

**ESTUDO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO
PARA REPRESENTAR O PERFIL E O
VOLUME DO FUSTE DE *Pinus taeda* L.**

MARIA ZÉLIA FERREIRA

2004

MARIA ZÉLIA FERREIRA

**ESTUDO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO PARA REPRESENTAR O
PERFIL E O VOLUME DO FUSTE DE *Pinus taeda* L.**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração em Florestas de Produção, para obtenção do título de “Mestre”.

Orientador

Prof. José Roberto Soares Scolforo

**LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL
2004**

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da UFLA**

Ferreira, Maria Zélia

Estudo de funções de afilamento para representar o perfil e o volume do fuste de *Pinus taeda* L. / Maria Zélia Ferreira. -- Lavras : UFLA, 2004. 200p. : il.

Orientador: José Roberto Soares Scolforo.
Dissertação (Mestrado) - UFLA.
Bibliografia.

1. Funções de afilamento. 2. Funções de *Taper*. 3. Modelos sigmoidais. 4. Modelos polinomiais. 5. Identidade de modelos. I. Universidade Federal de Lavras.
II. Título.

CDD-634.9751

MARIA ZÉLIA FERREIRA

**ESTUDO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO PARA REPRESENTAR O
PERFIL E O VOLUME DO FUSTE DE *Pinus taeda* L.**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração em Florestas de Produção, para obtenção do título de “Mestre”.

Aprovada em 13 de agosto de 2004.

Prof. Antônio Donizette de Oliveira - UFLA

Prof Luís Marcelo Tavares Carvalho - UFLA

Prof. José Roberto Soares Scolforo - UFLA
(Orientador)

**LAVRAS
MINAS GERAIS – BRASIL**

DEDICO

À minha mãe, Maria José e ao meu pai, Vicente, pela presença incentivadora e incondicional, pela “lição” de vida honesta e de muito trabalho, pela dedicação e pelos imensuráveis sacrifícios que me trouxeram até aqui.

Aos amados e inesquecíveis: vovô Urbino e vovó Djanira

OFEREÇO

AGRADECIMENTOS

A Deus, por confiar a mim o dom da vida!

Ao professor José Roberto Scolforo, pela orientação e confiança; pelo indispensável apoio nos momentos difíceis; pelo exemplo profissional e por sua dedicação sempre contagiante.

Ao professor Cláudio Thiersch e à Mônica, pela colaboração, incentivo, amizade, paciência, torcida, compreensão e ajuda, tão valiosa, e sempre tão pronta.

Ao professor Antônio Donizete de Oliveira, pela orientação, pelos ensinamentos e pela amizade.

À INPACEL, pela concessão dos dados. Em particular aos Engenheiros Florestais Fernando Santos Gomes e Alexandra Pimentel; à equipe de campo: Jonas, Gilberto, Ademilson e Lino, pela ajuda na coleta dos dados, amizade e convivência.

Aos meus queridos irmãos: Marcos e Georgina, Marluci e Zé Geraldo, Lela, Márcia e Amarildo; pelos incentivos e pelas críticas tão valiosas e por serem meus exemplos de caráter, dignidade e trabalho.

Aos meus sobrinhos: André, Flávio, Bárbara e Samuel, por terem sido, em alguns momentos, meu único incentivo para continuar... e por serem meus amigos e companheiros!

À inesquecível vovó Djanira, que marcou todos os momentos deste trabalho e de minha vida.

Ao Hermógenes, Ivonise e Adauta, pela ajuda valiosa na coleta dos dados e também pela amizade e convivência.

Ao pessoal do Manejo: Marcela, Edmilson, Lucas, Luciano, Lilian, Luis Fernando, Fred, Breno, Honório, Charles, Matheus, Vanete, Evandro, Simone, Leonardo, Sandro e Fábio, pelas horas de trabalho e amizade.

À Glúcia e à Roseane pela amizade e ajuda sempre tão pronta e importante!

E, de maneira mais que especial, ao Henrique, por ser mais que namorado, mais que amigo e mais que companheiro! Muito obrigada, pela paciência, colaboração, presença constante e amor a mim dedicado.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE TABELAS	i
LISTA DE FIGURAS	v
Resumo Geral.....	viii
General Abstract	ix
CAPÍTULO 1	001
1 Introdução Geral	002
2 Referencial Teórico	004
2.1 Considerações sobre a forma dos fustes das árvores	004
2.2 Funções de afilamento	006
2.2.1 Modelos sigmoidais	013
2.2.2 Modelos polinomiais	015
2.2.3 Modelos polinomiais segmentados	019
3 Referências Bibliográficas	022
CAPÍTULO 2: Estudo de modelos sigmoidais para representar o perfil e o volume do fuste de <i>Pinus taeda</i> L.	028
1 Resumo	029
2 Abstract	030
3 Introdução	031
4 Materiais e Métodos	033
4.1 Localização e caracterização da área	033
4.2 Levantamento dos dados e Amostragem	034
4.3 Ajustes dos modelos	036
4.3.1 Modelos testados	036
4.4 Medidas de precisão e acurácia dos modelos de afilamento	049
4.5 Teste de identidade de modelos não lineares	050
5 Resultados e Discussão	054
5.1 Precisão e acurácia dos modelos sigmoidais na estimativa dos diâmetros	054
5.2 Obtenção da integral aproximada do modelo de Ormerod (1973), modificado por Guimarães & Leite (1992)	068
5.3 Acurácia dos modelos sigmoidais na estimativa dos volumes	070
5.4 Desempenho dos modelos sigmoidais na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste	079
5.5 Teste de Identidade de Modelos	083
6 Conclusões	091
7 Referências Bibliográficas.....	093
Anexos	095

	Página
CAPÍTULO 3: Estudo de modelos polinomiais para representar o perfil e o volume do fuste de <i>Pinus taeda</i> L.	108
1 Resumo	109
2 Abstract	110
3 Introdução	111
4 Materiais e Métodos	113
4.1 Localização e caracterização da área	113
4.2 Levantamento dos dados e Amostragem	114
4.3 Ajustes dos modelos	116
4.3.1 Modelos testados	116
4.4 Acurácia dos modelos de afilamento	123
4.5 Teste de identidade de modelos lineares	125
5 Resultados e Discussão	128
5.1 Precisão dos modelos polinomiais na estimativa dos diâmetros	128
5.2 Acurácia dos modelos na estimativa dos diâmetros.....	131
5.3 Acurácia dos modelos na estimativa dos volumes	146
5.4 Desempenho dos modelos polinomiais na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste	157
5.5 Teste de Identidade de Modelos	160
6 Conclusões	166
7 Referências Bibliográficas	168
Anexos	170

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	Número de árvores de <i>Pinus taeda</i> cubadas em cada região administrativa e em cada ambiente de produção.	035
TABELA 2.2	Número de árvores de <i>Pinus taeda</i> cubadas por classe diamétrica nas diferentes regiões administrativas e ambientes de produção	036
TABELA 2.3	Estatísticas utilizadas para avaliação das estimativas dos diâmetros e volumes comerciais de <i>Pinus taeda</i>	050
TABELA 2.4	Hipóteses de identidade de modelos testadas para todas as combinações possíveis entre os ambientes de produção, tomados em conjunto de 5, 4, 3, e 2 ambientes.....	053
TABELA 2.5	Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos sigmoidais, ajustados para cada ambiente de produção.....	055
TABELA 2.6	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP=Desvio Padrão das Diferenças.....	057
TABELA 2.7	Modelo que ocupou o primeiro lugar no <i>ranking</i> para estimativa dos diâmetros, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais, para as vezes em que cada modelo ocupou esta primeira posição.....	060
TABELA 2.8	Modelo que ocupou o primeiro lugar no <i>ranking</i> para estimativa dos volumes, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para as vezes em que cada modelo ocupou a primeira posição.....	071
TABELA 2.9	Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D) e volumes (V) para cada ambiente de produção, nas diferentes idades relativas	080

TABELA 2.10	Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D); volumes acumulados provenientes da integral das funções de afilamento (V1) e volume não acumulado proveniente da fórmula de Smalian (V2) nas diferentes idades relativas.....	082
TABELA 2.11	Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Ormerod (1973).....	084
TABELA 2.12	Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Kozak et al. (1969).....	086
TABELA 2.13	Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Demaerschalk (1972).....	087
TABELA 2.14	Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Ormerod e modificado por Guimarães & Leite (1992).....	089
TABELA 3.1	Número de árvores de <i>Pinus taeda</i> cubadas em cada região administrativa e em cada ambiente de produção.....	115
TABELA 3.2	Número de árvores de <i>Pinus taeda</i> cubadas por classe diamétrica nas diferentes regiões administrativas e ambientes produção	116
TABELA 3.3	Estatísticas utilizadas para avaliação das estimativas dos diâmetros e volumes comerciais de <i>Pinus taeda</i>	124
TABELA 3.4	Análise de variância para o teste de identidade de modelos.....	126

TABELA 3.5	Hipóteses de identidade de modelos testadas para todas as combinações possíveis entre os ambientes de produção, tomados em conjunto de 5, 4, 3, e 2 ambientes.....	126
TABELA 3.6	Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos polinomiais, ajustados para cada ambiente de produção e para o conjunto total dos dados.....	129
TABELA 3.7	Parâmetros estimados e medidas de precisão para as equações de volume individual, a serem utilizadas no modelo de Goulding & Murray (1976).....	131
TABELA 3.8	Estatísticas e ranking dos modelos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR= Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	133
TABELA 3.9	Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos diâmetros, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição.....	135
TABELA 3.10	Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos diâmetros, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real.....	138
TABELA 3.11	Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição.....	147
TABELA 3.12	Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real.....	150

TABELA 3.13	Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D) e volumes (V), para cada ambiente de produção, nas diferentes idades relativas.....	158
TABELA 3.14	Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D); volumes acumulados provenientes da integral das funções de afilamento (V1) e volume não acumulado proveniente da fórmula de Smalian (V2) nas diferentes idades relativas.....	161
TABELA 3.15	Resultado do teste de identidade de modelos através do teste F, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi Polinômio do Quinto Grau proposto por Schöepfer (1966).....	163
TABELA 3.16	Resultado do teste de identidade de modelos através do teste F, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras proposto por Hradetzky (1976).....	164
TABELA 3.17	Resultado do teste de identidade de modelos através do teste F, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976).....	166

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	Localização geográfica da cidade de Arapoti, no estado do Paraná, nas proximidades da qual se localizam as florestas estudadas.....	033
FIGURA 2.2	Ilustração da aproximação numérica pelo Método do Trapézio, utilizando $n=1$, ou seja, um trapézio entre o intervalo $[a e b]$	047
FIGURA 2.3	Ilustração da aproximação numérica pelo Método do Trapézio, utilizando $n=2$, ou seja, dois trapézios entre o intervalo $[a e b]$	047
FIGURA 2.4	Ilustração da aproximação numérica pelo Método do Trapézio, utilizando $n=4$, ou seja, quatro trapézios entre o intervalo $[a e b]$	048
FIGURA 2.5	Perfil médio dos fustes para cada ambiente de produção	061
FIGURA 2.6	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 1, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	063
FIGURA 2.7	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 2, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	064
FIGURA 2.8	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 3, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	065
FIGURA 2.9	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 4, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	066
FIGURA 2.10	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 5, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	067
FIGURA 2.11	Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 1, região de Coqueiros, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	074

FIGURA 2.12	Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 2, região de Caetê, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	075
FIGURA 2.13	Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 3, região de Barra Mansa e São Nicolau, para os quatro modelos sigmoidais testados	076
FIGURA 2.14	Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 4, região de São Nicolau, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	077
FIGURA 2.15	Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 5, região de São Nicolau, para os quatro modelos sigmoidais testados.....	078
FIGURA 3.1	Localização geográfica da cidade de Arapoti, no estado do Paraná, nas proximidades na qual se localizam as florestas estudadas.....	113
FIGURA 3.2	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 1, para os modelos polinomiais testados.....	141
FIGURA 3.3	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 2, para os modelos polinomiais testados.....	142
FIGURA 3.4	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 3, para os modelos polinomiais testados.....	143
FIGURA 3.5	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 4, para os modelos polinomiais testados.....	144
FIGURA 3.6	Perfis médios dos fustes de <i>Pinus taeda</i> , considerando o ambiente de produção 5, para os modelos polinomiais testados.....	145
FIGURA 3.7	médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 1.....	153

FIGURA 3.8	médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 2.....	154
FIGURA 3.9	médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 3.....	155
FIGURA 3.10	médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 4.....	156
FIGURA 3.11	médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 5.....	157

RESUMO GERAL

FERREIRA, Maria Zélia. **Estudo de funções de afilamento para representar o perfil e o volume do fuste de *Pinus taeda* L.** 2004. 200 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

O presente estudo objetivou avaliar a acurácia dos modelos sigmoidais e polinomiais para estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, em diferentes ambientes de produção; verificar se o melhor modelo para estimar diâmetros é também o melhor para estimativas de volumes e testar a identidade dos modelos estudados para os diferentes ambientes de produção. A base de dados utilizada foi composta por 278 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, nas propriedades da empresa Inpacel – Indústrias de Papel Arapoti S.A., na região de Arapoti-PR. Os modelos sigmoidais testados foram o de Ormerod (1973) e sua modificação desenvolvida por Guimarães & Leite (1992), o de Kozak et al. (1969) e o de Demaerschalk (1972). Os modelos polinomiais testados foram o Polinômio do Quinto Grau, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras de Hradetzky (1976) e o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976). A acurácia dos modelos foi avaliada pelas seguintes estatísticas: desvio médio em cada posição de medição ao longo do fuste, desvio padrão das diferenças, soma de quadrados do resíduo relativo e resíduo percentual. Todos os modelos sigmoidais estudados apresentaram estimativas tendenciosas dos diâmetros e dos volumes ao longo do fuste das árvores, apresentando apenas alguns pontos de boa acurácia. O Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, em todos os ambientes de produção, foi o melhor modelo para estimativas dos diâmetros. O Polinômio do Quinto Grau foi o melhor modelo para estimativa dos volumes. O melhor modelo para estimativa de diâmetro não foi o melhor para estimar volumes. Quanto à identidade de modelos notou-se que o quanto melhor o modelo se ajustar aos dados, mais rigoroso se torna o teste de identidade.

Palavras-chave: modelos sigmoidais, modelos polinomiais, função de afilamento, identidade de modelos.

Comitê de orientação: Prof. José Roberto Scolforo – UFLA (Orientador); Prof. Antônio Donizette de Oliveira – UFLA (Co-Orientador).

GENERAL ABSTRACT

FERREIRA, Maria Zélia. **Study of taper functions to represent the profile and the volume of the trunk of *Pinus taeda* L.** 2004. 200 p. Dissertation (Master's degree in Forestry Engineering) - Federal University of Lavras, Lavras, MG.

The accuracy of sigmoid and polynomial models for estimating diameters and volumes, along the trunk of *Pinus taeda*, in different production sites; for verifying if the best model to estimate diameters is also the best one for estimating volumes and for testing the identity of the models was studied in several production sites. The used database was composed by 278 trees of *Pinus taeda* rigorously scaled by the Smalian method, in areas belonging to Inpacel-Indústrias Arapoti S.A Company, in Arapoti-PR County. The sigmoid models tested were: Ormerod (1973) and its modification developed by Guimarães & Leite (1992), Kozak et al. (1969) and Demaerschalk (1972). The polynomial models tested were: Polynomial of the Fifth Degree, the Polynomial of Fractional and Whole Potencies of Hradeztky (1976) and the polynomial proposed by Goulding & Murray (1976). The accuracy of the models was evaluated by the following statistics: medium deviation in each measurement position along the trunk, standard deviation of the differences and sum of squares of the relative and percentile residues. All sigmoid models studied presented tendentious estimates of the diameters and of the volumes along the trunk of the trees, presenting only a few points of the required accuracy. The Polynomial of Fractional and Whole Potencies, in all production sites, was the best model for estimating diameters. The Polynomial of the Fifth Degree was the best model for estimating volumes. The best model for diameter estimates was not the best for volumes estimates. When estimating the identity of models, it was noticed that the better a model adjusts to the data; the more rigorous is the identity test.

Key-words: sigmoid models, polynomial models, taper function, identity of models.

Guidance committee: José Roberto Soares Scolforo - UFLA (Supervisor); Antônio Donizette de Oliveira - UFLA (Co-supervisor).

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO GERAL

Com o grande desenvolvimento do setor florestal brasileiro e o aumento da demanda de mercado por produtos madeiráveis, torna-se cada vez mais importante o emprego de técnicas adequadas de inventário e manejo florestal com a finalidade de se realizar um diagnóstico mais completo e preciso da produção. Assim, o uso de tais técnicas influenciará positivamente no planejamento e nas tomadas de decisões, contribuindo, conseqüentemente, para o sucesso do empreendimento como um todo.

Um fato marcante no setor florestal é que os grandes fabricantes de celulose têm buscado ampliar as possibilidades de utilização da madeira, visando a diversificar a produção para celulose, serraria, painéis reconstituídos, movelaria e outros, com o objetivo de garantir que, mesmo com oscilações bruscas no mercado de celulose as outras opções de uso da madeira possam manter a rentabilidade momentânea da atividade florestal e que melhores preços possam ser conseguidos com a otimização e utilização racional das florestas. Contudo, isto requer o domínio de técnicas que possam quantificar o número de toras com bitola e comprimento pré-definidos ou os múltiplos produtos que a floresta pode fornecer ou, ainda, os volumes total e comercial para diferentes limites de utilização.

Desta forma, com o propósito de obter informações mais detalhadas sobre dimensões e volumes do tronco, foram desenvolvidas as funções de afilamento. Esta técnica permite estimar o diâmetro em uma altura qualquer do tronco, ou então, a altura comercial para um dado diâmetro. As funções de afilamento, também permitem obter, por integração, o volume total e os volumes de partes do tronco. Dentre as principais funções de afilamento existentes, merecem destaque, por intensidade de utilização e, ou, por comprovada acurácia, os modelos sigmoidais, os polinomiais e os polinomiais segmentados.

Diversos trabalhos sobre as funções de afilamento já foram desenvolvidos e publicados. Estes trabalhos utilizaram um grande número de modelos para diversas espécies, principalmente dos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus*. Entre eles pode-se citar os de Ahrens & Holbert (1981), Silva (1982), McTague et al. (1989), Kirchner et al. (1989), Rosot (1989), Pellico Neto (1994), Leite et al. (1995), Figueiredo Filho et al. (1996), Fischer (1997), Rios (1997), Silva (1997) Andrade & Leite (1997), Assis (1998), Scolforo et al. (1998), Ferreira (1999), Figueiredo Filho & Schaaf (1999), Thiersch (1999), Assis (2000), Chichorro (2000), Assis (2001) e Assis (2002).

Para Assis (2000), no Brasil, existem ainda poucos estudos referentes ao uso das funções de afilamento, considerando a grande diversidade de espécies plantadas, a variabilidade das condições edafo-climáticas e a especificidade destas funções, tendo em vista que, segundo a autora, cada modelo descreve melhor a forma de uma determinada espécie, crescendo em determinado local e sob determinadas condições ambientais.

Assim, tendo em vista as necessidades atuais do mercado que exige um planejamento mais preciso e mais detalhado da produção, a diversidade de modelos existentes para representar a forma dos fustes e a importância de se escolher o modelo mais acurado para cada situação, o presente estudo teve como objetivos gerais:

- ⇒ Avaliar a acurácia dos modelos sigmoidais e polinomiais na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, em diferentes ambientes de produção localizados no norte do Estado do Paraná;
- ⇒ Verificar a possibilidade de agrupar diferentes ambientes de produção e, assim, ajustar um único modelo para o grupo, por meio de teste de identidade de modelos;
- ⇒ Verificar se o melhor modelo para estimativa de diâmetros é também o melhor para estimativa de volumes totais e comerciais de *Pinus taeda*.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Considerações sobre a forma dos fustes das árvores

Árvores com mesmo diâmetro e mesma altura podem apresentar volumes e sortimentos distintos se a forma dos fustes forem diferentes. Este fato tem conduzido diversos pesquisadores a estudarem a forma das árvores objetivando alcançar maior acurácia na estimativa de volumes totais e, ou, parciais dos fustes.

De acordo com Silva (1982), a forma do tronco varia de uma espécie para outra e também entre indivíduos da mesma espécie. Larson (1963), Finger (1992) e uma série de pesquisadores afirmam que as variações na forma de um fuste são decorrentes do tamanho da copa, hereditariedade, espaçamento, tratos culturais, posição sociológica, idade e sítio. No entanto, de maneira geral, o perfil dos fustes das árvores, genericamente, não se assemelham a um sólido geométrico específico, mas a vários deles, segundo a porção do tronco considerada.

Estudos realizados por Chapman & Meyer (1949), Löetsch et al. (1973), Borges (1981), Husch et al. (1982), Avery & Burkhart (1997), Valentine & Gregoire (2001) apresentam que a forma do tronco é geometricamente descrita como uma neilóide na base, um parabolóide no centro e um cone no topo, não sendo possível a determinação exata da transição de um sólido para outro sobre o tronco. Os segmentos que formam o cone seguem uma linha reta da base ao topo. No neilóide, os segmentos se apresentam de forma convexa em relação ao eixo central do tronco, de maneira que a taxa de afilamento é crescente com o aumento da altura. Já no parabolóide, os segmentos tendem a ser côncavos ao eixo central do tronco e a taxa de afilamento aumenta levemente ou permanece constante com o aumento da altura. O volume de cada um desses sólidos de

revolução pode ser calculado multiplicando-se sua área basal pela altura e por um fator de forma. Este fator de forma vale 1 para o cilindro, $1/2$ para o parabolóide, $1/3$ para o cone e $1/4$ para o neilóide,

Segundo Husch et al. (1982), os fustes das resinosas quase nunca se apresentam como cones, neilóides ou parabolóides típicos, e sim como formas intermediárias entre o cone e o parabolóide. Já os troncos comerciais de folhosas, são definidos como semelhantes a troncos de cones, neilóides, parabolóides e, eventualmente, cilíndricos.

Devido a esta série de variações de forma e à dificuldade de se encontrar o ponto de transição entre os diferentes sólidos, o cálculo do volume de uma árvore, normalmente, é feito partindo-se do somatório dos volumes de pequenas partes do fuste, cubagem rigorosa, visando diminuir os erros provenientes destas variações.

Desta forma, o desenvolvimento de modelos dendrométricos tem por objetivo utilizar recursos matemáticos para analisar cubagens de árvores, de modo que essas tenham suas formas naturais comparadas a sólidos geométricos de revolução, para que seus volumes, totais ou parciais, sejam determinados. Tais sólidos são denominados “protótipos dendrométricos” ou sólidos padrões, sendo compatíveis com a forma do tronco ou parte dele. O estudo matemático dos volumes das árvores considera suas seções circulares. Assim, parte-se do pressuposto de que as figuras geométricas relacionadas aos troncos sofrem uma rotação em torno de seu eixo principal, originando os sólidos de revolução correspondentes. Esses, por sua vez, têm seu volume obtido através da integração da área basal sobre o comprimento total do tronco (Finger, 1992).

2.2 Funções de afilamento

As funções de afilamento, também conhecidas como, funções de *taper*, funções de adelgaçamento, modelos de perfil ou, ainda, funções de forma, são uma maneira de descrever matematicamente o perfil de um fuste.

Lima (1986) define *taper* como a taxa de decréscimo em diâmetro exibida ao longo dos troncos das árvores, sendo portanto, a principal causa da variação da forma e do volume das mesmas, causando dificuldades em se determinar o volume comercial dos fustes.

Antes do conhecimento das funções de afilamento, o procedimento mais comum na estimativa de volume aproveitável do tronco de árvores individuais era o uso de equações de volume. Estas equações apresentam o volume comercial como variável dependente e o diâmetro, medido a 1,30m do solo (DAP), a altura comercial ou a altura total como variáveis independentes. São realmente úteis na grande maioria dos casos de estimação do volume, sendo porém, prejudicados pelo fato de que árvores com mesmo diâmetro e mesma altura podem apresentar diferentes volumes, uma vez que os perfis dos troncos podem ser diferentes (Lima, 1986).

O emprego de fatores de conversão apropriados, obtidos por equações de regressão em função do diâmetro medido a 1,30m do solo (DAP) e da altura comercial ou da altura total, é outro procedimento usado para estimar o volume. Esses fatores são multiplicados pelo volume individual das árvores, obtendo-se o volume comercial do tronco, em razão da eliminação da ponta ou do toco remanescente (Campos, 1974).

Outro procedimento, para se obter volumes comerciais, é a estimação pela razão de volume, em que a variável dependente é a razão entre o volume comercial e o volume total, tendo como variáveis independentes o diâmetro medido a 1,30m do solo (DAP) e a altura total. Neste caso, observa-se que a

variação no perfil do tronco e o modelo empregado irão influenciar a precisão das estimativas (Burkhardt, 1977).

Segundo Lima (1986), estes três primeiros procedimentos empregados na estimação do volume comercial podem ser, em muitas situações, considerados pouco flexíveis, por não estimarem, conjuntamente, variáveis relacionadas com o porte da árvore, como a altura comercial, o diâmetro mínimo superior de utilização e o volume de seções em diversas alturas.

Desta forma, Chichorro (2000), observou que a necessidade conduziu ao emprego de modelos que permitissem estimar o volume de partes do tronco, o diâmetro a qualquer altura e, ou, a altura a um determinado diâmetro, atendendo melhor à flexibilidade exigida na estimativa e no aproveitamento deste tronco, surgindo assim, as funções de afilamento.

Para Assis (2000), o grau de precisão nas estimativas de *taper* varia, dependendo do modelo utilizado e da forma do tronco, ou seja, cada modelo descreve melhor a forma de uma determinada espécie, crescendo em um determinado local e sob condições ambientais específicas.

O primeiro trabalho com equação de afilamento foi desenvolvido por Höjer, em 1903, para fustes de *Picea abies* (L.) Karst. (Löetsch et al., 1973).

Segundo Ferreira (1999), muitos pesquisadores europeus estudaram a possibilidade de retratar a forma do fuste de árvores através de uma fórmula matemática, porém, todos os trabalhos antecedentes ao de Höjer tentavam usar a equação de algum sólido de revolução conhecido, tais como: parabolóide, neilóide, cone ou alguma forma intermediária para explicar o perfil de árvores. As dificuldades encontradas eram devido ao fato de que a porção do fuste, dentro da copa principalmente, conformava-se de diversos corpos sólidos de revolução, enquanto que a parte abaixo da copa, embora mais homogênea, poderiam também apresentar corpos sólidos diferentes, especialmente na base do tronco.

Höjer conduziu o estudo da forma da árvore de maneira analítica e, pelo uso do cálculo integral, desenvolveu sua equação para ajustar dados reais de medição ao longo do fuste (Rosot, 1989; Moura, 1994).

A equação matemática para expressar a forma da árvore é a seguinte:

$$\frac{d_i}{d_{1,3}} = \beta_0 \log \left[\frac{(\beta_1 + X_i)}{\beta_2} \right]$$

Sendo:

d_i = diâmetro na altura h_i ;

$d_{1,3}$ = diâmetro a 1,3m do solo;

X_i = altura relativa, $\frac{(h - h_i)}{(h - 1,3)}$

h = altura total;

β_i = parâmetros estimados.

Johnson (1911), com a mesma fórmula desenvolvida por Höjer, adicionada apenas de uma constante biológica com a finalidade de evitar uma diminuição acentuada do diâmetro na parte superior, chegou ao seguinte modelo:

$$\frac{d_i}{d_{1,3}} = \beta_0 \log \left[\frac{(\beta_1 + X_i - 2,5)}{\beta_2} \right]$$

Sendo:

d_i = diâmetro na altura h_i ;

$d_{1,3}$ = diâmetro a 1,3m do solo;

$$X_i = \text{altura relativa, } \frac{(h - h_i)}{(h - 1,3)}$$

2,5 = constante biológica

h = altura total;

β_i = parâmetros estimados.

De acordo com o pesquisador, melhores resultados foram alcançados na época com esse modelo do que com o modelo de Höjer.

Behre (1923), através de métodos de análise gráfica, desenvolveu um modelo que se assemelha à equação da hipérbole e obteve melhores resultados do que os obtidos com o modelo de Höjer (Ahrens & Holbert, 1981). A expressão proposta por Behre tem a seguinte forma:

$$\frac{d_i}{d_{1,3}} = \frac{X_i}{\beta_0 + \beta_1 X_i}$$

Sendo:

d_i = diâmetro na altura h_i ;

$d_{1,3}$ = diâmetro a 1,3m do solo;

X_i = distância do topo para a base, expressa como uma porcentagem da altura total considerada do $d_{1,3}$ para cima;

h = altura total;

β_i = parâmetros estimados.

Em 1949, Matte, estudando a forma do fuste de *Pinus taeda* L., testou diversos modelos, dentre os quais uma expressão polinomial para expressar a forma da árvore (Moura, 1994):

$$\frac{d_i}{d_{1,3}} = \beta_0 X_i^2 + \beta_1 X_i^3 + \beta_1 X_i^4$$

Sendo:

d_i = diâmetro na altura h_i ;

$d_{1,3}$ = diâmetro a 1,3m do solo;

X_i = altura relativa, $\frac{(h - h_i)}{(h - 1,3)}$

h = altura total;

β_i = parâmetros estimados

Gray (1956) apresentou uma resolução bastante simples e de fácil aplicação, onde o afinamento do fuste ou a redução da área transversal está em função da altura (Moura, 1994):

$$d_i = \beta_0 (h - h_i)^{1/2}$$

Sendo:

d_i = diâmetro na altura h_i ;

h = altura total;

h_i = altura onde se quer encontrar o diâmetro correspondente;

β_0 = parâmetro estimado

Partindo desses primeiros estudos, surgiu uma série de outros, merecendo destaque os realizados por Demaerschalk (1972 e 1973) que introduziram e melhoraram o conceito de compatibilidade entre o volume total e a soma dos volumes comerciais estimados. Tal princípio garante que a soma dos volumes comerciais seja sempre menor que o volume total. O pesquisador define a compatibilidade de um sistema forma-volume, quando o volume total obtido pela integração da função é semelhante ao volume obtido pela equação de

volume, ou então, quando a soma dos volumes parciais das seções, obtida pela função de forma, corresponde ao volume estimado pela equação de volume.

Para Demaerschalk (1973), a maior vantagem dos sistemas compatíveis é a obtenção de resultados consistentes. O citado autor acrescenta que a precisão dos modelos de afilamento é função da precisão da equação de volume da qual o modelo foi derivado.

Rios (1997) destaca o desenvolvimento de modelos mais complexos a partir dos avanços na área de informática. Como técnicas estatísticas de modelagem, cita:

1. Modelos Polinomiais: são aqueles baseados principalmente na comparação entre a variável dependente $(d_i/d_{1,3})^2$ ou $(d_i/d_{0,1})^2$ e os polinômios formados pela variável independente (h_i/h) .

2. Modelos Polinomiais Segmentados: consistem no uso de sub-modelos justapostos, cada um representando uma porção do tronco. A união dos sub-modelos se dá por meio da imposição de restrições ao modelo geral.

3. Modelos Sigmoidais: utilizam transformações de variáveis de modo que o modelo se assemelha à forma natural dos troncos. Trata-se de expressões matemáticas que geram um perfil semelhante a uma curva sigmóide. Tais modelos geralmente são derivados da função de Chapman-Richards.

Atualmente surgiram duas novas tendências para descrever o perfil e o volume dos fustes das árvores. A primeira é denominada de método geométrico ou método da altura relativa, desenvolvida por Andrade & Leite (1997). Segundo os autores, a base teórica do método geométrico segue o seguinte postulado: “Existe um determinado ponto entre o DAP (diâmetro à altura do peito, tomada a 1,30m do solo) e a altura total de uma árvore, em que esta, ao ser dividida em dois intervalos, possibilita a minimização dos erros da estimativa do “taper”. Este fato ocorre em relação ao DAP, pois considera-se que o perfil de uma árvore seja o resultado da intercessão de várias retas com coeficientes

angulares, em intervalos aproximadamente iguais.” Assim, para o desenvolvimento do método geométrico foram utilizados os diâmetros medidos a 0,1 m (toco); 1,3 m (DAP); altura total (ht) e em um ponto entre o DAP e a altura total, denominada de altura relativa (hr). Este ponto, conforme Andrade

(2001) foi obtido pela expressão:
$$hr = \frac{(ht - 2)}{2}$$
. Obtidas estas informações, o método consiste em, primeiramente, calcular os coeficientes angulares das retas delimitadas por tais pontos de medição e deduzir expressões que permitam a estimativa dos diâmetros a qualquer ponto da árvore. Modificações impostas ao método geométrico podem ser observadas em Andrade (2001).

Outra tendência que surge é a técnica de modelagem que utiliza modelos de efeitos mistos. Esta técnica tem por objetivo minimizar a correlação existente entre dados medidos em uma só árvore ao longo do tempo. Deve-se lembrar, que erros correlatos afetam a estimativa da variância, tornando-a tendenciosa, levando sempre a uma sub-estimativa no resíduo. Assim, tal técnica propicia estimativas mais seguras dos parâmetros e permitem que a modelagem possa ser efetuada partindo-se de dados de árvores individuais. Estudos nesta linha foram realizados por: Valentine & Gregoire (2001) e Zhang et al. (2002).

De acordo com Assis (2000), no Brasil, existem ainda poucos estudos referentes ao uso das funções de afilamento, considerando a grande diversidade de espécies plantadas e a variabilidade de nossas condições edafo-climáticas. Entre eles pode-se citar os de Ahrens & Holbert (1981), Silva (1982), McTague et al. (1989), Kirchner et al. (1989), Rosot (1989), Pellico Neto (1994), Leite et al. (1995), Figueiredo Filho et al. (1996), Fischer (1997), Rios (1997), Silva (1997) Andrade & Leite (1997), Assis (1998), Scolforo et al. (1998), Ferreira (1999), Figueiredo Filho & Schaaf (1999), Thiersch (1999), Assis (2000), Chichorro (2000), Assis (2001) e Assis (2002).

2.2.1 Modelos sigmoidais

Guimarães & Leite (1992) definem modelos sigmoidais como aqueles que utilizam transformações, de modo que o modelo se assemelhe à forma natural dos fustes. Os autores citam que entre os modelos sigmoidais propostos destacam-se o de Kozak et al. (1969); o de Demaerschalk (1972) e o de Ormerod (1973). O modelo de Kozak et al. (1969) também pode ser classificado como um modelo polinomial do segundo grau.

Campos & Ribeiro (1982) estudaram o desempenho do modelo de Kozak et al. (1969) e o de Demaerschalk (1972) para estimar volumes total e parcial e alturas a diversos diâmetros em árvores de *Pinus patula*. Os autores concluíram que o modelo de Demaerschalk (1972) apresentou melhor exatidão das estimativas em relação à média geral, para todas as variáveis estudadas. No entanto, citam que as diferenças entre os dois modelos foram muito pequenas.

Lima (1986) analisou os modelos propostos por Biging (1984), Demaerschalk (1972), Kozak et al. (1969) e por Ormerod (1973) em árvores de *Pinus elliotti*. Estes modelos foram avaliados quanto à estimativa de volumes total e comercial, de diâmetros e de alturas comerciais. O autor concluiu que, de maneira geral, o modelo proposto por Kozak et al. (1969), proporcionou as estimativas mais precisas de todas as variáveis analisadas. Para a estimativa do volume total, o modelo proposto por Biging (1984) foi o mais apropriado, mas para as demais variáveis não apresentou boa flexibilidade. O modelo de Demaerschalk (1972) também se mostrou satisfatório para estimar todas as variáveis, exceto volume total. O modelo de Ormerod (1973) foi o menos preciso, em comparação com os outros modelos. Os critérios utilizados para avaliação dos modelos foram: coeficiente de correlação, erro padrão residual e distribuição gráfica dos resíduos, para as seções medidas a 25%, 50% e 75% da altura total das árvores.

Silva (1996) e Silva et al. (1997) avaliaram, em *Eucalyptus grandis*, o desempenho dos modelos de Kozak et al. (1969) e de Demaerschalk (1972), concluindo que os dois modelos propostos apresentaram coeficientes de determinação e de variação semelhantes. O modelo de Kozak et al. (1969) apresentou uma ligeira tendência na distribuição dos resíduos, enquanto que o modelo de Demaerschalk (1972) apresentou uma tendência de superestimativa e maiores erros para as menores classes de diâmetros.

Chichorro (2000) também comparou o modelo de Demaerschalk (1972) com o desenvolvido por Kozak et al. (1969), obtendo como resultado maior precisão da equação de Demaerschalk (1972) para estimar diâmetros ao longo do tronco. Para isto o autor se baseou no erro padrão da estimativa para diversas seções ao longo do tronco.

Cabacinha (2003) utilizou o modelo de Ormerod (1973), modificado por Guimarães & Leite (1992), para estimar os diâmetros a 0,3m de altura e à altura relativa (d_{hr}), para utilização do método geométrico. Segundo o autor a opção por este modelo se deveu às suas características de: igualar o diâmetro (d_i) ao DAP quando a altura (h_i) for igual a 1,30m partindo-se do solo; estimar $d_i=0$ quando h_i for igual à altura total (h_t); fornecer boas estimativas de *taper* e também por possuir apenas duas variáveis independentes. Esta última característica faz com o modelo seja ajustado com um número pequeno de dados.

Por sua simplicidade, os modelos sigmoidais sempre foram muito utilizados no meio florestal quando comparados aos demais. Campos & Leite (2002), afirmam que o modelo de *taper* mais difundido no Brasil é o de Kozak et al. (1969).

2.2.2. Modelos polinomiais

Os modelos polinomiais, freqüentemente utilizados no meio florestal, caracterizam-se por um ajuste de regressão que relaciona vários diâmetros tomados ao longo do tronco e respectivas alturas, com o DAP ou $D_{0,1}$ (diâmetro tomado a 0,10m de altura do solo) e altura total das árvores.

Entre os modelos polinomiais existentes se destacam os desenvolvidos por: Hradetzky (1976), também conhecido como Polinômio de Potências Fracionárias e Interias; Goulding & Murray (1976), também conhecido como polinômio compatível com a equação de volume; Schöpfer (1966), mais conhecido como Polinômio do Quinto Grau.

Rosot (1989) mostra o trabalho minucioso do pesquisador Hradetzky (1976) estudando as potências mais apropriadas na descrição da forma da árvore. Hradetzky aponta como sugestão a construção de um modelo polinomial pelo método “*stepwise*”, para expoentes variando de 0,005 a 25. Concluindo que, uma boa representação do tronco através de polinômios exige uma combinação apropriada de potências, e que as mesmas sejam submetidas ao processo de seleção da regressão “passo a passo” (*stepwise*). Rosot (1989), aplicando o modelo proposto por Hradetzky (1976) observou uma grande variação dos modelos nas diferentes classes diamétricas, o que a levou a sugerir o ajuste por classe de diâmetro.

Ainda quanto à questão dos expoentes utilizados no modelo proposto por Hradetzky (1976), foi observado nos trabalhos de Fischer (1997), Rios (1997) Assis (1998), Ferreira (1999), Assis (2000) e Assis (2002), que os expoentes utilizados no processo de construção dos modelos, através do procedimento “*stepwise*”, os extremos utilizados (0,005 e 25) eram freqüentemente selecionados para formar o modelo, o que poderia sugerir a inclusão de potências maiores e menores no processo de seleção das variáveis.

Por este motivo, Assis (2000), incluiu uma série de outros expoentes, além dos testados pelos autores anteriormente citados. A autora observou que expoentes maiores e menores foram selecionados pelo processo “stepwise”, melhorando, desta forma, o ajuste do modelo.

Goulding & Murray (1976), trabalhando com *Pinus radiata*, propuseram uma modificação na função de forma de Kozak et al. (1969), para torná-la compatível com uma equação de volume. No entanto, quando a equação foi ajustada aos dados, sua forma básica ficou deficiente na região do topo da árvore, não estimando diâmetro zero na ponta da árvore e, freqüentemente fornecendo valores negativos de diâmetros para várias combinações de DAP e altura total. O ajuste da equação foi melhor quando esta foi ajustada com todos os expoentes do Polinômio do Quinto Grau, embora alguns termos não fossem significativos ao nível de 95%; e sugeriram que talvez a inclusão de termos de ordem mais alta pudesse melhorar o desempenho do modelo. A citada deficiência na estimativa de diâmetros no topo das árvores também foi observado por Assis (2000), a autora observou, como Goulding & Murray, que o citado problema era sanado com a inclusão de expoentes do Polinômio do Quinto Grau.

Gordon (1983), estudando o Polinômio do Quinto Grau, afirmou que embora o modelo forneça resultados suficientemente acurados para a maioria dos usos de equações de forma, ele exibe claras tendenciosidades. Parte das deformações da base são explicadas mas, geralmente, os diâmetros são subestimados até cerca de 20% da altura total e superestimados acima de 80% da altura total. O citado autor, trabalhando com *Larix decidua* e *Pinus radiata*, mostrou que, sem alterar a compatibilidade do Polinômio do Quinto Grau, é possível melhorar o modelo através da inclusão de potências mais altas, conforme sugestão de Goulding & Murray (1976). Em seu estudo, Gordon

(1983) adicionou ao Polinômio do Quinto Grau potências que variaram de 6 a 40.

Rios (1997) avaliou o desempenho dos modelos polinomiais, de razões de volume e da função spline cúbica para estimar volumes comerciais com casca por classe diamétrica, de três diâmetros mínimos pré-estabelecidos para *Pinus elliottii*. O autor observou que os modelos polinomiais proporcionaram estimativas mais acuradas na descrição dos perfis das árvores, destacando-se o Polinômio do Quinto Grau e o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras. As razões de volume ficaram em segundo lugar e a função spline cúbica em terceiro. O autor ainda sugeriu que as equações de afilamento sejam ajustadas por classe diamétrica, o que resultará em estimativas mais acuradas do que a aplicação de uma única equação.

Fischer (1997) estudou a eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda*. Recomendando a utilização do modelo polinomial de Potências Fracionárias e Inteiras, com ajuste por sítio e por classe diamétrica para descrever o perfil do tronco.

Assis (1998) comparou dois modelos polinomiais e duas razões de volume para estimativa de diâmetros ao longo do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, com ajustes por estrato e por classe diamétrica. Para as duas espécies estudadas, o modelo polinomial proposto por Hradetzky (1976), conhecido como Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, foi o mais estável nas estimativas de diâmetros comerciais. No entanto, o Polinômio do Quinto Grau e a razão de volume de Amateis & Burkhart (1987) foram apontados como boas alternativas, uma vez que também proporcionaram estimativas confiáveis, embora com acurácia inferior ao Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras.

Borges (1982) desenvolveu uma metodologia para estimar o volume de toras para serraria e de madeira serrada para *Pinus taeda*, com base em funções de forma, utilizando o Polinômio do Quinto Grau. Em seus trabalhos, os dados foram agrupados em classes de fator de forma natural, ajustando-se uma função para cada classe em vez de se definir uma única função de forma. O objetivo de tal procedimento foi aumentar a precisão das estimativas do diâmetro ao longo do fuste e do cálculo do volume individual por integração.

Assis (2000) avaliou os modelos polinomiais de Hradetzky, Goulding & Murray, o Polinômio do Quinto Grau (Schöpfer, 1966) e o modelo proposto por Kozak et al. (1969). Sua avaliação consistiu em determinar a acurácia de cada modelo para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, e analisar o controle por classe de diâmetro. A autora concluiu que a equação de Potências Fracionárias e Inteiras foi a mais estável para estimar os diâmetros ao longo de todo o fuste. Já para estimativa dos volumes totais e parciais por classe diamétrica, o modelo de Goulding & Murray foi o que apresentou estimativas mais acuradas, à exceção de alguns casos na ponta das árvores. O Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras apresentou, também, estimativas acuradas destes volumes, embora com uma quase imperceptível tendência de subestimá-los. No referido estudo o modelo de Kozak et al. foi tendencioso ao longo de todo o fuste na estimativa dos diâmetros, o que levou a uma superestimativa sistemática dos volumes a partir de 5% da altura total impedindo, assim, o uso da referida função para a espécie e região onde se desenvolveu o estudo, para todas as classes diamétricas e também para o conjunto total dos dados. A autora ainda afirmou que o Polinômio do Quinto Grau apresentou baixa acurácia nas estimativas dos diâmetros ao longo do fuste e, também, dos volumes parciais e totais quando comparado com os modelos de Goulding & Murray (1976) e de Hradetzky (1976). Quando o ajuste foi efetuado para o total dos dados, sem considerar o controle por classes diamétricas, o modelo de Goulding & Murray

(1976), e o modelo de Potências Fracionárias e Inteiras, apresentaram estimativas muito acuradas, seja dos diâmetros ao longo do fuste, seja dos volumes totais ou parciais.

2.2.3 Modelos polinomiais segmentados

A utilização da técnica de regressão segmentada, representando cada parte do tronco por uma função polinomial, surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função matemática capaz de descrever todo o perfil do tronco, uma vez que cada parte do tronco se assemelha a uma diferente forma geométrica. Assim, utilizando-se a técnica da regressão segmentada, a curva de cada segmento é gerada pelo método dos mínimos quadrados e os pontos de união de cada segmento são necessariamente harmonizados (Kirchner et al., 1989).

Segundo Ferreira (1999), as bases teóricas da técnica dos polinômios segmentados foram amplamente discutidas por Gallant (1975) e Gallant & Fuller (1975). Esses autores, após aplicarem essa técnica em árvores de *Pinus taeda* L., concluíram que, devido à flexibilidade dos polinômios segmentados, pode-se obter resultados superiores àqueles obtidos utilizando modelos quadráticos simples.

De acordo com Rios (1997), um dos primeiros trabalhos utilizando modelos segmentados para representar o perfil do fuste de árvores foi realizado nos Estados Unidos por Max & Burkhart, em 1976. Esses autores sugerem a utilização de três modelos para representar o perfil dos fustes, uma vez que os fustes das árvores se dividem em três seções com formas geométricas definidas. Reunindo-se os três modelos, tem-se um modelo único, que pode ser analisado através de técnicas de regressão.

De acordo com Fischer (1997), os autores Flewelling & Rynes (1993) estudaram a representação matemática do tronco de *Tsuga heterophylla*,

dividindo o tronco das árvores em três segmentos. Cada segmento teve uma única equação de afilamento e um ajuste para cada intervalo, com resultados próximos do real.

Em 1996, Figueiredo Filho et al. utilizaram três modelos segmentados e dois modelos não-segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo dos fustes de *Pinus taeda* L. Nesse estudo, destacaram-se o modelo segmentado desenvolvido por Demaerschalk & Kozak (1972) e o de Parresol et al. (1987).

Ferreira (1999), estudando a forma dos fustes de *Eucalyptus cloeziana*, comparou a acurácia de oito modelos de afilamento, entre razões de volume e modelos polinomiais segmentados e não-segmentados para estimar o diâmetro ao longo dos fustes. Em seus trabalhos, o modelo mais acurado foi o de Clark et al. (1991), seguido pelo modelo segmentado de Max & Burkhart (1976) e do polinômio de potências inteiras e fracionárias proposto primeiramente por Hradetzky (1976).

