

**O ESTUDO DA ACURACIDADE DA DISTRIBUIÇÃO  $S_B$  PARA  
REPRESENTAR A ESTRUTURA DIAMÉTRICA DE  
*Pinus taeda*, ATRAVÉS DE CINCO  
MÉTODOS DE AJUSTE**

**Fernando César Vitti Tabai**

**1999**

FERNANDO CÉSAR VITTI TABAI

**O ESTUDO DA ACURACIDADE DA DISTRIBUIÇÃO  $S_B$  PARA  
REPRESENTAR A ESTRUTURA DIAMÉTRICA DE  
*Pinus taeda*, ATRAVÉS DE CINCO  
MÉTODOS DE AJUSTE**

Dissertação apresentada a Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, para obtenção do título de “Mestre”

Orientador  
Prof. José Roberto Soares Scolforo

LAVRAS  
MINAS GERAIS - BRASIL  
1999

FERNANDO CÉSAR VITTI TABAI

**O ESTUDO DA ACURACIDADE DA DISTRIBUIÇÃO  $S_B$  PARA  
REPRESENTAR A ESTRUTURA DIAMÉTRICA DE  
*Pinus taeda*, ATRAVÉS DE CINCO  
MÉTODOS DE AJUSTE**

Dissertação apresentada a Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, para obtenção do título de “Mestre”

APROVADA em 27 de fevereiro de 1999

Prof. Sebastião do Amaral Machado	UFLA
Prof. Prof. Renato Luiz Grisi Macedo	UFLA
Prof. Fausto Weimar Acerbi Júnior	UFLA
Engº MS. Romualdo Maestri	PISA FLORESTAL S/A

Prof. José Roberto Soares Scolforo  
UFLA  
(Orientador)

LAVRAS  
MINAS GERAIS - BRASIL

## RESUMO

TABAI, F.C.V. **O estudo da acuracidade da distribuição  $S_B$  para representar a estrutura diamétrica de *Pinus taeda*, através de cinco métodos de ajuste.** Lavras: UFLA, 1999. 55p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal)\*

O presente estudo teve como objetivo principal verificar a acuracidade da distribuição  $S_B$  na estimativa da distribuição diamétrica de *Pinus taeda* por cinco métodos de ajuste e analisar a influência da idade, espaçamento no ajuste destes. Foi utilizado um experimento de espaçamento de *Pinus taeda* instalado no município de Jaguariaúva em 1987. Os espaçamentos considerados foram: 2,5 x 2,5 m; 3 x 2,5 m; 3 x 3 m; 3 x 3,5 m e 3 x 1 m. As idades de medição foram 3,5; 4,5; 5,9; 6,9; 7,7; 8,8 e 9,8 anos. Foram ajustadas para diferentes condições de espaçamento e idade a distribuição  $S_B$  com ajuste pelos métodos da Máxima Verossimilhança, Momentos, Knoebel e Burkhart, Moda e Regressão Linear. O teste de aderência da frequência teórica e observada foi realizado através do teste Kolmogorov-Smirnov (KS). Para detectar qual o método propiciou ajustes mais acurados para aquelas parcelas ou épocas de medição que apresentaram pelo teste KS semelhante entre frequência teórica e frequência observada adotou-se um ranking. A partir deste pode-se detectar que seja: o método dos Momentos foi o mais acurado para estimar a frequência teórica presente de *Pinus taeda*, independente da idade e do espaçamento a que está sujeito o povoamento. Todos os métodos testados podem ser utilizados para estimar a frequência teórica do povoamento de *Pinus taeda*, independente da idade e do espaçamento. Os métodos baseados na Regressão Linear e na Moda são aqueles que de maneira geral mais apresentaram seus parâmetros correlacionados com a idade, sendo, a princípio, os mais indicados para prognose da produção.

---

\* Comitê Orientador: José Roberto Soares Scolforo – UFLA (Orientador); Sebastião do Amaral Machado – UFLA, Renato Luiz Grisi Macedo – UFLA, Fausto Weimar Acerbi Júnior – UFLA e Romualdo Maestri – PISA FLORESTAL S/A.

## 1 INTRODUÇÃO

Os estudos de crescimento, bem como da produção presente e futura dos povoamentos florestais fornecem subsídio importante em trabalhos silviculturais, introdução de espécies e sobretudo no manejo florestal em seu sentido mais amplo.

Uma questão central para o planejamento e controle da atividade florestal consiste em estudar a produção dos reflorestamentos em função da idade, qualidade de sítio e densidade de plantio, o qual ainda é maior quando as florestas são destinadas ao aproveitamento múltiplo de suas madeiras, como é o caso do *Pinus taeda*, onde é necessário discriminar o sortimento em diferentes classes diamétricas.

Além disso, a prognose da produção é indispensável para produzir o efeito das diferentes práticas de manejo sobre o volume por classes diamétricas, para definir o tipo de manejo que maximize a renda líquida por hectare e também com relação à tendência mundial de exploração florestal mecanizada, à qual requer para o seu planejamento e justificativa econômica, o conhecimento da distribuição diamétrica da floresta (Glade 1986).

Conforme Scolforo (1998a), 2 elementos são considerados básicos para que as decisões gerenciais possam ser baseadas em critérios técnicos. Um deles é o conhecimento e o domínio de toda a estrutura de custos, preços e taxas de juros. O outro é a produção presente e futura que cada sítio e cada espécie podem propiciar ao longo do tempo. Da integração das prognoses de produção com critérios de análise de investimento, várias decisões podem ser tomadas, tais como a definição da rotação econômica ótima por sítio, a possibilidade de detectar excedente ou escassez do produto considerado, o estudo de casos sobre aquisição ou não de terras em função de distância de transporte do produto considerado e inferências sobre a utilização dos múltiplos produtos da madeira.

O crescimento e a produção de florestas homogêneas podem ser estimados através dos modelos de produção por classe de diâmetro os quais propiciam um maior detalhamento na predição do porte das árvores do povoamento. Trata-se de um processo que, ao utilizar uma função de distribuição permite predizer a probabilidade de ocorrência do número de árvores por classe de diâmetro e então analisar a estrutura do povoamento (Thiersch, 1997).

A distribuição  $S_B$  é uma das funções que pode ser utilizada para expressar a estrutura diamétrica de povoamentos florestais. Foi primeiro descrita por Johnson (1949) utilizando dados de comprimento dos grãos de feijão e introduzidas na área florestal por (Hafley e Schreuder, 1977).

Com a evolução do estudo das funções de densidade, foram desenvolvidos vários métodos de estimativa dos parâmetros assimetria e curtose visando o ajuste da distribuição  $S_B$ . Pode-se destacar dentre estes o método da Máxima Verossimilhança (Johnson, 1949), método dos Quatro Percentis (Slifker e Shapiro, 1980), método de Knoebel e Burkhart (1991), método da Moda (Hafley e Buford, 1985) e o método da Regressão Linear (Zhou e McTague, 1996) que salientam ainda a necessidade atual de se obter uma comparação completa e consistente dos diferentes métodos de ajuste da distribuição  $S_B$ .

No Brasil, Couto (1980) foi o primeiro a utilizar a distribuição  $S_B$ . Além dele, outros autores como Finger (1982), Glade (1986), Machado et al. (1990), Thiersch (1997), Scolforo e Thiersch (1998), utilizaram também esta distribuição, todos utilizando um único método de ajuste. Em todas as situações a distribuição  $S_B$  apresentou desempenho satisfatório, ora ocupando o primeiro posto no ranking, ora em outras posições.

Apesar dos estudos realizados, a utilização e sobretudo os conhecimentos à respeito da distribuição  $S_B$  estão longe de ser completamente elucidados, principalmente na representação diamétrica de florestas do Brasil.

Dentro deste contexto, o objetivo do presente estudo foi verificar a acuracidade da distribuição  $S_B$  na estimativa da distribuição diamétrica de *Pinus taeda* por cinco métodos de ajuste, influência da idade e do espaçamento nestes ajustes e avaliar a correlação dos parâmetros estimados por cada método com a idade, para fazer inferências sobre prognose..

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Segundo Spiegel (1975), no estudo da distribuição de frequência, é importante o conhecimento das medidas de tendência e dispersão dos dados. Os parâmetros utilizados na descrição das medidas de tendência são: as médias (aritmética, quadrática, etc.), a moda, a mediana e as separatrizes (quartis, decis e os percentis). Já os parâmetros para a descrição das medidas de dispersão são: amplitude, desvio médio absoluto, desvio padrão, variância, etc. Essas estatísticas são utilizadas no cálculo da assimetria e da curtose.

A assimetria é o grau de desvio, ou afastamento da distribuição. A média aritmética, a moda e a mediana, quando coincidem, indicam simetria. A distribuição assimétrica pode ser desviada à direita quando o coeficiente de assimetria é positivo ou desviada à esquerda quando este apresentar assimetria negativa (Spiegel, 1975). Já a curtose é definida como uma medida de achatamento ou elevação relativa da curva, em relação à distribuição normal (Spiegel, 1975).

A distribuição  $S_B$  é bastante flexível o que pode ser notado através da análise do seu limite inferior  $\epsilon$ , e seu limite superior  $\epsilon + \lambda$ , podendo ser extremamente útil para representar corretamente certas classes de variáveis, as quais tenham aspectos físicos ou naturais em sua série. Dentre as populações de espécies que flutuam entre a extinção ( $\epsilon = 0$ ) e capacidade de suporte ( $\epsilon + \lambda$ ), pode-se citar a fertilidade na mulher que tem amplitude da primeira menstruação ( $\epsilon = 0$ ) até a menopausa ( $\epsilon + \lambda$ ), além de variáveis atmosféricas como pressão, temperatura, umidade e concentrações de poluentes ambientais (Mage, 1980).

