



**HANNA SÉRGIA SOUSA DE MAGALHÃES**

**DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE  
UMA CÓRNEA UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO**

**LAVRAS – MG**

**2016**

**HANNA SÉRGIA SOUSA DE MAGALHÃES**

**DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE UMA CÓRNEA  
UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, área de concentração em Engenharia de Sistemas e Automação, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Ricardo Rodrigues Magalhães

**LAVRAS – MG**

**2016**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Magalhães, Hanna Sérgia Sousa de.

Determinação das propriedades mecânicas de uma córnea  
utilizando otimização / Hanna Sérgia Sousa de Magalhães. – Lavras  
: UFLA, 2016.

109 p. : il.

Dissertação (mestrado acadêmico)–Universidade Federal de  
Lavras, 2016.

Orientador(a): Ricardo Rodrigues Magalhães.

Bibliografia.

1. Otimização por Enxame de Partículas. 2. Método dos  
Elementos Finitos. 3. Córnea humana. I. Universidade Federal de  
Lavras. II. Título.

**HANNA SÉRGIA SOUSA DE MAGALHÃES**

**DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE UMA CÓRNEA  
UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO  
DETERMINATION OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF A CORNEA USING  
OPTIMIZATION**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, área de concentração em Engenharia de Sistemas e Automação, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 19 de agosto de 2016.

Dr. Ricardo Rodrigues Magalhães	UFLA
Dr. Juliano Elvis de Oliveira	UFLA
Dr. Giovani Bernardes Vitor	UTC/UFLA

Orientador

Dr. Ricardo Rodrigues Magalhães

**LAVRAS – MG**

**2016**

*A Deus, por sua infinita misericórdia, por estar sempre ao meu lado, me iluminando, protegendo, por seus ensinamentos e virtudes a mim oferecidos e a Nossa Sra. do Carmo, por interceder por mim junto a seu Filho.*

**DEDICO**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, sempre e, em primeiro lugar, por nos dar o dom de sermos capazes para desenvolver essa pesquisa.

À minha mãe, Maria do Carmo, pelo apoio e incentivo para vencer mais essa etapa.

Aos meus irmãos, Hisley, Helvis e Hislaine, por sempre acreditarem em meu potencial.

Aos meus sobrinhos, Gil, Gabriel, Geovanna, Gisella, Miguel e Ágatha, por me inspirarem e incentivarem sempre nos momentos de desânimo.

Ao meu orientador, Ricardo Magalhães, por acreditar em mim, por seus ensinamentos, paciência, compreensão, amizade, incentivo, sugestões e correções.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), pela oportunidade de crescimento profissional.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos, permitindo a realização deste projeto.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Automação, pelas sugestões e ajuda no trabalho desenvolvido.

Aos grandes amigos que ganhei no mestrado, Elisângela, Solanch, Paulo Roberto, Thiago, Vanessa, pela amizade e grandes momentos de alegrias do convívio do dia a dia.

Enfim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste momento único em minha vida.

**MUITO OBRIGADA!**

## RESUMO

Otimização por Enxame de Partículas (PSO) é uma técnica de inteligência artificial (AI), que pode ser usada para encontrar soluções aproximadas para problemas numéricos de maximização e minimização extremamente difíceis. Neste trabalho, utilizou-se um algoritmo PSO para comparar os deslocamentos sofridos por uma amostra de córnea humana submetida à uma pressão interna de 45 mmHg com resultados de simulações numéricas e identificar valores otimizados para propriedades hiperelásticas da córnea ( $\mu$  e  $\alpha$ ). Por meio dos resultados das simulações via análise inversa pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), em conjunto com o algoritmo PSO, foram encontrados valores otimizados de  $\mu = 0,047$  e  $\alpha = 106,7$ . Quando comparado com resultados otimizados por meio de um software comercial, foram encontrados erros de aproximadamente 0,15%. Por meio dos resultados obtidos, verificou-se ainda que, variando os valores dos coeficientes de inércia da partícula no algoritmo PSO, os resultados podem sofrer ligeira melhoria, o que demonstra potencial uso do PSO em conjunto com análise inversa do MEF para caracterização de materiais hiperelásticos.

**Palavras-chave:** Otimização por Enxame de Partículas, Método dos Elementos Finitos, córnea humana.

## ABSTRACT

Particle Swarm Optimization (PSO) is an artificial intelligence technique (AI) that can be used to find approximate solutions to numerical problems of maximization and minimization. In this study, it was used a PSO algorithm to compare displacements from human cornea sample subjected to internal pressure of 45 mmHg. Results of numerical simulations were provided which identified optimized values for hyperelastic properties of the cornea ( $\mu$  and  $\alpha$ ). By means of the results from numerical simulations via inverse analysis by the Finite Element Method (FEM), in conjunction with the PSO algorithm, optimized values of  $\mu = 0.047$  and  $\alpha = 106.7$  were found. When compared with optimized results from commercial software, errors around 0.15% were found. Results showed that, varying the values of particle inertia coefficients in the PSO algorithm, simulated displacements have improved when compared to experimental data. This demonstrates the potential use of PSO algorithm in conjunction with the FEM inverse analysis for hyperelastic materials characterization.

**Keywords:** Particle Swarm Optimization, Finite Element Method, human cornea.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Principais elementos ópticos do olho humano.....	15
Figura 2	Espessura da córnea periférica e central.....	16
Figura 3	Estrutura de uma Córnea Humana.....	16
Figura 4	Sobreposições de Lamelas no Estroma.....	17
Figura 5	Lamelas com diferentes orientações de fibrilas.....	17
Figura 6	Camadas da córnea.....	18
Figura 7	Representação do método Enxame de Partículas.....	22
Figura 8	Fluxograma geral para ilustrar a lógica de um algoritmo PSO.....	25
Figura 9	Malha de Elementos Finitos (para problema plano).....	26
Figura 10	Aparato experimental.....	32
Figura 11	Gráfico da Função Objetivo (função polinomial de 5º grau).....	33
Figura 12	Fluxograma PSO/MEF.....	34
Figura 13	Exemplo de dados de contorno em córneas para simulação via MEF.....	36
Figura 14	Malha configurada com 6 nós.....	36
Figura 15	Malha configurada com 15 nós.....	37
Figura 16	Malha de Elementos Finitos do Globo Ocular.....	38
Figura 17	Região discretizada da Córnea.....	39
Figura 18	Região de Engaste da Córnea.....	40
Figura 19	Região Interna da Córnea.....	40
Figura 20	Cenário de 74 nós.....	41
Figura 21	Cenário de 291 nós.....	42
Figura 22	Cenário de 455 nós.....	42
Figura 23	Cenário de 753 nós.....	43
Figura 24	Cenário de 938 nós.....	43
Figura 25	Comparação dos valores de $\mu_1$ no Segundo cenário em todos os parâmetros.....	45
Figura 26	Comparação dos valores de $\alpha_1$ no Segundo cenário em todos os parâmetros.....	47
Figura 27	Comparação dos valores de <i>Erro(SSE)</i> no Segundo cenário em todos os parâmetros.....	48
Figura 28	Gráfico Inércia/1º situação referente ao Mi.....	49
Figura 29	Gráfico Inércia/1º situação referente ao Alpha.....	50
Figura 30	Gráfico Inércia/1º situação referente ao Erro.....	50
Figura 31	Gráfico Inércia/2º situação referente ao Mi.....	51
Figura 32	Gráfico Inércia/2º situação referente ao Alpha.....	51
Figura 33	Gráfico Inércia/2º situação referente ao Erro.....	52
Figura 34	Gráfico Inércia/3º situação referente ao Mi.....	52
Figura 35	Gráfico Inércia/3º situação referente ao Alpha.....	53
Figura 36	Gráfico Inércia/3º situação referente ao Erro.....	53

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Simulações Realizadas.....	41
Tabela 2	Simulações realizadas com diferentes limites.....	44
Tabela 3	Simulações realizadas com o valor de $\mu_1$ .....	45
Tabela 4	Simulações realizadas com o valor de $\alpha_1$ .....	46
Tabela 5	Simulações realizadas para gerar o Erro (%).....	48
Tabela 6	Valores simulações da inércia.....	49
Tabela 7	Resultados processamento Primeira Situação.....	50
Tabela 8	Resultados processamento Segunda Situação.....	52
Tabela 9	Resultados processamento Terceira Situação.....	53
Tabela 10	Valores de Referência.....	54

## **LISTA DE SIGLAS**

MEF	Método dos Elementos Finitos
PSO	Otimização por Enxame de Partículas
UFLA	Universidade Federal de Lavras

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>Estrutura do Globo Ocular Humano</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1.1</b>	<b>A Córnea</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Anatomia da Córnea</b> .....	<b>18</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Propriedades Biomecânicas da Córnea</b> .....	<b>19</b>
<b>2.2</b>	<b>Otimização por enxame de partículas</b> .....	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Método dos Elementos Finitos</b> .....	<b>25</b>
<b>2.4</b>	<b>Teoria de Hiperelasticidade</b> .....	<b>27</b>
<b>2.5</b>	<b>Teoria de Ogden para materiais hiperelásticos</b> .....	<b>28</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>32</b>
<b>3.1</b>	<b>Definição da Função Objetivo</b> .....	<b>32</b>
<b>3.2</b>	<b>O Algoritmo PSO aplicado ao problema de análise inversa</b> .....	<b>33</b>
<b>3.3</b>	<b>Geração do Modelo Geométrico da Córnea</b> .....	<b>35</b>
<b>3.4</b>	<b>Geração dos arquivos para simulação</b> .....	<b>37</b>
<b>3.5</b>	<b>Configuração da Modelagem Matemática</b> .....	<b>38</b>
<b>3.6</b>	<b>Cenários Simulados</b> .....	<b>41</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>44</b>
<b>4.1</b>	<b>Valores limites pré-estabelecidos</b> .....	<b>44</b>
<b>4.2</b>	<b>Valores otimizados de <math>\mu_I</math></b> .....	<b>44</b>
<b>4.3</b>	<b>Valores otimizados de <math>\alpha_I</math></b> .....	<b>46</b>
<b>4.4</b>	<b>Erros dos cenários simulados</b> .....	<b>47</b>
<b>4.5</b>	<b>Variando a inércia do melhor erro</b> .....	<b>49</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>55</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>56</b>
	<b>ANEXOS</b> .....	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento e aprimoramento de técnicas de otimização permite estudar o comportamento em vários materiais e é de suma importância para determinar suas limitações, avaliar e classificar suas propriedades. Assim, há um interesse muito grande na avaliação das propriedades biomecânicas da córnea, sendo considerado um parâmetro importante a ser determinado, uma vez que está relacionado a diversos procedimentos de diagnósticos.

A córnea é a primeira e a mais poderosa superfície de refração do sistema óptico do globo ocular. Pouco se conhece sobre o comportamento da estrutura interna da córnea. Uma pequena alteração na geometria da córnea notavelmente afeta a sua capacidade óptica. Em decorrência dessa sensibilidade, estudos biomecânicos podem revelar o desempenho e funcionalidade da córnea, a qual possui determinadas características mecânicas que podem ser analisadas com o intuito de aprimorar os métodos para prevenção de doenças e o desenvolvimento de equipamentos mais eficientes na área médica.

A necessidade da caracterização de propriedades mecânicas de materiais com comportamento não linear traz novos desafios à engenharia mecânica, tanto no desenvolvimento de novas técnicas experimentais como na implementação de novos algoritmos ou na melhoria de algoritmos existentes para esse fim. O crescente interesse pelo estudo de tecidos biológicos humanos levou a uma necessidade da caracterização de alguns tipos de tecidos com um comportamento mecânico hiperelástico. Experimentalmente, o estudo mecânico desse tipo de tecido tem sido executado por meio de técnicas tradicionais, desenvolvidas para o estudo de materiais com um comportamento linear e isotrópico, o que permite a determinação de valores médios de algumas propriedades mecânicas. Muitos desses problemas demonstram ter um alto grau de dificuldade para a maioria das técnicas de otimização, o que, por anos, deixou-os sem solução aparente. Esses materiais têm comportamentos mecânicos distintos dos materiais convencionais, havendo a necessidade de recorrer-se a algoritmos que viabilizem a solução desses problemas, sendo um deles, o *Particle Swarm Optimization* (PSO).

PSO é um método computacional inteligente, baseado em pesquisa estocástica, desenvolvido para ser uma ferramenta versátil e eficiente para a solução de problemas em geral. O algoritmo PSO, pode ser usado para encontrar soluções aproximadas de problemas numéricos de maximização e minimização extremamente difíceis.

Neste trabalho, utilizou-se o algoritmo PSO, originalmente desenvolvido na plataforma *Visual Basic*<sup>®</sup> para uma amostra de córnea humana. Por meio dos resultados de

simulações, via Método de Elementos Finitos (MEF), em conjunto com o algoritmo do PSO, foram determinadas as propriedades mecânicas de uma córnea, via “análise inversa”.

Além disso, um mecanismo para reduzir as chances do processo de otimização de funções não-lineares, estacionado em mínimos locais, foi utilizado. Tal mecanismo está relacionado ao controle da inércia da partícula, sendo esta um dos fatores de atualização da velocidade que cada partícula realiza durante o processo de otimização.

O algoritmo PSO implementado, neste trabalho, faz uso da deformação sofrida por um corpo-de-prova (córnea humana), tendo como objetivo, identificar as propriedades do material hiperelástico. A caracterização do material testado foi realizada com o auxílio do Método dos Elementos Finitos.

O principal objetivo, neste trabalho, é implementar o método PSO e aplicá-lo a problemas de determinação de propriedades mecânicas dos materiais biológicos, especificamente, uma córnea humana, com o auxílio de análise inversa pelo Método dos Elementos Finitos, o que justifica a importância desse tipo de pesquisa, a qual poderá auxiliar no tratamento de diversas doenças oculares, bem como nos projetos e construções de equipamentos mais eficientes de diagnóstico ou, até mesmo, na melhoria dos processos cirúrgicos.

A partir do objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- Avaliar estabilidade e convergência do algoritmo PSO.
- Avaliar custo computacional para modelos geométricos simples (<1000 nós)
- Testar diferentes valores de inércia ( $c_1$  e  $c_2$ ) no algoritmo PSO.

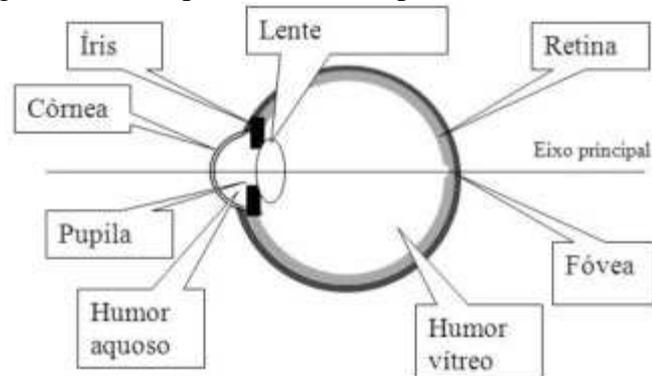
## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Estrutura do Globo Ocular Humano

#### 2.1.1 A Córnea

A córnea é a parte transparente, anterior do olho que refrata a luz na lente e é essencial para a visão. Ela constitui parte da túnica fibrosa do bulbo ocular. Além de oferecer suporte às demais estruturas intraoculares, permite a refração e transmissão da luz, em decorrência da sua curvatura e transparência características. Sua transparência se deve a determinados fatores anatômicos, tais como: ausência de vascularização, presença de epitélio não-queratinizado e ausência de pigmentação, além da dimensão e organização uniforme das fibras colágenas estromais. Por se tratar de uma estrutura avascular, a nutrição proveniente da vascularização límbica, do filme lacrimal e do humor aquoso se dá por difusão célula a célula (SAMUELSON, 2007), (Vide Figura 1).