Thiersch (1999) avaliou a acurácia de três modelos polinomiais segmentados e dois modelos polinomiais, para representar os perfis dos fustes de clones de *Eucalyptus grandis*. Para isto, o autor utilizou dados obtidos da cubagem rigorosa, com abate da árvore, e a cubagem através do penta-prisma de Wheeler. Os modelos mais acurados foram o de Clark et al. (1991) e o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras.

Assis (2000), comparou os modelos polinomiais com os modelos polinomiais segmentados. A autora concluiu que: as estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste advindas dos modelos de Clark et al. (1991), Max & Burkhart (1976), Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976) diferem significativamente entre si; a representação acurada dos perfis dos fustes de *Pinus taeda* requer ajustes por classe diamétrica, para os modelos segmentados de Clark et al. (1991) e Max & Burkhart (1976) e para os modelos polinomiais de Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976); a equação de Max &

Burkhart (1976) não deve ser utilizada para estimativas de diâmetros abaixo de 10% da altura total, para árvores menores que 45cm de diâmetro e abaixo de 25% da altura para árvores com diâmetro maior que 45cm; as equações de Goulding & Murray (1976) não devem ser utilizadas para estimativa dos diâmetros das árvores em posições superiores a 85% da altura total, mesmo com ajuste por classe diamétrica; o modelo desenvolvido por Clark et al. (1991) mostrou-se mais flexível que os demais modelos já que foi o único a propiciar estimativas acuradas do volume mesmo quando o ajuste foi sem o controle das classes diamétricas. No entanto a autora ressaltou que se for observada a simplicidade de ajuste e de manuseio do modelo, aliada à acurácia das estimativas dos diâmetros e volumes ao longo do fuste, a opção deve recair sobre o modelo de Hradetzky (1976), desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica.

3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHRENS, S.; HOLBERT, D. **Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L.** Curitiba: EMBRAPA, 1981. p. 37-68. (EMBRAPA. Boletim de Pesquisa Florestal, 3).

AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 11, n. 4, p. 190-192, Nov. 1987.

ANDRADE, V. C. L. **Um método para descrever o perfil do tronco em árvores de eucalipto utilizando geometria analítica.** 2001. 74 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

ANDRADE, V. C. L. de; LEITE, H. G. Uso da geometria analítica para quantificar multiprodutos de árvores individuais. **Folha Florestal**, Viçosa, p. 5-6, 1997. Edição Especial: Colheita e Transporte Florestal.

ASSIS, A. L. de. **Acuracidade na estimativa de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.** Lavras: UFLA, 1998. 183 p. Monografia.

ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*.** 2000. 189 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

ASSIS, A. L. de; SCOLFORO, J. R. S; MELLO, J. M.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; OLIVEIRA, A. D. de; Comparação entre modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Cerne**, Lavras, v. 7, n. 1, p. 20-40, 2001.

ASSIS, A. L. de; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, A. D. de; Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 12, n. 1, p. 89-107, jun. 2002.

AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements.** New York: McGRAW-HILL, 1994. 432 p.

BEHRE, C. E. Preliminary notes of studies of tree form. **Journal of Forestry**, Washington, v. 21, n. 5, p. 507-511, May 1923.

BORGES, J. F. **Seccionamento do Fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função de forma polinomial.** 1981. 81 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

BORGES, J. F. Seccionamento do Fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função de forma polinomial. **Floresta**, Curitiba, v. 13, n. 1, p. 24-25, jun. 1982.

BURKHHART, H. E. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. **Southern Journal Applied Forestry**, Washington, v. 2, n. 1, p. 7-9. 1977

CABACINHA, C. D. **Um método para a realização do inventário florestal suprimindo a cubagem rigorosa.** 2003. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

CAMPOS, J. C. C. Tabelas de volume total e comercial para *Pinus elliotti* Engelm. **Revista Ceres**. Viçosa, v. 21, n. 116, p. 253-267, jul./ago. 1974.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas.** Viçosa: UFV, 2002. 407 p.

CAMPOS, J. C. C.; RIBEIRO, J. C. Avaliação de dois modelos de *taper* em árvores de *Pinus patula*. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 6, n. 2, p. 140-149, jul./dez. 1982.

CHAPMAN, H. H.; MEYER, W. H. **Forest mensuration.** New York: McGraw-Hill, 1949. 522 p.

CHICHORRO, J. F. **Análise estrutural e econômica de multiprodutos da madeira em florestas naturais.** 2000. 241 p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGAL, B. E. **Stem profile equations for Southern tree species.** USDA – Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113 p. (Research Paper, SE 282).

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 18, n. 3, p. 241-245, Sept. 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Forest Research**, Ottawa, v. 3, n. 1, p. 90-94, Jan. 1973.

FERREIRA, S. O. **Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***. 1999. 132 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, n. 1/2, p. 36-46, June 1996.

FIGUEIREDO FILHO, A.; SCHAAF, L. B. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 29, n. 4, p. 451-461, Apr. 1999.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria, UFSM/CEPEF/FATEC, 1992. 269 p.

FISCHER, F. **Eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda***. 1997. 167 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais e das razões de volume para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 167-188, jun. 2001.

GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, Rotorua, v. 13, n. 2, p. 146-155, 1983.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forest Science**, Rotorua, v. 5, n. 3, p. 313-322, 1976.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 16, n. 2, p. 170-180, maio/ago. 1992.

HÖJER, A. G. **Tallers och granenes tillræxt**. Biran till Fr. Loven. Om vara barrskogar. Stocklan, 1903.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abrænger keiten. (Biometrische Beitræge zu aktuellen forschung projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B; MILLER, C. L.; BEERS, T. E. **Forest Mensuration**. 3. ed. New York: J. Willey, 1982. 397 p.

JOHNSON, T. Taxatariska undersökningar om skogstrædens form. Skgsvarvsföreningens tiedskrifle. **Häfte**, Berlim, v. 9, n. 10, p. 285-329, 1911.

KIRCHNER, F. F.; FIGUEIREDO FILHO, A.; SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. A.; MITISHITA, E. A. O Uso de funções spline no cálculo de volumes de árvores. **Floresta**, Curitiba, v. 19, n. 1/2, p. 116-122, 1989.

KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forest Chronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278-283, Aug. 1969.

LARSON, P. R. Stem form development of forest tree. **Forest Science Monograph**, Washington, v. 9, p. 1-41, 1963.

LEITE, H. G.; GUIMARÃES, D. P.; CAMPOS, J. C. C. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 19, n. 1, p. 65-79, jan./mar. 1995.

LIMA, F. S. **Análise de funções de “Taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 79 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

LOETSCH, F.; ZOHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest inventory**. BLV Verlagsgesellschaft München Bern Wien, 1973. v. 2, 469 p.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, Sept. 1976.

McTAGUE, J. P.; BATISTA, J. L. F.; STEINER, L. H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de *Eucalyptus* nos

Estados de São Paulo e Rio de Janeiro. **IPEF**, Piracicaba, v. 41/42, p. 56-63, 1989.

MOURA, J. B. **Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativa volumétrica de espécies florestais da Amazônia Brasileira**. 1994. 114 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

OMEROD, D. W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 49, n. 3, p. 136-138, June 1973

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n. 3, p. 250-259, Mar. 1987.

PELLICO NETTO, S. As curvas relativas contínuas de forma de Preussner para o sortimento dos fustes de espécies florestais. **Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 17-27, 1994.

RIOS, M. S. **A Eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii***. 1997. 116 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

ROSOT, M. A. D. **Estudo Comparativo de métodos para avaliação volumétrica por unidade de área em povoamento de *Pinus taeda* L.** 1989. 163 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S. 1.]: Wurt-Forstl., 1966.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de Equações de Afilamento para Representar o Perfil do Fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

SILVA, G. F. **Uso de métodos estatísticos para comparar alternativas de estimação do volume comercial**. 1996. 87 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

SILVA, G. F.; CAMPOS, J. C. C.; SOUZA, A. L.; LEITE, H. G. Uso de métodos estatísticos para comparar alternativas de estimação do volume comercial. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 21, n. 1, p. 59-70, jan./mar. 1997.

SILVA, J. A. Funções de forma dos troncos do *Pinus taeda*, *Pinus excelsa*, *Abies alba* e *Pinus silvestre*. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 1982. p. 29-45. (Documentos, 9).

THIERSCH, C. R. **Acuracidade dos modelos polinomiais para representar os perfis dos fustes de clones de *Eucalyptus grandis***. Lavras: UFLA, 1999. 35p. Monografia

VALENTINI, H. T.; GREGOIRE, T. G.; A switching model of bole taper. **Canadian Forest Research**, Ottawa, v. 31, n. 8, p. 1400-1409, Aug. 2001.

ZHANG, Y.; BORDERS, B. E.; BAYLEY, R. L. Derivation, Fitting and Implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing Loblolly Pine. **Forest science**. Washington. v. 48, n. 3, p. 595-607, Aug. 2002.

CAPÍTULO 2

**ESTUDO DE MODELOS SIGMOIDAIS PARA REPRESENTAR O
PERFIL E O VOLUME DO FUSTE DE
Pinus taeda L.**

1 RESUMO

FERREIRA, Maria Zélia. **Estudo de modelos sigmoidais para representar o perfil e o volume do fuste de *Pinus taeda* L.** 2004. Cap. 2, p. 28-107. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

O presente estudo objetivou avaliar a acurácia dos modelos sigmoidais para estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, em diferentes ambientes de produção; verificar se o melhor modelo para estimar diâmetros é também o melhor para estimativas de volumes e testar a identidade dos modelos estudados para os diferentes ambientes de produção. A base de dados utilizada foi composta por 278 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, nas propriedades da empresa Inpacel – Indústrias de Papel Arapoti S.A., na região de Arapoti-PR. Os modelos sigmoidais testados foram o de Ormerod (1973) e sua modificação desenvolvida por Guimarães & Leite (1992), o de Kozak et al. (1969) e o de Demaerschalk (1972). A acurácia dos modelos foi avaliada pelas seguintes estatísticas: desvio médio em cada posição de medição ao longo do fuste, desvio padrão das diferenças, soma de quadrados do resíduo relativo e resíduo percentual. Todos os modelos estudados apresentaram estimativas tendenciosas dos diâmetros e dos volumes ao longo do fuste das árvores, apresentando apenas alguns pontos de boa acurácia. O melhor modelo para estimativa de diâmetro não foi o melhor para estimar volumes. Isto ocorreu devido ao fato do volume real ser calculado pela fórmula de Smalian, forma parabólica, enquanto o volume estimado é obtido pela integral da função de afilamento; e também pelo fato de se comparar o volume sempre na forma acumulada, sentido base topo, e nunca na forma pontual como o diâmetro. Pelo teste de identidade de modelos notou-se a possibilidade de formar dois grupos semelhantes, um envolvendo os ambientes 1, 3 e 5 e outro grupo com os ambientes 1 e 4, para os modelos de Ormerod (1973), Demaerschalk (1972) e Kozak et al. (1969); para o modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), a única combinação possível foi entre os ambiente 2 e 3.

Palavras-chave: Modelos sigmoidais, função de afilamento, identidade de modelos, estimativa de diâmetros e volumes.

Comitê de orientação: José Roberto Soares Scolforo – UFLA (Orientador); Antônio Donizette de Oliveira – UFLA (Co-orientador).

2 ABSTRACT

FERREIRA, Maria Zélia. **Study of sigmoid models to represent profile and volume of *Pinus taeda* L trunk.** 2004. Cap. 2, p. 28-107. Dissertation (Master's degree in Forestry Engineering)– Federal University of Lavras, Lavras, MG

This study aimed at evaluating the accuracy of sigmoid models for estimating diameters and volumes, along *Pinus taeda* trunks, in different production sites; at verifying if the best model to estimate diameters is also the best one for estimating volumes and or testing the identity of the models studied for the different production sites. The used database was composed by 278 trees of *Pinus taeda* rigorously scaled by Smalian method, in Inpacel-Indústrias Arapoti S.A company areas, in Arapoti-PR county. The sigmoid models tested were: Ormerod (1973) and its modification developed by Guimarães & Leite (1992), Kozak et al. (1969) and Demaerschalk (1972). The accuracy of the models was evaluated by the following statistics: medium deviation in each measurement position along the trunk, standard deviation of the differences, sum of squares of the relative and percentile residues. All studied models presented diameters and volumes tendentious estimates along the tree trunks, presenting only few points of the required accuracy. The best model for diameter estimate was not the best one to volumes estimates. This occurred because the real volume was calculated by the Smalian method, forming a parabolic solid, while the estimated volume is obtained by the integral of the profile or taper function; and also because volume are always compared in the accumulated form, from base to top, and never in a specific point as the diameter is. For testing the identity of models it was noticed the possibility to form two similar groups, one encompassing sites 1, 3 and 5 and other group encompassing sites 1 and 4, for Ormerod (1973), Demaerschalk (1972) and Kozak et al. (1969) models; for Ormerod model, modified by Guimarães & Leite (1992), the only grouping possibility was among 2 and 3 production sites.

Key- words: sigmoid models, taper function, identity of models, diameter and volume estimates.

Guidance committee: José Roberto Soares Scolforo – UFLA (Supervisor); Antônio Donizette de Oliveira – UFLA (Co-supervisor).

3 INTRODUÇÃO

As funções de afilamento se constituem numa alternativa de quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. A diversidade de informações que estas funções podem propiciar e a necessidade crescente de estimar os sortimentos das florestas têm levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. Este fato justifica a realização de estudos na tentativa de aliar estimativas confiáveis à praticidade de utilização das funções.

Existe uma série de modelos matemáticos destinados a esse fim, que variam muito quanto ao grau de complexidade dos ajustes, da aplicação da equação e, também, quanto à qualidade das informações geradas. Entre estes modelos, os de mais simples ajuste e aplicação, são os modelos sigmoidais. Estes modelos utilizam transformações de variáveis de modo que o modelo passe a assumir uma forma sigmóide que se assemelhe à forma natural dos troncos. Tais modelos geralmente são derivados da função de Chapman-Richards.

Por sua já citada simplicidade, os modelos sigmoidais não se apresentam com boa acurácia em todo o perfil do fuste, quando comparado com os modelos mais complexos como os polinomiais e os polinomiais segmentados, no entanto, seu potencial de utilização para determinadas seções dos fustes foi evidenciado em vários estudos. Desta forma, estes modelos podem ser de extrema utilidade para estimar diâmetros em determinadas posições do fuste como, por exemplo, a 5,20m de altura do solo, que corresponde à classe de altura do Quociente de Forma de Girard, necessário para o ajuste da função de afilamento de Clark et al (1991), ou ainda para estimar o diâmetro à altura relativa, utilizada na aplicação do “Método Geométrico” desenvolvido por Andrade e Leite (1997), e já utilizado por Cabacinha (2003).

Estes fatos, aliados ao número reduzido de coeficientes, fazem com que os modelos sejam ajustados com um número pequeno de dados, justificando o estudo dos mesmos.

Assim, o presente trabalho objetivou:

⇒ Estudar e avaliar a acurácia dos modelos sigmoidais propostos por: Ormerod (1973) e sua modificação desenvolvida por Guimarães & Leite (1992); por Kozak et al. (1969) e por Demaerschalk (1972), para estimativa dos diâmetros e dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, em diferentes ambientes produtivos;

⇒ Obter, para o modelo de Ormerod (1973) modificado por Guimarães & Leite (1992), sua integral aproximada para a estimativa de volumes total e parcial;

⇒ Verificar se o melhor modelo para estimar diâmetro é também o melhor na estimativa de volumes a diferentes alturas e;

⇒ Testar a identidade dos modelos estudados para os diferentes ambientes de produção e, assim, a possibilidade de agrupá-los.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Localização e caracterização da área

A área em estudo, de propriedade da Indústria de Papel Arapoti S.A., Inpacel, está localizada no município de Arapoti, estado do Paraná (Figura 1), entre os paralelos 24°09'28" de latitude sul e os meridianos 49°49'36" de longitude oeste de Greenwich, com altitude média de 800m.



FIGURA 2.1 Localização geográfica da cidade de Arapoti, no estado do Paraná, nas proximidades da qual se localizam as florestas estudadas.

A empresa possui área total de 50.312ha, sendo que 69% estão ocupados por *pinus*, principalmente *Pinus taeda*, 24% ocupados por eucalipto, 6% por araucária e 1% por essências nativas.

De acordo com a classificação de Köppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente-temperado, caracterizado por apresentar temperatura média anual inferior a 22°C no mês mais quente do ano. O mês mais chuvoso é janeiro, cuja precipitação média é de 225,4mm e não há estação seca definida (Instituto Agrônômico do Paraná, 1994).

A vegetação original é do tipo campo cerrado (estepe arbustiva de gramínea baixa), mas a região atualmente concentra áreas reflorestadas principalmente com *Pinus taeda*, *Pinus elliottii* e *Araucaria angustifolia* (Fischer, 1997).

O solo predominante na região é arenoso, com afloramentos de rocha, e o relevo varia de ondulado a fortemente ondulado (Golfari et al., 1978; Instituto Agrônômico do Paraná, 1994).

4.2 Levantamento dos dados e Amostragem

Foram cubadas rigorosamente 278 árvores de *Pinus taeda*, em quatro regiões administrativas da Inpacel: Coqueiros, Caetê, São Nicolau e Barra Mansa. Com o objetivo de estratificar as diferentes áreas produtivas, estas regiões administrativas foram divididas em “ambientes de produção”. Para tal, adotou-se como critério de estratificação as classes de produtividade dos solos, os valores médios de precipitação anual e a própria produtividade do local. Assim, combinando estas três características foi possível diferenciar cinco ambientes diferentes. Estes, por sua vez, foram denominados de ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5. O ambiente de produção 1, considerado o de maior produtividade, foi o que reuniu as classes de solo mais produtivas, os valores mais altos de precipitação e também as mais altas produtividades. Já o ambiente de produção 5, considerado o de menor produtividade, reuniu as classes de solo

menos produtivas, os valores mais baixos de precipitação e as menores produtividades. Os ambientes 2, 3 e 4 reuniram características intermediárias às dos ambientes 1 e 5, sendo o ambiente 2 superior ao 3 e este, por sua vez, superior ao 4.

O número de árvores a serem cubadas em cada ambiente de produção foi proporcional à sua área cultivada com *Pinus taeda* com idade superior a 8 anos, como apresentado na Tabela 2.1.

TABELA 2.1 Número de árvores de *Pinus taeda* cubadas em cada região administrativa e em cada ambiente de produção.

Região Administrativa	Ambiente de produção	Área* (ha)	Número de árvores cubadas
Coqueiros	1	2.257,52	56
Caeté	2	1.975,88	49
Barra Mansa	3	1.352,63	30
São Nicolau	3	1.166,41	28
São Nicolau	4	3.090,51	70
São Nicolau	5	2.160,57	45
Total			278

*Considerando apenas os plantios de *Pinus taeda* com idade superior a 8 anos.

A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro, com casca, a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi feito utilizando-se a fórmula de Smalian.

As 278 árvores cubadas foram distribuídas em sete classes diamétricas, conforme se observa na Tabela 2.2. A distribuição, sempre que possível, foi também proporcional ao número de classes diamétricas.

TABELA 2.2 Número de árvores de *Pinus taeda* cubadas por classe diamétrica nas diferentes regiões administrativas e ambientes de produção.

Classe diamétrica	Regiões administrativas/Ambiente de produção						Total
	CQ1	CT2	BM3	SN3	SN4	SN5	
15 — 20	8	7	5	4	10	8	42
20 — 25	8	7	5	4	10	8	42
25 — 30	8	7	5	4	10	8	42
30 — 35	8	7	5	4	10	7	41
35 — 40	8	7	5	4	10	7	41
40 — 45	8	7	5	4	10	7	41
45 — 50	8	7	-*	4	10	-*	29
Total	56	49	30	28	70	45	278

* Não foram encontradas árvores com estas dimensões para serem cubadas
 Sendo: CQ1= Coqueiros, ambiente de produção 1; CT2= Caetê, ambiente de produção 2; BM3= Barra Mansa, ambiente de produção 3; SN3= São Nicolau, ambiente de produção 3; SN4= São Nicolau, ambiente de produção 4; SN5= São Nicolau, ambiente de produção 5.

4.3 Ajustes dos modelos

Os modelos não lineares foram ajustados pelo método de Marquardt. Os ajustes foram feitos considerando os diâmetros a 1,3m do solo (DAP) com casca, relacionados aos diâmetros comerciais também com casca. Foi realizado um ajuste para cada ambiente de produção, desta maneira, Barra Mansa e parte de São Nicolau, pertencentes ao ambiente de produção 3, foram analisados em conjunto.

4.3.1 Modelos testados

Os modelos sigmoidais testados foram os desenvolvidos por: Ormerod (1973) e sua modificação proposta por Guimarães & Leite (1992); Kozak et al. (1969) e Demaerschalk (1972).

a) Modelo de Ormerod, 1973

Este modelo foi derivado da fórmula geral da parábola:

$$y = K\sqrt{x^{\beta_1}}$$

onde:

y = raio da seção;

x = distância até o ápice;

K= taxa de afilamento;

β_1 = parâmetro a ser estimado.

A seguinte modificação foi proposta por Ormerod (1973):

$$\frac{d_i}{D} = x^{\beta_1}$$

onde:

d_i = diâmetro comercial (cm) ou diâmetro correspondente a qualquer altura h_i , especificada ou comercial;

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

β_1 = parâmetro a ser estimado;

H = altura total (m);

h_i = altura especificada ou comercial (m);

$$x = \left[\frac{(H - h_i)}{(H - 1,30)} \right].$$

Se $\beta_1 < 1$ a forma do tronco será parabólica e se $\beta_1 > 1$ a forma do tronco será neilodal. Assim a forma geral do modelo desenvolvido por Ormerod, 1973, é dada por:

$$\frac{d_i}{D} = \left[\frac{(H - h_i)}{(H - 1,30)} \right]^{\beta_1} + e_i$$

onde:

d_i = diâmetro comercial (cm) ou diâmetro correspondente a qualquer altura h_i , especificada ou comercial;

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

β_1 = parâmetro a ser estimado;

e_i = erro de estimativa.

Isolando d_i obtém-se a função de afilamento, através da qual pode-se estimar o diâmetro correspondente a qualquer altura na árvore.

$$d_i = D \left[\frac{(H - h_i)}{(H - 1,30)} \right]^{\beta_1} \quad (1)$$

Uma característica interessante deste modelo é que o diâmetro calculado para a altura de 1,30m do solo, será sempre igual a D (DAP), e o diâmetro calculado na altura total será sempre igual a zero.

Para se obter o volume do tronco este é comparado a um sólido de revolução, cujo perfil é delineado pela função de afilamento e, para se obter o volume (V) de um sólido de revolução qualquer, é preciso integrar suas áreas seccionais (g_i) entre o limite inferior (h_1) e o superior (h_2) que se deseja estabelecer. A representação da integral é mostrada a seguir:

$$V = \int_{h_1}^{h_2} g_i \delta h$$

como $g_i = \frac{\pi d_i^2}{40000}$, então:

$$V = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi^* d_i^2}{40000} \delta h$$

ou de maneira mais simplificada:

$$V = K \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 \delta h \quad (2)$$

sendo:

$$K = \frac{\pi}{40000}$$

Substituindo (1) em (2), tem-se:

$$V = K \int_{h_1}^{h_2} \left\{ D \left[\frac{(H-h_i)}{(H-1,30)} \right]^{\beta_1} \right\}^2 \delta h \quad (3)$$

Integrando (3), obtém-se a expressão que permite estimar os volumes comerciais correspondentes a qualquer porção da árvore, além do volume total, se este for desejado.

O resultado da integral apresentada em (3) é:

$$V = KD^2 \left[\frac{(1,30-H)}{(2\beta_1+1)} \right] \left\{ \left[\frac{(h_2-H)}{(1,30-H)} \right]^{(2\beta_1+1)} - \left[\frac{(h_1-H)}{(1,30-H)} \right]^{(2\beta_1+1)} \right\} \quad (4)$$

onde:

V= Volume entre h_1 e h_2 ;

h_1 e h_2 definem o intervalo do fuste do qual se deseja calcular o volume;

h_1 = altura inferior;

h_2 = altura superior;

K , D , h_1 , h_2 , β_1 e H já foram definidos anteriormente.

b) Kozak et al. (1969)

A forma geral deste modelo é:

$$\frac{d_i}{D} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H}\right)^1 + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2} + e_i$$

onde:

β_{is} = parâmetros a serem estimados;

d_i , D , h_i , H , e e_i já foram definidos anteriormente.

Isolando d_i , obtém-se a função de afilamento:

$$d_i = D \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H}\right)^1 + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2} + e_i \quad (5)$$

O volume total ou de qualquer sortimento da árvore pode ser obtido pela substituição de (5) em (2). Após a resolução da integral, obtém-se como resultado:

$$V = KD^2 \left[\left(\beta_0 (h_2 - h_1) \right) + \left(\beta_1 \left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{2H} \right) \right) + \left(\beta_2 \left(\frac{h_2^3 - h_1^3}{3H^2} \right) \right) \right] \quad (6)$$

onde:

$$\beta_0 = -\beta_1 - \beta_2$$

V, K, D, h₁, h₂, β₁ e H já foram definidos anteriormente.

c) Demaerschalk, 1972

Este modelo foi o primeiro a apresentar compatibilidade entre o volume total estimado por uma equação de volume e o volume total proveniente da soma dos volumes parciais, calculados por uma função de afilamento.

Demaerschalk partiu do princípio que: qualquer equação de volume logarítmica, que tenha a seguinte forma:

$$\log(V) = a + b \log(D) + c \log(H) \quad (7)$$

pode ser convertida em uma equação de afilamento:

$$\log(d) = \beta_0 + \beta_1 \log(D) + \beta_2 \log(l) + \beta_3 \log(H) \quad (8)$$

onde:

V = volume total da árvore;

D = diâmetro tomado a 1,30m de altura (DAP);

H = altura total da árvore;

d = diâmetro a uma dada altura *l*;

l = distância de um ponto qualquer desejado até o topo da árvore= $H-h_i$

a, b e c= coeficientes ajustados para a equação de volume;

$$\beta_0 = \log \left(\frac{10^a pc}{0,0000785398} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\beta_1 = \frac{b}{2};$$

$$\beta_2 = \frac{(pc-1)}{2};$$

$$\beta_3 = \frac{(1-p)c}{2}.$$

A razão pela qual a equação (8) é derivada da equação (7) está baseada na premissa que o volume total estimado, baseado na integração da função de afilamento deve ser idêntico ao volume total estimado pela equação de volume. Isto significa que

$$\int_0^H \left[\frac{(\pi d^2)}{4(10000)} \right] dl = 10^a D^b H^c$$

o valor de d^2 pode ser calculado especificamente como

$$d^2 = \frac{4(10000)10^a D^b H^c}{\pi H}$$

ou mais genericamente como

$$d^2 = \frac{4(10000)10^a D^b H^c l^{pc-1} pc}{\pi H^{pc}}$$

que na forma logarítmica deve ser expressa como

$$\log(d) = \log\left(\frac{pc10^a}{0.0000785398}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{b}{2}\log(D) + \frac{(pc-1)}{2}\log(l) + \frac{(1-p)c}{2}\log(H)$$

Com exceção do p , todos os parâmetros são conhecidos da equação de volume (7). Usando dados de cubagem rigorosa, o valor de p pode ser definido através de um ajuste não-linear.

A mesma equação de afilamento (8) pode ser escrita da seguinte forma:

$$d = 10^{\beta_0} D^{\beta_1} l^{\beta_2} H^{\beta_3}$$

A função de afilamento logaritmizada pode também ser ajustada independentemente da equação de volume e subseqüentemente ser convertida para uma equação de volume compatível com a função de afilamento. O volume total pode ser obtido como

$$V = 0.0000785398 \int_0^H (d^2) dl \quad (9)$$

onde:

$$d^2 = 10^{2\beta_0} D^{2\beta_1} l^{2\beta_2} H^{2\beta_3} \quad (10)$$

Substituindo (10) em (9):

$$V = 0.0000785398 \int_0^H (10^{2\beta_0} D^{2\beta_1} l^{2\beta_2} H^{2\beta_3}) dl$$

$$V = 0.0000785398 (10^{2\beta_0}) D^{2\beta_1} H^{2\beta_3} \left[\frac{l^{2\beta_2+1}}{2\beta_2+1} \right]_0^H \quad (11)$$

$$V = \left[\frac{0.0000785398 (10^{2\beta_0}) D^{2\beta_1} H^{2\beta_2+2\beta_3+1}}{(2\beta_2+1)} \right]$$

Como

$$\log(V) = a + b \log(D) + c \log(H)$$

então,

$$a = \log \left[\frac{0.0000785398(10^{2\beta_0})}{(2\beta_2 + 1)} \right]$$

$$b = 2\beta_1$$

$$c = 2\beta_2 + 2\beta_3 + 1$$

Demonstrada a compatibilidade, procedeu-se ao ajuste da equação (7), substituindo-se l por $H-h_i$ para a determinação dos diâmetros à altura h_i .

$$d_i^2 = 10^{2\beta_0} D^{2\beta_1} (H - h_i)^{2\beta_2} H^{2\beta_3}$$

sendo:

d_i, D, H, h_i e β_{is} definidos anteriormente

e, para a determinação do volume a diferentes alturas a equação (11) assumiu a seguinte forma:

$$V = K(10^{2\beta_0}) D^{2\beta_1} \left[(H - h_1)^{2\beta_2+1} - (H - h_2)^{2\beta_2+1} \right]$$

sendo:

$$K=0.00007853981634 = \frac{\pi}{4(10000)}$$

V, D, H, h_1, h_2 e β_{is} definidos anteriormente

d) Ormerod modificado por Guimarães & Leite (1992)

Guimarães & Leite (1992) buscaram desenvolver um modelo de *taper* que utilizasse variáveis independentes de fácil obtenção, isto é DAP e H;

apresentasse flexibilidade suficiente para descrever diferentes tendências de variação na forma das árvores; passasse pelo DAP, quando h_i fosse igual a 1,30m e que estimasse “d=0”, quando h_i fosse igual à altura total da árvore.

Como o modelo proposto por Ormerod (1973) atendia às condicionantes estabelecidas e por apresentar boa precisão na estimativa da parte superior do tronco, os autores introduziram uma transformação a este modelo na tentativa de descrever de maneira mais conveniente a porção basal do tronco sem ferir as condicionantes acima propostas e sem influir na estimativa dos diâmetros em posições superiores do tronco. Várias alternativas foram testadas e a transformação ideal para tais propósitos foi:

$$\frac{d_i}{D} = \left\{ e^{\left[1 - e^{(1.30 - h_i)} \right]} \right\}^{\beta_1} * \left[\frac{(H - h_i)}{(H - 1.30)} \right]^{\beta_2} + e_i$$

Isolando d_i , obtém-se a função de afilamento:

$$d_i = D \left\{ e^{\left[1 - e^{(1.30 - h_i)} \right]} \right\}^{\beta_1} * \left[\frac{(H - h_i)}{(H - 1.30)} \right]^{\beta_2} \quad (12)$$

onde:

β_{is} , d_i , D , h_i , H , e e_i já foram definidos anteriormente

Para se obter o volume (V) é preciso integrar as áreas seccionais (g_i) entre o limite inferior (h_1) e o superior (h_2) que se deseja estabelecer. A representação da integral é mostrada em (2).

Substituindo (1) em (12), tem-se:

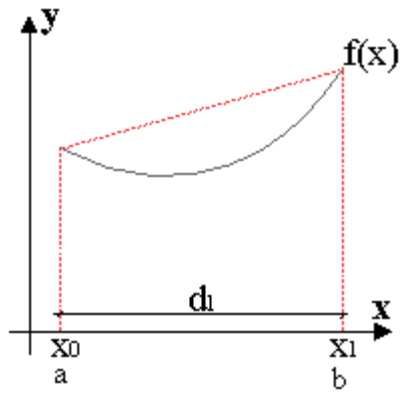
$$V = K \int_{h_1}^{h_2} \left\{ D \left\{ e^{\left[1 - e^{(1.30 - h_i)} \right]} \right\}^{\beta_1} * \left[\frac{(H - h_i)}{(H - 1.30)} \right]^{\beta_2} \right\}^2 \delta h \quad (13)$$

Para se obter o volume basta, agora, integrar (13). No entanto, devido à complexidade da equação, não é possível conhecer sua integral analiticamente assim, é necessário buscar uma aproximação numérica para a mesma. Entre as regras de integração numérica existentes foi utilizado o Método do Trapézio, como descrita em Heal (1996).

Considerando:

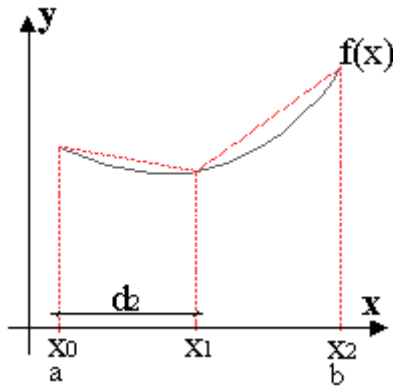
$$A = \int_a^b f(x) dx$$

onde a, b são finitos e $f(x)$ é uma função contínua em [a,b]. Tal integral representa a área (A) sob a curva $f(x)$ entre $x=a$ e $x=b$. No Método do Trapézio, o valor de tal área é calculado por aproximações sucessivas. O cálculo de uma aproximação consiste em uma somatória das áreas de trapézios que têm como altura a amplitude d dos subintervalos sucessivos de [a,b], onde $d = (b-a)/n$ quando considerados n subintervalos. As Figuras 2.2, 2.3 e 2.4, a seguir, ilustram o cálculo das aproximações para n (número de trapézios em cada subseção), igual a 1, 2 e 4 respectivamente.



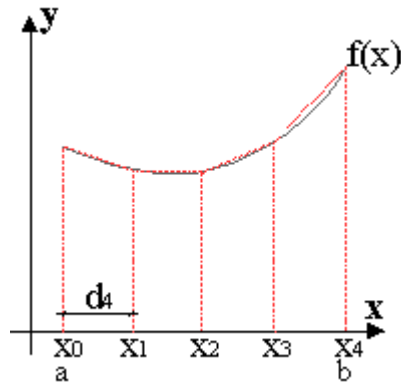
$$A_1 = \frac{d_1}{2} [f(x_0) + f(x_1)] \quad \text{sendo: } d_1 = b - a$$

FIGURA 2.2 Ilustração da aproximação numérica pelo Método do Trapézio, utilizando $n=1$, ou seja, um trapézio entre o intervalo $[a$ e $b]$.



$$A_2 = \frac{d_2}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + f(x_2)] \quad \text{sendo: } d_2 = \frac{b - a}{2}$$

FIGURA 2.3 Ilustração da aproximação numérica pelo Método do Trapézio, utilizando $n=2$, ou seja, dois trapézios entre o intervalo $[a$ e $b]$.



$$A_4 = \frac{d_4}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + f(x_4)] \text{ sendo: } d_4 = \frac{b-a}{4}$$

FIGURA 2.4 Ilustração da aproximação numérica pelo Método do Trapézio, utilizando n=4, ou seja, quatro trapézios entre o intervalo [a e b].

Assim, a forma generalizada do Método do Trapézio para n=n número de trapézios entre o intervalo [a,b], está abaixo representada:

$$A_n = \int_a^b \frac{d_n}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right] \text{ sendo: } d_n = \frac{b-a}{n}$$

Para a resolução integral aproximada da equação (13) pelo Método do Trapézio testou-se, entre cada intervalo, um número de trapézios que variou entre 1 e 20. Entre os 20 modelos gerados foi escolhido o de maior acurácia, pelas estatísticas descritas em 4.4.

4.4 Medidas de precisão e de acurácia dos modelos de afilamento

Foram obtidas as medidas de precisão dos modelos, por meio do coeficiente de determinação corrigido (R^2) e do erro padrão da estimativa em percentagem (Syx%). Estas estatísticas foram utilizadas apenas para verificar, em termos gerais, o quanto da variação ocorrida na variável dependente pode ser explicado pelas variáveis independentes (R^2) e o quanto, em média, os valores observados variam em relação aos valores estimados (Syx%).

Adicionalmente, os modelos tiveram sua acurácia avaliada por estatísticas como as utilizadas por Parresol et al. (1987), Figueiredo Filho et al. (1996), Fischer (1997), Scolforo et al. (1998) e Assis (2000). Tais estatísticas permitem uma análise mais detalhada do desempenho das estimativas ao longo de todo o fuste, uma vez que foram calculadas para cada altura relativa onde foram tomados os diâmetros por ocasião da cubagem rigorosa. As variáveis avaliadas foram os diâmetros estimados em cada posição de medição (alturas relativas) e os volumes comerciais correspondentes a essas mesmas posições, além do volume total. A Tabela 2.3 apresenta as estatísticas calculadas para verificar a acurácia das estimativas de diâmetros e volumes.

A partir dessas estatísticas, foi elaborado um ranking para expressar, de forma sumarizada, o desempenho dos quatro modelos de afilamento testados para estimar diâmetros ao longo do fuste e volumes totais e comerciais das árvores em estudo. Este ranking foi feito para cada ambiente de produção em estudo, para as variáveis diâmetro e volume. Considerando cada uma das estatísticas da Tabela 2.3, foi atribuída nota 1 à equação que apresentou maior acurácia em cada posição relativa de medição, e assim sucessivamente, até a nota 4 para a equação de menor acurácia. No caso de mesmo valor em qualquer das estatísticas para diferentes equações, estas receberam a mesma nota.

TABELA 2.3 Estatísticas utilizadas para avaliação da acurácia das estimativas dos diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*.

	DIÂMETROS	VOLUMES
1) Desvio (D)	$\frac{\left(\sum_{i=1}^N Diff_i \right)}{N}$	$\frac{\left(\sum_{i=1}^N Diff_i \right)}{N}$
2) Desvio Padrão das Diferenças (DP)	$\sqrt{\frac{\left[\left(\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2 \right) \right]}{(N-1)}}$	$\sqrt{\frac{\left[\left(\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2 \right) \right]}{(N-1)}}$
3) Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SSRR)	$\frac{\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2}{d_i}$	$\frac{\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2}{V_i}$
4) Porcentagem dos Resíduos (RP)	$\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{Diff_i}{d_i} \right)^2}{N} 100$	$\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{Diff_i}{V_i} \right)^2}{N} 100$

Onde:

$Diff_i = (V_i - \hat{V}_i)$ ou $(d_i - \hat{d}_i)$ é o desvio dos volumes ou dos diâmetros;

V_i = volume total ou comercial até o diâmetro i da árvore;

\hat{V} = volume total ou comercial estimado;

d_i = diâmetro da árvore na posição i do fuste;

\hat{d}_i = diâmetro da árvore estimado para a posição i do fuste;

N = número de árvores.

Finalmente os valores foram somados, para todas as estatísticas, e o melhor modelo, em cada posição, foi que apresentou a menor soma de notas.

4.5 Teste de identidade de modelos não lineares

O método para testar a identidade dos modelos sigmoidais, que são não-lineares, foi proposto por Regazzi (2003) utilizando a estatística do teste de razão de verossimilhança que é dada por:

$$L = \left(\frac{\hat{\alpha}_{\Omega}^2}{\hat{\alpha}_w^2} \right)^{n/2} \quad (14)$$

onde:

L = Valor da razão de máxima verossimilhança

$\hat{\alpha}_{\Omega}^2$ = estimativa de máxima verossimilhança de α^2 quando nenhuma restrição é feita no espaço paramétrico Ω ;

$\hat{\alpha}_w^2$ = estimativa de máxima verossimilhança de α^2 quando restrições são impostas ao espaço paramétrico Ω ;

w = subconjunto do espaço paramétrico Ω , onde $w^c \cup w = \Omega$.

n = número de observações do Ω

Logaritmizando a equação (14) e, em seguida multiplicando-a por (-1) obtém-se:

$$-2 \ln(L) = -n \ln \left(\frac{\hat{\alpha}_{\Omega}^2}{\hat{\alpha}_w^2} \right) \quad (15)$$

Assim, para grandes amostras de tamanho n , a distribuição de $-2 \ln(L)$ é aproximadamente qui-quadrado (χ_v^2) com v graus de liberdade, onde v é o número de parâmetros estimados em Ω menos o número de parâmetros estimados em w , conforme Rao (1973), citado por Regazzi (2003). Assim, pode-se escrever (15) da seguinte forma:

$$-2 \ln(L) = -n \ln \left(\frac{\hat{\alpha}_{\Omega}^2}{\hat{\alpha}_w^2} \right) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \chi_v^2$$

Para cada uma das hipóteses de igualdade de modelos a serem testadas contra as suas hipóteses alternativas, as estatísticas do teste da razão de máxima verossimilhança serão dadas por:

$$-n \ln \left(\frac{\hat{\alpha}_{\Omega}^2}{\hat{\alpha}_{w_i}^2} \right) = -n \ln \left(\frac{SQR_{\Omega}}{SQR_w} \right) \quad (16)$$

sendo:

SQR_{Ω} = soma de quadrados dos resíduos do modelo ajustado para o conjunto total dos dados Ω , também chamado de modelo reduzido.

SQR_w = valor correspondente à soma da soma de quadrados dos resíduos de cada modelo ajustado para o subconjunto w , também chamado de modelo completo.

$\hat{\alpha}_{\Omega}^2$, $\hat{\alpha}_w^2$, w , n e Ω já definidos anteriormente.

As hipóteses estabelecidas foram:

H_0 = o modelo reduzido ajustado para um conjunto $\{z\}$ de ambientes de produção é idêntico aos modelos completos ajustados para cada um dos ambientes pertencentes a $\{z\}$ e;

H_1 = contrária a H_0 .

Assim foram definidas, combinando todos os ambientes de produção tomados em conjunto de 5, 4, 3 e 2, vinte e seis hipóteses para cada um dos quatro modelos aqui estudados, conforme apresentado na Tabela 2.4.

TABELA 2.4 Hipóteses de identidade de modelos testadas para todas as combinações possíveis entre os ambientes de produção, tomados em conjunto de 5, 4, 3, e 2 ambientes.

Hipóteses	Ambientes de produção envolvidos
1	1, 2, 3, 4 e 5
2	1, 2, 3 e 4
3	1, 2, 3 e 5
4	1, 2, 4 e 5
5	1, 3, 4 e 5
6	2, 3, 4 e 5
7	1, 2 e 3
8	1, 2 e 4
9	1, 3 e 4
10	2, 3 e 4
11	1, 2 e 5
12	1, 3 e 5
13	2, 3 e 5
14	1, 4 e 5
15	2, 4 e 5
16	3, 4 e 5
17	1 e 2
18	1 e 3
19	2 e 3
20	1 e 4
21	2 e 4
22	3 e 4
23	1 e 5
24	2 e 5
25	3 e 5
26	4 e 5

Para testar as hipóteses acima foi comparado o valor de χ^2 calculado por (16) com o valor crítico tabelado. Assim sempre que χ^2 calculado for maior que o valor crítico fornecido pela tabela, ao nível de 5% de significância rejeita-se a hipótese nula (H_0).

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Precisão e acurácia dos modelos sigmoidais na estimativa dos diâmetros

Os parâmetros estimados para os quatro modelos testados estão apresentados na Tabela 2.5, com suas respectivas medidas de precisão: coeficiente de determinação (R^2) e erro padrão da estimativa (S_{yx}), ambos em percentagem. Os ajustes foram feitos considerando, separadamente, os diferentes ambientes de produção (1, 2, 3, 4 e 5).

Todos os modelos testados apresentaram coeficiente de determinação (R^2) superior a 90% e erro padrão da estimativa (S_{yx}) máximo de 14,79%. O modelo de Ormerod (1973), modificado por Guimarães & Leite (1992), foi superior aos demais em todos os ambientes de produção estudados, apresentando R^2 entre 98,04 e 97,66% e S_{yx} entre 8,48% e 8,90%. Apesar destas estatísticas refletirem, apenas em termos médios, a acurácia dos modelos, a diferença deste para os demais já é indício de que a alteração do modelo de Ormerod (1973), desenvolvida por Guimarães & Leite (1992), acrescentando termos para melhorar as estimativas de diâmetro abaixo de 1,30m do tronco, foi eficiente. Estas estatísticas foram superiores às encontradas por Guimarães & Leite (1992) em seus estudos para eucalipto.

Os demais modelos, Ormerod (1973), Kozak et al. (1969) e Demaerschalk (1972) apresentaram desempenho muito semelhantes, com uma leve vantagem do modelo proposto por Demaerschalk (1972) sobre os demais, nos ambientes de produção 1, 2, 3 e 4, com R^2 variando de 94,90% a 96,11% e S_{yx} variando entre 10,65% e 13,12%. Para o ambiente de produção 5, o modelo desenvolvido por Kozak et al. (1969) foi superior ao modelo de Demaerschalk (1972) para a estatística R^2 .

TABELA 2.5 Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos sigmoidais, ajustados para cada ambiente de produção.

ORMEROD						
Ambiente de Produção	Parâmetro estimado			Medidas de precisão		
	$\hat{\beta}_1$			R ² (%)	Syx(%)	
1	0,69759			95,02	13,52	
2	0,66717			94,35	13,94	
3	0,66199			93,47	14,59	
4	0,69945			93,55	14,79	
5	0,66852			95,50	12,34	
KOZAK						
Ambiente de Produção	Parâmetros estimados		Medidas de precisão			
	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R ² (%)	Syx(%)		
1	-2,21939	0,951004	96,04	12,07		
2	-2,21521	0,924149	95,20	12,50		
3	-2,24160	0,940966	94,79	12,77		
4	-2,36706	1,068040	94,63	13,50		
5	-2,11418	0,838941	96,70	11,01		
DEMAERSCHALK						
Ambiente de Produção	Parâmetros estimados				Medidas de precisão	
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	R ² (%)	Syx(%)
1	0,078149	0,972414	0,764755	-0,758648	96,11	11,93
2	0,119986	0,932607	0,737429	-0,716356	95,71	12,14
3	0,093430	0,974798	0,739901	-0,744914	95,10	12,62
4	0,130184	1,008690	0,772567	-0,841473	94,90	13,12
5	0,136975	0,991231	0,728314	-0,786507	96,62	10,65
ORMEROD MODIFICADO						
Ambiente de Produção	Parâmetros estimados		Medidas de precisão			
	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R ² (%)	Syx(%)		
1	-0,0767746	0,598675	98,04	8,48		
2	-0,0816862	0,567702	97,88	8,54		
3	-0,0876855	0,553375	97,67	8,71		
4	-0,0865063	0,588824	97,66	8,90		
5	-0,0650512	0,586284	97,79	8,63		

As estatísticas encontradas neste trabalho, para os modelos de Demaerschalk (1972) e Kozak (1969), foram superiores às encontradas por Campos & Ribeiro (1982), por Lima (1986), por Silva (1996) e por Chichorro (2000). Todos estes autores citaram uma estreita diferença entre os modelos com pequena vantagem para o modelo de Demaerschalk (1972). Para o modelo de

Ormerod (1973), as estatísticas encontradas neste trabalho também superaram às encontradas por Silva (1996). A superioridade das estatísticas aqui encontradas se deu, provavelmente, devido à maior estabilidade na forma dos fustes de *Pinus*, uma vez que o trabalho desenvolvido por Silva (1996) foi com *Eucalyptus*, enquanto o trabalho de Chichorro (2000) foi desenvolvido para espécies nativas. Como os trabalhos de Campos & Ribeiro (1982) e Lima (1986) também foram realizados para o gênero *Pinus*, outra possível explicação para a superioridade das estatísticas é que, além do ótimo controle realizado durante a coleta dos dados, a cubagem rigorosa foi realizada com fita métrica, que fornece dados mais exatos quando comparados a dados obtidos através de outros instrumentos de mensuração.