Hafley e Schreuder (1977) apresentaram um trabalho que testou extensivamente a flexibilidade das distribuições Beta,  $S_B$ , Weibull, Lognormal, Gamma e Normal, em assumir diferentes formas para descrição de distribuição

de diâmetros. Os dados foram advindos de 21 conjuntos compostos por três espécies: *Pinus taeda* L., *Pinus echinata* Mill e *Pinus palustris* L. oriundas de plantações e de povoamentos naturais, com idades entre 12 e 34 anos. Os autores basearam-se nas relações entre o coeficiente de assimetria ao quadrado e o coeficiente de curtose e concluíram que a distribuição normal é a menos flexível, resultando apenas em um ponto possível. As distribuições de Weibull, gamma e log-normal resultaram em linhas, o que demonstra suas capacidades de assumir formas variadas. As distribuições Beta e  $S_B$  foram as mais flexíveis porque as relações entre os coeficientes ocupam áreas dentro do plano cartesiano, conforme ilustrado na Figura 1.

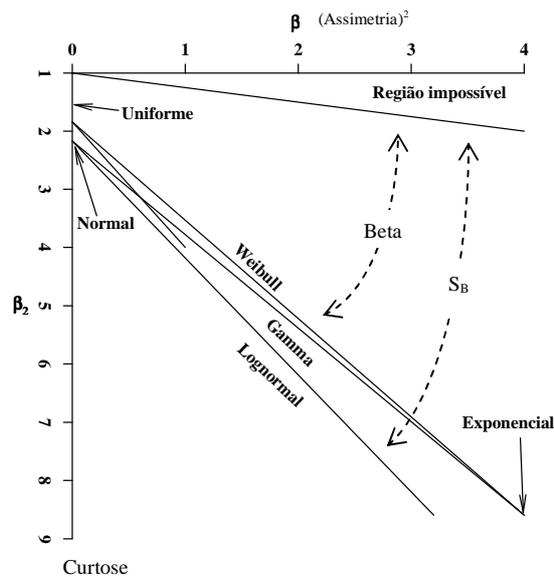


FIGURA 1. Valores das relações entre Assimetria e Curtose  
 Fonte: Halley e Scherender, 1977.

A distribuição  $S_B$  descreve a distribuição marginal das variáveis diâmetro e altura de um povoamento em diferentes idades, condições de sítio e densidades iniciais de plantio. É flexível e relativamente simples de ser aplicada e proporciona uma consistência e ajuste melhores que as distribuições de Weibull, Beta, Lognormal e Normal (Li et al., 1995; Tham, 1988).

O sistema proposto por Johnson (1949) apresenta 3 famílias de distribuições que são geradas a partir da forma  $Z = \gamma + \delta f(x; \epsilon; \lambda)$ , onde  $Z$  é uma variável normal padrão e  $f(x; \epsilon; \lambda)$  são escolhidos para cobrir um amplo espectro de formas possíveis.

Johnson sugere as seguintes formas:

$$f_1(x; \epsilon; \lambda) = s_{\text{inh}}^{-1} \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda} \right), \text{ como uma distribuição SU } \quad x > \epsilon$$

$$f_2(x; \epsilon; \lambda) = \text{In} \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x} \right), \text{ com uma distribuição SB } \quad \epsilon < x < \epsilon + \lambda$$

$$f_3(x, \epsilon, \lambda) = \text{In} \left( \frac{x - \epsilon}{\lambda} \right), \text{ como uma distribuição (log-normal) } \quad -\infty < x < \infty$$

Os parâmetros  $\epsilon$  e  $\lambda$  representam respectivamente o menor limite da distribuição ou o parâmetro locação e a amplitude de variação de  $x$  ou o parâmetro escala. Os parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  determinam a forma básica da distribuição sendo que  $\delta$  é o parâmetro que expressa a curtose e  $\gamma$  o parâmetro que expressa a assimetria e podem ser estimados através de 5 métodos. Na prática, o limite inferior ou superior são fáceis de estimar ou de serem conhecidos. Sem perda por generalização, pode-se assumir que  $\epsilon = 0$  e  $\epsilon + \lambda = 1$  (Li et al., 1995).

Johnson (1949) propôs que os parâmetros da função de densidade de probabilidade  $S_B$  poderiam ser resolvidos escolhendo 4 pontos percentis e resolvendo um conjunto de equações não-lineares simultâneas.

Desde 1949 muitos métodos para estimar os parâmetros da distribuição  $S_B$  foram desenvolvidos. A seguir será explorado de forma resumida este fato.

Johnson e Kitchen (1971 a,b) desenvolveram um conjunto de tabelas para ajustar os parâmetros  $S_B$  pela combinação dos momentos da distribuição.

Bukac (1972) estudando dados sobre fertilidade específica (número de crianças nascidas vivas a cada 1.000 mulheres por classe de idade) na Checoslováquia em 1966 reconheceu que a escolha de quatro desvios normais, equidistantes e simétricos como  $(-3z, -z, z, +3z)$  permitiu as equações não-lineares simultâneas serem reduzidas para uma única equação de Quarta Ordem.

Bukac (1972) concluiu também que a despeito de diferenças substanciais nos valores de  $\lambda$  e  $\gamma$ , ocorre uma pequena diferença entre as curvas ajustadas pelos pontos percentis e pelos momentos. De maneira geral, os erros usando pontos percentis são ligeiramente menores que aqueles usando os momentos exceto nas idades acima de 34 anos.

Slifker e Shapiro (1980) também utilizaram quatro desvios normais equidistantes e simétricos  $(-3z, -z, z, +3z)$  para selecionar a família do sistema  $S_B$  que melhor se adequa ao conjunto de dados além de estimar os seus parâmetros. Esses autores utilizaram a já referida simplificação de quatro desvios simétricos e equidistantes junto de funções hiperbólicas trigonométricas para alcançar soluções explícitas para os parâmetros das famílias que compõe o sistema Johnson.

Knoebel e Burkhart (1991) desenvolveram um método de predição da estrutura para povoamentos florestais homogêneos baseados em dois pontos na série de dados, um ponto correspondente ao valor que ocupa a quinquagésima (50ª) posição dos diâmetros quando alinhados em ordem crescente (percentil cumulativo 50) e o outro, ao valor que ocupa a nonagésima quinta (95ª) posição dos diâmetros ordenados (percentil cumulativo 95).

Esses autores utilizaram dados advindos de parcelas permanentes em povoamentos de yellow-poplar previamente analisados por Knoebel, Burkhart e Beck (1986) e coletados pelo Serviço Florestal dos Estados Unidos. Estes dados

foram originários de 141 parcelas permanentes de um quarto de acre locadas nas Montanhas Apalaches da Carolina do Norte, Virgínia e Georgia, medidas à cada 5 anos. Os autores chegaram a conclusão que a função de densidade de probabilidade bivariada  $S_B$  teve uma performance tão boa ou melhor sobre os métodos baseados na predição de parâmetros.

Knoebel e Burkhart (1991) salientaram ainda que este método apresenta algumas requisições básicas como ( i ) existir no mínimo duas medições advindas de diâmetros arbóreos, (ii) existir um número grande de parcelas para fornecer uma ampla gama de atributos do povoamento tais como idade, índice de sítio, e densidade inicial de plantio e (iii) não existência de uma taxa de mortalidade crescente no decorrer das medições.

Newberry e Burk (1985) analisando dados oriundos de plantações de *Pinus taeda* de diversas partes dos Estados Unidos utilizaram o método dos percentis para estimar os parâmetros da distribuição  $S_B$  e o compararam com vários modelos de distribuição encontrados na literatura concluindo que a distribuição  $S_B$  é uma escolha racional para a modelagem de árvores possuindo muitas propriedades desejáveis. Concluíram ainda, que o método utilizado na predição dos parâmetros  $S_B$  é mais fácil de usar posto que resolver 2 equações para 2 incógnitas é ultrapassado.

Mage (1980) também utilizou o método dos pontos percentis para determinar os parâmetros da distribuição  $S_B$  no estudo das concentrações de monóxido de carbono na atmosfera na cidade de Barstow, Califórnia e concluiu que a utilização deste procedimento não requer interpolação com tabelas ou processos iterativos para resolver equações simultâneas.

Newberry et al. (1993) estudando a distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos de Douglas fir (*Pseudotsuga menziesii* var. *glauca*) nos estados de Washington, Oregon, Idaho e Montana, nos Estados Unidos, utilizaram o método dos percentis para estimar os parâmetros das distribuições

$S_B$  e Weibull. Concluíram que algumas diferenças entre as duas funções foram detectadas porém, ambas tiveram desempenho satisfatório.

Kershaw e Maguire (1996) testaram as funções de densidade de probabilidade  $S_B$ , Weibull, Beta e Normal em povoamentos de *Tsuga heterophylla*, *Pseudotsuga menziesii* e *Abies grandis*, três das principais espécies do noroeste do pacífico. Utilizaram o método dos momentos para o cálculo dos parâmetros das distribuições e a distribuição  $S_B$  foi a que apresentou melhor desempenho através do teste  $\chi^2$  (qui-quadrado).

Zasada (1995) utilizou cinco distribuições (Binomial, Normal, Weibull,  $S_B$  e Beta) para determinar às distribuições diamétricas originárias de 64 parcelas estabelecidas em povoamentos onde predominam indivíduos de *Abies alba* na Polônia. Estudou-a em conjunto com outras espécies (miscelânea) e também de forma individual e concluiu que em povoamentos onde a proporção de *Abies alba* era menor que 90% o melhor ajuste foi obtido com a distribuição  $S_B$ , sendo a eficiência do ajuste determinado pelo teste Kolmogorov-Smirnov.

Tham (1988) utilizou a função de probabilidade de densidade  $S_B$  em povoamentos não desbastados mistos de *Picea abies* (L.) e *Betula pendula* Roth, na Suécia com idades entre 20 e 32 anos. O estudo da função  $S_B$  foi feito para as duas espécies em conjunto e separadas, em um total de 156 observações. Concluiu que a escolha desta função apresentou um bom ajuste em ambas situações.