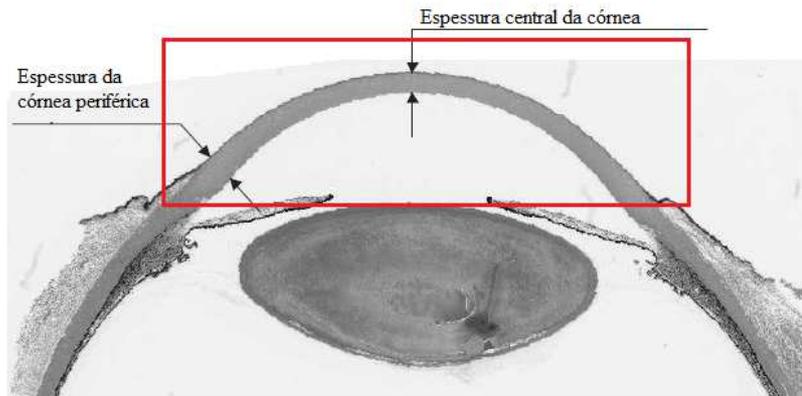
Figura 1 - Principais elementos ópticos do olho humano



Fonte: Otaviano; Frazão (2011)

A córnea tem espessura variável que muda perto do centro e ao longo do limbo, Figura 2. Sua face anterior é elíptica, medindo aproximadamente 12,6 mm no meridiano horizontal e, 11,7 mm no vertical. Ela apresenta uma espessura média de 0,52 mm na região central e de 0,65 mm ou mais, na região periférica.

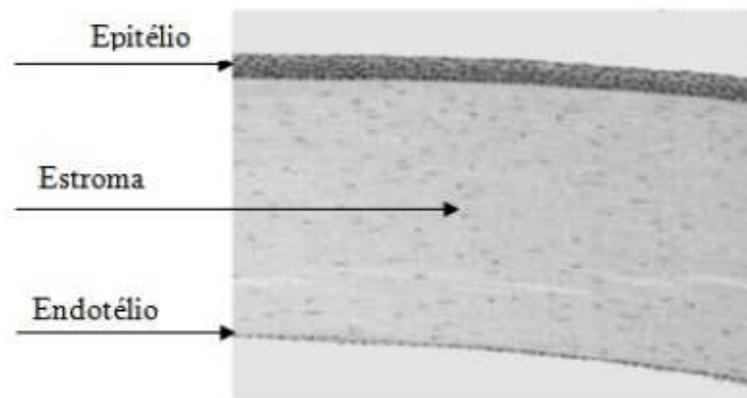
Figura 2 - Espessura da córnea periférica e central



Fonte: Adaptado de Elsheikh (2010)

Na Figura 3, são apresentados detalhes do material constituinte da córnea, podendo-se notar que, entre o epitélio e o endotélio, localiza-se o estroma, que é o grande responsável pelo comportamento mecânico dos globos oculares. O estroma é responsável por 90% da espessura e, evidentemente, as suas propriedades mecânicas definem a maior parte das propriedades mecânicas de todo o sistema (BOOTE et al., 2005).

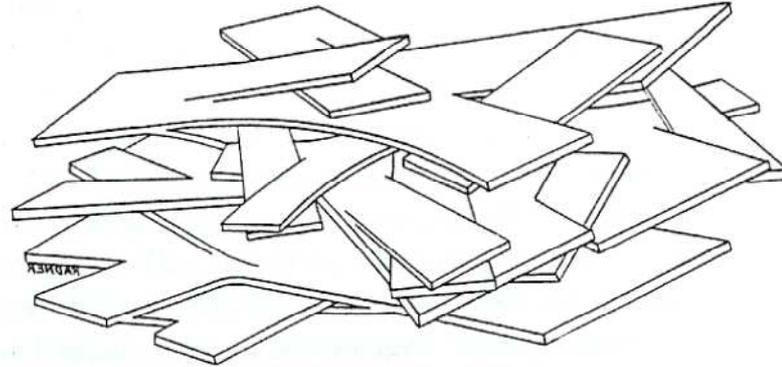
Figura 3 - Estrutura de uma Córnea Humana



Fonte: Elsheikh (2010)

O estroma é constituído por lamelas, que são finas fibras de colágeno e estão espaçadas regularmente em uma matriz extracelular, que se tornam mais densas e entrelaçadas à medida que vão se aproximando da superfície da córnea (MULLER et al., 2004), Figura 4. É justamente esse entrelaçamento mais denso que confere a córnea algumas de suas propriedades mecânicas e resistência ao inchaço (MAURICE; MONROE, 1990).

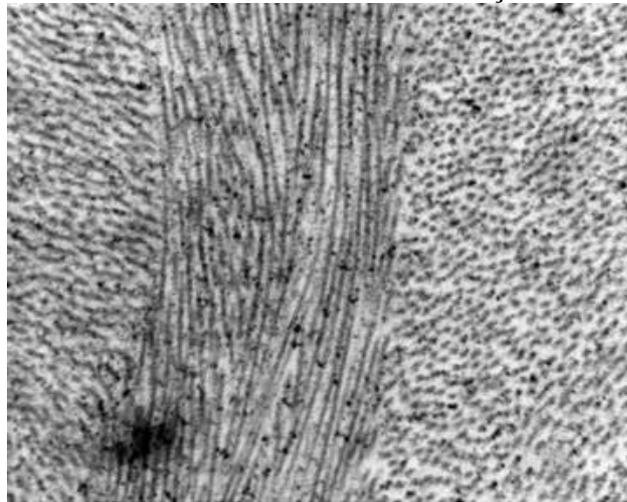
Figura 4 - Sobreposições de Lamelas no Estroma



Fonte: Elsheikh (2010)

As fibrilas que constituem as lamelas, as quais poderão ser distribuídas em direções diferentes, conforme mostrado na Figura 5. As fibrilas são responsáveis por determinadas características biomecânicas da córnea, em função de sua propriedade hiperelástica, que apresenta inicialmente, baixa rigidez e aumenta gradualmente sob cargas mais elevadas (ELSHEIKH, 2010).

Figura 5 - Lamelas com diferentes orientações de fibrilas



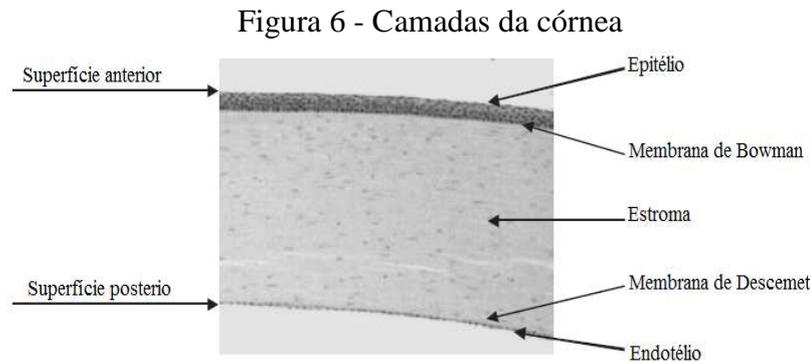
Fonte: Elsheikh (2010).

A orientação das fibrilas na córnea e esclera é importante, porque, mecanicamente, determinadas orientações das fibrilas terão o potencial de afetar a curvatura da córnea, visto que problemas refrativos como o astigmatismo estão relacionados com a incorreta curvatura da córnea, ou seja, com a orientação das fibrilas (RICHARD; MEEK, 1998).

### 2.1.2 Anatomia da Córnea

Na maior parte das espécies animais, a córnea é constituída por quatro camadas: epitélio, estroma, membrana de Descemet e endotélio (SAMUELSON, 2007), Figura 6. Alguns autores consideram ainda o filme lacrimal pertencente às quatro camadas (SLATTER, 2001). Todas essas camadas atuam em conjunto de forma a manter adequada a estrutura e o metabolismo corneais (SAMUELSON, 2007).

A camada epitelial compreende a superfície anterior da córnea, sendo constituída por várias camadas de células escamosas e colunares, apoiadas sobre uma membrana basal. Essa porção da córnea possui inervação exuberante e atua como barreira, possibilitando a ocorrência de trocas metabólicas com o filme lacrimal (SAMUELSON, 2007).



Fonte: Adaptado de Elsheikh (2010)

O estroma corneal é constituído por fibras colágenas dispostas de maneira organizada, conferindo transparência e resistência mecânica à córnea. Poucas células, denominadas ceratócitos, encontram-se entremeadas em meio às fibras, sendo responsáveis pela produção da matriz extracelular. As glicosaminoglicanas (queratan-sulfato, dermatan-sulfato, sulfato de condroitina, ácido hialurônico e heparina) se distribuem de forma homogênea nessa camada e se ligam a proteínas, formando os proteoglicanos, responsáveis por manter fixo o arranjo fibrilar (SAMUELSON, 2007).

Muitos estudos têm se baseado em variadas técnicas, como a microscopia eletrônica de varredura e a difração de raios-x, com o intuito de avaliar a orientação das lamelas estromais e a fusão de suas fibrilas às fibras colágenas presentes no limbo (KOMAI; USHIKI, 1991; NEWTON; MEEK, 1998; BOOTE et al., 2003; MEEK; BOOTE, 2004; BOOTE et al., 2006).

Por meio da microscopia eletrônica de varredura, constatou-se que o diâmetro das fibrilas colágenas permanece constante em todas as regiões da córnea humana, variando entre 25 e 35 nm. Entretanto, observou-se que o arranjo das lamelas colágenas varia dentre as regiões anterior e posterior da córnea. As lamelas presentes na região anterior da córnea se encontram dispostas em direções aleatórias e, frequentemente, se ramificam e se interligam de forma irregular. As lamelas da região posterior, entretanto, encontram-se sobrepostas umas às outras, paralelamente à superfície corneal (KOMAI; USHIKI, 1991).

Em estudo realizado utilizando a difração de raios-x, concluiu-se que a maior parte das fibrilas colágenas presentes na região central da córnea humana se orienta nas direções inferior-superior e nasal-temporal (MEEK et al., 1987). Estudo posterior, também conduzido em córneas humanas, caracterizou uma disposição circunferencial das fibras na periferia e na região do limbo. Entretanto, essa orientação não apresentou uniformidade, podendo variar em largura, angulação e densidade (NEWTON; MEEK, 1998).

### **2.1.3 Propriedades Biomecânicas da Córnea**

As propriedades biomecânicas da córnea se encontram intimamente relacionadas à sua estrutura, com especial envolvimento de seu estroma (HJORTDAL, 1996). Sua elasticidade depende basicamente do arranjo estabelecido pelas fibras colágenas, e varia conforme a direção e região em que a variável é mensurada (KOTECHA, 2007). Atualmente, sabe-se que o epitélio e as demais membranas, como a de Descemet e a membrana de Bowman, exercem mínimo efeito sobre as características mecânicas da córnea (SEILER et al., 1992; ELSHEIKH; ALHASSO; RAMA, 2008a).

Estudos recentes, utilizando técnicas como a difração de raios-x, constataram que o módulo de elasticidade das fibras, associado ao volume e orientação destas, determinam as características mecânicas locais da córnea (BOOTE et al., 2005).

Estudos ex vivo, onde o órgão é retirado para uma cirurgia de reparação e que depois pode ser recolocado em seu lugar, têm demonstrado que a córnea humana apresenta comportamento elástico não-linear, uma vez que seu módulo de elasticidade (módulo de Young) aumenta na medida em que aumenta a tensão aplicada (HJORTDAL, 1996). Além disso, o módulo de elasticidade da córnea varia direcionalmente e regionalmente. Elevados módulos de elasticidade são observados meridionalmente, em regiões centrais e paracentrais da córnea, e circunferencialmente, próximo ao limbo (HJORTDAL, 1998).

Fatores como paquimetria (medição da espessura da córnea) e hidratação são considerados limitantes quando se deseja avaliar as propriedades biomecânicas da córnea. Estudos conduzidos em pacientes humanos normais e portadores de ceratocone - que é uma doença ocular que afeta o formato e a espessura corneana, provocando imagens distorcidas e embaçadas - demonstraram que as córneas mais espessas apresentam maior rigidez (EDMUND, 1988; TOUBOUL et al., 2008). Com relação à hidratação, estudos concluíram que córneas normalmente hidratadas são mais rígidas que as edemaciadas (HJORTDAL, 1995; HENNIGHAUSEN et al., 1998).

A idade também exerce papel importante sobre a elasticidade da córnea. Em humanos, conforme há o aumento da idade, as fibrilas corneanas se tornam mais espessas, em razão da deposição contínua de colágeno (DAXER et al., 1998). Logo, a córnea se torna mais rígida com o passar da idade (ELSHEIKH et al., 2007).

As propriedades mecânicas da córnea influenciam de maneira importante o seu poder refrativo, uma vez que são responsáveis pela manutenção de sua forma (HJORTDAL, 1996). Logo, conhecer as características biomecânicas da córnea é fundamental para o entendimento do comportamento dessa estrutura frente a cirurgias refrativas (SHIN et al., 1997). Diversos estudos também demonstraram que variações na elasticidade da córnea humana podem produzir erros na mensuração da pressão intraocular (LIU; ROBERTS, 2005; HAMILTON; PYE, 2008; TOUBOUL et al., 2008).

Atualmente, a avaliação das propriedades biomecânicas da córnea vem sendo considerada um parâmetro importante a ser determinado, uma vez que está relacionado a diversos procedimentos cirúrgicos e a oftalmopatias (doenças que afetam os olhos) (ANDREASSEN; SIMONSEN; OXLUND, 1980; ROBERTS, 2002; MEEK et al., 2005; ORTIZ et al., 2007; CHEN et al., 2008; KUCUMEN et al., 2008; GEFEN et al., 2009; GOLDICH et al., 2009; HAGER; WEGSCHEIDER; WIEGAND, 2009; KAMIYA; SHIMIZU; OHMOTO, 2009; ALIÓ et al., 2010).

Estudos comprovaram que as propriedades biomecânicas da córnea podem ser alteradas após a realização de cirurgias refrativas, comprometendo os resultados no período pós-operatório (HJORTDAL, 1998; ROBERTS, 2002; ORTIZ et al., 2007; CHEN et al., 2008; KAMIYA; SHIMIZU; OHMOTO, 2009). Autores ainda sugerem que a técnica LASIK (*laser in situ keratomileusis*) produz mais alterações biomecânicas na córnea que a técnica PRK (ceratectomia fotorrefrativa) (KAMIYA; SHIMIZU; OHMOTO, 2009). Ambas as técnicas são indicadas para a correção da miopia, astigmatismo e hipermetropia, diminuindo a dependência de óculos ou lentes de contato, podendo inclusive dispensar o uso. O PRK

consiste em uma das modalidades da cirurgia refrativa em que a aplicação do laser ocorre diretamente sobre o tecido corneano superficial, o que levava a um pós-operatório um pouco desconfortável e com tendência a uma cicatrização maior quando comparado ao LASIK. Com isso, no PRK a visão demora mais tempo para a recuperação completa. A técnica do LASIK difere da PRK porque corrige a visão agindo em uma das camadas internas, ao invés de atuar na superfície da córnea. Com isso, a melhora da visão ocorre mais rapidamente, geralmente em 24 horas.

Estudos recentes também relacionam a facoemulsificação ao desenvolvimento de anormalidades biomecânicas corneais no período pós-operatório (KUCUMEN et al., 2008; ALIÓ et al., 2010).