No entanto, como estas estatísticas são médias que não fornecem nenhum indicativo do comportamento dos modelos ao longo do perfil, é necessário calcular estatísticas pontuais, que se distribuem ao longo de todo o comprimento da árvore, o que permitirá uma análise mais detalhada do desempenho dos modelos testados.

A Tabela 2.6 apresenta as estatísticas obtidas para os quatro modelos testados, para o ambiente de produção 1, e as notas atribuídas a cada modelo em cada posição considerada ao longo do fuste. No Anexo A são mostradas as estatísticas para os demais ambientes de produção, ou seja, 2, 3, 4 e 5.

Partindo destas estatísticas foi elaborado um ranking, onde o modelo que apresentou o menor valor no somatório das notas atribuídas foi considerado o modelo de maior acurácia na posição do fuste considerada. Utilizando a Tabela 2.6 como exemplo nota-se que: na altura relativa 0% da altura total, ou seja, nos diâmetros tomados na base da árvore, o modelo de Ormerod (1973), apresentou, para a estatística RP (Resíduo percentual) o valor de 20,984%; o modelo de Kozak et al. (1969), o valor de 14,526%; já o modelo de Demaerschalk (1972) apresentou RP no valor de 15,732% e finalmente o modelo de Ormerod,

TABELA 2.6 Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Ormerod (1973)	RP	20,984	10,845	5,836	3,110	1,320	-0,641	-2,711	-3,076	-0,581	1,659	3,715	6,266	5,297	2,075	-13,698	-40,393
	DESV	9,483	4,310	2,150	1,096	0,455	-0,230	-0,923	-0,953	-0,128	0,514	0,991	1,500	1,224	0,587	-0,869	-1,117
	SSRR	2,835	0,787	0,246	0,090	0,043	0,022	0,099	0,130	0,099	0,213	0,353	0,704	1,167	2,581	5,983	19,434
	DP	5,002	2,714	1,454	0,994	0,867	0,598	1,109	1,160	1,144	1,456	1,612	2,000	2,233	2,368	1,808	1,173
Kozak et al. (1969)	RP	14,526	3,703	-1,538	-4,292	-6,029	-7,938	-9,162	-8,516	-3,851	0,492	4,575	8,988	9,780	7,892	-7,691	-47,366
	DESV	6,610	1,523	-0,554	-1,523	-2,081	-2,683	-2,976	-2,622	-1,094	0,159	1,140	2,019	1,954	1,319	-0,413	-1,334
	SSRR	1,527	0,202	0,081	0,164	0,266	0,405	0,578	0,523	0,200	0,201	0,374	0,889	1,391	2,513	4,606	24,115
	DP	4,239	2,246	1,357	1,227	1,302	1,345	1,753	1,658	1,311	1,424	1,538	1,950	2,187	2,284	1,729	1,241
Demaerschalk (1972)	RP	15,732	4,954	-0,325	-3,160	-4,991	-6,999	-8,804	-8,769	-5,250	-1,914	1,345	5,257	5,926	4,956	-6,639	-22,344
	DESV	7,226	2,093	-0,027	-1,040	-1,642	-2,287	-2,783	-2,616	-1,407	-0,391	0,445	1,292	1,327	0,956	-0,315	-0,578
	SSRR	1,729	0,266	0,068	0,113	0,197	0,319	0,525	0,538	0,277	0,232	0,281	0,615	1,102	2,373	4,316	10,321
	DP	4,499	2,421	1,357	1,101	1,102	1,054	1,510	1,478	1,251	1,408	1,519	1,917	2,155	2,274	1,681	1,036
Ormerod Modificado (1992)	RP	3,566	-2,419	-3,289	-2,489	-1,583	-1,392	1,749	2,600	4,566	5,479	5,928	6,594	3,259	-3,415	-26,246	-73,886
	DESV	1,966	-0,632	-0,973	-0,684	-0,366	-0,328	0,534	0,758	1,299	1,488	1,500	1,561	0,866	-0,144	-1,875	-2,123
	SSRR	0,487	0,183	0,130	0,081	0,061	0,045	0,060	0,103	0,208	0,355	0,461	0,720	1,096	2,898	10,018	46,976
	DP	3,772	2,088	1,143	0,815	0,847	0,606	0,926	0,993	1,157	1,491	1,631	1,992	2,205	2,411	1,981	1,434
Ormerod (1973)		16	16	16	9	6	4	8	8	4	10	9	10	11	9	12	8
Kozak et al. (1969)		8	8	8	16	16	16	16	14	10	5	11	14	14	12	8	12
Demaerschalk (1972)		12	12	6	11	12	12	12	14	15	9	4	4	9	8	4	4
Ormerod Modif. (1992)		4	4	10	4	6	8	4	4	11	16	16	12	6	11	16	16

modificado por Guimarães & Leite (1992), apresentou o valor de 5,366%. Assim o modelo de maior acurácia, Ormerod modificado, recebeu nota 1, o segundo colocado, Kozak et al. (1969), nota 2; o terceiro, Demaerschalk (1972), nota 3 e o quarto e último colocado, Ormerod (1973), nota 4. O mesmo procedimento foi utilizado para as demais estatísticas, Desvio (Desv), Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SSRR) e Desvio Padrão das Diferenças (DP). Desta maneira, para estas quatro estatísticas o modelo de Ormerod (1973), recebeu nota 4, ou seja, foi o de menor acurácia e no total ficou com a pontuação 16.

O modelo de Kozak et al. (1969) recebeu nota 2, para as quatro estatísticas e, portanto, pontuação final igual a 8. Já o modelo de Demaerschalk (1972) recebeu nota 3 para todas as estatísticas, ficando no total com 12 pontos. Assim pode-se afirmar que para a posição 0% de altura relativa da árvore e para o ambiente de produção 1, o modelo de maior acurácia foi o de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), já que recebeu nota 1 para todas as estatísticas e, na soma, final ficou com 4. Em seguida ficou o modelo de Kozak et al. (1969), depois o modelo de Demaerschalk (1972) e finalmente o modelo proposto por Ormerod (1973).

Comparando as estatísticas obtidas para o modelo de Kozak et al. (1969) com as obtidas no trabalho realizado por Assis (2000), para o mesmo modelo, nota-se que as tendências de super e subestimativas ao longo do fuste foram semelhantes. Quanto aos valores das estatísticas, Tabelas 1A, 2A, 3A, 4A, e 5A, os valores obtidos neste trabalho foram inferiores, ou seja, com maior acurácia do que as obtidas por Assis (2000).

Seguindo o procedimento de ranking para todas as alturas relativas estudadas e para todos os ambientes de produção, foi possível identificar qual o melhor modelo para estimativa do diâmetro ao longo de todo o fuste.

A Tabela 2.7 apresenta os resultados do ranking para todos os ambientes de produção e para todas as alturas relativas tomadas neste estudo. A mesma

tabela apresenta a porcentagem de vezes que cada modelo esteve em primeiro lugar entre os 16 diâmetros tomados a diferentes alturas, ao longo do fuste. Nas posições onde se encontram dois modelos (letras) é porque houve empate no número de pontos durante a classificação, fato este que justifica a soma das percentagens ser, às vezes, maior que 100%.

Assim observa-se que, para todos os ambientes de produção, o modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992) foi o que apresentou mais vezes a primeira posição. Sendo que estimou com maior acurácia os diâmetros em 44% das posições, nos ambientes 1, 2 e 3 e, em 56% das posições nos ambientes 4 e 5. O modelo de Demaerschalk (1972) estimou com maior acurácia os diâmetros em 38% das alturas relativas para o ambiente 1, e em 31% nos ambientes 2 e 5. Nestes ambientes o referido modelo foi o segundo em valor percentual. Já para os ambientes 3 e 4, o modelo de Demaerschalk estimou melhor os diâmetros em 25 e 19% respectivamente, ficando em terceiro lugar. Nestes dois ambientes o segundo colocado foi o modelo de Ormerod (1973) que estimou melhor os diâmetros em 38% das alturas nos quais foram tomados. Para os ambientes de produção 1, 2 e 5, Ormerod (1973) apresentou maior acurácia para estimar, respectivamente, 19, 19 e 25% dos diâmetros tomados em diferentes alturas. Finalmente o modelo de Kozak et al. (1969) explicou com maior acurácia apenas 6%, o que significa apenas 1 posição, para os ambientes 1, 2, 4 e 5 e 13% para o ambiente 3.

De maneira geral, até a altura relativa de 15% da altura total das árvores, o modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), foi o melhor. Excetuando-se na posição 2% da altura total das árvores, onde o modelo de Demaerschalk (1972) foi melhor para todos os ambientes de produção, menos para o 4. Este fato comprova que, a alteração proposta por Guimarães & Leite (1992), ao modelo de Ormerod (1973), com o objetivo de melhor explicar a base

foi eficiente. O citado modelo estimou melhor os diâmetros à altura relativa de 65% em todos os ambientes de produção.

O modelo de Ormerod (1973), foi eficiente para estimar os diâmetros nas posições 5, 25 e 75% da altura total das árvores. Na posição 35% o melhor modelo foi o de Kozak et al. (1969) para todos os ambientes de produção, exceto para o 3.

TABELA 2.7 Modelo que ocupou o primeiro lugar no *ranking* para estimativa dos diâmetros, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para as vezes em que cada modelo ocupou esta primeira posição.

Altura (%)	Ambientes de produção				
	1	2	3	4	5
0	M	M	M	M	M
1	M	M	M	M	M
2	D	D	D	M	D
3	M	M	M	M	M
4	O,M	M	M	O,M	M
5	O	O	O	O,M	O,M
10	M	M	O	M	O,M
15	M	M	O,M	M	M
25	O	O	O	O	O,M
35	K	K	O	K, D	K
45	D	D	D	O	D
55	D	D	D	O	D
65	M	M	M	M	M
75	D	O	O,M	O	O
85	D	D	K,D	D	D
95	D	D	K	D	D
O	19%	19%	38%	38%	25%
K	6%	6%	13%	6%	6%
D	38%	31%	25%	19%	31%
M	44%	44%	44%	56%	56%

Modelos: O – Ormerod (1973)

K – Kozak et al. (1969)

D – Demaerschalk (1972)

M – Ormerod modificado

De maneira geral, o modelo de Demaerschalk (1972) foi o melhor para estimar os diâmetros nas alturas acima de 45% da altura total, com exceção da posição 65% e 75%.

Os modelos mudaram seu comportamento ao longo do fuste para os diferentes ambientes de produção. Isto aconteceu porque a forma dos fustes das árvores também possuem comportamentos diferenciados nos diferentes ambientes. Este fato pode ser comprovado na Figura 2.5, que apresenta o perfil médio das árvores para cada ambiente de produção.

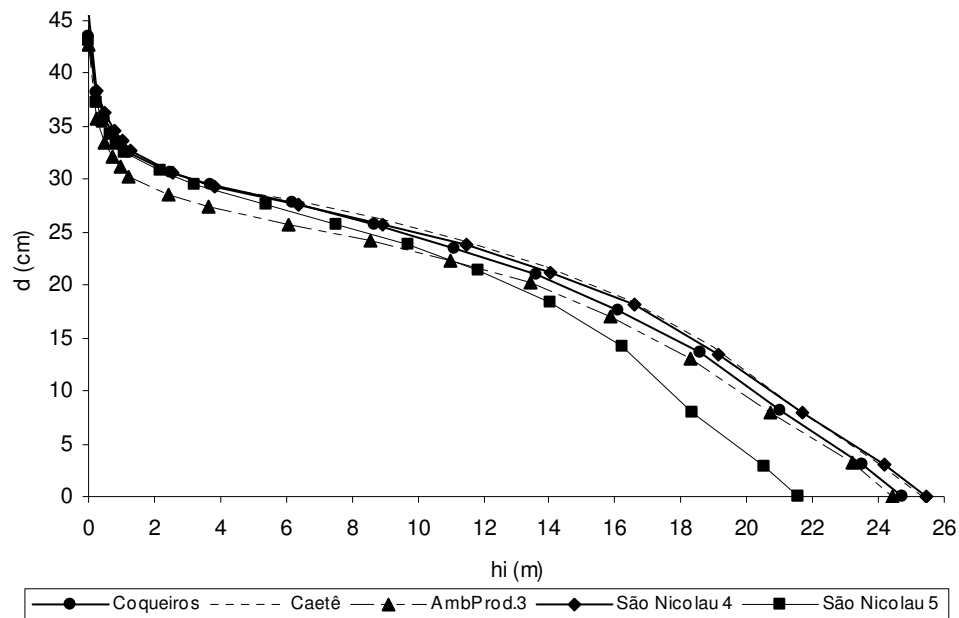


FIGURA 2.5 Perfil médio dos fustes para cada ambiente de produção.

Avaliando, agora, a tendenciosidade nas estimativas dos diâmetros, para todos os ambientes de produção, em relação aos diâmetros reais mensurados na cubagem rigorosa, apresenta-se na Figuras 2.6, 2.7, 2.8, 2.9 e 2.10 os perfis

médios reais e estimados para os modelos testados nos ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.

O modelo proposto por Ormerod (1973), apresentou tendências de estimativas de diâmetro iguais em todos os ambientes de produção. Como pode ser observado nas figuras, o modelo subestima os diâmetros na base do fuste, de 0 a 5% da altura total. Entre 5 a 25% o modelo já superestima os diâmetros. Como na posição 5% foi o ponto de transição entre sub e superestimativa, o modelo tem alta acurácia nesta posição. O mesmo fato ocorre no intervalo entre 25 a 35%, onde a boa acurácia é resultado do processo de subestimativa que o modelo passa a apresentar, e este processo se estende até 75% da altura relativa. Este ponto, 75%, também é de alta acurácia. No entanto, deste ponto em diante a tendência é de superestimativa dos diâmetros.

O modelo de Kozak et al. (1969), também apresentou tendências semelhantes para os ambientes 1, 2, 4 e 5. Entre 0 a 2% da altura relativa a tendência foi de subestimativa dos diâmetros. De 2 a 35% o modelo passou à tendência de superestimativa e depois, até à altura relativa de 75%, à tendência de subestimativa. Novamente houve uma inversão de tendência e, até à altura relativa de 95%, esta foi de superestimativa. No ambiente de produção 3, houve uma modificação na tendência, a subestimativa que nos demais ambientes ocorreu entre 35 a 75% da altura relativa, se estendeu, no ambiente em questão, até 85% desta altura. Tal fato fez com que o modelo apresentasse melhor acurácia para representar o topo da árvore, como pode ser observado na Figura 2.7 e também na Tabela 2.7. Comportamento semelhante a este foi encontrado no trabalho realizado por Assis (2000) em *Pinus taeda*.

Para o modelo de Demaerschalk (1972) a tendência de subestimativa também ocorreu entre 0 e 2% da altura relativa, passou a ser de superestimativa de 2 até 35%, na seqüência apresentou boa acurácia até 45% da altura relativa. A tendência de subestimativa voltou novamente até 80%. Estes fatos foram

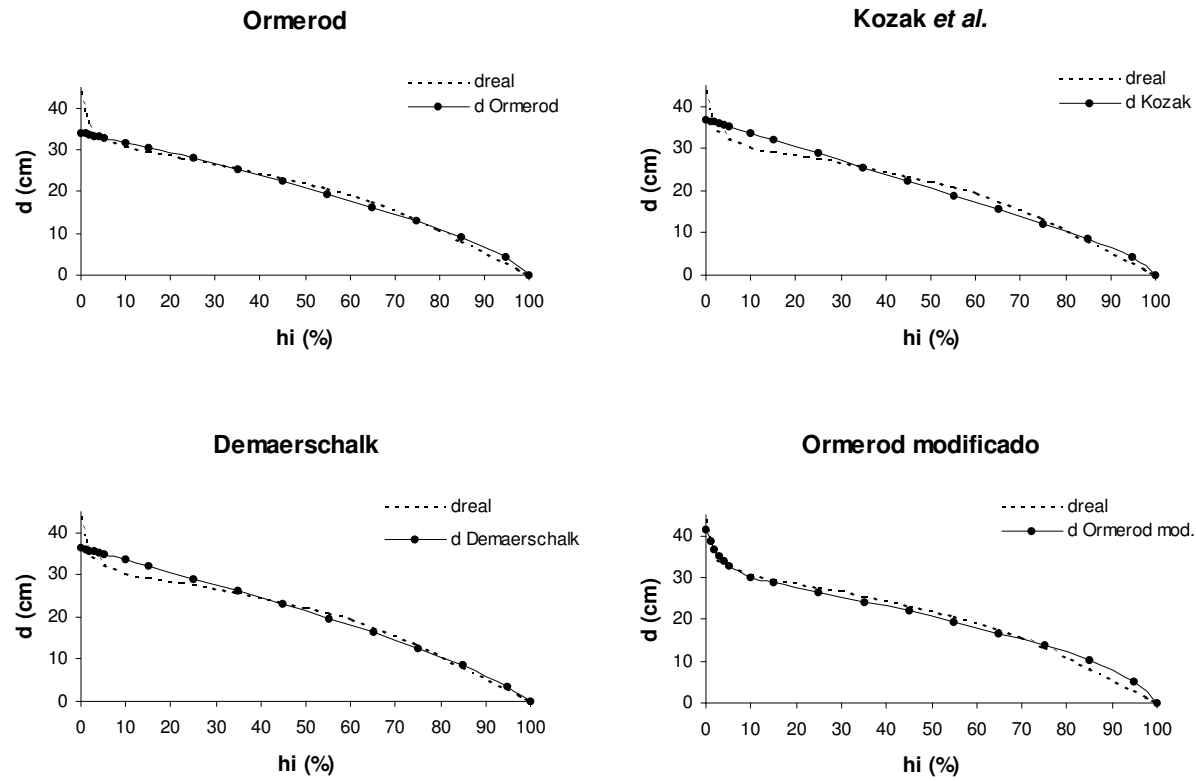


FIGURA 2.6 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 1, para os quatro modelos sigmoidais testados.

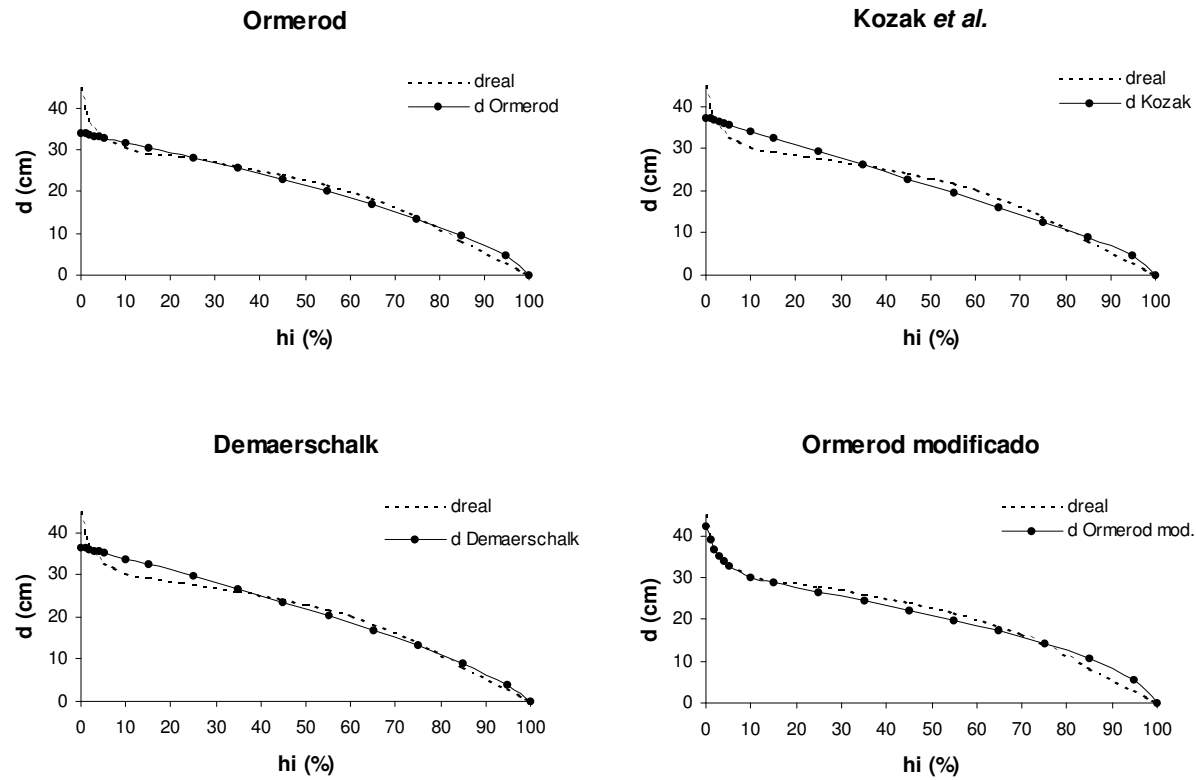


FIGURA 2.7 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 2, para os quatro modelos sigmoidais testados.

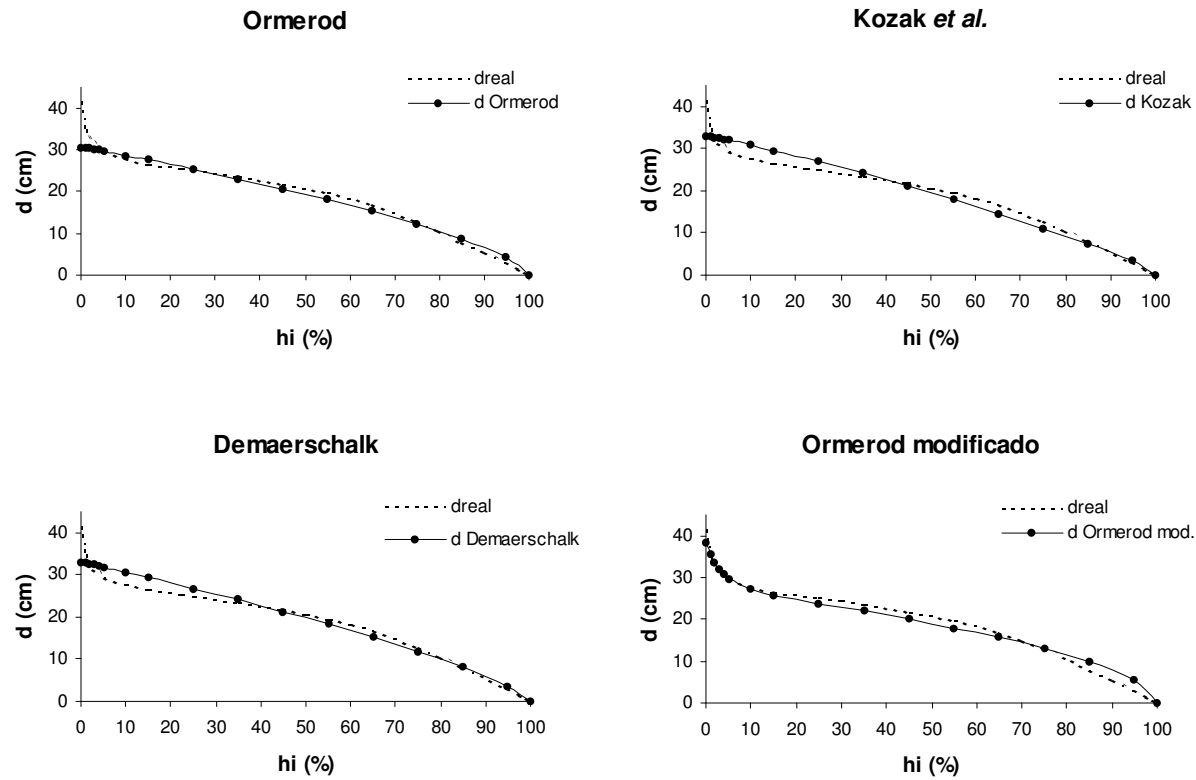


FIGURA 2.8 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 3, para os quatro modelos sigmoidais testados.

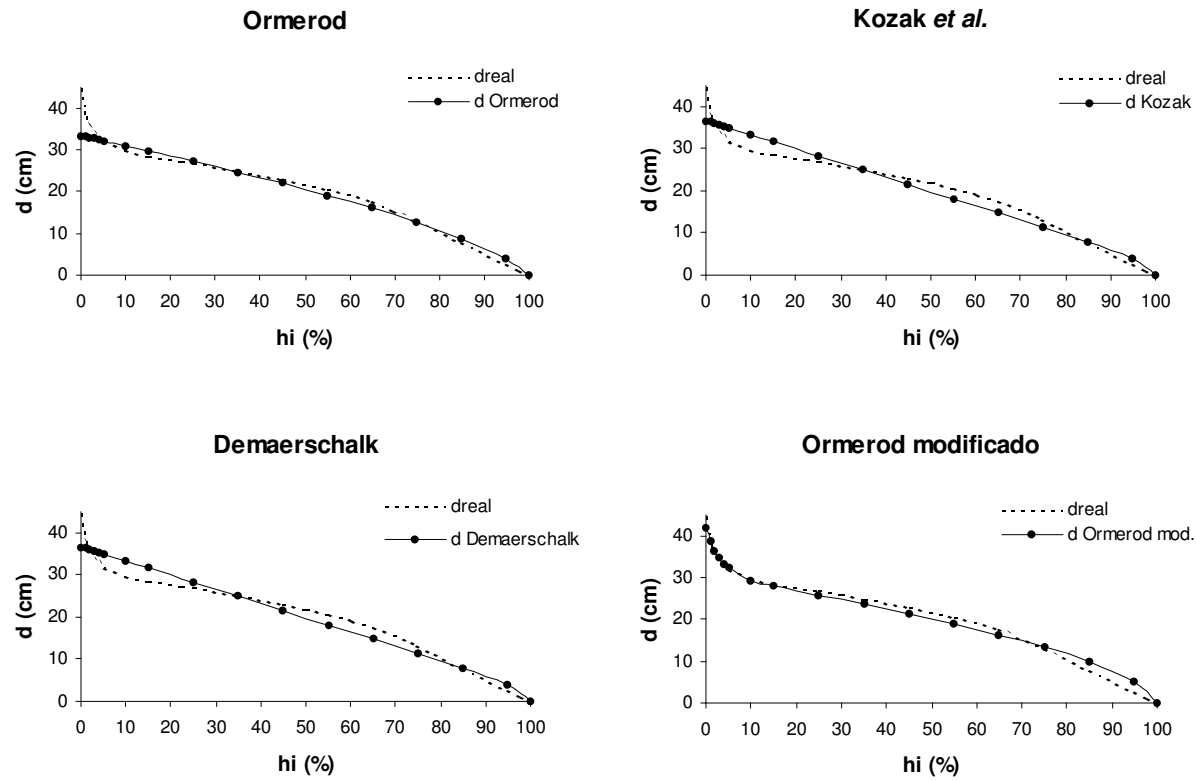


FIGURA 2.9 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 4, para os quatro modelos sigmoidais testados.

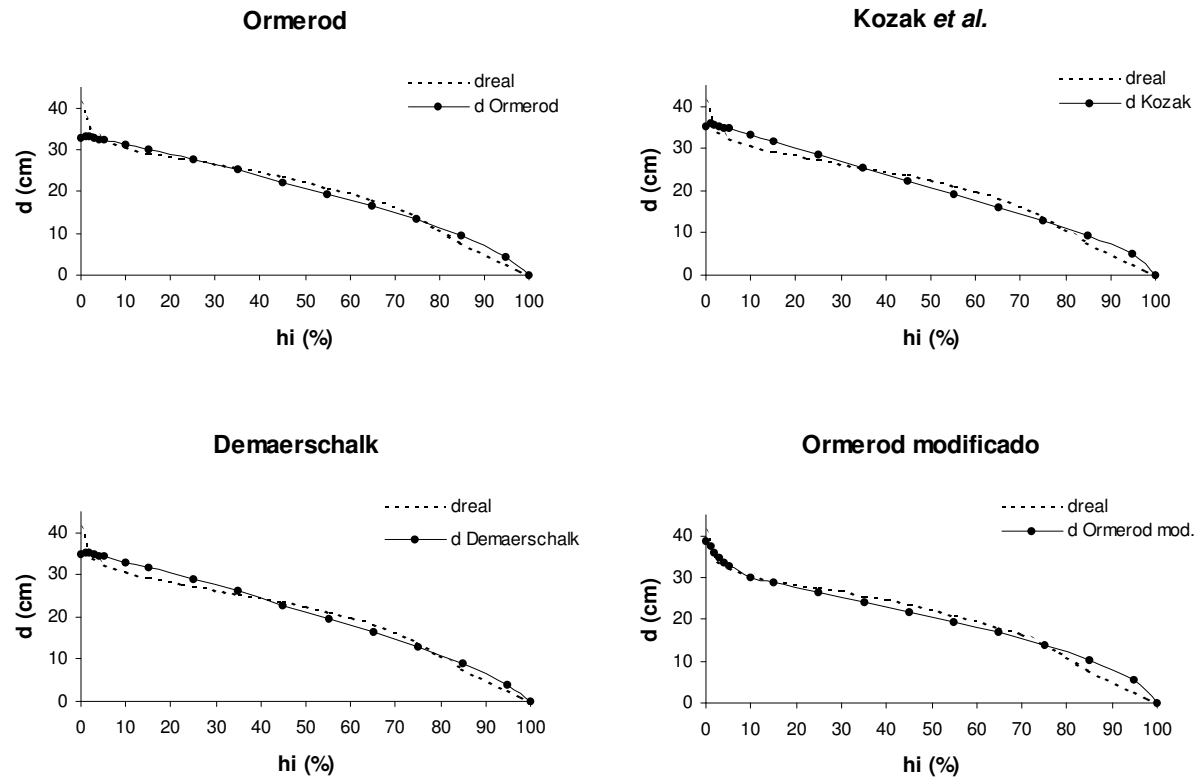


FIGURA 2.10 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 5, para os quatro modelos sigmoidais testados.

encontrados para todos os ambientes de produção. Partindo de 80% da altura relativa para os ambientes 1, 2 e 3 o modelo apresentou boa acurácia, no entanto para os ambientes 4 e 5 a tendência foi de superestimativa.

O modelo de Ormerod (1973), modificado por Guimarães & Leite (1992), foi o que melhor representou a base da árvore em todos os ambientes de produção até a altura relativa de 15%, a tendência, após este ponto passou a ser de subestimativa até 70% da altura relativa e depois, de alta superestimativa. O que descredencia o uso deste modelo nestas condições.

5.2 Obtenção da integral aproximada do modelo de Ormerod (1973), modificado por Guimarães & Leite (1992)

Os valores de n testados variaram entre 1 e 20. Assim, verificou-se uma acentuada melhora na acurácia dos modelos na medida em que se aumentou o valor de n de 1 até 4. Após este valor, ou seja, de 5 em diante, o ganho foi muito pequeno e as alterações foram notadas apenas a partir da quarta casa decimal. Além disso, quanto mais se aumentava n , mais complexo se tornava o modelo. Desta forma, optou-se pelo modelo gerado com $n=4$.

O resultado da integral aproximada, desenvolvida neste estudo, para o modelo de Ormerod (1973), modificado por Guimarães & Leite (1992), que permite o cálculo dos volumes totais e comerciais, obtido pelo método dos trapézios é:

$$\begin{aligned}
V = & K \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} h_2 - \frac{1}{4} h_1 \right) \left[D^2 \left(\left(e^{(1-e^{(1,30-h_1)})^{\beta_1}} \right)^2 \left(\left(\frac{H-h_1}{H-1,30} \right)^{\beta_2} \right)^2 \right. \right. \right. \\
& + 2 \left. \left. \left. \sum_{i=1}^3 D^2 \left(\left(e^{(1-e^{(1,30-h_1-i(\frac{1}{4}h_2-\frac{1}{4}h_1)})})^{\beta_1} \right) \left(\left(\frac{H-h_1-i(\frac{1}{4}h_2-\frac{1}{4}h_1)}{H-1,30} \right)^{\beta_2} \right)^2 \right) \right) \right] \right. \\
& \left. \left. + D^2 \left(\left(e^{(1-e^{(1,30-h_2)})^{\beta_1}} \right)^2 \left(\left(\frac{H-h_2}{H-1,30} \right)^{\beta_2} \right)^2 \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

sendo:

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

$$K = \frac{\pi}{40000};$$

H = altura total (m);

V = Volume da árvore entre h_1 e h_2 ;

h_1 e h_2 = limites inferiores e superiores de altura;

β_1 e β_2 = parâmetros a ser estimados.

5.3 Acurácia dos modelos sigmoidais na estimativa dos volumes

As tabelas do Anexo B apresentam as estatísticas obtidas pelos quatro modelos estudados para a variável volume, em cada altura relativa considerada na cubagem rigorosa, para os ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5.

O mesmo sistema de classificação, ranking, adotado para os diâmetros foi seguido aqui, para os volumes. Desta forma os modelos que apresentaram os menores valores para a estatística Resíduo Percentual (RP), Desvio (Desv), Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SSRR) e Desvio Padrão das Diferenças (DP), foi considerado o de maior acurácia para estimar o volume em diversas posições ao longo do fuste.

A Tabela 2.8 apresenta um resumo das Tabelas do Anexo B para todos os ambientes de produção, ou seja, o resultado do ranking e também a percentagem de vezes que cada modelo esteve em primeiro lugar, entre os 16 diâmetro tomados a diferentes alturas ao longo do fuste.

De uma maneira geral, observa-se que o modelo desenvolvido por Kozak et al. (1969), foi o melhor para estimativas de volume na base da árvore. Nas posições intermediárias se destacou o modelo de Ormerod (1973) e no topo novamente o modelo de Kozak et al. (1969) apresentou melhor acurácia, excetuando-se para o ambiente de produção 1.

Para este ambiente, os modelos que apresentaram os melhores resultados foram o de Ormerod (1973) e o de Kozak et al. (1969), sendo que estiveram em primeiro lugar para estimar os volumes em 38% das alturas relativas. O modelo proposto por Demaerschalk (1972) foi o melhor para estimar volumes na parte superior da árvore, a partir de 65% da altura total até o topo. Já entre 10% e 55% da altura total, o modelo que melhor estimou os volumes, para as estatísticas consideradas foi o de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992).

TABELA 2.8 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para as vezes em que cada modelo ocupou a primeira posição.

Altura (%)	Ambientes de produção				
	1	2	3	4	5
1	K	K	K	K	K
2	K	K	K	K	M
3	K	K	K	K	M
4	K	D	K	D	M
5	D	D	D	D	K, M
10	O, M	M	M	O	D
15	O	O, M	M	O	O
25	O, M	M	O	M	O
35	O	O	O	M	O
45	O	O	O	O	O
55	O	O	O	O	K
65	D	O	O	O	K
75	D	O, K	K	O	K
85	D	K	K	K	K
95	D	K	K	K	K
100	D	O, M	O	O, K	K
O	38%	44%	38%	44%	25%
K	25%	38%	44%	38%	50%
D	38%	13%	6%	13%	6%
M	13%	25%	13%	13%	25%

Modelos: O – Ormerod (1973)

K – Kozak et al. (1969)

D – Demaerschalk (1972)

M – Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992)

Na base da árvore, até 4% de sua altura total, o melhor modelo foi o de Kozak et al. (1969). O modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992) se destacou, conjuntamente com o modelo de Ormerod (1973), para estimar o volume a 10 e 25% da altura relativa, sendo o melhor apenas em 13% do total das alturas relativas estudadas.

Considerando os demais ambientes de produção, os modelos que mais se destacaram também foram os de Ormerod (1973) e o de Kozak (1969). Para os ambientes 2,3 e 4 o modelo de Kozak foi o melhor em 44, 38 e 44% das alturas relativas, respectivamente, estimando com maior acurácia os volumes na base da árvore. O modelo proposto por Ormerod foi o melhor em 38, 44 e 38% do total das alturas relativas, para os ambientes de produção 2, 3 e 4, respectivamente. O modelo se destacou por explicar os volumes nas partes intermediárias das árvores. Também nestas partes intermediárias, o modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), apresentou boas estimativas, sendo o melhor nas posições 10, 15, 25 e 100% (volume total) para o ambiente 2; nas posições 10 e 15% para o ambiente 3 e 25 e 35% para o ambiente de produção 4. O modelo proposto por Demaerschalk (1972) foi o melhor nas posições 4 e 5% para os ambientes 2 e 4 e na posição 5% da altura relativa para o ambiente 3.

Quanto ao ambiente de produção 5, o modelo proposto por Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), foi o melhor para estimar volume em 25% das 16 alturas relativas consideradas. O modelo de Kozak et al. (1969) apresentou melhor desempenho nas seções superiores da árvore, ou seja, de 55 até 100% da altura total. Este modelo também foi o melhor nas posições 1 e 5% da altura relativa. O modelo de Ormerod, novamente, se destacou nas seções intermediárias entre 15 e 35% da altura total. O modelo proposto por Demaerschalk foi o melhor para estimar volume apenas na posição 10% da altura relativa.

As Figuras 2.11, 2.12, 2.13, 2.14 e 2.15 possibilitam avaliar as tendências nas estimativas dos volumes, uma vez que apresentam os valores reais e estimados para os modelos testados, nos ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente.

Como para os diâmetros, também para os volumes, os perfis médios estimados pelos modelos foram semelhantes em todos os ambientes de produção estudados.

Deve-se enfatizar aqui, a questão dos “ambientes de produção”. Apesar de serem assim denominados tal classificação foi baseada na classe de solo, na produtividade e na precipitação anual, e não exclusivamente na produtividade. Assim, “ambiente de produção” não significa classe de sítio ou de produtividade. Isto explica o fato do volume médio das árvores amostradas no ambiente de produção 2 ser maior do que do ambiente 1 e também do volume do ambiente 3 ser menor do que dos ambientes 4 e 5.

O modelo proposto por Ormerod (1973) apresentou os volumes médios estimados ao longo de todo o fuste semelhantes para os ambientes de produção 1, 2 e 4. Partindo da base (a 1% da altura total das árvores) há uma subestimativa do volume. O valor subestimado aumenta até 5% da altura relativa, quando passa a ser decrescente até a posição 15%. Nas posições 25 e 35% da altura total o modelo superestima os valores volumétricos. No entanto, a partir da posição 45% a tendência volta a ser de subestimativa, e o valor subestimado é crescente até 85% da altura total, quando ocorre uma leve queda no valor subestimado que se mantém até o topo da árvore.

Para os ambientes de produção 3 e 5, a tendência descrita acima se manteve, com ressalvas às posições 25 e 35%, onde não ocorreu superestimativa, mas apenas uma redução do valor subestimado que aproximou-se de zero, mas voltou a ser crescente e seguiu como descrito nos ambiente citados acima.

Para os ambientes 1, 2, e 4, o modelo proposto por Kozak et al. (1969) apresentou uma leve tendência de superestimativa do volume até 3% da altura total da árvore. Deste ponto em diante a tendência passa a ser de superestimativa com valores crescentes, alcançando o máximo na altura relativa de 35%, na qual

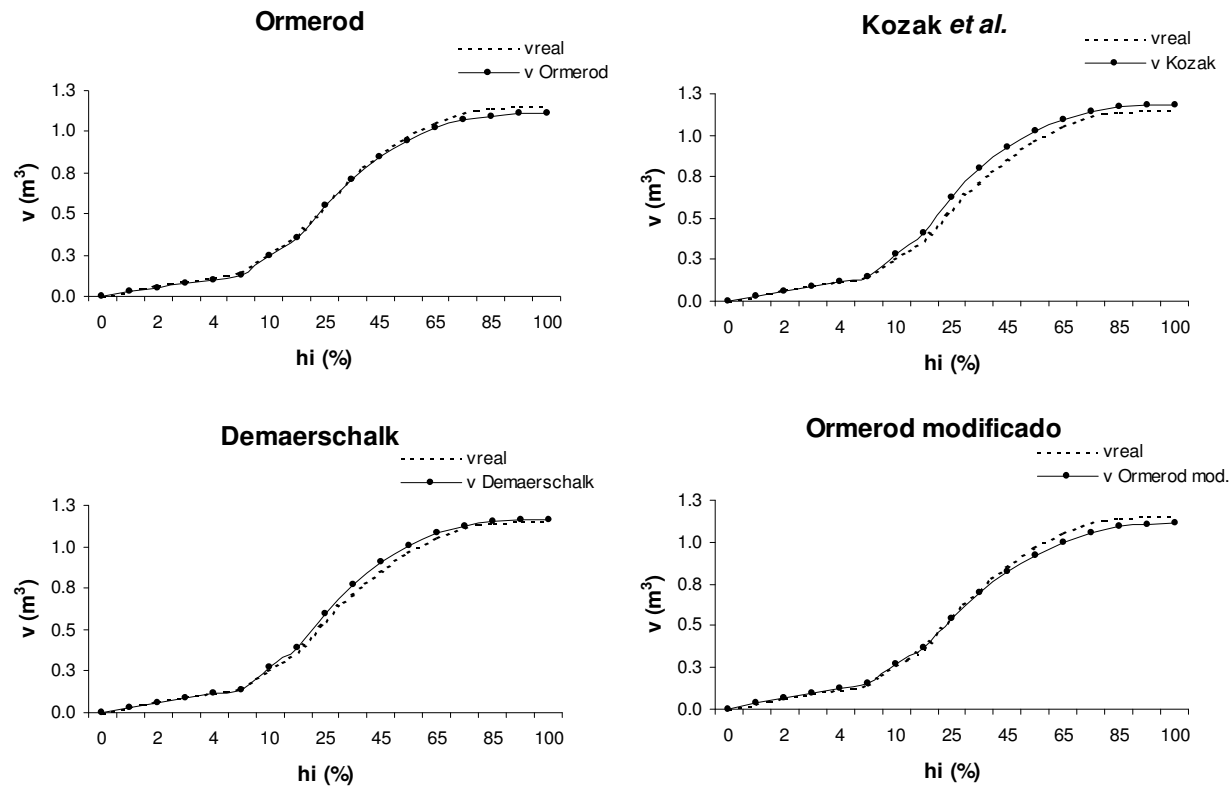


FIGURA 2.11 Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 1, região de Coqueiros, para os quatro modelos sigmoidais testados.

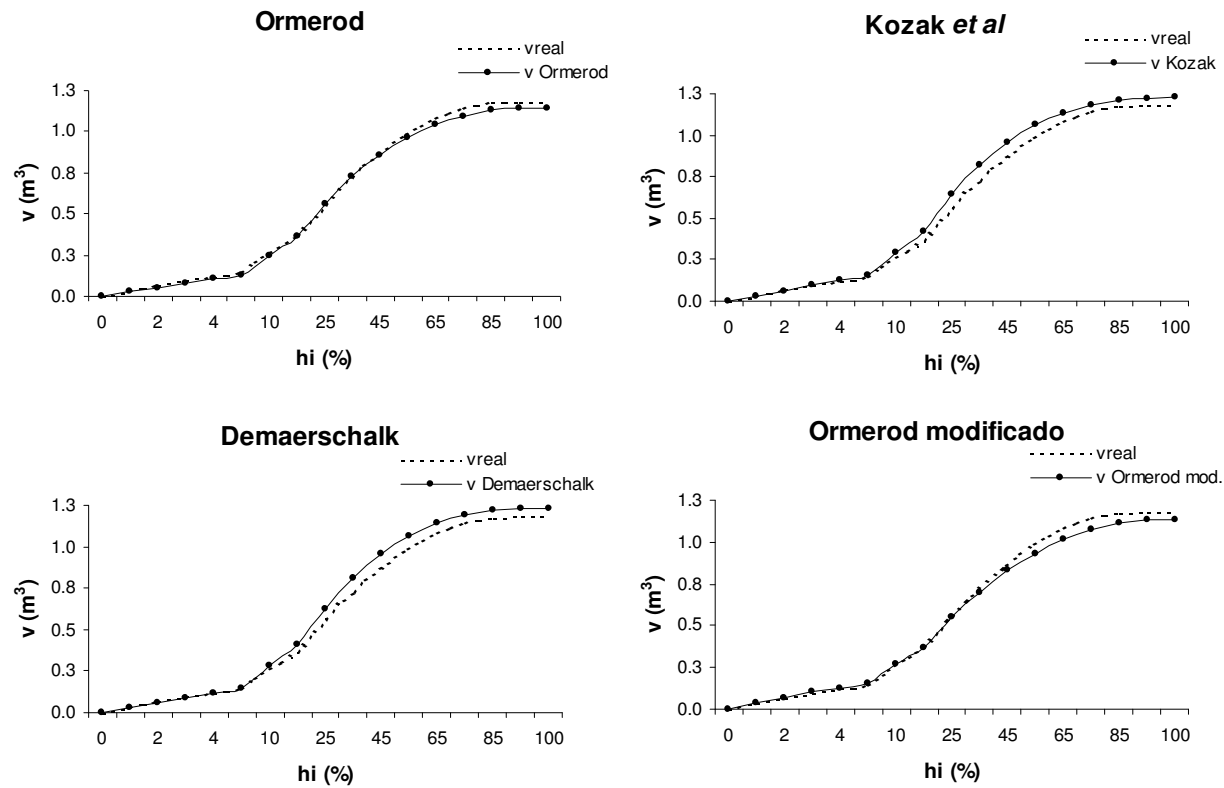


FIGURA 2.12 Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 2, região de Caetê, para os quatro modelos sigmoidais testados.

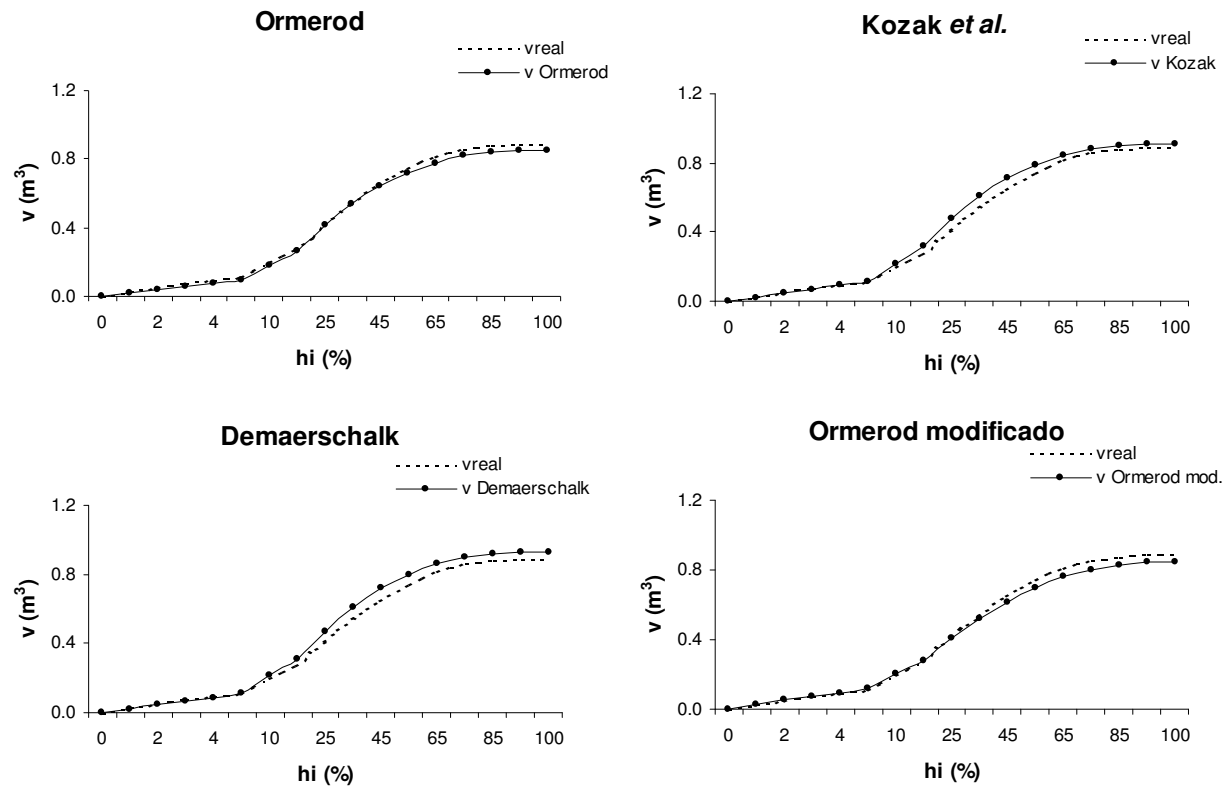


FIGURA 2.13 Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 3, região de Barra Mansa e São Nicolau, para os quatro modelos sigmoidais testados.