Monness (1982) estudando povoamentos equiâneos de *Pinus sylvestris* L. tentou, utilizando o método da Máxima Verossimilhança, encontrar uma relação direta entre os parâmetros da distribuição  $S_B$  e características do povoamento, mas o modelo apresentou um ajuste pouco satisfatório.

Zhou e McTague (1996) utilizaram dados de 252 parcelas coletados em sete florestas nacionais no Novo México e Arizona nos Estados Unidos, de povoamentos de *Pinus ponderosa* e povoamentos mistos de coníferas. Estes,

apresentaram formas variando, desde a forma de “sino” em povoamentos equiâneos até a forma de “j-invertido” em povoamentos inequiâneos onde foram locadas parcelas circulares com 1.963 m<sup>2</sup> de área cada.

Esses autores utilizaram a distribuição  $S_B$  no estudo. Para a estimativa de seus parâmetros utilizaram 5 métodos distintos conhecidos como: Métodos dos Percentis, Método de Knoebel e Burkhart, Método da Moda, Método da Máxima Verossimilhança e também lançaram mão de um novo método ao qual chamaram de Método da Regressão Linear. Promoveram também uma comparação entre os métodos através do teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) onde concluíram que entre todos os métodos estudados, o método de Knoebel e Burkhart foi o melhor. Este método permitiu o estabelecimento da distribuição de diâmetros e também de alturas independentemente do cômputo do valor de K citados por Slifker e Shapiro (1980). Somente 2 parcelas na distribuição para diâmetros e 22 parcelas na distribuição ajustada para alturas em um total de 252 parcelas foram significativamente diferentes dos dados observados a um nível de significância de 0,01.

Os mesmos autores concluíram também, que quando os parâmetros ( $\epsilon$  e  $\lambda$ ) são computados pelo procedimento de Slifker e Shapiro, o método da Regressão Linear é superior na estimativa dos dois parâmetros de forma  $\gamma$  e  $\delta$ .

### **2.1 Utilização de distribuição $S_B$ no Brasil**

Couto (1980) foi o primeiro autor a utilizar a distribuição  $S_B$  no Brasil, fazendo seu uso no estudo de distribuição de diâmetros de plantações de *Pinus caribaea* var. *caribaea* no município de Agudos-SP, com presença e ausência de fertilização mineral. Procurou correlacionar os valores dos estimadores das distribuições  $S_B$ , Weibull, Normal, Lognormal, Gamma e Beta com a idade utilizando para tal o software MSLED (“Maximum Likelihood Estimation for Selected Distributions”).

Para se escolher a distribuição que melhor se adaptou ao conjunto de dados utilizou-se o teste Kolmogorov-Smirnov e a capacidade de cada estimador dos parâmetros das distribuições de se correlacionar com a idade, chegando à conclusão que as duas distribuições que apresentaram melhor ajuste foram a Weibull e a Normal, sendo que a Weibull foi ligeiramente superior à Normal. A distribuição Beta apareceu em terceiro lugar seguida das distribuições  $S_B$ , Gama e Lognormal.

Este autor observou que os valores do estimador  $\delta$  da distribuição  $S_B$  foram inconstantes em função da idade, subindo e descendo sem uma correlação definida com a idade independentemente se sofreram fertilização ou não. Este fato pode desclassificar a distribuição como adequada para estudos de projeção de crescimento, pois um dos requisitos para que a mesma seja eleita é uma boa correlação com a idade. O estimador  $\gamma$  apresentou uma tendência de aumentar com a idade, para os plantios sem fertilização, o que não aconteceu para os valores obtidos nos plantios com fertilizantes.

Glade (1986) estudou a metodologia para desenvolver um modelo para prognosticar o volume por classes diamétricas de *Eucalyptus grandis*, baseado em dados coletados em Concordia, Argentina. As distribuições diamétricas de parcelas permanentes de medição de três povoamentos distintos foram ajustados pelas funções probabilísticas: Normal, Lognormal, Gamma, Weibull, Beta e  $S_B$ , utilizando o pacote “Maximum Likelihood Estimation for Selected Distributions” (MLESD). As funções Weibull,  $S_B$  e Beta apresentaram-se com ajuste satisfatório e com pouca diferença entre elas.

Thiersch (1997) testou a eficiência das distribuições diamétricas Weibull, Beta, Normal, Lognormal, Gamma e  $S_B$  por diferentes métodos de ajuste. Procurou avaliar o desempenho das distribuições na estimativa presente e futura do número de árvores e do volume por classe de diâmetro, para diferentes idades e condições de sítio, para *Eucalyptus camaldulensis* provenientes de

povoamentos comerciais de Mannesman Florestal Ltda. no município de João Pinheiro – MG. A amostragem foi feita em povoamentos com idades entre 14 e 64 meses, utilizando parcelas com tamanhos variáveis, sendo que todas tiveram pelo menos duas medições. Para a obtenção do parâmetro de locação da distribuição Weibull e  $S_B$  pelos métodos da máxima verossimilhança e momentos, foram testados vários valores percentuais do diâmetro mínimo (5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% do diâmetro mínimo correspondente). A consistência do ajuste obtido por cada método e para cada distribuição foi feita pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. A análise de frequência teórica por classe diamétrica em relação à frequência observada e a análise da estimativa volumétrica a partir da frequência teórica em relação ao volume estimado a partir da frequência observada foi facilitada pela adoção de um ranking entre as distribuições. Verificou-se que o melhor parâmetro de locação da distribuição Weibull foi zero e que o valor de  $\epsilon$  da distribuição  $S_B$  foi igual à 5% do diâmetro mínimo. As distribuições  $S_B$  e Beta com ajuste pelo método dos momentos foram as mais eficientes na estimativa da frequência teórica e estimativa volumétrica a partir destas. As distribuições Lognormal e Gamma apresentaram os piores desempenhos na estimativa da frequência teórica e estimativa volumétrica.

Thiersch (1997) testou ainda a eficiência das distribuições  $S_B$  e Beta na prognose da produção em volume para diferentes idades e condições de sítio e também selecionou e desenvolveu equações para representar os atributos do povoamento. A investigação da eficiência da prognose foi feita através do teste  $t$ , do desvio de prognose e da correlação entre o volume prognosticado e o volume observado das parcelas. Concluiu que o sistema de prognose foi factível de ser utilizado com eficiência, haja vista as tendências semelhantes entre os volumes prognosticados e os observados na parcela. De maneira geral, os erros de prognose ficaram abaixo dos 20%. Embora não tenha sido detectada uma nítida

supremacia dentre as distribuições para fins da prognose, foi observado uma tendência de melhor desempenho da distribuição  $S_B$ , independentemente do método de ajuste.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 Base de dados

O experimento foi instalado no município de Jaguariaíva - PR, localizado entre os paralelos 24° e 24°30' latitude Sul e os meridianos 49°30' e 50° de longitude Oeste de Greenwich, na Fazenda Lageado, de propriedade da "Pisa Florestal", Projeto Pisa 26, talhão 11, entre os dias 28 de outubro e 09 de novembro de 1987, com a espécie *Pinus taeda*.

Segundo a classificação de Köppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente-temperado, caracterizado por apresentar temperatura média inferior à 22°C no mês mais quente do ano.

O solo predominante na região é arenoso com afloramento de rocha e relevo variando de ondulado a fortemente ondulado (Golfari, Caser e Moura, 1978).

O local de implantação do experimento possuía até 1986, reflorestamento com *Pinus taeda* com 16 anos de idade, no qual executou-se um corte raso. A prática de limpeza do material resultante da exploração foi uma queima controlada, ficando a área segundo os critérios de preparo de terreno da empresa, apto a receber nova implantação. Conforme a necessidade e dentro dos padrões adotados pela empresa, foram executadas limpezas no experimento.

O experimento consta de seis blocos instalados de maneira contínua. A área de cada bloco foi 4.320 m<sup>2</sup> e a área dos seis blocos foi 25.920 m<sup>2</sup>. A área dos seis blocos mais a bordadura foi de 29.692 m<sup>2</sup>. Em cada bloco foram

estabelecidos cinco tratamentos, a saber: plantio no espaçamento 3,0 x 3,5; 3,0 x 3,0; 3,0 x 3,5; 2,5 x 2,5 e 3,0 x 1,0 metros.

Inicialmente foram mensuradas nas parcelas as alturas de todas as árvores excluídas as bordaduras. Após as árvores atingirem altura superior a 1,3 m, as medições foram efetuadas obtendo-se os valores de CAP e altura total. As idades de medição utilizadas neste estudo foram: 3,5; 4,5; 5,9; 6,9; 7,7; 8,8 e 9,8 anos.

### 3.2 Distribuição $S_B$

Na tentativa de encontrar uma função de distribuição para representar uma grande variedade de modelos de distribuição, Johnson (1949) propôs a distribuição  $S_B$ , que é associada à distribuição Normal através de transformações logarítmicas, porém descreve os diferentes graus de assimetria da distribuição.

A função de densidade de probabilidade é:

$$f(d, \varepsilon, \lambda, \delta, \gamma) = \left( \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \right) \frac{\lambda}{(\varepsilon + \lambda - d)(d - \varepsilon)} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left[ \gamma + \delta \ln \left( \frac{d - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d} \right) \right]^2 \right]$$

$$\varepsilon < d < \varepsilon + \lambda$$

$$-\infty < \varepsilon < \infty$$

$$\lambda \text{ e } \delta > 0$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

em que:

$\varepsilon$  : parâmetro de locação;

$\lambda$  : parâmetro de escala;

$d$  : diâmetro do centro de classe ou da iésima árvore da parcela;

$\delta$  e  $\gamma$  : expressam a forma da distribuição. Quando  $\delta$  aumenta, implica em grande aumento na forma; aumentos no valor absoluto de  $\gamma$  implica em mais assimetria, ou seja,  $\delta$  é o parâmetro curtose e  $\gamma$  é o parâmetro que expressa assimetria.