Doenças como o diabetes *mellitus* e o ceratocone podem alterar significativamente os parâmetros biomecânicos corneais. Estudos constataram um aumento significativo da paquimetria e rigidez em pacientes humanos diabéticos, decorrentes de importantes modificações nas fibrilas colágenas e nos proteoglicanos (GOLDICH et al., 2009; HAGER; WEGSCHEIDER; WIEGAND, 2009).

Estudos conduzidos em pacientes humanos portadores de ceratocone demonstraram alterações importantes nas propriedades elásticas corneais. A córnea desses pacientes, se comparados aos indivíduos normais, apresenta menor resistência, em razão da presença de anormalidades na organização das lamelas e à sua reduzida espessura (ANDREASSEN; SIMONSEN; OXLUND, 1980; MEEK et al., 2005; GEFEN et al., 2009).

## **2.2 Otimização por enxame de partículas**

Soares (1997) define otimização, como sendo um mecanismo de análise de decisões complexas, envolvendo seleção de valores para variáveis, com o simples objetivo de quantificar o desempenho e medir a qualidade das decisões. A intenção do algoritmo PSO é encontrar a melhor solução, respeitando, se necessário, restrições de viabilidade impostas aos parâmetros do problema.

Problemas inversos incluem todos os problemas que visam à reconstrução da informação, por meio de um modelo matemático, utilizando os dados desejados ou medidos.

Os problemas inversos para os quais os dados provêm de medidas são conhecidos como problemas de identificação ou estimação de parâmetros. Outro grupo de problemas inversos é constituído pelos problemas de síntese, nos quais os dados são assumidos arbitrários, neste caso pode não haver uma solução. A este grupo pertencem os problemas de projeto ótimo, nos quais o propósito é o desenvolvimento de um dispositivo que possa prover um desempenho ótimo em termos de custos e/ou propriedades físicas, entre outros. (NEITTAANMAKI, 1996 citado por MURARO JÚNIOR, ADEMAR, p. 51)

O método de otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization – PSO*) foi desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995), a partir da modelagem matemática que implementa uma metáfora do comportamento social de um grupo de pássaros à procura de alimento ou de um lugar para construir o ninho, constituindo uma técnica de computação estocástica, oriunda do trabalho do biólogo Frank Heppner, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7 - Representação do método Enxame de Partículas



Fonte: Patrícia; Karla (2011)

De acordo com o comportamento dos pássaros, quando um deles encontra o alimento, todos os demais passam a encontrá-lo com maior facilidade. Gomes (2004) define que o que acontece é um aprendizado por parte do bando, no momento que um dos pássaros adquire determinado conhecimento. De acordo com Prado e Saramago (2005), esse processo é determinado como “inteligência social”.

O método Enxame de Partículas é semelhante aos métodos de computação evolutiva em que, uma população (enxame), formada por indivíduos (partículas) vasculham o espaço de busca à procura de uma solução apropriada para um determinado problema. Segundo Eberhart, Simpson e Dobbins (1996), na otimização por enxame de partículas, cada indivíduo tem uma velocidade, responsável pela exploração do espaço (evolução) e uma memória, para guardar a melhor posição já visitada. Além disso, o algoritmo considera, também, a melhor posição encontrada pela população. De acordo com Parsopoulos e Vrahatis (2002), cada partícula é tratada como um ponto dentro do espaço de busca, que ajusta seu próprio “vo” de acordo com sua própria experiência, bem como a experiência do “vo” de outras partículas. O algoritmo PSO básico consiste em três passos: i) geração de posições e velocidades de partículas, ii) atualização da velocidade e, finalmente, iii) atualização da posição.

Para Hassan (2004), primeiramente, as posições,  $x_0^i$ , e velocidades,  $v_0^i$ , do enxame inicial de partículas são gerados aleatoriamente usando-se os limites máximos e mínimos dos valores das variáveis,  $x_{max}$  e  $x_{min}$  (Equações 1 e 2). As posições e velocidades são dadas em formato de vetor com sobrescritos e subscritos denotando a  $i$ -ésima partícula no tempo  $k$ . Ainda nas Equações 1 e 2,  $rand$  é uma variável aleatória de distribuição uniforme que pode tomar qualquer valor entre 0 e 1. Esse processo de inicialização leva o enxame de partículas a ser aleatoriamente distribuído no espaço.

$$x_0^i = x_{min} + rand(x_{max} - x_{min}) \quad (1)$$

$$v_0^i = \frac{x_{min} + rand(x_{max} - x_{min})}{\Delta t} = \frac{posição}{tempo} \quad (2)$$

O segundo passo é atualizar as velocidades de todas as partículas no tempo  $(k+1)$ , usando os valores de *fitness* que são funções das posições atuais das partículas no espaço no tempo  $k$ . O valor da *fitness* da partícula determina qual partícula tem o melhor valor global no enxame atual,  $P_k^g$ , e também determina a melhor posição de cada partícula através do tempo,  $P^i$ , isto é, na atual e em todas as iterações anteriores. A equação da atualização da velocidade (Equação 3) usa essas duas informações para cada partícula no enxame com o efeito do movimento atual,  $v_k^i$ , prover a direção de busca,  $v_{k+1}^i$ , para a próxima iteração. A Equação 3 inclui ainda alguns parâmetros aleatórios, representados pelas variáveis uniformemente

distribuídas, *rand*, para tentar obter uma cobertura de todo o espaço de busca e evitar que se fique preso em um ótimo local. Os três valores que afetam a nova direção de busca, seu atual movimento, a memória própria da partícula e a influência do enxame, são incorporados por meio de uma soma, com três fatores de ponderação, denominados fator de inércia,  $w$ , um fator de individualidade,  $c_1$ , e um fator de identidade de grupo,  $c_2$ .

$$v_{k+1}^i = \underbrace{wv_k^i}_{\text{movimento atual}} + c_1 \underbrace{\text{rand} \frac{(p^i - x_k^i)}{\Delta t}}_{\text{inf luência da memória da partícula}} + c_2 \underbrace{\text{rand} \frac{(p_k^g - x_k^i)}{\Delta t}}_{\text{inf luência do enxame}} \quad (3)$$

A atualização da posição é o último passo em cada iteração. A posição de cada partícula é atualizada usando seu vetor velocidade como mostrado na Equação 4.

$$x_{k+1}^i = x_k^i + v_{k+1}^i \Delta t \quad (4)$$

As três etapas de atualização da velocidade, atualização da posição e cálculo de *fitness* são repetidas até que o critério de convergência desejado seja alcançado. A função *fitness* (erro), função que irá avaliar o desempenho das partículas, é dada por (Equação 5):

$$\sum_{i=1}^N C_{n_i, n_{i+1}} \quad (5)$$

onde  $C_n$  representa o critério de convergência com  $n$  números de iterações.

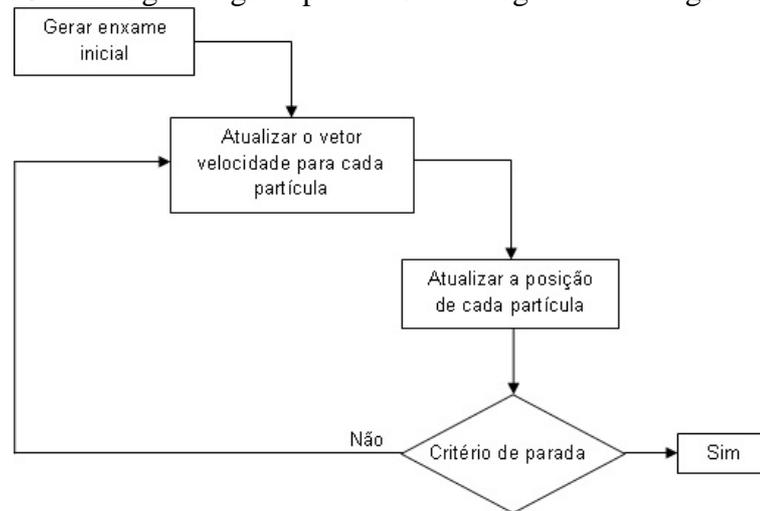
O intervalo de tempo  $\Delta t$  é substituído por determinado número de iterações, recebendo valor unitário. Pode ainda funcionar como valor de escala para aumentar a influência da memória da partícula e do enxame sobre o movimento atual.

No algoritmo de PSO clássico, as variáveis podem assumir qualquer valor, mesmo fora de seus limites de restrição. Esse fenômeno pode levar à divergência. Para evitar esse problema, quando as variáveis violarem seus limites mínimos ou máximos, geralmente elas são inseridas novamente para dentro dos limites (máximos e mínimos), por meio da anulação do termo de movimento atual (Equação 6).

$$v_{k+1}^i = c_1 rand \frac{p^i - x_k^i}{\Delta t} + c_2 rand \frac{p_k^g - x_k^i}{\Delta t} \quad (6)$$

De posse de todas essas informações, o algoritmo básico da otimização por enxame de partículas pode ser ilustrado na Figura 8. Nota-se que, dada uma população inicial de partículas, atualiza-se o vetor velocidade de cada agente até que se atinja o critério de parada.

Figura 8 - Fluxograma geral para ilustrar a lógica de um algoritmo PSO



Fonte: Monteiro (2008)

PSO tem sido utilizado em conjunto com outras técnicas na solução de diversos problemas em engenharia, como, por exemplo, Mthembu et al. (2010) utilizaram PSO e o Método dos Elementos Finitos para a otimização de modelos numéricos de uma viga sob ação de carregamentos, a partir de dados experimentais. O Método dos Elementos Finitos será tratado na seção 2.3.

### 2.3 Método dos Elementos Finitos

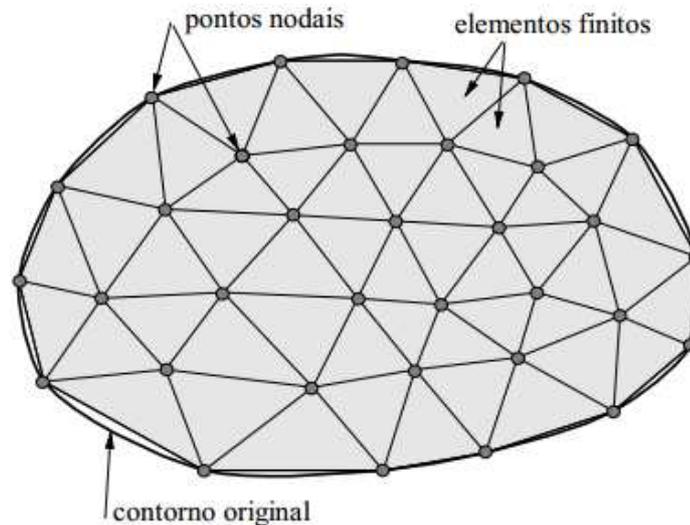
De acordo com Hutton (2004), diversos tipos de problemas físicos que são encontrados nas ciências e nas engenharias são descritos matematicamente na forma de equações diferenciais ordinárias e parciais. A solução exata usualmente é fruto de um método de solução analítica, encontrado por meio de métodos algébricos e diferenciais aplicados a geometrias e condições de contorno particulares; a aplicação generalizada dos métodos analíticos para diferentes geometrias e condições de contorno torna impraticável ou, até mesmo, impossível a obtenção de soluções analíticas exatas. O Método dos Elementos

Finitos (MEF) consiste em diferentes métodos numéricos que aproximam a solução de problemas de valor de fronteira descritos tanto por equações diferenciais ordinárias quanto por equações diferenciais parciais, através da subdivisão da geometria do problema em elementos menores, chamados elementos finitos, nos quais a aproximação da solução exata pode ser obtida por “interpolação” de uma solução aproximada.

Azevedo (2003) destaca que, para se aplicar MEF é necessária uma base sólida em procedimentos matemáticos que vão dos mais simples, como manipulação de matrizes, até os mais avançados, envolvendo, por exemplo, teoremas de cálculo vetorial.

Dos estudos de Souza (2003) pode-se destacar que a ideia principal do Método dos Elementos Finitos consiste em se dividir o domínio (meio contínuo) do problema em sub-regiões de geometria simples (formato triangular, quadrilateral, cúbico, etc.), conforme ilustra esquematicamente a Figura 9. Essa ideia é bastante utilizada na engenharia, onde usualmente tenta-se resolver um problema complexo, subdividindo-o em uma série de problemas mais simples. Logo, trata-se de um procedimento intuitivo para os engenheiros.

Figura 9 - Malha de Elementos Finitos (para problema plano)



Fonte: Souza (2003)

Em decorrência do fato de as sub-regiões apresentarem dimensões finitas, estas sub-regiões são chamadas “elementos finitos”, em contraste com os elementos infinitesimais utilizados no cálculo diferencial e integral. Advém daí o nome “Método dos Elementos Finitos”, estabelecido por Ray Clough (1960). Os elementos finitos utilizados na discretização (subdivisão) do domínio do problema são conectados, entre si, através de determinados

pontos, denominados nós ou pontos nodais (Figura 9). Ao conjunto de elementos finitos e pontos nodais, dá-se, usualmente o nome de malha de elementos finitos.

A precisão do método depende da quantidade de nós e elementos, e do tamanho e tipo dos elementos presentes na malha. Um dos aspectos mais importantes do MEF diz respeito a sua convergência. Embora se trate de um método aproximado, pode-se demonstrar que em uma malha consistente, a medida que o tamanho dos elementos finitos tende a zero, e conseqüentemente, a quantidade de nós tende a infinito, a solução obtida converge para a solução exata do problema. Ou seja, quanto menor for o tamanho e maior for o número de elementos em uma determinada malha, mais precisos serão os resultados da análise.

## **2.4 Teoria de Hiperelasticidade**

Atualmente, o campo da biomecânica traz a necessidade do estudo do comportamento mecânico de materiais biológicos, pois a qualidade de vida de muitas pessoas pode se beneficiar com o seu conhecimento (AZAR; METAXAS; SCHNALL 2001; HUMPHREY, 2003). Segundo Holzapfel (2000), alguns materiais biológicos, como os tecidos moles, têm um comportamento não linear hiperelástico, daí a importância do conhecimento dos seus modelos constitutivos. Martins, Jorge e Ferreira (2006) afirma que um modelo de materiais hiperelásticos depende da definição da função energia de deformação, que assume formas diferentes de acordo com o material ou classe de materiais considerados.

Materiais hiperelásticos podem sofrer deformações da ordem de 100% ou mais e o comportamento do material é notadamente não linear. O comportamento do material é elástico (reversível), armazenando e recuperando energia potencial elástica respectivamente nos ciclos de carregamento e descarregamento do material. As relações constitutivas de materiais hiperelásticos podem ser expressas pela função de densidade de energia da deformação e a tensão no material pode ser calculada como a derivada da densidade de energia de deformação com respeito à deformação. Essa forma de solução é útil por duas razões: a primeira, a densidade de energia de deformação pode ser calculada utilizando o método termodinâmico; e a segunda, que a energia armazenada não depende da história do material, depende unicamente do estado de deformações imposto. Essas condições são importantes, porque nos processos hiperelásticos o material não dissipa energia.

Existem modelos numéricos utilizados especificamente para esse tipo de simulação com elementos finitos: Mooney, Mooney-Rivlin, Yeoh e Ogden (TABER, 2004), os quais representam modelos fenomenológicos que foram desenvolvidos, objetivando a determinação

da energia potencial de deformação. Nesses modelos hiperelásticos, tem-se a necessidade de determinar os coeficientes da energia potencial de deformação, que são calculados a partir dos dados experimentais obtidos nos ensaios de tração (MARTINS; JORGE; FERREIRA, 2006).

Vários estudos vêm sendo realizados no intuito de se verificar as propriedades hiperelásticas da córnea, por meio de testes de inflação. Alguns estudos demonstraram que córneas humanas possuem comportamento hiperelástico em ambientes com baixa rigidez com aumento gradual da pressão interna do globo ocular (ELSHEIKH, 2010).

