

AGUINALDO THIERSCH

**EFICIÊNCIA DAS DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS PARA PROGNÓSE DA
PRODUÇÃO DE *Eucalyptus camaldulensis***

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração em Produção Florestal, para obtenção do título de “Mestre”.

Orientador

Prof. JOSÉ ROBERTO SOARES SCOLFORO

**LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL
1997**

AGUINALDO THIERSCH

**EFICIÊNCIA DAS DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS PARA PROGNÓSE DA
PRODUÇÃO DE *Eucalyptus camaldulensis***

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração em Produção Florestal, para obtenção do título de “Mestre”.

APROVADA em 08 de agosto de 1997

Prof. Sebastião do Amaral Machado

Prof. Antônio Donizette de Oliveira

**Prof. José Roberto Soares Scolforo
(Orientador)**

À minha esposa Marília,
meus pais, Miltho e Rosa e
aos meus irmãos, Carlos, Fátima,
Nilson, Márcia e Cláudio.

DEDICO

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela presença constante em todos os momentos.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao Departamento de Ciências Florestais, pela oportunidade de fazer o curso de Mestrado.

À Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsa.

À Empresa Mannesmann Florestal Ltda., pelo fornecimentos dos dados para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor José Roberto S. Scolforo, pela amizade, orientação e confiança em mim depositada.

Aos professores Antônio Donizette de Oliveira e Sebastião do Amaral Machado, pelas sugestões dadas ao trabalho.

Aos colegas do curso de Pós-Graduação e Graduação pela amizade, incentivo e colaboração no desenvolvimento do trabalho.

A todos os funcionários do Departamento de Ciências Florestais, pelo apoio.

À Beatriz pela dedicação no trabalho de digitação.

Ao meu irmão Cláudio pela ajuda na estruturação dissertação.

Em especial, à Marília pela paciência, apoio e compreensão.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....	vi
LISTA DE FIGURAS.....	x
RESUMO.....	xii
ABSTRACT.....	xiv
INTRODUÇÃO GERAL.....	1
CAPÍTULO 1 - Eficiência das distribuições Normal, Log-normal, Gamma, Beta, Weibull, e S_B de Johnson por diferentes métodos de ajuste para <i>Eucalyptus</i> <i>camaldulensis</i>	
1.1 INTRODUÇÃO.....	3
1.2 MATERIAL E MÉTODOS.....	5
1.2.1 Caracterização da área.....	5
1.2.2 Levantamento dos dados.....	6
1.2.3 Classificação de sítio.....	7
1.2.4 Distribuição diamétrica e os diferentes métodos de ajuste.....	8
1.2.4.1 Distribuição normal.....	8
1.2.4.2 Distribuição Log-Normal.....	10
1.2.4.3 Distribuição Gamma.....	12
1.2.4.4 Distribuição Beta.....	15
1.2.4.5 Distribuição S_B de Johnson.....	19
1.2.4.6 Distribuição Weibull.....	24
1.2.5 Seleção da melhor função de probabilidade.....	30
1.2.6 Consistência dos modelos propostos em relação às estimativas do número de árvores volume por classes diamétricas.....	32
1.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	33
1.3.1 Parâmetro de locação.....	33
1.3.2 Eficiência das distribuições para estimar a frequência teórica.....	35
1.3.3 Eficiência das distribuições com relação à estimativa volumétrica obtida a partir da frequência teórica.....	40

1.4 CONCLUSÕES.....	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	49
APÊNDICES.....	54
CAPÍTULO 2 - Eficiência e teste de modelos de prognose de produção através das distribuições Beta e S_B de Johnson por diferentes métodos de ajuste para <i>Eucalyptus camaldulensis</i>	
2.1 INTRODUÇÃO.....	94
2.2 MATERIAL E MÉTODOS.....	96
2.2.1 Dados básicos.....	96
2.2.2 Classificação de sítio.....	98
2.2.3 Equação volumétrica.....	98
2.2.4 Sistema de prognose da produção.....	99
2.2.5 Testes de consistência.....	106
2.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	106
2.3.1 Atributos do povoamento.....	106
2.3.2 Eficiência do sistema.....	120
2.4 CONCLUSÕES.....	138
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	139
APÊNDICES.....	142

LISTA DE TABELAS

Tabela		Página
	CAPÍTULO 1	
1	Distribuição das parcelas de <i>E. camaldulensis</i> amostrados para o estudo em questão.....	08
2	Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro “a”, considerando-se a variável número de árvores.....	33
3	Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro “a”, considerando-se a variável volume.....	33
4	Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro ξ , considerando-se a variável número de árvores.....	34
5	Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro ξ , para a variável volume pelo método dos momentos.....	35
6	Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro ξ , para a variável volume pelo método da máxima verossimilhança.....	35

Tabela	Página
7	Número de vezes em que a frequência teórica foi semelhante à frequência observada, segundo as distribuições testadas e os métodos de ajuste..... 36
8	Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste..... 37
9	Índice percentual por classe de idade que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste..... 37
10	Índice percentual por classe de sítio que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste..... 39
11	Índice percentual por classe de sítio e idade que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste..... 40
12	Número de vezes em que o volume proveniente da frequência teórica foi semelhante ao volume proveniente da frequência observada..... 41
13	Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste..... 42
14	Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste por classe de idade..... 45
15	Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste por classe de sítio..... 46
16	Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste por classe de idade e de sítio..... 46

Tabela	Página
CAPÍTULO 2	
1	Estatísticas dos atributos dos povoamentos por idade de medição..... 97
2	Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 1 ($< 0,4$)..... 108
3	Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 2 ($0,4 \text{ — } 6$).. 111
4	Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 3 ($0,6 \text{ — } 0,8$)..... 114
5	Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 4 ($0,8 \text{ — } 1,0$)..... 117
6	Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade para a distribuição Beta com ajuste pelo método da média e variância..... 121
7	Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade para a distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos..... 122
8	Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos..... 123
9	Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança..... 124
10	Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores para a distribuição Beta com ajuste pelo método da média e variância..... 125

Tabela	Página
11 Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores para a distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos.....	125
12 Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos.....	126
13 Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da média e variância.....	127
14 Erro de estimativa da prognose em volume para quatro classes de volume cuja idade inicial foi: 17; 29; 40; 52 e 64 meses.....	128
15 Erro de estimativa da prognose em volume para quatro classes de volume cuja idade inicial foi: 14; 27; 40 e 52 meses.....	132
16 Erro de estimativa da prognose em volume para quatro classes de volume cuja idade inicial foi 20 e 30 meses.....	134
17 Correlações entre volume do prognosticado para os três povoamentos e duas distribuições por diferentes métodos de ajuste.....	137
18 Correlações entre volume do prognostico para o povoamento implantado em 1990 e as duas distribuições por diferentes métodos de ajuste.....	137
19 Correlações entre volume do prognostico para o povoamento implantado em 1991 e as duas distribuições por diferentes métodos de ajuste.....	138

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
	CAPÍTULO 1	
1	Formas da distribuição normal.....	9
2	Forma da distribuição log-normal.....	11
3	Formas de distribuição Gamma.....	12
4	Formas de distribuição beta.....	16
5	Formas de distribuição S_B	20
6	Formas da distribuição Weibull de 3 e 2 parâmetros.....	25
7	Resíduos dos volumes por parcelas obtidos a partir da frequência observada em relação aos volumes obtidos da frequência estimada pelas distribuições e métodos de ajuste, Normal (a), Log-Normal (b), Beta momentos (c), Beta média e variância (d), Gamma máxima verossimilhança (e), Gamma momentos (f), S_B máxima verossimilhança (g), S_B momentos (h), Weibull máxima verossimilhança (i), Weibull momentos (j), Weibull percentil (k).....	43

Figura**Página**

CAPÍTULO 2

1	Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 1.....	109
2	Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 2.....	112
3	Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 3.....	115
4	Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 4.....	118

RESUMO

THIERSCH, Aguinaldo. **Eficiência das distribuições diamétricas para prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis***. Lavras: UFLA, 1997. 155p. (Dissertação - Mestrado em Produção Florestal).*

No capítulo 1 desta dissertação, tem-se, como objetivo principal, testar a eficiência de seis distribuições diamétricas por diferentes métodos de ajuste, para estimativa presente do número de árvores e do volume por classe de diâmetro, para diferentes idades e condições de sítio, para *Eucalyptus camaldulensis*. Os dados utilizados são provenientes de povoamentos comerciais da Mannesman Florestal Ltda. no município de João Pinheiro-MG. A amostragem foi feita em povoamentos com idades de 14 a 64 meses, utilizando-se parcelas com tamanhos variáveis, sendo que todas tiveram pelo menos duas medições. Para obtenção do parâmetro de locação da distribuição Weibull e S_B de Johnson pelos métodos da máxima verossimilhança e momentos, foram testados vários valores percentuais do diâmetro mínimo. A consistência do ajuste obtido por cada método e para cada distribuição foi feita pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. A análise da frequência teórica por classe diamétrica em relação à frequência observada e à análise da estimativa volumétrica a partir da frequência teórica em relação ao volume estimado a partir da frequência observada foi facilitada pela adoção de um ranking entre as distribuições. Verificou-se que o melhor parâmetro de locação da distribuição Weibull é zero e que o valor de ξ da distribuição S_B é igual a 5% do diâmetro mínimo. As distribuições S_B de Johnson e Beta com ajuste pelo método dos momentos foram os mais eficientes na estimativa da frequência teórica e estimativa volumétrica obtida a partir destas. As distribuições Log-normal e Gamma apresentaram os piores desempenhos na estimativa da frequência teórica e estimativa volumétrica. No capítulo 2, os objetivos são: testar a eficiência das distribuições Beta e S_B de Johnson na prognose da produção em volume para diferentes idades e condições de sítio e também selecionar e desenvolver funções para representar os atributos do povoamento. O estudo foi conduzido em João Pinheiro-MG, em propriedades da Mannesmann Florestal, sendo utilizadas 52 parcelas permanentes com um mínimo de duas e um máximo de cinco medições. É apresentada a formulação da distribuição S_B de Johnson e da distribuição beta sujeita a dois

* Orientador: José Roberto Soares Scolforo; Membros da Banca: Sebastião do Amaral Machado, Antônio Donizette de Oliveira.

métodos de ajuste. A investigação da eficiência da prognose foi feita através do teste t, do desvio de prognose e da correlação entre o volume prognosticado e o volume observado das parcelas. Como resultados verificou-se que o sistema de prognose é factível de ser utilizado com eficiência, haja vista as tendências semelhantes entre os volumes prognosticados e os observados na parcela. De maneira geral, os erros de prognose ficaram abaixo dos 20%, principalmente se considerada a distribuição S_B de Johnson por qualquer dos métodos de ajuste. Verificou-se ainda que prognoses obtidas a partir de características do povoamento em idades bastante jovens foram muito eficientes, independente da idade da prognose.

ABSTRACTS

EFFICIENCY OF DIAMETER DISTRIBUTIONS FOR YIELD PROGNOSIS OF *Eucalyptus camaldulensis*

Chapter 1 had as main objective to test the efficiency of six diameter distribution functions by different methods for estimating present number of trees, and volume by diameter class, for different ages and site conditions for *Eucalyptus camaldulensis*. The utilized data came from commercial stands of the “Manesmann Florestal LTDA”, located at João Pinheiro country - MG. The sampling was carried out on stands with ages ranging from 14 to 64 months, by using variable size sample plots every one being measured at least twice. Several percentual values of minimum diameter were tested for obtaintion of location parameter of the Weibull and S_B of Johnson distributions by the methods of maximum likelihood and moments. The fitting consistency obtained by each method and for each distribution was verified by the Kolmogorov-Smirnov test. The analysis of the theoretical frequency by diameter class, in relation to the observed one, and the analysis of the volumetric estimate from the theoretical frequency, in relation to the estimated volume from the observed frequency were facilitated by adoption of a ranking among distributions. It was verified that the best location parameter of the weibull distribution was zero, and that the ξ value of the distribution was equal to 5% of the minimum diameter. The distributions S_B and Beta, fitted by the method of moments were the most efficient for estimating the theoretical frequency and the respective volumetric estimates. The distributions log-normal and gamma presented the worse performance for both, theoretical frequency and volumetric estimates. Chapter 2 had as objective to test the efficiency of the Beta and S_B de Johnson distributions for the volume yield prediction for different ages and sites, and also to select and to develop functions to represent the stand attributes. Data from 52 permanent sample plots, remeasured at least 2 times, and at most 5 times, were utilized. Formulation of the S_B and Beta distributions, submitted to 2 fitting methods was presented. The investigation of the prognosis was performed through: “t” test, prognosis deviation and the correlation among prognosticated and observed plot volumes. As results, it was verified that the prognosis system was factible to be utilized with efficiency, basing on similar trends among prognosticated and observed plot volumes. In general way, the prognosis errors remained below 20%, mainly if

considered the S_B of Johnson distribution fitted by any fitting method. It was still verified that prognosis obtained from stand characteristics at very young ages were very efficient, independently of age of prognosis

INTRODUÇÃO GERAL

A eucaliptocultura brasileira tem demonstrado ser uma das mais produtivas, avançadas e competitivas do mundo. Estas vantagens têm sido aproveitadas predominantemente pelas indústrias de celulose, de painéis e pelas indústrias siderúrgicas que usam carvão vegetal. O preconceito, as dificuldades de beneficiamento e o excesso de oferta de madeira proveniente de espécies nativas a custos menores não possibilitaram ainda um uso maciço desta cultura para produzir madeira serrada, assim como seus derivados como móveis, componentes para edificações, material para embalagens e pallets. A produção anual de madeira serrada de eucalipto deve situar-se em torno de 50.000 m³ ou cerca de 0,25% da produção nacional (Ponce, 1995). A partir do momento em que for dominada a tecnologia de processamento da madeira de eucalipto, o enfoque de modelos de produção baseados na utilização da distribuição de diâmetros para este gênero aumentará drasticamente no Brasil, pois constituem-se em ferramenta indispensável ao manejador florestal.

Através da compreensão da distribuição diamétrica das árvores que compõem o povoamento florestal é possível identificar o seu potencial de uso presente e futuro. Desenvolver um sistema de predição presente e futura propicia: definir, por sítio, a rotação econômica ótima; simular diferentes opções de desbastes; definir a densidade inicial de plantio, a época e a intensidade de desbaste, dentre outras possibilidades.

Diversas distribuições, como a S_B de Johnson, Weibull, Beta, Gamma, Log-Normal, Normal e a Bivariada de Johnson, podem ser utilizadas como base para o sistema de predição do crescimento e produção por classe diamétrica. Dependendo da distribuição, um ou mais métodos de ajuste podem ser considerados, como o método da máxima verossimilhança, o método dos momentos e o método dos percentis.

O estudo está apresentado nesta dissertação em dois capítulos: no capítulo 1, testa-se a eficiência das distribuições Normal, Log-Normal, Gamma, Beta, Weibull e S_B de Johnson, por diferentes métodos de ajuste para *Eucalyptus camaldulensis*. No capítulo 2, apresenta-se a eficiência e o teste de modelos de prognose da produção por meio das distribuições Beta e S_B de Johnson por diferentes métodos de ajuste para a mesma espécie.

CAPÍTULO 1

EFICIÊNCIA DAS DISTRIBUIÇÕES NORMAL, LOG-NORMAL, GAMMA, BETA, WEIBULL, E S_B DE JOHNSON POR DIFERENTES MÉTODOS DE AJUSTE PARA *Eucalyptus camaldulensis*

1.1 INTRODUÇÃO

Os modelos de produção por classe de diâmetro propiciam um maior detalhamento na predição do porte das árvores do povoamento, o que facilita o planejamento da produção florestal e a simulação de uma série de tratamentos silviculturais. Pode-se então otimizar o rendimento do povoamento utilizando-se estimativas dos multiprodutos por classe de tamanho. Trata-se de um processo que, ao utilizar uma função de distribuição, permite prever a probabilidade de ocorrência do número de árvores por classe de diâmetro e, conseqüentemente, analisar a estrutura dos povoamentos.

Segundo Bailey e Dell (1973), estudos referentes à distribuição dos diâmetros são antigos, datando de 1898, quando De-Liocourt propôs um modelo com base na progressão geométrica de ocorrência para povoamentos equiâneos. Nelson (1964) utilizou a distribuição gamma para verificar a relação entre o crescimento em volume e a distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos de *Pinus radiata* manejados, e concluiu que a distribuição diamétrica, como caracterizada pelos parâmetros da distribuição Gamma, não explicou perfeitamente o crescimento em volume. Bliss e Reinker (1964) verificaram que a função de densidade Log-Normal foi um modelo apropriado para representar distribuição diamétrica de povoamento de Douglas fir quando comparada com outras distribuições.

Clutter e Bennet (1965) ajustaram a distribuição Beta para diâmetros observados em plantações de *Pinus elliottii*, quando desenvolveram tabelas de densidade variável. Ao correlacionarem as características de cada unidade amostral (idade, densidade e sítio) com os parâmetros da função, obtiveram um conjunto de equações que foram utilizadas na construção das tabelas para estimar a freqüência de diâmetros.

A distribuição Weibull foi aplicada por Waloddi Weibull (1951) para avaliar a probabilidade de resistência de materiais, tendo sido utilizada no meio florestal por Bailey e Dell

(1973) com dois e três parâmetros. Sua maior característica é a alta correlação de seus parâmetros com os atributos do povoamento florestal, característica esta desejável para os estudos de prognose da produção (Scolforo 1990; Glade 1986; Matney e Sullivan 1982; Campos e Turnbull, 1981).

A distribuição S_B de Johnson foi primeiro descrita por Johnson (1949) e introduzida na área florestal por Hafley e Schreuder em 1977. Estes autores trabalharam com povoamentos de *Pinus taeda* com objetivo de analisar a flexibilidade desta e das distribuições Beta, Weibull, Log-Normal, Gamma e Normal em relação ao quadrado da assimetria e a curtose. Estes autores verificaram que a S_B foi mais flexível, seguida pela distribuição Beta e que a distribuição Normal foi a menos flexível.

No Brasil, uma das primeiras experiências no uso de distribuição diamétrica foi a de Barros (1980) que estudou-a para a Floresta Nacional do Tapajós, PA, e verificou que a função Beta ajustada pela metodologia proposta por Loesth, Zoher e Halher (1973) e a distribuição Weibull apresentaram melhores desempenhos dentre as várias distribuições testadas.

Usando o programa Maximum Likelihood Estimation For Selected Distributions (MLESD), desenvolvido por Schreuder (1978), vários autores, considerados a seguir, estudaram o tema. Couto (1980) ajustou as distribuições diamétricas para *Pinus Caribaea* var *caribaea* e verificou que as distribuições Normal e Weibull tiveram ajuste mais eficiente, seguidas pelas distribuições Beta e S_B . Finger (1982) verificou que a distribuição S_B foi a mais eficiente para descrever a estrutura diamétrica de acácia negra em todas idades estudadas. Glade (1986), estudando a distribuição diamétrica em experimento de *Eucalyptus grandis*, verificou que as distribuições Weibull, S_B , e Beta apresentaram-se como as mais eficientes.

Machado, Bacovis e Marquesini (1990) verificaram que a distribuição Log-Normal foi a mais eficiente para representar a distribuição diamétrica dos produtos de desbastes de *Pinus taeda*, seguida pela distribuição Gamma. As distribuições Weibull e Normal apresentaram os piores desempenhos. Leite (1990) também utilizou o software MLESD para ajustar a distribuição de Weibull para a estimativa da frequência teórica e produção volumétrica por classe diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus saligna* Smith.

Outras experiências com a distribuição Weibull, no Brasil, podem ser encontrados em Scolforo (1990), Jorge, Veiga e Pontinha (1990), Maestri (1992), Cunha Neto (1994),

Scolforo e Machado (1996), Maestri, Scolforo e Hosokawa (1995). Estes trabalhos caracterizaram-se basicamente por apresentar diferentes métodos de ajustes para a distribuição Weibull.

Como a distribuição diamétrica é um tema envolvente e com grande aplicação prática, vários trabalhos têm sido desenvolvidos, podendo-se citar, dentre outros, Seth, Satyamurthi e Negi (1975), Pudjorahadjo (1980), Little (1983), Gadow (1983), Silva (1984), Zarnoch e Dell (1985), Inada, Yasui e Fugie (1986), Magnussem (1986), Silva e Bailey (1987), Tham (1988), Batista (1989), Atroshenko (1989), Kilkki et al. (1989), Candy (1989), Negreiros, Dias e Couto (1990), Khatouri e Dennis (1990), Maguire et al. (1990), Machado, Schopfer e Hradetzki (1991), Soares (1993) e Li et al. (1995).

Este estudo teve como objetivo testar a eficiência das distribuições Weibull, Beta, Normal, Log-Normal, S_B de Jonhson e Gamma, em função dos diferentes métodos de ajustes, para estimativa presente do número de árvores e para o volume por classe de diâmetro para diferentes idades e diferentes condições de sítio.

1.2 MATERIAL E MÉTODOS

1.2.1 Caracterização da área

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes de plantios comerciais de *Eucalyptus camaldulensis* Dehn plantados na Fazenda Patagônia pertencente à Empresa Mannesman Florestal Ltda, situada no município de João Pinheiro, noroeste de Minas Gerais, nas coordenadas 17°20'S e 46°32' W a uma altitude de 500 a 550 m (Oliveira, Bertolucci e Andrade, 1990). O clima é do tipo subtropical úmido subúmido (Golfari, 1975). A temperatura média anual é de 20 a 23°C com uma máxima e mínima anual de 25°C e 17°C, respectivamente. O solo é do tipo latossolo vermelho amarelo/areia quartzosa com textura média/arenosa, com um déficit hídrico de 30 a 90 mm/ano. O regime de chuvas apresenta-se concentrado nos períodos de novembro a abril.

1.2.2 Levantamento dos dados

Foram utilizadas 52 parcelas com um mínimo de duas e um máximo de cinco medições, provenientes de três plantios realizados em 1989, 1990 e 1991. A área das parcelas e o espaçamento são variáveis, como apresentados a seguir:

- Plantio de 1989 - consta de 6 parcelas com espaçamentos de 3 x 3 m, com área variando de 417,60 a 456,30 m² e 15 parcelas com espaçamentos de 3 x 2 m com tamanhos variando de 401,40 a 455,40 m². As idades de medição foram aos 17; 29; 40; 52 e 64 meses.

- Plantio de 1990 - consta de 5 parcelas com espaçamentos de 3 x 2 m, com área variando de 427,50 a 446,40 m² e 6 parcelas, com espaçamentos de 3 x 3 m, com área variando de 247 a 265,28 m². A primeira medição foi realizada aos 14 meses e as remedições foram aos 27; 40 e 53 meses de idade, respectivamente.

