0.0002391	0.0004133	0.000006922	0.00003727	0.0002023
Dia 25	0.0001905	0.0002439	0.0004142	0.0000008957	0.00004679	0.0002398

De acordo com a tabela 4, pode-se optar pela modelagem puramente espacial, pois em geral esse tipo de modelagem erra menos. Mas é preciso considerar que o modelo espaço-temporal de Gneiting leva em conta tanto a dependência espacial existente quanto a dependência temporal, além da possibilidade de fazer previsão para tempos não amostrados. A Tabela 4 traz a informação que escolher o modelo de Gneiting não acarreta muita perda de informação no processo de predição de valores, que é o objetivo da Geoestatística.

4.2 Discussões

Geralmente fenômenos que variam no espaço e no tempo são tratados como aleatórios por não conhecermos as razões que afetam seu comportamento e, na maioria das vezes, sua complexidade não pode ser descrita por uma representação determinística. Modelos estocásticos têm como base um certo número de parâmetros que podem ser modelados e, a partir de uma realização desse processo, inferências podem ser obtidas.

Na modelagem estocástica espaço-temporal o objetivo é obter informações sobre o comportamento do fenômeno no espaço e no tempo. A ideia é partir do princípio de que não existe um modelo que se ajuste perfeitamente ao fenômeno e a conclusão é que alguns modelos serão mais capazes do que outros de resumir de forma simples certas situações do mesmo.

Fenômenos espaço-temporais têm como característica a unicidade, não havendo a possibilidade de reprodução do mesmo modelo para diversos fenômenos. A consequência é que inferir sobre o fenômeno só é possível a partir de algumas suposições.

A especificação de funções de covariâncias espaço-temporais válidas é dificultada pela diferença de grandeza física entre o espaço e o tempo. Além disso, há a condição necessária e suficiente de serem positivas definidas. Uma propriedade é que estas podem ser separáveis ou não separáveis. No primeiro caso, a separabilidade é dada pelo produto ou soma de funções de covariâncias relacionadas puramente ao espaço e ao tempo respectivamente. Apesar da facilidade de implementação computacional, há a desvantagem de não levar em conta uma possível interação existente entre o espaço e o tempo, o que pode não caracterizar bem certos fenômenos.

Funções de covariâncias espaço-temporais não separáveis levam em conta essa interação, mas o esforço computacional pode ser um complicador. Estas podem ir desde funções analíticas fáceis de serem obtidas e tratáveis computacionalmente até funções mais complexas. No último caso, métodos numéricos são necessários para estimação dos parâmetros.

Existem, na literatura, alternativas para modelagem espaço-temporal que

trabalhem com funções de covariâncias válidas não separáveis. A proposta de Gneiting foi a utilizada nesse trabalho, cujo ajuste dos parâmetros desse modelo foi feito utilizando-se o pacote “CompRandFld” do R.

Foram encontradas muitas dificuldades na estimativas dos parâmetros do modelo e confecção dos mapas de krigagem. A complexidade desse tipo de modelagem deve ser considerada pelo usuário. Uma dificuldade é a aquisição de computadores altamente potentes, capazes de armazenar vetores de tamanhos variados e processar cálculos intensos. Uma outra dificuldade diz respeito à escolha da malha amostral para a predição de valores através da krigagem. O problema de visualização dos mapas (dificuldades na resolução) não permite observar, com maior clareza, algumas detalhes de relevância do mapa.

5 CONCLUSÕES

Seguindo os objetivos desse trabalho, pode-se concluir que a proposta de modelagem geoestatística espaço-temporal de Gneiting, usando funções de covariâncias estacionárias, é eficaz, pois esta explica bem o albedo da superfície.

O covariograma indica forte dependência espaço-temporal para o albedo em diferentes localizações na região de estudo.

Através dos mapas de krigagem, pode-se observar a variação do albedo para a região estudada que, segundo a literatura, segue a mesma escala dos mapas de krigagem.

Através dos mapas de desvio-padrão de krigagem, verifica-se o quão bom foi o ajuste do modelo, devido à magnitude do erro de predição.

Os mapas de previsão para tempos não amostrados dão uma ideia do comportamento do albedo nesses dias. Uma vantagem de usar modelos geoestatísticos espaço-temporais é que estes podem fazer previsões para tempos não amostrados. Em caso de falha no sensor, a coleta de dados para algum dia não fica comprometida, devido à capacidade de previsão do modelo estudado.