## 2.5 Teoria de Ogden para materiais hiperelásticos

Ogden (1984) propôs um modelo para descrever o comportamento não linear de materiais complexos tais como borracha, polímeros e tecidos biológicos. Esse modelo é descrito por meio da Equação (7).

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (7)$$

onde  $\Psi$  é a energia de deformação do material,  $N$  é o número total de termos da série e  $\mu_i$  e  $\alpha_i$  são constantes do material.

A função energia de deformação pode ser expandida, por meio de uma série de potências reais e descrita como função dos estiramentos principais demonstrados na Equação 8, com a seguinte condição de estabilidade,  $\mu_n \alpha_n > 0$ :

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mu_n \alpha_n \quad (8)$$

onde  $\mu$  é o módulo de cisalhamento e  $\alpha$  é o parâmetro de capacidade de endurecimento da deformação (encruamento).  $\mu$  é uma medida da capacidade de um material para resistir a deformações transversais (medido em KPa), é também conhecido como rigidez e é um parâmetro que quantifica a rigidez do material.  $\alpha$  é representativa do comportamento não linear, em razão do endurecimento por deformação do material.

De acordo com Lapper, Gasson e Karri (2011), atualmente têm sido desenvolvidas novas metodologias para a simulação do comportamento mecânico hiperelástico de tecidos

biológicos. Essas metodologias, geralmente, contemplam a utilização do MEF como uma ferramenta de simulações numéricas para a obtenção do comportamento numérico de materiais biológicos.

O modelo de Ogden (1984) iniciou-se com um estudo das equações de elasticidade e isotropia não linear para materiais incompressíveis, as quais são necessárias para a comparação da teoria com dados experimentais em protocolos experimentais convencionais. Os dados estão relacionados aos experimentos em que a deformação é homogênea. Mais especificamente, consideram-se deformações homogêneas, aquelas que podem ser classificadas como tensão homogênea, isto é, deformações da forma, identificadas por:

$$x_1 = \lambda_1 X_1, \quad x_2 = \lambda_2 X_2, \quad x_3 = \lambda_3 X_3; \quad (9)$$

onde  $X_1, X_2, X_3$  são coordenadas cartesianas retangulares que identificam partículas de material de alguma configuração de referência;  $x_1, x_2, x_3$  são as coordenadas correspondentes após a deformação em relação aos mesmos eixos. Os eixos principais da deformação podem coincidir com as direções das coordenadas cartesianas e são fixos como os valores dos alongamentos.

De acordo com a teoria da Hiperelasticidade, existe uma função energia de deformação (ou função-energia armazenada), definida por unidade de volume e denotada por  $W$ , que depende simetricamente dos valores de  $\lambda_1, \lambda_2$  e  $\lambda_3$ , ou seja:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = W(\lambda_1, \lambda_3, \lambda_2) = W(\lambda_2, \lambda_1, \lambda_3) \quad (10)$$

onde  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , são constantes positivas, referidas como os principais trechos da deformação.

Para um material incompressível, os principais trechos que satisfazem esta restrição são definidos por:

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 = 1 \quad (11)$$

A tensão principal ( $\sigma_i$ ), sendo  $i \in \{1, 2, 3\}$ , definida por unidade de área da secção transversal perpendicular ao eixo com configuração deformada, está relacionada com os estiramentos  $W$  por meio da Equação (12).

$$\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} - p \quad (12)$$

em que  $p$  é um dos multiplicadores associados com a restrição.

O elemento nominal, denominado  $t_i$  (definido por unidade de referência da área de secção transversal) são as tensões, medidas experimentalmente, as quais são expressas por:

$$t_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} - p \lambda_i^{-1} \equiv \sigma_i \lambda_i^{-1} \quad (13)$$

Uma vez que o material é considerado incompressível, apenas dois eixos podem ser variados de forma independente e, por conseguinte, testes biaxiais (ensaio de tração de dois eixos) são suficientes para determinar a forma de  $W$ . Por essa razão, é conveniente usar a restrição incompressibilidade para expressar a energia como uma função de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ :

$$\hat{W}(\lambda_1, \lambda_2) = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1^{-1}, \lambda_2^{-1}) \quad (14)$$

Isso permite eliminar a variável  $p$  da Equação 12. Assim, tem-se:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \lambda_1 \frac{\partial \hat{W}}{\partial \lambda_1}, \sigma_2 - \sigma_3 = \lambda_2 \frac{\partial \hat{W}}{\partial \lambda_2} \quad (15)$$

Para a energia desaparecer da referência, mas se manter coerente com a teoria clássica da elasticidade isotrópica incompressível deve-se ter:

$$\begin{aligned}\hat{W}(1,1) = 0, \hat{W}_1(1,1) = \hat{W}_2(1,1) = 0, \\ \hat{W}_{12}(1,1) = 2\mu, \hat{W}_{11}(1,1) = \hat{W}_{22}(1,1) = 4\mu,\end{aligned}\tag{16}$$

onde os índices 1 e 2 são referentes aos valores de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , respectivamente, e  $ld$  é o módulo de cisalhamento do material na configuração de referência, sendo  $ld > 0$ .

Se a deformação for aplicada em uma folha fina de material (uma situação comum experimentalmente), então uma condição de tensão plana se aplica e pode definir  $\sigma_3 = 0$ . Em termos de tensões nominais, tem-se:

$$t_1 = \frac{\partial \hat{W}}{\partial \lambda_1}, t_2 = \frac{\partial \hat{W}}{\partial \lambda_2},\tag{17}$$

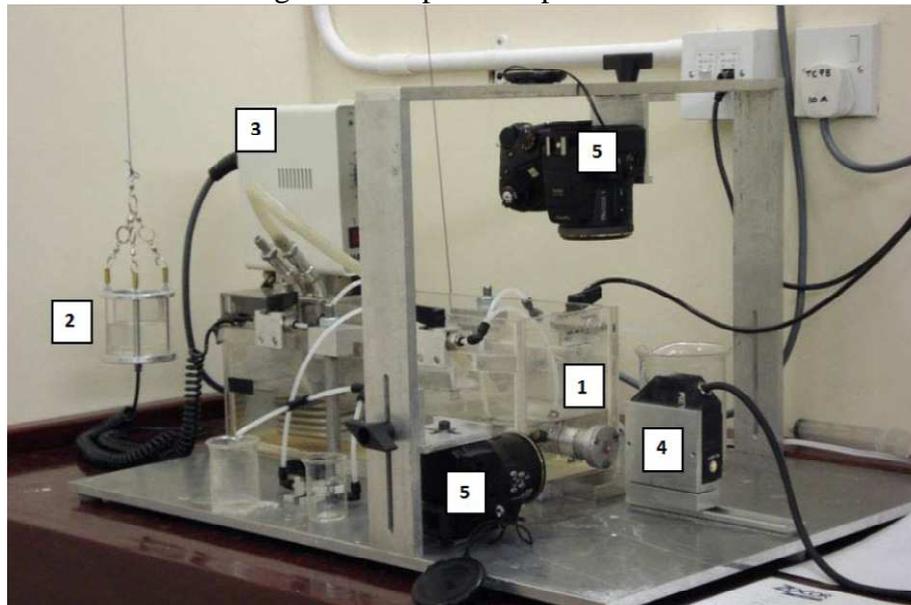
que fornece duas equações relativas  $\lambda_1, \lambda_2$  e  $t_1, t_2$  e, portanto, uma base simples para caracterizar  $\hat{W}$ , a partir de dados biaxiais (homogêneos).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Definição da Função Objetivo

Para os experimentos, buscou-se aliar a capacidade de análise do MEF à simplicidade e robustez do PSO. Para a obtenção dos dados de entrada no algoritmo PSO, foram utilizados dados experimentais oriundos da Universidade de *Liverpool-UK*, sendo possível definir a função objetivo. Nesses experimentos, os corpos-de-prova (córneas) foram fixados na borda, carregamentos foram aplicados com pressão interna de 45 mmHg, a fim de se medir, experimentalmente, os deslocamentos na região central da córnea (pupila) por meio de processamento digital de imagens. Todo o aparato experimental encontra-se ilustrado na Figura 10.

Figura 10 - Aparato experimental



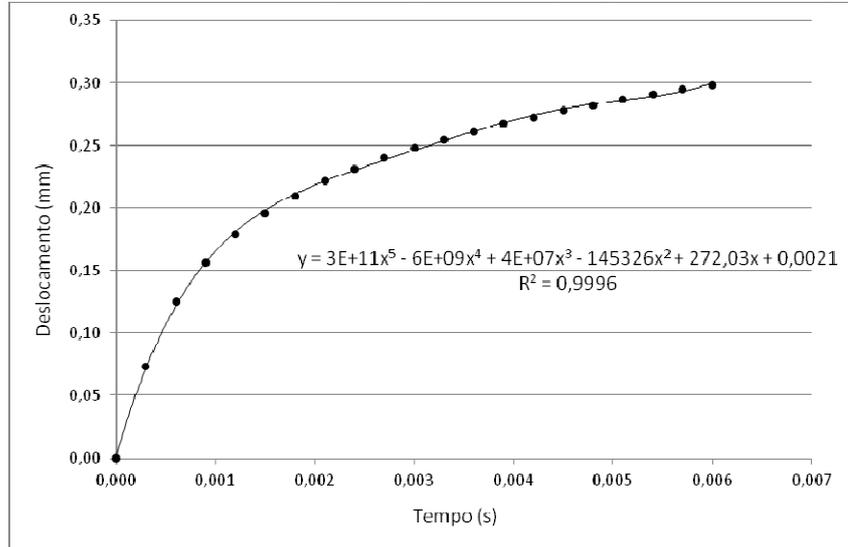
Fonte: Adaptado de Elsheikh (2010)

Legenda: 1- Região de fixação da córnea; 2 - Reservatório p/ aplicação da pressão; 3 – Controlador; 4 – Emissor de Laser; 5 - Câmeras CCD.

Com base nos dados experimentais para córneas humanas com idade de aproximadamente 50 anos, foi obtido o gráfico tempo *vs.* deslocamento.

A partir da curva gerada experimentalmente, definiu-se a função objetivo por um polinômio de 5º grau, conforme Figura 11.

Figura 11 - Gráfico da Função Objetivo (função polinomial de 5º grau)



### 3.2 O Algoritmo PSO aplicado ao problema de análise inversa

O algoritmo utilizado, neste trabalho, descreve um problema de “análise inversa”, que será solucionado via PSO. Objetivou-se, com este algoritmo gerar curvas de deformação próximas aos dados obtidos experimentalmente, a partir de valores máximos e mínimos de  $x_0$  (primeira incógnita) e  $x_1$  (segunda incógnita), como dados de entrada do algoritmo. Em geral, o PSO é adequado para os problemas numéricos com duas ou mais incógnitas, que é o caso deste trabalho.

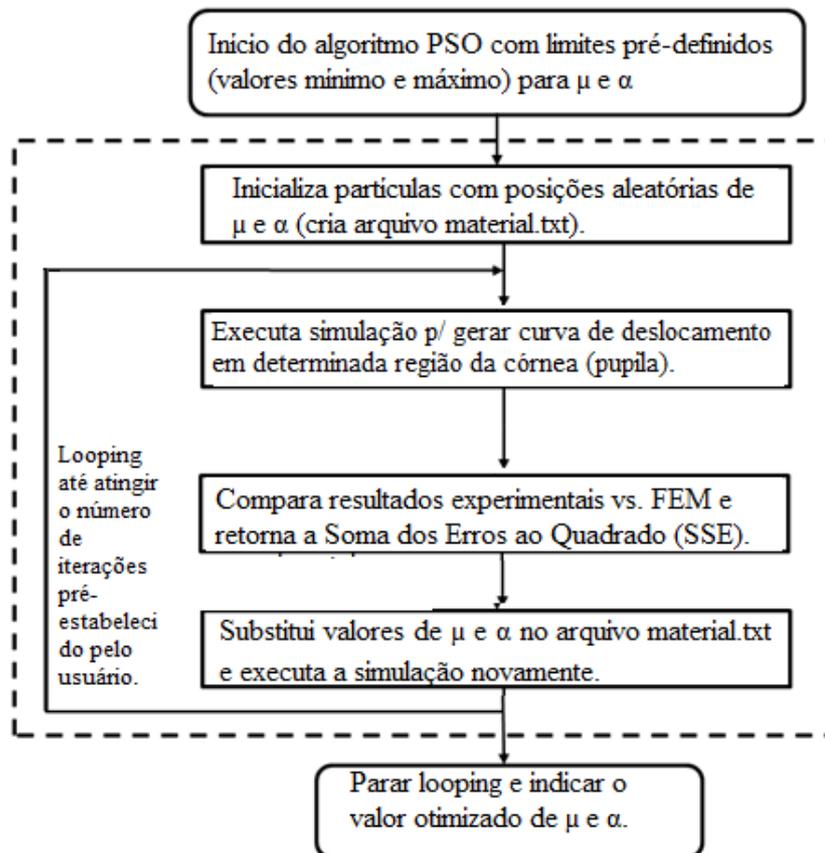
A técnica de PSO implementada faz uso da deformação sofrida para o corpo de prova testado e as propriedades do material identificadas. A caracterização e análise dos materiais deverá ser realizada com o auxílio do MEF. Cada partícula que compõe a população do PSO é um vetor de dimensão dois, no qual cada dimensão armazena o valor de um dos parâmetros da solução do problema de reconhecimento. Os valores possíveis para cada dimensão estão dentro de intervalos definidos em tempo de execução.

O algoritmo PSO trabalha em um laço de repetição. Em cada iteração do laço, a partícula é atualizada com base no espaço de busca e na velocidade. O número de partículas é definido pelo usuário na busca de uma solução ótima em cada iteração. No algoritmo PSO proposto neste trabalho, o usuário entra com quatro valores, aqui denominados por “limites”, que são valores máximos e mínimos das incógnitas a serem obtidas, neste caso, mínimo de  $\mu$ ,

máximo de  $\mu$ , mínimo de  $\alpha$  e máximo de  $\alpha$ , conforme fluxograma apresentado na Figura 12. O segundo passo do algoritmo foi a geração de um arquivo denominado *material.txt*, o qual foi utilizado para substituir valores aleatórios de  $\mu$  e  $\alpha$  a cada iteração/simulação. Desse modo, foi possível obter simulações diversas e gerar nova curva (tempo vs. deslocamento) a cada iteração. O algoritmo foi capaz de comparar a função objetivo (Figura 11) com as curvas oriundas das simulações, no intuito de obter valores otimizados para  $\mu$  e  $\alpha$ .

Ao final do número total de iterações (valor estabelecido pelo usuário), a partícula apresenta a solução otimizada de “ $\mu$ ” e “ $\alpha$ ”. Essas incógnitas representam as características mecânicas de córneas humanas, levando-se em consideração material hiperelástico.