- Plantio de 1991 - consta de 5 parcelas com espaçamentos de 4,5 x 2,0 m, 5 parcelas com espaçamento de 4,0 x 2,2 m, 5 parcelas com espaçamentos de 3,5 x 2,2 m e 5 parcelas de 5,0 x 1,8 m. A área das parcelas varia de 399 a 504,38 m². A primeira medição foi aos 20 meses e a remedição aos 32 meses de idade.

Considerou-se, neste trabalho, cada fuste medido como uma árvore, ou seja, onde houve bifurcação ou trifurcação foram consideradas duas ou três árvores, respectivamente. Considerou-se como altura dominante, a altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare excluído as bifurcações e trifurcações.

Para obter-se o volume foi utilizada a equação de volume obtida pelo método das duas toras ajustada por Franco (1996) para povoamentos comerciais de *Eucalyptus camaldulensis* Dehn situados na mesma área de estudo. O coeficiente de determinação (R²) e o erro padrão da estimativa em percentagem (Syx%) desta equação foram, respectivamente, 98,6 e 8,94%. A equação é:

$$V = \text{EXP} \{2,76989 + 1,267051 \cdot \ln [K \cdot (DAP^2 + D_3^2)] + [0,40604/\ln [K \cdot (DAP^2 + D_3^2)]]\}$$

onde:

V = volume individual com casca (m³)

ln = logaritmo natural

DAP = diâmetro (cm) tomado a 1,30 m de altura

$K = (3,141592654/80000) \cdot 1,7,$

D₃ = diâmetro tomado a 3 m de altura, no caso estimado por:

$D_3 = -0,814588 + 0,925883 \cdot DAP,$ com $R^2 = 98,4\%$ e $Syx\% = 3,75\%$

1.2.3 Classificação de Sítio

As curvas de índice de sítio foram geradas a partir do ajuste do modelo de Schumacher em sua forma polimórfica, pelo método da diferença algébrica (Franco, 1996). O coeficiente de determinação (R^2) e o erro padrão da estimativa em percentagem (Syx%) desta equação formam respectivamente, 88,6 e 5,86%

A equação é:

$$S = \exp(3,40790944) \cdot (HD / \exp(3,40790944))^{\left(\frac{I_i}{I_{ref}}\right)^{0,78852584}}$$

onde:

S = índice de sítio (m)

I = idade em meses

I_{ref} = idade de referência (64 meses)

Hd = altura média das árvores dominantes

A partir desta função foram estabelecidos os índices de sítio 16,5; 19,5; 22,5 m na idade de referência de 64 meses. Com base nesta classificação, as parcelas com suas respectivas medições e remedições foram agrupadas por classe de sítio, conforme mostrado na Tabela 1.

TABELA 1. Distribuição das parcelas de *E. camaldulensis* amostrados para o estudo em questão.

Ano de plantio	Índice de sítio			TOTAL
	16,5	19,5	22,5	
1989	4	17	-	21
1990	2	7	2	11
1991	4	16	-	20
TOTAL	10	40	2	52

1.2.4 Distribuições diamétricas e os diferentes métodos de ajuste

1.2.4.1 Distribuição Normal

É representada pela função de densidade de probabilidade.

$$f(d) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[-\left(\frac{1}{2}\right) \frac{(d - \mu)^2}{\sigma^2} \right]$$

$$d > 0$$

onde:

d = diâmetro do centro da classe;

σ^2 = variância dos diâmetros;

μ = média dos diâmetros.

exp = exponenciação

A forma da distribuição é rígida e apresenta-se conforme ilustrado na Figura 1.

(x) - função de densidade

σ^2 - variância

σ - desvio

μ - média

FIGURA 1. Formas da distribuição Normal.

As estimativas dos parâmetros μ e σ^2 podem ocorrer pelo método da máxima verossimilhança e pelo método dos momentos. Por meio dos dois métodos obtém-se a mesma estimativa dos dois parâmetros:

. Média (μ)

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n di}{n}$$

onde:

di = diâmetro tomado a 1,30 m de altura;

n = n^o de árvores na parcela.

.Variância paramétrica(σ^2)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n di^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n di\right)^2}{n}}{n}$$

1.2.4.2 Distribuição Log-Normal:

Uma variável aleatória x tem distribuição Log-Normal se $\ln(x)$ é normalmente distribuído, ou seja, se x está na forma e^z , sendo z normal.

É representada pela função de densidade de probabilidade.

$$f(d) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\right) \cdot (\ln d - \mu)^2}{d \sqrt{2\pi \sigma^2}}$$

$$d \geq 0$$

onde:

d, μ, σ e $\exp =$ já foram definidos anteriormente.

A distinção para a distribuição normal é que, para se obter a média (μ) e a variância (σ^2), deve-se antes transformar os valores de diâmetro obtidos das parcelas para logaritmo neperiano dos diâmetros, como se segue:

$$y = \ln(di)$$

A forma da distribuição dá-se conforme ilustrado na Figura 2.

FIGURA 2. Forma da distribuição Log-Normal.

As estimativas dos parâmetros μ e σ^2 podem ser feitas pelo método da máxima verossimilhança e pelo método dos momentos, obtendo-se através de ambos a mesma estimativa dos dois parâmetros:

. Média logaritimizada (μ)

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

. Variância paramétrica (σ^2)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n}}{n}$$

1.2.4.3 Distribuição Gamma

É uma função flexível, podendo ser aplicada em florestas nativas ou plantadas. Pode assumir ou ajustar-se a diferentes formas de curvas, passando por diversos graus de assimetria.

Uma variável aleatória **d** tem uma distribuição Gamma se a função de densidade de probabilidade tiver a forma:

$$f(d) = \frac{d^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{d}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha) \beta^{\alpha}}$$

$$d \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

onde:

d = diâmetro do centro de classe ou diâmetro da iésima árvore;

Γ = função gamma;

α, β = parâmetros a serem estimados, têm sinais positivos e definem a forma da distribuição;

$\Gamma(\alpha)$ = obtido com a fórmula de Stirling

exp = exponenciação.

As formas da distribuição Gamma estão ilustradas na Figura 3.

FIGURA 3. Formas da distribuição Gamma.

Existem diferentes métodos para estimativa dos parâmetros da distribuição Gamma, destacando-se os métodos da máxima verossimilhança e dos momentos.

Segundo Couto (1980), o método da máxima verossimilhança envolve aproximações, razão pela qual o método dos momentos é o mais utilizado.

a) Método da máxima verossimilhança

Utilizou-se soluções de aproximações do método de máxima verossimilhança utilizado por Nelson (1964), para estimar os parâmetros α e β da distribuição Gamma.

Obtenção dos parâmetros:

$$\alpha = \frac{\left(1 + \frac{4}{3} \left[\ln\left(\frac{\bar{d}}{d}\right) - \frac{\sum_{i=1}^n \ln di}{n} \right] \right)^{\frac{1}{2}}}{4 \left[\ln\left(\frac{\bar{d}}{d}\right) - \frac{\sum_{i=1}^n \ln di}{n} \right]}$$

$$\beta = \frac{\bar{d}}{\alpha}$$

b) Método dos momentos

Para obtenção da estimativa dos parâmetros α e β pelo método dos momentos utilizou se a distribuição Gamma, da mesma forma utilizada por Swindel, Smith e Grosenbaugh (1987):

$$f(d) = \left(\frac{(d - d_{min})^{\alpha-1} \exp \left[-\left(\frac{1}{\beta} \right) (d - d_{min}) \right]}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} \right)$$

onde:

$d > d_{min}$

d_{min} = menor diâmetro da parcela

Obtenção dos parâmetros α e β pelo método dos momentos:

$$\alpha = \frac{\left(\bar{d} - d_{min} \right)^2}{\sigma^2}$$

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\left(\bar{d} - d_{min} \right)}$$

onde:

$\bar{d} = \mu_1$ = média dos diâmetros;

σ^2 = variância paramétrica dos diâmetros.

Para resolução da função Gamma $\Gamma(n)$, utilizou-se a fórmula de Stirling, conforme mostrado a seguir:

$$G(n) = (2\pi)^{0.5} n^{(n-0.5)} e^{-z}$$

$$G(n) = 2,5066283 n^{n-0.5} e^{-z}$$

onde:

n = valor de α ou β

$z = \left\{ \left[\frac{1}{12n} \right] - \left[\frac{1}{360n^3} \right] - n \right\}$

Outra possibilidade citada por Soares (1993) é a obtenção do valor de Gamma pela integral de Euler. Para valores de (n) compreendidos entre 1 e 2, ($\Gamma(n)$), o valor de Gamma pode ser calculado, diretamente, com o auxílio da tabela (Anexo 1.1); para valores maiores que dois, faz-se necessário o uso da relação $\Gamma(n) = n-1 * \Gamma(n-1)$; para números inteiros, o valor de Gamma

é o fatorial de (n-1). A obtenção da função Gamma pela fórmula de Stirling é um processo mais simples do que a integral de Euler.

Exemplificando, para um valor de n = 5,2 tem-se a seguinte resolução pela tabela e fórmula de Stirling.

Tabela:

$$= 5,2-1 \times 4,2-1 \times 3,2-1 \times 2,2-1 \times \Gamma(2,2-1).$$

$$= 35.4816 \times 0,91816 = \mathbf{32,5781}$$

valor na tabela de $\Gamma(1,2) = 0,91816$.

Fórmula de Stirling

$$z = \{[1/(12 \times 5,2)] - [1/(360 \times 5,2^3)] - 5,2\}$$

$$z = \{[0,016026] - [0.00001976] - 5,2\}$$

$$z = -5.18399376$$

$$\text{então } G(n) = 2.50666283 \times 5,2^{(5,2-0,5)} \times e^{-5.18399376} = \mathbf{32,5785}$$

1.2.4.4 Distribuição Beta

É muito flexível, podendo assumir várias formas para uma ampla faixa de distribuição de diâmetros. A função de densidade de probabilidade f(d) tem limites definidos entre o menor e o maior diâmetro da floresta ou da amostra, os quais restringem todos os diâmetros dentro destes limites. A dificuldade da distribuição, no entanto, é que a função de densidade de probabilidade (fdp) deve ser numericamente integrada para obter as probabilidades nos vários intervalos das classes diamétricas. Pode ser aplicada a florestas nativas e a florestas plantadas e ajustar-se a diferentes tipos de curvas, passando por diversos graus de assimetria.

A função de densidade de probabilidade é:

$$f(d) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{d - d_{min}}{d_{max} - d_{min}} \right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{d - d_{min}}{d_{max} - d_{min}} \right)^{\beta-1} \frac{1}{d_{max} - d_{min}}$$

$$d_{max} \geq d > d_{min}$$

onde:

d = diâmetro do centro de classe ou da i ésima árvore na parcela;

d_{\max} = diâmetro máximo da parcela;

d_{\min} = diâmetro mínimo da parcela

β e α = parâmetros estimados, maiores que zero;

$\Gamma(\beta)$, $\Gamma(\alpha)$ e $\Gamma(\beta + \alpha)$ = obtidos com a fórmula de Stirling.

As formas da distribuição Beta encontram-se ilustrados na Figura 4.

FIGURA 4. Formas da distribuição Beta.

FONTE: Loestsch, Zohrer e Halher, 1973.

Existem diferentes formas de ajustar a distribuição Beta como o método dos momentos, da regressão, da média aritmética e variância, dentre outros.

a) Método dos momentos:

Obtenção da estimativa dos parâmetros α e β pelo método dos momentos:

$$\alpha = \frac{\left(\bar{d} - d_{min}\right) \left[\left(d_{max} - \bar{d}\right) \left(\bar{d} - d_{min}\right) - \sigma^2 \right]}{\sigma^2 (d_{max} - d_{min})}$$

$$\beta = \frac{\left(d_{max} - \bar{d}\right) \left[\left(d_{max} - \bar{d}\right) \left(\bar{d} - d_{min}\right) - \sigma^2 \right]}{\sigma^2 (d_{max} - d_{min})}$$

onde:

\bar{d} = média aritmética dos diâmetros

σ^2 = variância paramétrica.

b) Método da média e variância

Loetsch, Zoher e Haller (1973) apresentaram a metodologia de ajuste da distribuição Beta através da média e variância e os valores extremos da variável independente. Esta metodologia, apesar de facilitar o ajuste, é pouco utilizada no meio florestal, segundo Marin (1987) e Scolforo (1995).

A função de densidade de probabilidade tem a forma:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma)} (x - a)^{\alpha - 1} (b - x)^{\gamma - 1} \frac{1}{b - a}$$

onde:

x = diâmetro do centro de classe;

a = limite inferior da função Beta;

b = limite superior da função Beta;

α = 1º expoente da função Beta;

γ = 2º expoente da função Beta.

A seguir, encontram-se os procedimentos para a obtenção dos parâmetros α e γ pelo método da média e variância:

a) obtenção do limite inferior (a) e superior (b):

$$a = d_1 - \frac{w}{2}$$

$$b = d_k + \frac{w}{2}$$

onde:

w = amplitude das classes de diâmetro;

k = k-ésima classe de diâmetro;

d_k = valor central da k-ésima classe de diâmetro

b) obtenção da média aritmética relativa (\bar{x}_{rel}) e variância relativa (S^2_{rel}):

$$\bar{x}_{rel} = \frac{\bar{x} - a}{b - a}$$

$$S^2_{rel} = \frac{S^2}{(b - a)^2}$$

Com os valores obtidos nos procedimentos a e b, obtém-se os parâmetros α e γ :

$$\gamma = \frac{\frac{Z}{S_{rel}^2(Z-1)^2} - 1}{Z+1} - 1$$

$$\alpha = Z(\gamma + 1) - 1$$

onde:

$$z = \frac{\bar{x}_{rel}}{1 - \bar{x}_{rel}}$$

Por transformação na função de densidade é introduzida uma constante multiplicativa (k), que é o fator de redução da escala da ordenada para assegurar que a soma das frequências estimadas seja igual à frequência observada (N), tal que:

$$k \int_a^b (x - a)^\alpha (b - x)^\gamma \delta x = N$$

então:

$$K = \frac{N}{\sum_{i=1}^n (x - a)^\alpha (b - x)^\beta}$$

onde:

$n = n^o$ de classes;

$x = d$ = diâmetro do centro de classe;

$N = n^o$ de indivíduos na parcela;—

Obtidos os valores dos parâmetros α e γ , limite inferior (a) e superior (b), e a constante multiplicativa (k), obtém-se a frequência estimada por classe diamétrica com a seguinte função:

$$f(x) = k (x-a)^\alpha (b-x)^\gamma$$

1.2.4.5 Distribuição S_B de Johnson

Na tentativa de encontrar uma função de distribuição para representar uma grande variedade de modelos de distribuição, Johnson (1949) propôs a distribuição S_B , que é associada à

distribuição Normal através de transformações logarítmicas, porém descreve os diferentes graus de assimetria da distribuição.

A função de densidade de probabilidade é:

$$f(d) = \left(\frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \right) \frac{\lambda}{(\varepsilon + \lambda - d)(d - \varepsilon)} \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\gamma + \delta \ln \left(\frac{d - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d} \right) \right]^2 \right]$$

$$\varepsilon < d < \varepsilon + \lambda$$

$$-\infty < \varepsilon < \infty$$

$$\lambda \text{ e } \delta > 0$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

onde:

ξ = parâmetro de localização;

λ = parâmetro escala;

d = diâmetro do centro de classe ou da *i*ésima árvore da parcela;

δ e γ = determinam a forma da distribuição. Quando δ aumenta, implica em grande aumento na forma; aumentos no valor absoluto de γ implica em mais assimetria, ou seja, δ é o parâmetro curtose e γ é o parâmetro que expressa assimetria.

As formas da distribuição S_B estão ilustradas na Figura 5.

FIGURA 5. Formas da distribuição S_B .

Métodos de estimativa dos parâmetros γ e δ da distribuição S_B

a) Método da máxima verossimilhança.

Se conhecido o parâmetro de locação (ξ), que é um valor menor que o diâmetro mínimo da floresta, e o parâmetro de escala (λ), que expressa a amplitude entre o menor e o maior diâmetro da floresta, então os parâmetros γ e δ podem ser estimados através do método da máxima verossimilhança. Para tanto, é conveniente fazer a seguinte transformação:

$$y_i = \frac{x_i - \xi}{\lambda}, \text{ e o valor de } 1 - y_i = \frac{\lambda + \xi - x_i}{\lambda}$$

Portanto, a função será:

$$f(y_i) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi} \lambda y_i (1 - y_i)} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \gamma + \delta \ln \left[\frac{y_i}{1 - y_i} \right] \right\}^2 \right]$$

para:

$$0 < y < 1, \quad \lambda > 0, \quad -\infty < \gamma < \infty, \quad \delta > 0$$

Tomando-se uma amostra aleatória y_1, y_2, \dots, y_n com a distribuição acima, tem-se que a função de verossimilhança (L) é dada por:

$$L = \prod_{i=1}^n f(y) = \frac{\delta^n}{(\sqrt{2\pi})^n \lambda^n [y_i(1 - y_i)]^n} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \gamma + \delta \ln \left[\frac{y_i}{1 - y_i} \right] \right\}^2 \right]$$

O logaritmo da função de verossimilhança ($\ln(L)$)R é:

$$\ln(L) = n \ln(\delta) - n \ln[\sqrt{2\pi\lambda} y_i(1-y_i)] - \frac{n\gamma^2}{2} - \gamma \delta \sum_{i=1}^n \ln(y_i / 1-y_i) - \frac{\delta^2 \sum_{i=1}^n \{\ln[y_i / (1-y_i)]\}^2}{2}$$

A primeira derivada do logaritmo da função de verossimilhança em relação ao parâmetro γ é:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \gamma} = -n\gamma - \delta \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right)$$

Esta condição é necessária para o máximo relativo:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \gamma} = -n\gamma - \delta \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right) = 0$$

A primeira derivada do logaritmo da função de verossimilhança em relação ao parâmetro δ é:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \delta} = \frac{n}{\delta} + \gamma \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right) - \delta \sum_{i=1}^n \left[\ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right) \right]^2$$

Esta condição necessária é para o máximo relativo:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \delta} = \frac{n}{\delta} + \gamma \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right) - \delta \sum_{i=1}^n \left[\ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right) \right]^2 = 0$$

Fazendo $f_i = \ln(y_i / 1-y_i)$ as estimativas serão:

$$\hat{\gamma} = \frac{-F}{sf} \quad \text{e} \quad \hat{\delta} = [n / \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2]^{1/2} = \frac{1}{s_f}$$

onde:

\bar{f} = média aritmética da variável f_i ;

s_f = desvio padrão da variável f_i ;

n = número de observações ou número de árvores na parcela.

$$f_i = \ln \left(\frac{d_i - \xi}{(\xi + \lambda - d_i)} \right)$$

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}$$

$$S^2 f = \frac{\sum_{i=1}^n f_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} \right)^2}{n}$$

onde:

f_i = transformação do diâmetro de cada árvore da parcela;

ξ = valor situado acima de zero e menor que o diâmetro mínimo da parcela;

λ = fixou-se o valor igual ao diâmetro máximo da parcela;

d_i = diâmetro da árvore na parcela.

Para obtenção do valor de “ ξ ” compreendido entre zero e o diâmetro mínimo da parcela, fixou-se uma série de possíveis valores de “ ξ ” como : 0,05 * d_{min} ; 0,15 * d_{min} ; 0,25 * d_{min} ; 0,35 * d_{min} ; 0,45 * d_{min} ; 0,55 * d_{min} ; 0,65 * d_{min} ; 0,75 * d_{min} ; 0,85 * d_{min} e 0,95 * d_{min} .

Para cada valor de ξ proposto foi ajustada a distribuição para as 52 parcelas ou 167 registros. Deste modo, há um valor correspondente de δ , γ e λ para cada valor de ξ . Utilizando-se o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, que compara as frequências acumulativas estimadas em relação à frequência acumulativa observada para cada valor proposto de ξ , pode-se estabelecer o valor de “ ξ ” que propicia um melhor ajuste.

De forma complementar, utilizou-se o erro percentual do volume obtido a partir das frequências estimadas para cada valor de “ ξ ” proposto em relação ao volume obtido a partir da frequência observada, para comprovar o resultado obtido no teste de aderência Kolmogorov-Smirnov.

b) Método dos momentos:

Os valores de γ e δ são obtidos pela solução das equações abaixo, propostas por Johnson e Kitchen (1971). Uma síntese da formulação para obter o parâmetro curtose (δ) e o parâmetro assimetria (γ) é apresentada a seguir:

$$\delta = \frac{\mu(1-\mu)}{\text{Sd}(x)} + \frac{\text{Sd}(x)}{4} \left[\frac{1}{\mu(1-\mu)} - 8 \right]$$

$$\gamma = \delta \ln \left(\frac{1-\mu}{\mu} \right) + \left(\frac{0,5-\mu}{\delta} \right)$$

$$\mu = \frac{\bar{d} - \xi}{\lambda}$$

onde:

\bar{d} = média aritmética dos diâmetros da parcela.

$$\text{Sd}(x) = \frac{\sigma}{\lambda}$$

onde:

$\text{Sd}(x)$ = desvio padrão modificado;

σ = desvio padrão da parcela.

Para a obtenção do valor de “ ξ ” que propicia um melhor ajuste, utilizou-se a mesma metodologia usada para o método de máxima verossimilhança.

1.2.4.6 Distribuição Weibull

Bailey e Dell (1973) apresentam a função densidade de probabilidade Weibull com dois e três parâmetros, como a seguir:

$$f(x) = \left(\frac{c}{b}\right) * \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} * \text{Exp}\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right]$$

$$x \geq 0, c \text{ e } b > 0$$

onde:

x = diâmetro do centro de classe;

b = parâmetro de escala;

c = parâmetro de forma.

Com três parâmetros, a distribuição Weibull tem a seguinte função de densidade de probabilidade :

$$f(x) = \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right]$$

$$x \geq a$$

$$a \geq 0$$

$$c, b > 0$$

$$a \leq x < \infty; \text{ e igual a zero em outras circunstâncias.}$$

onde:

a = parâmetro de locação;

x, b e c já foram definidos anteriormente.

De acordo com os valores de seus coeficientes, a distribuição Weibull pode assumir diferentes formas, ajustando-se bem aos dados de floresta nativa cuja distribuição é decrescente, bem como às florestas equiâneas com distribuição unimodal com as diferentes assimetrias, conforme mostrado na Figura 6.

FIGURA 6. Formas da distribuição Weibull de 3 e 2 parâmetros.

Como já foi observado, valores de $c < 1$ definem forma decrescente da distribuição; $c = 1$ forma exponencial; $c = 2$ forma da distribuição de Ray Leight, um caso especial de distribuição qui-quadrado; $c \approx 3,6$ forma normal com assimetria negativa mostrando um acúmulo de diâmetro para as maiores dimensões e $1 < c < 3,6$, forma normal com assimetria positiva.