As formas da distribuição  $S_B$  estão ilustradas na Figura 2.

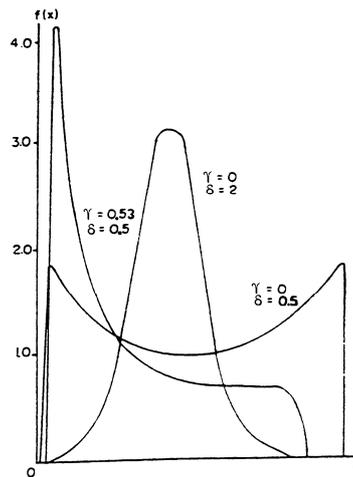


FIGURA 2. Formas da distribuição  $S_B$ .

### Métodos de estimativa dos parâmetros $\gamma$ e $\delta$ da distribuição $S_B$

#### a) Método da máxima verossimilhança.

Se conhecido o parâmetro de locação ( $\epsilon$ ), que é um valor menor que o diâmetro mínimo da floresta, e o parâmetro de escala ( $\lambda$ ), que expressa a amplitude entre o menor e o maior diâmetro da floresta, então os parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  podem ser estimados através do método da máxima verossimilhança. Para tanto, é conveniente fazer a seguinte transformação

$$y_i = \frac{d_i - \epsilon}{\lambda}, \text{ e o valor de } 1 - y_i = \frac{\lambda + \epsilon - d_i}{\lambda}$$

Portanto, a função será:

$$f(y_i) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi} \lambda y_i (1 - y_i)} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left\{ \gamma + \delta \ln \left[ \frac{y_i}{1 - y_i} \right] \right\}^2 \right]$$

para:

$$0 < y < 1, \lambda > 0, -\infty < \gamma < \infty, \delta > 0$$

Fazendo  $f_i = \ln (y_i / 1 - y_i)$  as estimativas serão:

$$\hat{\gamma} = \frac{-\bar{f}}{s_f} \quad e \quad \hat{\delta} = \left[ n / \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{s_f}$$

em que:

$\bar{f}$  : média aritmética da variável  $f_i$  ;

$S_f$  : desvio padrão da variável  $f_i$  ;

$n$  : número de observações ou número de árvores na parcela.

$f_i$  : transformação do diâmetro de cada árvore da parcela;

$\epsilon$  : valor situado acima de zero e menor que o diâmetro mínimo da parcela;

$\lambda$  : fixou-se o valor igual ao diâmetro máximo da parcela;

$d_i$  : diâmetro da árvore na parcela.

Para obtenção do valor de “ $\epsilon$ ” compreendido entre zero e o diâmetro mínimo da parcela, fixou-se uma série de possíveis valores de “ $\epsilon$ ” como : 0,05\*  $d_{min}$ ; 0,15\*  $d_{min}$ ; 0,25\*  $d_{min}$ ; 0,35\*  $d_{min}$ ; 0,45\*  $d_{min}$ ; 0,55\*  $d_{min}$ ; 0,65\*  $d_{min}$ ; 0,75\*  $d_{min}$ ; 0,85\*  $d_{min}$ ; e 0,95\*  $d_{min}$ . De forma adicional foi testado o valor  $\epsilon$  igual a 1.

Para cada valores propostos de  $\epsilon$  foi ajustada a distribuição para as 5 parcelas repetidas nos 6 blocos e sujeitas a 7 épocas de medição. Deste modo, há um valor correspondente de  $\delta, \gamma$  e  $\lambda$  para cada valor de  $\epsilon$ . Utilizando-se o teste de

aderência de Kolmogorov-Smirnov, que compara as frequências acumulativas estimadas em relação à frequência acumulativa observada para cada valor proposto de  $\epsilon$ , pode-se estabelecer o valor de “ $\epsilon$ ” que propicia um melhor ajuste.

**b) Método dos momentos:**

Os valores de  $\gamma$  e  $\delta$  são obtidos pela solução das equações abaixo, propostas por Johnson e Kitchen (1971), devendo ser usada quando o desvio transformado for pequeno e o parâmetro curtose for grande. Uma síntese da formulação para obter o parâmetro curtose ( $\delta$ ) e o parâmetro assimetria ( $\gamma$ ) é apresentada a seguir:

$$\delta \cong \frac{\mu(1-\mu)}{Sd(x)} + \frac{Sd(x)}{4} \left[ \frac{1}{\mu(1-\mu)} - 8 \right]$$

$$\gamma \cong \delta \ln \left( \frac{1-\mu}{\mu} \right) + \left( \frac{0,5-\mu}{\delta} \right)$$

$$\mu = \frac{\bar{d} - \epsilon}{\lambda}$$

em que:

$\bar{d}$  : média aritmética dos diâmetros da parcela.

$$Sd(x) = \frac{\sigma}{\lambda}$$

em que:

$Sd(x)$  : desvio padrão modificado;

$\sigma$  : desvio padrão da parcela.

Para a obtenção do valor de “ε” que propicia um melhor ajuste, utilizou-se a mesma metodologia usada para o método da máxima verossimilhança.

**c) Método de Knoebel - Burkhart (1991)**

Baseou-se nos percentis 50 e 95, e no limite inferior ε e na amplitude λ.

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = D_{\min} - 1,3 \\ \lambda = D_{\max} - \varepsilon + 3,8 \end{array} \right\} \text{para diâmetro em centímetros}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = D_{\min} - 0,5 \\ \lambda = D_{\max} - \varepsilon + 1,5 \end{array} \right\} \text{para diâmetro em polegada}$$

$$\gamma = -\delta \ln \left( \frac{D_{50} - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - D_{50}} \right)$$

$$\delta = \frac{Z_{95}}{\ln \left( \frac{D_{95} - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - D_{95}} \right) - \ln \left( \frac{D_{50} - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - D_{50}} \right)}$$

em que:

$Z_{95}$  : valor normal padrão correspondente ao percentil acumulativo de 95%;

$D_{\min}$  : diâmetro mínimo;

$D_{\max}$  : diâmetro máximo.

**d) Método da Moda (Hafley e Buford, 1985)**

Johnson em 1949 definiu uma equação para satisfazer qualquer valor modal de x para a distribuição  $S_B$  como:

$$\frac{2(x - \varepsilon)}{\lambda} - 1 = \delta \left[ \gamma + \delta \ln \left( \frac{x - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - x} \right) \right]$$

Hafiey e Buford (1985) desenvolveram um método baseado na relação anterior e na aproximação da variância de  $f = \ln \left[ \frac{(x - \epsilon)}{\lambda + \epsilon - x} \right]$  para obter os parâmetros  $\gamma$  e  $\delta$  da  $S_B$ .

Estabelecendo para a distribuição  $S_B$  que  $y = \frac{(x - \epsilon)}{\lambda}$

$$\text{então: } f = \ln \left[ \frac{y}{1 - y} \right]$$

Utilizando a série de Taylor expandida para  $f$  avaliado em  $y_0 = 1/2$  e eliminando termos de 4ª e 8ª ordem tem-se:

$$f = \frac{4}{\lambda} x - \frac{4\epsilon}{\lambda} - 2$$

O desvio padrão de expressão é:

$$S_f = \frac{4\sigma_x}{\lambda}$$

Substituindo esta expressão em

$$\gamma = \frac{1}{S_f}$$

tem-se que:

$$\delta = \frac{\lambda}{4\sigma_x}$$

Substituindo esta expressão em (2) tem-se que:

$$\gamma = \frac{2x_m - 2\epsilon - \lambda}{\lambda\delta} - \delta \ln \left( \frac{x_m - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x_m} \right)$$

em que:

$x_m$ : é a moda de  $x$

$\epsilon$ ,  $\lambda$ : são obtidos por outros métodos como por exemplo Knoebel e Burkhart.

Como  $y$  é avaliado em  $y_0 = \frac{1}{2} e f\left(\frac{1}{2}\right) e f''\left(\frac{1}{2}\right)$  são zero, somente 1 termo da série de Taylor é utilizada para aproximação de  $f$ . Assim a acuracidade dos parâmetros estimados pode ser baixa (Hafley e Buford, 1985).

**e) Método da regressão linear (Zhou e McTague, 1996)**

É de fácil demonstração se  $\epsilon$  e  $\lambda$  são conhecidos.

Utiliza-se para tal a equação  $Z = \gamma + \delta f(x; \epsilon, \lambda)$ . Designa-se  $f$  como a variável independente e  $Z$  a dependente. O intercepto é definido como  $\gamma$  e a inclinação da reta como  $\delta$ .

$$\begin{array}{cccc} Z & = & \gamma & + & \delta & f(x, \epsilon, \lambda) \\ \hline Z & = & \gamma & + & \delta & f \end{array}$$

Assim as estimativas de  $\gamma$  e  $\delta$  são realizadas como a fórmula de  $a$  e  $b$  para a regressão linear simples.

$$\hat{\gamma} = \bar{Z} - \hat{\delta} \bar{f}$$

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i Z_i - n \bar{f} \bar{Z}}{\sum_{i=1}^n f_i^2 - n \bar{f}^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\sum_{i=1}^n f_i Z_i - \frac{\sum_{i=1}^n f_i \sum_{i=1}^n Z_i}{n}}{\sum_{i=1}^n f_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n f_i)^2}{n}}$$

em que:

e1) Se forem utilizados 9 diâmetros percentis da amostra, então “n” será igual a 9.

$$P_{0,1} \dots\dots\dots P_{0,9}$$

e2) Compute os 9 valores de f correspondentes aos 9 percentis observados de x (item e1) utilizando valores pré-determinados de  $\epsilon$  e  $\lambda$  e escolha a família  $S_L$ ,  $S_B$  ou  $S_U$ .