Figura 12 - Fluxograma PSO/MEF



A soma dos erros ao quadrado (SSE) foi obtida a partir da diferença entre os valores de deslocamento oriundos das simulações e os pontos gerados pela curva da função objetivo (Figura 11):

$$SSE = \sqrt{\frac{\sum_{1}^n (P_p - D)^2}{n}} \quad (18)$$

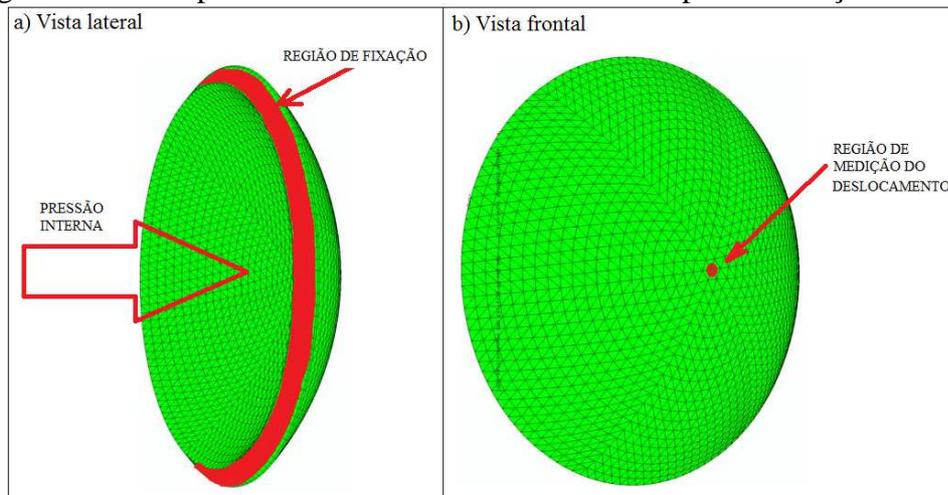
onde  $P_p$  são os deslocamentos provenientes da equação polinomial da função objetivo,  $D$  são os deslocamentos simulados e  $n$  é o número de pontos analisados.

### 3.3 Geração do Modelo Geométrico da Córnea

A geometria do olho humano foi gerada por um programa na Universidade de *Liverpool*, chamado de *OcularModelGeneration*, sendo que algumas geometrias foram modificadas, de acordo com os cenários simulados. Essas modificações se deram por intermédio do software *Abaqus*<sup>®</sup>.

Neste trabalho, o MEF foi utilizado para simular diferentes propriedades mecânicas dos materiais e fornecer dados de deslocamentos em pontos específicos da geometria. Para isso, mediram-se os deslocamentos na região central da córnea (Figura 13.b) em função de uma pressão aplicada na região interna da córnea, levando-se em consideração a região de fixação da mesma no globo ocular (Figura 13.a). Os resultados de deslocamento foram utilizados pelo algoritmo PSO para comparar com valores da função objetivo em cada iteração.

Figura 13 - Exemplo de dados de contorno em córneas para simulação via MEF



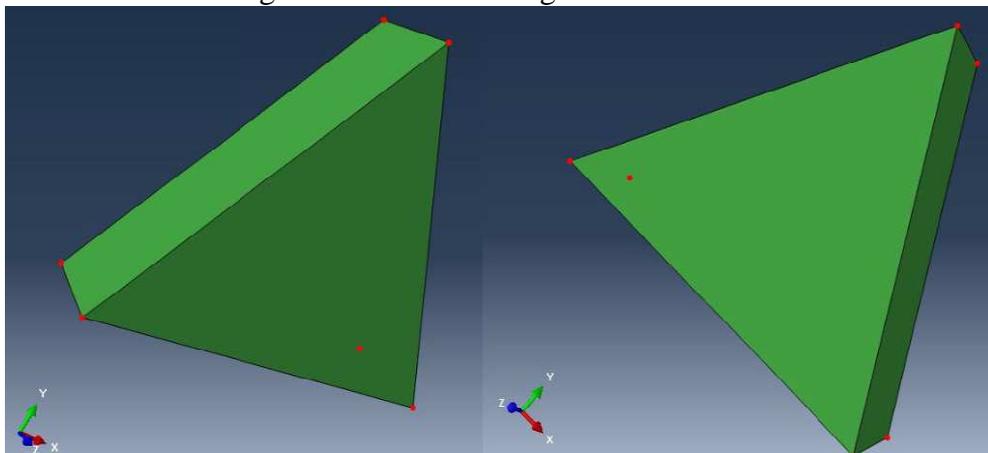
Fonte: Almeida, Paulo Roberto de (2016)

Para gerar a geometria, cada um dos elementos foram modelados na configuração de 6 nós/elemento e 15 nós/elemento, usando uma forma tetraédrica.

O *software Abaqus*® realiza a transformação da geometria C3D6H (6 nós) para a C3D15H (15 nós), e nesse tipo de configuração, deve ser considerada a geometria na forma quadrática.

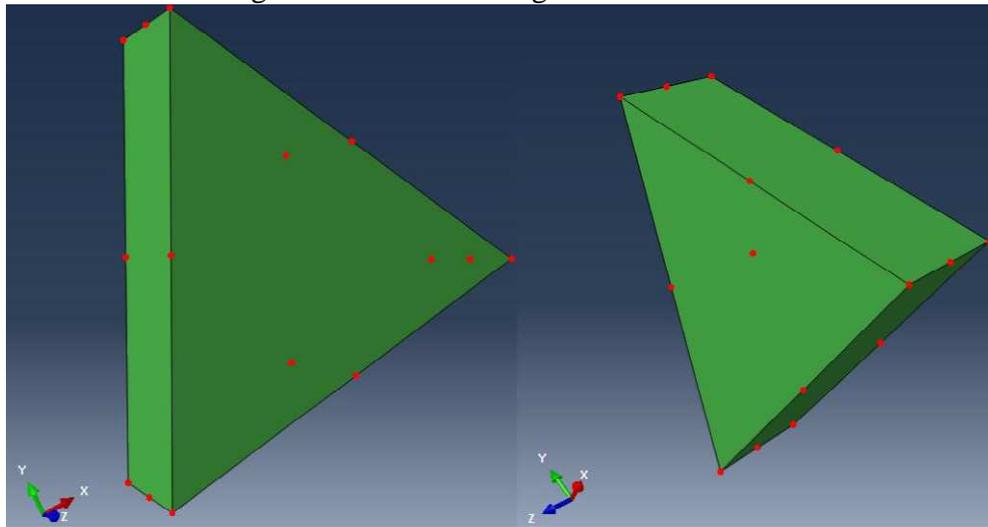
Nas Figuras 14 e 15 apresentam a forma discretizada (subdivisões) dos elementos na malha de elementos finitos. A diferença é que a configuração de 6 nós/elemento apresenta estrutura linear, ou seja, a deformação de cada elemento deve obedecer a uma equação de 1º grau. Já na configuração de 15 nós/elemento, a deformação é de ordem quadrática, o que pode resultar em simulações com maior precisão.

Figura 14 - Malha configurada com 6 nós



Fonte: Almeida, Paulo Roberto de (2016)

Figura 15 - Malha configurada com 15 nós



Fonte: Almeida, Paulo Roberto de (2016)

### 3.4 Geração dos arquivos para simulação

O arquivo *InputFile.inp* contém todas as informações que determinam a estrutura da córnea: o número de elementos, o número de nós, pressão, entre outras. Esse arquivo serve como dados de entrada para o *software Abaqus*<sup>®</sup>. A partir do arquivo *InputFile.inp* gerado pelo programa *OcularModelGeneration* e de dois algoritmos, *Analysis\_batch\_file.bat* e *Out\_Node.py* (ANEXOS A e B), para realizar a análise dos dados que foram gerados.

O script *Analysis\_batch\_file.bat* é responsável por executar o *software Abaqus*<sup>®</sup> sem a necessidade de abrir sua interface gráfica, gerar arquivo contendo os dados de saída com extensão \*.odb e executar o algoritmo *Out\_Node.py* (desenvolvido na linguagem livre *Python*<sup>®</sup>), que serve para gerar a curva simulada de deslocamento. O algoritmo PSO implementa todo esse processo, trabalhando em sinergia com o *Abaqus*<sup>®</sup>.

O algoritmo PSO (desenvolvido na plataforma *Visual Basic*<sup>®</sup>) executa o arquivo *Analysis\_batch\_file.bat*, o qual roda a simulação via *Abaqus*<sup>®</sup> a partir de um arquivo contendo os dados de entrada com extensão \*.inp (geralmente denominado por *InputFile.inp*) e gera um arquivo contendo dados de saída com extensão \*.odb (arquivo contendo resultados do *Abaqus*<sup>®</sup>) e executa o arquivo desenvolvido em *Python*<sup>®</sup>, *Out\_Node.py* (ANEXO B) que usa o arquivo \*.odb para gerar a curva tempo (ou pressão) vs. deslocamento.

Neste trabalho, a curva simulada (tempo vs. deslocamento) foi gerada por meio de um arquivo denominado “*displacement.txt*”, o qual é um arquivo de texto que serve para ser comparado com a função objetivo no programa PSO. O algoritmo PSO trabalha em um laço

de repetição, utilizando o número de iterações pré-definidas pelo usuário e executa o *looping* até que esse número máximo de iterações seja atingido.

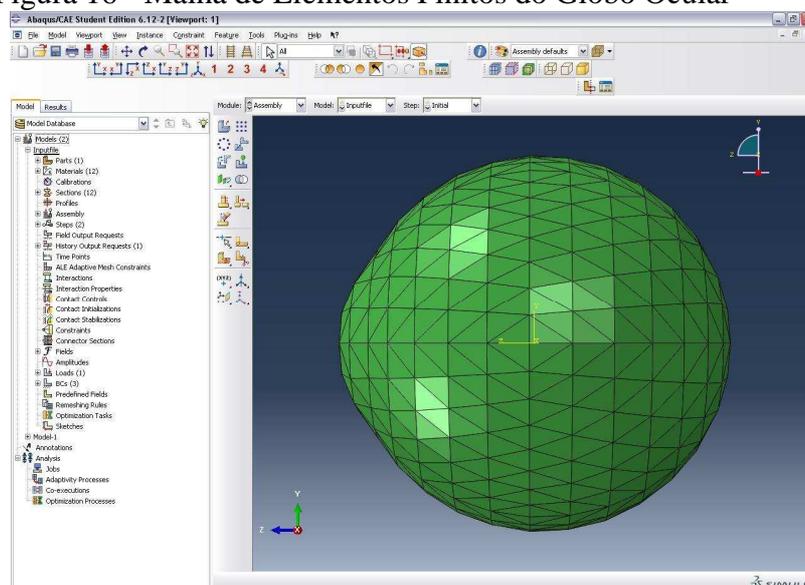
Em resumo, o algoritmo PSO gera valores de deslocamentos e os compara com a função objetivo, a fim de proporcionar dados de entrada para a próxima iteração, objetivando-se assim otimizar as propriedades mecânicas do material, por meio de métodos de análise inversa utilizando o MEF.

### 3.5 Configuração da Modelagem Matemática

Todo o processo de criação dos modelos geométricos em três dimensões foi gerado via *software* comercial *Abaqus*<sup>®</sup> (versão 6.14), sendo utilizada sua interface gráfica para configuração e definição dos parâmetros utilizados no decorrer da simulação. Todo esse processo foi baseado no *setup* utilizado pela Universidade de *Liverpool* para a coleta dos dados experimentais e na aplicação *OcularModelGeneration*. O primeiro passo foi realizar a importação do arquivo *InputFile.inp*, gerado pelo programa *OcularModelGeneration*. Apesar de a córnea ser um material anisotrópico, a respectiva foi considerada nas simulações como sendo isotrópico, por motivos de simplificações.

Na Figura 16, mostra-se a Malha de Elementos Finitos do Globo Ocular obtida pelo *software* *Abaqus*<sup>®</sup>, composto de 772 nós, 768 elementos e possui regiões que representam toda a estrutura do olho humano.

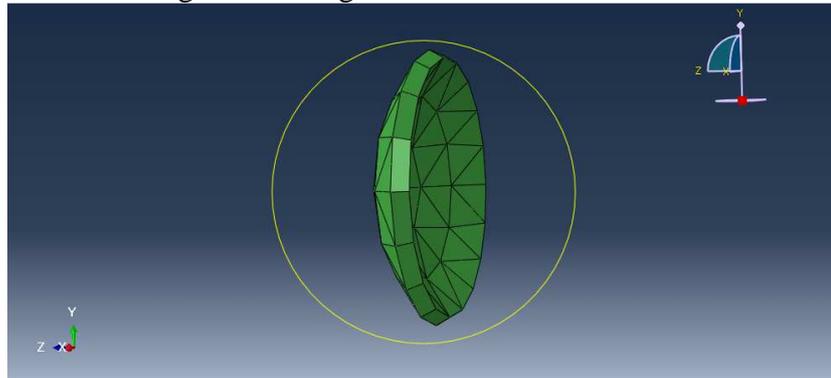
Figura 16 - Malha de Elementos Finitos do Globo Ocular



Fonte: Almeida, Paulo Roberto de (2016)

Considerando que, para obter-se a região correspondente da córnea, na Figura 17, foi criada a malha de elementos finitos gerada por meio do *software Abaqus*<sup>®</sup>, através do modelo discretizado da córnea de um olho humano a partir de dados geométricos oriundos do programa *OcularModelGeneration*.

Figura 17 - Região discretizada da Córnea

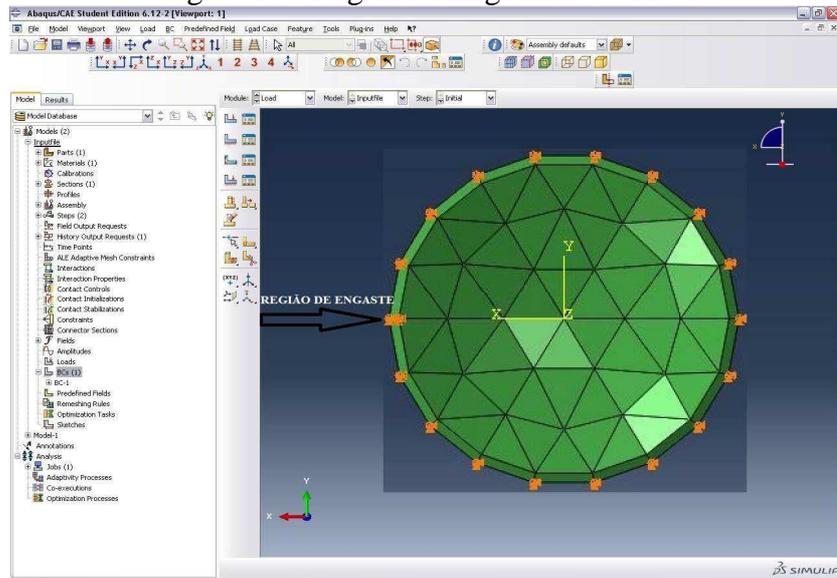


O modelo da córnea utilizado foi considerado hiperelástico, sendo o material definido segundo modelo de OGDEN (Equação 7). Foram considerados como referência valores de  $\mu = 0,054$  e  $\alpha = 110,45$ , obtidos por meio de um software comercial de otimização (*HEEDS*).

Na Figura 18, mostra-se, seguindo os mesmos moldes experimentais da Universidade de *Liverpool*, como a córnea foi engasta. Os nós correspondentes à região do *Limbus* foram fixados como sendo a região de engaste na córnea; esses nós formam as extremidades da córnea, sendo definido o engaste do tipo *Pinned*. As simulações foram desenvolvidas seguindo o teste de inflação utilizado pela Universidade de *Liverpool*.

Foi definida uma região interna da córnea, (Figura 19) para aplicação da pressão interna. Além disso, um ponto de monitoramento foi definido para servir como referencial no processo de coleta dos dados do deslocamento da córnea.