Existem diferentes formas de ajustar a distribuição Weibull, como o método da máxima verossimilhança, o método dos momentos, e o método dos percentis, dentre outros.

a) Método da máxima verossimilhança

- Obtenção dos parâmetros a ,b e c pelo método da máxima verossimilhança:

A estimativa do parâmetro “a” foi feita independente do sistema, através de seu vínculo a um percentual do diâmetro mínimo. Assim, para estimar o parâmetro “a” fixou-se uma série de possíveis valores de “a”, já que este pode variar entre zero e o menor diâmetro da floresta. Os percentuais são: $0,0 * d_{min}$; $0,1 * d_{min}$; $0,2 * d_{min}$; $0,3 * d_{min}$; $0,4 * d_{min}$; $0,5 * d_{min}$; $0,6 * d_{min}$; $0,7 * d_{min}$; $0,8 * d_{min}$; $0,9 * d_{min}$; $1,0 * d_{min}$.

Para cada valor proposto de “a” é ajustada a distribuição para as 52 parcelas ou 167 registros, e deste modo, para cada valor de “a” há um correspondente valor de “b” e “c”. Utilizando-se o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov, procede-se como já descrito para distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

- Obtenção dos parâmetros b e c

Tomando-se uma amostra aleatória x_1, x_2, \dots, x_n , com distribuição Weibull, tem-se que a função de verossimilhança (L) é dada por:

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i) = \left(\frac{c}{b}\right)^n \prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b}\right)^c\right)$$

$$L = \frac{c^n}{b^n} \frac{1}{b^{n(c-1)}} \prod_{i=1}^n (x_i^{c-1}) \exp\left(-\frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c\right)$$

$$L = \frac{c^n}{b^{nc}} \prod_{i=1}^n (x_i^{c-1}) \exp\left(-\frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c\right)$$

O logaritmo da função de verossimilhança ($\ln(L)$) é:

$$\ln(L) = \ln\left(\frac{c^n}{b^{nc}}\right) + \ln\left(\prod_{i=1}^n (x_i^{c-1})\right) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c$$

$$\ln(L) = n \ln(c) - nc \ln(b) + (c-1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c$$

$$\ln(L) = n \ln(c) - nc \ln(b) + c \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c$$

A primeira derivada do logaritmo da função de verossimilhança em relação ao parâmetro b é:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial b} = -\frac{nc}{b} - \left(\frac{-c}{b^{c+1}}\right) \sum_{i=1}^n x_i^c$$

Esta condição é necessária para obter o máximo relativo:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial b} = -\frac{nc}{b} - \left(\frac{-c}{b^{c+1}}\right) \sum_{i=1}^n x_i^c = 0$$

$$\frac{c}{b} \left(-n + \frac{\sum_{i=1}^n x_i^c}{b^c}\right) = 0$$

O estimador do parâmetro b é:

$$\hat{b} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{c}}}{n} \right)^{\frac{1}{\hat{c}}} \quad (1)$$

A primeira derivada do logaritmo da função de verossimilhança em relação ao parâmetro c é:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial c} = \frac{n}{c} - n \ln(b) + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b}\right)^c \ln\left(\frac{x_i}{b}\right)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial c} = \frac{n}{c} - n \ln(b) + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c \ln(x_i) + \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c \ln(b)$$

Esta condição é necessária para obter o máximo relativo:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial c} = \frac{n}{c} - n \ln(b) + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c \ln(x_i) + \ln(b) \frac{\sum_{i=1}^n x_i^c}{b^c} = 0$$

$$\frac{n}{c} - n \ln(b) + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n x_i^c \ln(x_i) + \ln(b) n = 0$$

O estimador do parâmetro c é:

$$\hat{c} = n / \left[\frac{1}{\hat{b}^{\hat{c}}} \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{c}} \ln(x_i) - \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \right] \quad (2)$$

O valor do parâmetro “ c ” é obtido resolvendo a expressão (2) usando procedimento iterativo.

b) Método dos momentos

- Obtenção dos parâmetros a , b e c pelo método dos momentos

A estimativa do parâmetro “ a ” foi feita independente do sistema, através de seu vínculo a um percentual do diâmetro mínimo, conforme feito para o método da máxima verossimilhança.

Para a estimativa de “ b ” e “ c ”, utilizou-se a técnica desenvolvida por Burk e Burkhart (1984) descrita por Scolforo (1995).

Considere que a variância estimada da distribuição é dada por :

$$S^2 = dg^2 - \bar{d}^2 = b^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right) \right]$$

e que o coeficiente de variação (CV) é estimado por:

$$CV = \frac{S}{\bar{d}} = \frac{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right) \right]^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1 + 1/c)}$$

O coeficiente de variação é função somente de “ c ”, existindo, portanto, uma única solução para “ c ” que pode ser obtida por uma técnica iterativa simples. Para isto, são necessárias estimativas da média aritmética dos diâmetros (\bar{d}) e do diâmetro médio quadrático (dg^2). Com o valor de “ c ” conhecido, facilmente se estima o parâmetro “ b ” a partir da expressão.

$$\bar{d} = b\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)$$

c) Método dos percentis

Pelo método dos percentis, os parâmetros a, b e c são obtidos como se segue:

$$a = x_i - [(b/(n^{1/c})) \cdot (\Gamma(1 + (1/c)))]$$

onde :

x_i = diâmetro da parcela

n = número de árvores na parcela

Γ = função gamma

$$b = \frac{xp_1 - a}{[-\ln(1 - p_1)]^{\frac{1}{c}}}$$

$$c = \frac{\ln\left[\frac{-\ln(1 - p_1)}{-\ln(1 - p_2)}\right]}{\ln\left[\frac{(xp_1 - a)}{(xp_2 - a)}\right]}$$

onde:

x_{p1} = diâmetro correspondente ao percentil p_1

x_{p2} = diâmetro correspondente ao percentil p_2

p_1 e p_2 = percentil 30 e 90, conforme definido por Cunha Neto(1994) para *Eucalyptus grandis*

Quando não se conhece os valores de percentis que caracterizam a distribuição Weibull em relação à espécie considerada, deve-se testar diferentes combinações de percentis para o conjunto de parcelas que compõem a amostra. Neste trabalho considerou-se os pares (p_1, p_2) iguais a P_{30}/P_{90} , conforme definido por Cunha Neto (1994) para *Eucalyptus grandis*.

Após ser integrada, a função densidade de probabilidade Weibull apresenta função de distribuição para 2 e 3 parâmetros, conforme apresentado a seguir:

$$F(x) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x}{b}\right)^c \right]$$

$$F(x) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c \right]$$

1.2.5 Seleção da Melhor Função de Probabilidade

A consistência do ajuste obtido por cada método e para cada distribuição foi feito pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, conforme sugerido por Sokal e Rohlf(1981). Segundo Gadow (1983), somente este teste é adequado para avaliar o ajuste das distribuições quando comparado com o teste G (Log.likelihood ratio) e o teste χ^2 (qui-quadrado). A vantagem do teste de Kolmogorov-Smirnov em relação ao teste χ^2 é que ele pode ser aplicado sem restrição para pequenas amostras e, além disso, ele trata dados individualmente, não perdendo informações devido a agrupamentos, como ocorre no teste de χ^2 (Campos, 1979).

O teste de Kolmogorov-Smirnov compara a frequência acumulativa estimada com a frequência observada. O ponto de maior divergência entre as duas distribuições é o valor K de Kolmogorov-Smirnov:

$$K = \text{MAX} [F(x) - S(x)]$$

onde:

$S(x)$ = probabilidade da função de distribuição acumulativa observada da amostra x_i ($i = 1, 2, \dots, N$)

$F(x)$ = probabilidade da função de distribuição de frequência acumulativa teórica.

O teste Kolmogorov-Smirnov foi utilizado para testar as seguintes hipóteses para os níveis de significância de 0,20 , 0,10 , 0,05 e 0,01 do teste bilateral

H_0 = os diâmetros observados seguem as distribuições propostas neste estudo.

H_a = os diâmetros observados não seguem as distribuições propostas neste estudo.

A análise da frequência teórica por classe diamétrica em relação à frequência observada foi facilitada pela adoção de um ranking entre as distribuições, conforme descrito a seguir.

Quantificou-se o número de vezes em que cada distribuição sujeita aos diferentes métodos de ajuste assumiu a primeira colocação com o menor valor (k) de Kolmogorov Smirnov até a última colocação. A primeira colocação recebeu o peso zero, a segunda recebeu peso um e as demais receberam pesos na seqüência, isto é, 0,1,2,3...n. Multiplicando-se o número de vezes quantificado para cada colocação pelo seu respectivo peso, obtém-se o valor ponderado.

$$V_P = \sum_{i=1}^n N_{r_i} \cdot V_{c_i}$$

onde:

N_{r_i} = número de registros que diferiram a i ésima colocação

V_{c_i} = valor ou peso da i ésima colocação

V_P = número de colocações (0, 1, 2, ... n)

A melhor distribuição foi a que apresentou o menor valor ponderado.

Para obtenção de um índice percentual que demonstre também a eficiência da distribuição testada, utilizou-se a expressão:

$$IP_{\%} = \left(\frac{NCMI - V_P}{NCMI} \right) \times 100$$

onde:

$IP_{\%}$ = índice percentual que reflete o sucesso da distribuição

$NCMI$ = número de casos máximo de insucesso (i ésima colocação x nº de registros)

V_P = valor ponderado da distribuição

A análise da estimativa volumétrica a partir da frequência teórica em relação ao volume estimado a partir da frequência observada foi facilitada pela adoção de um ranking entre as distribuições como descrito a seguir.

Obteve-se o resíduo percentual entre a estimativa volumétrica obtida a partir da frequência teórica e o volume estimado a partir da frequência observada. Foi então quantificado o número de vezes que cada distribuição, com os diferentes métodos de ajuste, assumiu a

primeira colocação com o menor valor de resíduo percentual até à última colocação com o maior valor de resíduo percentual. A metodologia para a obtenção do valor ponderado e o índice percentual foi semelhante àquela mencionada anteriormente.

1.2.6 Consistência dos modelos propostos em relação às estimativas do número de árvores e volume por classes diamétricas

Para estas estimativas considerou-se 4 situações. Na primeira delas, utilizou-se os testes para os dados sem nenhuma estratificação ou restrição; na segunda situação, utilizou-se os testes para os dados estratificados por idade; na terceira utilizou-se os testes para os dados estratificados por sítio e na quarta situação utilizou-se os testes para os dados estratificados por sítio, e idade, a fim de verificar a existência da influência da idade dentro de cada sítio.

Espera-se que quanto mais detalhadas ou estratificadas forem as informações, melhor o desempenho do sistema proposto, uma vez que haverá maior uniformidade e, como consequência, uma menor variabilidade dos dados.

As idades relativamente jovens (14 - 64 meses), os sítios pouco produtivos da região noroeste de Minas Gerais e a alta densidade inicial de plantio implicam normalmente em menor desenvolvimento e/ou maior competição entre plantas, o que propicia diâmetros mínimos muito pequenos. Este valor estará sempre muito próximo de zero. O mesmo comportamento foi detectado pelo estudo realizado por Glade (1986).

b) Distribuição S_B de Johnson

O parâmetro de locação ξ desta distribuição deve ser menor que o diâmetro mínimo da floresta e maior que zero. Assim, estabeleceu-se seu vínculo com o diâmetro mínimo.

Ao considerar a estimativa do número de árvores pelo método dos momentos e da máxima verossimilhança, pode-se inferir, após análise dos resultados obtidos por meio do teste Kolmogorov-Smirnov, a indicação de que a relação 5% e 15% do diâmetro mínimo apresentaram-se maior número de vezes semelhantes ao parâmetro ξ , conforme pode-se visualizar na Tabela 4.

TABELA 4. Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro ξ , considerando-se a variável número de árvores.

Método de ajuste	Percentual do diâmetro mínimo									
	05	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Momentos	44	47	29	14	11	8	8	4	2	0
Máxima verossimilhança	64	34	14	15	13	18	2	2	2	3

Constatou-se que percentuais maiores do diâmetro mínimo propiciam distribuições com acentuada assimetria negativa. Esta possibilidade deverá ser considerada em estudos que considerem rotações longas da espécie sob estudo.

Ao considerar a variável volume, constatou-se que 5% do diâmetro mínimo foi a melhor relação percentual do parâmetro ξ para os dois métodos de ajuste considerados. Este fato pode ser observado nas Tabelas 5 e 6.

Da mesma forma que o número de árvores, o percentual de 5% do diâmetro mínimo em relação ao parâmetro ξ é o esperado, já que as distribuições diamétricas apresentam-

se com assimetrias positivas, em virtude das menores idades das árvores, da menor sustentabilidade dos sítios e da maior densidade inicial de plantio.

TABELA 5. Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro ξ , para a variável volume, pelo método dos momentos.

%	PO	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	REG.	Vp	IP%
0,05	87	30	22	8	6	9	2	0	3	0	167	203,00	86,49
0,15	37	96	17	6	9	2	0	0	0	0	167	194,00	87,09
0,25	22	23	104	8	5	4	0	1	0	0	167	302,00	78,91
0,35	8	6	16	127	5	2	3	0	0	0	167	467,00	68,93
0,45	3	7	3	11	132	9	0	2	0	0	167	633,00	57,88
0,55	3	2	5	3	5	138	11	0	0	0	167	797,00	46,97
0,65	7	1	0	0	2	1	6	7	8	135	167	1378,00	8,32
0,75	0	2	1	0	2	1	144	16	0	1	167	1002,00	33,33
0,85	1	0	0	2	0	1	1	139	23	0	167	1174,00	21,89
0,95	0	1	0	0	0	0	0	3	132	31	167	1357,00	9,71

PO, P1, ..., P9 = Peso 0 da 1ª colocação, peso 1 da 2ª colocação e peso 9 da última colocação respectivamente;

REG. = registros;

Vp = valor ponderado;

IP% = índice percentual;

TABELA 6. Número de vezes em que o percentual do diâmetro mínimo foi semelhante ao parâmetro ξ , para a variável volume, pelo método da máxima verossimilhança.

%	PO	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	REG.	Vp	IP%
0,05	71	56	19	6	8	4	2	0	1	0	167	251,00	83,30
0,15	19	85	41	12	5	3	1	1	0	0	167	251,00	83,30
0,25	18	6	90	35	5	8	3	2	0	0	167	383,00	74,52
0,35	19	4	7	106	23	2	3	0	3	0	167	480,00	68,06
0,45	10	2	4	4	121	16	6	2	2	0	167	652,00	56,62
0,55	6	5	1	2	1	131	13	7	1	0	167	807,00	46,31
0,65	10	4	1	1	4	0	135	11	1	0	167	920,00	38,79
0,75	6	2	3	0	1	1	1	144	9	0	167	1103,00	26,61
0,85	10	3	0	1	0	2	1	0	150	0	167	1222,00	18,70
0,95	9	0	1	0	0	0	0	0	0	157	167	1415,00	5,85

1.3.2 Eficiência das distribuições para estimar a frequência teórica

a) Sem estratificação

Neste caso, não foi considerada qualquer abordagem em relação às diferentes idades das parcelas, assim como a produtividade dos locais onde estas estão instaladas.

Na Tabela 7 é apresentado um ranking das diferentes distribuições testadas pelos diversos métodos de ajuste, para 165 registros. Pode-se observar que a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos foi a que apresentou um maior número de vezes em primeiro lugar. Ao padronizar os valores que caracterizaram o desempenho desta distribuição, pode-se observar que ela mantém uma nítida supremacia sobre as demais, seguida pela distribuição Beta com ajuste também pelo método dos momentos.

Especificamente em relação a distribuição Beta (momentos), pode-se constatar que ela aparece em primeiro lugar para 17 registros, sendo a mais eficiente. Para 29 registros, a frequência teórica estimada por esta distribuição apresentou a segunda melhor eficiência entre todas as distribuições. Comparativamente, em relação à distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança, a distribuição Beta apresenta pior desempenho, se consideradas só as duas primeiras posições do ranking.

TABELA 7. Número de vezes em que a frequência teórica foi semelhante à frequência observada, segundo as distribuições testadas e os métodos de ajuste.

f (d)	Posição no Ranking											V _p
	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	
N	16	7	7	21	17	29	30	34	2	2	0	749
LN	2	1	6	0	2	6	2	12	16	69	49	1386
BM	17	29	47	19	26	14	10	2	1	0	0	436
BMV	10	16	23	25	39	24	21	4	2	1	0	592
GM	2	0	2	0	4	1	5	4	15	57	75	1466
GMV	3	3	3	3	10	10	16	28	84	5	0	1117
WP	11	10	7	16	27	12	21	35	14	7	5	836
WM	6	13	16	24	14	22	25	8	10	7	20	832
WMV	15	25	27	17	27	28	13	8	5	0	0	552
SBM	60	30	16	18	8	6	9	5	2	10	1	383
SBMV	25	28	17	9	4	8	16	22	14	7	15	720

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

No entanto, ao considerar o desempenho global das duas distribuições para os 165 registros, verifica-se uma maior flutuação no desempenho da distribuição S_B de Johnson pelo método da máxima verossimilhança. Esta distribuição apresenta 15 registros, para os quais a frequência teórica estimada apresentou-se como as de pior desempenho.

Assim, por considerar o desempenho de cada distribuição para os 165 registros, a distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos apresentou melhor resultado que a distribuição S_B pelo método da máxima verossimilhança.

A Tabela 8 apresenta a síntese da colocação das distribuições, podendo-se verificar que a distribuição S_B de Johnson pelo método dos momentos é a de melhor desempenho, seguida da distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos, da distribuição Weibull, Beta e S_B de Johnson, todas com ajuste pelo método da máxima verossimilhança. As distribuições de pior desempenho são a Gamma e a Log-Normal.

TABELA 8. Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste.

N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV
54,6	16,0	73,6	64,1	11,2	32,3	49,3	49,6	66,5	76,8	56,4

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

b) Parcelas estratificadas pela idade

Neste caso, o interesse maior é verificar o comportamento das frequências teóricas obtidas das diversas distribuições pelos diferentes métodos de ajuste, em função das várias classes de idade.

Na Tabela 9 e Apêndice 1.2 pode-se verificar que na classe de idade mais jovem (14 - 20 meses) a distribuição normal foi a de melhor desempenho. Embora esta distribuição seja bastante rígida, é esperado que em algum momento da vida do povoamento a distribuição normal típica seja representativa deste. Neste estudo acredita-se que este fato tenha ocorrido nesta fase de sua existência.

TABELA 9. Índice percentual por classe de idade, que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste.

Idade	N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV
14-20	73,9	27,3	67,9	61,2	22,7	44,2	43,3	49,4	69,7	56,7	34,2
27-32	49,4	15,5	73,2	63,4	8,3	30,0	51,1	50,2	66,6	79,8	64,5
40	46,6	13,8	76,9	67,5	8,4	29,7	51,9	50,6	61,3	81,3	64,4
52-53	50,9	12,5	74,1	65,6	7,8	28,8	49,7	49,1	66,3	85,3	60,0

64	53,8	8,1	77,6	62,9	8,6	28,1	50,5	47,6	70,0	81,9	55,2
----	------	-----	------	------	-----	------	------	------	------	------	------

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

Nas demais classes de idade, destaca-se a distribuição S_B de Johnson seguida da distribuição Beta, ambas com ajuste pelo método dos momentos. Observa-se que o desempenho destas distribuições mantém-se estável para as maiores classes de idade, muito provavelmente pela grande flexibilidade de suas formas. Outras três distribuições, embora com desempenho inferior a estas, também apresentam desempenho satisfatório, como é o caso da distribuição Weibull, Beta e S_B de Johnson, todas com ajuste pelo método da máxima verossimilhança. Novamente as distribuições Gamma e Log-Normal são as que apresentam pior desempenho.

No Apêndice 1.2 pode-se visualizar de forma detalhada o ranking das diferentes distribuições testadas por diferentes métodos de ajuste, para as diferentes classes de idade.

Nota-se que a superioridade da distribuição S_B de Johnson (momentos) é clara, já que sua posição em primeiro lugar no ranking é bastante discrepante das demais distribuições. Atenção também deve ser dada à distribuição S_B de Johnson (máxima verossimilhança), já que ocupa, também com destaque, boa posição no 1º e 2º lugares no ranking.

No Apêndice 1.3, apresenta-se, para fins de ilustração, a distribuição da frequência observada e da frequência teórica para uma parcela, nas idades de 14, 27, 40 e 52 meses.

c) Estratificação por sítio

Neste caso, o interesse maior é verificar o comportamento das frequências teóricas obtidas das diferentes distribuições pelos diferentes métodos de ajuste, em função das diferentes classes de sítio.

Na Tabela 10 e Apêndice 1.4, pode-se verificar que quanto mais produtivo o sítio, melhor é o desempenho da distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos. A provável explicação para este fato é o maior desenvolvimento das árvores do povoamento neste sítio, o que implica em uma frequência observada com maior assimetria negativa. Assim, a normalidade do povoamento é atingida mais cedo pelas parcelas que estão nas classes de sítio mais produtivas.

TABELA 10. Índice percentual por classe de sítio que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste.

S	N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV
I	52,9	10,0	67,1	57,1	5,71	32,9	41,4	58,6	67,1	90,0	67,1
II	53,3	14,1	73,5	63,0	10,8	30,4	49,9	49,1	66,4	79,2	60,0
III	60,7	25,3	75,3	70,3	14,0	40,3	48,7	49,3	67,0	63,3	38,3

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

A medida que a produtividade do sítio cai, o desenvolvimento das árvores em diâmetro é menor, o que implica em uma frequência observada com assimetria menos acentuada. Pode-se constatar, neste caso, que apesar de a distribuição S_B de Johnson (momentos) ter bom desempenho, ela é inferior àquelas obtidas para os sítios mais produtivos. Constata-se, ainda, um melhor desempenho da distribuição normal à medida que a produtividade do sítio decresce, assim como da distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos. Este mesmo comportamento é observado para as distribuições Beta, Weibull e S_B de Johnson, todas com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

No Apêndice 1.4 pode-se visualizar o ranking das diferentes distribuições testadas por diferentes métodos de ajustes para as três classes de produtividade dos sítios, podendo-se constatar a mesma superioridade da distribuição S_B de Johnson (momentos), já que sua posição em primeiro lugar no ranking é bastante discrepante das demais distribuições. Novamente, atenção deve ser dada à distribuição S_B (máxima verossimilhança) já que esta ocupa, também com destaque, boa posição nos primeiros lugares no ranking, em que pese o seu desempenho ter sido mais fraco no sítio menos produtivo (classe III).

d) Estratificação por idade e sítio

Neste caso, o interesse maior é verificar o efeito da idade e do sítio na estimativa da frequência teórica pelas diferentes distribuições.