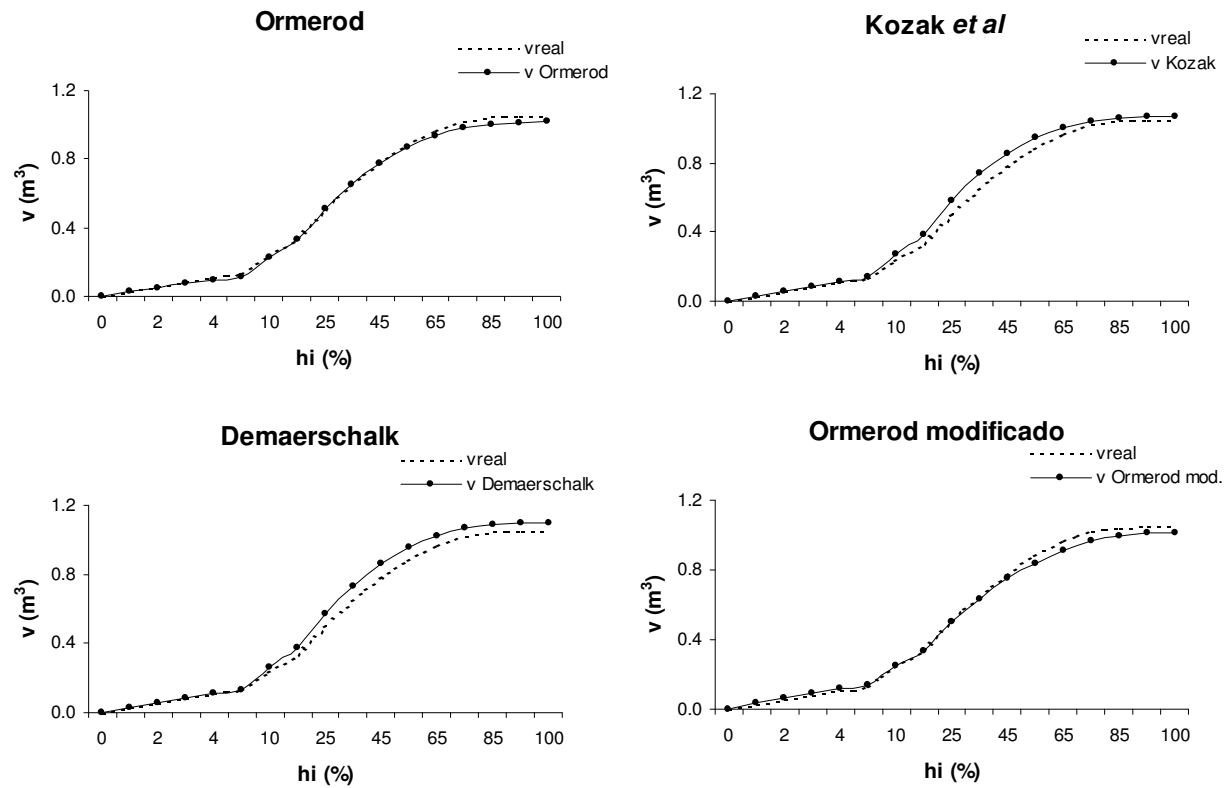


FIGURA 2.14 Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 4, região de São Nicolau, para os quatro modelos sigmoidais testados.

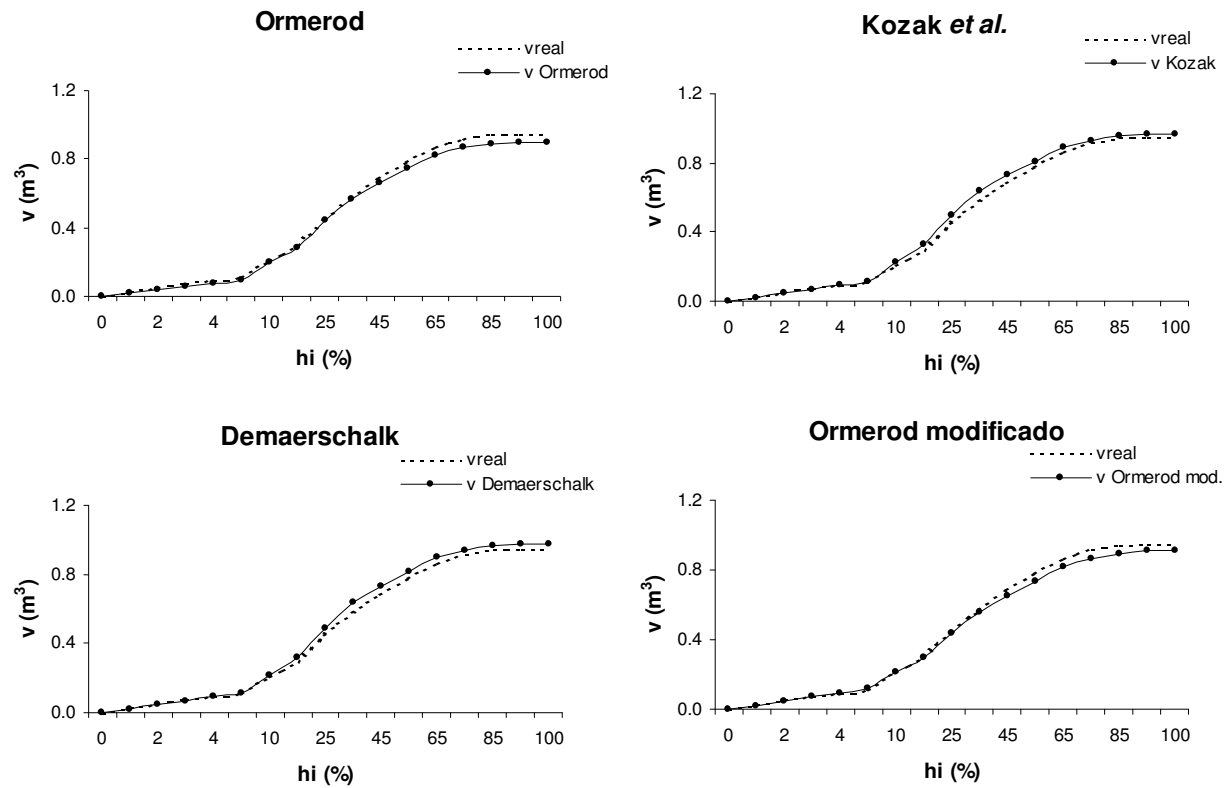


FIGURA 2.15 Volumes reais e estimados para o ambiente de produção 5, região de São Nicolau, para os quatro modelos sigmoidais testados.

volta a ser decrescente até o topo da árvore, embora persistindo a superestimativa. Nos ambientes 3 e 5 a tendência só se altera na base da árvore, onde a superestimativa se estende até a posição 5% da altura total.

O modelo de Demaerschalk (1972) apresentou comportamento idêntico para os 5 ambientes de produção estudados. Tal comportamento foi também semelhante aos apresentados pelo modelo de Kozak et al. (1969) para os ambientes 3 e 5. Assim, até 5% da altura total a tendência é de subestimativa ao longo de todo o fuste até o topo da árvores, com valores máximos na altura de 35%. Ainda em comparação com o modelo proposto por Kozak et al. (1969), Demaerschalk (1972) teve valores mais altos de subestimativa na base da árvore, valores inferiores na posição de máxima superestimativa (35%), no entanto o decréscimo que ocorre com o volume estimado pelo modelo de Kozak et al. (1969) é mais acentuado até a altura 100%, fazendo com que este estime melhor os volumes no ápice da árvore, bem como o volume total.

Finalmente, considerando o modelo proposto por Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), este foi o único que superestimou, sistematicamente, o volume na base da árvore até 15% da altura relativa. A partir deste ponto a tendência passou a ser de subestimativa até o topo da árvore, sendo o valor máximo encontrado na posição 75% da altura total. Este comportamento foi igual em todos os ambientes de produção.

5.4 Desempenho dos modelos sigmoidais na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste

A Tabela 2.9 compara os melhores modelos estimar diâmetros e volumes nas diferentes alturas relativas para os cinco ambientes de produção estudados.

TABELA 2.9 Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D) e volumes (V) para cada ambiente de produção, nas diferentes idades relativas.

Altura (%)	Ambientes de produção									
	1		2		3		4		5	
	D	V	D	V	D	V	D	V	D	V
1	M	K	M	K	M	K	M	K	M	K
2	M	K	M	K	M	K	M	K	M	M
3	D	K	D	K	D	K	M	K	D	M
4	M	K	M	D	M	K	M	D	M	M
5	O,M	D	M	D	M	D	O,M	D	M	K, M
10	O	O, M	O	M	O	M	O,M	O	O,M	D
15	M	O	M	O, M	O	M	M	O	O,M	O
25	M	O, M	M	M	O,M	O	M	M	M	O
35	O	O	O	O	O	O	O	M	O,M	O
45	K	O	K	O	O	O	K, D	O	K	O
55	D	O	D	O	D	O	O	O	D	K
65	D	D	D	O	D	O	O	O	D	K
75	M	D	M	O, K	M	K	M	O	M	K
85	D	D	O	K	O,M	K	O	K	O	K
95	D	D	D	K	K,D	K	D	K	D	K
100	D	D	D	O, M	K	O	D	O, K	D	K

Posições nas quais os melhores modelos para estimativa de diâmetro também foram os melhores para estimar o volume correspondente à cada altura relativa.

Nota-se que existiram poucas coincidências, em destaque na Tabela 2.9, entre o melhor modelo para estimar diâmetro e o melhor para estimar volume. O modelo proposto por Kozak et al. (1969) foi o de pior acurácia na estimativa de diâmetros, no entanto na estimativa de volumes apresentou ótimo desempenho, principalmente na base da árvore.

Para o ambiente de produção 1, o modelo de Demaerschalk (1972) mostrou-se eficiente para estimar diâmetros e volumes, mas apenas nas partes superiores das árvores. Notou-se também algumas coincidências envolvendo o

modelo de Ormerod (1973) nas seções intermediárias para todos os ambientes de produção.

Assim, pode-se afirmar que o melhor modelo, para estimar diâmetros, não foi o melhor na estimativa de volumes.

Uma justificativa para tal fato é que, no cálculo do volume real, durante a cubagem rigorosa, utilizou-se a fórmula de Smalian. Esta fórmula foi obtida, via cálculo, pela integração de um sólido de revolução de forma parabólica. Assim, o volume total ou parcial da árvore é encontrado pela soma das várias seções que a compõem, cuja forma é assumida ser de um parabolóide. Por outro lado, quando se encontra o volume pela integração de uma função de afilamento qualquer, é esperado que o volume seja diferente, pois outra metodologia de cálculo é utilizada, uma vez que o sólido de revolução, agora, possui forma determinada pela função de afilamento.

Outra possível explicação seria o fato do volume estimado ser comparado com o real sempre na sua forma acumulada. Deste modo, um modelo que não apresente boa acurácia nas seções inferiores da árvore, onde os volumes são maiores, pode ser de ótima acurácia nas demais seções. No entanto, como o modelo traz erros acumulados, sua acurácia pode não ser visualizada devido aos erros anteriores.

Com o objetivo de analisar a influência dos fatos acima, foi estimado o diâmetro exatamente nas mesmas alturas onde as árvores foram cubadas e, posteriormente, calculado o volume pela fórmula de Smalian. Também, para o cálculo das estatísticas descritas na seção 4.4 deste capítulo, foi utilizado o volume apenas de uma seção e não mais o volume acumulado de todas as seções. O ambiente de produção escolhido para o teste foi o de 2, região de Caetê.

A Tabela 2.10, a seguir apresenta os resultados do ranking para os modelos que obtiveram a primeira posição, em cada altura relativa, na estimativa

dos diâmetros (D), na estimativa dos volumes (V1) usando a integral de cada modelo, da mesma forma que apresentado na Tabela 2.9, e também o volume (V2), não acumulado, calculado para cada seção individual, pela fórmula de Smalian. Os diâmetros que permitiram o cálculo do volume foram obtidos, para cada altura relativa, através das funções de afilamento de cada modelo. Os valores destacados apresentam as vezes em que o melhor modelo para estimativa de diâmetros foi também o melhor para estimativas dos volumes.

TABELA 2.10 Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D); volumes acumulados provenientes da integral das funções de afilamento (V1) e volume não acumulado proveniente da fórmula de Smalian (V2) nas diferentes idades relativas.

Altura (%)	D	V1	V2
1	M	K	M
2	M	K	K
3	D	K	D
4	M	D	M
5	M	D	O,M
10	O	M	O,M
15	M	O, M	M
25	M	M	O
35	O	O	O
45	K	O	D
55	D	O	D
65	D	O	D
75	M	O, K	M
85	O	K	O,D
95	D	K	D
100	D	O, M	D
		19%	81%

Posições nas quais os melhores modelos para estimativa de diâmetro também foram os melhores para estimar o volume correspondente à cada altura relativa.

V1= Volume acumulado calculado pela integral de cada modelo.

V2= Volume não acumulado calculado pela fórmula de Smalian.

Observando os modelos que ocuparam o primeiro lugar nas estimativas de diâmetros (D), volumes pela integral (V1) e volumes por Smalian (V2), fica claro que as hipóteses citadas explicam a razão pela qual o melhor modelo para estimativa de diâmetros nem sempre é também o melhor para estimativas dos volumes. A comparação entre os melhores modelos para estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste envolvendo o volume calculado pela integração da função de afilamento (V1), coincidiu em apenas três posições. Já quando o volume foi calculado pela fórmula de Smalian, utilizando as respectivas funções de afilamento para a determinação dos diâmetros a diversas alturas, e sendo o mesmo comparado de forma não acumulada, as coincidências foram de 81%, ou seja, houve igualdade em 13 das 16 alturas relativas estudadas. Além disso, observando a Tabela 1C, que gerou o ranking para V2, observa-se que nas posições em que os melhores modelos não coincidiram, 2, 25 e 45% da altura total das árvores, as notas entre os modelos que foram os melhores para estimativa de diâmetros e os melhores para estimativas de volumes foram muitos semelhantes e assim, os dois modelos tiveram boa acurácia.

5.5 Teste de Identidade de Modelos

Nas tabelas 2.11, 2.12, 2.13 e 2.14 encontram-se os resultados do teste de identidade de modelos. As combinações representam as possibilidades de agrupamento dos diferentes ambientes de produção e conseqüentemente o ajuste de um único modelo para o grupo de dados. As tabelas também apresentam as soma dos quadrados dos resíduos provenientes da análise de variância da regressão que possibilitou o ajuste dos modelos. Sempre que o valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{calculado}^2)$ for maior que 0,95, considera-se o teste significativo (S), ou seja, o total da soma de quadrados dos resíduos para cada um dos ambientes de produção (Modelo completo) difere estatisticamente da soma do quadrados dos

resíduos para o modelo ajustado para o conjunto total dos dados dos ambientes de produção (Modelo reduzido), considerando o valor de $\alpha=0,05$. Da mesma maneira, quando o valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)$ for menor do que 0,95 o valor do teste é não significativo (NS), ou seja, não existe diferença entre o modelo completo e o modelo reduzido.

Na a Tabela 2.11, testando o modelo de Ormerod, nota-se a impossibilidade de agrupar todos os ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5, pois o valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)=0,9595$. Assim, dois grupos passam a ser necessários e a opção foi selecionar os grupos com os menores valores de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)$. O menor valor encontrado foi de 0,0922 para a combinação dos ambientes 1 e 4.

TABELA 2.11 Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Ormerod (1973).

Combinações	SQ residuais		$\chi_{\text{calculado}}^2$	Valor-p $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)$	Teste
	Modelo completo	Modelo reduzido			
1, 2, 3, 4 e 5	45896,68	46009,68	9,99	0,9595	S
1, 2, 3 e 4	41176,04	41271,50	8,16	0,9573	S
1, 2, 3 e 5	34036,14	34110,15	6,80	0,9213	NS
1, 2, 4 e 5	37461,52	37546,65	7,47	0,9417	NS
1, 3, 4 e 5	35864,32	35955,84	8,24	0,9586	S
2, 3, 4 e 5	35048,69	35124,59	6,66	0,9164	NS
1, 2 e 3	29315,50	29381,01	5,78	0,9445	NS
1, 2 e 4	32740,89	32799,23	4,90	0,9138	NS
1, 3 e 4	31143,68	31207,38	5,50	0,9361	NS
2, 3 e 4	30328,05	30395,83	5,67	0,9413	NS
1, 2 e 5	25600,98	25659,71	5,40	0,9328	NS
1, 3 e 5	24003,78	24069,03	6,23	0,9557	S

...continua...

TABELA 2.11, Cont.

2, 3 e 5	23188,15	23189,21	0,10	0,0480	NS
1, 4 e 5	27429,16	27478,06	4,38	0,8880	NS
2, 4 e 5	26613,53	26674,67	5,29	0,9290	NS
1 e 2	25016,33	25083,96	6,06	0,9862	S
1 e 3	26613,53	26674,67	5,29	0,9786	S
2 e 3	18467,51	18468,56	0,09	0,2368	NS
1 e 4	22708,53	22708,69	0,01	0,0922	NS
2 e 4	21892,90	21938,66	3,69	0,9453	NS
3 e 4	20295,69	20348,00	4,39	0,9639	S
1 e 5	15568,62	15607,48	3,80	0,9487	NS
2 e 5	14752,99	14753,29	0,03	0,1309	NS
3 e 5	13155,79	13155,95	0,02	0,1011	NS
4 e 5	16581,17	16622,55	3,67	0,9446	NS

Para os ambientes restantes, 2, 3 e 5, o valor do teste também foi não significativo, com valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2) = 0,0480$. Assim para o modelo proposto por Ormerod (1973) seria ideal agrupar os ambientes 1 e 4 e ajustar apenas um modelo para os dois e, também, agrupar os ambientes 2, 3 e 5 e ajustar apenas um modelo para os três ambientes.

Para o modelo de Kozak et al. (1969), o teste de identidade de modelos, apresentado na Tabela 2.12, também aponta para a impossibilidade de ajustar um único modelo para os cinco ambientes de produção. Assim, o menor valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)$ encontrado foi de 0,2648 para os ambientes de produção 1 e 4. Para os demais ambientes; 2, 3 e 5, o teste também foi não significativo, com valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2) = 0,7137$. Desta forma, como para o modelo de Ormerod (1973) pode-se formar dois grupos, um com os ambientes 1 e 4 e outro com os ambientes 2, 3 e 5.

TABELA 2.12 Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Kozak et al. (1969).

Combinações	SQ residuais		$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p $P(\chi^2_v > \chi^2_{\text{calculado}})$	Teste
	Modelo completo	Modelo reduzido			
1, 2, 3, 4 e 5	38178,27	38406,40	24,21	0,9810	S
1, 2, 3 e 4	34260,82	34395,10	13,79	0,8701	NS
1, 2, 3 e 5	28198,29	28376,50	19,71	0,9802	S
1, 2, 4 e 5	31359,44	31531,80	18,04	0,9653	S
1, 3, 4 e 5	29781,04	29995,60	23,19	0,9942	S
2, 3, 4 e 5	29113,49	29273,10	16,82	0,9485	NS
1, 2 e 3	24280,84	24386,70	11,27	0,9197	NS
1, 2 e 4	27441,99	27508,20	6,63	0,6442	NS
1, 3 e 4	25863,59	25966,90	10,73	0,9031	NS
2, 3 e 4	25196,04	25280,80	8,53	0,7982	NS
1, 2 e 5	21379,46	21505,60	13,86	0,9688	S
1, 3 e 5	19801,06	19976,00	20,19	0,9974	S
2, 3 e 5	19133,51	19199,60	7,38	0,7137	NS
1, 4 e 5	22962,21	23112,20	16,01	0,9863	S
2, 4 e 5	22294,66	22419,50	12,87	0,9550	S
3, 4 e 5	20716,26	20867,00	16,27	0,9877	S
1 e 2	17462,01	17505,90	4,56	0,3995	NS
1 e 3	15883,61	15973,50	9,92	0,9808	S
2 e 3	15216,06	15239,50	2,47	0,5194	NS
1 e 4	19044,76	19057,40	1,27	0,2648	NS
2 e 4	18377,21	18421,10	4,21	0,7611	NS
3 e 4	16798,81	16857,90	5,99	0,8881	NS
1 e 5	12982,23	13097,30	13,44	0,9962	S
2 e 5	12314,68	12345,80	3,46	0,6740	NS
3 e 5	10736,28	10784,30	5,84	0,8807	NS
4 e 5	13897,43	14013,20	12,21	0,9933	S

Nota-se também na Tabela 2.12 que para os ambientes de produção 1 e 5 o valor do teste de identidade foi altamente significativo, $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2) = 0,9962$, e em nenhuma das combinações onde os dois ambientes estavam presentes o valor do teste foi não significativo.

A Tabela 2.13 apresenta o resultado do teste de identidade para o modelo de Demaerschalk (1972), ajustado para os diferentes ambientes de produção. Como observado anteriormente, para este modelo também há a impossibilidade de agrupar os cinco ambientes de produção em um mesmo grupo. Assim, o valor mais baixo de $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)$ encontrado foi de 0,4048 para os ambientes 2, 3 e 5. Para os ambientes restantes, 1 e 4, o teste também foi não significativo com $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2) = 0,8041$. Desta forma, assim como para os modelos de Ormerod (1973) e Kozak et al. (1969), o agrupamento dos ambientes de produção 2, 3 e 5 e também dos ambientes 1 e 4, com ajuste de um modelo para cada um dos dois grupos formados, traria resultados estatisticamente idênticos ao ajuste efetuado para cada modelo individualmente.

TABELA 2.13 Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Demaerschalk (1972).

Combinações	SQ residuais		$\chi_{\text{calculado}}^2$	Valor-p $P(\chi_v^2 > \chi_{\text{calculado}}^2)$	Teste
	Modelo completo	Modelo reduzido			
1, 2, 3, 4 e 5	35230,75	35487,20	29,47	0,9791	S
1, 2, 3 e 4	31686,52	31893,90	23,00	0,9723	S
1, 2, 3 e 5	25892,09	26053,00	19,38	0,9204	NS
1, 2, 4 e 5	28920,40	29144,30	25,38	0,9869	S
1, 3, 4 e 5	27630,67	27821,10	22,18	0,9645	S
2, 3, 4 e 5	26793,32	26967,40	19,93	0,9316	NS

...continua...

TABELA 2.13, Cont.

1, 2 e 3	22347,86	22457,80	12,71	0,8780	NS
1, 2 e 4	25376,17	25542,80	18,02	0,9790	S
1, 3 e 4	24086,44	24217,30	14,59	0,9324	NS
2, 3 e 4	23249,09	23383,80	14,67	0,9342	NS
1, 2 e 5	19581,74	19720,20	16,60	0,9655	S
1, 3 e 5	18292,01	18413,80	15,22	0,9452	NS
2, 3 e 5	17454,66	17507,40	6,46	0,4048	NS
1, 4 e 5	21320,32	21454,60	15,43	0,9488	NS
2, 4 e 5	20482,97	20638,40	9,87	0,7259	NS
3, 4 e 5	19193,24	19311,60	13,80	0,9129	NS
1 e 2	16037,51	16110,90	8,30	0,5957	NS
1 e 3	14747,78	14813,00	7,75	0,8991	NS
2 e 3	13910,43	13935,00	2,83	0,4137	NS
1 e 4	17776,09	17832,10	6,04	0,8041	NS
2 e 4	16938,74	17052,40	11,82	0,9813	S
3 e 4	15649,01	15714,80	7,16	0,8724	NS
1 e 5	11981,66	12065,30	10,60	0,9686	S
2 e 5	11144,31	11183,30	4,78	0,6903	NS
3 e 5	9854,58	9879,76	3,34	0,4978	NS
4 e 5	12882,89	12956,50	8,39	0,9218	NS

Para o modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), o teste de identidade, Tabela 2.14, apresentou valores altamente significativos, tendendo a um, para todas as combinações possíveis analisadas, exceto para a combinação do ambiente 2 com o 3. Assim, quando da utilização deste modelo deve-se ajustar um modelo para cada um dos seguintes ambientes de produção: 1, 4 e 5; e outro modelo deve ser ajustado para o conjunto 2 e 3, que apresentou valor de $P(\chi_v^2 > \chi_{calculado}^2) = 0,9000$, o único não significativo. Tal fato se explica pela alta acurácia apresentada por este modelo na estimativa de diâmetros ao longo do fuste.

TABELA 2.14 Resultado do teste de identidade de modelos não lineares pelo método da razão de máxima verossimilhança, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o desenvolvido por Ormerod e modificado por Guimarães & Leite (1992).

Combinações	SQ residuais		$\chi^2_{\text{calculado}}$	Valor-p $P(\chi^2_v > \chi^2_{\text{calculado}})$	Teste
	Modelo completo	Modelo reduzido			
1, 2, 3, 4 e 5	17702,36	18082,70	86,39	1,0000	S
1, 2, 3 e 4	15341,00	15511,90	39,06	1,0000	S
1, 2, 3 e 5	13405,10	13687,70	65,28	1,0000	S
1, 2, 4 e 5	14694,54	14991,60	65,89	1,0000	S
1, 3, 4 e 5	13936,59	14298,80	82,90	1,0000	S
2, 3, 4 e 5	13432,21	13759,10	74,01	1,0000	S
1, 2 e 3	11043,74	11162,50	27,71	1,0000	S
1, 2 e 4	12333,18	12439,80	23,71	0,9999	S
1, 3 e 4	11575,23	11720,90	33,68	1,0000	S
2, 3 e 4	11070,85	11154,40	19,10	0,9992	S
1, 2 e 5	10397,28	10572,90	39,48	1,0000	S
1, 3 e 5	9639,33	9899,64	61,18	1,0000	S
2, 3 e 5	9134,95	9347,34	49,25	1,0000	S
1, 4 e 5	10928,77	11185,40	57,07	1,0000	S
2, 4 e 5	10424,39	10693,70	58,82	1,0000	S
3, 4 e 5	9666,44	9988,35	73,54	1,0000	S
1 e 2	8035,92	8084,72	11,01	0,9736	S
1 e 3	7277,97	7385,77	25,85	1,0000	S
2 e 3	6773,59	6793,05	4,60	0,9000	NS
1 e 4	8567,41	8626,54	13,21	0,9986	S
2 e 4	8063,03	8114,48	11,25	0,9964	S
3 e 4	7305,08	7357,64	12,24	0,9978	S
1 e 5	6631,51	6735,17	23,64	1,0000	S
2 e 5	6127,13	6249,75	27,17	1,0000	S
3 e 5	5369,18	5566,58	47,30	1,0000	S
4 e 5	6658,62	6906,26	53,79	1,0000	S

Desta forma, pode-se afirmar que, quanto melhor o modelo se ajustar aos dados, mais rigoroso se torna o teste de identidade, ou seja, para considerar que um ambiente de produção é igual a outro eles devem apresentar grande semelhança.

6 CONCLUSÕES

⇒ Todos os modelos estudados apresentaram estimativas tendenciosas, ora superestimando, ora subestimando os diâmetros ao longo do fuste das árvores, apresentando, assim, apenas alguns pontos de boa acurácia.

⇒ Os modelos de Ormerod (1973) e Demaerschalk (1972) foram os melhores para estimar diâmetro a partir da posição 25% da altura total, sendo que Demaerschalk (1972) foi superior no topo da árvore. Este comportamento se repetiu para todos os ambientes de produção estudados.

⇒ O modelo de Kozak et al. (1969) não apresentou boa acurácia na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, independente do ambiente de produção onde foi aplicado.

⇒ O modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992) foi o que melhor representou a base da árvore até 15% da altura total para todos os ambientes de produção, entretanto apresentou as mais tendenciosas estimativas para o topo da árvore.

⇒ Para as estimativas de volumes o modelo proposto por Ormerod (1973) subestimou o volume em todo o fuste, mesmo assim foi superior aos demais nas estimativas entre 10 e 65% da altura total da árvore.

⇒ O modelo de Demaerschalk (1972) subestimou os volumes até 10% da altura total, passando depois a superestimá-los. Para todos os ambientes de produção este modelo foi melhor que os demais nas posições 4 e 5% da altura total. Para o ambiente de produção 1 este foi o melhor modelo nas estimativas volumétricas no ápice da árvore, entre 65 a 100% da altura total.

⇒ O modelo de Kozak et al. (1969), para estimativas de volumes, mostrou-se o melhor modelo para as posições basais, até 4% da altura total e também para o topo da árvore, a partir da posição 75% da altura total, para todos os ambientes de produção, exceto para o 1.

⇒ O modelo de Ormerod modificado por Guimarães & Leite (1992), não apresentou boa acurácia na estimativa de volumes ao longo do perfil do fuste.

⇒ O melhor modelo para estimativa de diâmetro não foi o melhor para estimar volumes. Isto se deve ao fato do volume real ser calculado pela fórmula de Smalian, forma parabólica, enquanto o volume estimado é obtido pela integral da função de afilamento; e também pelo fato de se comparar o volume sempre na forma acumulada, sentido base topo, e nunca na forma pontual como o diâmetro.

⇒ Pelo teste de identidade de modelos notou-se a possibilidade de formar dois grupos semelhantes, um envolvendo os ambientes 1, 3 e 5 e outro grupo com os ambientes 1 e 4, para os modelos de Ormerod (1973), Demaerschalk (1972) e Kozak et al. (1969).

⇒ Para o modelo de Ormerod, modificado por Guimarães & Leite (1992), a única combinação possível foi entre os ambiente 2 e 3.

⇒ Quanto melhor o modelo se ajustar aos dados, mais rigoroso se torna o teste de identidade de modelos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, V. C. L. de; LEITE, H. G. Uso da geometria analítica para quantificar multiprodutos de árvores individuais. **Folha Florestal**, Viçosa, p. 5-6, 1997. Edição Especial: Colheita e Transporte Florestal.

ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 189 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

CABACINHA, C. D. **Um método para a realização do inventário florestal suprimindo a cubagem rigorosa**. 2003. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

CAMPOS, J. C. C.; RIBEIRO, J. C. Avaliação de dois modelos de *taper* em árvores de *Pinus patula*. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 6, n. 2, p. 140-149, jul./dez. 1982.

CHICHORRO, J. F. **Análise estrutural e econômica de multiprodutos da madeira em florestas naturais**. 2000. 241 p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG..

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGAL, B. E. **Stem profile equations for Southern tree species**. USDA – Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113 p. (Research Paper, SE 282).

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 18, n. 3, p. 241-245, Sept. 1972.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, n. 1/2, p. 36-46, June 1996.

FISCHER, F. **Eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda***. 1997. 167 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

GOLFARI, L.; CASER, R. L.; MOURA, V. P. G. **Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamento no Brasil: 2ª aproximação**. Belo Horizonte:

Centro de Pesquisas Florestais da Região do Cerrado, 1978. 66 p. (Série Técnica, 11).

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 16, n. 2, p. 170-180, maio/ago. 1992.

HEAL, K. M. **Maple V: learning guide**. New York: Springer, 1996. n. 273.

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **Cartas climáticas do Estado do Paraná**. Londrina, 1994. 49 p. (Documentos, 18).

KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forest Chronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278-283, Aug. 1969.

LIMA, F. S. **Análise de funções de “Taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 79 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

OMEROD, D. W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 49, n. 3, p. 136-138, June 1973

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n. 3, p. 250-259, Mar. 1987.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA - SEAGRO, 10.; REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA - RBRAS, 48., 2003, Lavras. **Anais...** Lavras, 2003. p. 33-39.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de Equações de Afilamento para Representar o Perfil do Fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

SILVA, G. F. **Uso de métodos estatísticos para comparar alternativas de estimação do volume comercial**. 1996. 87 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

ANEXOS

ANEXO A

TABELA 1A	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	096
TABELA 2A	Estatísticas dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	097
TABELA 3A	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros, ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	098
TABELA 4A	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	099

Anexos (...Continua...)

TABELA 1A Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Ormerod (1973)	RP	23,646	12,440	7,056	4,081	1,794	-0,279	-3,333	-3,871	-0,724	2,627	5,249	8,052	8,018	3,885	-16,636	-51,661
	DESV	10,489	4,754	2,526	1,389	0,535	-0,146	-1,067	-1,212	-0,180	0,709	1,340	1,854	1,577	0,716	-1,245	-1,515
	SSRR	2,852	0,835	0,300	0,108	0,043	0,018	0,119	0,140	0,113	0,187	0,369	0,653	0,869	1,006	4,214	20,925
	DP	3,671	2,120	1,499	0,942	0,773	0,596	1,325	1,317	1,426	1,458	1,700	1,923	2,090	1,950	1,883	1,123
Kozak et al (1969)	RP	16,302	4,200	-1,493	-4,538	-6,826	-8,867	-11,078	-10,538	-4,971	0,698	5,502	10,318	12,133	9,614	-9,864	-55,247
	DESV	7,169	1,526	-0,610	-1,655	-2,417	-3,008	-3,489	-3,213	-1,403	0,170	1,371	2,320	2,311	1,502	-0,699	-1,628
	SSRR	1,442	0,185	0,083	0,137	0,268	0,411	0,680	0,626	0,243	0,164	0,380	0,838	1,223	1,266	3,016	23,304
	DP	3,084	1,890	1,510	1,214	1,394	1,348	1,862	1,825	1,595	1,510	1,695	1,917	2,068	1,922	1,802	1,162
Demaerschalk (1972)	RP	17,619	5,585	-0,155	-3,288	-5,670	-7,823	-10,677	-10,805	-6,524	-1,948	1,952	6,195	7,837	5,964	-9,964	-32,239
	DESV	7,951	2,258	0,072	-1,022	-1,833	-2,471	-3,181	-3,117	-1,671	-0,377	0,647	1,535	1,608	1,055	-0,674	-0,919
	SSRR	1,643	0,239	0,067	0,089	0,190	0,323	0,627	0,638	0,341	0,195	0,282	0,539	0,826	1,013	2,822	10,608
	DP	3,478	2,018	1,449	0,939	0,894	0,755	1,399	1,402	1,418	1,434	1,676	1,910	2,048	1,908	1,723	0,950
Ormerod Modificado (1992)	RP	5,550	-1,402	-2,321	-1,560	-0,901	-0,688	1,816	2,486	4,920	6,829	7,826	8,750	6,406	-1,126	-29,118	-87,292
	DESV	2,415	-0,519	-0,753	-0,448	-0,252	-0,163	0,573	0,678	1,392	1,807	1,957	2,002	1,278	0,009	-2,274	-2,600
	SSRR	0,324	0,107	0,092	0,045	0,029	0,022	0,075	0,087	0,217	0,369	0,521	0,705	0,774	1,035	7,657	49,332
	DP	2,851	1,881	1,396	0,930	0,760	0,630	1,223	1,099	1,404	1,460	1,714	1,925	2,091	1,975	2,064	1,395
Ormerod (1973)		16	16	15	12	8	4	8	8	6	10	9	9	11	8	12	8
Kozak et al (1969)		8	8	10	16	16	16	16	14	13	7	11	14	14	14	7	12
Demaerschalk (1972)		12	12	5	8	12	12	12	14	14	8	4	4	8	9	5	4
Ormerod Modif. (1992)		4	4	10	4	4	8	4	4	7	15	16	13	7	9	16	16

TABELA 2A Estatísticas dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Ormerod (1973)	RP	25,278	11,905	7,349	4,236	2,007	-0,394	-2,561	-3,224	-1,345	1,384	4,717	8,221	9,056	5,161	-10,105	-42,302
	DESV	10,486	4,199	2,412	1,407	0,594	-0,142	-0,755	-0,895	-0,237	0,427	1,134	1,680	1,509	0,657	-0,755	-1,251
	SSRR	2,912	0,695	0,284	0,135	0,042	0,033	0,072	0,123	0,128	0,164	0,268	0,507	0,751	1,126	3,565	11,315
	DP	3,663	2,085	1,261	1,436	0,713	0,867	1,020	1,211	1,276	1,441	1,321	1,302	1,521	1,998	2,183	0,985
Kozak et al (1969)	RP	19,486	5,066	0,183	-3,144	-5,516	-8,065	-10,153	-10,510	-7,448	-3,022	2,527	8,783	13,012	13,892	6,331	-19,629
	DESV	8,105	1,833	0,060	-0,921	-1,708	-2,417	-2,884	-2,849	-1,775	-0,612	0,650	1,782	2,170	1,780	0,554	-0,578
	SSRR	1,786	0,182	0,043	0,107	0,169	0,339	0,523	0,597	0,389	0,210	0,199	0,544	1,119	1,717	2,441	4,412
	DP	3,171	1,668	1,082	1,346	0,920	1,196	1,391	1,555	1,331	1,431	1,279	1,293	1,485	1,852	1,902	0,830
Demaerschalk (1972)	RP	19,180	4,758	-0,067	-3,351	-5,668	-8,165	-10,034	-10,252	-7,206	-3,163	1,611	6,712	9,353	7,964	-2,647	-21,752
	DESV	8,045	1,795	0,044	-0,919	-1,690	-2,384	-2,790	-2,723	-1,658	-0,595	0,497	1,412	1,580	1,031	-0,158	-0,639
	SSRR	1,737	0,172	0,042	0,117	0,175	0,343	0,506	0,565	0,377	0,220	0,193	0,409	0,756	1,189	2,626	4,713
	DP	3,307	1,787	1,100	1,338	0,801	1,052	1,225	1,393	1,286	1,425	1,297	1,290	1,488	1,904	2,010	0,821
Ormerod Modificado (1992)	RP	6,135	-3,269	-2,965	-2,066	-1,127	-1,002	2,843	3,525	4,713	5,893	7,417	8,849	7,206	-0,398	-23,132	-79,399
	DESV	2,653	-1,004	-0,928	-0,538	-0,329	-0,292	0,769	0,912	1,278	1,481	1,719	1,804	1,196	-0,061	-1,795	-2,353
	SSRR	0,324	0,126	0,085	0,083	0,028	0,034	0,075	0,123	0,208	0,301	0,410	0,554	0,628	1,133	6,254	32,192
	DP	2,493	1,496	1,118	1,371	0,719	0,861	0,960	1,090	1,366	1,503	1,371	1,309	1,542	2,117	2,421	1,261
Ormerod (1973)		16	16	16	16	7	5	5	6	4	6	12	9	9	8	12	12
Kozak et al (1969)		11	11	7	9	14	14	16	16	15	9	7	11	13	13	6	5
Demaerschalk (1972)		9	9	5	9	14	14	12	12	11	9	5	4	11	11	6	7
Ormerod Modif. (1992)		4	4	12	6	5	7	7	6	10	16	16	16	7	8	16	16

TABELA 3A Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Ormerod (1973)	RP	23,748	11,659	7,096	3,583	1,513	-0,765	-3,358	-4,613	-1,883	0,899	3,912	6,130	7,428	1,213	-20,778	-50,789
	DESV	10,836	4,416	2,475	1,195	0,434	-0,305	-1,023	-1,314	-0,430	0,365	1,148	1,570	1,629	0,486	-1,088	-1,246
	SSRR	3,298	0,839	0,344	0,109	0,045	0,065	0,145	0,236	0,152	0,148	0,319	0,603	0,991	1,976	12,441	32,228
	DP	4,858	1,929	1,241	0,871	0,657	0,999	1,200	1,268	1,274	1,260	1,571	1,961	1,904	2,325	2,366	1,106
Kozak et al. (1969)	RP	16,487	3,423	-1,352	-4,950	-6,971	-9,212	-10,772	-10,831	-5,334	0,188	5,909	10,810	14,782	11,747	-5,897	-40,525
	DESV	7,601	1,280	-0,562	-1,743	-2,406	-3,049	-3,293	-3,129	-1,399	0,145	1,563	2,482	2,861	1,805	-0,018	-0,972
	SSRR	1,729	0,201	0,124	0,209	0,336	0,576	0,759	0,801	0,302	0,139	0,397	0,958	1,701	2,265	7,882	24,947
	DP	4,172	1,685	1,418	1,223	1,339	1,663	1,704	1,673	1,381	1,237	1,572	2,019	1,964	2,267	2,222	1,058
Demaerschalk (1972)	RP	16,487	3,423	-1,352	-4,950	-6,971	-9,212	-10,772	-10,831	-5,334	0,188	5,909	10,810	14,782	11,747	-5,897	-40,525
	DESV	7,601	1,280	-0,562	-1,743	-2,406	-3,049	-3,293	-3,129	-1,399	0,145	1,563	2,482	2,861	1,805	-0,018	-0,972
	SSRR	1,729	0,201	0,124	0,209	0,336	0,576	0,759	0,801	0,302	0,139	0,397	0,958	1,701	2,265	7,882	24,947
	DP	4,172	1,685	1,418	1,223	1,339	1,663	1,704	1,673	1,381	1,237	1,572	2,019	1,964	2,267	2,222	1,058
Ormerod Modificado (1992)	RP	4,546	-3,250	-2,998	-2,645	-1,618	-1,490	1,755	1,886	3,978	5,241	6,435	6,553	5,255	-4,943	-35,763	-91,448
	DESV	2,433	-1,116	-1,012	-0,809	-0,488	-0,435	0,576	0,567	1,142	1,441	1,718	1,650	1,247	-0,307	-2,189	-2,352
	SSRR	0,420	0,168	0,109	0,073	0,040	0,057	0,088	0,119	0,206	0,282	0,447	0,621	0,855	2,340	19,738	75,142
	DP	3,571	1,500	1,111	0,830	0,649	0,894	1,119	1,150	1,314	1,355	1,640	1,960	1,858	2,357	2,529	1,355
Ormerod (1973)		16	16	14	8	6	6	8	8	4	12	4	5	8	7	12	12
Kozak et al. (1969)		12	12	11	16	16	16	16	16	16	8	12	16	16	13	8	8
Demaerschalk (1972)		12	12	11	16	16	16	16	16	16	8	12	16	16	13	8	8
Ormerod Modif. (1992)		4	4	8	4	6	6	4	4	8	16	16	7	4	11	16	16

TABELA 4A Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Ormerod (1973)	RP	20,000	10,578	6,570	3,883	2,270	0,507	-1,221	-2,241	-0,252	1,343	5,686	6,920	7,349	3,823	-20,255	-71,920
	DESV	8,314	4,078	2,306	1,285	0,724	0,092	-0,436	-0,688	-0,043	0,451	1,531	1,704	1,620	0,771	-1,489	-1,761
	SSRR	1,170	0,428	0,158	0,078	0,049	0,035	0,041	0,096	0,062	0,105	0,190	0,287	0,575	0,899	4,181	29,984
	DP	3,272	2,551	1,221	1,042	0,956	0,969	0,948	1,635	1,325	1,504	1,465	1,682	2,297	2,464	1,998	1,250
Kozak et al. (1969)	RP	13,524	3,443	-0,727	-3,462	-5,027	-6,750	-7,715	-7,894	-4,027	-0,648	5,377	8,040	9,573	6,530	-18,877	-88,713
	DESV	5,628	1,386	-0,310	-1,257	-1,743	-2,301	-2,471	-2,382	-1,116	-0,087	1,429	1,909	1,990	1,123	-1,392	-2,207
	SSRR	0,572	0,135	0,037	0,084	0,126	0,193	0,237	0,289	0,120	0,100	0,173	0,319	0,638	0,912	3,956	41,335
	DP	2,613	2,226	1,116	1,299	1,322	1,500	1,444	1,916	1,433	1,471	1,396	1,643	2,273	2,431	1,988	1,371
Demaerschalk (1972)	RP	14,623	4,658	0,448	-2,350	-4,003	-5,811	-7,301	-8,013	-5,123	-2,574	2,901	5,309	7,169	5,570	-14,478	-53,210
	DESV	6,153	1,915	0,179	-0,806	-1,331	-1,927	-2,277	-2,351	-1,355	-0,518	0,901	1,390	1,605	1,024	-1,032	-1,269
	SSRR	0,657	0,162	0,028	0,051	0,085	0,139	0,203	0,286	0,147	0,129	0,126	0,238	0,570	0,912	3,246	19,744
	DP	2,887	2,342	1,070	1,063	1,040	1,168	1,162	1,785	1,368	1,487	1,401	1,665	2,303	2,455	1,896	1,125
Ormerod Modificado (1992)	RP	5,341	-1,188	-1,945	-1,909	-1,234	-1,182	1,970	2,350	4,158	4,701	7,661	7,360	5,864	-0,462	-31,010	-105,02
	DESV	2,318	-0,261	-0,653	-0,633	-0,384	-0,398	0,585	0,680	1,173	1,303	1,992	1,792	1,350	0,179	-2,332	-2,631
	SSRR	0,150	0,110	0,040	0,040	0,034	0,030	0,041	0,090	0,110	0,161	0,264	0,302	0,522	0,928	6,435	54,048
	DP	2,173	2,196	1,072	0,998	0,902	0,872	0,835	1,566	1,345	1,553	1,531	1,686	2,277	2,486	2,170	1,467
Ormerod (1973)		16	16	16	13	8	6	6	7	4	9	12	9	12	8	12	8
Kozak et al. (1969)		8	8	9	14	16	16	16	15	11	4	7	13	13	11	8	12
Demaerschalk (1972)		12	12	4	9	12	12	12	13	15	11	5	5	10	11	4	4
Ormerod Modif. (1992)		4	4	11	4	4	6	6	5	10	16	16	13	5	10	16	16

ANEXO B

TABELA 1B	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	101
TABELA 2B	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	102
TABELA 3B	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	103
TABELA 4B	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	104
TABELA 5B	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	105

Anexos (...Continua...)