Referências

AVERY, T. E.; BERLIN, G. L. **Fundamentals of Remote Sensing and Airphoto Interpretation**. [S.l.]: New Jersey, 1992.

BOCHNER, S. **Lectures on fourier integrals**. [S.l.]: Princeton, N. J., 1959. 219 p.

CRESSIE, N.; HUANG, H.-C. Classes of non-separable, spatio-temporal stationary covariance functions. **Journal of the American Statistical Association**, v. 94, p. 1330–1340, 1999.

DIGGLE, P. J.; RIBEIRO JR., P. J. **Models-based geostatistics**. [S.l.]: New York, 2007.

GEIGER, B. et al. Land surface albedo derived on a daily basis from meteosat second generation observations. **Ieee Transactions On Geoscience And Remote Sensing**, p. 3841–3856, 2008.

GNEITING, T. Nonseparable, stationary covariance functions for space-time data. **Journal of the American Statistical Association**, v. 97, n. 458, p. 590–600, 2002.

GRANT, I. F.; PRATA, A. J.; CECHET, R. P. The impact of the diurnal variation of albedo on the remote sensing of the daily mean albedo of grassland. **American Meteorological Society**, v. 39, p. 231–244, 2000.

HOST, G.; OMRE, H.; SWITZER, P. Spatial interpolation errors for monitoring data. **Journal of the American Statistical Association**, v. 90, n. 431, p. 853–861, 1995.

IACO, S. D.; POSA, D. Positive and negative non-separability for space-time covariance models. **Journal Of Statistical Planning And Inference**, v. 143, p. 378–391, 2012.

KYRIAKIDIS, P. C.; JOURNAL, A. G. Geostatistical space-time models: a review. **Mathematical Geology**, v. 31(06), p. 651–684, 1999.

LEITE, R.; BRITO, J. L. S. Sensoriamento remoto aplicado à análise temporal da relação uso da terra/temperatura e albedo de superfície na bacia do rio vieira no norte de minas gerais. **Revista Brasileira De Climatologia**, v. 10, p. 98–120, 2012.

MA, C. Spatio-temporal stationary covariance models. **Journal Of Multivariate Analysis**, v. 86, p. 97–107, 2003.

NIU, X.-F.; MCKEAGUE, I. W.; ELSNER, J. B. Seasonal space-time models for climate systems. **Statistical Inference for Stochastic Processes, Netherlands**, v. 6, p. 11–133, 2003.

PADOAN, S. A.; BEVILACQUA, M. Analysis of random fields using comrandfld. **Journal of the American Statistical Association**, v. 63, n. 9, p. 1–27, 2015.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2015. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

ROCHA, C. H. B. **Geoprocessamento: tecnologia transdisciplinar**. [S.l.]: Juiz de Fora - MG, 2007.

SANTOS, A. R. dos. **Apostila de Sensoriamento Remoto**. [S.l.]: Alegre, 2013.

SHERMAN, M. **Spatial Statistics and Spatio-Temporal Data: Covariance Functions and Directional Properties**. [S.l.]: Library of Congress Cataloging, 2011.

SILVA, A. S.; JÚNIOR, P. J. R.; ELMATZOGLOU, I. Modelagem geoestatística utilizando a família de gneiting de funções de covariância espaço-temporais. **Rev. Mat. Estat.**, v. 25, n. 1, p. 65–83, 2007.

SPRACKLEN, D. V.; BONN, B.; CARSLAW, K. S. Boreal forests, aerosols and the impacts on clouds and climate. **The Royal Society**, p. 1–14, 2008.

WANG, J. et al. Surface albedo variation and its influencing factors over dongkemadi glacier, central tibetan plateau. **Advances In Meteorology**, v. 2015, p. 1–10, 2015.

YAMAMOTO, J. K.; LANDIN, P. M. B. **Geoestatística: conceitos e aplicações**. [S.l.]: Oficina de Textos, 2013.

ZHANG, R.; JIANG, G.; LIANG, J. The albedo of pervious cement concrete linearly decreases with porosity. **Advances In Materials Science And Engineering**, v. 2015, p. 1–5, 2015.

ZHANG, T.; SCAMBOS, T.; HARAN, T. Ground-based and satellite-derived measurements of surface albedo on the north slope of alaska. **American Meteorological Society**, v. 4, p. 77–91, 2003.