Na Tabela 11 e no Apêndice 1.5, pode-se verificar que a superioridade da distribuição S_B de Johnson (momentos) é acentuadamente maior para as maiores idades e para os sítios mais produtivos. Já a distribuição Beta (momentos) apresentou-se acentuadamente mais eficiente para o sítio menos produtivo, independente da idade.

TABELA 11. Índice percentual por classe de sítio e idade que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste.

Idade	S	N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV
14-20	II	72,2	29,3	67,0	61,1	23,7	45,6	45,9	46,3	68,1	56,7	34,8
	III	86,0	22,0	72,0	64,0	20,0	42,0	32,0	68,0	76,0	48,0	20,0
27-32	II	50,0	11,9	72,5	62,2	7,5	28,3	51,4	50,3	67,5	82,2	68,1
	III	50,0	30,0	76,7	68,9	13,3	37,8	55,6	46,7	63,3	66,7	49,3
40	II	45,0	10,8	79,6	68,3	7,5	26,3	49,6	50,4	61,3	84,2	68,3
	III	53,3	30,0	68,3	66,7	11,7	46,7	60,0	43,3	60,0	63,3	51,7
52-53	II	45,8	8,33	75,0	64,6	6,3	23,3	49,6	52,5	64,6	90,0	70,0
	III	63,3	26,7	75,0	73,3	15,0	40,0	50,0	36,7	73,3	71,7	26,7
64	II	52,4	7,7	75,3	58,2	8,2	26,5	54,1	44,7	71,2	86,5	57,1
	III	60,0	10,0	87,5	82,5	10,0	35,0	35,0	60,0	65,0	62,5	47,5

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

No Apêndice 1.5 pode-se visualizar o ranking das diferentes distribuições testadas por diferentes métodos de ajuste para cinco classes de idade e duas classes de sítio cada, constatando-se a afirmação anterior de que, para maiores idades, quanto mais produtivo o sítio mais eficiente é a distribuição S_B de Johnson (momentos) já que sua posição em primeiro lugar no ranking é bastante discrepante das demais. Já a distribuição Beta (momentos) apresenta-se superior na classe de sítio menos produtivo, independente da idade.

A classe de sítio mais produtiva não foi considerada neste caso, devido à falta de representatividade. Deve-se ter reservas em relação às considerações feitas sobre a classe de sítio menos produtiva, face a sua pequena representatividade em relação ao todo.

Especificamente para o sítio classe II, que tem maior representatividade, atenção deve ser dada ao desempenho das distribuições Weibull, Beta e S_B , todas com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

1.3.3 Eficiência das distribuições com relação a estimativa volumétrica obtidas a partir da frequência teórica

a) Sem estratificação

Na Tabela 12 é apresentado um ranking das diferentes distribuições testadas, por diferentes métodos de ajuste para 165 registros e pode-se observar que a distribuição S_B de Johnson (momentos) é superada pela S_B de Johnson (máxima verossimilhança) na primeira posição do ranking. No entanto, ao considerar o conjunto de parcelas, verifica-se que a S_B (momentos) é mais estável, já que apresenta-se com grande número de parcelas nas cinco primeiras posições do ranking, enquanto a outra distribuição apresenta-se mais instável, com 51 registros ocupando as três últimas posições.

Na Tabela 13 é mostrada uma síntese da Tabela 12, onde há predominância da S_B (momentos) em relação às demais. Atenção deve ser dada ao desempenho eficiente das distribuições S_B e Weibull, ambas com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

Comparativamente ao número de árvores, nota-se alterações no desempenho das demais distribuições, ou seja, distribuição como a Beta (momentos) apresentou, no caso da estimativa volumétrica, um desempenho nitidamente inferior. Já a distribuição Gamma (máxima verossimilhança) apresentou desempenho nitidamente superior ao apresentado na estimativa da frequência das árvores por classe diamétrica.

Embora ao estimar a frequência teórica a distribuição Beta (momentos) tenha sido eficiente, pôde-se constatar ocorrência de super ou subestimativa na frequência teórica nas maiores classes diamétricas. Como o volume destas árvores tem grande influência no volume estimado para a parcela ou por hectare distorções ocorrerão nestas estimativas.

TABELA 12. Número de vezes em que o volume proveniente da frequência teórica foi semelhante ao volume proveniente da frequência observada.

f(d)	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	REG.	Vp
N	4	7	17	31	42	29	23	8	4	0	0	165	673
LN	17	16	7	12	8	5	12	15	21	23	29	165	965
BM	3	3	3	15	19	22	24	23	16	8	29	165	1035
BMV	3	5	20	19	26	27	26	12	10	17	0	165	814
GM	1	4	3	2	2	7	6	26	25	60	29	165	1307
GMV	8	16	24	15	12	18	28	22	22	0	0	165	745
WP	20	14	19	2	3	4	9	9	14	19	52	165	1010
WM	17	22	22	13	14	16	10	18	23	9	2	166	712

WMV	6	21	21	32	25	20	10	14	6	9	1	165	656
SBM	34	36	22	21	14	8	6	9	7	7	1	165	467
SBMV	53	19	7	6	2	8	13	6	15	15	21	165	684

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

TABELA 13. Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste.

Distribuições e Métodos de Ajuste											
N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV	
59,2	41,5	37,3	50,7	20,8	54,9	38,8	56,9	60,24	71,7	58,6	

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

Já a distribuição Gamma, apresentou estimativa da frequência teórica tendenciosa para as menores classes diamétricas (subestimativa ou superestimativa) e para as maiores classes (superestimativa). Como o volume das árvores menores contribuem menos em termos absolutos para a obtenção do volume da parcela que o volume das árvores maiores, há uma tendência de o volume estimado a partir da frequência teórica se aproximar do volume obtido a partir da frequência observada.

A consistência apresentada pela distribuição S_B (momentos) na estimativa da frequência teórica e volumétrica é um indicativo de maior estabilidade na estimativa destes dois atributos para as várias classes diamétricas. No entanto, existe tendência de subestimar os volumes, conforme pode ser visualizado na Figura 7, a qual mostra a distribuição gráfica dos resíduos volumétricos em percentagem. Observa-se nesta Figura, o melhor desempenho das distribuições S_B (momentos) e S_B e Weibull (máxima verossimilhança). Para as duas últimas, verifica-se um maior equilíbrio na distribuição de resíduos, embora a S_B (máxima verossimilhança) apresente tendência de superestimar os volumes e a Weibull (máxima verossimilhança) de subestimá-los. Outro fato relevante é que os resíduos destas duas distribuições têm maior amplitude que os resíduos da distribuição S_B (momentos); já a

distribuição S_B (momentos) apresenta, para todas as classes de volume, tendência de subestimativa desta variável.

FIGURA 7. Resíduos dos volumes por registros obtidos a partir da frequência observada em relação aos volumes obtidos da frequência estimada pelas distribuições e métodos de ajuste, Normal (a), Log-Normal (b), Beta momentos, (c), Beta média e variância (d), Gamma máxima verossimilhança (e), Gamma momentos (f), S_B máxima verossimilhança (g), S_B momentos (h), Weibull máxima verossimilhança (i), Weibull momentos (j), Weibull percentil (k).

b) Estratificação por idade

Na Tabela 14 e no Apêndice 1.6 pode-se verificar os mesmos fenômenos já descritos no item anterior para as distribuições S_B (momentos), S_B e Weibull (máxima verossimilhança).

Na classe de idade mais jovem (14-20 meses), as distribuições Normal e Weibull (máxima verossimilhança) foram as mais eficientes, fato possível de ocorrer devido à inflexibilidade da distribuição normal, já que em algum instante de sua vida o povoamento apresentará distribuição dos diâmetros com uma distribuição normal típica. Quanto à distribuição Weibull, mais uma vez pôde ser comprovada sua flexibilidade.

Nas idades superiores a 20 meses, destaca-se o eficiente desempenho da distribuição S_B (momentos) e S_B e Weibull (máxima verossimilhança), de maneira similar ao descrito no item a. As demais distribuições tiveram desempenho insatisfatório, com tendência generalizada em apresentar subestimativa do volume estimado a partir da frequência teórica.

No Apêndice 1.7 mostra-se, para fins de ilustração, a distribuição observada dos volumes e estimada a partir da frequência teórica, para os registros nas idades de 14, 40 e 52 meses.

TABELA 14. Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste por classe de idade.

Idade	N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV
14-20	66,7	60,6	42,7	48,8	51,2	61,8	24,6	60,3	63,3	47,3	25,2
27-32	60,0	51,5	26,8	39,2	16,4	66,2	42,8	61,5	52,6	68,5	65,1
40	70	55,7	57,7	67,4	39,8	66,8	61,1	69,8	72,6	87,4	77,4
52-53	55,9	25,0	39,7	57,8	10,6	44,7	43,4	51,6	63,1	85,6	73,8
64	52,9	25,7	48,1	63,8	10,0	45,2	48,1	43,8	67,6	82,4	64,8

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

c) Estratificação por sítio

Na Tabela 15 e no Apêndice 1.8, pode-se verificar os mesmos fenômenos já descritos no item a para a distribuição S_B (momentos) e S_B e Weibull (máxima verossimilhança). Particularmente para a distribuição S_B (momentos), notou-se uma tendência de apresentar melhor

desempenho no sítio mais produtivo, embora ressalva deva ser feita em relação à representatividade das parcelas no sítio menos produtivo.

TABELA 15. Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste por classe de sítio.

S	N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV
II	60,2	37,3	36,6	50,9	20,4	52,3	42,5	57,8	60,6	72,0	60,1
III	54,7	61,7	42,3	50,3	22,3	69,7	25,7	46,7	62,0	68,0	51,3

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV).

A queda de desempenho da distribuição Beta (momentos) e a sensível melhora do desempenho da distribuição Gamma (máxima verossimilhança) deve-se a inconsistências na estimativa da frequência teórica, conforme explicitado no item a deste tópico.

d) Estratificação por sítio e idade

Na Tabela 16 e no Apêndice 1.9 pode-se verificar que, a exceção da primeira classe de idade, a distribuição S_B de Johnson (momentos) apresenta eficiente desempenho.

TABELA 16. Índice percentual que reflete o desempenho das distribuições por diferentes métodos de ajuste por classe de idade e de sítio.

Idade	S	N	LN	BM	BMV	GM	GMV	WP	WM	WMV	SBM	SBMV	REG.
14-20	S2	67,41	63,3	42,6	48,9	50,0	64,4	24,4	56,7	62,2	45,2	26,7	27,0
	S3	64,0	42,0	52,0	56,0	60,0	46,0	26,0	74,0	76,0	58,0	2,0	5,0
27-32	S2	61,1	48,3	25,8	38,3	16,7	65,0	40,6	65,0	53,9	70,3	65,8	36,0
	S3	58,9	66,7	31,11	45,6	15,6	71,1	41,11	50,0	51,1	58,9	60,0	9,0
40	S2	58,3	25,4	35,8	52,9	11,7	45,0	49,2	59,6	62,5	83,3	66,3	24,0
	S3	40,0	73,3	50,0	53,3	11,7	73,3	18,3	45,0	50,0	68,3	68,3	6,0
52-53	S2	57,5	18,3	37,9	58,8	10,0	38,0	50,4	54,2	63,0	85,8	77,5	24,0
	S3	48,3	58,3	43,3	51,7	15,0	76,7	13,3	38,3	66,7	81,7	61,7	6,0
64	S2	52,9	16,5	49,4	67,1	8,0	37,0	54,7	49,4	66,5	82,9	67,7	17,0
	S3	52,5	65,0	42,5	50,0	17,5	80,0	20,0	20,0	72,5	80,0	52,5	4,0

Normal (N), Lognormal (LN), Beta Momentos (BM), Beta Média e Variância (BMV), Gamma Momentos (GM), Gamma Max. Verossimilhança (GMV), Weibull Percentil (WP), Weibull Momentos (WM), Weibull Máxima Verossimilhança (WMV), S_B Momentos (SBM), S_B Máxima Verossimilhança (SBMV), S2: classe de sítio II, S3: classe de sítio III.

Com o controle da idade e do sítio, a distribuição S_B (máxima verossimilhança) tem seu desempenho bruscamente alterado, passando a apresentar estatísticas muito próximas às da S_B (momentos). Assim como esta, tem fraco desempenho na estimativa do volume obtido a partir da frequência teórica, para a primeira classe de idade (14-20 meses).

Outra distribuição a merecer destaque é a Weibull (máxima verossimilhança), muito mais pela consistência na estimativa ao longo das várias idades consideradas. As demais distribuições apresentam desempenho insatisfatório e estimativas inconsistentes, particularmente quando relaciona-se seu desempenho em estimar a frequência teórica e as estimativas do volume.

1.4 CONCLUSÕES

Após as análises feitas nesta etapa do trabalho, chegou-se às conclusões listadas a seguir:

As distribuições S_B de Johnson e Beta, com ajuste pelo método dos momentos, foram as mais eficientes para estimar a frequência teórica, seguidas das distribuições Weibull, Beta e S_B , todas com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

As distribuições S_B e Beta (momentos) apresentam desempenho estável para estimar a frequência teórica, em função da idade.

A distribuição S_B (momentos) apresenta tendência a melhor desempenho na estimativa da frequência teórica nos sítios mais produtivos e a distribuição Beta (momentos) apresenta esta mesma tendência só que para o sítio menos produtivo.

Com o controle da idade e das classes de produtividade, as distribuições S_B e Beta (momentos) e Weibull, Beta e S_B (máxima verossimilhança) apresentam-se eficientes na estimativa da frequência teórica.

Restrições ao uso da distribuição S_B (momentos ou máxima verossimilhança) pode ser feita ao efetuar estimativa da frequência teórica em idades muito jovens, até 20 meses.

Para estimar o volume a partir da frequência teórica, as distribuições S_B (momentos) e S_B e Weibull (máxima verossimilhança) são as distribuições indicadas.

Com o controle da idade e do sítio, a distribuição S_B (máxima verossimilhança) apresenta desempenho muito próximo à distribuição S_B (momentos) e superior à Weibull (máxima verossimilhança) no tocante a estimativa volumétrica a partir da frequência teórica.

As distribuições S_B (momentos) e S_B (máxima verossimilhança) devem ter seu uso indicado para estimativa volumétrica a partir da frequência teórica para idades acima de 20 meses. Já a distribuição Weibull (máxima verossimilhança) não apresenta qualquer restrição, embora tenha desempenho inferior às distribuições anteriores.

A distribuição normal é eficiente para estimar a frequência teórica e o volume a partir destas, em um único instante na vida do povoamento. Para *Eucalyptus camaldulensis* na região em questão, esta idade está abaixo dos 20 meses de idade.

As distribuições Log-Normal e Gamma apresentaram os piores desempenhos na estimativa da frequência teórica e, em grande parte, na estimativa volumétrica a partir destas.

Usando o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov pode-se inferir que o método dos momentos foi o mais eficiente para estimar a frequência teórica, o que foi verificado pela supremacia das distribuições S_B de Johnson e Beta.

Considerando a estimativa volumétrica a partir da frequência teórica, constatou-se que tanto o método dos momentos quanto o da máxima verossimilhança apresentaram-se com mesma eficiência, face o desempenho verificado para a distribuição S_B . Para a distribuição Weibull, o método da máxima verossimilhança foi o mais eficaz.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I.A. (eds.) Handbook of mathematical functions. Washington: National Bureau of Standards, 1972. 1046p. (Applied Mathematics Séries, 55).
- ATROSHENKO, O.A. A system of modelling the diameter structure of stands. **Izvestiya vysshikh zavedenii**, Gorkiy, n.2, p.3-7, 1989.
- BARROS, P.L. de C. **Estudo das distribuições diamétricas da floresta do Planalto do Tapajós Pará**. Curitiba: UFPr, 1980. 123p. (Tese - Mestrado em Manejo Florestal).
- BATISTA, J.L.F. **A função Weibull como modelo para distribuição de diâmetros de espécies arbóreas tropicais**. Piracicaba: USP/ESALQ, 1989. 116p. (Tese - Mestrado em Manejo Florestal)
- BAILEY, R. L; DELL, T.R. Quantifying diameters distributions with the Weibull function. **Forest Science**, Bethesda, v.19, n.2, p.97-104, June 1973.
- BLISS, C.I.; REINKER, K.A. A log-normal approach to diameter distributions in even-aged stands. **Forest Science**, Washington, v.10, n.3, p.351-360, Sept. 1964.
- BURK, T.E.; BURKHART, H.F. **Diameter distributions and yields of natural stands of loblolly pine**. Virginia: [s.n.], 1984. 46p. (Pull. FWS, 1).
- CAMPOS, H. **Estatística experimental não paramétrica**. 3. ed. Piracicaba: USP/ESALQ, 1979. 343p.
- CAMPOS, J.C.C; TURNBULL, K.J. Um sistema para estimar a produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação do efeito de desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.5, n.1, p.1-16, mar. 1981.
- CANDY, S.G. Growth and yield for pinus radiata in Tasmania, **New Zealand Journal of Forestry Science**, Rotorua, v.19, n.1, p.112-133, Mar. 1989.
- CLUTTER, J.L.; BENNET, F.A. **Diameter distributions in old field slash pine plantations**. [S.1.]: Georgia Fro. Res. Council, 1965. 9p. (Report, 3).

- COUTO, H.T.Z. **Distribuições de diâmetros em plantações de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*.** Piracicaba: USP/ESALQ, 1980. 79p. (Tese - Livre Docente).
- CUNHA NETO, F.R.D. **Sistema para predição presente o futura da produção por classe de diâmetro utilizando a função Weibull, para *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.** Lavras: ESAL, 1994. 159p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- FINGER, C.A.G. **Distribuição de diâmetros em acácia negra em diferentes povoamentos e idades.** Curitiba: UFPr, 1982. 124p. (Tese - Mestrado em Manejo Florestal).
- FRANCO, E.J. **Estudo dos métodos estimativos de volume, biomassa e níveis de produtividade para *Eucalyptus camaldulensis*.** Lavras: UFLA, 1996. 100p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- GADOW, K.V. Fitting distributions in *Pinus patula* stands. **South African Forest Journal**, Pretória, n.126. p.17-26, Sept. 1983.
- GLADE, J.E. **Prognose de volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis* Hill Ex-Maiden.** Curitiba: UFPr, 1986. 94p. (Tese - Mestrado em Manejo Florestal).
- GOLFARI, L. **Zoneamento ecológico do Estado de Minas Gerais para reflorestamento.** Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1975 .65p. (Projeto de Desenvolvimento e Pesquisa Florestal - PRODEPEF, Série Técnica, 3).
- HAFLEY, W.L; SCHREUDER, M.T. Statistical distributions for fitting diameters and height data in even-aged stands. **Canadian Journal Forest Research**, Ottawa, v.7, n.3, p.481-487, Apr. 1977.
- INADA, M; YASUI; FUGIE; I. Log-normal distribution and its applications. 4. Application of mixed Logonormal distribution to diameter distributions of a seletion forest. **Bulletin of the Faculty of Agriculture**, Shimane, n.20, p.42-46. 1986.
- JOHNSON, N.L. Systems of frequency curves generated by methods of translation. **Biometrika**, London, v.36, n.1, p.149-176, Jan. 1949.
- JOHNSON, N.L.; KITCHEN, J.O. Some notes on tables to facilitade fitting S_B curves. **Biometrika**, London, v.58, n.1, p.223-226, Jan. 1971.
- JORGE, L.A.B.; VEIGA, R.A. V.; PONTINHA, A.A.S. A função Weibull no estudo de distribuições diamétricas em povoamentos de *Pinus elliottii* na estação experimental de Itapeva. **IPEF**, Piracicaba , v.43/44, p.54-60, 1990
- KHATOURI, M.; DENNIS, B. Growth and yield model for uneven aged *Ceocrus atlantica* stand in Marroco. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.36, p.253-266, 1990

- KILLKI, P.; MALTAMO, M.; MYKKANEN, R.; PAIVEN, R. Use of the Weibull function in estimating the basal area d.b.h. distribution. **Silva Fennica**, Joensuu, v.23, n.4, p.311-318, Nov. 1989.
- LEITE, H.G. **Ajuste de um modelo de estimação de frequência e produção por classe de diâmetro, para povoamentos de *Eucalyptus saligna* Smith** Viçosa: UFV, 1990. 81p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- LI, J.; CHEN, M.; SCHREUDER, H.T.; GREGORI, T.G. Forestry applications of saddle-point approximations to construct confidence intervals for population means. **Biometrics**, Raleigh, v.51, n.1, p.61-72, Mar. 1995.
- LITTLE, S.N. Weibull diameter distributions for mixed stands of wester conifers. **Canadian Journal Forest Research**, Ottawa, v.13, n.1, p.85-88, Jan. 1983.
- LOETSCH, F.; ZOHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest inventory**. Munchen: BLV Verlagsgesellschaft, 1973. v.2, 469p.
- MACHADO, S.A.; BACOVIS, R.; MARQUESINI, L.C.P.T. Estudo das funções de distribuição diamétrica das árvores desbastadas em plantações de *Pinus taeda* no estado do Paraná. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 6, Campos do Jordão, 1990. **Anais...** Campos do Jordão: SBS, 1990. p. 145-152.
- MACHADO, S.A.; SCHOPFER, W.; HRADETZKI, J. Estudo de sortimento de madeira e suas bases de cálculo para *Pinus Taeda* no Paraná e Santa Catarina. In: SEITZ, R.A. (coord.). **O desafio das florestas neotropicais**. Curitiba: UFPr, 1991. p.255-274.
- MAESTRI, R. **Estimativa de produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamento de Acácia Negra (*Acácia mearnsii*)**. Curitiba: UFPr, 1992. 102p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- MAESTRI, R.; SCOLFORO, J.R.S.; HOSOKAWA, R.T. Um sistema de produção do crescimento e da produção para povoamento de Acácia Negra (*Acacia mearnsii* de Wild). **Revista Árvore**, Viçosa, v.19, n.3, p. 358-381, jul. / set. 1995.
- MAGNUSSEN, S. Diameter distributions in *Picea abies* described by the Weibull model. **Scandinavian Journal of Forest Research**, Oslo, v.1, n. 4, p.493-502, Dec. 1986.
- MAGUIRE, D.; SCHRUDER, G.; MUSTAFA, S.; SHOIKH, M. A biomass/yield model for high-density *Acacia nilotica* plantations in sind, Pakistan, **Forest Ecology and Management**. Amsterdam, v.37, n.4, p.285-302, Apr.1990.
- MARIN, R. Distribuzioni diametriche e utilizzo pella funzione Beta. **Monti e Boschi**, Bologna, n.5, p.51-53, 1987.