TABELA 1B Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	
Ormerod (1973)	RP	19,444	18,162	15,201	12,873	10,697	4,645	1,696	-0,110	0,206	1,090	2,166	3,068	3,556	3,588	3,448	3,409	
	DESV	0,007	0,013	0,015	0,016	0,016	0,011	0,004	-0,004	-0,002	0,008	0,022	0,036	0,044	0,045	0,043	0,042	
	SSRR	2,565	2,186	1,556	1,137	0,811	0,200	0,088	0,095	0,132	0,185	0,257	0,340	0,408	0,443	0,448	0,448	0,042
	DP	0,007	0,012	0,014	0,016	0,016	0,013	0,013	0,024	0,036	0,047	0,060	0,075	0,086	0,091	0,093	0,093	0,093
Kozak et al. (1969)	RP	5,851	4,516	1,222	-1,321	-3,672	-9,758	-12,193	-12,379	-10,291	-7,758	-5,260	-3,224	-1,939	-1,479	-1,517	-1,574	
	DESV	0,002	0,003	0,001	-0,002	-0,006	-0,029	-0,051	-0,078	-0,084	-0,077	-0,060	-0,042	-0,029	-0,025	-0,026	-0,027	
	SSRR	0,709	0,498	0,327	0,282	0,318	0,716	1,032	1,081	0,834	0,602	0,451	0,390	0,385	0,402	0,412	0,414	
	DP	0,005	0,008	0,010	0,011	0,013	0,026	0,043	0,069	0,081	0,084	0,085	0,088	0,092	0,097	0,100	0,100	
Demaerschalk (1972)	RP	11,013	9,653	6,437	3,930	1,595	-4,718	-7,586	-8,811	-7,723	-6,043	-4,204	-2,615	-1,555	-1,113	-1,034	-1,049	
	DESV	0,004	0,007	0,007	0,006	0,003	-0,013	-0,030	-0,052	-0,058	-0,053	-0,040	-0,024	-0,013	-0,009	-0,009	-0,009	
	SSRR	1,168	0,890	0,533	0,339	0,234	0,266	0,468	0,610	0,542	0,447	0,380	0,357	0,361	0,372	0,374	0,375	
	DP	0,006	0,010	0,011	0,012	0,013	0,016	0,027	0,047	0,058	0,064	0,068	0,074	0,081	0,086	0,088	0,088	
Ormerod Modificado (1992)	RP	-14,837	-10,659	-9,614	-8,542	-7,722	-4,685	-2,334	0,279	2,055	3,214	4,020	4,381	4,217	3,610	2,960	2,831	
	DESV	-0,004	-0,005	-0,007	-0,007	-0,008	-0,008	-0,005	0,004	0,018	0,032	0,046	0,056	0,058	0,051	0,043	0,042	
	SSRR	2,037	1,185	0,925	0,732	0,599	0,246	0,117	0,092	0,152	0,238	0,328	0,410	0,460	0,473	0,463	0,460	
	DP	0,005	0,008	0,010	0,011	0,011	0,010	0,012	0,022	0,036	0,050	0,066	0,081	0,091	0,095	0,096	0,095	
Ormerod (1973)		16	16	16	16	16	6	5	6	5	4	4	7	11	11	12	10	
Kozak et al. (1969)		4	5	5	5	9	16	16	16	16	16	16	13	10	10	10	11	
Demaerschalk (1972)		10	10	10	9	5	12	12	12	12	12	11	5	4	4	4	5	
Ormerod Modif. (1992)		10	9	9	10	10	6	7	6	7	8	9	15	15	15	14	13	

TABELA 2B Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
Ormerod (1973)	RP	22,657	20,766	17,812	15,209	12,890	5,791	2,143	-0,153	0,316	1,569	2,975	4,143	4,734	4,676	4,409	4,349
	DESV	0,008	0,013	0,016	0,018	0,018	0,013	0,005	-0,006	-0,004	0,007	0,023	0,039	0,048	0,048	0,045	0,044
	SSRR	2,753	2,325	1,729	1,277	0,936	0,250	0,117	0,128	0,176	0,235	0,320	0,409	0,467	0,484	0,481	0,044
	DP	0,006	0,010	0,012	0,013	0,014	0,014	0,019	0,036	0,054	0,072	0,090	0,107	0,119	0,125	0,127	0,127
Kozak et al. (1969)	RP	7,226	5,140	1,790	-1,126	-3,696	-11,097	-14,338	-14,948	-12,496	-9,375	-6,350	-3,888	-2,383	-1,935	-2,064	-2,137
	DESV	0,002	0,003	0,001	-0,003	-0,008	-0,033	-0,059	-0,092	-0,101	-0,094	-0,076	-0,055	-0,041	-0,037	-0,040	-0,041
	SSRR	0,623	0,458	0,289	0,235	0,264	0,746	1,161	1,288	1,010	0,725	0,545	0,468	0,451	0,458	0,470	0,473
	DP	0,004	0,007	0,009	0,011	0,013	0,030	0,050	0,080	0,099	0,111	0,119	0,127	0,133	0,138	0,140	0,141
Demaerschalk (1972)	RP	10,016	7,877	4,503	1,546	-1,077	-8,923	-12,729	-14,546	-13,196	-10,982	-8,646	-6,642	-5,378	-4,971	-4,995	-5,026
	DESV	0,004	0,006	0,005	0,003	0,000	-0,021	-0,044	-0,076	-0,088	-0,086	-0,075	-0,060	-0,049	-0,046	-0,047	-0,048
	SSRR	0,799	0,580	0,329	0,201	0,167	0,500	0,907	1,194	1,079	0,881	0,721	0,621	0,572	0,560	0,563	0,564
	DP	0,004	0,008	0,009	0,010	0,011	0,018	0,032	0,058	0,075	0,089	0,101	0,112	0,119	0,123	0,125	0,125
Ormerod Modificado (1992)	RP	-12,796	-9,033	-7,757	-6,734	-5,929	-3,400	-1,469	0,948	2,962	4,512	5,646	6,268	6,196	5,471	4,666	4,503
	DESV	-0,005	-0,006	-0,007	-0,008	-0,008	-0,008	-0,005	0,005	0,020	0,037	0,054	0,066	0,069	0,062	0,052	0,050
	SSRR	1,295	0,780	0,574	0,430	0,335	0,154	0,106	0,122	0,203	0,306	0,415	0,502	0,534	0,517	0,490	0,484
	DP	0,005	0,008	0,010	0,011	0,011	0,014	0,020	0,034	0,053	0,072	0,092	0,110	0,122	0,127	0,128	0,128
Ormerod (1973)		16	16	16	16	16	7	6	7	5	5	4	5	7	9	8	8
Kozak et al. (1969)		4	4	4	8	9	16	16	16	14	14	14	9	7	7	7	8
Demaerschalk (1972)		8	8	8	5	4	12	12	12	14	14	14	14	12	10	12	12
Ormerod Modif. (1992)		12	12	12	11	11	5	6	5	7	7	8	12	14	14	13	13

TABELA 3B Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
Ormerod (1973)	RP	26,301	22,723	19,161	16,417	13,738	6,575	3,053	0,492	0,385	1,313	2,707	4,007	4,772	4,954	4,807	4,745
	DESV	0,007	0,012	0,015	0,016	0,016	0,013	0,008	0,002	0,004	0,012	0,024	0,035	0,041	0,039	0,041	0,038
	SSRR	5,030	3,062	2,109	1,545	1,110	0,338	0,163	0,142	0,187	0,232	0,272	0,324	0,372	0,385	0,335	0,038
	DP	0,010	0,013	0,015	0,017	0,017	0,019	0,021	0,030	0,043	0,056	0,064	0,069	0,071	0,071	0,072	0,072
Kozak et al. (1969)	RP	11,012	6,883	2,787	-0,314	-3,322	-10,814	-13,879	-14,710	-12,805	-9,932	-6,803	-4,111	-2,333	-1,575	-1,517	-1,600
	DESV	0,004	0,004	0,003	0,001	-0,003	-0,021	-0,039	-0,062	-0,069	-0,062	-0,048	-0,032	-0,021	-0,020	-0,017	-0,020
	SSRR	3,344	1,220	0,647	0,445	0,403	0,741	1,058	1,188	0,997	0,733	0,499	0,369	0,332	0,328	0,277	0,347
	DP	0,011	0,012	0,013	0,014	0,014	0,020	0,030	0,047	0,058	0,065	0,069	0,072	0,075	0,079	0,080	0,080
Demaerschalk (1972)	RP	13,765	9,694	5,610	2,486	-0,556	-8,466	-12,100	-14,145	-13,359	-11,419	-9,005	-6,786	-5,261	-4,508	-4,387	-4,431
	DESV	0,004	0,006	0,006	0,004	0,001	-0,015	-0,032	-0,056	-0,067	-0,066	-0,058	-0,047	-0,039	-0,040	-0,036	-0,038
	SSRR	3,485	1,384	0,731	0,458	0,342	0,520	0,830	1,102	1,064	0,889	0,676	0,522	0,448	0,405	0,354	0,426
	DP	0,011	0,013	0,014	0,014	0,014	0,018	0,025	0,040	0,053	0,062	0,067	0,071	0,074	0,078	0,078	0,079
Ormerod Modificado (1992)	RP	-13,118	-8,977	-8,236	-7,175	-6,542	-3,418	-0,904	1,635	3,225	4,497	5,600	6,317	6,353	5,822	5,050	4,848
	DESV	-0,002	-0,003	-0,004	-0,005	-0,006	-0,005	-0,002	0,008	0,020	0,033	0,046	0,055	0,056	0,048	0,044	0,040
	SSRR	3,907	1,858	1,179	0,839	0,651	0,265	0,156	0,161	0,232	0,310	0,375	0,427	0,449	0,423	0,350	0,406
	DP	0,012	0,013	0,014	0,015	0,016	0,019	0,022	0,033	0,047	0,061	0,069	0,073	0,074	0,072	0,073	0,073
Ormerod (1973)		13	16	16	16	16	8	7	4	4	4	4	5	8	8	9	7
Kozak et al. (1969)		7	5	4	4	7	16	16	16	14	13	12	8	7	7	7	8
Demaerschalk (1972)		10	10	9	8	5	10	12	12	14	15	14	13	10	11	11	12
Ormerod Modif. (1992)		10	9	11	12	12	6	5	8	8	8	10	14	15	14	13	13

TABELA 4B Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 4 sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
Ormerod (1973)	RP	21,236	19,684	16,865	14,253	11,965	5,034	1,399	-1,269	-1,190	-0,203	1,034	2,156	2,796	2,824	2,663	2,617
	DESV	0,007	0,012	0,014	0,015	0,015	0,010	0,002	-0,009	-0,009	0,001	0,015	0,030	0,039	0,040	0,038	0,037
	SSRR	2,759	2,394	1,776	1,300	0,946	0,280	0,170	0,214	0,243	0,260	0,302	0,350	0,377	0,376	0,368	0,037
	DP	0,005	0,008	0,010	0,011	0,011	0,010	0,014	0,027	0,040	0,052	0,067	0,081	0,089	0,091	0,091	0,091
Kozak et al. (1969)	RP	5,623	3,956	0,794	-2,104	-4,608	-11,661	-14,730	-15,451	-13,132	-10,011	-6,894	-4,228	-2,450	-1,737	-1,652	-1,694
	DESV	0,002	0,002	0,000	-0,004	-0,008	-0,032	-0,054	-0,084	-0,092	-0,082	-0,062	-0,039	-0,022	-0,017	-0,017	-0,017
	SSRR	0,663	0,560	0,412	0,396	0,459	1,073	1,537	1,689	1,327	0,927	0,646	0,481	0,400	0,366	0,355	0,355
	DP	0,003	0,004	0,005	0,007	0,009	0,024	0,041	0,064	0,075	0,078	0,081	0,086	0,091	0,094	0,095	0,095
Demaerschalk (1972)	RP	9,497	7,782	4,615	1,688	-0,861	-8,404	-12,138	-14,319	-13,385	-11,463	-9,321	-7,391	-6,100	-5,627	-5,560	-5,581
	DESV	0,003	0,005	0,004	0,002	-0,002	-0,022	-0,042	-0,074	-0,087	-0,085	-0,074	-0,059	-0,049	-0,046	-0,047	-0,047
	SSRR	0,844	0,659	0,373	0,234	0,191	0,550	0,997	1,373	1,266	1,033	0,830	0,688	0,607	0,576	0,569	0,570
	DP	0,003	0,005	0,006	0,006	0,006	0,017	0,031	0,054	0,067	0,073	0,078	0,085	0,090	0,095	0,097	0,097
Ormerod Modificado (1992)	RP	-17,417	-12,701	-10,920	-9,660	-8,619	-5,323	-3,054	-0,688	1,081	2,412	3,364	3,895	3,821	3,143	2,432	2,287
	DESV	-0,005	-0,007	-0,009	-0,010	-0,011	-0,011	-0,008	-0,001	0,011	0,026	0,041	0,052	0,055	0,048	0,040	0,039
	SSRR	2,265	1,349	0,962	0,739	0,576	0,265	0,175	0,177	0,219	0,279	0,355	0,418	0,438	0,419	0,399	0,396
	DP	0,004	0,005	0,007	0,007	0,008	0,010	0,015	0,026	0,040	0,055	0,072	0,086	0,093	0,093	0,092	0,092
Ormerod (1973)		16	16	16	16	16	5	4	8	7	4	4	4	6	7	8	7
Kozak et al. (1969)		4	4	5	8	9	16	16	16	15	13	13	11	7	6	6	7
Demaerschalk (1972)		8	8	7	4	4	12	12	12	13	15	15	14	13	15	16	16
Ormerod Modif. (1992)		12	12	12	12	11	7	8	4	5	8	8	11	14	12	10	10

TABELA 5B Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 5 sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
Ormerod (1973)	RP	27,298	21,747	18,505	15,568	13,426	7,089	4,172	1,935	1,778	3,193	4,326	4,398	4,973	4,930	4,641	4,584
	DESV	0,009	0,013	0,015	0,016	0,017	0,015	0,011	0,007	0,009	0,025	0,040	0,043	0,052	0,052	0,048	0,048
	SSRR	4,298	2,139	1,440	1,022	0,767	0,275	0,154	0,118	0,135	0,137	0,177	0,268	0,308	0,321	0,317	0,048
	DP	0,013	0,016	0,018	0,019	0,019	0,019	0,020	0,029	0,041	0,040	0,052	0,085	0,095	0,099	0,100	0,100
Kozak et al. (1969)	RP	15,157	8,794	5,145	1,872	-0,467	-6,994	-9,515	-10,429	-9,099	-6,172	-3,821	-2,900	-1,677	-1,414	-1,684	-1,772
	DESV	0,006	0,006	0,005	0,003	0,000	-0,016	-0,031	-0,051	-0,058	-0,043	-0,029	-0,025	-0,015	-0,014	-0,017	-0,018
	SSRR	3,438	1,162	0,608	0,394	0,303	0,342	0,446	0,502	0,434	0,253	0,190	0,271	0,271	0,281	0,288	0,289
	DP	0,014	0,015	0,016	0,016	0,015	0,019	0,027	0,046	0,058	0,047	0,050	0,086	0,094	0,100	0,102	0,102
Demaerschalk (1972)	RP	17,250	11,016	7,400	4,129	1,762	-5,095	-8,060	-9,902	-9,402	-7,205	-5,332	-4,646	-3,515	-3,169	-3,256	-3,290
	DESV	0,006	0,008	0,007	0,006	0,004	-0,010	-0,023	-0,044	-0,053	-0,043	-0,032	-0,031	-0,021	-0,020	-0,022	-0,022
	SSRR	3,499	1,258	0,667	0,409	0,282	0,230	0,324	0,431	0,424	0,287	0,235	0,316	0,312	0,318	0,322	0,323
	DP	0,014	0,016	0,016	0,017	0,016	0,017	0,022	0,038	0,050	0,040	0,045	0,084	0,093	0,098	0,100	0,100
Ormerod Modificado (1992)	RP	-5,403	-5,211	-3,996	-4,014	-3,670	-6,271	-2,623	-1,696	0,872	3,162	4,489	4,413	4,696	4,249	3,588	3,485
	DESV	-0,130	-0,002	-0,002	-0,003	-0,003	-0,013	-0,009	-0,010	0,002	0,022	0,039	0,042	0,050	0,047	0,041	0,040
	SSRR	1,776	0,668	0,443	0,347	0,274	0,832	0,264	0,457	0,223	0,175	0,196	0,281	0,317	0,324	0,317	0,317
	DP	0,718	0,006	0,008	0,010	0,011	0,030	0,027	0,059	0,057	0,052	0,057	0,086	0,096	0,102	0,103	0,104
Ormerod (1973)		12	16	16	16	16	12	6	5	6	7	10	9	13	13	12	10
Kozak et al. (1969)		8	8	8	7	7	12	15	15	15	13	6	8	5	6	6	7
Demaerschalk (1972)		10	12	12	12	10	4	11	10	12	12	11	11	8	7	9	9
Ormerod Modif. (1992)		10	4	4	5	7	12	8	10	7	8	13	12	14	14	13	13

ANEXO C

TABELA 1C	Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, não acumulado, calculados pela fórmula de Smalian, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP=Desvio Padrão das Diferenças.....	107
-----------	---	-----

Anexos (...Continua...)

TABELA 1C Estatísticas e ranking dos modelos sigmoidais para estimativa dos volumes, não acumulado, calculados pela fórmula de Smalian, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
Ormerod (1973)	RP	23,175	18,724	10,875	5,817	1,649	-3,438	-7,361	-4,944	1,466	7,208	12,109	14,947	11,568	-4,888	-52,293	-148,765
	DESV	0,008	0,006	0,003	0,001	0,000	-0,005	-0,009	-0,011	0,002	0,011	0,016	0,015	0,009	0,000	-0,004	0,000
	SSRR	2,866	1,911	0,709	0,254	0,082	0,169	0,513	0,453	0,500	0,931	1,692	2,374	2,958	5,374	33,462	80,345
	DP	0,006	0,004	0,003	0,001	0,001	0,007	0,011	0,021	0,019	0,020	0,022	0,021	0,016	0,010	0,005	0,000
Kozak et al. (1969)	RP	8,024	2,883	-6,079	-11,669	-16,278	-20,771	-22,878	-16,625	-4,968	5,363	14,233	20,469	20,285	7,159	-39,717	-158,052
	DESV	0,002	0,001	-0,002	-0,004	-0,005	-0,026	-0,025	-0,034	-0,010	0,007	0,018	0,020	0,014	0,003	-0,003	0,000
	SSRR	0,676	0,340	0,386	0,817	1,425	2,288	2,917	1,789	0,685	0,847	1,909	3,157	3,866	4,329	24,619	216,813
	DP	0,004	0,003	0,003	0,003	0,004	0,020	0,021	0,033	0,022	0,020	0,022	0,021	0,017	0,010	0,005	0,000
Demaerschalk (1972)	RP	10,682	5,563	-3,425	-9,135	-13,906	-19,139	-22,673	-18,484	-9,232	-0,691	7,014	12,807	12,907	2,179	-31,240	-86,128
	DESV	0,004	0,002	-0,001	-0,002	-0,003	-0,021	-0,022	-0,032	-0,013	0,002	0,012	0,015	0,011	0,003	-0,002	0,000
	SSRR	0,862	0,406	0,243	0,540	1,049	1,933	2,800	2,092	1,066	0,863	1,392	2,134	2,916	4,222	18,495	81,420
	DP	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,014	0,016	0,028	0,021	0,019	0,021	0,020	0,016	0,029	0,004	0,000
Ormerod Modificado (1992)	RP	-3,021	-3,778	-3,993	-2,527	-1,606	0,964	4,185	7,041	11,108	13,774	15,358	14,445	5,976	-20,282	-95,191	-279,444
	DESV	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,002	0,004	0,012	0,018	0,020	0,020	0,015	0,006	-0,005	-0,008	-0,001
	SSRR	0,441	0,364	0,255	0,137	0,086	0,171	0,276	0,502	1,003	1,514	2,057	2,314	2,773	8,918	77,357	579,680
	DP	0,004	0,003	0,002	0,001	0,001	0,008	0,008	0,019	0,020	0,021	0,023	0,020	0,016	0,010	0,007	0,000
Ormerod (1973)		16	16	15	8	6	6	8	5	4	12	8	12	9	8	12	6
Kozak et al. (1969)		7	5	13	16	16	16	16	14	10	7	12	16	16	9	8	12
Demaerschalk (1972)		12	12	5	12	12	12	12	14	13	5	4	4	11	8	4	5
Ormerod Modif. (1992)		5	7	7	4	6	6	4	7	13	16	16	8	4	15	16	16

CAPÍTULO 3

**ESTUDO DE MODELOS POLINOMIAIS PARA REPRESENTAR O
PERFIL E O VOLUME DO FUSTE DE
Pinus taeda L.**

1 RESUMO

FERREIRA, Maria Zélia. **Estudo de modelos polinomiais para representar o perfil e o volume do fuste de *Pinus taeda* L.** 2004. p.108-196. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG .

O presente estudo objetivou avaliar a acurácia dos modelos polinomiais para estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, em diferentes ambientes de produção; verificar se o melhor modelo para estimar diâmetros é também o melhor para estimativas de volumes e testar a identidade dos modelos estudados para os diferentes ambientes de produção. A base de dados utilizada foi composta por 278 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, nas propriedades da empresa Inpacel – Indústrias de Papel Arapoti S.A., na região de Arapoti-PR. Os modelos polinomiais testados foram o Polinômio do Quinto Grau, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras de Hradeztky (1976) e o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976). A acurácia dos modelos foi avaliada pelas seguintes estatísticas: desvio médio em cada posição de medição ao longo do fuste, desvio padrão das diferenças, soma de quadrados do resíduo relativo e resíduo percentual. O Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, em todos os ambientes de produção, foi o melhor modelo para estimativas dos diâmetros. O Polinômio do Quinto Grau foi o melhor modelo para estimativa dos volumes até a altura relativa de 3% e, depois, da posição 45% até o topo da árvore. O melhor modelo para estimativa de diâmetro não foi o melhor para estimar volumes. Pelo teste de identidade de modelos percebeu-se a possibilidade de agrupar os ambientes de produção 1, 2, 3 e 4, quando da utilização do Polinômio do Quinto Grau ou do modelo de Goulding & Murray (1976). Quando se utilizar o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras o agrupamento possível será entre os ambientes 2, 3 e 4. Quanto melhor o modelo se ajustar aos dados, mais rigoroso se torna o teste de identidade de modelos.

Palavras-chave: Modelos polinomiais, função de afilamento, identidade de modelos, estimativa de diâmetros e volumes

Comitê de orientação: José Roberto Soares Scolforo - UFLA (Orientador); Antônio Donizette de Oliveira - UFLA (Co-orientador).

2 ABSTRACT

FERREIRA, Maria Zélia. **Study of polynomial models to represent the profile and the volume of *Pinus taeda* L trunk.** 2004. p.108-196. Dissertation (Master's degree in Forestry Engineering) – Federal University of Lavras, Lavras, MG.

This study aimed at evaluating the accuracy of the polynomial models for estimating diameters and volumes, along the *Pinus taeda* tree trunks, in several production sites; at verifying if the best model for estimating diameters is also the best one for estimating volumes and to test the identity of the models studied for the different production sites. The used database was composed by 278 *Pinus taeda* trees rigorously scaled by the Smalian method, in Inpacel-Indústrias Arapoti S.A company areas, in Arapoti-PR County. The polynomial models tested were: Polynomial of the Fifth Degree, the Polynomial of Fractional and Whole Potencies of Hradeztky (1976) and the polynomial proposed by Goulding & Murray (1976). The accuracy of the models was evaluated by the following statistics: medium deviation in each measurement position along the trunk, standard deviation of the differences, sum of squares of the relative and percentile residues. The Polynomial of Fractional and Whole Potencies, in all production sites, was the best model for estimating diameters, while the polynomial of the Fifth Degree was the best one for estimating volumes in the relative height of 3% and at 45% of the trunk height until the top of the tree. The best model for diameter estimation was not the best one for estimating volumes. While testing the identity of models, it was noticed the possibility of grouping the production sites 1, 2, 3 and 4, when using the Polynomial of the Fifth Degree or the model of Goulding & Murray (1976). When using Polynomial of Fractional and Whole Potencies, it is possible to group the production sites 2, 3 and 4. The better the models adjust to the data, the more rigorous it turns to test the identity of models.

Key-words: polynomial models, taper function, identity of models, diameters and volumes estimates.

Guidance committee: José Roberto Soares Scolforo - UFLA (Supervisor); Antônio Donizette de Oliveira - UFLA (Co-supervisor).

INTRODUÇÃO

A utilização da madeira para múltiplos produtos, visando a uma otimização do uso dos recursos florestais, juntamente com as necessidades de planejamento, tem requerido informações cada vez mais detalhadas e precisas a respeito da produção florestal. Assim, são cada vez mais importantes estudos e pesquisas que proporcionem ao manejador florestal segurança para garantir o fluxo contínuo de matéria-prima e, desta maneira, a viabilidade econômica da atividade.

Entretanto, o conhecimento dos múltiplos produtos advindos da madeira das florestas de produção passa necessariamente pelo conhecimento das características dos povoamentos no que se refere ao ritmo de crescimento e à forma dos indivíduos, bem como dos fatores que afetam essas duas variáveis. Portando, o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de representar com acurácia os perfis dos fustes tem se tornado uma ferramenta cada vez mais importante dentro dos empreendimentos de base florestal. Isto se deve, principalmente, à sua flexibilidade e à amplitude de informações que fornecem sem aumento nos custos de inventário.

Entre as diversas técnicas estatísticas de modelagem, destacam-se os modelos polinomiais, que conseguem aliar eficiência a uma certa simplicidade de aplicação, quando comparados com os polinômios segmentados.

Assim, o presente trabalho objetivou:

⇒ Estudar e avaliar a acurácia dos seguintes modelos polinomiais: Polinômio do Quinto Grau, proposto por: Schöpfer (1966); Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras (Hradetzky, 1976); e o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976); na estimativa dos diâmetros e dos volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*, em diferentes ambientes produtivos;

- ⇒ Avaliar o desempenho do modelo polinomial de Goulding & Murray (1976), utilizando o volume real das árvores em comparação com o volume estimado por uma equação;
- ⇒ Verificar se o melhor modelo para estimar diâmetro é também o melhor na estimativa de volumes a diferentes alturas e;
- ⇒ Testar a identidade dos modelos polinomiais estudados para os diferentes ambientes de produção e, assim, a possibilidade de agrupá-los.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Localização e caracterização da área

A área em estudo, de propriedade da Indústria de Papel Arapoti S.A., Inpacel, está localizada no município de Arapoti, estado do Paraná (Figura 1), entre os paralelos 24°09'28" de latitude sul e os meridianos 49°49'36" de longitude oeste de Greenwich, com altitude média de 800m.



FIGURA 3.1 Localização geográfica da cidade de Arapoti, no estado do Paraná, nas proximidades da qual se localizam as florestas estudadas.

A empresa possui área total de 50.312ha, sendo que 69% estão ocupados por *pinus*, principalmente *Pinus taeda*, 24% ocupados por eucalipto, 6% por araucária e 1% por essências nativas.

De acordo com a classificação de Köppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente-temperado, caracterizado por apresentar temperatura média anual inferior a 22°C no mês mais quente do ano. O mês mais chuvoso é janeiro, cuja precipitação média é de 225,4mm e não há estação seca definida (Instituto Agrônômico do Paraná, 1994).

A vegetação original é do tipo campo cerrado (estepe arbustiva de gramínea baixa), mas a região atualmente concentra áreas reflorestadas principalmente com *Pinus taeda*, *Pinus elliottii* e *Araucaria angustifolia* (Fischer, 1997).

O solo predominante na região é arenoso, com afloramentos de rocha, e o relevo varia de ondulado a fortemente ondulado (Golfari et al., 1978; Instituto Agrônômico do Paraná, 1994).

4.2 Levantamento dos dados e Amostragem

Foram cubadas rigorosamente 278 árvores de *Pinus taeda*, em quatro regiões administrativas da Inpacel: Coqueiros, Caetê, São Nicolau e Barra Mansa. Com o objetivo de estratificar as diferentes áreas produtivas, estas regiões administrativas foram divididas em “ambientes de produção”. Para tal, adotou-se como critério de estratificação as classes de produtividade dos solos, os valores médios de precipitação anual e a própria produtividade do local. Assim, combinando estas três características foi possível diferenciar cinco ambientes diferentes. Estes, por sua vez, foram denominados de ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5. O ambiente de produção 1, considerado o de maior produtividade, foi o que reuniu as classes de solo mais produtivas, os valores mais altos de precipitação e também as mais altas produtividades. Já o ambiente de produção 5, considerado o de menor produtividade, reuniu as classes de solo

menos produtivas, os valores mais baixos de precipitação e as menores produtividades. Os ambientes 2, 3 e 4 reuniram características intermediárias às dos ambientes 1 e 5, sendo o ambiente 2 superior ao 3 e este, por sua vez, superior ao 4.

O número de árvores a serem cubadas em cada ambiente de produção foi proporcional à sua área cultivada com *Pinus taeda* com idade superior a 8 anos, como apresentado na Tabela 2.1.

TABELA 3.1 Número de árvores de *Pinus taeda* cubadas em cada região administrativa e em cada ambiente de produção.

Região Administrativa	Ambiente de produção	Área* (ha)	Número de árvores cubadas
Coqueiros	1	2.257,52	56
Caetê	2	1.975,88	49
Barra Mansa	3	1.352,63	30
São Nicolau	3	1.166,41	28
São Nicolau	4	3.090,51	70
São Nicolau	5	2.160,57	45
Total			278

*Considerando apenas os plantios de *Pinus taeda* com idade superior a 8 anos.

A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro, com casca, a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi feito utilizando-se a fórmula de Smalian.

As 278 árvores cubadas foram distribuídas em sete classes diamétricas, conforme se observa na Tabela 2.2. A distribuição, sempre que possível, foi também proporcional ao número de classes diamétricas.

TABELA 3.2 Número de árvores de *Pinus taeda* cubadas por classe diamétrica nas diferentes regiões administrativas e ambientes de produção.

Classe diamétrica	Regiões administrativas/Ambiente de produção						Total
	CQ1	CT2	BM3	SN3	SN4	SN5	
15 — 20	8	7	5	4	10	8	42
20 — 25	8	7	5	4	10	8	42
25 — 30	8	7	5	4	10	8	42
30 — 35	8	7	5	4	10	7	41
35 — 40	8	7	5	4	10	7	41
40 — 45	8	7	5	4	10	7	41
45 — 50	8	7	*	4	10	*	29
Total	56	49	30	28	70	45	278

* Não foram encontradas árvores com estas dimensões para serem cubadas
Sendo: CQ1= Coqueiros, ambiente de produção 1; CT2= Caetê, ambiente de produção 2; BM3= Barra Mansa, ambiente de produção 3; SN3= São Nicolau, ambiente de produção 3; SN4= São Nicolau, ambiente de produção 4; SN5= São Nicolau, ambiente de produção 5.

4.3 Ajustes dos modelos

Os ajustes foram feitos considerando os diâmetros a 1,3m do solo (DAP) com casca, relacionados aos diâmetros comerciais também com casca. Foi realizado um ajuste para cada ambiente de produção, desta maneira, Barra Mansa e parte de São Nicolau, pertencentes ao ambiente de produção 3, foram analisados em conjunto.

4.3.1 Modelos testados

a) Polinômio do Quinto Grau

A forma deste polinômio, que foi proposto por Schöpfer (1966), está apresentada a seguir:

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H} \right)^5 + e_i$$

onde:

d_i = diâmetro comercial (cm) ou diâmetro correspondente a qualquer altura h_i , especificada ou comercial;

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

β_{is} = parâmetros a serem estimados;

e_i = erro de estimativa.

Isolando d_i obtém-se a função de afilamento, através da qual pode-se estimar o diâmetro correspondente a qualquer altura na árvore, desde que fornecido o seu diâmetro a 1,3m de altura (DAP ou D) e a altura total.

$$d_i = D \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{H} \right)^5 \right] \quad (1)$$

Para integrar a função e obter a expressão que permite a estimativa dos volumes, fez-se a seguinte simplificação:

$$c_0 = \beta_0; \quad c_1 = \frac{\beta_1}{H}; \quad c_2 = \frac{\beta_2}{H}; \quad \dots; \quad c_5 = \frac{\beta_5}{H}$$

Feita a simplificação, a expressão a ser integrada assume a forma:

$$d_i = D \left[c_0 + c_1 h + c_2 h^2 + c_3 h^3 + c_4 h^4 + c_5 h^5 \right] \quad (2)$$

Para se obter o volume (V) de um sólido de revolução é preciso integrar suas áreas seccionais (g_i) entre o limite inferior (h_1) e o superior (h_2) que se deseja estabelecer. A representação da integral é mostrada a seguir:

$$V = \int_{h_1}^{h_2} g_i \delta h$$

como $g_i = \frac{\pi d_i^2}{40000}$, então:

$$V = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi d_i^2}{40000} \delta h$$

ou de maneira mais simplificada:

$$V = K \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 \delta h \quad (3)$$

sendo:

$$K = \frac{\pi}{40000}$$

Substituindo (2) em (3), tem-se:

$$V = KD^2 \int_{h_1}^{h_2} (c_0 + c_1 h_i + c_2 h_i^2 + c_3 h_i^3 + c_4 h_i^4 + c_5 h_i^5)^2 \delta h_i \quad (4)$$

Integrando (4), obtém-se a expressão que permite estimar os volumes comerciais correspondentes a qualquer porção da árvore, além do volume total, se este for desejado.

$$\begin{aligned} V = KD^2 & \left[c_0^2 h_i + c_0 c_1 h_i^2 + \left(\frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \right) h_i^3 + \left(\frac{1}{2} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2 \right) h_i^4 + \right. \\ & + \left(\frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2 \right) h_i^5 + \left(\frac{1}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3 \right) h_i^6 + \\ & \left. + \left(\frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \frac{1}{7} c_3^2 \right) h_i^7 + \left(\frac{1}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4 \right) h_i^8 + \right. \end{aligned}$$

$$+ \left[\left(\frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2 \right) h_i^9 + \frac{1}{5} c_4 c_5 h_i^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h_i^{11} \right]_{h_1}^{h_2} \quad (5)$$

b) Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras (Hradetzky, 1976)

Da mesma maneira que o Polinômio do Quinto Grau, este polinômio também foi ajustado para cada ambiente de produção. O processo utilizado foi o de “Stepwise”.

Este modelo se diferencia do Polinômio do Quinto Grau por apresentar Potências Fracionária e Inteiras como tentativa de melhor representar o perfil da árvore. A forma geral do polinômio é:

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_n} + e_i$$

onde:

d_i , D , h_i , H , β_i , e e_i = já definidos anteriormente;

p_i = expoentes variando entre 0,00005 e 95.

Os expoentes testados foram: 0,00001; 0,00005; 0,0009; 0,0007; 0,0006; 0,0004; 0,0002; 0,0001; 0,009; 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90 e 95.

Isolando d_i obtém-se a função de afilamento :

$$d_i = D \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{H} \right)^{p_n} \right] \quad (6)$$

Simplificando-se (6) por:

$$c_0 = \beta_0 \text{ e } c_i = \left(\frac{\beta_i}{H^{p_j}} \right),$$

em que:

$$i = 1, 2, \dots, N;$$

p_j = expoentes selecionados através do processo "stepwise".

A seguinte expressão é obtida:

$$d_i = D \left(c_0 + c_1 h_1^{p_1} + c_2 h_2^{p_2} + \dots + c_n h_n^{p_n} \right) + e_1 \quad (7)$$

Substituindo-se (7) em (3) e resolvendo-se sua integral a expressão para estimar o volume total ou de qualquer porção da árvore assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} V = KD^2 & \left[c_0^2 h_i + 2c_0 c_1 \left(\frac{h_i^{(p_1+1)}}{p_1+1} \right) + 2c_0 c_2 \left(\frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_2+1} \right) + \dots + 2c_0 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)}+1)}}{p_{(n-1)}+1} \right) + \right. \\ & + 2c_0 c_n \left(\frac{h_i^{(p_n+1)}}{p_n+1} \right) + c_1^2 \left(\frac{h_i^{(2p_1+1)}}{2p_1+1} \right) + 2c_1 c_2 \left(\frac{h_i^{(p_1+p_2+1)}}{p_1+p_2+1} \right) + \dots + \\ & \left. + c_1 c_{(n-1)} \left(\frac{h_i^{(p_1+p_{(n-1)}+1)}}{p_1+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_1 c_n \left(\frac{h_i^{(p_1+p_n+1)}}{p_1+p_n+1} \right) + c_2^2 \left(\frac{h_i^{(2p_2+1)}}{2p_2+1} \right) + \dots + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2c_2c_{(n-1)}\left(\frac{h_i^{(p_2+p_{(n-1)}+1)}}{p_2+p_{(n-1)}+1}\right) + 2c_2c_n\left(\frac{h_i^{(p_2+p_n+1)}}{p_2+p_n+1}\right) + \dots + c_{(n-1)}^2\left(\frac{h_i^{(2p_{(n-1)}+1)}}{2p_{(n-1)}}\right) + \\
& + \dots + 2c_{(n-1)}c_n\left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)}+p_n+1}\right) + c_n^2\left(\frac{h_i^{(2p_n+1)}}{2p_n+1}\right) \Bigg]_{h_1}^{h_2} \quad (8)
\end{aligned}$$

c) Modelo de Goulding & Murray (1976)

Goulding & Murray (1976), propuseram uma função de afilamento polinomial compatível com uma equação de volume. Trata-se, na verdade, de uma modificação do Polinômio do Quinto Grau, conforme apresentado a seguir.

A forma geral do polinômio compatível de Goulding & Murray (1976) é:

$$d_i^2 = \frac{V}{KH} \left[\beta_1 \left(\frac{l}{H} \right) + \beta_2 \left(\frac{l}{H} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{l}{H} \right)^3 + \dots + \beta_n \left(\frac{l}{H} \right)^n + e_i \right] \quad (9)$$

Sendo:

β_{is} = parâmetros a serem estimados;

d_i = diâmetro comercial (cm);

$K = \pi / 40000$;

V = volume estimado pela equação de volume individual (m³);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

$l = (H - h)$;

e_i = erro de estimativa.

Como Goulding & Murray (1976) propuseram uma função de afilamento compatível com o volume, utilizou-se o modelo volumétrico de Schumacher & Hall (1933) para estimar os volumes totais:

$$V = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} + e_i$$

sendo:

D = diâmetro a 1,3m do solo;

V, β_i , H e e_i definidos anteriormente.

Assim, o volume real foi utilizado para o ajuste do modelo, entretanto, para a obtenção das estatísticas de acurácia, utilizou-se o volume estimado, resultante do modelo acima apresentado.

A forma linear do polinômio proposto (9), que permite a seleção das variáveis por “stepwise” é:

$$\frac{d^2KH}{V} - \frac{2l}{H} = \beta'_2 \left(3 \left(\frac{l}{H} \right)^2 - \frac{2l}{H} \right) + \beta'_3 \left(4 \left(\frac{l}{H} \right)^3 - \frac{2l}{H} \right) + \beta'_n \left((n+1) \left(\frac{l}{H} \right)^n - \frac{2l}{H} \right) \quad (10)$$

Após o ajuste de (10), os coeficientes do modelo (9) podem ser calculados como:

$$\beta_1 = 2 \left(1 - \sum_{i=2}^n \beta'_i \right); \quad \beta_2 = 3\beta'_2; \quad \beta_n = (n+1)\beta'_n$$

Integrando-se a expressão (9), obtém-se a fórmula para cálculo dos volumes comerciais. É importante observar que, como a expressão utiliza a distância do topo da árvore até um ponto h qualquer, os volumes estimados

correspondem aos volumes da ponta da árvore até uma altura h, e não ao volume da base da árvore até uma altura comercial.

Assim, o volume total ou o dos sortimentos pode ser obtido como:

$$V_c = \frac{V}{H} \left[\frac{\beta_1 l^2}{2H} + \frac{\beta_2 l^3}{3H^2} + \frac{\beta_3 l^4}{4H^3} + \dots + \frac{\beta_n l^{(n+1)}}{(n+1)H^n} \right]_0^h \quad (11)$$

Sendo:

V_c = volume comercial da ponta da árvore até a altura h (em m³);

β_i , l, H e V, foram definidos anteriormente.

Os expoentes testados foram 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95 e 100.

4.4 Acurácia dos modelos de afilamento

Inicialmente os modelos foram comparados por meio do coeficiente de determinação corrigido (R^2) e do erro padrão da estimativa em percentagem (Syx%). Estas estatísticas foram utilizadas apenas para verificar, em termos gerais, o quanto da variação ocorrida na variável dependente pode ser explicado pelas variáveis independentes (R^2) e o quanto, em média, os valores observados variam em relação aos valores estimados (Syx%).

Adicionalmente, os modelos tiveram sua acurácia avaliada por estatísticas como aquelas utilizadas por Parresol et al. (1987), Figueiredo Filho et al. (1996), Fischer (1997), Scolforo et al. (1998) e Assis (2000). Tais estatísticas permitem uma análise mais detalhada do desempenho das estimativas ao longo de todo o fuste, uma vez que foram calculadas para cada

altura relativa onde foram tomados os diâmetros por ocasião da cubagem rigorosa. As variáveis avaliadas foram os diâmetros estimados em cada posição de medição (alturas relativas) e os volumes comerciais correspondentes a essas mesmas posições, além do volume total. A Tabela 3.3 apresenta as estatísticas calculadas para verificar a acurácia das estimativas de diâmetros e volumes.

TABELA 3.3 Estatísticas utilizadas para avaliação das estimativas dos diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*.

	DIÂMETROS	VOLUMES
1) Desvio (D)	$\frac{\left(\sum_{i=1}^N Diff_i\right)}{N}$	$\frac{\left(\sum_{i=1}^N Diff_i\right)}{N}$
2) Desvio Padrão das Diferenças (DP)	$\sqrt{\frac{\left[\left(\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2\right)\right]}{(N-1)}}$	$\sqrt{\frac{\left[\left(\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2\right)\right]}{(N-1)}}$
3) Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SSRR)	$\frac{\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2}{d_i}$	$\frac{\sum_{i=1}^N (Diff_i - D)^2}{V_i}$
4) Porcentagem dos Resíduos (RP)	$\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{Diff_i}{d_i}\right)^2}{N} 100$	$\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{Diff_i}{V_i}\right)^2}{N} 100$

Onde:

$Diff_i = (V_i - \hat{V}_i)$ ou $(d_i - \hat{d}_i)$ é o desvio dos volumes ou dos diâmetros;

V_i = volume total ou comercial até o diâmetro i da árvore;

\hat{V}_i = volume total ou comercial estimado;

d_i = diâmetro da árvore na posição i do fuste;

\hat{d}_i = diâmetro da árvore estimado para a posição i do fuste;

N = número de árvores.

A partir dessas estatísticas, foi elaborado um ranking para expressar, de forma sumarizada, o desempenho dos três modelos de afilamento testados para estimar diâmetros ao longo do fuste e volumes totais e comerciais das árvores em estudo. Este ranking foi feito para cada ambiente de produção em estudo, para as variáveis diâmetro e volume. Considerando cada uma das estatísticas da Tabela 3.3, foi atribuída nota 1 à equação que apresentou maior acurácia em cada posição relativa de medição, e assim sucessivamente, até a nota 3 para a equação menos acurada. Levando em consideração que os modelos serão avaliados dentro de seus respectivos grupos, ou seja, sigmoidais, polinomiais e polinomiais segmentados. No caso de mesmo valor em qualquer das estatísticas para diferentes equações, estas receberam a mesma nota.

Finalmente os valores foram somados, para todas as estatísticas, e o melhor modelo, em cada posição, o que apresentou a menor soma de notas.

4.5 Teste de identidade de modelos lineares

Para verificar a possibilidade de agrupar os diferentes ambientes de produção e ajustar apenas um modelo para os possíveis grupos, foi utilizado o teste de identidade de modelos descrito por Graybill (1976). O teste, consiste basicamente na redução de soma de quadrados. Este teste permite verificar estatisticamente, a partir do teste F, a significância da diferença entre o total das somas dos quadrados das regressões ajustadas para cada ambiente de produção isoladamente (modelo completo), e a soma do quadrado da regressão ajustada para conjunto de ambientes de produção (modelo reduzido).

A Tabela 3.4 apresenta os procedimentos de cálculo da análise de variância e posterior teste de identidade de modelos.

TABELA 3.4 Análise de variância para o teste de identidade de modelos.

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	F
Modelo Completo	(Hp)	$SQ_{(completo)}$		
Modelo Reduzido	P	$SQ_{(reduzido)}$		
Diferença para testar hipótese	(H-1)p	$SQ_{(completo)} - SQ_{(reduzido)}$	$SQ_{(diferença)} / (h-1)p$	$QM_{(diferença)} / QM_{(resíduo)}$
Resíduo	N-Hp	$SQ_{(total)} - SQ_{(completo)}$	$SQ_{(resíduo)} / (N-Hp)$	
Total	N	$SQ_{(total)}$		

H – Número de ambientes de produção; p - número de parâmetros do modelo e N - número de observações.

As hipóteses estabelecidas foram:

H_0 = o modelo reduzido ajustado para um conjunto $\{z\}$ de ambientes de produção é idêntico aos modelos completos ajustados para cada um dos ambientes pertencentes a $\{z\}$

H_1 = não a H_0 .

Assim foram definidas, combinando todos os ambientes de produção tomados em conjunto de 5, 4, 3 e 2, vinte e seis hipóteses para cada um dos quatro modelos aqui estudados, conforme apresentado na Tabela 3.5.

TABELA 3.5 Hipóteses de identidade de modelos testadas para todas as combinações possíveis entre os ambientes de produção, tomados em conjunto de 5, 4, 3, e 2 ambientes.

Hipóteses	Ambientes de produção envolvidos
1	1, 2, 3, 4 e 5
2	1, 2, 3 e 4
3	1, 2, 3 e 5
4	1, 2, 4 e 5
5	1, 3, 4 e 5
6	2, 3, 4 e 5
7	1, 2 e 3
8	1, 2 e 4
9	1, 3 e 4

...continua...

TABELA 3.5, Cont.

10	2,3 e 4
11	1,2 e 5
12	1,3 e 5
13	2,3 e 5
14	1,4 e 5
15	2,4 e 5
16	3,4 e 5
17	1 e 2
18	1 e 3
19	2 e 3
20	1 e 4
21	2 e 4
22	3 e 4
23	1 e 5
24	2 e 5
25	3 e 5
26	4 e 5

Assim, rejeita-se H_0 se e somente se F calculado $\geq F$ tabelado. A não rejeição da hipótese H_0 permite concluir que, a um nível de significância $\alpha=0,05$, as equações comparadas são idênticas.

Para a realização do teste de identidade de modelos, foi utilizado o software SISFLOR, desenvolvido por Thiersch (2003).

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Precisão dos modelos polinomiais na estimativa dos diâmetros

Os parâmetros estimados para todos os modelos ajustados e para os cinco ambientes de produção estão apresentados na Tabela 3.6 com suas respectivas medidas de precisão.

Estas estatísticas não retratam o desempenho das funções de afilamento, considerando que são médias que não levam em conta a posição da estimativa ao longo dos fustes. Assim, estas estatísticas são úteis apenas como um indicativo da correlação existente entre as variáveis envolvidas nos modelos testados.

As estatísticas foram consideradas aceitáveis, uma vez que foram semelhantes às encontradas por Scolforo (1998), Assis (2000) e Fischer (2001). Todos os valores de $R^2(\%)$ foram superiores a 98,5% para o modelo de Potências Fracionária e Inteiras e também para o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976). Os dois modelos apresentaram valores semelhantes de $R^2(\%)$, entretanto, para o erro padrão da estimativa os valores apresentados pelo polinômio de Goulding & Murray (1976) foram pouco menores, demonstrando, assim, pequena superioridade.