Por exemplo:  $f_2(x, \epsilon, \lambda) = \ln\left(\frac{x - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x}\right)$

e3) Obter então os valores de Z correspondente aos 9 percentis acumulados  $P_{0,1} \dots\dots\dots P_{0,9}$  provenientes de uma função normal padrão acumulativa inversa.

e4) Os 9 pares de valores Z (item e3) e de f (item e2), são para obter a estimativa de  $\gamma$  e  $\delta$ .

Desde que os 9 percentis sejam simétricos em relação ao percentil 50% a média de Z é zero e a fórmula para cálculo de  $\gamma$  e  $\delta$  reduz-se a:

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^9 f_i Z_i}{\sum_{i=1}^9 f_i^2 - n\bar{f}^2}$$

$$\hat{\gamma} = -\delta\bar{f}$$

Esta última expressão propicia estimativa de  $\gamma$  idêntica a da máxima verossimilhança.

O número de percentis utilizados no método pode ser qualquer inteiro menor ou igual ao tamanho da amostra. O uso de todos os percentis correspondentes a todos os dados não é recomendado uma vez que “outliers” pode alterar substancialmente a forma da regressão linear.

A definição de  $\varepsilon$  e  $\lambda$  pode seguir o método descrito por Knoebel e Burkhart ou o método dos 4 percentis. Se  $\varepsilon$  e  $\lambda$  são calculados pelo método de Knoebel e Burkhart então somente a  $S_B$  pode ser obtida. Se for utilizado o método dos 4 percentis então a relação  $K = mn/p^2$  é que definirá a distribuição que será usada.

Se o  $K > 1$ , o conjunto de dados segue uma distribuição  $S_U$ .

Se o  $K < 1$ , o conjunto de dados segue uma distribuição  $S_B$ .

E se o  $K = 1$ , o conjunto de dados segue uma distribuição  $S_L$ .

### 3.3 Seleção do método de ajuste de maior acurocidade

A consistência do ajuste obtido por cada método foi feito pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, conforme sugerido por Sokal e Rohlf (1981). Segundo Gadow (1983), somente este teste é adequado para avaliar o ajuste das distribuições quando comparado com o teste G (Log.likelihood ratio) e o teste  $\chi^2$  (qui-quadrado). A vantagem do teste de Kolmogorov-Smirnov em relação ao teste  $\chi^2$  é que ele pode ser aplicado sem restrição para pequenas amostras e, além disso, ele trata dados individualmente, não perdendo informações devido a agrupamentos, como ocorre no teste de  $\chi^2$  (Campos, 1979).

O teste de Kolmogorov-Smirnov compara a frequência acumulativa estimada com a frequência observada. O ponto de maior divergência entre as duas distribuições é o valor D de Kolmogorov-Smirnov:

$$D = \text{MAX} [F(X) - S(X)]$$

em que:

$S(x)$ : probabilidade da função de distribuição acumulativa observada da amostra  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ )

F(x): probabilidade da função de distribuição de frequência acumulativa teórica.

O teste Kolmogorov-Smirnov foi utilizado para testar as seguintes hipóteses para os níveis de significância de 0,05 do teste bilateral:

H<sub>0</sub> = os diâmetros observados seguem a distribuição proposta neste estudo.

H<sub>a</sub> = os diâmetros observados não seguem a distribuição proposta neste estudo.

A análise da frequência teórica por classe diamétrica em relação à frequência observada para as parcelas que apresentaram valor Kolmogorov-Smirnov não significativo, foi facilitada pela adoção de um ranking entre as distribuições. A amplitude destas classes foi de 1 centímetro.

O ranking consistiu em atribuir peso um, ou peso 2, ou ... peso vinte e cinco, a cada um dos 25 ajustes obtidos para cada parcela em cada época de medição, face as 11 diferentes opções de valores de  $\epsilon$  adotados para o método dos Momentos e para o métodos de Máxima Verossimilhança, além dos outros três diferentes métodos de ajuste considerados. A primeira colocação recebeu o peso um e foi aquela que apresentou o menor valor de Kolmogorov-Smirnov. O segundo menor valor recebeu peso dois e assim sucessivamente até o peso 25 para o maior valor de Kolmogorov-Smirnov. Após o processamento de todas as parcelas em todas as épocas de medição obteve-se para cada método de ajuste o valor ponderado, utilizando a fórmula:

$$V_P = \sum_{i=1}^n N_{r_i} \cdot V_{c_i}$$

em que:

$N_{r_i}$  : número de registros ou medições que obtiveram a i-ésima colocação;

$V_{c_i}$  : valor ou peso da i-ésima colocação;

$V_p$  : valor ponderado da distribuição;

$n$  : número de ajustes.

A distribuição que melhor se ajustou ao conjunto de dados foi a que apresentou o menor valor ponderado.

### **Consistência dos modelos propostos em relação as estimativas do número de árvores**

Para estas estimativas consideraram-se 3 situações:

Na primeira situação os testes foram utilizados para os dados sem nenhuma estratificação ou restrição.

Na segunda situação os testes foram utilizados, para os dados estratificados por idade.

Na terceira situação os testes foram utilizados para os dados estratificados por espaçamento.

Espera-se que quanto mais detalhadas ou estratificadas forem as informações, melhor o desempenho do sistema proposto, uma vez que haverá maior uniformidade e como consequência uma menor variabilidade dos dados. A estratificação por classe de sítio não foi adotada porque as parcelas dos seis blocos apresentaram mesmo índice de sítio conforme constatado após o uso da equação de sítio  $Hd_2 = \exp$

$$(5,75103856) \left[ \frac{Hd_1}{\exp(5,75103856)} \right]^{0,23068992} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad \text{definida por Scolforo (1997)}$$

para *Pinus taeda* para a região deste estudo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 é mostrado o número e também o percentual de casos em que pelo teste KS foi identificada semelhança entre a frequência teórica e a frequência observada nas parcelas ou ainda em cada época de medição, para diferentes idades considerando o nível de significância  $\alpha = 0,05$ . Pode-se observar que o ajuste propiciado pelo método da moda apresenta percentuais ligeiramente inferiores aos demais métodos em todas as idades consideradas neste estudo. Este fato está em consonância com o método proposto por Hafley e Buford (1985) em que, como só um termo da série de Taylor, é utilizado para a aproximação de “F”, uma menor acuracidade na estimativa dos parâmetros pode ser esperada.

Apesar deste fato em todos os casos mais uma vez pode ser realçada a flexibilidade da distribuição  $S_B$ , já que os percentuais de aceitação da hipótese de semelhança entre a frequência teórica e a observada foi altíssimo. Pode-se ainda observar que a capacidade de ajuste da distribuição face aos diferentes métodos se mantiveram estáveis para as idades consideradas neste estudo.

Na Tabela 2 é também mostrado o número e o percentual de casos em que pelo teste KS foi identificada a semelhança entre a frequência teórica e a frequência observada nas parcelas ou ainda em cada época de medição, para diferentes espaçamentos, considerando o nível de significância  $\alpha = 0,05$ .

As mesmas considerações efetuadas para a idade são válidas para o tema espaçamento. Vale ainda ressaltar que houve uma ligeira queda no desempenho do ajuste propiciado pelo método da moda e por Knoebel-Burkhart, quando comparado à Tabela 1.

TABELA 1. Número de parcelas que comprovaram a hipótese  $H_0$  do teste KS ( $\alpha = 0,05$ ) para diferentes métodos de ajuste em diferentes idades.

Idade	Método de Ajuste									
	Moda		Knoebel-Burkhart		Regressão Linear		Momentos		Máxima Verossimilhança	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
3,5	206	98,09	207	98,57	210	100,00	210	100,00	210	100,00
4,5	205	97,62	210	100,00	210	100,00	210	100,00	210	100,00
5,9	205	97,62	210	100,00	210	100,00	210	100,00	210	100,00
6,9	201	95,71	210	100,00	209	99,52	210	100,00	210	100,00
7,7	201	95,71	210	100,00	210	100,00	210	100,00	210	100,00
8,8	202	96,19	209	100,00	210	100,00	210	100,00	210	100,00
9,8	200	95,24	206	98,09	207	98,57	207	98,57	207	98,57

n: Número de medições em que a frequência estimada foi semelhante à frequência observada para um total de 210 registros.

TABELA 2. Número de parcelas que comprovaram a hipótese  $H_0$  no teste KS ( $\alpha = 0,05$ ) para diferentes métodos de ajuste em diferentes espaçamentos.

Espaçamento	Método de Ajuste									
	Moda		Knoebel-Burkhart		Regressão Linear		Momentos		Máxima Verossimilhança	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
T <sub>1</sub> (3,0 x 1,0)	195	92,86	209	99,52	210	100,00	210	100,00	209	99,52
T <sub>2</sub> (2,5 x 2,5)	201	95,71	207	98,57	210	100,00	210	100,00	210	100,00
T <sub>3</sub> (3,0 x 2,5)	202	96,19	210	100,00	210	100,00	210	100,00	210	100,00
T <sub>4</sub> (3,0 x 3,0)	203	96,66	209	99,52	208	99,05	209	99,52	210	100,00
T <sub>5</sub> (3,0 x 3,5)	199	94,76	207	98,57	208	99,05	209	99,05	208	99,05

n: Número de medições em que a frequência estimativa foi semelhante à frequência observada para um total de 210 registros.

#### 4.1 Adoção do ranking

Para aquelas épocas de medição em que foi detectada a semelhança entre a frequência teórica e a frequência observada, foi adotado um ranking através do qual obteve-se um valor ponderado para cada situação de ajuste. O menor valor ponderado permite definir o método de ajuste preferível de ser

adotado, já que foi identificado nas Tabelas 1 e 2, que todos os métodos podem ser utilizados.