- MATNEY, T.G.; SULLIVAN, A.D. Compatible stand and stock tables for thinned and unthinned loblolly pine stand. **Forest Science**, Washington, v.28, n.1, p.161-171, Mar. 1982.
- NEGREIROS, O.C.; DIAS A.C.; COUTO, H.T.Z. Ajustagem de curvas de distribuição diamétrica em uma comunidade de Floresta Pluvial Tropical no núcleo Sete Barras do Parque Estadual de Carlos Botelho/São Paulo. **Revista Instituto Florestal**, São Paulo, v.2, n.1, p.95-114, jul. 1990.
- NELSON, T.C. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, Washington v.10, n.1, p .105-114,Mar. 1964.
- OLIVEIRA, A.C.; BERTOLUCCI, F.L.G.; ANDRADE, H.B. Avaliação do *Eucalyptus camaldulensis* nas condições edafoclimáticas do norte e nordeste de Minas Gerais. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 6, Campos do Jordão, 1990. **Anais...** Campos do Jordão: SBS, 1990. p.474-486.
- PONCE, R.H. Madeira serrada de eucalipto: desafios e perspectivas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE UTILIZAÇÃO DA MADEIRA DE EUCALIPTO PARA SERRARIA, 1, São Paulo, 1995. **Anais...** São Paulo: IPT, 1995. p. 50-58.
- PUDJORAHADJO. Fitting diameter distribution. **Dumba Rimba**, Garbenberg, v.6, n.41, p.15-20, 1980.
- SCOLFORO, J.R.S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura de crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var. *hondurensis***. Curitiba: UFPr, 1990. 290p. (Tese - Doutorado em Manejo Florestal).
- SCOLFORO, J.R.S. **Crescimento florestal 2**. Mensuração florestal 6. Lavras: ESAL/FAEPE, 1995. 243p.
- SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S.A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n.50, p 51-64, dez. 1996
- SETH, S.K.; SATYAMURTHI, K.R.; NEGI, G.S. A comparative study of some distributions functions as applied to diameter at breast height in even-aged stands. **Indian Forester**, Dehron Dun- Índia, v.101, n.1, p 20-26, Mar. 1975.
- SCHREUDER, H.T. Maximum likelihood estimation for select distribution. **Tecnical Report** . Raleigh, n.61, 21 p 1978
- SILVA, J.A. Comparação entre a distribuição decrescente de Meyer e a distribuição beta para as florestas naturais do Rio Grande do Sul. **Brasil Florestal**, Rio de Janeiro, v.4, n .60, p.41-47, out./dez. 1984.

- SILVA, J.A.L.da.; BALLEY, R.L. Prognose da distribuição diamétrica de plantios fertilizados de *Pinus elliottii* usando a distribuição de Weibull. **Acta Forestalia Brasiliensis**, Curitiba, v.2, n.1, p.47- 63, 1987.
- SOARES, J.B. **Otimização do sortimento de produtos florestais a partir de funções de distribuição diamétrica e funções de forma**. Viçosa: UFV. 1993. 105p. (Tese - Mestrado em Ciência Florestal).
- SOKAL, R.N.; ROHAF, F.J. **Biometry**. San Francisco: Freeman, 1981. 859p.
- SWINDEL, B.F.; SMITH, H.D.; GROSENBAUGH, L.R. Fitting diameter distributions with a hand-held, programmable calculator. **Scandinavian Journal of Forest Research**, Oslo, v.3, n.3, p.325-334, Sept. 1987.
- THAM, A. Structure of mixed *Picea abies* (L.) Karst and *Betula pendula* Roth and *Betula pubescens* Ehrh. stands in south and middle Sweden. **Scandinavian Journal of Forest Research**, Oslo, v.3, n.3, p.355-370, Sept. 1988.
- WEIBULL, W. A statistical distribution function of wide applicability. **Journal of Applied Mechanics**, New York, v.18, n.3, p.293-297, Sept. 1951.
- ZARNOCH, S.J.; DELL, T.R. An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of weibull parameters. **Forest Science**, Bethesda, v.31, n.1, p.260-268, Mar. 1985.

CAPÍTULO 2

EFICIÊNCIA E TESTE DE MODELOS DE PROGNÓSE DA PRODUÇÃO ATRAVÉS DAS DISTRIBUIÇÕES BETA E S_B DE JOHNSON POR DIFERENTES MÉTODOS DE AJUSTE PARA *Eucalyptus camaldulensis*

2.1 INTRODUÇÃO

A utilização das informações de crescimento e produção de povoamentos equiâneos sujeitos a vários espaçamentos e implantados em sítios com diferentes produtividades é muitas vezes negligenciada, haja vista a dificuldade de interpretação da enorme gama de informações provenientes do inventário florestal contínuo.

Uma maneira eficiente de reduzir esta base de dados sem perder suas características básicas é usar modelos de produção. Estes modelos permitem realizar prognósticos sobre a produção, para diferentes classes de densidade, idade e produtividade de sítio. Para povoamentos plantados pode-se citar os modelos globais de produção, os modelos por classe diamétrica e os modelos para árvores individuais, fazendo ora uso de modelos matemáticos empíricos, ora de modelos biológicos.

Neste estudo, optou-se pelos modelos por classe diamétrica, os quais apoiam-se em distribuições probabilísticas. Basicamente procura-se evoluir com a estrutura do povoamento para a idade em que se quer fazer o prognóstico.

As distribuições diamétricas para povoamento da mesma idade foram inicialmente representadas por funções matemáticas, como à série de Gram Charlier (Meyer, 1928, 1930; Schunur, 1934), a curva de crescimento modificada Pearl Reed (Osborne e Schumacher, 1935; Nelson, 1964) as curvas Pearsonnian (Schunur, 1934), conforme encontrada em Cao, Burkhart e Lenin (1982).

Mais recentemente, várias funções de densidade de probabilidade vêm sendo utilizadas com maior ou menor intensidade. Pode-se destacar dentre estas a distribuição Normal (Couto, 1980; Mowrer, 1986); Log-Normal (Bliss e Reinker, 1964; Glade, 1986; Machado, Bacovis e Marquesini, 1990); Gamma (Machado, Bacovis e Marquesini, 1990; Nelson, 1964; Soares, 1993); Beta (Negreiros, Dias e Couto, 1990; Marin, 1987; Silva, 1984; Atroshenko, 1989; Machado, Schopfer e Hradetzki, 1991); Weibull (Bailey e Dell, 1973; Scolforo, 1990, 1995; Maestri, 1992; Cunha Neto, 1994; Leite, 1990; Glade, 1986; Knoebell, Burkhart e Beck, 1986); S_B de Johnson (Hafley e Schreuder, 1977; Tham, 1988; Li et al., 1995; Gadow, 1983; Couto, 1980).

Obtido o ajuste das distribuições, é estabelecida a correlação entre estas ou outras características das distribuições e os atributos do povoamento, visando promover a prognose da produção. Se as prognoses são viabilizadas por meio de softwares especificamente desenvolvidos para este fim, então pode-se ter inúmeras simulações ou cenários por sítio, gerando possibilidade de definir a melhor época de desbaste, a rotação econômica ótima, a densidade inicial de plantio, detectar ao longo do tempo se haverá excedente ou escassez de madeira para diferentes usos, dentre outras possibilidades.

Assim, prescrições de manejo para a propriedade florestal são altamente dependentes da construção de modelos de prognose viabilizados através de softwares desenvolvidos para este fim. Especificamente no Brasil, os estudos de prognose da produção que utilizam funções de distribuições têm sido concentrados nas particularidades da distribuição Weibull. No capítulo 1, testes foram realizados sobre a eficiência da estimativa presente do número de árvores e dos volumes propiciados pelas distribuições Weibull, S_B de Johnson, Beta, Gamma, Log-Normal e Normal ajustados por meio do método dos momentos, máxima verossimilhança e percentis, sendo este último para a distribuição Weibull.

Foram consideradas diferentes idades, níveis de densidade e produtividade de sítio, tendo sido definidas a distribuição S_B de Johnson, Beta e Weibull como as mais eficientes.

Face aos resultados alcançados e ao pequeno número dos estudos de prognose com distribuições que não a Weibull, desenvolveu-se este estudo que teve como objetivos: testar a eficiência das distribuições Beta e S_B de Johnson no prognóstico da produção em volume para diferentes idades e condições de sítio e testar e desenvolver funções para representar os atributos do povoamento tais como: diâmetro mínimo, médio e máximo, diâmetro quadrático, variância

amostral e populacional, área basal, número de árvores por hectare, que tornem eficiente e operacional a prognose para *Eucalyptus camaldulensis*.

2.2 MATERIAL E MÉTODOS

2.2.1 Dados básicos

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes de plantios comerciais de *Eucalyptus camaldulensis* Dehn plantados na Fazenda Patagônia da Empresa Mannesmann Florestal Ltda. A fazenda está situada no município de João Pinheiro, noroeste de Minas Gerais, nas coordenadas 17°20'S e 46°32'W a uma altitude de 500 a 550 m (Oliveira, Bertolucci e Andrade, 1990).

Foram utilizadas 21 parcelas em que as idades de medição foram aos 17, 29, 40, 52 e 64 meses (povoamento 1); 11 parcelas em que a primeira medição foi realizada aos 14 meses e as remedições foram aos 27, 40 e 53 meses de idade respectivamente (povoamento 2), e 20 parcelas nas quais a medição foi aos 20 meses e a remedição foi aos 32 meses de idade (povoamento 3).

Considerou-se cada fuste medido como uma árvore, ou seja, onde houve bifurcação ou trifurcação, foram consideradas duas ou três árvores, respectivamente. Como altura dominante usou-se a altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare excluídas as bifurcações e trifurcações.

Na Tabela 1 é apresentada uma síntese dos atributos dos três povoamentos sob estudo nas diferentes idades de medição.

TABELA 1. Estatísticas dos atributos dos povoamentos por idade de medição.

Idade	Estatística	Povoamento 1 - 21 parcelas									
		DMN	DMAX	DM	DG	VP	VA	GH	V	NI	Hd
17	MIN	2,50	8,00	5,70	5,80	1,1615	1,1786	3,72	18,64	1117,7	8,0
	MAX	3,80	9,90	7,10	7,20	1,5294	1,5600	4,43	23,66	1652,3	9,0
	MED	3,08	8,52	6,30	6,40	1,2904	1,3138	4,17	20,75	1330,7	8,4
	DESV	0,44	0,71	0,51	0,51	0,1363	0,1402	0,27	1,71	223,9	0,3
	CV	14,12	8,23	8,09	7,97	10,5609	10,6716	6,59	8,23	16,8	4,1
29	MIN	2,50	9,50	6,30	6,50	2,0631	2,0910	6,01	30,90	1117,7	10,4
	MAX	4,80	12,70	9,00	9,20	3,9529	4,0177	9,37	53,60	2026,4	12,8
	MED	3,32	11,06	7,75	7,94	2,7847	2,8283	7,58	43,64	1563,7	11,9
	DESV	0,59	0,93	0,64	0,64	0,5084	0,5178	0,89	5,83	254,8	0,6
	CV	17,90	8,39	8,32	8,12	18,2568	18,3075	11,74	13,36	16,3	5,1
Idade	Estatística	Povoamento 1 - 21 parcelas									
		DMN	DMAX	DM	DG	VP	VA	GH	V	NI	Hd
40	MIN	2,50	11,10	6,80	7,00	2,9935	3,0357	6,82	36,92	1095,8	13,2
	MAX	4,80	16,60	10,10	10,30	6,5332	6,6159	12,38	77,14	2026,4	16,7
	MED	3,34	13,21	8,71	8,97	4,5864	4,6579	9,67	60,63	1561,3	15,3
	DESV	0,65	1,33	0,78	0,78	1,0224	1,0377	1,38	9,99	269,0	0,9
	CV	19,56	10,03	8,96	8,68	22,2928	22,2772	14,29	16,47	17,2	6,1
52	MIN	2,50	11,80	7,00	7,30	2,9768	3,0187	7,33	40,88	1102,1	14,8
	MAX	4,50	15,90	10,50	10,50	8,4162	8,5214	12,90	81,32	2049,2	19,5
	MED	3,37	13,73	8,97	9,26	5,2359	5,3178	10,28	65,81	1552,3	17,2
	DESV	0,53	1,15	0,78	0,77	1,2065	1,2249	1,39	10,24	265,4	1,3
	CV	15,85	8,36	8,67	8,32	23,0432	23,0331	13,52	15,57	17,1	7,4
64	MIN	2,50	12,40	7,10	7,40	3,5000	3,5493	7,46	41,93	1079,6	16,3
	MAX	5,40	17,20	11,00	11,30	9,3779	9,4981	14,58	95,90	1993,0	21,0
	MED	3,55	14,75	9,39	9,72	6,1484	6,2459	11,21	74,20	1535,8	18,5
	DESV	0,73	1,32	0,91	0,92	1,4098	1,4325	1,75	13,72	254,4	1,3
	CV	20,69	8,96	9,73	9,42	22,9295	22,9358	15,64	18,49	16,6	7,1
Idade	Estatística	Povoamento 2 - 11 parcelas									
		DMIN	DMAX	DM	DG	VP	VA	GH	V	NI	Hd
14	MIN	2,50	5,40	3,70	3,80	0,5581	0,5662	1,70	5,98	1075,3	5,5
	MAX	4,50	8,90	7,00	7,10	1,6560	1,6836	4,25	22,50	1730,4	8,3
	MED	3,17	7,26	5,35	5,45	1,1216	1,1545	2,93	13,61	1347,2	6,9
	DESV	0,69	1,27	1,21	1,22	0,3576	0,3721	0,90	5,91	276,4	1,1
	CV	21,66	17,46	22,67	22,42	31,8864	32,2275	30,62	43,46	20,5	15,7
27	MIN	2,50	8,30	5,10	5,30	1,8954	1,9225	3,60	16,32	1075,3	8,3
	MAX	6,40	15,00	10,80	11,00	6,1181	6,3534	10,24	71,22	1707,7	14,5
	MED	3,85	11,66	8,17	8,41	3,8381	3,9480	7,17	44,08	1348,9	12,4
	DESV	1,29	1,92	1,85	1,85	1,2206	1,2737	1,96	16,71	271,1	1,8
	CV	33,59	16,44	22,64	22,00	31,8011	32,2610	27,28	37,91	20,1	14,5
40	MIN	2,50	10,20	5,90	6,10	2,6681	2,7051	4,90	24,46	1035,4	10,7
	MAX	7,00	18,50	12,50	12,70	7,5716	7,8744	13,74	103,94	1753,2	19,5
	MED	4,33	13,90	9,46	9,75	5,3585	5,5132	9,52	64,20	1331,4	16,2
	DESV	1,52	2,43	2,25	2,24	1,6361	1,7052	2,71	25,13	271,5	2,5
	CV	35,19	17,50	23,77	23,00	30,5330	30,9304	28,41	39,14	20,4	15,7
53	MIN	2,50	10,80	6,10	6,30	3,4977	3,5484	5,04	26,05	1035,4	11,0
	MAX	7,30	20,40	13,20	13,50	9,6007	9,9848	15,47	121,31	1662,1	22,1
	MED	4,33	15,07	9,96	10,31	6,9854	7,1874	10,68	75,03	1325,5	17,5
	DESV	1,68	2,78	2,52	2,50	2,1024	2,1942	3,28	30,92	268,4	3,4
	CV	38,90	18,41	25,28	24,28	30,0973	30,5283	30,72	41,21	20,2	19,3
Idade	Estatística	Povoamento 3 - 20 parcelas									
		DMN	DMAX	DM	DG	VP	VA	GH	V	NI	Hd
20	MIN	2,50	7,00	4,90	5,00	0,9497	0,9687	2,16	9,24	1011,1	7,9
	MAX	3,80	9,50	6,90	7,10	2,7502	2,8100	4,33	23,02	1282,1	9,8
	MED	3,11	8,55	5,92	6,05	1,6646	1,6988	3,30	16,12	1177,1	8,9
	DESV	0,42	0,63	0,48	0,47	0,3830	0,3909	0,59	3,58	72,5	0,6
	CV	13,44	7,38	8,05	7,80	23,0112	23,0109	18,03	22,19	6,2	6,4
32	MIN	2,50	10,20	6,90	7,20	1,8676	1,9042	4,48	25,11	1031,0	11,8
	MAX	4,50	13,40	8,60	8,80	6,8715	7,0146	7,13	43,50	1368,7	14,6
	MED	3,25	11,43	7,73	7,95	3,7065	3,7806	5,84	34,15	1196,8	13,1
	DESV	0,45	0,79	0,47	0,46	1,0211	1,0408	0,86	6,00	82,8	0,8
	CV	13,87	6,94	6,14	5,81	27,5488	27,5293	14,69	17,56	6,9	5,9

DMIN - diâmetro mínimo (cm); DMAX - diâmetro máximo (cm); DM - média aritmética dos diâmetros (cm); DG - diâmetro médio quadrático (cm); VP - variância paramétrica (cm²); VA - variância amostral (cm²); GH - área basal (m²/ha); V - volume (m³/ha); NI - número de árvores sobreviventes /ha; Hd - média aritmética das alturas das 100 árvores dominantes/ ha.

2.2.2 Classificação de sítio

Para definir o índice de produtividade de cada parcela foi utilizada a equação definida por Franco (1996), que apresenta coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,886 e erro padrão da estimativa ($Sy_x\%$) de $\pm 5,86\%$.

$$S = e^{3,40790944 [Hd/e^{3,40790944}]^{(1/I_{ref})^{0,78852584}}}$$

onde:

S = índice de sítio na idade de referência 64 meses;

I = idade em meses;

I_{ref} = idade de referência;

Hd = altura média das árvores dominantes;

e = exponencial.

2.2.3 Equação volumétrica

Após a prognose da estrutura diamétrica da população florestal será obtido o volume correspondente ao valor central de cada classe diamétrica. Para isto, será utilizada a equação apresentada por Franco (1996), cujo coeficiente de determinação foi 0,986 e o erro padrão residual 8,9%. Esta equação foi desenvolvida para a mesma área deste estudo.

$$V = \exp \left\{ 2,76989 + 1,267051 \cdot \ln [K \cdot (DAP^2 + D_{3m}^2)] + 0,40604/\ln [K \cdot (DAP^2 + D_{3m}^2)] \right\}$$

onde:

V = volume total com casca (m³);

K = (3,141592654/80000)*1,7;

D_{3m} = diâmetro medido a 3 m de altura ou estimado pela expressão

$$D_{3m} = -0,814588 + 0,925883 \cdot DAP;$$

DAP = diâmetro medido a 1,30 m de altura;

exp = exponencial do logaritmo natural.

2.2.4 Sistema de prognose da produção

O sistema de prognose é viabilizado utilizando-se uma função de distribuição qualquer e os atributos do povoamento.

Procura-se identificar que atributos estão mais correlacionados com os parâmetros da distribuição e, feito. Feito isto, são selecionados ou construídos modelos para obter a prognose dos atributos. Normalmente, é mais eficiente prognosticar os atributos para a idade de interesse.

Pode-se, então, estimar os parâmetros da distribuição na idade em que se deseja obter a prognose. Integrando a função densidade de probabilidade (fdp) obtém-se a função acumulativa que permite obter a área entre dois limites quaisquer ou a probabilidade de ocorrência de árvores dentro da classe diamétrica. O produto desta probabilidade multiplicado pelo número de árvores na idade de prognose define a nova estrutura da população na classe diamétrica considerada.

a) Distribuição S_B de Johnson

A função de densidade de probabilidade é:

$$f(d) = \left(\frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \right) \frac{\lambda}{(\xi + \lambda - d)(d - \xi)} \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\gamma + \delta \ln \left(\frac{d - \xi}{\xi + \lambda - d} \right) \right]^2 \right]$$

$$\xi < d < \xi + \lambda$$

$$-\infty < \xi < \infty$$

$$\lambda \text{ e } \delta > 0$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

onde:

ξ = parâmetro de locação;

λ = parâmetro escala;

d = diâmetro do centro de classe ou da i ésima árvore da parcela;

δ e γ = determinam a forma da distribuição; quando δ aumenta, implica em grande aumento na forma e aumentos no valor absoluto de γ implicam em mais assimetria, ou seja, δ é o parâmetro curtose e γ é o parâmetro que expressa assimetria

- Obtenção dos parâmetros γ e δ pelo Método dos Momentos

Os valores de δ e γ são obtidos pela solução das equações a seguir, propostas por Johnson e Kitchen (1971).

$$\delta = \frac{\mu(1-\mu)}{\text{Sd}(x)} + \frac{\text{Sd}(x)}{4} \left[\frac{1}{\mu(1-\mu)} - 8 \right]$$

$$\gamma = \delta \ln \left(\frac{1-\mu}{\mu} \right) + \left(\frac{0,5-\mu}{\delta} \right)$$

$$\mu = \frac{\bar{d} - \xi}{\lambda}$$

onde:

\bar{d} = média aritmética dos diâmetros;

$\xi = 0,05 * d_{\min}$, conforme definido no capítulo 1;

λ = maior diâmetro da parcela mais o limite inferior.

$$\text{Sd}(x) = \frac{\sigma}{\lambda}$$

onde:

$\text{Sd}(x)$ = desvio padrão modificado;

σ = desvio padrão da parcela.

- Obtenção dos parâmetros γ e δ pelo método da máxima verossimilhança

$$\hat{\gamma} = \frac{-f}{s_f} \quad \text{e} \quad \hat{\delta} = \left[n / \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{s_f}$$

onde:

\bar{f} = média aritmética da variável f_i ;

s_f = desvio padrão da variável f_i ;

n = número de observações ou número de árvores na parcela.

$$f_i = \ln \left(\frac{d_i - \xi}{(\xi + \lambda - d_i)} \right)$$

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}$$

$$S^2 f = \frac{\sum_{i=1}^n f_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} \right)^2}{n}$$

onde:

f_i = transformação do diâmetro de cada árvore da parcela;

d_i = diâmetro da árvore na parcela ou da classe diamétrica.

b) Distribuição Beta

É muito flexível, podendo assumir várias formas para uma ampla faixa de distribuição de diâmetros. A função de densidade de probabilidade $f(d)$ tem limites definidos entre o menor e o maior diâmetro da floresta ou da amostra, os quais restringem todos os diâmetros dentro destes limites. A desvantagem da distribuição, no entanto, é que a função de densidade de probabilidade (fdp) deve ser numericamente integrada para obter as probabilidades nos vários intervalos das classes diamétricas.

Pode ser aplicada a florestas nativas e a florestas plantadas e ajustar-se, a diferentes tipos de curvas, passando por diversos graus de assimetria.