Os valores mais baixos de $R^2(\%)$ foram encontrados para o Polinômio do Quinto Grau, o menor valor foi de 97,60%. Os maiores valores de erro padrão da estimativa também foram encontrados neste modelo, 8,99%.

TABELA 3.6 Parâmetros estimados e medidas de precisão para os modelos polinomiais, ajustados para cada ambiente de produção e para o conjunto total dos dados.

POLINÔMIO DO 5⁰ GRAU – SCHOEPPER (1966)													
AP	Parâmetros estimados						Medidas de precisão						
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	R ² (%)	Syx (%)					
1	1,2249	-5,1240	24,6312	-54,3812	51,9597	-18,3236	98,04	8,45					
2	1,2360	-5,3989	26,0709	-56,7159	53,3682	-18,5739	98,02	8,22					
3	1,2556	-5,6939	27,8464	-61,1659	58,2021	-20,4574	97,76	8,51					
4	1,2494	-5,7259	27,5998	-59,7573	55,9511	-19,3305	97,60	8,99					
5	1,2083	-4,2889	18,9577	-38,8778	34,1593	-11,1686	98,27	7,58					
POLINÔMIO DE POTÊNCIAS FRACIONÁRIAS E INTEIRAS – HRADETZKY (1976)													
AP	Parâmetros estimados/Potências										Medidas de precisão		
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	$\hat{\beta}_7$	$\hat{\beta}_8$	$\hat{\beta}_9$	$\hat{\beta}_{10}$	R ² (%)	Syx (%)
1	1,3255	1229,4688	-1230,1464	0,5513	-1,8442	1,7991	-1,6152	0,5388	-0,2371	0,9188	-0,7593	98,74	6,78
		0,00001	0,0001	1	2	3	4	5	10	45	100		
2	1,3631	1214,2991	-1214,9859	-0,1502	3,2243	-13,2632	19,6530	-11,2141	1,1553	0,0011	-0,0825	98,78	6,46
		0,00001	0,0001	1	2	3	4	5	10	45	100		
3	1,3935	1186,3664	-1187,0792	0,1041	0,9420	-6,7991	12,3084	-8,3078	1,2914	-0,7404	0,5207	98,80	6,23
		0,00001	0,0001	1	2	3	4	5	10	45	100		
4	1,3731	1098,1066	-1098,7551	-0,5386	5,0679	-19,7778	30,9357	-18,3941	2,3587	-1,2273	0,8516	98,66	6,73
		0,00001	0,0001	1	2	3	4	5	10	45	100		
5	1,3098	1098,5955	-1099,2028	0,5914	-3,9088	10,8185	-16,1533	8,7961	-1,2962	2,1225	-1,6727	98,80	6,29
		0,00001	0,0001	1	2	3	4	5	10	45	100		

...continua...

TABELA 3.6, Cont.

GOULDING & MURRAY (1976)											
AP	Parâmetros estimados/Potências									Medidas de precisão	
	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	$\hat{\beta}_7$	$\hat{\beta}_8$	$\hat{\beta}_9$	R ² (%)	Syx (%)
1	-0,0261	8,7891	-12,6456	6,0996	0,4798	0,4939	2,9212	-24,6483	22,2931	98,71	6,87
	1	2	3	4	45	55	65	90	95		
2	0,2526	10,8987	-16,5492	7,9913	12,8409	-44,9462	53,9854	-91,8818	71,8696	98,78	6,45
	1	2	3	4	45	55	65	90	95		
3	-0,0827	10,8370	-17,8906	9,4145	1,7544	-29,0746	62,9132	-175,8948	142,0339	98,90	5,97
	1	2	3	4	45	55	65	90	95		
4	-0,1955	9,9800	-14,7673	7,1259	48,8699	-196,1406	237,7426	-353,0054	264,4704	98,73	6,53
	1	2	3	4	45	55	65	90	95		
5	-0,2759	11,2703	-18,0283	9,3643	4,4763	-24,9620	39,1611	-82,6963	65,2108	98,56	6,90
	1	2	3	4	45	55	65	90	95		

A Tabela 3.7 apresenta os parâmetros estimados e as medidas de precisão para a equação de volume de Schumacher & Hall (1939), para os diferentes ambientes de produção. Estas equações serão utilizadas no cálculo das estatísticas para o modelo de Goulding & Murray (1976).

TABELA 3.7 Parâmetros estimados e medidas de precisão para as equações de volume individual, a serem utilizadas no modelo de Goulding & Murray (1976).

EQUAÇÃO DE VOLUME – Modelo de Schumacher e Hall					
AP	Parâmetros estimados			Medidas de precisão	
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R ² (%)	Syx(%)
1	0,000047	1,7890	1,1558	99,27	8,29
2	0,000045	1,6725	1,3061	99,42	8,10
3	0,000038	1,8631	1,1457	99,38	8,19
4	0,000068	1,9687	0,8427	99,29	8,23
5	0,000059	1,8665	1,0147	99,12	8,36

5.2 Acurácia dos modelos na estimativa dos diâmetros

A Tabela 3.8 apresenta as estatísticas resíduo percentual, desvio, soma de quadrados do resíduo relativo e desvio padrão das diferenças obtidas para os modelos polinomiais testados. A referida tabela apresenta apenas os resultados para o ambiente de produção 1. As tabelas para os demais ambientes de produção são apresentadas no Anexo A. Para o modelo de Goulding & Murray (1976) duas situações foram testadas, uma vez que este modelo apresenta compatibilidade com a equação de volume. Na primeira situação todas as estatísticas foram calculadas com base no volume real das árvores que foram cubadas rigorosamente. Já na segunda situação, contrariando a primeira, utilizou-se os volumes estimados pelas equações apresentadas na Tabela 3.7. Assim, com esta segunda situação, se pode ter uma idéia do comportamento do modelo, quando da sua aplicação prática, ou seja, sem o volume real. Além disso, outra questão a ser considerada é que, se for fornecido um valor real, neste

caso o volume, ao modelo, ele terá claras vantagens sobre os outros com os quais está sendo comparado.

Partindo das estatísticas apresentadas na Tabela 3.8, foi elaborado um ranking para classificação dos melhores modelos na estimativa dos diâmetros em diferentes posições ao longo do fuste.

Como foram três os modelos testados e duas variações para o modelo de Goulding & Murray (1976), totalizou-se quatro modelos. Assim, para cada uma das estatísticas foram concedidas notas de 1 a 4, sendo dado um (1) ao modelo que apresentou maior acurácia, dois (2) para o segundo colocado, três (3) para o terceiro e finalmente quatro (4) para o último. Este procedimento foi repetido para as quatro estatísticas em todas as posições (alturas relativas) nas quais foram tomadas as medidas de diâmetros.

Tomando como exemplo a altura relativa de 25% (Tabela 3.8), tem-se para resíduo percentual (RP) valor de 3,294 para o Polinômio do Quinto Grau; 0,047 para o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras; 0,245 para o modelo de Goulding & Murray (1976) utilizando o volume real e -0,696 para o mesmo modelo, quando foi utilizado o volume estimado. Portanto, nota 1 foi dada ao Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras; 2 ao modelo de Goulding & Murray (1976) com o volume real; 3 a Goulding & Murray (1976) com o volume estimado e 4 para o Polinômio do Quinto Grau. Observando-se a estatística seguinte, desvio (DESV), também na altura relativa de 25%, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras recebeu nota 1, o polinômio de Goulding & Murray (1976) com o volume estimado recebeu nota 2; o mesmo polinômio com o volume real recebeu 3 e o Polinômio do Quinto Grau ficou com nota 4. Para a soma de quadrados do resíduo relativo (SSRR) as notas foram: 4 para o Polinômio do Quinto Grau; 2 para o Polinômio de Potências Fracionária e Inteiras; 1 para o polinômio de Goulding & Murray (1976) com o

TABELA 3.8 Estatísticas e ranking dos modelos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
5 ^o Grau (1966)	RP	7,036	-1,436	-3,872	-3,816	-3,035	-2,593	3,380	5,495	3,294	-2,157	-4,425	-0,950	2,497	4,335	-7,293	-14,147	
	DESV	3,376	-0,429	-1,387	-1,360	-1,076	-0,937	0,893	1,516	0,890	-0,521	-0,961	-0,053	0,692	0,847	-0,382	-0,336	
	SSRR	0,646	0,147	0,158	0,140	0,106	0,075	0,138	0,253	0,163	0,237	0,416	0,523	1,014	2,430	4,531	7,826	
	DP	3,766	2,152	1,437	1,197	1,117	0,917	0,976	1,007	1,136	1,466	1,597	1,906	2,125	2,302	1,723	1,001	
Hradetzky (1976)	RP	-0,596	-0,281	-0,142	0,078	0,154	-0,481	0,030	-0,326	0,047	-0,394	-0,843	-0,167	-2,079	-3,405	-5,408	-10,790	
	DESV	0,081	0,010	-0,055	-0,018	-0,005	-0,246	-0,140	-0,204	-0,012	-0,068	-0,125	0,110	-0,101	-0,179	-0,234	-0,235	
	SSRR	0,422	0,131	0,066	0,052	0,049	0,036	0,077	0,088	0,106	0,204	0,286	0,510	1,096	2,779	4,222	6,941	
	DP	3,533	2,151	1,337	1,054	0,992	0,790	1,109	1,148	1,177	1,434	1,540	1,902	2,125	2,376	1,698	0,979	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-0,785	-0,603	-0,567	-0,326	-0,123	-0,602	-0,050	-0,481	0,245	-0,065	-0,673	0,026	-1,494	-2,464	-9,908	-2,963	
	DESV	0,106	0,032	-0,072	-0,028	0,026	-0,167	-0,067	-0,167	0,110	0,057	-0,057	0,157	-0,004	-0,079	-0,612	-0,004	
	SSRR	0,335	0,229	0,166	0,148	0,137	0,120	0,107	0,075	0,051	0,041	0,074	0,198	0,645	1,982	4,042	4,883	
	DP	3,245	2,863	2,157	1,940	1,806	1,526	1,331	1,028	0,799	0,628	0,773	1,192	1,611	1,990	1,547	0,888	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-1,701	-1,426	-1,390	-1,146	-0,944	-1,423	-0,891	-1,372	-0,696	-1,084	-1,723	-1,083	-2,601	-3,556	-10,990	-3,763	
	DESV	-0,089	-0,139	-0,232	-0,182	-0,125	-0,313	-0,205	-0,300	-0,014	-0,058	-0,162	0,064	-0,083	-0,140	-0,652	-0,018	
	SSRR	0,433	0,202	0,136	0,112	0,103	0,085	0,096	0,123	0,160	0,252	0,322	0,517	0,991	2,387	4,621	5,069	
	DP	3,564	2,515	1,714	1,465	1,346	1,039	1,103	1,109	1,208	1,379	1,449	1,795	1,986	2,178	1,611	0,888	
5 ^o Grau (1966)		16	12	13	13	13	12	13	13	14	15	16	12	14	14	11	16	
Hradetzky (1976)		6	4	4	4	5	5	7	9	7	10	9	10	12	13	7	12	
Goulding (Vreal) (1976)		7	12	12	12	11	11	10	6	7	4	4	7	4	4	8	5	
Goulding (Vest)(1976)		11	12	11	11	11	12	10	12	12	11	11	11	10	9	14	7	

volume real e 3 para Goulding & Murray (1976) com o volume estimado. Finalmente, para a estatística desvio padrão das diferenças (DP) o Polinômio do Quinto Grau recebeu nota 2; o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras recebeu nota 3; o polinômio de Goulding & Murray (1976) com o volume real nota 1 e com o volume estimado, 4. Obtidas estas colocações, somou-se os valores para cada modelo com a finalidade de se conhecer o modelo com maior acurácia para a altura relativa de 25%. Neste contexto, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras e o de Goulding & Murray (1976) com o volume real totalizaram 7 pontos, ficando empatados na primeira colocação. Na seqüência veio o polinômio de Goulding & Murray (1976) com volume estimado com 12 pontos e em último lugar o Polinômio do Quinto Grau com 14 pontos. Este procedimento foi repetido para todas as alturas relativas e em todos os ambientes de produção.

A Tabela 3.9 sintetiza os resultados do ranking para todos os ambientes de produção e traz ainda, a porcentagem de vezes em que os modelos foram os melhores nas estimativas de diâmetros a diferentes alturas. Nas alturas relativas onde existem duas ou mais letras, é porque houve empate em número de pontos, na primeira posição, entre dois ou mais modelos.

De maneira geral, em todos os ambientes de produção, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o melhor para estimar o diâmetro na base da árvore até a altura relativa de 5%. Depois, partindo-se da posição 10% da altura total o predomínio foi do polinômio desenvolvido por Goulding & Murray (1976), que usou como base o volume real. Esta predominância foi até 75% da altura total. Na posição 85% da altura relativa o melhor modelo foi o de Potências Fracionária e Inteiras e na posição 95%, novamente Goulding & Murray foi o melhor.

TABELA 3.9 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos diâmetros, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição.

Altura (%)	Ambientes de produção				
	1	2	3	4	5
0	H	G	H	H, G	H
1	H	H	H	H	H
2	H	H	H	H	H
3	H	H	H	H	H
4	H	H	H	H, E	H
5	H	H	H, E	H, E	H
10	H	G	G	G	H
15	G	G	G	G	G
25	H, G	G	H	G	H, G
35	G	G	H	G	G
45	G	G	H, G	G	G
55	G	G	G	G	G
65	G	G	G	G	G
75	G	G	G	G	G
85	H	H	P	H	H
95	G	H	G	G	E
P	0	0%	6%	0%	0%
H	56%	56%	56%	44%	56%
G	50%	44%	44%	63%	44%
E	0	0%	6%	19%	6%

Modelos: P – Polinômio do 5º grau, Shöepfer (1966)

H – Hradetzky (1976)

G – Goulding & Murray (1976) – Volume real

E – Goulding & Murray (1976) – Volume estimado

Nos ambientes de produção 1 e 5, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o primeiro colocado em 56% das posições. Estas posições correspondem às alturas relativas de 0 até 10%, mais as posições 25% e 85% da altura total. O modelo de Goulding & Murray (1976) com o volume real, para o ambiente de produção 1, foi o melhor nas posições 15 a 75% da altura total e também na posição 85%, assim, esteve em primeiro lugar em 50% das posições.

Comportamento semelhante ocorreu no ambiente de produção 5, onde Goulding & Murray (1976) com o volume real estimou com maior acurácia 44% das alturas tomadas, já Goulding & Murray (1976) com o volume estimado foi o melhor na posição 95%.

Para o ambiente de produção 2, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o melhor na base da árvore, exceto na altura relativa de 0%, e também no topo, mais especificamente nas posições 85 e 95% da altura total. Assim, o referido polinômio apresentou maior acurácia em 56% das posições tomadas ao longo do fuste. Já o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976), e aplicado com o volume real foi o primeiro colocado nas alturas relativas de 10 até 75%.

Agora, considerando o ambiente de produção 3, nota-se que, pela primeira vez o Polinômio do Quinto Grau ocupou a primeira colocação, isto ocorreu na altura relativa de 85%. O polinômio de Goulding & Murray (1976), aplicado com o volume estimado também foi o melhor, juntamente com o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, apenas na posição 5% da altura total. Nas demais posições a melhor colocação foi do Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, que superou os demais em 56% das alturas relativas. Estas primeiras colocações se concentraram na base da árvore, 0 a 5% e também nas posições de 25 a 45%. Já o modelo de Goulding & Murray (1976), com o volume real, foi o melhor em 44% das posições, sendo estas entre 10 e 15%, depois de 45 a 75% e, finalmente, na posição 95% da altura total.

Para o ambiente de produção 4 o polinômio de Potências Fracionária e Inteiras foi o melhor entre 0 e 5% da altura total, no entanto o polinômio de Goulding & Murray (1976) se igualou a ele nas posições 0, 4 e 5%. Nos demais pontos, Goulding & Murray (1976), com o volume real estimou com maior acurácia os diâmetros entre 10 e 75% da altura total das árvores e também na posição 95%. Desta forma, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi

o primeiro colocado em 44% das posições, Goulding & Murray (1976), com o volume real foi o melhor em 63% e o mesmo modelo, com o volume estimado foi superior aos demais em 6% das alturas relativas.

Comparando o desempenho do polinômio de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real e com o volume estimado, o último apresentou nítida desvantagem em relação ao primeiro. O modelo aplicado com o volume estimado só superou o aplicado com o volume real em quatro oportunidades: posição 5% da altura total para os ambientes 3 e 4; posição 4% para o ambiente 4 e posição 95% para o ambiente 5.

Como para aplicação das funções de afilamento não é possível utilizar o volume real, apenas o estimado, um novo ranking foi elaborado excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) com volume real. As tabelas com as estatísticas e o novo ranking, para cada ambiente de produção estão apresentadas no Anexo B.

A Tabela 3.10 apresenta um resumo do novo ranking para todos os ambientes de produção e assim, evidencia a superioridade do Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras para estimativas de diâmetros, praticamente ao longo de todo o fuste, o que não ocorreu na Tabela 3.9. Desta forma, fica claro que, se o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976) for testado contra outros modelos da mesma maneira com que foi ajustado, ou seja, utilizando-se o volume real, os resultados da comparação irão diferir da realidade.

Ainda com base na Tabela 3.10 observa-se que o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o de maior acurácia em 81% das posições nos ambientes de produção 1, 4 e 5; em 88% das posições no ambiente 2 e em 75% das posições para o ambiente 3. O polinômio de Goulding & Murray (1976) foi o melhor em 50% das posições para o ambiente 4; 38% no ambiente de produção 3; 25% no ambiente 5; 19% no ambiente 1 e 13% no ambiente 2. Para os ambientes 1 e 2, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o

melhor de 0 até 55% da altura total e depois na posição 85% para o primeiro ambiente e 85 e 95% para o segundo. As posições restantes foram melhor estimadas por Goulding & Murray (1976).

TABELA 3.10 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos diâmetros, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real.

Altura (%)	Ambientes de produção				
	1	2	3	4	5
0	H	H	H	H	H
1	H	H	H	H, E	H
2	H	H	H	H, E	H
3	H	H	H	H, E	H
4	H	H	H	H, E	H
5	H	H	H, E	H, E	H
10	H	H	H, E	E	H, E
15	H	H	H, E	E	E
25	H	H	H	H	H
35	H	H	H	H	H
45	H	H	H	H	H
55	H	H	P	H	H
65	E	E	E	H	H
75	E	E	H, E	H	E
85	H	H	P	H	H
95	E	H	E	E	E
P	0%	0%	13%	0%	0%
H	81%	88%	75%	81%	81%
E	19%	13%	38%	50%	25%

Modelos: P – Polinômio do 5º grau, Shöepfer (1966)

H – Hradetzky (1976)

E – Goulding & Murray (1976) – Volume estimado

Nos ambientes de produção 3, 4 e 5, o modelo de Goulding & Murray (1976) estimou com maior acurácia algumas posições na base da árvore. Para o ambiente de produção 3, foi o melhor, juntamente com o Polinômio de Potências

Fracionárias e Inteiras nas alturas relativas entre 10 e 35%. Para o ambiente de produção 4, novamente juntamente com o polinômio de Hradetzky (1976), o polinômio de Goulding & Murray (1976) apresentou melhor acurácia entre 1 e 5% da altura total. O mesmo modelo também foi o de maior acurácia nas posições 10, 15 e 95% da altura total média das árvores. Para o ambiente de produção 5, Goulding & Murray (1976) foi o melhor nas posições relativas de 15, 75 e 95% e também na posição 10%, neste último caso, juntamente com o polinômio de potências inteiras e fracionárias.

Destaque deve ser dado às posições no topo das árvores do ambiente de produção 3, onde, pela primeira vez, o Polinômio do Quinto Grau apresentou maior acurácia que os demais, tal fato ocorreu, especificamente, nas posições 55 e 85% da altura total.

Apesar de alguns modelos estimarem com maior acurácia alguns pontos, o modelo de Potências Fracionária e Inteiras pode ser utilizado para estimar diâmetros para todo o fuste, uma vez que, ao se observar as tabelas do Anexo B, o citado modelo, quando não foi o melhor foi o segundo melhor, com estatísticas muito próximas a dos melhores modelos.

As figuras 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6 apresentam os perfis médios reais e estimados por todos os modelos polinomiais estudados, para os fuste de *Pinus taeda* provenientes dos ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente. Estas figuras permitem avaliar quão bem cada modelo se ajustou ao perfil real do fuste e também as tendências de sub e, ou, superestimativas ocorridas.

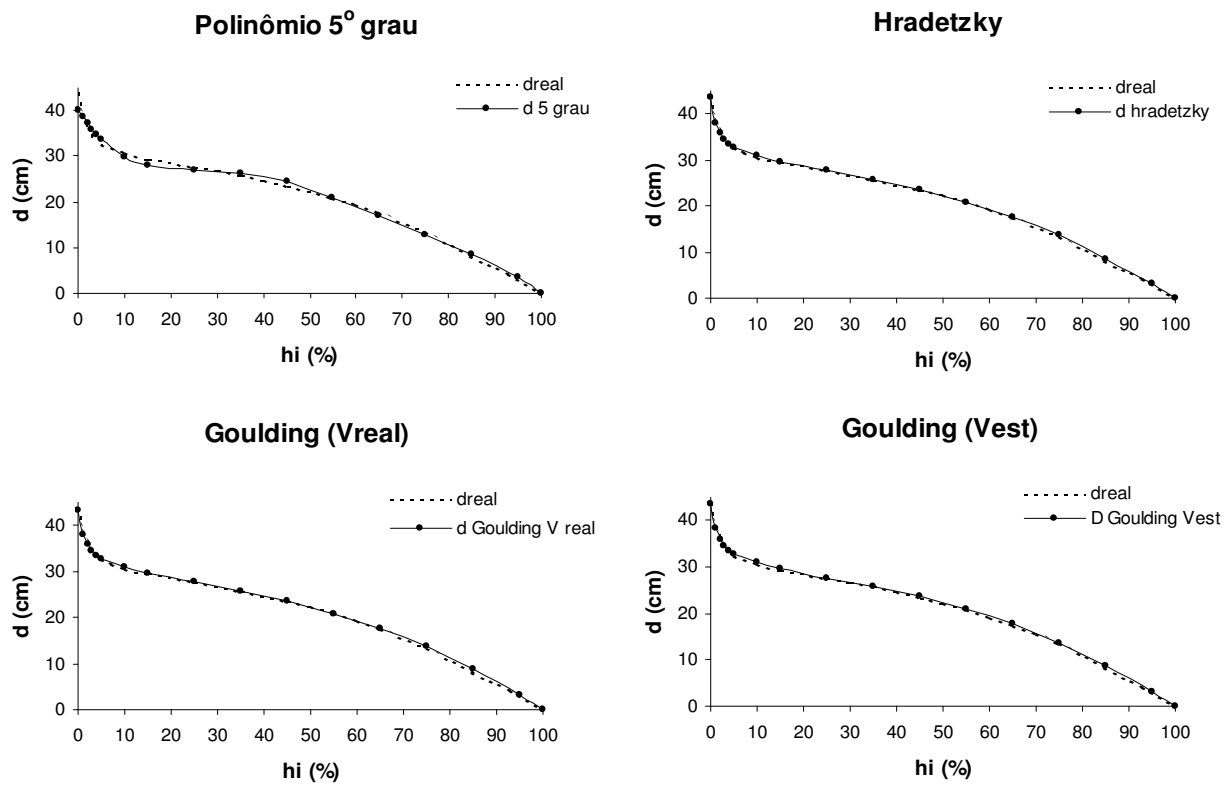


FIGURA 3.2 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 1, para os modelos polinomiais testados.

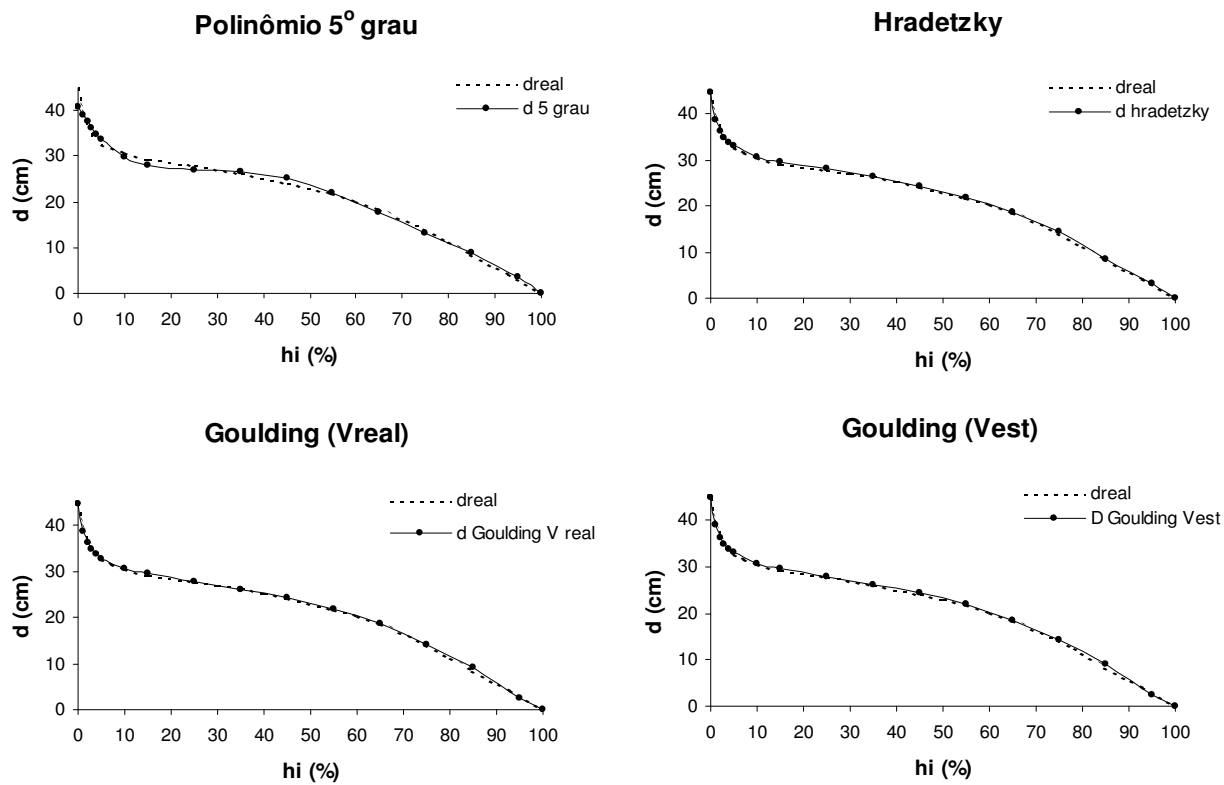


FIGURA 3.3 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 2, para os modelos polinomiais testados.

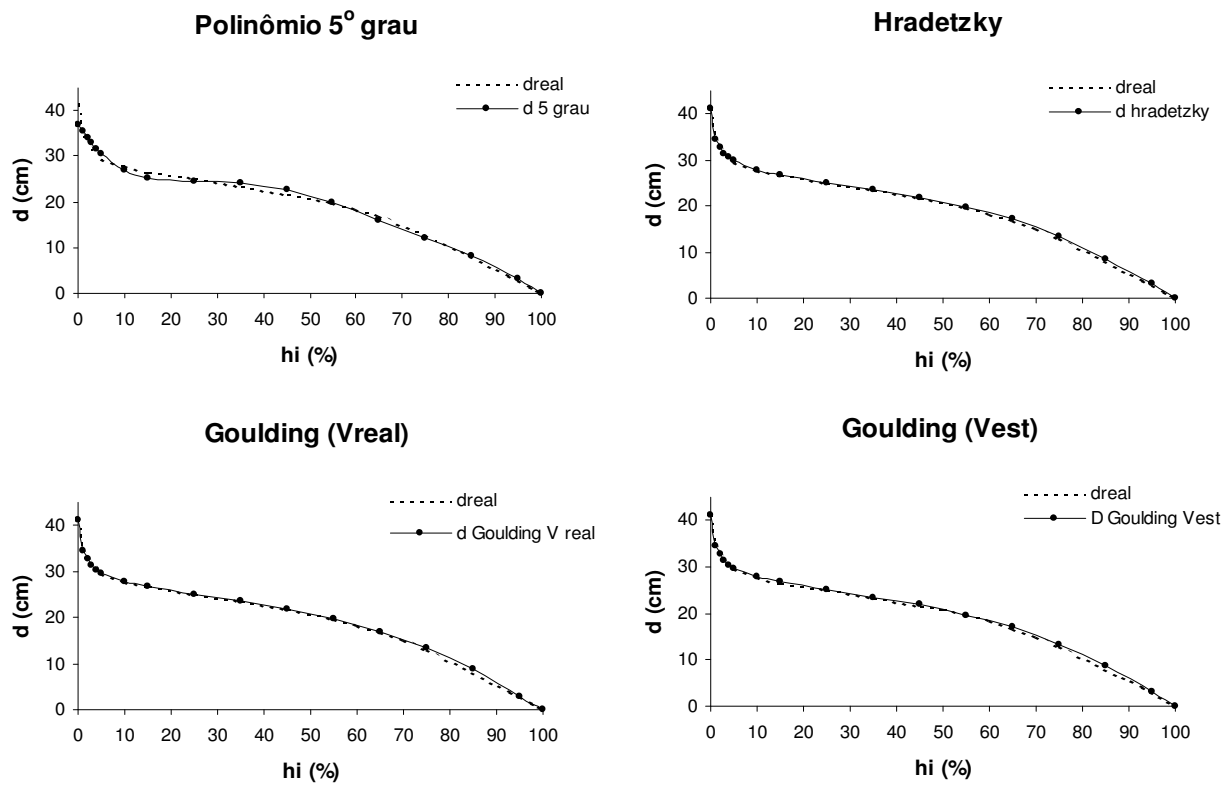


FIGURA 3.4 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 3, para os modelos polinomiais testados.

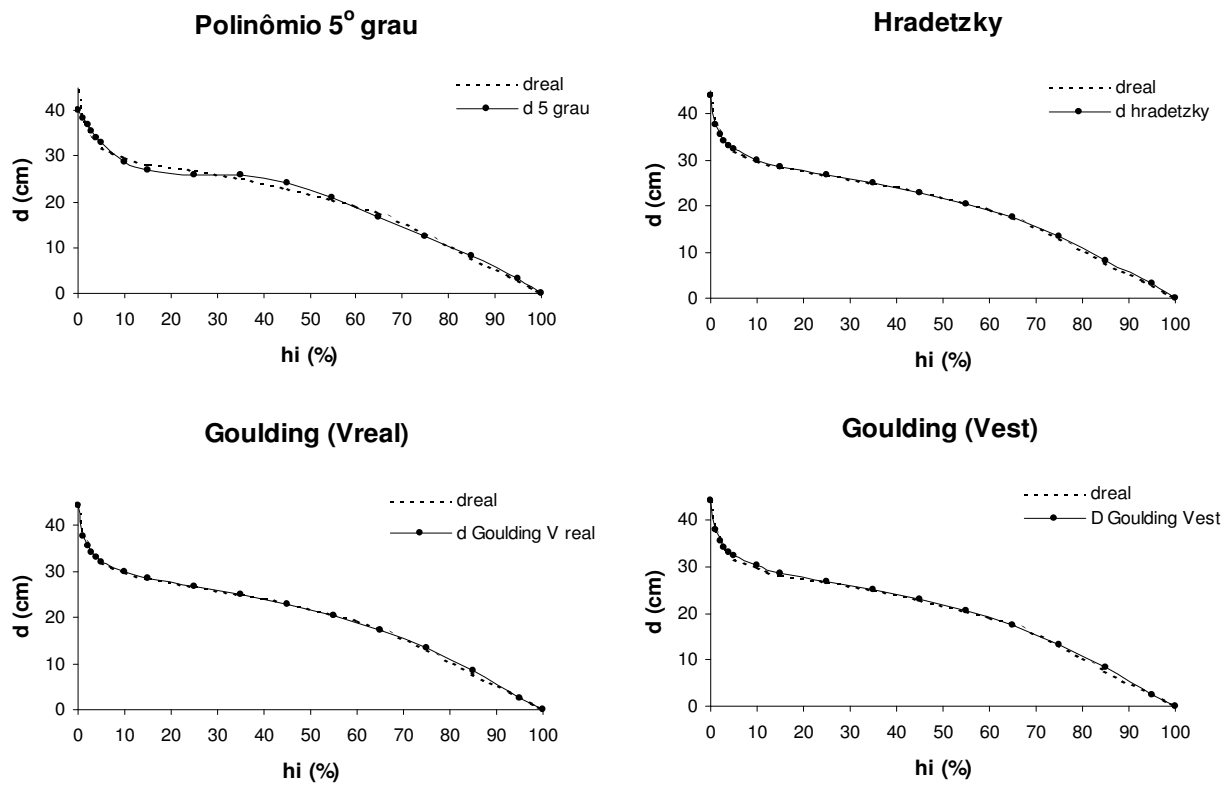


FIGURA 3.5 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 4, para os modelos polinomiais testados.

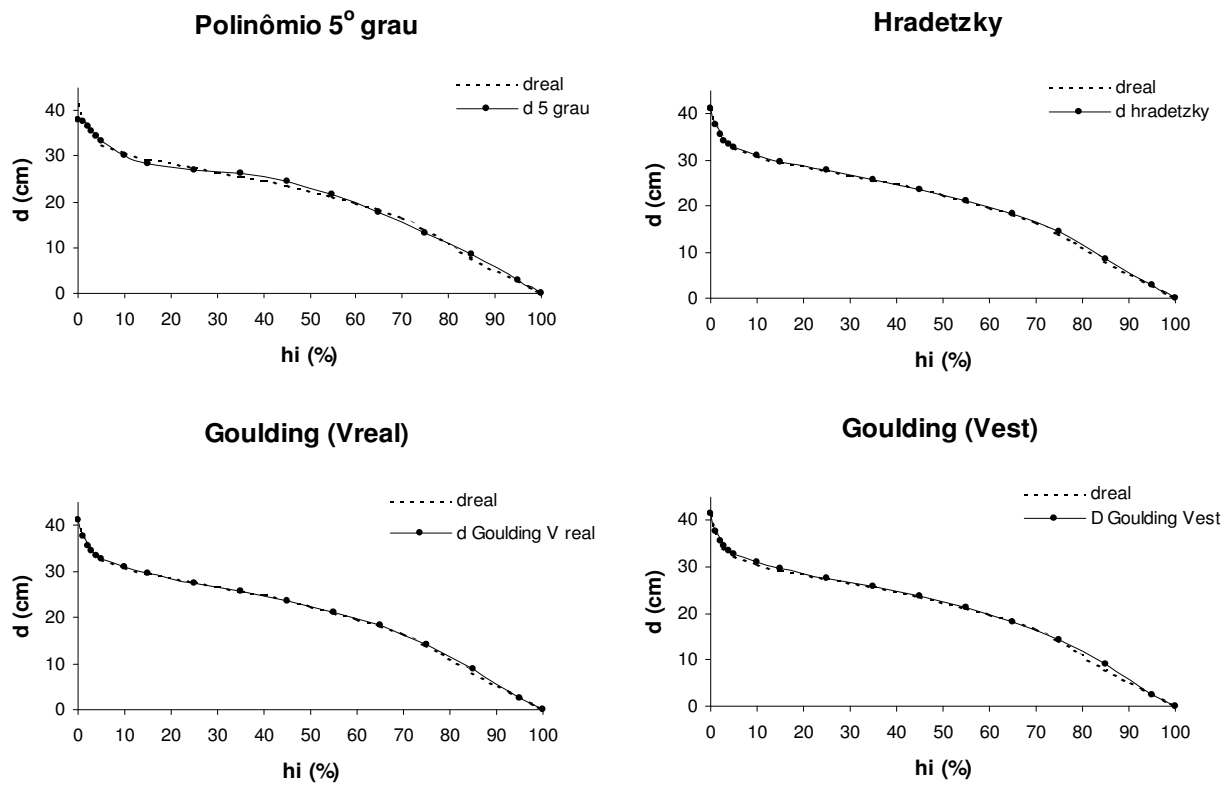


FIGURA 3.6 Perfis médios dos fustes de *Pinus taeda*, considerando o ambiente de produção 5, para os modelos polinomiais testados.

Neste contexto, o Polinômio do Quinto Grau foi o que apresentou perfil médio com as mais tendenciosas estimativas, que variaram entre sub e superestimativas ao longo de todo o perfil do fuste. Este comportamento foi o mesmo para todos os ambientes de produção.

O comportamento do Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras e de Goulding & Murray (1976), com o volume estimado, foi semelhante. Em todos os ambientes de produção, apresentaram tendências de superestimar diâmetros em praticamente todo o fuste da árvore. Esta tendência de superestimativa foi maior no topo das árvores.

Embora os dois modelos tenham se ajustado bem ao perfil do fuste, a superestimativa do diâmetro levará também à uma superestimativa do número de toras caso um diâmetro mínimo comercial seja definido.

Comparando o polinômio de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real e o mesmo modelo aplicado com o volume estimado, percebe-se que o primeiro ajustou um perfil mais próximo do real. Portanto, as mesmas considerações sobre a aplicação do volume real, realizadas anteriormente, devem ser lembradas aqui.

5.3 Acurácia dos modelos na estimativa dos volumes

As tabelas do Anexo C apresentam as estatísticas obtidas pelos modelos polinomiais para cada ambiente de produção, bem como as notas a eles atribuídas, em cada posição de medição considerada. Aqui, como na análise da acurácia dos modelos para estimativa dos diâmetros, também será avaliado o impacto em se adotar o polinômio de Goulding & Murray (1976) com o volume real e com o volume estimado por equação volumétrica.

Partindo das estatísticas: resíduo percentual, desvio, soma de quadrados do resíduo relativo e desvio padrão das diferenças; foi elaborado um ranking,

onde o modelo que apresentou o menor somatório das notas a eles atribuídas foi considerado o de maior acurácia para estimar o volume naquela posição do fuste. Desta forma, foi possível determinar qual o melhor modelo para estimar os volumes parciais em cada posição relativa do fuste. Um resumo do ranking, apresentado do Anexo C, está na Tabela 3.11.

TABELA 3.11 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição.

Altura (%)	Ambientes de produção				
	1	2	3	4	5
1	P	P	P	P	P
2	P	P	P	P	P
3	P	P	H	E	P
4	H	H	H	E	H
5	H	H	H	E	H
10	H	H	H	E	P
15	P	P	P	P	P
25	G	G	G	G	G
35	G	G	G	G	G
45	G	G	G	G	G
55	G	G	P	G	G
65	G	G	P	G	G
75	G	G	G	G	G
85	G	G	G	G	G
95	G	G	G	G	G
100	G	G	G	G	G
P	25%	25%	31%	19%	31%
H	19%	19%	25%	0%	13%
G	56%	56%	44%	56%	56%
E	0%	0%	0%	25%	0%

Modelos: P – Polinômio do 5º grau, Shöepfer (1966)

H – Hradetzky (1976)

G – Goulding & Murray (1976) – Volume real

E – Goulding & Murray (1976) – Volume estimado

De maneira geral, o comportamento dos modelos na estimativa dos volumes não diferiu entre os ambientes de produção. O Polinômio do Quinto Grau foi melhor para estimar os volumes nas posições 1, 2 e 3% da altura total média das árvores para os ambientes de produção 1, 2 e 5 e nas posições 1 e 2% nos ambientes 3 e 4. Após estes pontos o Polinômio do Quinto Grau também apresentou acurácia na posição 15% da altura total para todos os ambientes de produção. Exceto para o ambiente de produção 4, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o que melhor estimou volumes entre as alturas relativas de 4 e 10%. Para o ambiente de produção 4, o modelo que melhor estimou volumes entre 3 e 10% da altura total foi o de Goulding & Murray (1976), com o volume estimado.

O modelo que se apresentou mais vezes na primeira colocação foi o de Goulding & Murray (1976), com o volume real. Este modelo foi o primeiro nas posições 25% até a altura total (100%) para todos os ambientes de produção, exceto para o ambiente 3, onde nas posições 55 e 65% o modelo de melhor desempenho foi o Polinômio do Quinto Grau.

Assim, Goulding & Murray (1976), com o volume real, estimou com maior acurácia 56% das posições nos ambientes 1, 2, 4 e 5 e 44% das posições no ambiente de produção 3. O Polinômio do Quinto Grau ficou em segundo lugar, estimando melhor 31% das posições do fuste para os ambientes 3 e 5; 25% para os ambientes 1 e 2 e 19% para o ambiente 4. Na seqüência vieram o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras e o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976), com o volume estimado, sendo que este estimou com maior acurácia 25% das posições no ambiente 3; 19% nos ambientes 1 e 2, e no ambiente 4 não superou nenhum dos demais modelos. E, justamente no ambiente de produção 4, Goulding & Murray (1976), com o volumes estimado foi o melhor na posição 25%.

Novamente, como para os diâmetros, o polinômio de Goulding & Murray (1976) não deve ser utilizado com o volume real, os mesmos argumentos utilizados quando daquela discussão devem ser aqui empregados. Assim, outro ranking foi construído. As tabelas com as estatísticas e as notas recebidas por cada modelo em cada posição do fuste pode podem ser observadas no Anexo D.

A Tabela 3.12 apresenta uma síntese do ranking para todos os ambientes de produção, para as vezes em que o modelo recebeu a menor nota, ou seja, foi o melhor para estimativa de volume em cada posição do fuste. A mesma tabela traz porcentagem de vezes que cada modelo ocupou o primeiro lugar em relação ao número de seções tomadas nas árvores. Entretanto, aqui, foi retirado o modelo de Goulding & Murray (1976) com o volume real.

O comportamento dos modelos até 15% da altura relativa foi o mesmo do observado na Tabela 3.11. Todavia, partindo-se desta posição, onde na Tabela 3.11 predominou o polinômio de Goulding & Murray (1976), há uma clara predominância do Polinômio do Quinto Grau.

Para o ambiente de produção 1, nas posições, 25 e 35%, todos os três modelos se apresentaram com a mesma acurácia, sendo portanto, igualmente eficientes na estimativa do volume. Da posição 45% da altura relativa até a posição 85%, o modelo de melhor desempenho foi o polinômio do quinto grau. Nas posições 95 e 100% o melhor modelo foi o de Potências Fracionária e Inteiras.

Para o ambiente de produção 3, o melhor modelo nas posições 25 e 35% foi o de polinômio proposto por Hradetzky (1976), em seguida até a altura de total da árvore o modelo de melhor desempenho foi o Polinômio do Quinto Grau, salvo nas posições 85 e 95% onde se destacou o polinômio de Goulding & Murray (1976).

No ambiente de produção 4 os três modelos demonstraram a mesma acurácia na estimativa dos volumes nas posições 85 e 95% da altura total. Nas posições 25 e 35% o melhor modelo foi o de Hradetzky (1976) e nas demais nenhum outro modelo superou o Polinômio do Quinto Grau.

TABELA 3.12 Modelo que ocupou o primeiro lugar no ranking para estimativa dos volumes, em diferentes posições no fuste, e valores percentuais para todas as vezes que o modelo ocupou a primeira posição, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real.

Altura (%)	Ambientes de produção				
	1	2	3	4	5
1	P	P	P	P	P
2	P	P	P	P	P
3	P	P	H	E	P
4	H	H	H	E	H
5	H	H	H	E	H
10	H	H	H	E	P
15	P	P	P	P	P
25	P, H, E	H	H	E	H,E
35	P, H, E	H, E	H	E	H
45	P	P	P	P	H
55	P	P	P	P	H
65	P	P	P	P	P
75	P	P	P	P	P
85	P	P	E	P, H, E	P
95	H	P	E	P, H, E	P
100	H	P	P	P	P
P	69%	75%	50%	63%	63%
H	44%	31%	38%	13%	38%
E	13%	6%	13%	50%	6%

Modelos: P – Polinômio do 5º grau, Shöepfer (1966)

H – Hradetzky (1976)

E – Goulding & Murray (1976) – Volume estimado

Finalmente, para o ambiente de produção 5, o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras foi o melhor nas posições 25 a 55% da altura média total

das árvores e o Polinômio do Quinto Grau foi o melhor de 65% até a altura total. Ainda, para este ambiente, na posição 25% Goulding & Murray (1976) se igualou a ao polinômio de Hratedzky (1976) como o melhor.

O Polinômio do Quinto Grau, contrariando seu desempenho na estimativa dos diâmetros foi, de maneira geral, o melhor modelo para se estimar volume ao longo do fuste. Na seqüência ficou o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras e em último lugar o polinômio de Goulding & Murray (1976).

O modelo de Goulding & Murray (1976) foi o melhor modelo para estimar volume em 13% das posições observadas para os ambiente 1 e 3; em 6% das posições para os ambiente 2 e 5; e em 50% para o ambiente de produção 4. Já o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras apresentou maior acurácia que os demais em 44% das posições observadas para o ambiente de produção 1; 38% para os ambientes de produção 3 e 5; 31 para o ambiente 3 e apenas 13% para o ambiente 4. O modelo de melhor desempenho, Polinômio do Quinto Grau, se sobressaiu em 75% das posições para o ambiente de produção 2; em 69% para o ambiente de produção 1; em 63% para os ambientes 4 e 5 e 50% para o ambiente 3.

Ainda com relação à Tabela 3.12, agora comparando-a com a Tabela 3.11, confirma-se que, também para estimativas de volumes, adotar o volume real no modelo de Goulding & Murray (1976) e compará-lo com outros modelos de afilamento traz resultados distorcidos e irreais. O modelo de Goulding & Murray (1976) com o volume real foi o melhor modelo para estimativa dos diâmetros e quando passou a ser aplicado com o volume estimado, Tabela 3.12, foi o modelo de pior desempenho.

Passando agora a analisar as Figuras 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11, que apresentam os volumes médios reais e estimados para os ambientes de produção estudados, pode-se perceber as tendenciosidades nas estimativas. Neste

contexto, o Polinômio do Quinto Grau, melhor modelo na estimativa de volumes, apresenta, para todos os ambientes de produção, uma tendência de subestimar os volumes na base da árvore até a posição 15% da altura total, em seguida, na posição até o topo da árvore a tendência é de superestimativa. Os maiores desvios ocorreram nas posições 25 a 45%.

O Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras superestimou o volume em todo o fuste da árvore e, todos os ambientes de produção. As maiores superestimativas ocorreram a partir da posição 35% da altura nos ambientes 1 e 2. Já, nos ambientes de produção 4 e 3 os maiores desvios foram na posição 100% ou seja, na estimativa do volume total da árvore. Para o ambiente de produção 5 a superestimativa foi absolutamente homogênea em todo o fuste.

O polinômio de Goulding & Murray (1976), com o volume estimado, também superestimou todo o fuste, no entanto, seus desvios de superestimativas foram mais próximos do real do que os apresentados por Hradetzky (1976). Este fato foi observado para todos os ambientes de produção exceto para o 3. Neste caso a tendência foi de subestimativa que se aproximou muito do zero no ápice da árvore.

Comparando, agora, apenas o polinômio de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real e com o volume estimado, observa-se que as tendências são exatamente iguais para os dois modelos em todos os ambientes de produção. Os desvios são semelhantes até a posição 10 a 15% da altura total, a partir deste ponto o polinômio com o volume real passa a ser superior ao que usou o volume estimado até o topo da árvore. É nesta seção, que o modelo com o volume real apresenta estimativas tão boas que tendem a zero.