#### **a) Dados sem estratificação**

Neste caso, os métodos de ajuste foram testados desconsiderando-se as diferentes idades e espaçamentos das parcelas.

Na Tabela 3 é apresentado um ranking dos diferentes métodos de ajuste para todas as épocas de medição dos tratamentos considerados.

Para os métodos de Momentos e Máxima Verossimilhança foram testados 10 diferentes valores de  $\epsilon$ , compreendido entre 5% e 95% do diâmetro mínimo da floresta, além do valor  $\epsilon$  igual a 1. Pôde-se constatar então que a melhor percentagem do diâmetro mínimo da floresta para a escolha do valor de  $\epsilon$  para o método dos momentos foi a de 25% seguida pela percentagem de 35% e a de 15%; e para o método de Máxima Verossimilhança também as melhores percentagens na escolha do valor de  $\epsilon$  foram a de 25%, 35% e 15% na respectiva ordem decrescente.

Deve-se salientar ainda que se forem adotados tamanhos de parcelas maiores será esperado que também esta relação percentual entre  $\epsilon$  e o diâmetro mínimo seja maior pois mais verdadeiro será o diâmetro mínimo que compõe a amostra. Um outro caso que vale a pena mencionar é que estes valores devem mudar quanto mais velho for o povoamento florestal. Assim, as prognoses que vierem a ser feitas a partir destas informações devem ser restritas ao curto e médio prazo.

TABELA 3. Número de vezes em que a frequência teórica foi semelhante a frequência observada, segundo os métodos de ajustes, para dados não estratificados.

Métodos de Ajuste	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	Valor Ponderado
<b>SBK</b>	<b>13</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>20</b>	<b>32</b>	<b>17</b>	<b>3331</b>
SBM 05	38	11	13	8	9	7	4	8	11	15	9	3	4	6	3	3	6	2	10	8	11	10	5	5	1	2122
SBM 15	15	30	34	21	15	6	12	7	4	6	7	4	3	4	3	9	5	7	7	4	4	2	0	0	1	1594
<b>SBM 25</b>	<b>11</b>	<b>26</b>	<b>13</b>	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>23</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1464</b>
SBM 35	11	8	9	17	10	31	23	21	27	20	5	7	8	8	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1563
SBM 45	2	11	7	8	10	15	15	19	26	30	40	15	8	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1791
SBM 55	5	5	9	6	9	16	11	10	12	12	25	26	36	22	4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2050
SBM 65	7	8	4	5	11	3	11	8	9	11	3	8	18	33	36	23	8	2	1	1	0	0	0	0	0	2404
SBM 75	7	2	6	14	5	4	2	4	4	4	10	6	6	7	12	38	38	23	11	5	2	0	0	0	0	2813
SBM 85	2	4	9	6	3	2	1	2	4	4	4	6	6	2	7	12	21	25	35	24	22	9	0	0	0	3318
SBM 95	3	3	3	1	4	0	1	2	3	2	2	4	6	2	7	4	2	14	25	20	27	32	33	9	1	3889
SBM 1	10	26	24	2	14	11	7	13	6	8	6	5	6	2	3	3	9	10	7	9	2	1	2	0	0	1742
<b>SBMOD</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>14</b>	<b>7</b>	<b>13</b>	<b>20</b>	<b>23</b>	<b>72</b>	<b>4093</b>
SBMV05	10	2	11	3	1	5	4	9	5	4	5	6	3	7	9	6	5	7	8	13	5	20	26	20	16	3420
SBMV 15	9	8	12	12	20	16	8	7	10	9	10	10	6	6	4	5	5	7	11	13	8	6	7	1	0	2294
<b>SBMV 25</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>17</b>	<b>16</b>	<b>14</b>	<b>24</b>	<b>17</b>	<b>19</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1956</b>
SBMV 35	3	6	9	7	5	10	14	20	21	25	21	19	15	7	11	9	5	2	1	0	0	0	0	0	0	2053
SBMV 45	2	4	4	9	6	5	11	7	12	23	17	33	28	14	11	6	7	4	5	2	0	0	0	0	0	2319
SBMV 55	0	4	5	2	8	5	8	6	5	10	8	16	18	26	26	17	14	9	12	5	6	0	0	0	0	2744
SBMV 65	2	4	5	5	3	2	5	5	2	5	4	4	2	8	20	25	15	31	13	19	23	8	0	0	0	3244
SBMV 75	1	2	2	5	3	5	7	3	3	0	4	1	2	5	1	3	9	20	22	23	37	34	21	0	0	3778
SBMV 85	3	3	0	0	1	1	1	3	2	1	0	1	2	3	6	1	3	3	5	11	22	36	44	58	0	4343
SBMV 95	1	0	0	1	0	1	0	1	2	0	1	0	1	1	0	0	1	3	3	2	1	15	20	54	102	4900
SBMVE 1	8	8	3	14	19	15	11	11	5	5	8	5	8	10	8	3	11	5	12	11	14	6	7	3	0	2478
<b>SBRL</b>	<b>33</b>	<b>13</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>17</b>	<b>15</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>2547</b>
TOTAL	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210

SBK=Knoebel-Burkhart;SBM=Momentos;SBMOD=Moda;SBMV=Máx.Verossimilhança;SBRL=Regressão Linear

Ainda na Tabela 3, pode-se observar em negrito o comportamento dos ajustes propiciados pelos cinco métodos testados neste estudo, com seus respectivos valores ponderados. Pode-se observar que o método dos Momentos com valor de  $\epsilon$  igual a 25% do diâmetro mínimo deve ser o preferível, seguido pelo método da Máxima Verossimilhança com mesmo valor de  $\epsilon$  e o método da regressão linear.

Pode-se, após análise do número de vezes em que a frequência teórica foi semelhante a frequência observada, observar que a  $S_B$  Momentos se destaca não por apresentar um grande número de casos na primeira posição, mas sim por concentrar nas primeiras posições do ranking seu melhor desempenho. Caso oposto ocorreu com a  $S_B$  Regressão Linear, a qual apresenta um grande número de casos na primeira posição do ranking, no entanto, não apresenta-se consistentemente nas primeiras posições o que prejudica o seu desempenho ao nível de todas as idades e espaçamentos em questão.

De maneira geral, pode-se observar que os maiores valores ponderados da distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método da Regressão Linear, de Knoebel e Burkhart e da Moda, sofreram a influência de se ter testado diferentes valores de  $\epsilon$  para  $S_B$  Momentos e  $S_B$  Máxima Verossimilhança. Assim, embora Momentos seja preferível, todos os métodos podem ser utilizados sem que haja perda maior de acuracidade.

#### **b) Parcelas estratificadas pela idade**

À partir da estratificação dos dados em função das idade, constatou-se que o método dos Momentos foi também o preferível em todas as idades testadas, conforme pode-se observar na Tabela 4. Para este método houve pequena variação na primeira colocação do percentual do diâmetro mínimo em relação ao valor de  $\epsilon$ . Nas idades de 3,5; 4,5; 6,9; 8,8 e 9,8 anos, o valor de  $\epsilon$  que obteve a primeira colocação foi 25% do diâmetro mínimo. Já nas idades de 5,9 e

7,7 este valor foi 35% do diâmetro mínimo. Observando a Tabela 4, nota-se que potencialmente o valor  $\varepsilon$  correspondente a 35% do diâmetro mínimo, também pode ser utilizado de maneira generalizada.

Nas outras colocações os ajustes com menor valor ponderado foram pelo método da Máxima Verossimilhança, método da Regressão Linear, seguidos por Knoebel-Burkhart e método da Moda, conforme pode-se observar os valores em negrito para estes casos.

TABELA 4. Valores ponderados para os diferentes métodos de ajuste da distribuição  $S_B$  em função da idade.

Método de Ajuste	IDADES						
	3,5	4,5	5,9	6,9	7,7	8,8	9,8
<b>SBK</b>	<b>526</b>	<b>547</b>	<b>446</b>	<b>399</b>	<b>425</b>	<b>465</b>	<b>523</b>
SBM 05	321	258	307	274	291	326	345
SBM 15	244	164	245	217	243	217	264
<b>SBM 25</b>	<b>234</b>	<b>156</b>	<b>240</b>	<b>213</b>	<b>224</b>	<b>193</b>	<b>204</b>
SBM 35	261	197	237	232	223	208	205
SBM 45	271	266	248	278	250	241	237
SBM 55	281	330	284	316	273	285	231
SBM 65	313	391	348	368	330	336	318
SBM 75	357	448	411	439	389	400	369
SBM 85	424	518	478	499	448	509	442
SBM 95	487	606	539	564	546	599	548
SBME 1	255	189	279	226	245	257	291
<b>SBMOD</b>	<b>606</b>	<b>551</b>	<b>611</b>	<b>578</b>	<b>570</b>	<b>598</b>	<b>579</b>
SBMV05	505	452	454	445	522	503	539
SBMV 15	374	283	330	301	320	320	366
<b>SBMV 25</b>	<b>324</b>	<b>240</b>	<b>303</b>	<b>271</b>	<b>273</b>	<b>269</b>	<b>276</b>
SBMV 35	322	271	297	309	308	284	262
SBMV 45	336	321	328	373	342	320	299
SBMV 55	370	392	390	433	417	382	360
SBMV 65	437	486	472	488	499	439	423
SBMV 75	518	576	546	554	562	516	506
SBMV 85	598	667	608	625	630	637	578
SBMV 95	673	732	696	692	715	715	677
SBMVE 1	342	306	359	321	358	370	422
<b>SBRL</b>	<b>371</b>	<b>403</b>	<b>294</b>	<b>335</b>	<b>347</b>	<b>361</b>	<b>436</b>

Não foi observada alterações na acuracidade dos ajustes em relação a idade, o que pode ser verificado ao avaliar a estabilidade dos valores ponderados das distribuições  $S_B$  Momentos com  $\epsilon$  igual a 25% do diâmetro mínimo,  $S_B$  Máxima Verossimilhança também com mesmo valor de  $\epsilon$ ,  $S_B$  Regressão Linear,  $S_B$  Knoebel-Burkhart e  $S_B$  Moda.