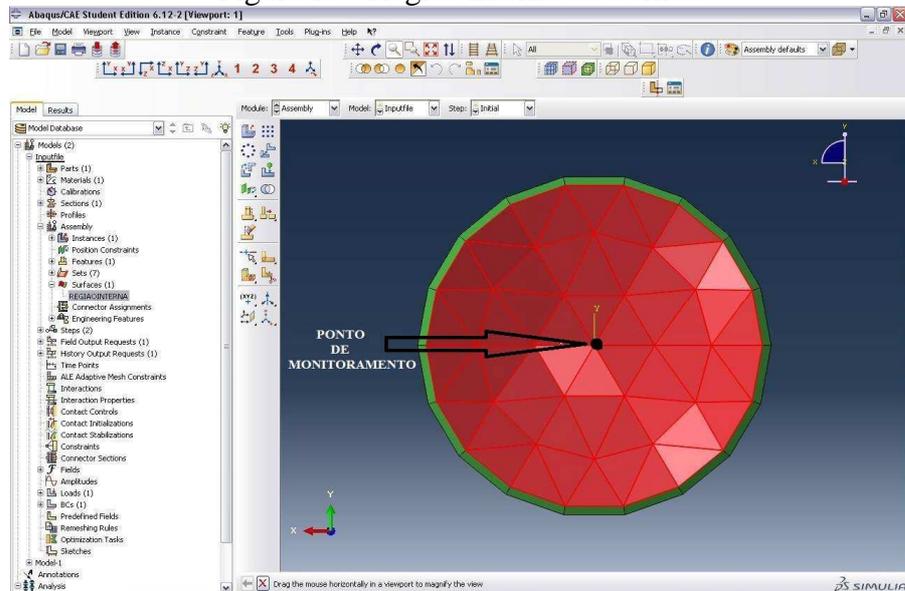
Figura 18 - Região de Engaste da Córnea



Fonte: Almeida, Paulo Roberto de (2016)

Após todo o processo de configurações do cenário simulado, uma pressão com magnitude de 45 mmHg foi aplicada na região interna da córnea, objetivando, assim, calcular o deslocamento sofrido no ponto de monitoramento quando esta sofre a respectiva pressão interna.

Figura 19 - Região Interna da Córnea



Fonte: Almeida, Paulo Roberto de (2016)

### 3.6 Cenários Simulados

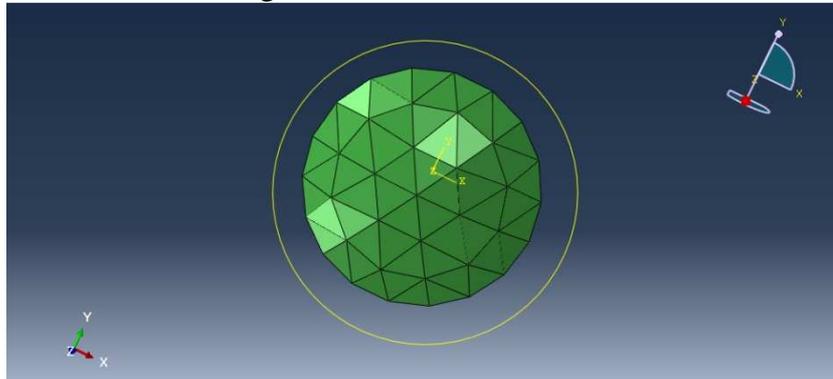
Para cada modelo geométrico gerado foi atribuído um cenário diferente, baseado em valores mínimos e máximos de nós, suportados pela versão do *Abaqus*<sup>®</sup> utilizada, ou seja, 1º cenário ao 5º cenário (TABELA 1).

Tabela 1 - Simulações realizadas

Cenários	Nº de Nós	Nº de Elementos	Nó/elemento
1º cenário	74	54	6 nós/elem
2º cenário	291	54	15 nós/elem
3º cenário	455	108	15 nós/elem
4º cenário	753	150	15 nós/elem
5º cenário	938	864	6 nós/elem

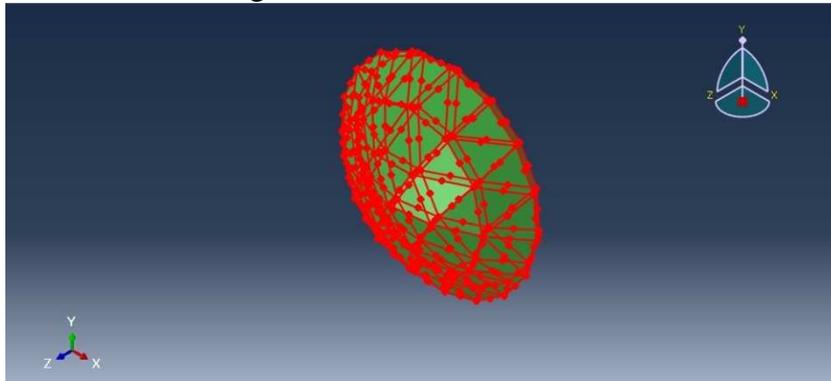
Cada cenário teve seus valores de nós e elementos definidos pela geometria. Valores aleatórios do número de nós, entre o máximo e o mínimo foram atribuídos para os demais cenários. O 1º cenário simulado foi composto por 74 nós e 54 elementos, como mostra a Figura 20.

Figura 20 - Cenário de 74 nós



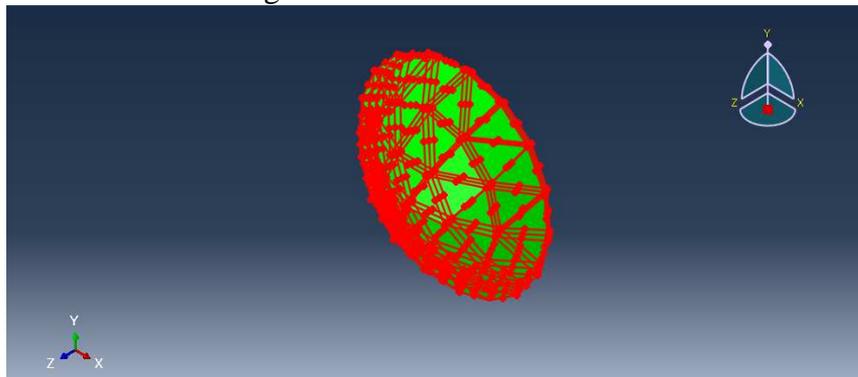
O 2º cenário simulado foi composto por 291 nós e 54 elementos, como mostra a Figura 21.

Figura 21 - Cenário de 291 nós



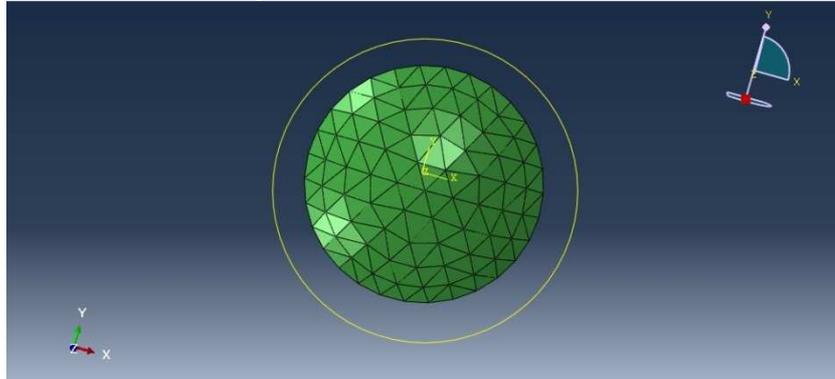
O 3º cenário simulado foi composto por 455 nós e 108 elementos, como mostra a Figura 22.

Figura 22 - Cenário de 455 nós



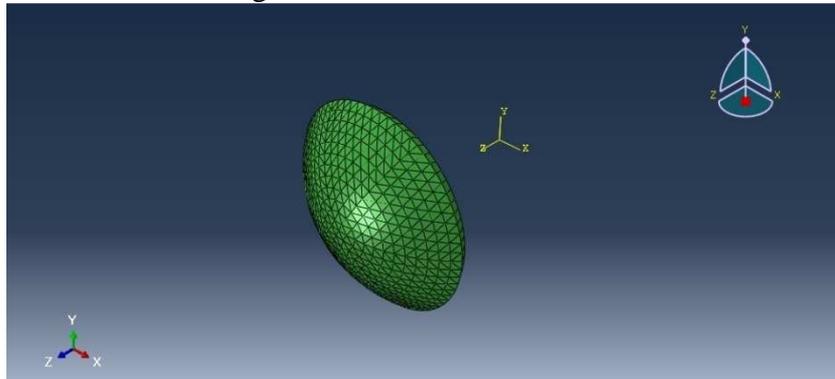
O 4º cenário simulado foi composto por 753 nós e 150 elementos, como mostra a Figura 23.

Figura 23 - Cenário de 753 nós



No 5º cenário simulado foi composto por 938 nós e 864 elementos, como mostra a Figura 24.

Figura 24 - Cenário de 938 nós



## 4 RESULTADOS

### 4.1 Valores limites pré-estabelecidos

Após estabelecidas as condições de contorno (carregamentos e restrições) no *software Abaqus*<sup>®</sup>, as simulações numéricas foram realizadas em conjunto com o algoritmo PSO para a obtenção das propriedades mecânicas do material testado.

Para cada cenário analisado, valores limites pré-definidos para  $\mu_I$  e  $\alpha_I$  (Tabela 2) foram estabelecidos para se testar a estabilidade dos resultados em razão da variação dos valores de entrada no algoritmo PSO.

Tabela 2 - Simulações realizadas com diferentes limites

PARÂMETROS	$\mu_1$ LIMITES (MIN-MAX)	$\alpha_1$ LIMITES (MIN-MAX)
1	0.00001-1	20-400
2	0.00001-1	10-200
3	0.02-0.2	20-150
4	0.01-0.1	60-240
5	0.025-0.075	60-150
6	0.001-0.8	40-300

Esses parâmetros foram definidos no intuito de testar a estabilidade do algoritmo, sendo que o mesmo teste foi executado várias vezes, obtendo-se o mesmo resultado, até mesmo em diferentes computadores.

### 4.2 Valores otimizados de $\mu_I$

Os valores do módulo de cisalhamento ( $\mu_I$ ) obtidos pelo algoritmo PSO em conjunto com o MEF, estão descritos na Tabela 3. Vale ressaltar que, os resultados foram baseados no modelo de Ogden (Equação 7), assumindo  $N=1$ , ou seja,  $\mu_I$  apresenta apenas um valor. Valores de referência de  $\mu_I = 0,054$  e  $\alpha_I = 110,45$  foram obtidos por meio de um software comercial (*HEEDS*) para fins de comparação, licenciado e utilizado pela Universidade de *Liverpool*. Esse software é largamente utilizado em laboratórios e empresas especificamente para esse fim.

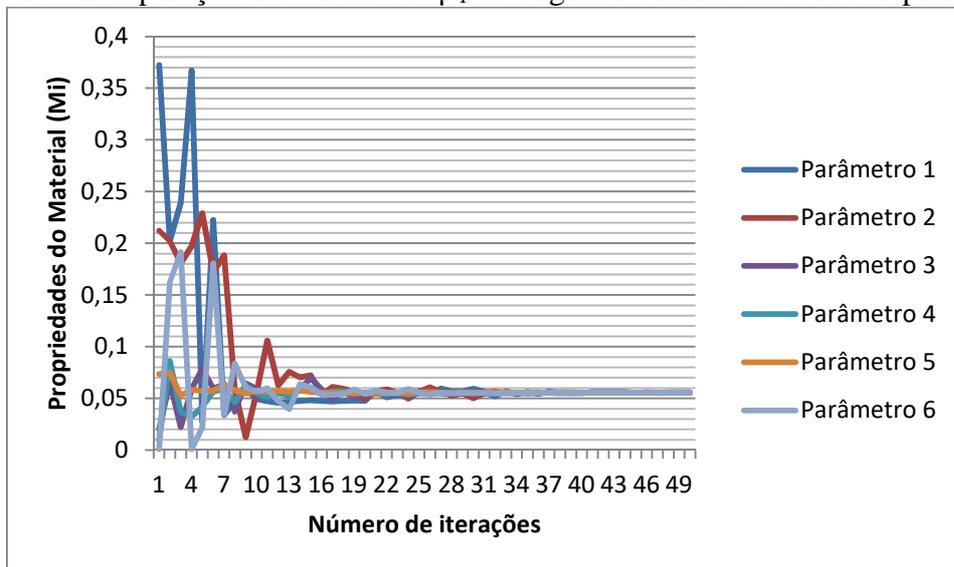
Tabela 3 - Simulações realizadas com o valor de  $\mu_1$ 

$\mu_1$	1º parâmetro	2º parâmetro	3º parâmetro	4º parâmetro	5º parâmetro	6º parâmetro
1º cenário (74 nós)	0,0563	0,0566	0,0470	0,0562	0,0563	0,0563
2º cenário (291 nós)	0,0558	0,0556	0,0555	0,0556	0,0557	0,0555
3º cenário (455 nós)	0,7262	0,7262	0,1507	0,0754	0,0613	0,5813
4º cenário (753 nós)	0,4160	0,4157	0,2000	0,1000	0,0745	0,4192
5º cenário (938 nós)	0,0580	0,0581	0,0580	0,0581	0,0581	0,0581

Pode-se verificar, na Tabela 3, que os valores de  $\mu_1$  no 2º cenário/3º e 6º parâmetros, apresentaram resultados próximos ao valor do *software* comercial *HEEDS* ( $\mu_1 = 0,054$ ). Verifica-se também que, os valores se mantiveram estáveis em todos os parâmetros no 2º cenário, sendo o mais adequado quando comparado com o *software* comercial *HEEDS*.

Mesmo assim, nota-se que houve uma piora nos resultados, sendo que, com o aumento do número de nós, o erro deveria diminuir, pois estaria aumentando a precisão dos resultados, havendo divergências com os resultados esperados.

Na Figura 25, apresentam-se os resultados de  $\mu_1$  para o 2º cenário (291 nós), e o deslocamento referente aos parâmetros simulados.

Figura 25 - Comparação dos valores de  $\mu_1$  no Segundo cenário em todos os parâmetros

Observando as curvas apresentadas na Figura 25, é possível notar que os valores começam a se estabilizar a partir da 40ª iteração com valores otimizados próximos ao obtido pelo *software* comercial *HEEDS* ( $\mu_1 = 0,054$ ).

Isso ocorre, porque no algoritmo PSO, os valores são gerados aleatoriamente em um espaço de busca, onde cada partícula, ou seja, cada valor corresponde a uma possível solução

se desloque até que atinja o melhor resultado. Os valores foram variando e convergiram para valores aproximados dos obtidos pelo *software* comercial *HEEDS*.

### 4.3 Valores otimizados de $\alpha_I$

Os valores de  $\alpha_I$ , obtidos pelo algoritmo PSO em conjunto com o MEF, estão descritos na Tabela 4. Os resultados também foram baseados no modelo de Ogden (Equação 7), assumindo  $N=1$ , sendo um modelo simplificado, ou seja,  $\alpha_I$  apresenta apenas um valor.

Assim como os valores de  $\mu_I$ , esses resultados foram obtidos por meio do algoritmo PSO, que gera valores de deslocamentos e os compara com a função objetivo, a fim de proporcionar dados de entrada para a próxima iteração, objetivando-se assim otimizar as propriedades mecânicas do material. Ao final de todas as iterações, o algoritmo mostra a melhor posição/solução de cada partícula ( $\alpha_I$ ).