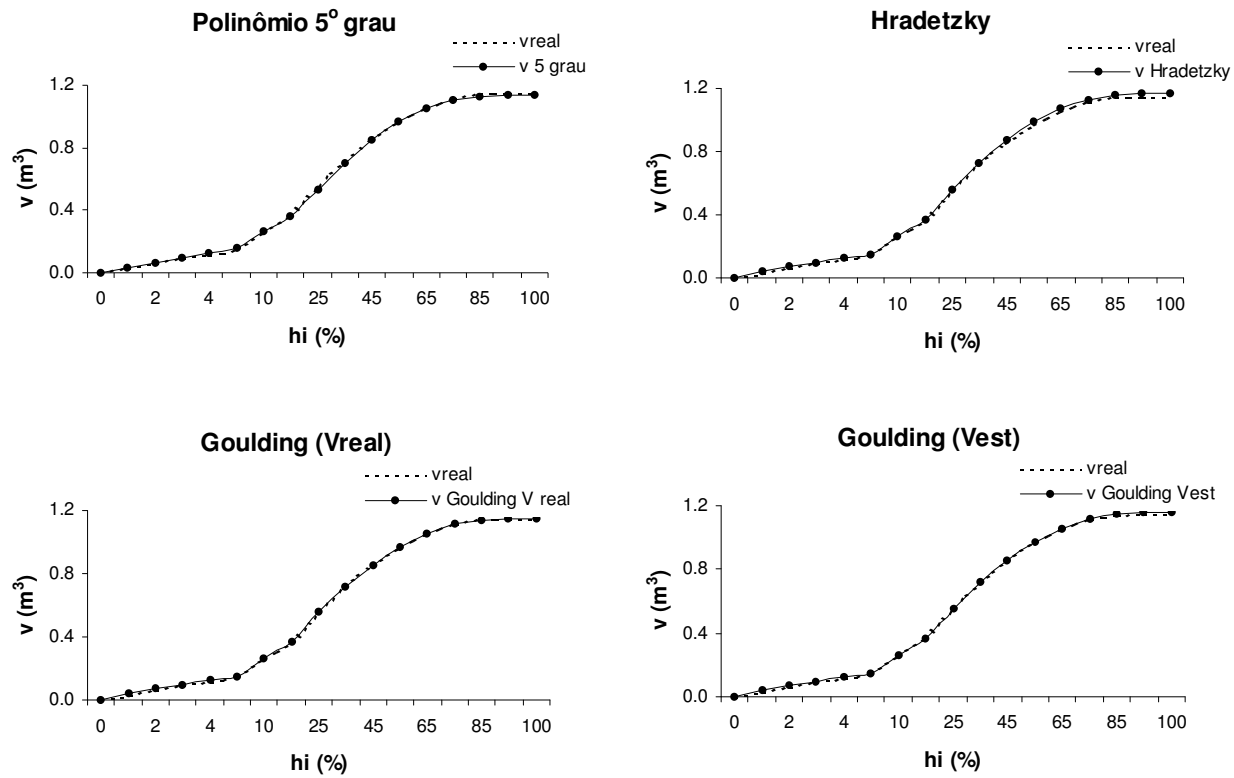


FIGURA 3.7 Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 1.

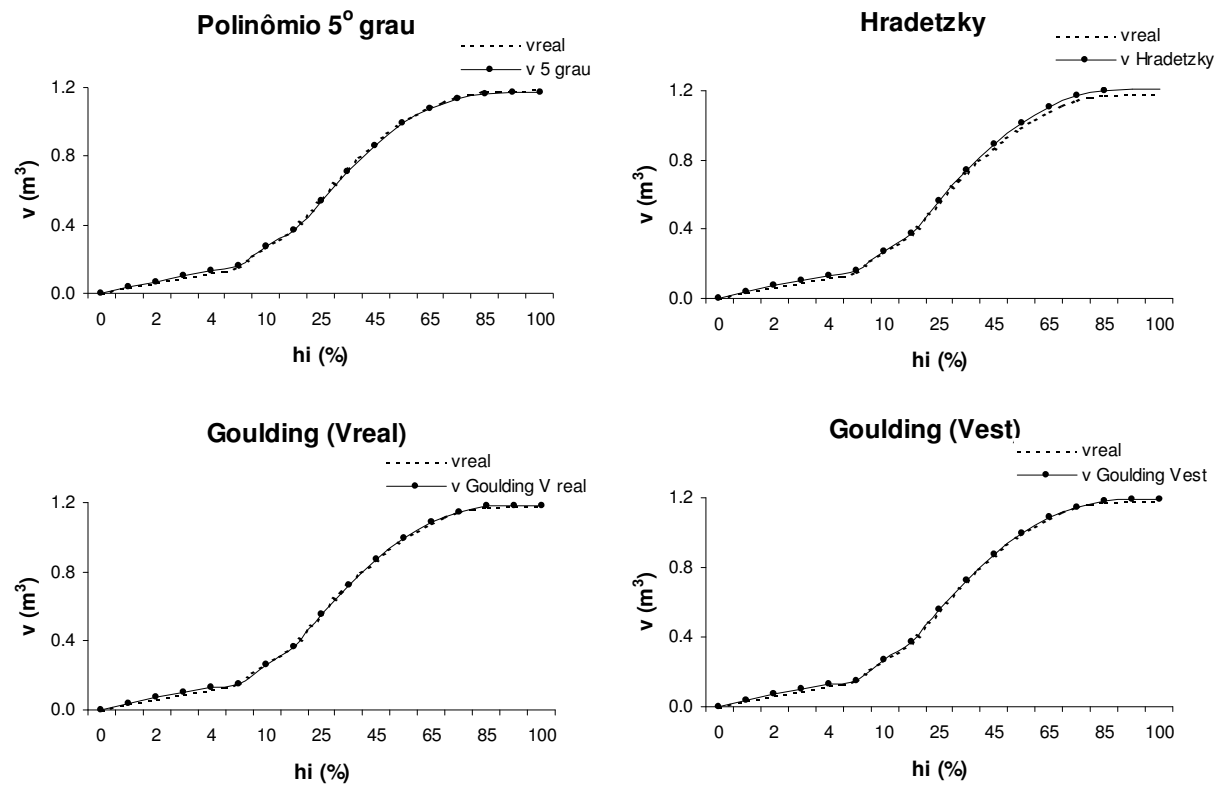


FIGURA 3.8 Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 2.

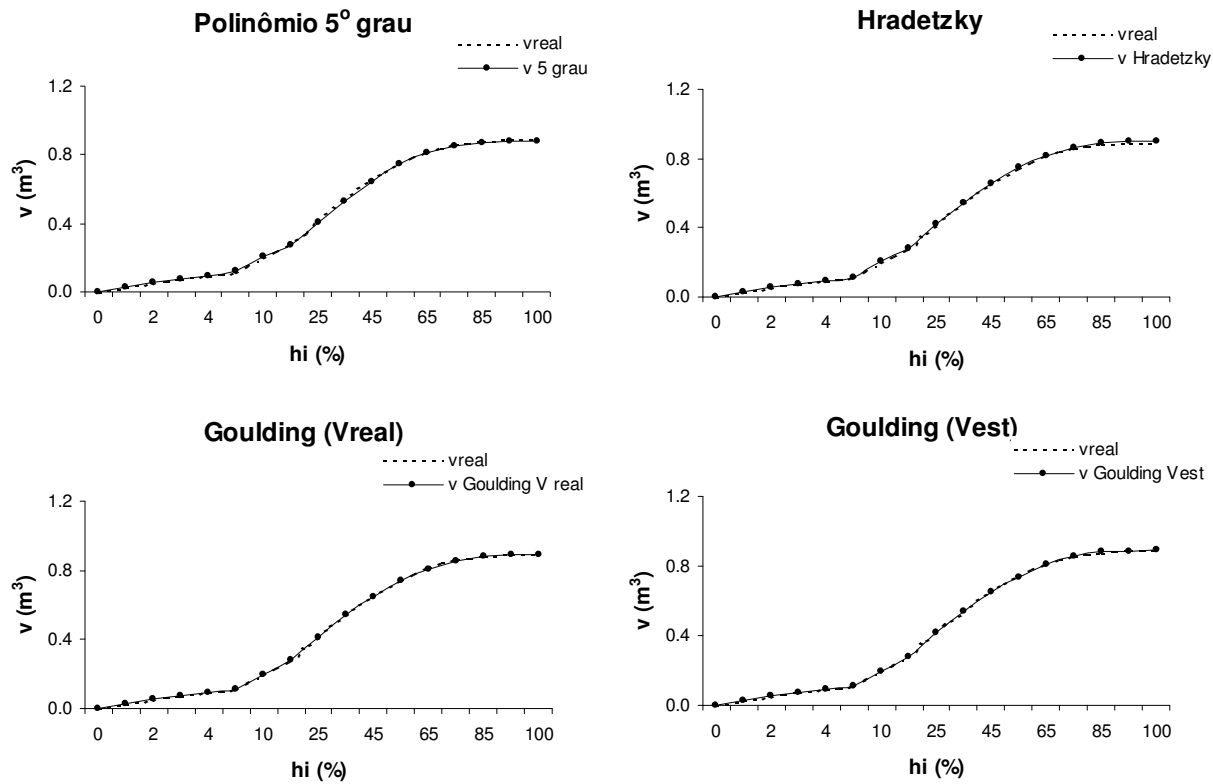


FIGURA 3.9 Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 3.

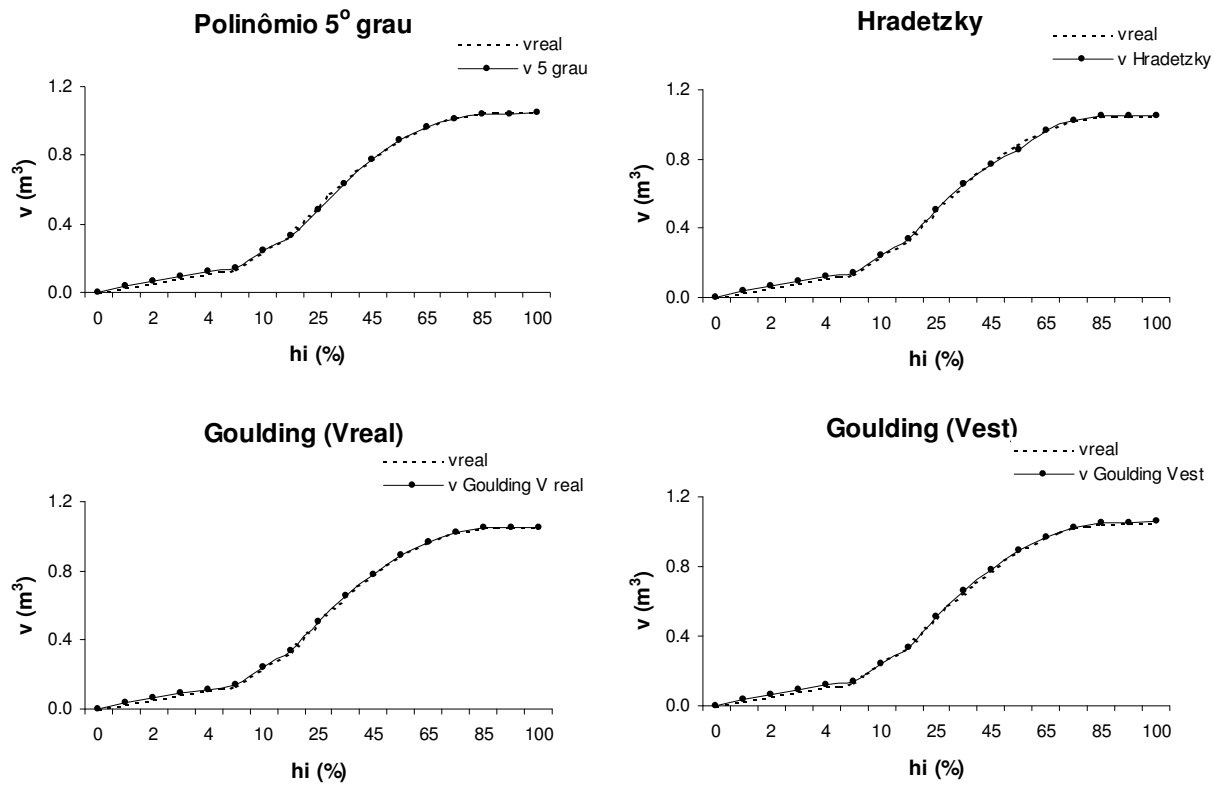


FIGURA 3.10 Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção 4.

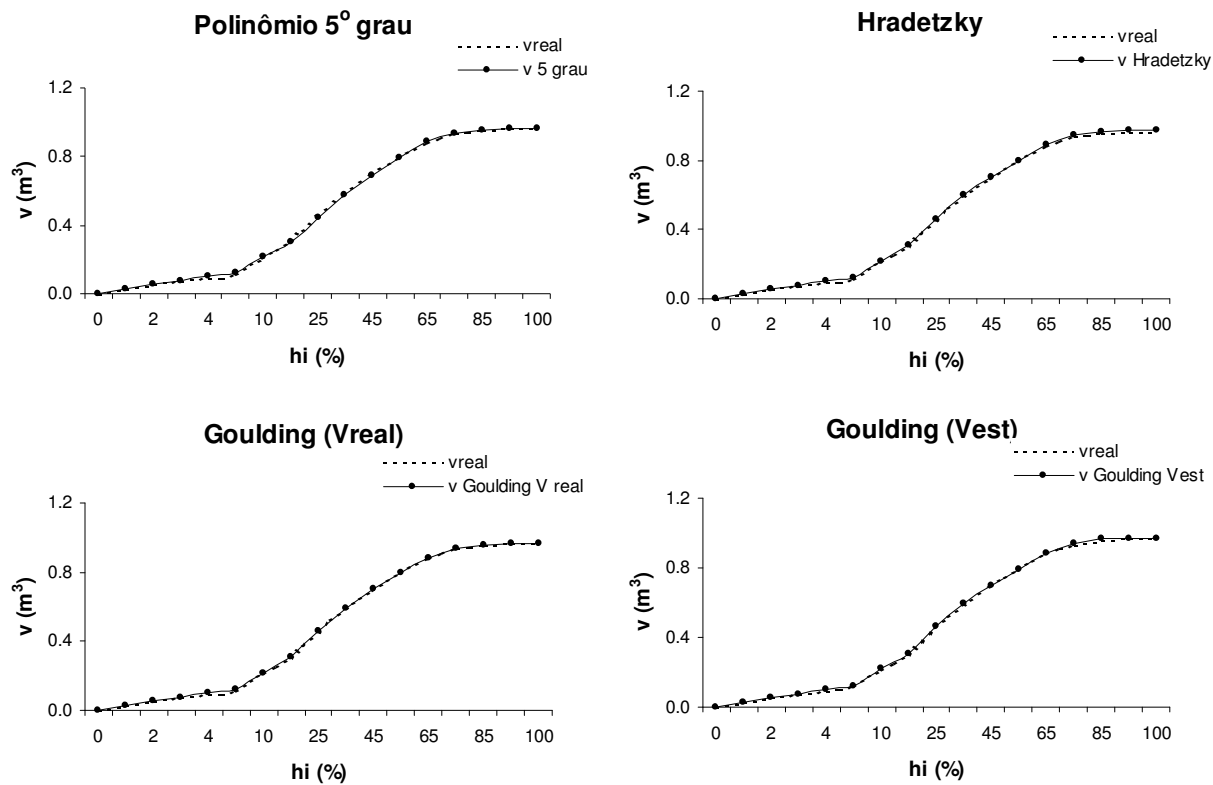


FIGURA 3.11 Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais para o ambiente de produção

5.4 Desempenho dos modelos polinomiais na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste

A Tabela 3.13 compara os modelos que foram os melhores para estimar diâmetros e volumes nas diferentes alturas relativas para os cinco ambientes de produção estudados.

TABELA 3.13 Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D) e volumes (V) para cada ambiente de produção, nas diferentes idades relativas.

Altura (%)	Ambientes de produção									
	1		2		3		4		5	
	D	V	D	V	D	V	D	V	D	V
1	H	P	H	P	H	P	H	P	H	P
2	H	P	H	P	H	P	H, E	P	H	P
3	H	P	H	P	H	H	H, E	E	H	P
4	H	H	H	H	H	H	H, E	E	H	H
5	H	H	H	H	H	H	H, E	E	H	H
10	H	H	H	H	H, E	H	H, E	E	H	P
15	H	P	H	P	H, E	P	E	P	H, E	P
25	H	P, H, E	H	H	H, E	H	E	E	E	H, E
35	H	P, H, E	H	H, E	H	H	H	E	H	H
45	H	P	H	P	H	P	H	P	H	H
55	H	P	H	P	H	P	H	P	H	H
65	H	P	H	P	P	P	H	P	H	P
75	E	P	E	P	E	P	H	P	H	P
85	E	P	E	P	H, E	E	H	P, H, E	E	P
95	H	H	H	P	P	E	H	P, H, E	H	P
100	E	H	H	P	E	P	E	P	E	P

Posições nas quais os melhores modelos para estimativa de diâmetro também foram os melhores para estimar o volume correspondente à cada altura relativa.

Nota-se que existiram poucas coincidências entre o melhor modelo para estimar diâmetro e o melhor para estimar volume. O Polinômio do Quinto Grau foi o de pior acurácia na estimativa de diâmetros, no entanto na estimativa de

volumes apresentou ótimo desempenho, tanto na base como no ápice da árvore. Já o Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias, que foi o melhor para estimar diâmetros em praticamente todo o fuste da árvore, mostrou-se eficiente apenas nas seções entre 4 e 35% da altura total. Assim, pode-se afirmar que o melhor modelo para estimar diâmetros, não foi o melhor na estimativa de volumes.

Uma justificativa para tal fato é que, no cálculo do volume real, durante a cubagem rigorosa, utilizou-se a fórmula de Smalian. Esta fórmula foi obtida, via cálculo, pela integração de um sólido de revolução de forma parabólica. Assim, o volume total ou parcial da árvore é encontrado pela soma das várias seções que a compõem, cuja forma é assumida ser de um parabolóide. Por outro lado, quando se encontra o volume pela integração de uma função de afilamento qualquer, é esperado que o volume seja diferente, pois outra metodologia de cálculo é utilizada, uma vez que o sólido de revolução, agora, possui forma determinada pela função de afilamento.

Outra possível explicação seria o fato do volume estimado ser comparado com o real sempre na sua forma acumulada. Deste modo, um modelo que não apresente boa acurácia nas seções inferiores da árvore, onde os volumes são maiores, pode ser de ótima acurácia nas demais seções. No entanto, como o modelo traz erros acumulados, sua acurácia pode não ser visualizada devido aos erros anteriores.

Com o objetivo de analisar a influência dos fatos acima, foi estimado o diâmetro, pelas funções de afilamento, exatamente nas mesmas alturas onde as árvores foram cubadas e, posteriormente, calculado o volume pela fórmula de Smalian. Também, para o cálculo das estatísticas descritas na seção 4.4 deste capítulo, foi utilizado o volume apenas de uma seção e não mais o volume acumulado de todas as seções. O ambiente de produção escolhido para o teste foi o de 2, região de Caetê.

A Tabela 3.14 apresenta os resultados do ranking para os modelos que obtiveram a primeira posição, em cada altura relativa, na estimativa dos diâmetros (D), na estimativa dos volumes (V1) usando a integral de cada modelo, da mesma forma que apresentado na Tabela 3.13, e também o volume (V2), não acumulado, calculado para cada seção individual, pela fórmula de Smalian. Os diâmetros que permitiram o cálculo do volume foram obtidos, para cada altura relativa, através das funções de afilamento de cada modelo. Os valores destacados apresentam as vezes em que o melhor modelo para estimativa de diâmetros foi também o melhor para estimativas dos volumes.

Observando os modelos que ocuparam o primeiro lugar nas estimativas de diâmetros (D), volumes pela integral (V1) e volumes por Smalian (V2), fica claro que as hipóteses citadas explicam a razão pela qual o melhor modelo para estimativa de diâmetros nem sempre é também o melhor para estimativas dos volumes. A comparação entre os melhores modelos para estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste envolvendo o volume calculado pela integração da função de afilamento (V1), coincidiu em 31% das alturas relativas. Já quando o volume foi calculado pela fórmula de Smalian, utilizando as respectivas funções de afilamento para a determinação dos diâmetros a diversas alturas, e sendo o mesmo comparado de forma não acumulada, as coincidências foram de 94%, ou seja, houve igualdade em 15 das 16 alturas relativas estudadas. A tabela que gerou o ranking para V2 encontra-se no Anexo E, Tabela 1E.

TABELA 3.14 Comparação entre os melhores modelos para estimar diâmetros (D); volumes acumulados provenientes da integral das funções de afilamento (V1) e volume não acumulado proveniente da fórmula de Smalian (V2) nas diferentes idades relativas.

Altura (%)	D	V1	V2
1	H	P	H
2	H	P	H
3	H	P	H
4	H	H	H
5	H	H	H
10	H	H	H
15	H	P	H
25	H	H	H
35	H	H, E	H
45	H	P	H
55	H	P	H
65	H	P	P,H,E
75	E	P	E
85	E	P	P
95	H	P	H,E
100	H	P	H
		31%	94%

Posições nas quais os melhores modelos para estimativa de diâmetro também foram os melhores para estimar o volume correspondente à cada altura relativa.

V1= Volume acumulado calculado pela integral de cada modelo.

V2= Volume não acumulado calculado pela fórmula de Smalian.

5.5 Teste de Identidade de Modelos

Nas Tabelas 3.13, 3.14 e 3.15 encontram-se os resultados do teste de identidade de modelo para os três modelos estudados. As combinações representam as possibilidades de agrupar os diferentes ambientes de produção e, conseqüentemente ajustar um único modelo para o conjunto de dados. As tabelas também apresentam a soma de quadrados dos resíduos provenientes da análise de variância da regressão que possibilitou o ajuste dos polinômios. Desta forma,

sempre que o valor de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado})$ for maior que 0,95, considera-se o teste significativo, ou seja, ao nível de significância $\alpha = 0,05$ aceita-se H_0 , ou seja, o total da soma de quadrados dos resíduos para cada um dos ambientes de produção (modelo completo) difere, estatisticamente, da soma de quadrados dos resíduos para o modelo ajustado para o conjunto total dos dados dos ambientes de produção (modelo reduzido). Da mesma maneira, quando o valor de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado})$ for maior que 0,95 o teste é tido como não significativo, ou seja, não existe diferença entre o modelo completo e o modelo reduzido para a combinação avaliada.

Na Tabela 3.13 testou-se todas as possibilidades de agrupamento entre os ambientes de produção, para o Polinômio do Quinto Grau. Assim, observou-se que para o conjunto total dos dados há diferença significativa entre o modelo completo e o reduzido, ajustados para os ambientes de produção 1, 2, 3, 4 e 5; uma vez que o valor de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado}) = 0,9987$. Já para a combinação dos ambientes 1, 2, 3 e 4 é estatisticamente possível ajustar um único modelo para o conjunto de seus dados pois $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado}) = 0,8831$, não significativo. Assim, para a determinação de múltiplos produtos para os ambientes de produção 1, 2, 3 e 4, utilizando-se o Polinômio do Quinto Grau, um só modelo pode ser ajustado.

A Tabela 3.13 também mostra que os valores mais altos de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado})$ foi quase sempre para os conjuntos que envolveram o ambiente de produção 5. Já os valores mais baixos foram encontrados para o agrupamento dos ambientes 3 e 4, e também 2, 3 e 4.

Outras combinações também são possíveis como entre os ambientes 1, 2 e 3; 1, 2 e 4; 1 e 2; 1 e 3; 2 e 4. No entanto a opção selecionada foi a que contemplou o maior número de ambientes de produção ou seja, 1, 2, 3 e 4.

Assim, nestas condições, dois ajustes seriam necessários, uma para o ambiente de produção 5 e outro para o conjunto dos ambientes 1, 2, 3 e 4.

TABELA 3.15 Resultado do teste de identidade de modelos através do teste F, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi Polinômio do Quinto Grau proposto por Schöepfer (1966).

Combinações	QM(diferença)	QM(resíduo)	$F_{calculado}$	Valor-p $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado})$	Teste
12345	0,0100	0,0040	2,5309	0,9987	S
1234	0,0060	0,0040	1,4887	0,8831	NS
1235	0,0087	0,0038	2,2888	0,9921	S
1245	0,0140	0,0039	3,5835	0,9998	S
1345	0,0115	0,0040	2,8757	0,9987	S
2345	0,0102	0,0041	2,5206	0,9962	S
123	0,0048	0,0039	1,2277	0,6848	NS
124	0,0101	0,0040	2,5364	0,9892	S
134	0,0059	0,0041	1,4326	0,8163	NS
234	0,0030	0,0042	0,7155	0,1219	NS
125	0,0125	0,0037	3,4066	0,9983	S
135	0,0097	0,0038	2,5384	0,9892	S
235	0,0084	0,0039	2,1611	0,9731	S
145	0,0173	0,0039	4,4092	0,9997	S
245	0,0165	0,0040	4,1365	0,9996	S
345	0,0138	0,0041	3,3318	0,9980	S
12	0,0053	0,0038	1,4015	0,8001	NS
13	0,0039	0,0039	0,9982	0,4445	NS
23	0,0043	0,0040	1,0653	0,5068	NS
14	0,0117	0,0041	2,8849	0,9803	S
24	0,0080	0,0042	1,9219	0,9029	NS
34	0,0014	0,0044	0,3112	0,0001	NS
15	0,0131	0,0036	3,6686	0,9932	S
25	0,0144	0,0037	3,9251	0,9951	S
35	0,0134	0,0039	3,4362	0,9909	S
45	0,0288	0,0041	7,0525	0,9997	S

v_1 = Graus de liberdade do denominador.

v_2 = Graus de liberdade do numerador.

S = Significativo ao nível de 95% de probabilidade pela distribuição F.

NS = Não significativo ao nível de 95% de probabilidade pela distribuição F.

O teste de identidade de modelo realizado para o polinômio de potências fracionárias e inteiras está apresentado na Tabela 3.14. Neste caso houve apenas três possibilidades de agrupamentos. A primeira envolvendo os ambientes 2, 3 e 4, que apresentou valor de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado}) = 0,6490$; a segunda envolvendo os ambiente de produção 1 e 2 com $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado}) = 0,9170$; e a terceira envolvendo os ambientes de produção 3 e 4 com valor de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado}) = 0,0393$.

Assim como ocorreu para o Polinômio do Quinto Grau, os ambientes 3 e 4 apresentaram-se muito semelhantes, todavia, como a combinação entre 2, 3 e 4 foi não significativa e envolve um número maior de ambientes de produção foi ela a selecionada. Portanto, devem ser ajustadas, neste caso, equações para o ambiente 1, para o ambiente 5 e outra para o grupo dos ambientes 2, 3 e 4.

TABELA 3.16 Resultado do teste de identidade de modelos através do teste F, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras proposto por Hradetzky (1976).

Combinações	QM(diferença)	QM(resíduo)	$F_{calculado}$	Valor-p		Teste
				$P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado})$		
12345	0,0076	0,0024	3,1091	1,0000		S
1234	0,0054	0,0024	2,2294	0,9989		S
1235	0,0073	0,0023	3,1155	1,0000		S
1245	0,0090	0,0025	3,6322	1,0000		S
1345	0,0090	0,0025	3,6323	1,0000		S
2345	0,0073	0,0024	2,9929	1,0000		S
123	0,0056	0,0023	2,4086	0,9980		S
124	0,0070	0,0025	2,8226	0,9996		S
134	0,0062	0,0025	2,4820	0,9985		S
234	0,0028	0,0024	1,1321	0,6490		NS
125	0,0078	0,0024	3,2902	0,9999		S
135	0,0090	0,0024	3,8183	1,0000		S

...continua..

TABELA 3.14, Cont.

235	0,0069	0,0023	3,0218	0,9998	S
145	0,0113	0,0026	4,4162	1,0000	S
245	0,0102	0,0025	4,0726	1,0000	S
345	0,0099	0,0025	3,9561	1,0000	S
12	0,0035	0,0023	1,5046	0,9170	NS
13	0,0077	0,0023	3,3235	0,9988	S
23	0,0152	0,0022	6,7972	1,0000	S
14	0,0088	0,0026	3,3975	0,9990	S
24	0,0051	0,0025	2,0085	0,9685	S
34	0,0015	0,0025	0,6148	0,0393	NS
15	0,0078	0,0024	3,2316	0,9986	S
25	0,0087	0,0023	3,7138	0,9995	S
35	0,0120	0,0023	5,2090	1,0000	S
45	0,0180	0,0026	6,8057	1,0000	S

v_1 = Graus de liberdade do denominador.

v_2 = Graus de liberdade do numerador.

S = Significativo ao nível de 95% de probabilidade pela distribuição F.

NS = Não significativo ao nível de 95% de probabilidade pela distribuição F.

A Tabela 3.15 apresenta o resultado do teste de identidade de modelos para o polinômio de Goulding & Murray (1976). Os resultados apresentados por este modelo foram muito semelhantes aos apresentados pelo Polinômio do Quinto Grau. Muitos ambientes de produção podem ser combinados de diversas formas, entretanto foi escolhido o grupo que continha o maior número de ambientes. Neste caso foi a combinação 1, 2, 3 e 4, com valor de $P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado}) = 0,7094$. Assim, deve-se ajustar dois modelos, um para o grupo 1, 2, 3 e 4 e outro para o ambiente de produção 5.

TABELA 3.17 Resultado do teste de identidade de modelos através do teste F, para os diferentes ambientes de produção. O modelo testado foi o polinômio proposto por Goulding & Murray (1976).

Combinções	QM(diferença)	QM(resíduo)	$F_{calculado}$	Valor-p	Teste
				$P(F_{v_1, v_2} > F_{calculado})$	
12345	0,0070	0,0041	1,7034	0,9874	S
1234	0,0049	0,0042	1,1654	0,7094	NS
1235	0,0062	0,0040	1,5574	0,9518	S
1245	0,0153	0,0040	3,7732	1,0000	S
1345	0,0079	0,0042	1,8953	0,9909	S
2345	0,0072	0,0042	1,7047	0,9767	S
123	0,0044	0,0041	1,0743	0,5671	NS
124	0,0145	0,0042	3,4943	0,9999	S
134	0,0049	0,0043	1,1327	0,6390	NS
234	0,0034	0,0044	0,7698	0,1388	NS
125	0,0133	0,0038	3,4903	0,9999	S
135	0,0065	0,0040	1,6422	0,9433	NS
235	0,0059	0,0040	1,4628	0,8879	NS
145	0,0112	0,0041	2,7458	0,9989	S
245	0,0171	0,0041	4,1294	1,0000	S
345	0,0093	0,0043	2,1638	0,9920	S
12	0,0070	0,0039	1,7794	0,9663	S
13	0,0037	0,0041	0,9013	0,3357	NS
23	0,0154	0,0042	3,6320	0,9989	S
14	0,0079	0,0042	1,8598	0,9414	NS
24	0,0153	0,0043	3,5280	0,9987	S
34	0,0026	0,0046	0,5691	0,0253	NS
15	0,0083	0,0037	2,2549	0,9786	S
25	0,0136	0,0038	3,5888	0,9988	S
35	0,0081	0,0041	1,9820	0,9572	S
45	0,0184	0,0042	4,3533	0,9997	S

v_1 = Graus de liberdade do denominador.

v_2 = Graus de liberdade do numerador.

S = Significativo ao nível de 95% de probabilidade pela distribuição F.

NS = Não significativo ao nível de 95% de probabilidade pela distribuição F.

6 CONCLUSÕES

⇒ Na determinação ou na comparação da acurácia do modelo de Goulding & Murray (1976) com outros modelos não se deve utilizar o volume real. Caso contrário este modelo será favorecido e os resultados irão diferir do real, tanto para cálculos de diâmetros como para volumes;

⇒ O Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, em todos os ambientes de produção, foi o melhor modelo na estimativa dos diâmetros, apesar de superestimar os mesmos ao longo de todo o fuste;

⇒ O polinômio de Goulding & Murray (1976) também apresentou boa acurácia na estimativa dos diâmetros, entretanto seu desempenho foi inferior ao Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras;

⇒ Para todos os ambientes de produção o Polinômio do Quinto Grau foi o que apresentou as piores estimativas dos diâmetros ao longo de todo o fuste;

⇒ Para as estimativas de volume, nas alturas relativas entre 4 e 35% os melhores modelos foram os de Goulding & Murray (1976) e o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras, sendo o último superior ao primeiro em todos os ambientes de produção, exceto para o ambiente 4.

⇒ O Polinômio do Quinto Grau foi o melhor modelo para estimativa de volumes até a altura relativa de 3% e, depois, da posição 45% até o topo da árvore.

⇒ O melhor modelo para estimativa de diâmetro não foi o melhor para estimar volumes. Isto se deve ao fato do volume real ser calculado pela fórmula de Smalian, forma parabólica, enquanto o volume estimado é obtido pela integral da função de afilamento; e também pelo fato de se comparar o volume sempre na forma acumulada, sentido base topo, e nunca na forma pontual como o diâmetro.

⇒ Pelo teste de identidade de modelos, percebeu-se a possibilidade de agrupar os ambientes de produção 1, 2, 3 e 4, quando da utilização do Polinômio do Quinto Grau ou do modelo de Goulding & Murray (1976). Quando se utilizar o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras o agrupamento possível será entre os ambientes 2, 3 e 4.

⇒ Quanto melhor os modelos se ajustarem aos dados, mais rigoroso se torna o teste de identidade dos mesmos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 189 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, n. 1/2, p. 36-46, June 1996.

FISCHER, F. **Eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda***. 1997. 167 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais e das razões de volume para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 167-188, jun. 2001.

GOLFARI, L.; CASER, R. L.; MOURA, V. P. G. **“Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamento no Brasil”**: 2ª aproximação. Belo Horizonte: Centro de Pesquisas Florestais da Região do Cerrado, 1978. 66 p. (Série Técnica, 11).

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forest Science**, Rotorua, v. 5, n. 3, p. 313-322, 1976

GRAYBILL, F. A. **Theory and application of the linear model**. Belmont: Duxbury Press, 1976.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **Cartas climáticas do Estado do Paraná**. Londrina, 1994. 49 p. (Documentos, 18).

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n. 3, p. 250-259, Mar. 1987.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S. l.]: Wurttemberg-Forstl., 1966.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 47, n. 9, p. 719-734, May 1933.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. "Acuracidade de Equações de Afilamento para Representar o Perfil do Fuste de *Pinus elliottii*." **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

THIERSCH, C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; BENTO, M. F. SISFLOR – Sistema para análise de regressão com ênfase em modelos utilizados em Biometria Florestal. In. SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA – SEAGRO, 10.; REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA – RBRAS, 48., 2003, Lavras. **Anais...** Lavras, 2003. p. 140-145.

ANEXOS

ANEXO A

TABELA 1A	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	171
TABELA 2A	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	172
TABELA 3A	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	173
TABELA 4A	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	174

Anexos (...continua...)

TABELA 1A Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
5 ^o Grau (1966)	RP	8,953	-0,738	-3,426	-3,501	-3,032	-2,560	3,186	5,408	3,479	-1,636	-3,967	-0,590	3,916	5,777	-7,599	-14,295	
	DESV	3,889	-0,383	-1,309	-1,294	-1,136	-0,937	0,896	1,481	0,957	-0,443	-0,914	-0,053	0,800	0,962	-0,513	-0,382	
	SSRR	0,558	0,111	0,132	0,096	0,082	0,055	0,110	0,203	0,162	0,183	0,358	0,400	0,675	1,047	2,719	5,526	
	DP	2,856	2,008	1,597	1,146	1,098	0,822	1,175	1,089	1,394	1,570	1,838	1,954	2,095	1,924	1,776	0,887	
Hradetzky (1976)	RP	-0,410	-0,237	-0,179	0,104	0,042	-0,406	0,115	-0,314	-0,133	-0,296	-0,763	-0,449	-1,586	-1,849	-4,304	-7,181	
	DESV	-0,290	-0,189	-0,135	-0,039	-0,098	-0,229	-0,048	-0,204	-0,052	-0,091	-0,141	-0,022	-0,212	-0,110	-0,241	-0,165	
	SSRR	0,202	0,108	0,070	0,033	0,035	0,023	0,064	0,068	0,111	0,166	0,267	0,398	0,683	1,049	2,379	4,232	
	DP	3,045	1,989	1,465	0,970	0,909	0,681	1,238	1,222	1,441	1,533	1,761	1,952	2,167	1,971	1,740	0,847	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-0,539	-0,531	-0,555	-0,262	-0,189	-0,503	0,028	-0,364	0,244	0,036	-0,722	-0,094	-0,400	-1,278	-8,964	16,066	
	DESV	-0,191	-0,127	-0,107	-0,008	-0,022	-0,113	0,039	-0,117	0,135	0,059	-0,087	0,075	0,014	-0,019	-0,626	0,541	
	SSRR	0,177	0,183	0,145	0,111	0,115	0,097	0,056	0,035	0,029	0,031	0,069	0,117	0,334	0,734	2,438	3,359	
	DP	2,820	2,494	2,043	1,714	1,628	1,413	1,027	0,772	0,735	0,605	0,785	0,995	1,492	1,615	1,596	0,697	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-1,699	-1,613	-1,653	-1,359	-1,274	-1,599	-1,127	-1,546	-1,016	-1,278	-2,114	-1,535	-1,805	-2,610	-10,180	15,273	
	DESV	-0,439	-0,342	-0,308	-0,201	-0,209	-0,296	-0,132	-0,281	-0,019	-0,086	-0,222	-0,046	-0,089	-0,098	-0,676	0,527	
	SSRR	0,215	0,142	0,119	0,082	0,074	0,067	0,085	0,090	0,165	0,227	0,358	0,451	0,626	0,950	2,586	3,206	
	DP	2,891	2,084	1,698	1,312	1,144	0,964	1,243	1,167	1,461	1,474	1,671	1,833	1,935	1,805	1,618	0,710	
5 ^o Grau (1966)		14	11	13	13	13	12	14	14	13	15	15	13	14	14	12	12	
Hradetzky (1976)		9	5	5	5	5	5	9	9	8	10	9	8	13	13	6	8	
Goulding (Vreal) (1976)		5	11	11	11	11	11	4	5	7	4	4	7	4	4	9	11	
Goulding (Vest)(1976)		12	13	11	11	11	12	13	12	12	11	12	12	9	9	13	9	

TABELA 2A Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
5 ^o Grau (1966)	RP	9,529	-2,761	-4,375	-4,441	-3,777	-3,465	3,556	5,805	2,547	-3,384	-4,792	-0,211	5,428	7,153	-3,025	-11,868	
	DESV	4,030	-0,862	-1,429	-1,329	-1,178	-1,060	0,942	1,504	0,729	-0,697	-0,936	0,010	0,891	0,909	-0,192	-0,348	
	SSRR	0,546	0,112	0,135	0,154	0,094	0,092	0,096	0,219	0,140	0,223	0,303	0,228	0,537	1,201	2,780	3,041	
	DP	2,587	1,485	1,175	1,369	0,833	0,975	0,922	1,097	1,315	1,435	1,291	1,318	1,570	1,965	2,062	0,776	
Hradetzky (1976)	RP	-0,405	-0,384	0,279	0,191	-0,006	-0,910	0,200	-0,102	-0,211	-0,474	-0,457	-0,184	-1,191	-2,297	-6,153	-5,111	
	DESV	-0,035	-0,044	0,091	0,126	-0,029	-0,305	0,004	-0,072	0,037	-0,016	0,005	0,018	-0,225	-0,312	-0,442	-0,148	
	SSRR	0,181	0,075	0,043	0,058	0,026	0,039	0,041	0,073	0,117	0,161	0,182	0,231	0,467	1,190	3,077	2,291	
	DP	2,418	1,499	1,082	1,345	0,722	0,894	0,950	1,140	1,279	1,425	1,266	1,324	1,700	2,152	2,118	0,733	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-0,670	-0,304	-0,292	-0,520	-0,094	-0,407	0,053	-0,363	0,251	-0,176	-0,519	0,051	-0,315	-2,466	-8,768	-0,071	
	DESV	-0,031	0,078	-0,002	0,012	0,038	-0,073	0,035	-0,087	0,194	0,084	0,016	0,083	-0,076	-0,339	-0,659	0,001	
	SSRR	0,214	0,094	0,078	0,145	0,084	0,064	0,049	0,033	0,037	0,048	0,054	0,095	0,238	0,936	2,957	1,793	
	DP	2,578	1,665	1,335	1,983	1,204	1,011	0,871	0,635	0,821	0,861	0,694	0,886	1,272	1,940	2,006	0,659	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-1,015	-0,729	-0,645	-0,822	-0,420	-0,761	-0,314	-0,784	-0,232	-0,693	-1,060	-0,484	-0,878	-2,997	-9,223	-0,388	
	DESV	-0,095	0,002	-0,059	-0,043	-0,014	-0,124	-0,013	-0,133	0,151	0,043	-0,022	0,050	-0,104	-0,361	-0,680	-0,003	
	SSRR	0,201	0,095	0,054	0,080	0,035	0,042	0,038	0,072	0,137	0,181	0,212	0,244	0,411	1,076	3,112	1,734	
	DP	2,433	1,724	1,202	1,475	0,862	0,953	0,945	1,105	1,399	1,481	1,297	1,255	1,539	2,019	2,048	0,661	
5 ^o Grau (1966)		16	13	14	14	14	15	14	14	15	15	15	9	15	14	6	16	
Hradetzky (1976)		5	7	6	6	5	8	9	9	6	7	6	11	13	9	11	12	
Goulding (Vreal) (1976)		9	9	10	10	12	9	8	6	8	6	6	7	4	6	9	5	
Goulding (Vest) (1976)		10	11	10	10	9	8	9	11	11	12	13	13	8	11	14	7	

TABELA 3A Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
5 ^o Grau (1966)	RP	8,447	-2,181	-3,758	-4,224	-3,330	-2,901	3,918	5,742	3,141	-3,272	-5,747	-3,082	3,244	3,499	-11,284	-16,776	
	DESV	4,082	-0,822	-1,414	-1,497	-1,207	-1,033	1,113	1,590	0,871	-0,718	-1,102	-0,345	0,863	0,748	-0,413	-0,326	
	SSRR	0,674	0,179	0,196	0,172	0,125	0,144	0,175	0,294	0,177	0,208	0,440	0,473	0,701	1,868	9,195	12,541	
	DP	3,687	1,748	1,525	1,186	1,093	1,282	1,140	1,180	1,288	1,234	1,376	1,738	1,769	2,284	2,271	0,925	
Hradetzky (1976)	RP	-0,612	-0,415	0,207	-0,200	-0,078	-0,743	0,391	-0,505	-0,201	-0,352	-0,189	-0,920	-1,093	-2,882	-8,525	-10,230	
	DESV	0,115	-0,160	-0,010	-0,134	-0,136	-0,343	0,055	-0,189	-0,024	0,010	0,169	0,095	0,112	-0,071	-0,211	-0,147	
	SSRR	0,342	0,150	0,110	0,068	0,060	0,096	0,099	0,130	0,132	0,141	0,232	0,408	0,709	2,092	8,479	10,381	
	DP	3,375	1,711	1,359	1,018	0,912	1,178	1,199	1,247	1,293	1,234	1,430	1,764	1,732	2,321	2,246	0,890	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-0,943	-0,588	-0,402	-0,534	0,035	-0,491	-0,073	-0,342	0,361	-0,204	-0,470	-0,614	0,082	-3,823	-15,070	7,330	
	DESV	-0,022	-0,204	-0,208	-0,234	-0,083	-0,255	-0,095	-0,157	0,103	0,023	0,074	0,121	0,287	-0,216	-0,690	0,324	
	SSRR	0,371	0,209	0,165	0,112	0,111	0,116	0,056	0,068	0,033	0,029	0,084	0,199	0,501	1,858	10,435	6,666	
	DP	3,331	2,143	1,767	1,398	1,408	1,359	0,930	0,964	0,675	0,550	0,829	1,187	1,381	2,153	2,295	0,789	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-1,894	-1,441	-1,251	-1,407	-0,822	-1,370	-1,025	-1,315	-0,668	-1,269	-1,600	-1,835	-1,191	-5,136	-16,240	6,386	
	DESV	-0,271	-0,417	-0,409	-0,426	-0,269	-0,436	-0,264	-0,318	-0,048	-0,118	-0,055	0,005	0,189	-0,292	-0,738	0,310	
	SSRR	0,390	0,123	0,074	0,045	0,027	0,059	0,079	0,117	0,140	0,178	0,313	0,543	0,928	2,420	10,716	7,006	
	DP	3,454	1,530	1,130	0,814	0,605	0,902	1,095	1,156	1,283	1,271	1,502	1,859	1,856	2,366	2,308	0,799	
5 ^o Grau (1966)		16	14	15	15	15	15	15	15	15	14	14	13	13	10	8	16	
Hradetzky (1976)		6	6	6	6	8	8	10	11	8	8	9	9	8	8	4	10	
Goulding (Vreal) (1976)		6	12	11	11	9	9	5	4	7	5	6	6	6	7	12	7	
Goulding (Vest)(1976)		12	8	8	8	8	8	10	10	10	13	11	12	13	15	16	7	

TABELA 4A Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
5 ^o Grau (1966)	RP	7,471	-0,784	-2,610	-3,084	-2,468	-2,272	2,874	4,235	2,757	-2,788	-3,419	-2,921	1,169	4,676	-6,073	-11,426	
	DESV	3,152	-0,192	-0,980	-1,130	-0,892	-0,844	0,799	1,186	0,759	-0,634	-0,644	-0,372	0,503	0,882	-0,391	-0,181	
	SSRR	0,225	0,111	0,061	0,078	0,065	0,064	0,070	0,133	0,085	0,129	0,142	0,194	0,454	0,904	2,402	6,316	
	DP	2,222	2,166	1,188	1,277	1,171	1,211	0,953	1,537	1,312	1,468	1,226	1,448	2,257	2,434	1,776	0,887	
Hradetzky (1976)	RP	-0,298	-0,500	0,112	-0,092	0,003	-0,624	0,139	-0,485	0,230	-0,973	0,309	-0,831	-1,269	-2,643	-5,412	-12,170	
	DESV	-0,027	-0,084	-0,015	-0,106	-0,065	-0,307	-0,047	-0,205	0,060	-0,170	0,238	0,067	0,062	-0,135	-0,339	-0,199	
	SSRR	0,081	0,108	0,037	0,045	0,044	0,047	0,046	0,084	0,064	0,104	0,099	0,163	0,478	0,989	2,348	6,405	
	DP	2,017	2,162	1,118	1,163	1,082	1,137	1,016	1,609	1,326	1,456	1,265	1,472	2,254	2,483	1,767	0,888	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-0,632	-0,724	-0,417	-0,486	-0,114	-0,596	-0,055	-0,438	0,619	-0,537	0,173	-0,962	-0,401	-0,982	-12,570	6,083	
	DESV	-0,081	-0,098	-0,133	-0,176	-0,048	-0,237	-0,065	-0,178	0,179	-0,058	0,182	0,012	0,190	0,061	-0,932	0,270	
	SSRR	0,114	0,152	0,083	0,084	0,071	0,083	0,052	0,025	0,009	0,017	0,033	0,081	0,273	0,651	2,513	3,518	
	DP	3,140	2,861	2,020	2,024	1,785	1,839	1,379	0,828	0,430	0,602	0,768	0,976	1,649	2,088	1,707	0,783	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-1,810	-1,622	-1,285	-1,360	-1,006	-1,469	-0,973	-1,450	-0,404	-1,629	-0,525	-1,715	-1,670	-2,245	-13,810	5,126	
	DESV	-0,401	-0,296	-0,320	-0,357	-0,224	-0,410	-0,228	-0,334	0,034	-0,194	0,178	0,010	0,094	-0,014	-0,979	0,257	
	SSRR	0,106	0,130	0,043	0,050	0,048	0,048	0,045	0,083	0,069	0,125	0,135	0,221	0,506	0,916	2,982	4,073	
	DP	2,128	2,271	1,202	1,158	1,077	1,043	0,968	1,528	1,330	1,488	1,403	1,570	2,254	2,423	1,786	0,782	
5 ^o Grau (1966)		15	10	13	14	14	14	13	15	14	15	14	13	12	13	9	10	
Hradetzky (1976)		4	4	4	5	6	7	8	11	8	8	10	9	9	14	5	14	
Goulding (Vreal) (1976)		11	12	12	12	11	10	10	4	8	4	5	6	6	5	10	9	
Goulding (Vest)(1976)		10	14	11	9	9	9	9	10	10	13	11	12	13	8	16	7	

ANEXO B

TABELA 1B	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 1, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	177
TABELA 2B	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 2, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	178
TABELA 3B	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 3, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	179
TABELA 4B	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 4, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	180

TABELA 5B	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 5, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	181
-----------	---	-----

Anexos (...continua...)