A função de densidade de probabilidade é:

$$f(d) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{d - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{d - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right)^{\beta-1} \frac{1}{d_{\max} - d_{\min}}$$

$$d_{\max} \geq d > d_{\min}$$

onde:

\bar{d} = diâmetro do centro de classe ou da i ésima árvore na parcela;

d_{\max} = diâmetro máximo da parcela;

d_{\min} = diâmetro mínimo da parcela

β e α = parâmetros estimados maiores que zero;

$\Gamma(\beta)$, $\Gamma(\alpha)$ e $\Gamma(\beta + \alpha)$ = obtidos com a fórmula de Stirling.

Métodos de ajuste dos parâmetros da função Beta.

Existem diferentes formas de ajustar a distribuição Beta como o método dos momentos, da regressão, da média aritmética e variância, dentre outros.

- Método dos momentos

Obtenção da estimativa dos parâmetros α e β pelo método dos momentos:

$$\alpha = \frac{\left(\bar{d} - d_{\min}\right) \left[\left(d_{\max} - \bar{d}\right) \left(\bar{d} - d_{\min}\right) - \sigma^2 \right]}{\sigma^2 (d_{\max} - d_{\min})}$$

$$\beta = \frac{\left(d_{\max} - \bar{d}\right) \left[\left(d_{\max} - \bar{d}\right) \left(\bar{d} - d_{\min}\right) - \sigma^2 \right]}{\sigma^2 (d_{\max} - d_{\min})}$$

onde:

\bar{d} = média aritmética dos diâmetros

σ^2 = variância paramétrica.

- Método da média e variância

Loetsch, Zohrer e Haller (1973) apresentaram a metodologia de ajuste da distribuição Beta através da média e variância e os valores extremos da variável independente. Apesar de facilitar o ajuste, esta metodologia é pouco utilizada no meio florestal, segundo Marin (1987) e Scolforo (1995).

A função de densidade de probabilidade tem a forma:

$$\beta(\alpha, \gamma) = \int_a^b (x - a)^\alpha (b - x)^\gamma dx$$

onde:

x = diâmetro do centro de classe;

a = limite inferior da função Beta;

b = limite superior da função Beta;

α = 1º expoente da função Beta;

γ = 2º expoente da função Beta.

Procedimentos para a obtenção dos parâmetros α e γ pelo método da média e variância:

Obtenção do limite inferior (a) e superior (b):

$$a = d_1 - \frac{w}{2}$$

$$b = d_k + \frac{w}{2}$$

onde:

w = amplitude das classes de diâmetro;

k = k ésimas classe de diâmetro;

d_k = valor central da k ésimas classe de diâmetro

Obtenção da média aritmética relativa (\bar{x}_{rel}) e variância relativa (S^2_{rel}):

$$\bar{x}_{rel} = \frac{\bar{x} - a}{b - a}$$

$$S^2_{rel} = \frac{S^2}{(b - a)^2}$$

Com os valores obtidos nos procedimentos a e b, obtém-se os parâmetros α e γ :

$$\gamma = \frac{\frac{Z}{S_{rel}^2(Z-1)^2} - 1}{Z+1} - 1$$

$$\alpha = z(\gamma+1) - 1$$

onde:

$$z = \frac{\bar{x}_{rel}}{1 - \bar{x}_{rel}}$$

Por transformação na função de densidade é introduzida uma constante multiplicativa (k). A constante k é o fator de redução da escala da ordenada para assegurar que a soma das frequências estimadas seja igual à frequência observada (N), tal que:

$$k \int_a^b (x - a)^\alpha (b - x)^\gamma \delta x = N$$

c) Os atributos do povoamento

Os atributos do povoamento utilizados neste estudo foram:

- diâmetro mínimo;
- sobrevivência;
- área basal;
- média aritmética dos diâmetros;
- diâmetro máximo;
- variância paramétrica;
- variância amostral;
- diâmetro médio quadrático.

No Apêndice 2.1 encontram-se listados os modelos testados para expressar cada um dos atributos. Quando nenhum dos modelos obtidos na literatura apresentou desempenho satisfatório, usou-se “Stepwise” para construir um modelo o mais eficiente possível.

Seleção dos modelos ajustados

Como medidas de precisão da regressão usou-se o coeficiente de determinação (R^2) e o erro padrão da estimativa (S_{yx}). De forma complementar, foi utilizada a análise gráfica dos resíduos. Quando foi necessário comparar modelos com natureza diferente, ou seja, um logaritmo e outro aritmético, efetuou-se o recálculo do coeficiente de determinação (R^2) e o erro padrão da estimativa (S_{yx}), obtendo-se os resíduos em percentagem na mesma natureza.

- Coeficiente de determinação

$$R^2 \text{ ajustado} = 1 - [(n - 1) / (n - p - 1)] \cdot (SQ_{\text{resíduo}} / SQ_{\text{total}})$$

- Erro padrão da estimativa

$$SQ_{\text{total}} = \sum y^2 - (\sum y^2/n)$$

$$SQ_{\text{res}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$S_{yx} = (SQ_{\text{res}/n-p-1})$$

- Análise gráfica dos resíduos

A análise gráfica é o elemento mais importante para visualizar o desempenho da função de regressão, pois permite-se observar tendências nas estimativas propiciadas pela mesma. Além disso, é mais informativa do que os procedimentos que envolvem medidas numéricas de tendenciosidade (Draper e Smith, 1966).

De acordo com os critérios apresentados, a melhor equação foi aquela que teve, simultaneamente, o maior coeficiente de determinação e o menor erro padrão, associados à distribuição de resíduos não tendenciosa. O desenvolvimento do sistema ocorreu através de quatro grupos de equações, sendo que as parcelas dos três povoamentos foram padronizadas na escala 0 — 1 em relação à variável de interesse, o volume. Para tal dividiu-se, em cada idade, o volume de cada parcela pelo maior valor de volume encontrado.

Estas parcelas foram então agrupadas em classes, conforme os seguintes limites: 0,8 — 1; 0,6 — 0,8; 0,4 — 0,6 e < 0,4. Para cada um dos quatro grupos foram então testadas e/ou desenvolvidas equações para prognose de todos os atributos do povoamento.

2.2.5 Testes de consistência

Foram efetuadas três modalidades de teste para avaliar o desempenho do sistema de prognose para cada distribuição utilizada pelos diferentes métodos de ajuste. Para os três testes, tomou-se como base os dados da primeira medição e prognosticou-se o volume para a idade na qual as parcelas foram medidas pela segunda, terceira, quarta ou quinta vez. Foi então possível comparar o volume real das parcelas remedidas com o volume prognosticado.

a) Teste t

Foi utilizado o teste t pareado, com os volumes estratificados por idade.

b) Desvio das prognoses

Neste caso foi obtido o valor percentual de erro das prognoses, considerando diferentes classes de número de árvores e diferentes classes de idade de prognose.

c) Correlação entre a prognose e o valor de volume de volume

Foi também, a exemplo do teste t, identificada a correlação entre as prognoses da variável volume e o seu valor observado para as parcelas estratificadas por classe de idade.

2.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

2.3.1 Atributos do povoamento

O modelo de sobrevivência para representar os três povoamentos considerados apresentou um coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,986 e erro padrão residual (s_{yx}) igual a ± 32 árvores ou 2,24%.

$$N_2 = N_1 \cdot \left[\left(\frac{I_2}{I_1} \right)^{0,0295335} \right] \exp (0,00033034 - 0,00008532 \cdot S) (I_2 - I_1)$$

onde:

N_2 = número de árvores sobreviventes na idade de prognose I_2 ;

N_1 = número de árvores na idade presente I_1 ;

S = índice de sítio (idade de referência 64 meses).

Nas Tabelas 2, 3, 4 e 5 são apresentadas as equações que possibilitam estimar os atributos do povoamento florestal, por classes de volume. Já nas figuras 1, 2, 3 e 4 são apresentadas as distribuições de resíduos de cada atributo do povoamento também para as 4 classes de volume definidas. De maneira geral, por meio destes pode-se atestar sobre a eficiência dos ajustes obtidos.

TABELA 2. Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 1, (< 0,4).

Atributos	Equações	R ²	S _{VX} (%)
Altura média das árvores dominantes (HD ₂)	$HD_2 = \text{Exp}(2,83746261) * ((HD_1 / \text{Exp}(2,83746261))^{\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{1,09395852}})$	72,08	12,19
Diâmetro máximo (Dmax)	$\text{Log}(D_{\text{max}}) = -2,743854 + 0,831998 * \text{Log}(HD_2) + 0,413695 * \text{Log}(N_2)$	96,20	5,04
Diâmetro médio quadrático (DG)	$\text{Log}(DG) = 0,056706 + 0,497548 * \text{Log}(D_{\text{max}}) - 0,103876 * \text{Log}(I_2) + 0,418784 * \text{Log}(HD_2)$	98,64	2,58
Média aritmética dos diâmetros (DM)	$\text{Log}(DM) = 0,158416 + 0,518066 * \text{Log}(DG^2) - 0,095172 * \text{Log}(HD_2) - 0,390851 * (1/D_{\text{max}})$	99,76	1,04
Área basal (GH)	$\text{Log}(GH) = -2,528775 + 0,000667 * N_2 - 2,467361 * (1/HD_2) + 1,811858 * \text{Log}(DM)$	96,07	8,04
Variância amostral (VA)	$\text{Log}(VA) = -5,178499 + 2,939556 * (DG-DM) + 2,847357 * \text{Log}(HD_2) - 0,00927 * (HD_2^2)$	90,37	19,52
Diâmetro mínimo (Dmin)	$D_{\text{min}} = 1,910561 + 0,119425 * (DM^2) + 0,127041 * (HD_2/I_2) - 1,667557 * \text{Log}(GH) - 0,290577 * VA$	90,04	5,79
Variância paramétrica (VP)	$\text{Log}(VP) = -5,200682 + 2,939065 * (DG-DM) + 2,851455 * \text{Log}(HD_2) - 0,009286 * (HD_2^2)$	90,42	19,47
Desvio transformado (Dfi)	$D_{\text{fi}} = -1,479231 + 0,373238 * (\text{Log}(VA) + 0,020399 * VA - 0,373156 * \text{Log}(GH/N_2) - 0,771142 * \text{Log}(D_{\text{max}}/DM))$	99,14	1,92
Média transformada (Fim)	$F_{\text{im}} = 1,36933 + 0,037047 * D_{\text{min}} - 2,244373/DG - 2,170135 * \text{Log}(D_{\text{max}}/DM)$	99,19	-
Parâmetro δ de S _B de Johnson (PS _B)	$CS_B = -1,058699 + 1,361571 * \text{Log}(D_{\text{max}}) - 0,705024 * \text{Log}(VA)$	99,32	1,47
Parâmetro γ de S _B de Johnson (AS _B)	$AS_B = -2,667016 + 3,482073/DG + 3,297192 * \text{Log}(D_{\text{max}}/DM) - 0,019503 * VA + 0,027931 * SI$	98,34	-

Log = logaritmo natural

exp = exponenciação

FIGURA 1. Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 1.

FIGURA 1. Continuação

TABELA 3. Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 2 (0,4 |— 0,6).

Atributos	Equações	R ²	s _{vx} (%)
Altura média das árvores dominantes (HD ₂)	$HD_2 = \text{Exp} (3,15205763) * ((HD_1 / \text{Exp} (3,15205763))^{\left[\frac{I_1}{I_2} \right]^{1,09395852}})$	91,96	4,63
Diâmetro máximo (Dmax)	$\text{Log} (D_{\text{max}}) = 1,43428 + 0,764039 * \text{Log} (HD_2) - 0,138162 * \text{Log} (N_2)$	97,12	4,10
Diâmetro médio quadrático (DG)	$\text{Log} (DG) = 4,893861 + 0,032418 * D_{\text{max}}^2 - 0,001049 * (N_2 - D_{\text{max}})$	93,85	6,27
Média aritmética dos diâmetros (DM)	$\text{Log} (DM) = -0,220748 + 0,530272 * \text{Log} (DG^2) + 0,712775 (1/D_{\text{max}})$	99,86	0,89
Área basal (GH)	$\text{Log} (GH) = -3,491205 + 2,101628 * \text{Log} (DM) + 0,000795 * (N_2 - D_{\text{max}})$	96,59	3,12
Variância amostral (VA)	$\text{Log} (VA) = -3,373112 + 1,801589 * \text{Log} (D_{\text{max}}) - 0,000127 * N_2 + 1,890366 * (DG - DM)$	96,87	10,20
Diâmetro mínimo (Dmin)	$D_{\text{min}} = 2,392125 + 0,0491 * (DM^2) - 0,444228 * \text{Log} (GH) - 0,303811 * VA$	88,69	9,56
Variância paramétrica (VP)	$\text{Log} (VP) = -3,545844 + 1,797253 * \text{Log} (D_{\text{max}}) + 1,848062 * (DG - DM)$	96,94	10,11
Desvio transformado (Dfi)	$Dfi = -0,661608 + 0,283589 * \text{Log} (VA) - 0,243705 * \text{Log} (GH/N_2) - 0,786285 * \text{Log} (D_{\text{max}}/DM) + 0,181295 * (VA/DM)$	97,58	3,86
Média transformada (Fim)	$Fim = 1,75544 + 0,024851 * D_{\text{min}} - 3,311465/DG - 2,554437 * \text{Log} (D_{\text{max}}/DM)$	99,36	5,55
Parâmetro δ de S _B de Johnson (CS _B)	$CS_B = -1,933737 + 1,458439 * \text{Log} (D_{\text{max}}) - 0,599288 * \text{Log} (VA) + 3,343279/DM$	97,88	1,62
Parâmetro γ de S _B de Johnson (AS _B)	$AS_B = -2,781386 + 7,449259/DG + 2,972876 * \text{Log} (D_{\text{max}}/DM) - 0,042918 * D_{\text{min}} - 2,264565 * \text{Log} (DG/DM) - 0,017997 * VA + 0,325317 * \text{Log} (VA)$	99,70	3,76

Log = logarítmo natural

exp = exponencial

FIGURA 2. Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 2.

FIGURA 2. Continuação.

TABELA 4. Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 3 (0,6 — 0,8).

Atributos	Equações	R ²	s _v x (%)
Altura média das árvores dominantes (HD ₂)	$HD_2 = \text{Exp} (3,27163619) * ((HD_1 / \text{Exp} (3,27163619))^{\left[\frac{I_1}{I_2} \right]^{0,96720318}})$	94,08	3,63
Diâmetro máximo (Dmax)	$\text{Log} (D_{\text{max}}) = 0,478417 + 0,816208 * \text{Log} (HD_2) - 0,0000059348 * (N_2 * HD_2)$	87,89	6,81
Diâmetro médio quadrático (DG)	$\text{Log} (DG) = 1,623911 - 0,490298 * \text{Log} (N_2 / D_{\text{max}}) + 0,286467 * \text{Log} (N_2 * HD_2)$	90,32	5,51
Média aritmética dos diâmetros (DM)	$\text{Log} (DM) = -0,298815 + 0,527449 * \text{Log} (DG^2) + 0,384602 (1 / \text{Log} (D_{\text{max}}))$	99,89	0,59
Área basal (GH)	$\text{Log} (GH) = -3,03718 + 0,000697 * N_2 - 0,867664 / HD_2 + 1,973203 * \text{Log} (DM)$	99,38	2,63
Variância amostral (VA)	$\text{Log} (VA) = -0,040255 + 0,62179 * \text{Log} (DG - DM) + 0,004885 * DM^2 + 0,737036 * \text{Log} (HD_2)$	93,34	12,47
Diâmetro mínimo (Dmin)	$D_{\text{min}} = 0,034805 * (DM^{DM^2}) + 0,11934 * S - 0,018492 * (GH * DM)$	98,26	13,43
Variância paramétrica (VP)	$\text{Log} (VP) = -0,132151 + 0,61774 * \text{Log} (DG - DM) + 0,004537 * DM^2 + 0,771789 * \text{Log} (HD_2)$	93,40	12,35
Desvio transformado (Dfi)	$D_{\text{fi}} = -1,221942 + 0,371835 * \text{Log} (VA) + 0,006656 * VA - 0,348584 * \text{Log} (GH / N_2) - 0,923066 * \text{Log} (D_{\text{max}} / DM)$	97,14	2,08
Média transformada (Fim)	$F_{\text{im}} = 1,726849 + 0,052502 * \text{Log} (VA) - 2,326087 / DG + 0,000033 * N_2 - 2,873658 * \text{Log} (D_{\text{max}} / DM)$	99,44	4,09
Parâmetro δ de S _B de Johnson (CS _B)	$CS_B = -1,218198 + 1,802652 * \text{Log} (D_{\text{max}}) - 0,758207 * \text{Log} (VA) - 0,439614 * \text{Log} (DM)$	97,74	1,93
Parâmetro γ de S _B de Johnson (AS _B)	$AS_B = -3,281551 + 9,060463 / DG + 3,177499 * \text{Log} (D_{\text{max}} / DM) - 3,576421 * \text{Log} (DG / DM) - 0,025365 * VA + 0,431369 * \text{Log} (VA)$	99,25	3,54

Log = logaritmo natural

exp = exponenciação

FIGURA 3. Distribuição dos resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 3.

FIGURA 3. Continuação.

TABELA 5. Ajustes dos atributos do povoamento para a classe de volume 4, (0,8 |— 1).

Atributos	Equações	R ²	s _v x (%)
Altura média das árvores dominantes (HD ₂)	$HD_2 = \text{Exp} (3,48886701) * ((HD_1 / \text{Exp} (3,48886701))^{\left[\frac{I_1}{I_2} \right]^{0,76010511}})$	87,90	5,61
Diâmetro máximo (Dmax)	$\text{Log} (D_{\text{max}}) = 0,367689 + 0,752768 * \text{Log} (HD_2) + 10,594072 * (S_1/N_2)$	87,17	8,11
Diâmetro médio quadrático (DG)	$\text{Log} (DG) = 0,6432 + 0,521662 * \text{Log}(D_{\text{max}}) - 12,533566/S_1 + 0,392343 * \text{Log}(HD_2) - 0,000011 * (N_2 * D_{\text{max}})$	93,40	5,27
Média aritmética dos diâmetros (DM)	$\text{Log} (DM) = -0,183161 + 0,534596 * \text{Log} (DG^2) - 0,019193 * \text{Log} (HD_2) + 0,678944/D_{\text{max}}$	99,84	0,83
Área basal (GH)	$\text{Log} (GH) = -2,8362 + 3,302169/SI + 0,000673 * N_2 - 1,774956/HD_2 + 1,850486 * \text{Log} (DM)$	99,68	2,17
Variância amostral (VA)	$\text{Log} (VA) = 0,874056 + 0,495482 * \text{Log} (D_{\text{max}}) - 0,00017 * N_2 - 12,703445/HD_2 + 1,866709 * (DG-DM)$	92,83	13,04
Diâmetro mínimo (Dmin)	$D_{\text{min}} = 1,486012 + 0,044439 * DM^2 + 2,713988 * HD_2/I_2 - 0,799534 * \text{Log} (GH) - 0,143793 * VA$	75,83	15,09
Variância paramétrica (VP)	$\text{Log} (VP) = 2,431109 - 0,000216 * N_2 - 16,831457/HD_2 + 2,032801 * (DG-DM)$	92,80	13,03
Desvio transformado (Dfi)	$Dfi = -1,127919 + 0,348944 * \text{Log}(VA) + 0,011251 * VA - 0,328661 * \text{Log}(GH/N_2) - 0,867422 * \text{Log} (D_{\text{max}}/DM)$	96,42	2,38
Média transformada (Fim)	$Fim = 2,02724 - 3,964499/DG - 0,000029 * N_2 - 2,745926 * \text{Log} (D_{\text{max}}/DM)$	98,72	5,76
Parâmetro δ de S _B de Johnson (CS _B)	$CS_B = -0,523627 + 1,455804 * \text{Log} (D_{\text{max}}) - 0,629055 * \text{Log} (VA) - 0,440138 * \text{Log} (DM)$	97,18	2,14
Parâmetro γ de S _B de Johnson (AS _B)	$AS_B = -4,154994 + 12,55185/DG + 3,056802 * \text{Log}(D_{\text{max}}/DM) + 0,067479 * DM - 0,030228 * D_{\text{min}} - 0,051774 * VA + 0,477995 * \text{Log}(VA)$	99,40	4,11

Log = logaritmo natural

exp = exponenciação

FIGURA 4. Distribuição de resíduos para os atributos do povoamento para a classe de volume 4.

FIGURA 4. Continuação.

2.3.2 Eficiência do sistema

Nas Tabelas 6, 7, 8 e 9 estão representados os testes t para as distribuições Beta com ajuste pelo método da média e variância; Beta com ajuste pelo método dos momentos; S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos e S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança. Especificamente no caso desta última situação, evolui com os atributos da população e também diretamente com os parâmetros assimetria e curtose. Os resultados obtidos foram idênticos, motivo pelo qual são apresentados em uma única tabela.

Pode-se constatar, nas três primeiras tabelas, que o sistema apresenta melhor desempenho quando as prognoses são efetuadas a partir de idades mais jovens, o que constitui um ótimo indicador para o uso do mesmo. Um desempenho insatisfatório nas prognoses é identificado na Tabela 9 para o povoamento 2, em que foi utilizada a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

Nas Tabelas 10, 11, 12, e 13 apresenta-se o erro de estimativa na prognose do volume por classes de número de árvore, respectivamente para a distribuição Beta-Média e Variância, Beta-Momentos, S_B -Momentos e S_B -Máxima Verossimilhança. Pode-se constatar, para os três povoamentos sob estudo, a superioridade da distribuição S_B com ajuste pelo método da máxima verossimilhança sobre as demais possibilidades. Uma situação de menor precisão foi detectada no povoamento 2, onde o número de árvores é inferior a 1.400/ha. Destas tabelas pode-se constatar que a grande maioria das prognoses são efetuadas com erros inferiores a 20% o que, para fins de planejamento, é perfeitamente aceitável.

Nas Tabelas 14, 15 e 16 encontram-se os erros de estimativa da prognose do volume para quatro classes de volume e para os três povoamentos sob estudo. Já nos Apêndices 2.2, 2.3 e 2.4 são apresentadas as tendências dos volumes prognosticados em relação ao volume observado nas parcelas permanentes.

As Figuras de todos os Apêndices permite observar claramente que a tendência da prognose é sempre a mesma do volume observado nas parcelas permanentes. Ao longo da vida dos povoamentos há, ora uma maior, ora uma menor semelhança entre os valores prognosticados e os observados, o que ratifica o efeito das variáveis ambientais no sistema. No entanto, a tendência verificada é um indicativo de que a modelagem da produção é um elemento que pode e deve ser utilizado como uma ferramenta pelo gerente florestal.

TABELA 6. Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade, para a distribuição Beta com ajuste pelo método da média e variância.