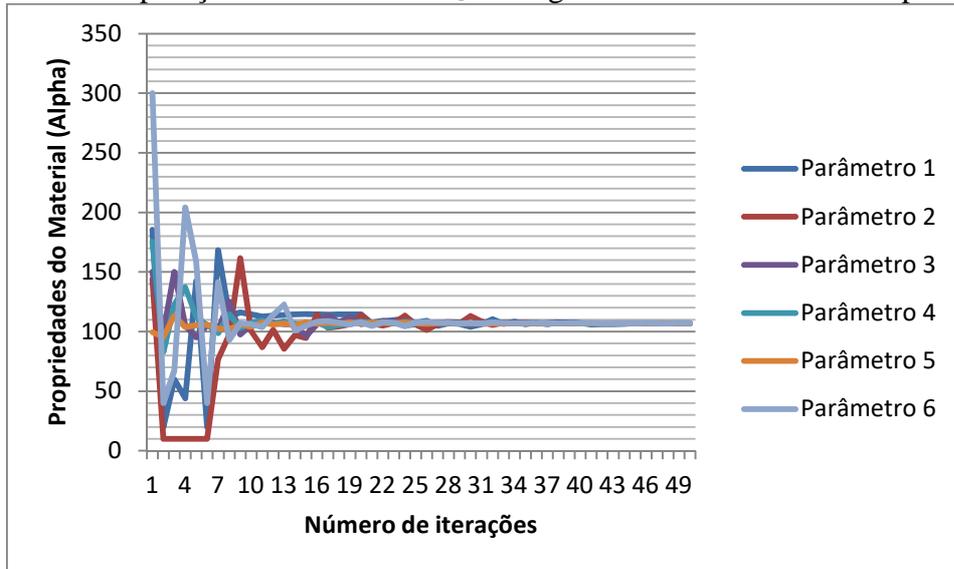
Tabela 4 - Simulações realizadas com o valor de  $\alpha_I$

$\alpha_I$	1° parâmetro	2° parâmetro	3° parâmetro	4° parâmetro	5° parâmetro	6° parâmetro
1° cenário (74 nós)	137,9977	137,6040	150,0000	138,1485	137,9909	137,9087
2° cenário (291 nós)	106,6659	106,8901	106,9647	106,8644	106,8513	106,9321
3° cenário (455 nós)	330,5836	165,2918	126,2523	207,1186	133,5593	252,5046
4° cenário (753 nós)	114,6445	114,6849	150,0000	207,1394	150,0000	114,1607
5° cenário (938 nós)	145,3796	145,2391	145,4367	145,3428	145,3411	145,2911

Pode-se verificar, na Tabela 4, que os valores de  $\alpha_I$  no 2° cenário / 3° parâmetro, apresentou resultado próximo ao valor do *software* comercial *HEEDS* ( $\alpha_I = 110,45$ ). Na Figura 26, apresentam-se os resultados do 2° cenário (291 nós), e o deslocamento referente aos parâmetros simulados. Nem todos os parâmetros obtiveram bons resultados em relação ao *software HEEDS*.

Avaliando o desempenho do 2° cenário, referente ao *software HEEDS*, ele foi o que obteve resultados, com maior estabilidade, como mostra a Figura 26.

Figura 26 - Comparação dos valores de  $\alpha_I$  no Segundo cenário em todos os parâmetros



Observando as curvas apresentadas na Figura 26, é possível notar que os valores começam a estabilizar após a 35ª iteração, mostrando resultados próximos ao obtido pelo *software HEEDS* ( $\alpha_I = 110,45$ ). Assim como ocorreu com os valores de  $\mu_I$ , confirmou-se que o segundo cenário foi o mais adequado para essa situação quando comparado com os resultados do *software HEEDS*.

#### 4.4 Erros dos cenários simulados

As informações dos Erros (Equação 8), estão descritos na Tabela 5. Os resultados foram baseados no modelo de Ogden (Equação 7), assumindo  $N=1$ , sendo um modelo simplificado, ou seja,  $\alpha_I$  e  $\mu_I$  apresenta apenas um valor.

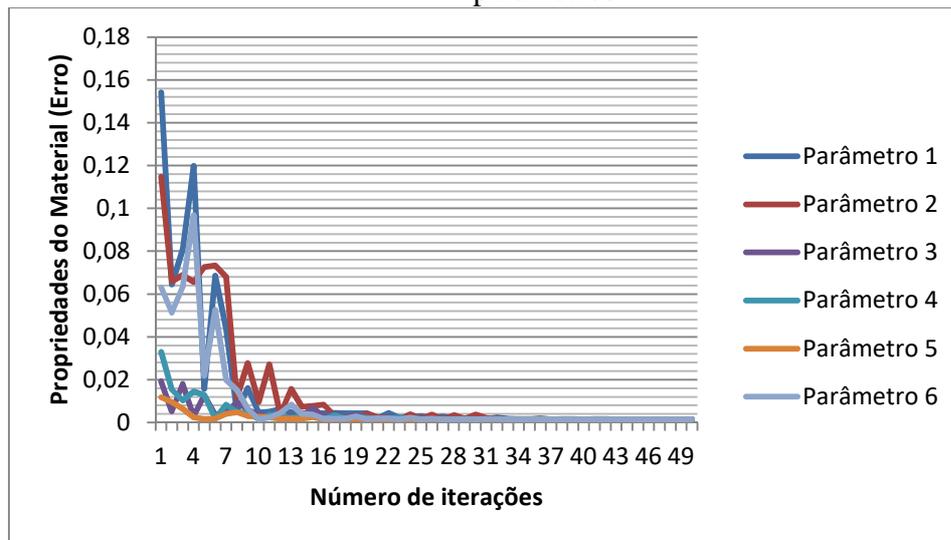
Também obtidos por meio do algoritmo PSO, a partir da diferença entre os valores de deslocamento oriundos das simulações e os pontos gerados pela curva da função objetivo. Ao final de todas as iterações, o algoritmo mostra o menor erro, por meio da soma dos erros ao quadrado (SSE).

Tabela 5 - Simulações realizadas para gerar o Erro (%)

Erro (%)	1° parâmetro	2° parâmetro	3° parâmetro	4° parâmetro	5° parâmetro	6° parâmetro
1° cenário (74 nós)	0,202580	0,203071	0,489359	0,202708	0,202577	0,202692
2° cenário (291 nós)	0,147962	0,147629	0,147729	0,147594	0,147591	0,147724
3° cenário (455 nós)	0,289692	0,289692	0,289692	0,289692	0,289692	0,289692
4° cenário (753 nós)	0,212900	0,212925	1,863865	3,154436	6,620638	0,213666
5° cenário (938 nós)	0,191723	0,191823	0,191732	0,191737	0,191750	0,191811

Na Tabela 5, apresentam-se valores de SSE (%) gerado na finalização do algoritmo PSO. O melhor resultado (menor Erro) foram encontrados no 2° cenário / 5° parâmetro, com 291 nós. Na Figura 27, apresentam-se os resultados do SSE para o 2° cenário – 291 nós, referente aos parâmetros simulados.

Figura 27 - Comparação dos valores de Erro (SSE) no Segundo cenário em todos os parâmetros



Para cada cenário analisado, os resultados foram obtidos após o programa rodar 50 iterações, notando assim sua estabilidade após 40 iterações. Por meio dessa análise, nota-se que o melhor valor de SSE foi obtido no 2° cenário / 5° parâmetro (0,147591%), onde o cenário utilizado possui 291 nós.

#### 4.5 Variando a inércia do melhor erro

Levando-se em consideração que o resultado que mais se aproximou dos dados do *software* comercial *HEEDS* foi para o 2º cenário, alteraram-se os valores de controle da inércia ( $c_1$  e  $c_2$ ), a fim de se testar a convergência do algoritmo. Inicialmente, foram usados os valores recomendados para  $c_1$  e  $c_2 = 1,49445$ , quando se obtiveram valores próximos aos testados pelo *software* comercial *HEEDS*, e separado o melhor Erro entre os cenários. Posteriormente, sabendo qual o cenário mais adequado (2º cenário) foram realizados testes com diversos valores de inércia ( $c_1$  e  $c_2$ ), em diferentes situações. Tomando-se como referência o valor de  $c_1$  e  $c_2 = 1,49445$ , definiram-se três situações adicionais aproximadas e aleatórias, conforme Tabela 6.

Tabela 6 - Valores simulações da inércia

	$c_1$	$c_2$
1º situação	1,45	1,45
2º situação	1,55	1,55
3º situação	1,5	1,5

Nas Figuras 28, 29 e 30 são apresentados os resultados da 1º situação, com o resultado do PSO modificando a inércia, utilizando valores  $c_1$  e  $c_2 = 1,45$ .

Figura 28 - Gráfico Inércia/1º situação referente ao Mi

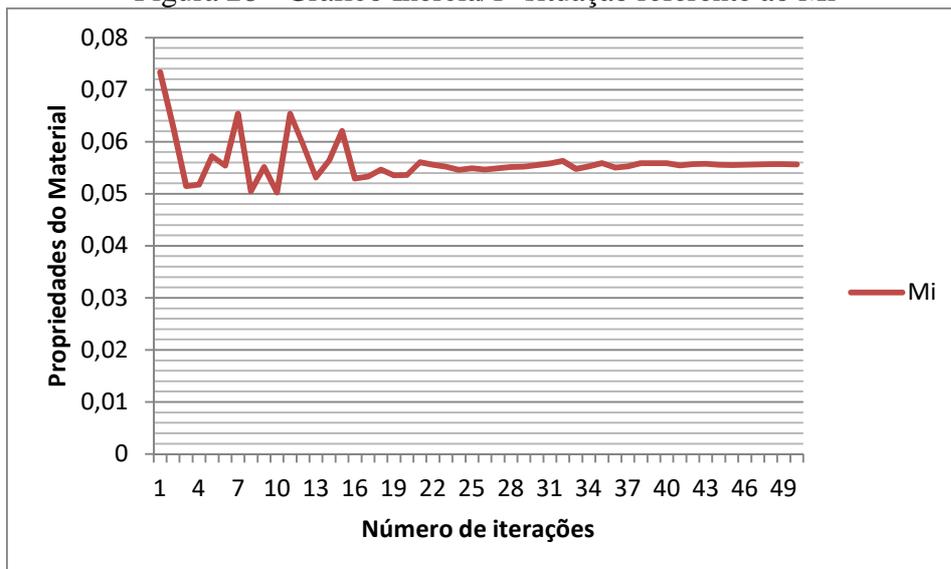


Figura 29 - Gráfico Inércia/1º situação referente ao Alpha

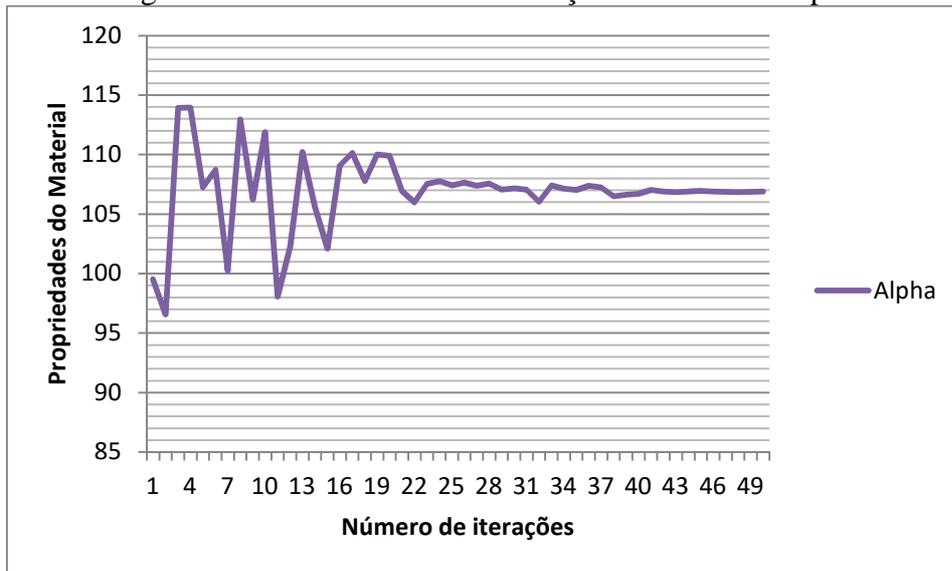
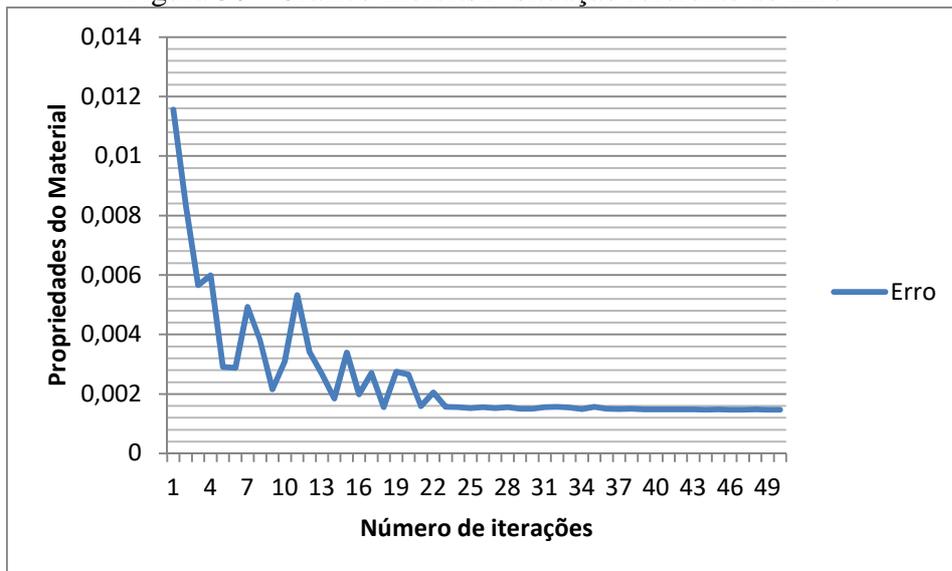


Figura 30 - Gráfico Inércia/1º situação referente ao Erro



Após o final do processamento do algoritmo PSO com os valores de inércia modificados, obtiveram-se os valores otimizados de  $\alpha_1$ ,  $\mu_1$  e  $SSE$ , como mostrado na Tabela 7.

Tabela 7 - Resultados processamento Primeira Situação

**$SSE = 0,0015$**

**$\mu = 0,0556116134721562$**

**$\alpha = 106,890387786332$**

Nas Figuras 31, 32 e 33 são mostrados os resultados da 2ª situação, com o resultado do PSO modificando a inércia, utilizando valores  $c_1$  e  $c_2 = 1,55$ .