TABELA 1B Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 1, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

Mod.	Est.	Alturas relativas (%)															
		0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
5º grau (1966)	RP	7,036	-1,436	-3,872	-3,816	-3,035	-2,593	3,380	5,495	3,294	-2,157	-4,425	-0,950	2,497	4,335	-7,293	-14,147
	DESV	3,376	-0,429	-1,387	-1,360	-1,076	-0,937	0,893	1,516	0,890	-0,521	-0,961	-0,053	0,692	0,847	-0,382	-0,336
	SSRR	0,646	0,147	0,158	0,140	0,106	0,075	0,138	0,253	0,163	0,237	0,416	0,523	1,014	2,430	4,531	7,826
	DP	3,766	2,152	1,437	1,197	1,117	0,917	0,976	1,007	1,136	1,466	1,597	1,906	2,125	2,302	1,723	1,001
Hradetzky (1976)	RP	-0,596	-0,281	-0,142	0,078	0,154	-0,481	0,030	-0,326	0,047	-0,394	-0,843	-0,167	-2,079	-3,405	-5,408	-10,790
	DESV	0,081	0,010	-0,055	-0,018	-0,005	-0,246	-0,140	-0,204	-0,012	-0,068	-0,125	0,110	-0,101	-0,179	-0,234	-0,235
	SSRR	0,422	0,131	0,066	0,052	0,049	0,036	0,077	0,088	0,106	0,204	0,286	0,510	1,096	2,779	4,222	6,941
	DP	3,533	2,151	1,337	1,054	0,992	0,790	1,109	1,148	1,177	1,434	1,540	1,902	2,125	2,376	1,698	0,979
Goulding e Murray (1976)	RP	-1,701	-1,426	-1,390	-1,146	-0,944	-1,423	-0,891	-1,372	-0,696	-1,084	-1,723	-1,083	-2,601	-3,556	-10,990	-3,763
	DESV	-0,089	-0,139	-0,232	-0,182	-0,125	-0,313	-0,205	-0,300	-0,014	-0,058	-0,162	0,064	-0,083	-0,140	-0,652	-0,018
	SSRR	0,433	0,202	0,136	0,112	0,103	0,085	0,096	0,123	0,160	0,252	0,322	0,517	0,991	2,387	4,621	5,069
	DP	3,564	2,515	1,714	1,465	1,346	1,039	1,103	1,109	1,208	1,379	1,449	1,795	1,986	2,178	1,611	0,888
5º grau (1966)		12	10	11	11	11	10	10	10	11	12	9	10	10	9	12	
Hradetzky (1976)		4	4	4	4	4	4	6	6	5	6	7	8	9	5	8	
Goulding e Murray(1976)		8	10	9	9	9	10	8	8	9	7	7	8	6	5	10	4

TABELA 2B Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 2, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

Mod.	Est.	Alturas relativas (%)															
		0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
5º grau (1966)	RP	8,953	-0,738	-3,426	-3,501	-3,032	-2,560	3,186	5,408	3,479	-1,636	-3,967	-0,590	3,916	5,777	-7,599	-14,295
	DESV	3,889	-0,383	-1,309	-1,294	-1,136	-0,937	0,896	1,481	0,957	-0,443	-0,914	-0,053	0,800	0,962	-0,513	-0,382
	SSRR	0,558	0,111	0,132	0,096	0,082	0,055	0,110	0,203	0,162	0,183	0,358	0,400	0,675	1,047	2,719	5,526
	DP	2,856	2,008	1,597	1,146	1,098	0,822	1,175	1,089	1,394	1,570	1,838	1,954	2,095	1,924	1,776	0,887
Hradetzky (1976)	RP	-0,410	-0,237	-0,179	0,104	0,042	-0,406	0,115	-0,314	-0,133	-0,296	-0,763	-0,449	-1,586	-1,849	-4,304	-7,181
	DESV	-0,290	-0,189	-0,135	-0,039	-0,098	-0,229	-0,048	-0,204	-0,052	-0,091	-0,141	-0,022	-0,212	-0,110	-0,241	-0,165
	SSRR	0,202	0,108	0,070	0,033	0,035	0,023	0,064	0,068	0,111	0,166	0,267	0,398	0,683	1,049	2,379	4,232
	DP	3,045	1,989	1,465	0,970	0,909	0,681	1,238	1,222	1,441	1,533	1,761	1,952	2,167	1,971	1,740	0,847
Goulding e Murray (1976)	RP	-1,699	-1,613	-1,653	-1,359	-1,274	-1,599	-1,127	-1,546	-1,016	-1,278	-2,114	-1,535	-1,805	-2,610	-10,180	15,273
	DESV	-0,439	-0,342	-0,308	-0,201	-0,209	-0,296	-0,132	-0,281	-0,019	-0,086	-0,222	-0,046	-0,089	-0,098	-0,676	0,527
	SSRR	0,215	0,142	0,119	0,082	0,074	0,067	0,085	0,090	0,165	0,227	0,358	0,451	0,626	0,950	2,586	3,206
	DP	2,891	2,084	1,698	1,312	1,144	0,964	1,243	1,167	1,461	1,474	1,671	1,833	1,935	1,805	1,618	0,710
5º grau (1966)		10	9	11	11	11	10	10	10	9	11	11	10	10	10	10	10
Hradetzky (1976)		6	4	4	4	4	4	5	6	6	6	5	5	9	9	5	6
Goulding e Murray(1976)		8	11	9	9	9	10	9	8	9	7	8	9	5	5	9	8

TABELA 3B Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 3, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

Mod.	Est.	Alturas relativas (%)															
		0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
5º grau (1966)	RP	9,529	-2,761	-4,375	-4,441	-3,777	-3,465	3,556	5,805	2,547	-3,384	-4,792	-0,211	5,428	7,153	-3,025	-11,868
	DESV	4,030	-0,862	-1,429	-1,329	-1,178	-1,060	0,942	1,504	0,729	-0,697	-0,936	0,010	0,891	0,909	-0,192	-0,348
	SSRR	0,546	0,112	0,135	0,154	0,094	0,092	0,096	0,219	0,140	0,223	0,303	0,228	0,537	1,201	2,780	3,041
	DP	2,587	1,485	1,175	1,369	0,833	0,975	0,922	1,097	1,315	1,435	1,291	1,318	1,570	1,965	2,062	0,776
Hradeztky (1976)	RP	-0,405	-0,384	0,279	0,191	-0,006	-0,910	0,200	-0,102	-0,211	-0,474	-0,457	-0,184	-1,191	-2,297	-6,153	-5,111
	DESV	-0,035	-0,044	0,091	0,126	-0,029	-0,305	0,004	-0,072	0,037	-0,016	0,005	0,018	-0,225	-0,312	-0,442	-0,148
	SSRR	0,181	0,075	0,043	0,058	0,026	0,039	0,041	0,073	0,117	0,161	0,182	0,231	0,467	1,190	3,077	2,291
	DP	2,418	1,499	1,082	1,345	0,722	0,894	0,950	1,140	1,279	1,425	1,266	1,324	1,700	2,152	2,118	0,733
Goulding e Murray (1976)	RP	-1,015	-0,729	-0,645	-0,822	-0,420	-0,761	-0,314	-0,784	-0,232	-0,693	-1,060	-0,484	-0,878	-2,997	-9,223	-0,388
	DESV	-0,095	0,002	-0,059	-0,043	-0,014	-0,124	-0,013	-0,133	0,151	0,043	-0,022	0,050	-0,104	-0,361	-0,680	-0,003
	SSRR	0,201	0,095	0,054	0,080	0,035	0,042	0,038	0,072	0,137	0,181	0,212	0,244	0,411	1,076	3,112	1,734
	DP	2,433	1,724	1,202	1,475	0,862	0,953	0,945	1,105	1,399	1,481	1,297	1,255	1,539	2,019	2,048	0,661
5º grau (1966)		12	10	11	11	11	12	10	10	11	11	11	6	11	10	5	12
Hradeztky (1976)		4	6	5	5	5	6	7	7	4	4	4	8	9	7	9	8
Goulding e Murray(1976)		8	8	8	8	8	6	7	7	9	9	9	10	4	7	10	4

TABELA 4B Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 4, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
5º grau (1966)	RP	8,447	-2,181	-3,758	-4,224	-3,330	-2,901	3,918	5,742	3,141	-3,272	-5,747	-3,082	3,244	3,499	-11,284	-16,776	
	DESV	4,082	-0,822	-1,414	-1,497	-1,207	-1,033	1,113	1,590	0,871	-0,718	-1,102	-0,345	0,863	0,748	-0,413	-0,326	
	SSRR	0,674	0,179	0,196	0,172	0,125	0,144	0,175	0,294	0,177	0,208	0,440	0,473	0,701	1,868	9,195	12,541	
	DP	3,687	1,748	1,525	1,186	1,093	1,282	1,140	1,180	1,288	1,234	1,376	1,738	1,769	2,284	2,271	0,925	
Hradeztky (1976)	RP	-0,612	-0,415	0,207	-0,200	-0,078	-0,743	0,391	-0,505	-0,201	-0,352	-0,189	-0,920	-1,093	-2,882	-8,525	-10,230	
	DESV	0,115	-0,160	-0,010	-0,134	-0,136	-0,343	0,055	-0,189	-0,024	0,010	0,169	0,095	0,112	-0,071	-0,211	-0,147	
	SSRR	0,342	0,150	0,110	0,068	0,060	0,096	0,099	0,130	0,132	0,141	0,232	0,408	0,709	2,092	8,479	10,381	
	DP	3,375	1,711	1,359	1,018	0,912	1,178	1,199	1,247	1,293	1,234	1,430	1,764	1,732	2,321	2,246	0,890	
Goulding e Murray (1976)	RP	-1,894	-1,441	-1,251	-1,407	-0,822	-1,370	-1,025	-1,315	-0,668	-1,269	-1,600	-1,835	-1,191	-5,136	-16,240	6,386	
	DESV	-0,271	-0,417	-0,409	-0,426	-0,269	-0,436	-0,264	-0,318	-0,048	-0,118	-0,055	0,005	0,189	-0,292	-0,738	0,310	
	SSRR	0,390	0,123	0,074	0,045	0,027	0,059	0,079	0,117	0,140	0,178	0,313	0,543	0,928	2,420	10,716	7,006	
	DP	3,454	1,530	1,130	0,814	0,605	0,902	1,095	1,156	1,283	1,271	1,502	1,859	1,856	2,366	2,308	0,799	
5º grau (1966)		12	12	12	12	12	12	11	11	11	10	10	9	9	7	8	12	
Hradeztky (1976)		4	6	6	6	6	6	7	7	6	5	6	6	5	6	4	7	
Goulding e Murray(1976)		8	6	6	6	6	6	6	6	7	9	8	9	10	11	12	5	

TABELA 5B Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 5, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	0	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95
5º grau (1966)	RP	7,471	-0,784	-2,610	-3,084	-2,468	-2,272	2,874	4,235	2,757	-2,788	-3,419	-2,921	1,169	4,676	-6,073	-11,426
	DESV	3,152	-0,192	-0,980	-1,130	-0,892	-0,844	0,799	1,186	0,759	-0,634	-0,644	-0,372	0,503	0,882	-0,391	-0,181
	SSRR	0,225	0,111	0,061	0,078	0,065	0,064	0,070	0,133	0,085	0,129	0,142	0,194	0,454	0,904	2,402	6,316
	DP	2,222	2,166	1,188	1,277	1,171	1,211	0,953	1,537	1,312	1,468	1,226	1,448	2,257	2,434	1,776	0,887
Hradetzky (1976)	RP	-0,298	-0,500	0,112	-0,092	0,003	-0,624	0,139	-0,485	0,230	-0,973	0,309	-0,831	-1,269	-2,643	-5,412	-12,170
	DESV	-0,027	-0,084	-0,015	-0,106	-0,065	-0,307	-0,047	-0,205	0,060	-0,170	0,238	0,067	0,062	-0,135	-0,339	-0,199
	SSRR	0,081	0,108	0,037	0,045	0,044	0,047	0,046	0,084	0,064	0,104	0,099	0,163	0,478	0,989	2,348	6,405
	DP	2,017	2,162	1,118	1,163	1,082	1,137	1,016	1,609	1,326	1,456	1,265	1,472	2,254	2,483	1,767	0,888
Goulding e Murray (1976)	RP	-1,810	-1,622	-1,285	-1,360	-1,006	-1,469	-0,973	-1,450	-0,404	-1,629	-0,525	-1,715	-1,670	-2,245	-13,810	5,126
	DESV	-0,401	-0,296	-0,320	-0,357	-0,224	-0,410	-0,228	-0,334	0,034	-0,194	0,178	0,010	0,094	-0,014	-0,979	0,257
	SSRR	0,106	0,130	0,043	0,050	0,048	0,048	0,045	0,083	0,069	0,125	0,135	0,221	0,506	0,916	2,982	4,073
	DP	2,128	2,271	1,202	1,158	1,077	1,043	0,968	1,528	1,330	1,488	1,403	1,570	2,254	2,423	1,786	0,782
5º grau (1966)		12	8	11	12	12	12	10	11	10	11	10	9	8	9	8	7
Hradetzky (1976)		4	4	4	5	5	5	7	7	6	4	6	6	6	10	4	11
Goulding e Murray(1976)		8	12	9	7	7	7	7	6	8	9	8	9	10	5	12	6

ANEXO C

TABELA 1C	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	183
TABELA 2C	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças	184
TABELA 3C	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	185
TABELA 4C	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	186
TABELA 5C	Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças	187

Anexos (...continua...)

TABELA 1C Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 1, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	
5 ^o Grau (1966)	RP	-7,846	-6,172	-6,768	-6,749	-6,592	-2,734	0,813	3,939	3,338	1,656	0,814	1,007	1,567	1,842	1,869	1,866	
	DESV	-0,002	-0,004	-0,006	-0,008	-0,010	-0,010	-0,003	0,013	0,014	0,004	-0,001	0,003	0,011	0,013	0,013	0,013	
	SSRR	1,024	0,690	0,635	0,566	0,505	0,187	0,137	0,231	0,233	0,226	0,262	0,309	0,353	0,384	0,393	0,393	
	DP	0,005	0,008	0,011	0,013	0,014	0,016	0,016	0,023	0,035	0,049	0,063	0,074	0,083	0,089	0,091	0,091	
Hradetzky (1976)	RP	-19,970	-9,749	-6,797	-5,172	-4,332	-2,086	-1,431	-0,941	-0,755	-0,765	-0,712	-0,662	-0,650	-0,578	-0,357	-0,526	
	DESV	-0,006	-0,006	-0,006	-0,007	-0,007	-0,009	-0,011	-0,014	-0,016	-0,017	-0,016	-0,015	-0,014	-0,014	-0,013	-0,015	
	SSRR	3,128	1,053	0,635	0,448	0,351	0,167	0,151	0,161	0,187	0,224	0,269	0,316	0,357	0,385	0,390	0,393	
	DP	0,006	0,009	0,011	0,012	0,013	0,016	0,020	0,031	0,044	0,055	0,067	0,078	0,088	0,094	0,096	0,097	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-14,640	-7,463	-5,508	-4,348	-3,756	-1,853	-1,369	-0,864	-0,517	-0,444	-0,354	-0,237	-0,135	-0,081	-0,005	0,000	
	DESV	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,006	-0,007	-0,006	-0,005	-0,004	-0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	
	SSRR	2,407	1,200	0,914	0,771	0,693	0,473	0,388	0,275	0,189	0,119	0,066	0,029	0,008	0,001	0,000	0,000	
	DP	0,006	0,010	0,014	0,016	0,018	0,025	0,031	0,037	0,039	0,036	0,029	0,020	0,010	0,003	0,000	0,000	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-16,450	-9,148	-7,169	-5,990	-5,384	-3,466	-3,021	-2,615	-2,366	-2,383	-2,366	-2,301	-2,218	-2,163	-2,076	-2,070	
	DESV	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,005	-0,007	-0,008	-0,008	-0,007	-0,006	-0,003	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	
	SSRR	2,595	1,217	0,902	0,731	0,634	0,392	0,350	0,357	0,391	0,431	0,467	0,493	0,490	0,476	0,459	0,458	
	DP	0,006	0,009	0,012	0,013	0,015	0,018	0,022	0,031	0,041	0,050	0,059	0,068	0,073	0,076	0,077	0,077	
5 ^o Grau (1966)		4	6	8	12	12	11	4	10	11	9	9	10	11	11	13	12	
Hradetzky (1976)		16	12	10	7	7	7	11	10	11	12	13	13	13	13	11	12	
Goulding (Vreal) (1976)		9	10	10	10	10	10	12	9	6	5	5	4	4	4	4	4	
Goulding (Vest)(1976)		11	12	12	11	11	12	13	11	12	14	13	13	12	12	12	12	

TABELA 2C Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	
5 ^o Grau (1966)	RP	-6,111	-5,094	-5,614	-5,780	-5,713	-2,358	0,949	4,082	3,545	1,885	1,007	1,246	1,857	2,110	2,097	2,089	
	DESV	-0,003	-0,004	-0,007	-0,009	-0,011	-0,010	-0,002	0,015	0,016	0,005	-0,002	0,001	0,008	0,011	0,010	0,010	
	SSRR	0,663	0,531	0,470	0,414	0,365	0,149	0,120	0,216	0,241	0,254	0,306	0,364	0,406	0,427	0,435	0,435	
	DP	0,005	0,008	0,011	0,013	0,015	0,018	0,021	0,034	0,052	0,073	0,095	0,111	0,121	0,127	0,129	0,129	
Hradetzky (1976)	RP	-21,210	-10,760	-7,381	-5,639	-4,675	-2,206	-1,492	-1,006	-0,873	-0,890	-0,906	-0,928	-0,944	-0,846	-0,690	-0,715	
	DESV	-0,008	-0,008	-0,008	-0,009	-0,009	-0,010	-0,011	-0,014	-0,016	-0,019	-0,021	-0,023	-0,024	-0,024	-0,023	-0,024	
	SSRR	2,830	1,015	0,593	0,405	0,308	0,145	0,132	0,154	0,200	0,254	0,317	0,376	0,416	0,434	0,440	0,440	
	DP	0,007	0,010	0,012	0,013	0,014	0,018	0,024	0,040	0,059	0,079	0,100	0,117	0,128	0,134	0,136	0,136	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-15,210	-8,068	-5,788	-4,568	-3,871	-1,833	-1,265	-0,708	-0,405	-0,389	-0,379	-0,264	-0,155	-0,120	-0,019	0,000	
	DESV	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	-0,003	-0,003	-0,001	-0,002	-0,002	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,000	
	SSRR	2,063	1,064	0,793	0,662	0,587	0,376	0,277	0,170	0,112	0,072	0,042	0,018	0,005	0,001	0,000	0,000	
	DP	0,006	0,010	0,013	0,016	0,018	0,025	0,029	0,034	0,036	0,035	0,030	0,021	0,011	0,004	0,000	0,000	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-17,580	-10,300	-7,986	-6,743	-6,032	-4,015	-3,510	-3,077	-2,893	-2,984	-3,071	-3,022	-2,939	-2,905	-2,794	-2,774	
	DESV	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-0,003	-0,004	-0,004	-0,004	-0,003	-0,004	-0,003	-0,003	
	SSRR	2,195	1,062	0,752	0,592	0,501	0,311	0,276	0,297	0,364	0,440	0,515	0,562	0,577	0,573	0,560	0,559	
	DP	0,005	0,008	0,010	0,012	0,013	0,018	0,024	0,038	0,054	0,071	0,088	0,101	0,108	0,111	0,112	0,112	
5 ^o Grau (1966)		4	5	7	12	12	11	4	12	12	11	10	9	11	11	11	11	
Hradetzky (1976)		16	13	12	8	8	7	12	10	12	13	13	13	13	13	13	13	
Goulding (Vreal) (1976)		9	12	11	10	10	10	12	6	4	4	4	5	4	4	4	4	
Goulding (Vest)(1976)		11	10	10	10	10	12	12	12	12	12	13	13	12	12	12	12	

TABELA 3C Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 3, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	
5 ^o Grau (1966)	RP	-10,861	-8,649	-8,824	-8,562	-8,469	-4,090	-0,065	3,278	2,323	0,412	-0,371	0,155	1,036	1,529	1,622	1,617	
	DESV	-0,002	-0,004	-0,006	-0,007	-0,009	-0,008	-0,001	0,013	0,013	0,004	-0,001	0,002	0,007	0,007	0,010	0,008	
	SSRR	0,926	0,636	0,585	0,521	0,487	0,187	0,102	0,175	0,199	0,223	0,249	0,266	0,290	0,306	0,260	0,324	
	DP	0,003	0,004	0,006	0,007	0,008	0,013	0,017	0,028	0,042	0,053	0,061	0,067	0,070	0,073	0,074	0,074	
Hradetzky (1976)	RP	-21,200	-10,210	-6,935	-5,180	-4,539	-2,350	-1,553	-0,984	-0,884	-0,872	-0,829	-0,803	-0,797	-0,647	-0,560	-1,872	
	DESV	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-0,006	-0,009	-0,012	-0,009	-0,023	
	SSRR	2,491	0,780	0,440	0,297	0,241	0,132	0,116	0,141	0,189	0,231	0,254	0,274	0,299	0,311	0,261	0,351	
	DP	0,003	0,005	0,006	0,007	0,008	0,012	0,017	0,028	0,041	0,053	0,061	0,067	0,072	0,077	0,078	0,081	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-16,940	-8,263	-6,075	-4,736	-4,106	-1,777	-1,316	-0,693	-0,415	-0,411	-0,387	-0,268	-0,191	-0,165	0,027	0,000	
	DESV	-0,004	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,001	-0,001	0,000	0,003	0,005	0,005	0,005	0,003	0,000	0,001	0,000	
	SSRR	1,844	0,730	0,554	0,471	0,414	0,259	0,196	0,120	0,088	0,068	0,048	0,027	0,010	0,001	0,000	0,000	
	DP	0,003	0,005	0,007	0,008	0,010	0,014	0,016	0,020	0,025	0,029	0,029	0,022	0,013	0,004	0,003	0,000	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-17,930	-9,048	-6,786	-5,396	-4,758	-2,433	-2,015	-1,502	-1,318	-1,386	-1,413	-1,329	-1,276	-1,122	-1,070	-1,091	
	DESV	-0,004	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	-0,002	0,000	0,003	0,004	0,005	0,005	0,003	-0,002	0,001	0,000	
	SSRR	1,988	0,753	0,505	0,376	0,311	0,165	0,143	0,169	0,227	0,278	0,306	0,319	0,325	0,295	0,266	0,320	
	DP	0,003	0,005	0,006	0,007	0,008	0,014	0,019	0,031	0,046	0,058	0,065	0,069	0,070	0,068	0,068	0,070	
5 ^o Grau (1966)		4	7	14	14	15	13	5	15	14	9	6	6	11	13	13	12	
Hradetzky (1976)		16	15	8	7	7	7	12	9	9	10	11	13	13	14	12	16	
Goulding (Vreal) (1976)		9	8	10	10	9	10	9	5	5	7	8	7	5	4	4	4	
Goulding (Vest)(1976)		12	12	9	10	9	10	14	11	12	14	15	14	11	9	11	8	

TABELA 4C Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 4, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
5 ^o Grau (1966)	RP	-9,456	-7,736	-7,861	-7,827	-7,528	-3,198	0,632	3,875	2,986	0,895	-0,318	-0,202	0,447	0,777	0,836	0,831
	DESV	-0,003	-0,005	-0,008	-0,010	-0,012	-0,011	-0,003	0,013	0,013	0,003	-0,004	0,000	0,007	0,010	0,009	0,009
	SSRR	1,150	0,925	0,823	0,751	0,674	0,334	0,260	0,343	0,327	0,309	0,339	0,354	0,347	0,335	0,327	0,327
	DP	0,003	0,005	0,007	0,009	0,011	0,014	0,016	0,027	0,040	0,054	0,068	0,081	0,088	0,091	0,092	0,092
Hradetzky (1976)	RP	-20,010	-10,060	-6,929	-5,440	-4,596	-2,223	-1,483	-1,106	-0,957	-0,847	-0,796	-0,790	-0,710	-0,499	-0,414	-4,242
	DESV	-0,006	-0,007	-0,007	-0,007	-0,008	-0,009	-0,010	-0,012	-0,012	-0,011	-0,008	-0,006	-0,005	-0,004	-0,004	-0,044
	SSRR	2,994	1,176	0,739	0,559	0,459	0,299	0,281	0,295	0,306	0,319	0,345	0,362	0,357	0,342	0,332	0,456
	DP	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,013	0,018	0,030	0,043	0,055	0,069	0,081	0,089	0,092	0,093	0,101
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-15,780	-8,345	-6,087	-4,843	-4,041	-2,109	-1,461	-0,751	-0,451	-0,422	-0,407	-0,274	-0,142	-0,116	-0,014	0,000
	DESV	-0,005	-0,005	-0,006	-0,006	-0,007	-0,008	-0,009	-0,009	-0,008	-0,007	-0,005	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	SSRR	2,435	1,262	0,926	0,756	0,652	0,398	0,291	0,186	0,123	0,082	0,052	0,028	0,009	0,001	0,000	0,000
	DP	0,005	0,007	0,009	0,011	0,013	0,018	0,022	0,027	0,029	0,029	0,027	0,023	0,014	0,005	0,000	0,000
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-17,550	-9,997	-7,709	-6,460	-5,653	-3,795	-3,228	-2,637	-2,432	-2,485	-2,553	-2,490	-2,398	-2,383	-2,276	-2,261
	DESV	-0,005	-0,005	-0,006	-0,006	-0,007	-0,009	-0,010	-0,011	-0,010	-0,009	-0,007	-0,004	-0,002	-0,003	-0,003	-0,002
	SSRR	2,278	1,001	0,639	0,468	0,361	0,205	0,195	0,225	0,264	0,314	0,379	0,433	0,459	0,462	0,454	0,453
	DP	0,003	0,005	0,006	0,006	0,007	0,010	0,015	0,026	0,039	0,052	0,066	0,078	0,085	0,089	0,089	0,089
5 ^o Grau (1966)		4	5	14	14	15	13	6	14	15	9	7	7	11	12	12	10
Hradetzky (1976)		16	14	9	9	9	9	13	12	12	14	14	14	13	12	12	16
Goulding (Vreal) (1976)		10	12	10	10	9	10	12	6	4	5	6	6	4	4	4	4
Goulding (Vest)(1976)		10	9	7	7	7	8	9	8	9	12	13	13	12	12	12	10

TABELA 5C Estatísticas e ranking dos modelos, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 5, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	
5 ^o Grau (1966)	RP	-4,668	-4,364	-4,484	-4,901	-4,765	-2,025	0,860	3,384	2,692	1,699	0,693	-0,322	0,190	0,550	0,647	0,651	
	DESV	-0,001	-0,002	-0,003	-0,005	-0,006	-0,007	-0,001	0,010	0,011	0,010	0,006	-0,003	0,002	0,005	0,005	0,005	
	SSRR	0,504	0,389	0,323	0,303	0,278	0,169	0,135	0,162	0,162	0,126	0,133	0,231	0,253	0,266	0,269	0,270	
	DP	0,003	0,005	0,006	0,008	0,009	0,013	0,015	0,026	0,038	0,036	0,045	0,082	0,092	0,097	0,099	0,099	
Hradetzky (1976)	RP	-17,100	-8,959	-5,846	-4,690	-3,850	-2,027	-1,324	-0,818	-0,738	-0,122	-0,128	-1,082	-0,974	-0,866	-0,752	-0,744	
	DESV	-0,004	-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,007	-0,008	-0,009	-0,010	-0,003	-0,001	-0,010	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	
	SSRR	1,476	0,615	0,375	0,296	0,249	0,169	0,144	0,139	0,151	0,122	0,134	0,238	0,262	0,275	0,277	0,277	
	DP	0,004	0,005	0,007	0,008	0,008	0,013	0,017	0,029	0,041	0,037	0,045	0,082	0,093	0,099	0,100	0,100	
Goulding & Murray (Vreal) (1976)	RP	-12,960	-6,951	-4,414	-3,653	-3,191	-2,544	-1,944	-0,770	-0,201	-0,427	-0,466	-0,411	-0,301	-0,208	-0,045	0,000	
	DESV	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,004	-0,006	-0,008	-0,007	-0,004	-0,006	-0,004	-0,002	-0,001	-0,001	0,000	0,000	
	SSRR	1,282	0,692	0,500	0,423	0,383	0,290	0,213	0,113	0,068	0,035	0,022	0,012	0,004	0,001	0,000	0,000	
	DP	0,005	0,008	0,011	0,013	0,016	0,025	0,030	0,031	0,030	0,024	0,023	0,018	0,009	0,002	0,000	0,000	
Goulding & Murray (Vest) (1976)	RP	-14,850	-8,756	-6,137	-5,376	-4,904	-4,276	-3,743	-2,691	-2,214	-1,715	-1,817	-2,682	-2,617	-2,531	-2,356	-2,310	
	DESV	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,004	-0,007	-0,009	-0,008	-0,006	0,001	0,003	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	
	SSRR	1,275	0,647	0,410	0,341	0,296	0,221	0,186	0,161	0,175	0,174	0,204	0,298	0,320	0,321	0,312	0,311	
	DP	0,003	0,006	0,007	0,008	0,009	0,013	0,017	0,028	0,039	0,041	0,050	0,080	0,090	0,095	0,096	0,096	
5 ^o Grau (1966)		4	4	7	11	11	6	4	13	13	12	11	8	8	10	10	10	
Hradetzky (1976)		15	12	11	7	7	8	10	10	11	8	8	14	14	14	14	14	
Goulding (Vreal) (1976)		11	12	10	10	10	12	13	7	4	7	7	5	5	4	4	4	
Goulding (Vest)(1976)		10	12	12	12	12	14	13	10	12	13	14	13	13	12	12	12	

ANEXO D

TABELA 1D	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 1, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	190
TABELA 2D	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 2, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	191
TABELA 3D	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 3, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	192
TABELA 4D	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 4, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	193

TABELA 5D	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de <i>Pinus taeda</i> , para o ambiente de produção 5, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.....	194
-----------	---	-----

Anexos (...continua...)

TABELA 1D Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 1, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
5º grau (1966)	RP	-7,846	-6,172	-6,768	-6,749	-6,592	-2,734	0,813	3,939	3,338	1,656	0,814	1,007	1,567	1,842	1,869	1,866
	DESV	-0,002	-0,004	-0,006	-0,008	-0,010	-0,010	-0,003	0,013	0,014	0,004	-0,001	0,003	0,011	0,013	0,013	0,013
	SSRR	1,024	0,690	0,635	0,566	0,505	0,187	0,137	0,231	0,233	0,226	0,262	0,309	0,353	0,384	0,393	0,393
	DP	0,005	0,008	0,011	0,013	0,014	0,016	0,016	0,023	0,035	0,049	0,063	0,074	0,083	0,089	0,091	0,091
Hradetzky (1976)	RP	-19,970	-9,749	-6,797	-5,172	-4,332	-2,086	-1,431	-0,941	-0,755	-0,765	-0,712	-0,662	-0,650	-0,578	-0,357	-0,526
	DESV	-0,006	-0,006	-0,006	-0,007	-0,007	-0,009	-0,011	-0,014	-0,016	-0,017	-0,016	-0,015	-0,014	-0,014	-0,013	-0,015
	SSRR	3,128	1,053	0,635	0,448	0,351	0,167	0,151	0,161	0,187	0,224	0,269	0,316	0,357	0,385	0,390	0,393
	DP	0,006	0,009	0,011	0,012	0,013	0,016	0,020	0,031	0,044	0,055	0,067	0,078	0,088	0,094	0,096	0,097
Goulding e Murray (1976)	RP	-16,450	-9,148	-7,169	-5,990	-5,384	-3,466	-3,021	-2,615	-2,366	-2,383	-2,366	-2,301	-2,218	-2,163	-2,076	1,154
	DESV	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,004	-0,005	-0,007	-0,008	-0,008	-0,007	-0,006	-0,003	-0,002	-0,003	-0,003	-2,070
	SSRR	2,595	1,217	0,902	0,731	0,634	0,392	0,350	0,357	0,391	0,431	0,467	0,493	0,490	0,476	0,459	-0,003
	DP	0,006	0,009	0,012	0,013	0,015	0,018	0,022	0,031	0,041	0,050	0,059	0,068	0,073	0,076	0,077	0,458
5º grau (1966)		.5	5	6	10	10	9	4	8	8	6	6	6	7	7	9	8
Hradetzky (1976)		12	10	8	5	5	5	9	8	8	8	9	9	9	9	7	7
Goulding e Murray(1976)		8	9	10	9	9	10	11	8	8	10	9	9	8	8	8	9

TABELA 2D Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 2, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
5º grau (1966)	RP	-6,111	-5,094	-5,614	-5,780	-5,713	-2,358	0,949	4,082	3,545	1,885	1,007	1,246	1,857	2,110	2,097	2,089
	DESV	-0,003	-0,004	-0,007	-0,009	-0,011	-0,010	-0,002	0,015	0,016	0,005	-0,002	0,001	0,008	0,011	0,010	0,010
	SSRR	0,663	0,531	0,470	0,414	0,365	0,149	0,120	0,216	0,241	0,254	0,306	0,364	0,406	0,427	0,435	0,435
	DP	0,005	0,008	0,011	0,013	0,015	0,018	0,021	0,034	0,052	0,073	0,095	0,111	0,121	0,127	0,129	0,129
Hradetzky (1976)	RP	-21,210	-10,760	-7,381	-5,639	-4,675	-2,206	-1,492	-1,006	-0,873	-0,890	-0,906	-0,928	-0,944	-0,846	-0,690	-0,715
	DESV	-0,008	-0,008	-0,008	-0,009	-0,009	-0,010	-0,011	-0,014	-0,016	-0,019	-0,021	-0,023	-0,024	-0,024	-0,023	-0,024
	SSRR	2,830	1,015	0,593	0,405	0,308	0,145	0,132	0,154	0,200	0,254	0,317	0,376	0,416	0,434	0,440	0,440
	DP	0,007	0,010	0,012	0,013	0,014	0,018	0,024	0,040	0,059	0,079	0,100	0,117	0,128	0,134	0,136	0,136
Goulding e Murray (1976)	RP	-17,580	-10,300	-7,986	-6,743	-6,032	-4,015	-3,510	-3,077	-2,893	-2,984	-3,071	-3,022	-2,939	-2,905	-2,794	1,189
	DESV	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-0,003	-0,004	-0,004	-0,004	-0,003	-0,004	-0,003	-2,774
	SSRR	2,195	1,062	0,752	0,592	0,501	0,311	0,276	0,297	0,364	0,440	0,515	0,562	0,577	0,573	0,560	-0,003
	DP	0,005	0,008	0,010	0,012	0,013	0,018	0,024	0,038	0,054	0,071	0,088	0,101	0,108	0,111	0,112	0,559
5º grau (1966)		4	5	6	10	10	9	4	9	8	7	6	6	7	7	7	7
Hradetzky (1976)		12	11	10	6	6	5	10	7	8	9	9	9	9	9	9	8
Goulding e Murray(1976)		8	8	8	8	8	10	10	8	8	8	9	9	8	8	8	9

TABELA 3D Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 3, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
5º grau (1966)	RP	-10,861	-8,649	-8,824	-8,562	-8,469	-4,090	-0,065	3,278	2,323	0,412	-0,371	0,155	1,036	1,529	1,622	1,617
	DESV	-0,002	-0,004	-0,006	-0,007	-0,009	-0,008	-0,001	0,013	0,013	0,004	-0,001	0,002	0,007	0,007	0,010	0,008
	SSRR	0,926	0,636	0,585	0,521	0,487	0,187	0,102	0,175	0,199	0,223	0,249	0,266	0,290	0,306	0,260	0,324
	DP	0,003	0,004	0,006	0,007	0,008	0,013	0,017	0,028	0,042	0,053	0,061	0,067	0,070	0,073	0,074	0,074
Hradetzky (1976)	RP	-21,200	-10,210	-6,935	-5,180	-4,539	-2,350	-1,553	-0,984	-0,884	-0,872	-0,829	-0,803	-0,797	-0,647	-0,560	-1,872
	DESV	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-0,006	-0,009	-0,012	-0,009	-0,023
	SSRR	2,491	0,780	0,440	0,297	0,241	0,132	0,116	0,141	0,189	0,231	0,254	0,274	0,299	0,311	0,261	0,351
	DP	0,003	0,005	0,006	0,007	0,008	0,012	0,017	0,028	0,041	0,053	0,061	0,067	0,072	0,077	0,078	0,081
Goulding e Murray (1976)	RP	-17,930	-9,048	-6,786	-5,396	-4,758	-2,433	-2,015	-1,502	-1,318	-1,386	-1,413	-1,329	-1,276	-1,122	-1,070	0,891
	DESV	-0,004	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	-0,002	0,000	0,003	0,004	0,005	0,005	0,003	-0,002	0,001	-1,091
	SSRR	1,988	0,753	0,505	0,376	0,311	0,165	0,143	0,169	0,227	0,278	0,306	0,319	0,325	0,295	0,266	0,000
	DP	0,003	0,005	0,006	0,007	0,008	0,014	0,019	0,031	0,046	0,058	0,065	0,069	0,070	0,068	0,068	0,320
5º grau (1966)		4	5	11	11	12	11	4	11	10	6	4	4	7	9	9	6
Hradetzky (1976)		12	11	6	5	5	5	9	5	5	7	8	9	9	10	8	10
Goulding e Murray(1976)		8	8	7	8	7	8	11	8	9	11	12	11	8	5	7	8

TABELA 4D Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 4, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real. Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
5º grau (1966)	RP	-9,456	-7,736	-7,861	-7,827	-7,528	-3,198	0,632	3,875	2,986	0,895	-0,318	-0,202	0,447	0,777	0,836	0,831
	DESV	-0,003	-0,005	-0,008	-0,010	-0,012	-0,011	-0,003	0,013	0,013	0,003	-0,004	0,000	0,007	0,010	0,009	0,009
	SSRR	1,150	0,925	0,823	0,751	0,674	0,334	0,260	0,343	0,327	0,309	0,339	0,354	0,347	0,335	0,327	0,327
	DP	0,003	0,005	0,007	0,009	0,011	0,014	0,016	0,027	0,040	0,054	0,068	0,081	0,088	0,091	0,092	0,092
Hradetzky (1976)	RP	-20,010	-10,060	-6,929	-5,440	-4,596	-2,223	-1,483	-1,106	-0,957	-0,847	-0,796	-0,790	-0,710	-0,499	-0,414	-4,242
	DESV	-0,006	-0,007	-0,007	-0,007	-0,008	-0,009	-0,010	-0,012	-0,012	-0,011	-0,008	-0,006	-0,005	-0,004	-0,004	-0,044
	SSRR	2,994	1,176	0,739	0,559	0,459	0,299	0,281	0,295	0,306	0,319	0,345	0,362	0,357	0,342	0,332	0,456
	DP	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,013	0,018	0,030	0,043	0,055	0,069	0,081	0,089	0,092	0,093	0,101
Goulding e Murray (1976)	RP	-17,550	-9,997	-7,709	-6,460	-5,653	-3,795	-3,228	-2,637	-2,432	-2,485	-2,553	-2,490	-2,398	-2,383	-2,276	1,056
	DESV	-0,005	-0,005	-0,006	-0,006	-0,007	-0,009	-0,010	-0,011	-0,010	-0,009	-0,007	-0,004	-0,002	-0,003	-0,003	-2,261
	SSRR	2,278	1,001	0,639	0,468	0,361	0,205	0,195	0,225	0,264	0,314	0,379	0,433	0,459	0,462	0,454	-0,002
	DP	0,003	0,005	0,006	0,006	0,007	0,010	0,015	0,026	0,039	0,052	0,066	0,078	0,085	0,089	0,089	0,453
5º grau (1966)		4	5	12	12	12	11	6	11	11	6	5	5	7	8	8	5
Hradetzky (1976)		12	12	7	7	7	7	11	8	8	10	10	10	9	8	8	10
Goulding e Murray(1976)		8	7	5	5	5	6	7	5	5	8	9	9	8	8	8	9

TABELA 5D Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Pinus taeda*, para o ambiente de produção 5, excluindo-se o modelo de Goulding & Murray (1976) aplicado com o volume real, Sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSRR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)															
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100
5º grau (1966)	RP	-4,668	-4,364	-4,484	-4,901	-4,765	-2,025	0,860	3,384	2,692	1,699	0,693	-0,322	0,190	0,550	0,647	0,651
	DESV	-0,001	-0,002	-0,003	-0,005	-0,006	-0,007	-0,001	0,010	0,011	0,010	0,006	-0,003	0,002	0,005	0,005	0,005
	SSRR	0,504	0,389	0,323	0,303	0,278	0,169	0,135	0,162	0,162	0,126	0,133	0,231	0,253	0,266	0,269	0,269
	DP	0,003	0,005	0,006	0,008	0,009	0,013	0,015	0,026	0,038	0,036	0,045	0,082	0,092	0,097	0,099	0,099
Hradetzky (1976)	RP	-18,590	-9,712	-6,340	-5,058	-4,151	-2,245	-1,520	-0,923	-0,787	-0,169	-0,157	-1,085	-1,043	-0,982	-0,656	-1,314
	DESV	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,006	-0,007	-0,008	-0,010	-0,010	-0,003	-0,001	-0,010	-0,009	-0,010	-0,008	-0,014
	SSRR	1,660	0,665	0,397	0,309	0,258	0,173	0,146	0,139	0,151	0,122	0,134	0,238	0,263	0,277	0,276	0,284
	DP	0,004	0,005	0,007	0,008	0,009	0,013	0,017	0,029	0,041	0,037	0,045	0,082	0,093	0,099	0,100	0,101
Goulding e Murray (1976)	RP	-14,850	-8,756	-6,137	-5,376	-4,904	-4,276	-3,743	-2,691	-2,214	-1,715	-1,817	-2,682	-2,617	-2,531	-2,356	0,969
	DESV	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,004	-0,007	-0,009	-0,008	-0,006	0,001	0,003	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-2,310
	SSRR	1,275	0,647	0,410	0,341	0,296	0,221	0,186	0,161	0,175	0,174	0,204	0,298	0,320	0,321	0,312	-0,004
	DP	0,003	0,006	0,007	0,008	0,009	0,013	0,017	0,028	0,039	0,041	0,050	0,080	0,090	0,095	0,096	0,311
5º grau (1966)		4	4	5	5	9	4	4	10	9	8	7	5	5	6	6	5
Hradetzky (1976)		12	11	10	9	5	9	9	7	7	6	6	10	10	10	10	10
Goulding e Murray(1976)		8	9	9	10	10	11	11	7	8	10	11	9	9	8	8	9

ANEXO E

TABELA 1E	Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes, não acumulado, calculados pela fórmula de Smalian, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP=Desvio Padrão das Diferenças.....	196
-----------	---	-----

Anexos (...continua...)

TABELA 1E Estatísticas e ranking dos modelos polinomiais, para estimativa dos volumes, não acumulado, calculados pela fórmula de Smalian, para o ambiente de produção 2, sendo RP=Resíduo percentual; DESV=Desvio; SSR=Soma de Quadrados do Resíduo Relativo e DP= Desvio Padrão das Diferenças.

		Alturas relativas (%)																
Mod.	Est.	1	2	3	4	5	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	
5º grau (1966)	RP	-1,704	-4,149	-7,100	-6,698	-5,704	0,381	8,253	8,681	1,883	-5,820	-5,542	1,962	8,002	3,093	-21,539	-39,868	
	DESV	-0,001	-0,002	-0,002	-0,002	-0,002	-0,002	0,007	0,014	0,003	-0,009	-0,006	0,003	0,007	0,002	-0,001	0,000	
	SSRR	0,455	0,428	0,456	0,356	0,264	0,129	0,530	0,636	0,530	1,048	1,539	1,696	2,777	4,490	15,053	35,524	
	DP	0,004	0,004	0,003	0,002	0,002	0,007	0,008	0,018	0,020	0,023	0,023	0,020	0,016	0,010	0,004	0,000	
Hradetzky (1976)	RP	-0,695	-0,522	-0,138	0,109	-0,369	-0,310	-0,237	-0,563	-0,623	-1,336	-1,776	-2,430	-4,511	-6,374	-13,230	-22,998	
	DESV	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,002	-0,003	-0,002	-0,003	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	
	SSRR	0,435	0,322	0,183	0,120	0,095	0,120	0,235	0,325	0,520	0,818	1,306	1,660	3,279	5,552	11,950	24,040	
	DP	0,004	0,003	0,002	0,001	0,001	0,007	0,008	0,020	0,020	0,021	0,022	0,020	0,016	0,010	0,004	0,000	
Goulding e Murray (1976)	RP	-3,517	-3,447	-3,170	-2,763	-2,965	-2,807	-2,754	-2,767	-2,598	-3,785	-4,390	-3,898	-5,198	-10,364	-18,357	0,000	
	DESV	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,001	0,000	0,000	0,001	0,001	-0,001	-0,001	24,003	
	SSRR	0,589	0,499	0,384	0,306	0,271	0,258	0,326	0,484	0,802	1,222	1,785	2,048	3,003	5,236	11,515	0,000	
	DP	0,004	0,004	0,003	0,002	0,002	0,007	0,008	0,028	0,018	0,019	0,020	0,018	0,014	0,009	0,004	9,737	
5º grau (1966)		9	11	12	12	11	8	12	10	9	11	11	8	9	7	12	10	
Hradetzky (1976)		5	5	5	5	5	6	5	6	7	6	6	8	9	9	6	6	
Goulding e Murray(1976)		10	8	7	7	8	10	7	8	8	7	7	8	6	8	6	8	