As pequenas oscilações detectadas ficaram por conta da superação da  $S_B$  Máxima Verossimilhança pela  $S_B$  Regressão Linear, particularmente na idade de 5,9 anos.

### **c) Parcelas estratificadas pelo espaçamento**

O método de ajuste dos Momentos também foi o preferível em todos os espaçamentos estudados, conforme pode ser observado na Tabela 5.

Embora este método seja o preferível, observou-se que a relação entre o parâmetro de locação  $\epsilon$  e o diâmetro mínimo, variou para diferentes espaçamentos. Para os espaçamentos extremos, ou seja, 3,0 x 3,5 e 3,0 x 1,0 m esta relação foi igual a 25% do diâmetro mínimo. Para os espaçamentos 3,0 x 3,0 e 3,0 x 2,5 m a relação  $\epsilon$ , diâmetro mínimo foi de 15%. Já para o espaçamento de 2,5 x 2,5 a relação  $\epsilon$ , diâmetro mínimo foi de 35%.

De maneira geral, com relação ao valor de  $\epsilon$  nos métodos dos Momentos e da Máxima Verossimilhança constatou-se que os melhores percentuais para sua relação com diâmetro mínimo está entre 15 e 45%.

Considerando os 5 métodos de ajuste, pode-se inferir da Tabela 5, ao observar os valores em negrito, que os ajustes com menor valor ponderado foram o do Momento, seguido pela Máxima Verossimilhança, Regressão Linear, Knoebel-Burkhart e Moda. Não foram observadas alterações na acuracidade dos ajustes em relação ao espaçamento, para as 2 primeiras colocações. Este fato pode ser verificado ao analisar a estabilidade dos valores ponderados dos

diferentes métodos testados e destacados em negrito na Tabela 5. As pequenas oscilações existentes ficaram por conta da superação da  $S_B$  Máxima Verossimilhança pela Regressão Linear no espaçamento 3,0 x 2,5 m e pela superação da  $S_B$  Regressão Linear pela  $S_B$  Máxima Verossimilhança no espaçamento 3,0 x 3,0 m.

TABELA 5. Valores ponderados para os diferentes métodos de ajuste da distribuição  $S_B$  em função do espaçamento.

Método de Ajuste	ESPAÇAMENTO				
	3,0 x 3,5	3,0 x 1,0	2,5 x 2,5	3,0 x 2,5	3,0 x 3,0
<b>SBK</b>	<b>738</b>	<b>746</b>	<b>787</b>	<b>562</b>	<b>498</b>
SBM 05	467	324	586	362	383
SBM 15	320	247	449	278	300
<b>SBM 25</b>	<b>249</b>	<b>243</b>	<b>367</b>	<b>285</b>	<b>320</b>
SBM 35	281	390	344	301	345
SBM 45	348	364	348	344	387
SBM 55	420	431	349	404	446
SBM 65	498	512	396	485	513
SBM 75	580	606	475	560	592
SBM 85	702	695	589	648	684
SBM 95	855	804	726	727	777
SBME 1	351	247	465	337	342
<b>SBMOD</b>	<b>826</b>	<b>850</b>	<b>856</b>	<b>844</b>	<b>717</b>
SBMV05	670	635	755	763	597
<b>SBMV 15</b>	<b>394</b>	<b>444</b>	<b>570</b>	<b>493</b>	<b>393</b>
SBMV 25	330	368	453	404	401
SBMV 35	373	390	417	430	443
SBMV 45	465	452	410	481	511
SBMV 55	548	552	445	603	596
SBMV 65	630	673	515	721	705
SBMV 75	728	800	613	827	810
SBMV 85	860	916	739	913	915
SBMV 95	999	804	906	975	1003
SBMVE 1	462	1017	578	535	466
<b>SBRL</b>	<b>556</b>	<b>605</b>	<b>512</b>	<b>368</b>	<b>506</b>

## 4.2 Correlação dos parâmetros da distribuição $S_B$ com a idade

Deve-se ressaltar que apesar do ranking ter mostrado que a distribuição  $S_B$  com ajuste pelo método dos Momentos deve ser o método preferível, todos os métodos apresentaram-se satisfatórios para estimar a frequência teórica de *Pinus taeda*. Um enfoque tão ou mais importante que o ranking é avaliar a correlação dos parâmetros da distribuição com a idade, uma vez que quanto maior estas forem maiores serão as chances de sucesso por ocasião do uso da distribuição para fins de prognose.

Pode-se observar da Tabela 6 que o parâmetro de locação ( $\epsilon$ ) é altamente correlacionado com a idade para todos os métodos de ajuste, independente do espaçamento. No entanto, observa-se que para o espaçamento 3,0 x 1,0 m, é onde foi encontrada a maior correlação deste parâmetro com a idade. A exceção ficou por conta do método da Máxima Verossimilhança.

O parâmetro de escala ( $\lambda$ ) também é altamente correlacionado com a idade para todos os métodos de ajuste. No entanto, para o método dos Momentos e da Máxima Verossimilhança estes valores são mais expressivos, tendendo para 1 independente do espaçamento. Já para os demais métodos, os maiores valores de correlação foram detectados para os espaçamentos 3,0 x 1,0 m e 2,5 x 2,5 m.

O parâmetro assimetria ( $\gamma$ ) não tem correlação altamente significativa para todos os métodos e espaçamentos testados. No caso da Máxima Verossimilhança, e dos Momentos somente para o espaçamento 3,0 x 1,0 é que a correlação deste parâmetro com a idade foi respectivamente significativa para  $\alpha = 0,026$  e altamente significativa para  $\alpha = 0,0005$ . Nos demais casos, a significância detectada está sempre abaixo de  $\alpha = 0,09$  chegando para alguns casos a ser  $\alpha = 0,5$ . Estes valores de correlação podem colocar em risco as prognoses feitas a partir destes métodos de ajustes. Dentre os demais métodos de

ajuste, observa-se uma grande flutuação nos valores de correlação do parâmetro assimetria ( $\gamma$ ) com a idade. No entanto, os valores desta são bastante superiores

TABELA 6. Correlações entre os parâmetros de locação ( $\epsilon$ ), parâmetro escala ( $\lambda$ ), parâmetro curtose ( $\gamma$ ) e parâmetro assimetria ( $\delta$ ) com a idade para diferentes espaçamentos.

Espaçamentos	MÉTODOS DE AJUSTES																			
	Knoebel				Moda				Regressão Linear				Máxima Verossimilhança				Momentos			
	$\epsilon$	$\lambda$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\lambda$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\lambda$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\lambda$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\lambda$	$\gamma$	$\delta$
3,0 x 1,0	0,801 (0,0000)	0,7558 (0,000)	-0,6303 (0,000)	-0,3849 (0,000)	0,801 (0,000)	0,7558 (0,000)	-0,8374 (0,000)	-0,2919 (0,607)	0,801 (0,000)	0,7558 (0,000)	-0,7092 (0,000)	-0,1675 (0,289)	0,6249 (0,000)	0,8623 (0,000)	-0,3431 (0,261)	0,1285 (0,4174)	0,7648 (0,000)	0,8623 (0,000)	-0,512 (0,0005)	0,1721 (0,2757)
2,5 x 2,5	0,6674 (0,000)	0,8996 (0,000)	-0,259 (0,977)	-0,3998 (0,0087)	0,6674 (0,000)	0,8996 (0,000)	-0,5793 (0,0001)	-0,2434 (0,1203)	0,6674 (0,000)	0,8996 (0,000)	-0,32 (0,0389)	-0,4103 (0,007)	0,6047 (0,000)	0,962 (0,000)	-0,1599 (0,3117)	0,0511 (0,7479)	0,7048 (0,000)	0,962 (0,000)	-0,1429 (0,3667)	0,2405 (0,1249)
3,0 x 2,5	0,6758 (0,000)	0,6326 (0,000)	-0,6169 (0,000)	-0,018 (0,9098)	0,6758 (0,000)	0,6326 (0,000)	-0,8503 (0,000)	-0,0077 (0,9613)	0,6758 (0,000)	0,6326 (0,000)	-0,457 (0,0023)	-0,0472 (0,7665)	0,6585 (0,000)	0,9736 (0,000)	0,2422 (0,1223)	0,0216 (0,8918)	0,6757 (0,000)	0,9736 (0,000)	0,2631 (0,0923)	-0,0617 (0,6979)
3,0 x 3,0	0,6893 (0,000)	0,7028 (0,000)	-0,7183 (0,000)	-0,1756 (0,2661)	0,6893 (0,000)	0,7028 (0,000)	-0,7206 (0,000)	0,026 (0,87)	0,6893 (0,000)	0,7028 (0,000)	-0,527 (0,0003)	-0,1657 (0,2944)	0,6484 (0,000)	0,9719 (0,000)	0,24 (0,1258)	-0,1315 (0,4065)	0,691 (0,000)	0,9719 (0,000)	0,2463 (0,1158)	-0,17 (0,2817)
3,0 x 3,5	0,6734 (0,000)	0,6683 (0,000)	-0,4703 (0,0017)	-0,4395 (0,0036)	0,6734 (0,000)	0,6683 (0,000)	-0,7136 (0,000)	-0,4182 (0,0058)	0,6734 (0,000)	0,6683 (0,000)	-0,343 (0,0261)	-0,3299 (0,0329)	0,6343 (0,000)	0,9415 (0,000)	0,1394 (0,3787)	-0,2234 (0,1549)	0,6805 (0,000)	0,9539 (0,000)	0,1062 (0,503)	-0,2164 (0,1687)
Todos espaçamentos juntos	0,6069 (0,000)	0,6918 (0,000)	-0,528 (0,000)	-0,2525 (0,0002)	0,6069 (0,000)	0,6918 (0,000)	-0,6933 (0,000)	-0,1719 (0,0126)	0,6069 (0,000)	0,6918 (0,000)	-0,4372 (0,000)	-0,076 (0,273)	0,5765 (0,000)	0,8983 (0,000)	0,0561 (0,4183)	-0,022 (0,7513)	0,6116 (0,000)	0,8996 (0,000)	0,363 (0,6007)	-0,0313 (0,6521)

em que:

(0,000) : indica que a correlação é altamente significativa.