Povoamento	Idade inicial	Idade prognose	Desvio médio	Desvio padrão médio	T	Significância
1	20	20	7,37	0,4825	15,275	*
	20	32	10,72	0,7504	14,284	*
	32	32	10,96	0,9057	12,101	*
2	14	14	2,673	0,4136	6,461	*
	14	27	-2,173	2,0691	-1,050	NS
	14	40	-4,482	2,9449	-1,522	NS
	14	53	-2,973	3,4006	-0,874	NS
	27	27	-3,03	2,3759	-1,274	NS
	27	40	-5,3	3,3839	-1,566	NS
	27	53	-4,38	4,0501	-1,082	NS
	40	40	3,32	2,3775	1,396	NS
	40	53	3,37	2,7828	1,2119	NS
	53	53	1,36	3,5325	0,3860	NS
	17	17	3,35	1,5372	2,179	NS
	17	29	3,92	3,3149	1,181	NS
	17	40	4,1	2,4121	1,699	NS
	17	52	11,42	2,6337	4,335	*
	17	64	19,17	8,9419	2,1434	NS
3	29	29	0,36	0,91169	0,393	NS
	29	40	0,95	1,3470	0,703	NS
	29	52	10,06	1,3843	7,266	NS
	29	64	12,44	2,2188	5,609	*
	40	40	5,20	1,0188	5,108	*
	40	52	14,27	1,0523	13,56	*
	40	64	16,37	1,6553	9,887	*
	52	52	13,60	1,8145	7,498	*
	52	64	15,8	1,9929	7,930	*
	64	64	13,48	1,8169	7,419	*

TABELA 7. Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade, para a distribuição beta com ajuste pelo método dos momentos.

Povoamento	Idade inicial	Idade prognose	Desvio médio	Desvio padrão médio	T	Significância
1	20	20	7,62	0,5345	14,256	*
	20	32	11,30	0,7830	14,430	*
	32	32	10,88	0,9188	11,841	*
2	14	14	2,45	0,3229	7,602	*
	14	27	-1,36	1,9958	-0,683	NS
	14	40	-4,45	2,9100	-1,531	NS
	14	53	-3,88	3,5058	-1,107	NS
	27	27	-2,14	2,2928	-0,936	NS
	27	40	-5,36	3,5347	-1,517	NS
	27	53	-3,47	3,9441	-0,880	NS
	40	40	3,40	2,2912	1,484	NS
	40	53	4,01	2,7834	1,440	NS
	53	53	1,38	3,7380	0,3697	NS
	17	17	3,55	1,6508	2,150	NS
	17	29	3,82	3,2662	1,169	NS
	17	40	4,48	2,4704	1,815	NS
	17	52	10,53	2,5006	4,212	*
	17	64	18,48	9,0539	2,041	NS
3	29	29	0,15	0,9017	0,170	NS
	29	40	0,70	1,4237	0,492	NS
	29	52	10,15	1,3489	7,526	*
	29	64	12,50	2,1558	5,798	*
	40	40	5,42	0,9850	5,506	*
	40	52	13,51	1,1245	12,017	*
	40	64	16,08	1,6850	9,541	*
	52	52	13,51	1,7308	7,808	*
	52	64	15,87	1,9483	8,146	*
	64	64	13,53	1,7772	7,612	*

TABELA 8. Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade, para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos.

Povoamento	Idade Inicial	Idade Prognose	Desvio Médio	Desvio Padrão Médio	T	Significância
1	20	20	7,50	0,4825	15,535	*
	20	32	11,11	0,7640	14,548	*
	32	32	11,23	0,8964	12,534	*
2	14	14	3,20	0,5202	6,169	*
	14	27	-1,97	2,0276	-0,973	NS
	14	40	-3,85	2,8593	-1,345	NS
	14	53	-2,76	3,4279	-0,806	NS
	27	27	-2,63	2,2669	-1,159	NS
	27	40	-4,90	3,3564	-1,459	NS
	27	53	-3,87	4,0114	-0,965	NS
	40	40	3,73	2,3321	1,598	NS
	40	53	3,76	2,6762	1,406	NS
	53	53	1,97	3,5955	0,549	NS
	3	17	17	3,58	1,5928	2,249
17		29	4,22	3,3690	1,252	NS
17		40	4,72	2,4427	1,9309	NS
17		52	11,92	2,6447	4,506	*
17		64	11,88	8,9519	2,2211	NS
29		29	0,54	0,9237	0,5859	NS
29		40	1,32	1,3448	0,9842	NS
29		52	10,43	1,3768	7,579	*
29		64	12,92	2,1962	5,882	*
40		40	5,67	1,0228	5,545	*
40		52	14,70	1,0502	14,011	*
40		64	16,89	1,6464	10,26	*
52		52	14,15	1,8106	7,814	*
52		64	16,42	1,9953	8,231	*
64		64	14,03	1,8120	7,742	*

TABELA 9. Teste t por grupo de parcelas estratificadas por idade, para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

Povoamento	Idade inicial (meses)	Idade prognose (meses)	Desvio médio	Desvio padrão médio	T	Significância
1	20	20	0,615	0,4159	1,478	NS
	20	32	1,045	0,703	1,487	NS
	32	32	1,115	0,723	1,542	NS
2	14	14	-2,827	0,5454	5,184	*
	14	27	-11,62	2,1889	-5,312	*
	14	40	-15,4	3,0568	-5,038	*
	14	53	-14,84	3,5297	-4,206	*
	27	27	-12,21	2,4674	-4,948	*
	27	40	-16,24	3,5141	-4,623	*
	27	53	-15,9	4,0889	-3,888	*
	40	40	-8,06	2,5808	-3,124	*
	40	53	-8,53	2,9521	-2,891	*
	53	53	-10,1	3,6809	-2,756	*
3	17	17	-3,97	1,2868	-3,083	*
	17	29	-7,43	2,9511	-2,519	NS
	17	40	-9,02	2,0428	-4,414	*
	17	52	-2,85	2,2734	-1,254	NS
	17	64	4,55	8,8917	0,512	NS
	29	29	-10,96	0,8381	-13,083	*
	29	40	-12,83	1,3728	-9,346	*
	29	52	-5,29	1,3146	-4,027	*
	29	64	-3,77	2,1268	-1,773	NS
	40	40	-8,99	1,0775	-8,339	*
	40	52	-1,43	1,0639	-1,343	NS
	40	64	-0,12	1,6544	-0,072	NS
	52	52	-1,99	1,7828	-1,119	NS
	52	64	-0,58	2,0282	-0,286	NS
	64	64	-2,79	1,8861	-1,479	NS

TABELA 10. Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores, para a distribuição Beta com ajuste pelo método da média e variância.

Povoamento	Erro (%)	Número de árvores					
		1000 - 1200	1201 - 1400	1401 - 1600	1601 - 1800	1801 - 2000	> 2001
1	< 5	10	2	10	14	0	
	5 — 10	13	2	14	6	4	
	10 — 15	9	7	9	9	2	
	15 — 20	2	4	9	14	1	
	20 — 25	4	3	10	3	1	
	> 25	3	0	14	28	1	
2	< 5	13	0	3	4		
	5 — 10	16	5	3	6		
	10 — 15	11	1	2	5		
	15 — 20	8	0	1	4		
	20 — 25	3	0	3	1		
	> 25	3	0	3	15		
3	< 5	0	0				
	5 — 10	0	0				
	10 — 15	1	1				
	15 — 20	4	4				
	20 — 25	2	1				
	> 25	27	20				

TABELA 11. Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores, para a distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos.

Povoamento	Erro (%)	Número de árvores					
		1000 - 1200	1201 - 1400	1401 - 1600	1601 - 1800	1801 - 2000	> 2001
1	< 5	11	2	7	12	0	3
	5 — 10	15	2	17	10	0	3
	10 — 15	4	7	10	8	3	1
	15 — 20	4	4	7	12	2	2
	20 — 25	5	3	11	5	0	1
	> 25	2	0	14	27	0	6
2	< 5	12	0	2	4		
	5 — 10	23	4	6	6		
	10 — 15	6	2	0	5		
	15 — 20	4	0	1	3		
	20 — 25	5	0	1	4		
	> 25	4	0	5	13		
3	< 5	0	0				
	5 — 10	1	0				
	10 — 15	0	1				
	15 — 20	0	4				
	20 — 25	7	2				
	> 25	26	19				

Para o povoamento 1, representado na Tabela 14, nota-se que a distribuição S_B - momentos é mais eficiente na prognose das menores idades até 29 meses. Já nas idades maiores, é a S_B - máxima verossimilhança que se destaca mas, de maneira geral, para este povoamento, a última situação considerada é mais eficiente. Para o povoamento 2, representado na Tabela 15, observa-se os que os melhores desempenhos são da distribuição Beta com ajuste pelo método da média e variância e da distribuição S_B com ajuste pelo método dos momentos, principalmente para as classes de volume 2, 3 e 4. Nestes casos, a maioria das parcelas apresenta erros inferiores a 15%.

Para o povoamento 3, representado na Tabela 16, observa-se o melhor desempenho da distribuição S_B com ajuste pela máxima verossimilhança, para as três classes de volume. A quase totalidade das parcelas apresenta erros inferiores a 20%.

Verifica-se, portanto, que a prognose da variável volume tem grande variabilidade, de acordo com a distribuição realizada. Identifica-se, no entanto, uma tendência mais definida da distribuição S_B de Johnson, independente do método de ajuste considerado.

TABELA 12. Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método dos momentos.

Povoamento	Erro (%)	Número de árvores					
		1000 - 1200	1201 - 1400	1401 - 1600	1601 - 1800	1801 - 2000	> 2001
1	< 5	9	0	10	14	0	3
	5 — 10	13	3	11	4	3	3
	10 — 15	10	6	12	9	3	1
	15 — 20	2	6	8	15	1	2
	20 — 25	4	3	11	4	1	1
	> 25	3	0	14	28	1	6
2	< 5	13	0	3	3		
	5 — 10	0	6	2	7		
	10 — 15	8	0	3	5		
	15 — 20	9	0	1	3		
	20 — 25	2	0	2	2		
	> 25	4	0	4	15		
3	< 5	0	0				
	5 — 10	0	0				
	10 — 15	1	0				
	15 — 20	2	3				
	20 — 25	4	3				
	> 25	27	20				

TABELA 13. Erro de estimativa na prognose do volume por classe de número de árvores, para a distribuição S_B de Johnson com ajuste pelo método da máxima verossimilhança.

Povoamento	Erro (%)	Número de árvores					
		1000 - 1200	1201 - 1400	1401 - 1600	1601 - 1800	1801 - 2000	> 2001
1	< 5	6	4	21	14	2	6
	5 ─ 10	3	6	16	15	1	1
	10 ─ 15	13	6	9	21	5	4
	15 ─ 20	7	1	12	7	1	2
	20 ─ 25	5	1	4	8	0	1
	> 25	7	0	4	9	0	2
2	< 5	2	0	2	6		
	5 ─ 10	3	0	4	6		
	10 ─ 15	2	0	3	5		
	15 ─ 20	8	0	3	10		
	20 ─ 25	13	0	2	3		
	> 25	26	6	1	5		
3	< 5	13	9				
	5 ─ 10	6	10				
	10 ─ 15	8	3				
	15 ─ 20	4	1				
	20 ─ 25	3	1				
	> 25	0	2				

TABELA 14. Erro de estimativa da prognose em volume para quatro classes de volume cuja idade inicial foi 17; 29; 40; 52 e 64 meses

Povoamento	Erro (%)	Distribuição Beta - Média e Variância													
		Base da Prognose													
		17					29				40			52	
17	29	40	52	64	29	40	52	64	40	52	64	52	64	64	
1	< 5														
	5 10														
	10 15														
	15 20														
	20 25														
	> 25														
2	< 5						1	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 10						0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10 15						0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15 20						0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 25						0	0	0	0	0	0	0	0	0
	> 25						0	1	1	1	0	1	1	0	1
3	< 5	0	1	2	0	1	3	2	2	2	0	0	0	0	2
	5 10	1	1	1	0	1	3	5	0	0	4	1	2	2	1
	10 15	1	0	0	3	0	2	1	2	1	2	1	0	2	3
	15 20	1	1	0	0	0	1	1	1	1	3	2	1	1	2
	20 25	0	0	0	0	0	0		3	2	0	4	4	2	1
	> 25	0	0	0	0	1	0		1	3	0	3	4	4	4
4	< 5	0	0	2	0	0	6	4	0	2	5	0	0	0	0
	5 10	0	1	0	1	1	0	3	2	2	3	1	4	1	6
	10 15	0	1	0	0	1	0	0	3	0	0	2	0	4	0
	15 20	2	0	0	1	0	1	0	2	1	0	2	2	1	0
	20 25	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
	> 25	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	3	2	3	3

Distribuição Beta - Momentos

1	< 5															
	5 ┆ 10															
	10 ┆ 15															
	15 ┆ 20															
	20 ┆ 25															
	> 25															
2	< 5					1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 ┆ 10					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10 ┆ 15					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15 ┆ 20					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 ┆ 25					0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	> 25					0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
3	< 5	0	1	2	0	1	4	2	1	3	2	0	0	0	0	2
	5 ┆ 10	1	1	1	3	1	2	5	0	0	4	1	2	2	1	1
	10 ┆ 15	1	0	0	0	0	1	1	2	1	2	1	0	2	2	1
	15 ┆ 20	1	1	0	0	0	1	1	1	1	3	2	1	1	3	2
	20 ┆ 25	0	0	0	0	0	1	0	3	2	0	4	4	3	1	0
	> 25	0	0	0	0	1	0	0	1	3	0	4	4	3	4	4
4	< 5	0	0	1	0	0	5	3	0	1	4	0	0	0	0	2
	5 ┆ 10	1	0	1	0	1	1	4	2	3	1	1	3	2	4	2
	10 ┆ 15	0	2	0	1	1	1	0	2	0	3	2	3	3	2	0
	15 ┆ 20	0	0	0	1	0	0	0	4	1	0	2	1	1	0	1
	20 ┆ 25	1	0	1	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	3
	> 25	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	3	2	2	3	1

Distribuição S_b Johnson - Momentos

1	< 5															
	5 ┆ 10															
	10 ┆ 15															
	15 ┆ 20															
	20 ┆ 25															
	> 25															
2	< 5					1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 ┆ 10					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10 ┆ 15					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15 ┆ 20					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 ┆ 25					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	> 25					0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
3	< 5	0	1	2	0	0	3	1	2	2	2	0	0	0	0	1
	5 ┆ 10	1	1	1	0	2	4	5	0	0	4	1	2	1	1	1
	10 ┆ 15	1	1	1	2	0	1	2	1	0	2	1	0	3	1	0
	15 ┆ 20	1	0	0	0	0	0	0	3	1	1	1	1	2	3	3
	20 ┆ 25	0	0	0	0	0	1	1	3	2	2	5	4	2	1	0
	> 25	0	0	0	0	1	0	0	1	3	0	3	4	4	4	5
4	< 5	0	0	2	0	0	6	4	0	2	5	0	0	0	0	2
	5 ┆ 10	0	0	0	0	0	6	2	2	2	0	0	3	1	4	2
	10 ┆ 15	1	2	0	1	2	0	1	2	1	3	3	1	4	2	0
	15 ┆ 20	1	0	0	1	0	1	0	5	1	0	0	2	1	0	3
	20 ┆ 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
	> 25	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	3	2	3	3	1

Distribuição S_b Johnson - Máxima Verossimilhança

1	< 5															
	5 ┆ 10															
	10 ┆ 15															
	15 ┆ 20															
	20 ┆ 25															
	> 25															
2	< 5						0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	5 ┆ 10						0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	10 ┆ 15						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15 ┆ 20						0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	20 ┆ 25						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	> 25						1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
3	< 5	0	0	0	0	0	0	0	4	5	0	5	6	5	5	1
	5 ┆ 10	0	0	0	1	0	0	0	2	1	2	4	2	1	3	6
	10 ┆ 15	0	0	0	2	2	1	2	1	1	5	2	2	5	2	3
	15 ┆ 20	0	1	2	0	0	2	4	2	2	2	0	0	0	1	0
	20 ┆ 25	2	1	1	0	0	1	0	0	0	2	0	1	0	0	1
	> 25	1	1	0	0	1	5	3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	< 5	0	0	1	2	0	0	0	2	3	1	2	3	1	1	4
	5 ┆ 10	1	1	0	0	2	0	0	2	1	1	5	2	2	1	0
	10 ┆ 15	0	2	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	5	4	4
	15 ┆ 20	2	0	2	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	2	1
	20 ┆ 25	0	0	0	0	0	3	4	0	0	3	0	0	0	0	0
	> 25	0	0	0	0	0	3	2	0	0	0	0	0	1	1	0

TABELA 15. Erro de estimativa da prognose do volume para quatro classes de volume cuja idade inicial de prognose foi 14; 27; 40 e 52 meses.

Classes de Volume	Erros (%)	Distribuição Beta - Média e Variância									
		Base da prognose									
		14				27			40		52
		14	27	40	52	27	40	52	40	52	52
1	< 5	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2
	15 ┆ 20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	20 ┆ 25	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
	> 25	3	1	1	1	2	1	1	3	2	0
2	< 5	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
	5 ┆ 10	0	0	1	0	2	1	0	1	0	1
	10 ┆ 15	1	0	0	2	1	1	1	1	1	0
	15 ┆ 20	0	2	0	1	0	0	1	0	1	0
	20 ┆ 25	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
	> 25	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	< 5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	5 ┆ 10	1	2	1	3	1	1	1	2	2	2
	10 ┆ 15	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
	15 ┆ 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 ┆ 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	> 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	< 5	1	1	0	0	1	1	1	2	3	1
	5 ┆ 10	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
	10 ┆ 15	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0
	15 ┆ 20	0	1	2	1	1	0	1	0	0	0
	20 ┆ 25	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
	> 25	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
Distribuição Beta - Momentos											
1	< 5	0	1	1	1	0		0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2
	15 ┆ 20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	20 ┆ 25	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
	> 25	2	1	1	1	2	0	1	3	2	0
2	< 5	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	1	1	2	2	2	2	1	2
	10 ┆ 15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	15 ┆ 20	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0
	20 ┆ 25	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
	> 25	3	0	0	0	0	0	0	1	1	1

3	< 5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	5 10	1	2	1	2	1	1	2	2	2	1
	10 15	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	15 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	> 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	< 5	1	1	0	0	1	0	1	3	2	1
	5 10	2	1	1	1	0	1	0	0	1	0
	10 15	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1
	15 20	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0
	20 25	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	> 25	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
Distribuição S_b Johnson - Momentos											
1	< 5	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	5 10	0	0	1	2	0	0	2	0	0	0
	10 15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2
	15 20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	20 25	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
	> 25	3	1	1	1	1	1	1	3	2	0
2	< 5	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
	5 10	0	0	1	0	3	1	2	1	0	0
	10 15	0	0	0	2	0	1	0	1	0	1
	15 20	0	2	0	1	0	0	1	0	1	0
	20 25	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
	> 25	3	0	0	0	0	0	0	1	0	1
3	< 5	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
	5 10	2	2	2	2	1	1	2	1	2	2
	10 15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	> 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	< 5	1	1	0	0	1	1	1	2	3	1
	5 10	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
	10 15	0	2	1	1	0	0	0	0	0	1
	15 20	2	0	1	1	1	1	1	0	0	0
	20 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	> 25	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Distribuição S_b Johnson - Máxima Verossimilhança											
1	< 5	1	0	0	0	0	0	1	2	2	0
	5 10	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
	10 15	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
	15 20	1	0	1	2	1	1	1	0	0	1
	20 25	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
	> 25	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0

Continua...

2	< 5	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
	5 ┆ 10	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0
	10 ┆ 15	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2
	15 ┆ 20	2	0	0	0	0	1	0	1	0	1
	20 ┆ 25	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
	> 25	1	2	1	1	3	1	0	1	0	0
3	< 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15 ┆ 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20 ┆ 25	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	> 25	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
4	< 5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	5 ┆ 10	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
	10 ┆ 15	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	15 ┆ 20	2	0	0	1	1	1	1	1	0	0
	20 ┆ 25	1	3	4	3	2	1	1	0	0	1
	> 25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA 16. Erro de estimativa da prognose em volume para quatro classes de volume cuja idade inicial foi 20 e 32 meses

Classes de volume	Erros (%)	Distribuição Beta - Média e Variância			
		Base da prognose			
		20		32	
		20	32	32	32
1	< 5	0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0	0
	15 ┆ 20	0	0	0	0
	20 ┆ 25	0	0	0	0
	> 25	0	0	0	0
2	< 5	0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0	1
	10 ┆ 15	0	0	0	1
	15 ┆ 20	0	1	0	0
	20 ┆ 25	0	1	0	0
	> 25	5	3	3	3
3	< 5	0	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0	0
	15 ┆ 20	0	0	0	0
	20 ┆ 25	0	1	0	0
	> 25	7	6	7	7

Continua...

TABELA 16. Continuação.

Classes de volume	Erros (%)	Distribuição Beta - Média e Variância		
		Base da prognose		
		20	32	32
		20	32	32
4	< 5	0	0	0
	5 10	0	0	0
	10 15	0	0	0
	15 20	1	3	3
	20 25	0	1	0
	> 25	7	4	5
Distribuição Beta - Momentos				
1	< 5			
	5 10			
	10 15			
	15 20			
	20 25			
	> 25			
2	< 5	0	0	0
	5 10	0	0	0
	10 15	0	1	1
	15 20	0	1	1
	20 25	1	1	0
	> 25	4	3	3
3	< 5	0	0	0
	5 10	0	0	0
	10 15	0	0	0
	15 20	0	0	0
	20 25	0	2	0
	> 25	7	6	6
4	< 5	0	0	0
	5 10	0	0	0
	10 15	0	0	1
	15 20	0	1	1
	20 25	1	3	1
	> 25	7	4	2
Distribuição S_b Johnson - Momentos				
1	< 5			
	5 10			
	10 15			
	15 20			
	20 25			
	> 25			

Continua...

TABELA 16. Continuação.