(outro valor) : indica que a correlação é significativa para  $\alpha$  - outro valor.

aos observados para o método do Momento e o da Máxima Verossimilhança. Para este parâmetro é o método da Moda que mais se destaca. As altas correlações observadas entre  $\gamma$  e a idade o credenciam para estudos de prognose.

O parâmetro curtose ( $\delta$ ) é o que apresenta as menores correlações com a idade. Neste caso todos os métodos de ajuste apresentam este parâmetro com correlações bastante insatisfatórias para o espaçamento 3,0 x 1,0 m e 3,0 x 3,0 m. Os métodos de Knoebel e Burkhart são os que apresentam as maiores correlações entre o parâmetro curtose ( $\delta$ ) e a idade para os espaçamentos 2,5 x 2,5 m e 3,0 x 3,5 m.

Uma observação mais detalhada da Tabela 6 mostra que é comum para todos os métodos sob investigação, em todos os espaçamentos, pelo menos 1 dos parâmetros responsável pela forma da distribuição, ser pouco correlacionado com a idade, o que pode comprometer os estudos de prognose do povoamento florestal. De forma geral, este fato é mais pronunciado nos espaçamentos 3,0 x 2,5 m e 3,0 x 3,0 m.

De forma conclusiva, pode-se dizer que os métodos baseados na Regressão Linear e na Moda são aqueles que apresentam maiores correlações entre seus 4 parâmetros e a idade do povoamento. Este fato, embora difuso, credencia que estes métodos podem vir a ser usado com sucesso nos prognoses da frequência de árvores por classe diamétrica.

## 5 CONCLUSÃO

1. Todos os métodos testados, quais sejam: Momentos, Máxima Verossimilhança, Knoebel e Burkhart, Regressão Linear e Moda podem ser utilizados para estimar a frequência teórica de povoamento de *Pinus taeda*, independente da idade e espaçamento.

2. Para o método dos Momentos e da Máxima Verossimilhança houve uma clara supremacia do valor de  $\epsilon$  igual a 25% do diâmetro mínimo. foi o mais acurado para estimar a frequência teórica de *Pinus taeda*, independente da idade e do espaçamento a que está sujeito o povoamento.

3. O método dos Momentos deve ser o preferível para estimar a frequência teórica presente de *Pinus taeda*, independente da idade e do espaçamento a que está sujeito o povoamento.

4. Foi comum a todos os métodos avaliados apresentar em todos os espaçamentos pelo menos 1 dos parâmetros responsáveis pela forma da distribuição apresentar baixa correlação com a idade, fato que pode comprometer a prognose da produção do povoamento.

5. Os métodos baseados na Regressão Linear e na Moda são aqueles que de maneira geral mais apresentaram seus parâmetros correlacionados com a idade. Portanto, a princípio são os mais indicados para prognose da produção.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUKAC, J. Fitting  $S_B$  curves using symmetrical percentile points. **Biometrika**, v.59, p.688-690, 1972.
- CAMPOS, H. **Estatística experimental não paramétrica**. 3 ed. Piracicaba: USP/ESALQ, 1979, 343p.
- COUTO, H.T.Z. **Distribuições de diâmetros em plantações de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea***. Piracicaba: USP/ESALQ, 1980, 79p. (Tese – Livre Docente).
- FINGER, C.A.G. **Distribuição de diâmetros em acácia negra em diferentes povoamentos e idades**. Curitiba: UFPr, 1982. 124p. (Tese – Mestrado em Manejo Florestal).
- GADOW, K.V. Fitting distributions in *Pinus patiela* stands. **South African Forest Journal**, Pretória n. 126. p.17-26, 1983.
- GLADE, J.E. **Prognose de volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis* Hill Ex-Maiden**. Curitiba: UFPr, 1986. 94p. (Tese – Mestrado em Manejo Florestal).
- GOLFARI, L.; CASER, R.L.; MOURA, V.P.G. **Zoneamento ecológico esquemático para florestamento no Brasil**. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1978. 66p.
- HAFLEY, W.L.; BUFORD, M.A. A bivariate model for growth and yield prediction. **Forest Science**. Washington, v.31, n.1, p.237-247, 1985.
- HAFLEY, W.L.; SCHREUDER, M.T. Statistical distributions for fitting diameters and height data in even-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.7, n.3, p.481-487, Apr. 1977.
- JOHNSON, N.L. Systems of frequency curves generated by methods of translation. **Biometrika**, v.36, p.149-176, 1949.
- JOHNSON, N.L.; KITCHEN, J.O. Some notes on tables to facilitate fitting  $S_B$  Curves. **Biometrika**, London, v.58, n.1, p.223-226. Jan. 1971.

- JOHNSON, N.L.; KITCHEN, J.O. Tables to facilitate fitting  $S_B$  curves II: both terminals known. **Biometrics**. v.58, n.3, p.657-668, 1971.
- KERSHAW, J.A.Jr.; MAGUIRE, D.A. Crown structure in western hemlock, Douglas-fir, and grand fir in western Washington: horizontal distribution of foliage within branches. **Canadian Journal of Forest Research**. 1996. 26: 1, 128-142.
- KNOEBEL, B.C.; BURKHART, H.E.; BECK, D.E. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. **Forest Science**, 1986. (Monograph).
- KNOEBEL, R.B. e BURKHART, H.E. A Bivariate Distribution Approach to Modeling Forest Diameter Distributions at two Points in Time. **Biometrics**. 47, 241-253. 1991.
- LEITE, H.G. **Ajuste de um modelo de estimação de frequência e produção por classe de diâmetro, para povoamentos de *Eucalyptus saligna* Smith**. Viçosa: UFV, 1990. 81p. (Tese – Mestrado em Ciências Florestais).
- LI, J.; CHEN, M.; SCHREUDER, H.T.; GREGOIRI, T.G. Forestry applications of saddle-point approximations to construct confidence intervals for population means. **Biometrics**, Raleigh, v.51, n.1, p.61-72, Mar. 1995.
- MACHADO, S.A.; BACOVIS, R.; MARQUESINI, L.C.P.T. Estudo das funções de distribuição diamétrica das árvores desbastadas em plantações de *Pinus taeda* no Estado do Paraná. In: Congresso Florestal Brasileiro (6. 1990: Campos do Jordão). **Anais**. Campos do Jordão, SBS. p.357-361.
- MAESTRI, R. **Estimativa de produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamento de Acácia Negra (*Acácia mearnsii*)**. Curitiba: UFPr, 1992. 102p. (Tese – Mestrado em Ciências Florestais).
- MAGE, D.T. An Explicit solution for  $S_B$  parameters using how percentile points. **Tecnometrics**, v.22, p.247-251, 1980.
- MONNESS, E.N. Diameter distributions and height curves in even-aged stands of *Pinus sylvestris* L. **Reports of the Norwegian Forest Research Institute**. 1982. 43p.

- NEWBERRY, J.D.; BURK, T.E.  $S_B$  Distribution – Based Models for Individual Tree Merchantable. Volume – Total Volume Ratios. **Foreste Science**, v.31, n.2, 1985. p.389-398.
- NEWBERRY, J.D.; MOORE, J.A.; ZHANG, L.S. Evaluation of simple quantile estimation functions for modeling forest diameter distribution in even-aged stands of interior Douglas-fir. **Canadian Journal of Forest Research**. 1993, v.23, n.11, p.2376-2382.
- SCOLFORO, J.R.S. **Manejo Florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE. 1998. 438p.
- SCOLFORO, J.R.S. **Modelagem do Crescimento e da Produção de Florestas Plantadas e Nativas**. 1998. Lavras: UFLA/FAEPE. 453p.
- SCOLFORO, J.R.S. **O sistema PISAPRO**. Lavras: UFLA/FAEPE. 1997. 99p.
- SCOLFORO, J.R.S.; THIERSCH, A. **Estimativas e testes de distribuição de frequência diamétrica para *Eucalyptus camaldulensis*, através de distribuição  $S_B$ , por diferentes métodos de ajuste**. Piracicaba: IPEF. 1998. 22p.
- SLIFKER, J.F.; SHAPIRO, S.S. The Johnson System: Selection and parameter estimation. **Tecnometrics**, v.22, n.2, p.239-246, 1980.
- SOKAL, R.N.; ROHLF, F.S. **Biometry**. San Francisco: Freeman, 1981. 859p.
- SPIEGEL, S. **Estatística não paramétrica**. São Paulo, McGrawhill, 1975. 350p.
- THAM, A. Structure of mixed *Picea abies* (L.) Karst and *Betula pendula* Roth and *Betula pubescens* Ehrh stands in south and middle Sweden. **Scandinavian Journal Forest Research**, Oslo, v.3, n.3, p.355-370, Sept. 1988.
- THIERSCH, A. **Eficiência das distribuições diamétricas para prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis***. Lavras: UFLA, 1997. 155p. (Tese – Mestrado em Produção Florestal).

ZASADA, M. The assessment of the goodness of fit of the diameter distributions in fir stands to some theoretical distributions. **Sylvanian Journal**, 139: 12, 61-69, 1995.

ZHOU, B.; McTAGUE, J.P. Comparison and evaluation of five methods of estimation of the Johnson System parameters. **Canadian Journal of Forest Research**. v.26, p.928-935, 1996.