Classes de Volume	Erros (%)	Distribuição S_b Johnson - Momentos		
		Base da prognose		
		20	32	32
		20	32	32
2	< 5	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	
	10 ┆ 15	0	0	1
	15 ┆ 20	0	2	1
	20 ┆ 25	0	0	0
	> 25	5	3	3
3	< 5	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0
	15 ┆ 20	0	0	0
	20 ┆ 25	0	1	0
	> 25	7	7	6
4	< 5	0	0	0
	5 ┆ 10	0	0	0
	10 ┆ 15	0	0	0
	15 ┆ 20	1	1	2
	20 ┆ 25	0	2	1
	> 25	7	4	5
Distribuição S_b Johnson - Máxima Verossimilhança				
1	< 5			
	5 ┆ 10			
	10 ┆ 15			
	15 ┆ 20			
	20 ┆ 25			
	> 25			
2	< 5	2	1	1
	5 ┆ 10	1	2	1
	10 ┆ 15	0	0	2
	15 ┆ 20	0	0	1
	20 ┆ 25	2	1	0
	> 25	0	1	0
3	< 5	3	2	3
	5 ┆ 10	1	2	2
	10 ┆ 15	1	2	1
	15 ┆ 20	0	1	1
	20 ┆ 25	1	0	0
	> 25	1	0	0
4	< 5	3	6	1
	5 ┆ 10	2	1	5
	10 ┆ 15	2	0	2
	15 ┆ 20	0	1	1
	20 ┆ 25	0	0	0
	> 25	0	0	0

Nas Tabelas 17, 18 e 19 são apresentadas as correlações entre o volume observado nas parcelas e o prognosticado para os três povoamentos e as duas distribuições consideradas neste estudo. Para os povoamentos 2 e 3, observa-se que os valores de correlação entre o volume observado e o volume prognosticado são bastante semelhantes para todas as idades de prognose.

Particularmente para o povoamento 2, observa-se uma maior correlação entre os volumes quando as prognoses são efetuadas a partir das menores idades, independente da idade de prognose estar mais distante ou mais próxima da idade base da prognose. O mesmo comportamento é observado para o povoamento 1, no entanto, para este há uma nítida superioridade para a distribuição Beta com ajuste pelo método dos momentos, quando a idade base para prognose é inferior a 29 meses. Acima desta idade, as prognoses realizadas passam a apresentar maior semelhança nos valores de correlação entre os volumes.

TABELA 17. Correlações entre volume real e o volume prognosticado para povoamento implantado em 1989 para as duas distribuições por diferentes métodos de ajuste.

f(d)	Idades bases de prognoses														
	17					29				40			52		64
	17	29	40	52	64	29	40	52	64	40	52	64	52	64	64
BMV	0,01	0,18	0,31	0,57	0,30	0,63	0,71	0,66	0,53	0,78	0,78	0,70	0,60	0,61	0,63
BM	0,00	0,98	0,95	0,75	0,32	0,87	0,92	0,91	0,95	0,79	0,77	0,69	0,63	0,62	0,65
SBM	0,02	0,23	0,28	0,73	0,24	0,61	0,70	0,65	0,51	0,78	0,78	0,70	0,61	0,61	0,61
SBMV	0,02	0,26	0,32	0,76	0,25	0,63	0,74	0,70	0,55	0,76	0,76	0,70	0,57	0,58	0,58

BMV - Beta média e variância; BM - Beta momentos, SBM - S_B momentos e SBMV - S_B máxima verossimilhança.

TABELA 18. Correlações entre o volume real e o volume prognosticado para o povoamento implantado em 1990 para as duas distribuições por diferentes métodos de ajuste.

f(d)	Idades bases da prognose									
	14				27			40		53
	14	27	40	53	27	40	53	40	53	53
BMV	0,95	0,87	0,92	0,92	0,82	0,87	0,88	0,91	0,92	0,86
BM	0,98	0,85	0,90	0,93	0,82	0,87	0,88	0,98	0,92	0,84
SBM	0,92	0,90	0,92	0,93	0,83	0,88	0,91	0,91	0,93	0,85
SBMV	0,94	0,91	0,93	0,94	0,84	0,89	0,92	0,89	0,91	0,84

BMV - Beta média e variância; BM - Beta momentos, SBM - S_B momentos e SBMV - S_B máxima verossimilhança.

TABELA 19. Correlações entre o volume real e o volume prognosticado para o povoamento implantado em 1991 para as duas distribuições por diferentes métodos de ajuste.

f(d)	Idades bases da prognose		
	20		32
	20	32	32
BMV	0,71	0,73	0,78
BM	0,71	0,73	0,75
SBM	0,70	0,70	0,78
SBMV	0,71	0,70	0,78

BMV - Beta média e variância; BM - Beta momentos, SBM - S_B momentos e SBMV - S_B máxima verossimilhança.

2.4 CONCLUSÕES

O sistema de prognose da produção em volume é factível de ser utilizado com eficiência, haja vista apresentar com frequência erros de prognose inferiores a 20% em relação aos valores observados e também pela tendência semelhante detectada entre os volumes prognosticados e os observados nas parcelas.

Prognoses obtidas a partir de características do povoamento em idades muito jovens, via de regra propiciaram ótimas estimativas para os volumes, independente da prognose ter sido obtida para idades mais jovens ou mais tardias. Para fins de planejamento florestal, esta situação é extremamente desejável pois possibilita prever com bastante antecedência a tendência do povoamento.

Embora não tenha sido detectada uma nítida supremacia dentre as distribuições para fins da prognose, observou-se uma tendência de melhor desempenho da distribuição S_B de Jonhson, independente do método de ajuste.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATROSHENKO, O.A. A system of modelling the diameter structure of stands. *Izvestiya Vysshikh Zavedenii, Gorkiy*, n.2, p. 3-7, 1989
- BAILEY, R.L; DELL, T.R. Quantifying diameters distributions with the Weibull function. **Forest Science**, Bethesda, v.19, n.2, p.97-104, June 1973.
- BLISS, C.I.; REINKER, K.A. A log . normal approach to diameter distributions in even-aged stands. **Forest Science**, Washington, v.10, n.3, p.351-360, Sept. 1964.
- CAO, Q.V.; BURKHART, H.E.; LENIN Jr., R.C. **Diameter distribution and yields of thinned loblolly pine plantations**. Virginia: Division of Forest and Wildlife Research, Polytechnic Institute and State University, 1982. 62p. (Publication DWS , 1 - 82)
- COUTO, H.T.Z. **Distribuições de diâmetros em plantações de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea***. Piracicaba: USP/ESALQ, 1980. 79p. (Tese - Livre Docente).
- CUNHA NETO, F.R.D. **Sistema para predição presente o futura da produção por classe de diâmetro utilizando a função weibull, para *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla***. Lavras: ESAL, 1994. 159p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- DRAPER, N.R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**, New York: J. Wiley, 1966. 407p.
- FRANCO, E.J. **Estudo dos métodos estimativos de volume, biomassa e níveis de produtividade para *Eucalyptus camaldulensis***. Lavras: UFLA, 1996. 100p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- GADOW, K.V. Fitting distributions in *Pinus patula* stands. **South African Forest Journal**, Pretória, n.126. p.17-26, Sept. 1983.
- GLADE, J.E. **Prognose de volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis* Hill Ex-Maiden**. Curitiba: UFPr, 1986. 94p. (Tese - Mestrado em Manejo Florestal).
- HAFLEY, W.L; SCHREUDER, M.T. Statistical distributions for fitting diameters and height data in even-aged stands. **Canadian Journal Forest Research**, Ottawa, v.7, n.3, p.481-487, Apr. 1977.

- JOHNSON, N.L.; KITCHEN, J.O. Some notes on tables to facilitate fitting S_B Curves. **Biometrika**, London, v.58, n.1. p.223-226. Jan. 1971.
- KNOEBELL, B.C.; BURKHART, H.E.; BECK, D.E. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. **Forest Science**, Bethesda, v.32, n.2, p.1-62, June 1986. (Monograph, 27).
- LEITE, H.G. **Ajuste de um modelo de estimação de frequência e produção por classe de diâmetro, para povoamentos de *Eucalyptus saligna* Smith** Viçosa: UFV, 1990. 81p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- LI, J.; CHEN, M.; SCHREUDER, H.T.; GREGOIRI, T.G. Forestry applications of saddle-point approximations to construct confidence intervals for population means. **Biometrics**, Raleigh, v.51, n.1, p.61-72, Mar. 1995.
- LOETSCH, F.; ZOHRER, F.; HALLER, K.E. **Forest inventory**. Munchen: BLV Verlagsgesellschaft, 1973. v.2, 469p.
- MACHADO, S.A.; BACOVIS, R.; MARQUESINI, L.C.P.T. Estudo das funções de distribuição diamétrica das árvores desbastadas em plantações de *Pinus taeda* no estado do Paraná. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 6, Campos do Jordão, 1990. **Anais...** Campos do Jordão: SBS, 1990. p. 145-152.
- MACHADO, S.A.; SCHOPFER, W.; HRADETZKI, J. Estudo de sortimento de madeira e suas bases de cálculo para *Pinus Taeda* no Paraná e Santa Catarina. In. SEITZ, R.A. (coord.), **O desafio das florestas neotropicais**. Curitiba: UFPr, 1991. p.255-274.
- MAESTRI, R. **Estimativa de produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamento de Acácia Negra (*Acácia mearnsii*)**. Curitiba: UFPr, 1992. 102p. (Tese - Mestrado em Ciências Florestais).
- MARIN, R. Distribuzioni diametriche e utilizzo pella funzione Beta. **Monti e Boschi**, Bologna, n.5, p.51-53, 1987.
- MOWRER, H.T. **ASPNORM**: a normal diameter distribution growth and yield model for aspen in the central rock, mountains. Washington: United States Department of Agriculture Forest Service, 1986. 12p. (Research Paper RM-264).
- NEGREIROS, O.C.; DIAS A.C.; COUTO, H.T.Z. Ajustagem de curvas de distribuição diamétrica em uma comunidade de floresta pluvial tropical no núcleo Sete Barras do Parque Estadual de Carlos Botelho/São Paulo. **Revista Instituto Florestal**, São Paulo, v.2, n.1, p.95-114, jul. 1990.
- NELSON, T.C. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, Washington, v.10, n.1, p.105-114, Mar. 1964.

- OLIVEIRA, A.C.; BERTOLUCCI, F.L.G.; ANDRADE, H.B. Avaliação do *Eucalyptus camaldulensis* nas condições edafoclimáticas do norte e nordeste de Minas Gerais. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 6, Campos do Jordão, 1990. **Anais...** Campos do Jordão: SBS, 1990. p.474-486.
- SCOLFORO, J.R.S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura de crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var. *hondurensis***. Curitiba: UFPr, 1990. 290p. (Tese - Doutorado em Manejo Florestal).
- SCOLFORO, J.R.S. **Crescimento florestal 2**. Mensuração florestal 6. Lavras: ESAL/FAEPE, 1995. 243p.
- SILVA, J.A. Comparação entre a distribuição decrescente de Meyer e a distribuição beta para as florestas naturais do Rio Grande do Sul. **Brasil Florestal**, Rio de Janeiro, v.4, n.60, p.41-47, out./dez. 1984.
- THAM, A. Structure of mixed *Picea abies* (L.) Karst and *Betula pendula* Roth and *Betula pubescens* Ehrh. stands in south and middle Sweden. **Scandinavian Journal Forest Research**, Oslo, v.3, n.3, p.355-370, Sept. 1988.

APÊNDICES

APÊNDICE 2.1

- Modelo para expressar os atributos do povoamento.

a) Diâmetro mínimo

Autor	Modelos
Lenhart	$\text{Ln}(D_{\min}) = \beta_0 + \beta_1 \text{Hd} + \beta_2 \text{N} + \ln e_i$
	$\text{Ln}(D_{\min}) = \beta_0 + \beta_1 \text{I} + \beta_2 (\text{H.I}^{-1}) + \beta_3 \text{N} + \ln e_i$
	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{Hd} + \beta_2 (\text{Hd.I}_1) + e_i$
	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{LnI} + \beta_2 \text{LnN} + \beta_3 \text{Ln}(\text{Hd}^{-1}) + \beta_4 \text{D}^2 + \beta_5 (\text{I}^2)^{-1} + e_i$
	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(\text{I}) + \beta_2 \text{Ln}(\text{N}) + \beta_3 (\text{Hd}^{-1}) + \beta_4 \text{D}^2 + \beta_5 (\text{I}^2)^{-1} + \beta_6 (\text{I}^3)^{-1} + e_i$
Knoebell	$\text{Ln}(D_{\min}) = \beta_0 + \beta_1 (\text{G}/(0,000078539816 \cdot \text{N}))^{0,5} + \beta_2 / \text{N}^{0,5} + \beta_3 (\text{I} \cdot \text{Hd})^{-1} + \ln e_i$
Burkhardt e Sprinz	$\text{Ln}(D_{\min}) = \beta_0 + \beta_1 \text{I} + \beta_2 (\text{Hd}/\text{I}) + \beta_3 (\text{N}) + \ln e_i$
Amateis et al.	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{Hd} + \beta_2 (\text{Hd}/\text{I}) + e_i$
Lenhart	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(\text{I}) + \beta_2 \text{Ln}(\text{N}) + \beta_3 (\text{Hd}^{-1}) + e_i$
Lenhart e Clutter	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{I} + \beta_2 \text{Hd} + \beta_3 \text{N}^{-1} + e_i$
Burkhardt e Daniels	$D_{\min} = \beta_0 + \beta_1 \text{Hd} + \beta_2 (\text{Hd} \cdot \text{N}^{-1}) + e_i$

onde:

D_{\min} = menor diâmetro da unidade de amostra

G = área basal (m^2) por ha.

N = número de árvores por ha.

Hd = altura média das árvores dominantes (100 árvores de maior diâmetro por ha.)

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_6$ = coeficientes de regressão a serem estimados.

I = idade

Ln = logaritmo natural

P2 = diâmetro referente ao percentil 20

b) Sobrevivência

Estes modelos são fundamentais para que qualquer sistema de produção possa ser concebido para gerar estimativas eficientes, uma vez que, com o passar do tempo, a competição cada vez maior implica na morte de árvores.

Autores	Modelos
Lenhart	$N_2 = N_1 \text{Exp} [\beta_1(I_2 - I_1) + (\text{Ln}(I_2/I_1))] + e_i$
Clutter e Jones	$N_2 = [N_1^{\beta_1} + \beta_2(I_2^{\beta_3} - I_1^{\beta_3})]^{\beta_1-1} + e_i$
Piennar e Shiver	$\text{Ln}(N_2) = \text{Ln}(N_1) - \beta_1(I_2^{\beta_2}) + e_i$
Clutter	$N_2 = N_1(I_2/I_1)^{\beta_1} \cdot \text{Exp}[(\beta_0 + \beta_2 S)(I_2 - I_1)] + e_i$
Clutter (1984)	$N_2 = (N_1^{\beta_1} = (\beta_0 + \beta_2(S^{-1}) \cdot [I_2^{\beta_3} - (I_1^{\beta_3}) - (I_1^{\beta_3})]^{1/\beta_1} + e_i$
Silva	$N_2 = N_1 \text{Exp} [\beta_2(\beta_1^{I_2} - \beta_1^{I_1})] + e_i$
Derivação da Função Weibull	$N_2 = N_1 \text{Exp} [-(I_2 - I_1)/\beta_1]^{\beta_2} + e_i$
Beverton	$N_2 = N_1(\beta_1 + \beta_2 N_1)^{-(I_2 - I_1)} + e_i$

onde:

N_2, N_1 = número de árvores por ha nas idades I_2 e I_1 , respectivamente.

EXP = exponencial

β_{is} = coeficientes de regressão a serem estimados

Ln = logaritmo natural

c) Área Basal

A área basal é a variável que expressa a densidade dos povoamentos florestais. Esta variável caracteriza-se por apresentar alta correlação com o volume, sendo fundamental na construção de um sistema que inclua qualquer distribuição.

Forma de Ajuste

$$\text{Ln}(G) = \beta_0 + \beta_1(1/I) + \beta_2S + \beta_3\text{Ln}(N) + \ln e_i$$

$$\text{Ln}(G) = \beta_0 + \beta_1(1/I) + \beta_2S + \beta_3\text{Ln}(1/N) + \ln e_i$$

$$\text{Ln}(G) = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(N) + \beta_2(I) + \beta_3(1/I) + \beta_4(1/S) + \ln e_i$$

$$\text{Ln}(G) = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(1/I) + \beta_2\text{Ln}(N) + \beta_3\text{Ln}(S) + \beta_4(N.(1/I)) + \ln e_i$$

$$\text{Ln}(G) = \beta_0 + \beta_1(1/I) + \beta_2(\text{Hd}/I) + \beta_3\text{Hd} + \ln e_i$$

$$(G) = \beta_0 + \beta_1I + \beta_2S + \beta_3N + \beta_4\text{Hd} + \beta_5\text{Ln}(N) + e_i$$

onde:

G, I, S, N, Hd já definidos anteriormente

Ln = logaritmo natural

β_{is} = coeficientes de regressão a serem estimados

Além destes, foram construídos vários modelos via Stepwise

d) Média aritmética dos diâmetros

Scolforo	$D_m = \beta_0 + \beta_1N + \beta_2G + \text{Hd} + e_i$
Lenhart	$D_m = \beta_0 + \beta_1Dg + e_i$
Pukkala et al.	$\text{Ln}(D_m) = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(H_m - 1,3) + \beta_2\text{Ln}(N) + \ln e_i$
Leite	$D_m = \beta_0 + \beta_1I + \beta_2\text{Hd} + \beta_3I/N + e_i$
	$\text{Ln}(D_m) = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(G/N) + \beta_2\text{Ln}(\text{Hd}) + \ln e_i$
	$D_m = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(G/N) + \beta_2D_{\max} + \beta_3 1/D_{\max} + e_i$
	$\text{Ln}(D_m) = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(Dg^2) + \beta_2\log(\text{Hd}) + \beta_31/D_{\max} + \ln e_i$
	$D_m = \beta_0 + \beta_1\text{Hd} + \beta_2/N + e_i$
	$\text{Ln}(D_m) = \beta_0 + \beta_1\text{Ln}(G/N) + \beta_2\text{Ln}(\text{Hd}) + \beta_31/D_{\max} + \ln e_i$

onde:

G, I, S, N, Hd já definidos anteriormente

H_m = altura média

Dg = Diâmetro médio quadrático

Ln = logaritmo natural

β_{is} = coeficientes de regressão a serem estimados

e) Diâmetro Máximo

Scolforo	$D_{\max} = \beta_0 + \beta_1 I + \beta_2 D_m + e_i$
Pukkala et al.	$\text{Ln}(D_{\max}) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(Hd) + \beta_2 \text{Ln}(N) + \ln e_i$
Leite	$D_{\max} = \beta_0 + \beta_1 D_{\max} + \beta_2 I Hd + e_i$
	$\text{Ln}(D_{\max}) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(G/N) + \beta_2 \text{Ln}(Hd) + \ln e_i$
	$\text{Ln}(D_{\max}) = \beta_0 + \beta_1 D_m + \beta_2 Hd + \beta_3 \text{Ln}(1/D_{\max}) + \ln e_i$
	$\text{Ln}(D_{\max}) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(D_m) + \beta_2 \text{Ln}(I^2) + \beta_3 \text{Ln}(I) + \ln e_i$

onde:

variáveis dependentes e independentes já definidas anteriormente

f) Variância amostral e variância paramétrica

Maestri	$\text{Ln}(V) = \beta_0 + \beta_1 Hd + \beta_2 \text{Ln}(N) + \beta_3 \text{Ln}(I) + \ln e_i$
Scolforo	$V = \beta_0 + \beta_1 G + \beta_2 D_{\min}^2 + \beta_3 D_{\max}^2 + e_i$
Pukkala et al.	$\text{Ln}(V) = \beta_0 + \beta_1 (D_{\max} - D_{\min}) + \beta_2 (N) + \beta_3 (Hd) + \ln e_i$
Scolforo	$\text{Ln}(V) = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(N/G) + \beta_2 (1/Hd) + \beta_3 I^2 + \ln e_i$
Scolforo	$\text{Ln}(V) = \beta_0 + \beta_1 Hd + \beta_2 \text{Ln}(N) + \beta_3 \text{Ln}(I) + \ln e_i$
Cunha Neto	$V^{0,5} = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(Hd/N) + \beta_2 \text{Ln}(I) + \beta_3 \text{Ln}(N.G) + \beta_4 (D_m^3) + \sqrt{e_i}$
	$\text{Ln}V = \beta_0 + \beta_1 (D_m - Dg) + \beta_2 \text{Log}(Hd) + \ln e_i$
Strub	$V = \beta_0 + \beta_1 Hd/N + e_i$

onde:

variáveis dependentes e independentes já definidas anteriormente

g) Diâmetro médio quadrado

Lenhart	$\text{Ln} Dg = \beta_0 + \beta_1 1/H_d + \beta_2 N + \ln e_i$
	$Dg = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(G/N) + \beta_2 \text{Ln}(D_{\max}) + \beta_3 1/D_{\max} + e_i$
	$\text{Ln} Dg = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 I + \beta_3 \text{Ln}(N) + \beta_4 \text{Ln}(Hd) + \ln e_i$
	$Dg = \beta_0 + \beta_1 D_{\min} + \beta_2 D_{\max} + \beta_3 G + \beta_4 N + e_i$
	$\text{Ln} Dg = \beta_0 + \beta_1 \text{Ln}(Hd) + \beta_2 \text{Ln}(G/N) + \beta_3 Hd/I + \ln e_i$

onde:

variáveis dependentes e independentes já definidas anteriormente

APÊNDICE 2.2

FIGURA 1. Erro de estimativa da prognose do volume para povoamento 1, cuja idade inicial de prognose foi 17; 29; 40; 52 e 64 meses para Distribuição Beta - Média e Variância.

FIGURA 2. Erro de estimativa da prognose do volume para povoamento 1, cuja idade inicial de prognose foi 17; 29; 40; 52 e 64 meses para Distribuição Beta - Momentos.

FIGURA 3. Erro de estimativa da prognose do volume para povoamento 1, cuja idade inicial de prognose foi 17; 29; 40; 52 e 64 meses para Distribuição S_B de Johnson - Momentos.

FIGURA 4. Erro de estimativa da prognose do volume para povoamento 1, cuja idade inicial de prognose foi 17; 29; 40; 52 e 64 meses para Distribuição S_B de Johnson - Máxima Verossimilhança.

APÊNDICE 2.3

FIGURA 1. Erro de estimativa da prognose para povoamento 2 em volume, cuja idade inicial de prognose foi 14; 27; 40 e 53 meses para Distribuição Beta - Média e Variância.

FIGURA 2. Erro de estimativa da prognose para povoamento 2 em volume, cuja idade inicial de prognose foi 14; 27; 40 e 53 meses para Distribuição Beta - Momentos.

FIGURA 3. Erro de estimativa da prognose para povoamento 2 em volume, cuja idade inicial de prognose foi 14; 27; 40 e 53 meses para Distribuição S_B de Johnson - Momentos.

FIGURA 4. Erro de estimativa da prognose para povoamento 2 em volume, cuja idade inicial de prognose foi 14; 27; 40 e 53 meses para Distribuição $S\beta$ de Johnson - Máxima Verossimilhança.

APÊNDICE 4

FIGURA 1. Erro de estimativa da prognose para povoamento 3, cuja idade inicial de prognose foi de 20 meses para Distribuição Beta - Média e Variância (a); Beta - Momentos (b); S_B - Momentos (c) e S_B - Máxima Verossimilhança (d).