Figura 31 - Gráfico Inércia/2ª situação referente ao Mi

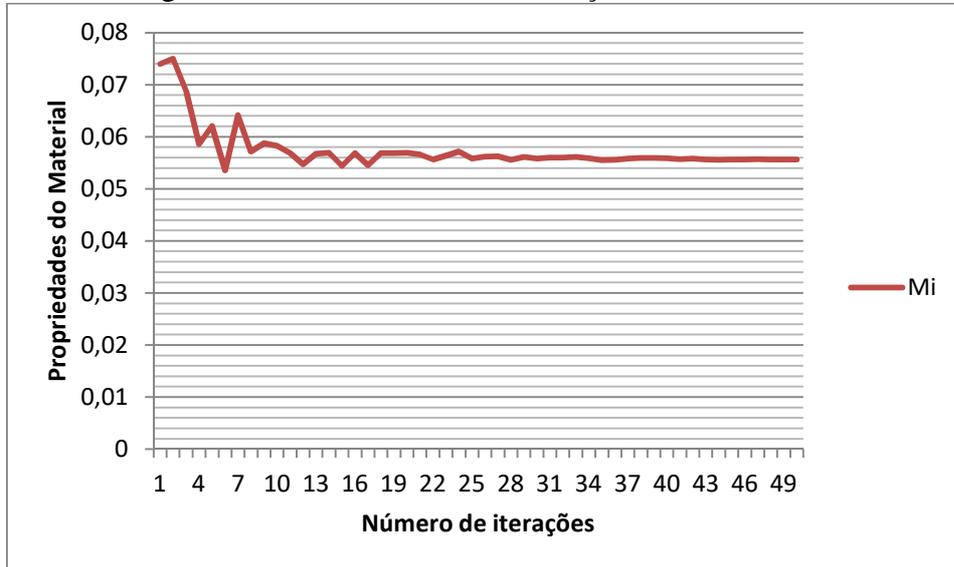


Figura 32 - Gráfico Inércia/2ª situação referente ao Alpha

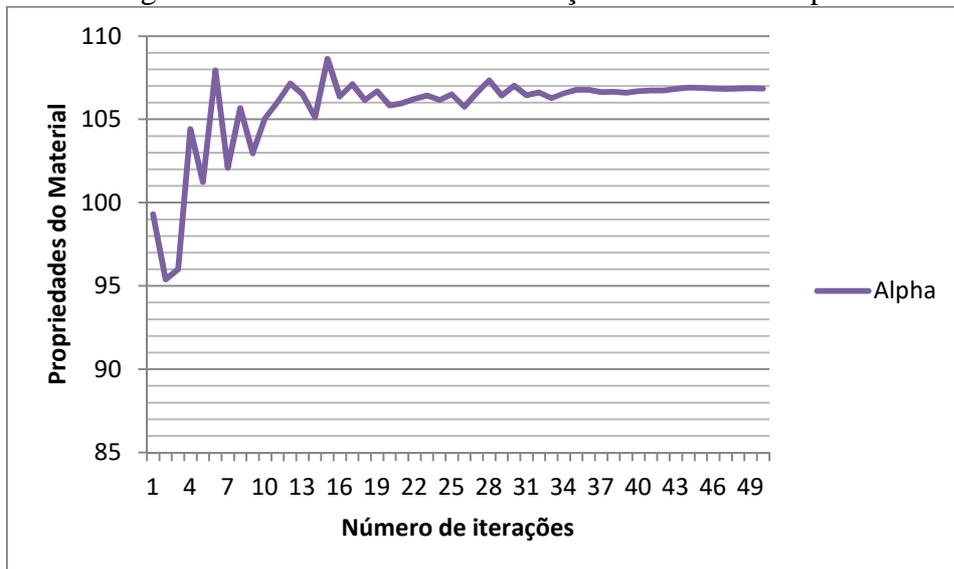


Figura 33 - Gráfico Inércia/2º situação referente ao Erro

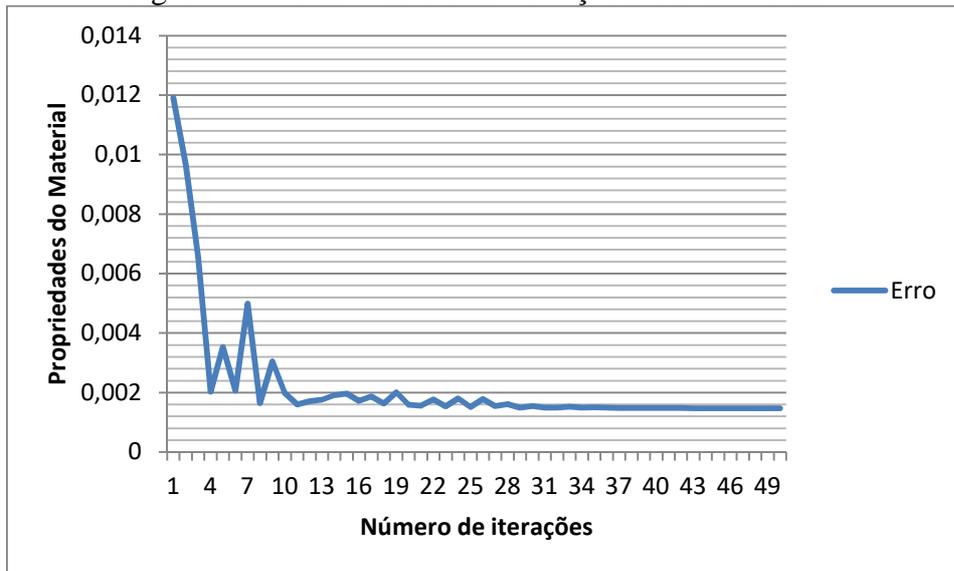


Tabela 8 - Resultados processamento Segunda Situação

**SSE = 0,0015**

**$\mu = 0,0556556971183912$**

**$\alpha = 106,846607141212$**

Nas Figuras 34, 35 e 36 são mostrados os resultados da 3ª situação, com o resultado do PSO modificando a inércia, utilizando valores  $c_1$  e  $c_2 = 1,5$ .

Figura 34 - Gráfico Inércia/3ª situação referente ao Mi

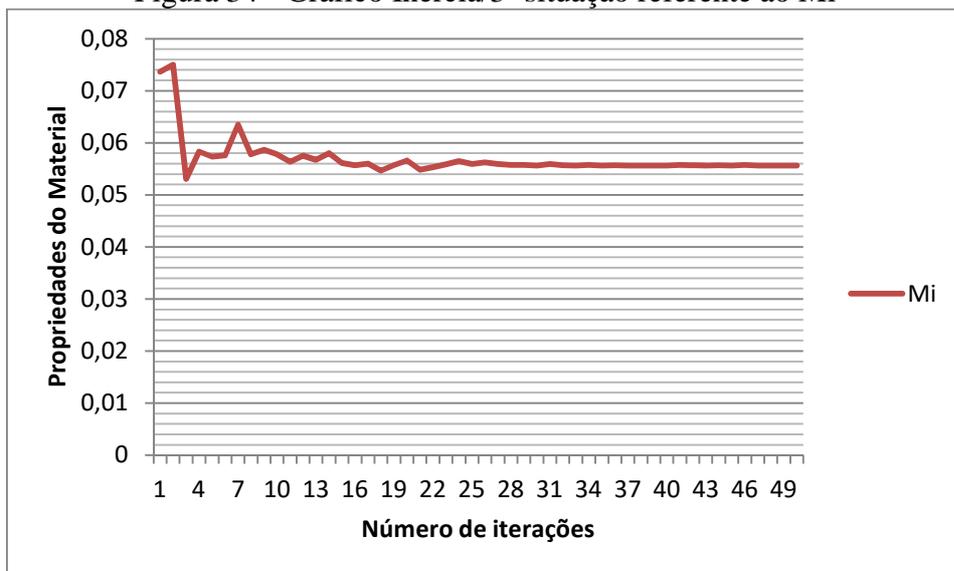


Figura 35 - Gráfico Inércia/3º situação referente ao Alpha

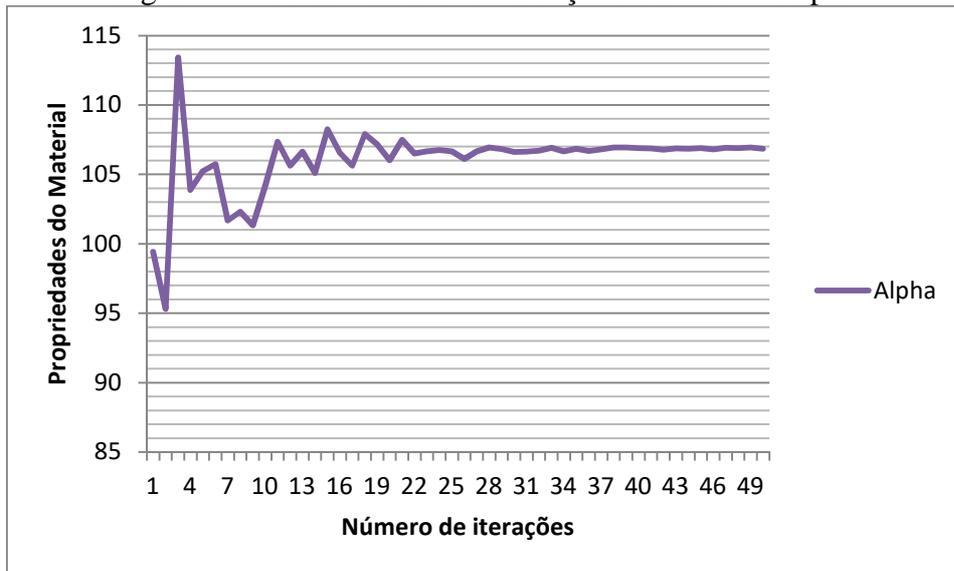


Figura 36 - Gráfico Inércia/3º situação referente ao Erro

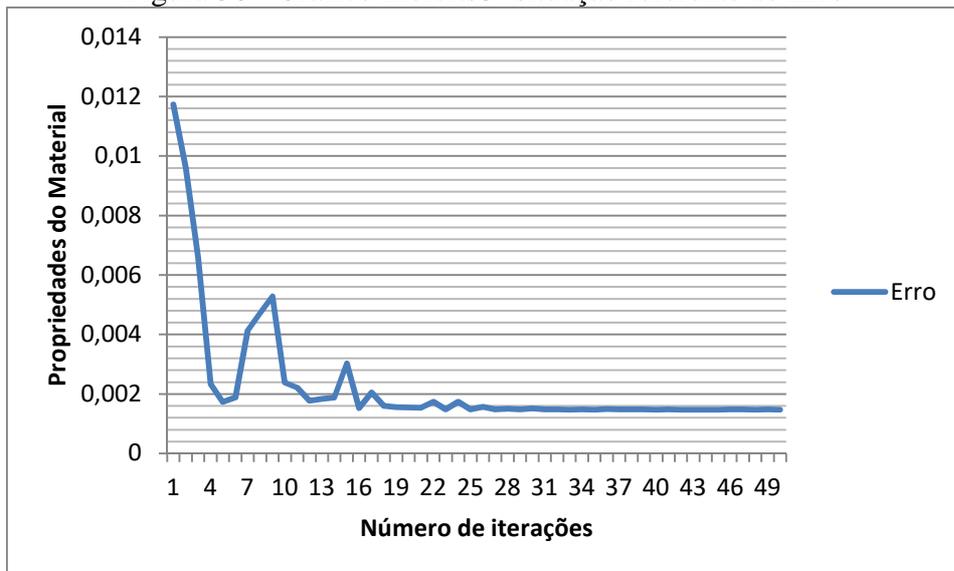


Tabela 9 - Resultados processamento Terceira Situação

---

**SSE = 0,0015**

**$\mu = 0,055639889105577$**

**$\alpha = 106,843791325275$**

---

O *software* PSO inicia o processamento de cada situação fazendo a busca aleatoriamente, dentro dos determinados limites, variando os valores de  $c_1$  e  $c_2$ . O parâmetro que representa a inércia da partícula controla a capacidade do espaço da solução.  $c_1$  e  $c_2$  são os chamados parâmetros de confiança e definem o quanto uma partícula confia em si ( $c_1$ ) ou no bando ( $c_2$ ).

Os resultados foram obtidos utilizando valores aleatórios de inércia  $c_1$  e  $c_2$  para comparar com o menor Erro gerado pelo *software* PSO. Os resultados mostraram-se insuficientes, pois, baseados nesses parâmetros permaneceram praticamente com os valores aproximados do cenário original e, não demonstrando valores ideais para uma avaliação adequada, pois convergiram para valores praticamente idênticos.

Tabela 10 Valores de referência

	$SSE$	$\mu_I$	$\alpha_I$
<b>1° situação da Inércia</b>	0,00147605	0,055611613	106,8903878
<b>2° situação da Inércia</b>	0,00147591	0,055655697	106,8466071
<b>3° situação da Inércia</b>	0,001476166	0,055639889	106,8437913
<b>Resultados Originais</b>	<b>0,001475907</b>	<b>0,055650591</b>	<b>106,8512689</b>

Todas as situações da inércia mostraram resultados semelhantes em relação aos valores de referência, o que comprovou a estabilidade e convergência do algoritmo proposto.

## 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Comprovou-se que a estabilidade e convergência variando-se limites máximos e mínimos na técnica de análise inversa pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), em conjunto com o algoritmo PSO, foram satisfatórios, pois por meio dos resultados obtidos, demonstrou o potencial uso do PSO em conjunto com análise inversa do MEF para caracterização de materiais hiperelásticos.

Valores de  $\mu_I = 0,054$  e  $\alpha_I = 110,45$  foram obtidos por meio de um software comercial (*HEEDS*), licenciado e utilizado pela Universidade de *Liverpool*.

Para cenários simulados executados a partir de um número restrito de nós (máximo de 1000 nós por modelo geométrico) em função da versão do *software Abaqus* utilizada nas simulações.

Em relação ao PSO padrão x Inércia, o valor, mesmo de pouca relevância, leva a concluir que, perante experimentos, foram notados ainda, melhorias no PSO padrão, mas, baseado nesses parâmetros, esses valores foram insuficientes para uma correta avaliação.

Este trabalho conseguiu atingir os objetivos, e a continuação de seus experimentos, será de grande importância, implicando em melhorias tanto no campo de ciências médicas, como em engenharias. Na medicina, poderá contribuir no tratamento de diversas doenças oculares, em equipamentos mais eficientes de diagnósticos, ou mesmo procedimentos cirúrgicos. Poderá ainda, orientar na melhoria e criação de modelos matemáticos, atuando diretamente na melhoria da vida humana.

Para trabalhos futuros, propõe-se utilizar diferentes valores de inércia, ou seja,  $c_1 \neq c_2$  e testar valores de  $\mu$  e  $\alpha$  para um número maior de variáveis, por exemplo, modelo de Ogden para  $N = 3$ .

## REFERÊNCIAS

- ALIÓ, J. L. et al. Factors influencing corneal biomechanical changes after microincision cataract surgery and standard coaxial phacoemulsification. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, New York, v. 36, n. 6, p. 890-897, 2010.
- ALMEIDA, P. R. de. **Estudo do comportamento mecânico de córneas via simulações numéricas**. 2016. 80 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Sistemas e Automação)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2016.
- ANDREASSEN, T. T.; SIMONSEN, A. H.; OXLUND, H. Biomechanical properties of keratoconus and normal corneas. **Experimental Eye Research**, London, v. 31, n. 4, p. 435-441, 1980.
- AZAR, F.; METAXAS, D.; SCHNALL, D. A deformable finite element model of the breast for predicting mechanical deformations under external perturbations. **Academic Radiology**, New York, n. 8, p. 965-975, 2001.
- AZEVEDO, A. F. **Método dos elementos finitos**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 248 p.
- BOOTE, C. et al. Collagen fibrils appear more closely packed in the prepupillary cornea: optical and biomechanical implications. **Investigative Ophthalmology & Visual Science**, Philadelphia, v. 44, n. 7, p. 2941-2948, 2003.
- BOOTE, C. et al. Lamellar orientation in human cornea in relation to mechanical properties. **Journal of Structural Biology**, New York, v. 149, n. 1, p. 1-6, Jan. 2005.
- BOOTE, J.; BARBER, R.; COOPER, C. Principles and indicators of successful consumer involvement in NHS research: results of a Delphi study and subgroup analysis. **Health Policy**, Amsterdam, n. 75, p. 280-297, 2006.
- CHEN, M. C. et al. Corneal biomechanical measurements before and after laser in situ keratomileusis. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, New York, v. 34, n. 11, p. 1886-1891, 2008.
- CLOUGH, R. W. The finite finite element method in plane stress analysis. In: CONFERENCE ON ELECTRONIC COMPUTATION, 2., 1960, Pittsburg. **Proceedings...** Pittsburg: ASCE, 1960.
- DAXER, A. et al. Collagen brils in the human corneal stroma: structure and aging. **Journal Investigative Ophthalmology & Visual Science**, Texas, v. 39, n. 3, p. 644-648, Mar. 1998.
- EBERHART, R. C.; SIMPSON, P. K.; DOBBINS, R. W. **Computational intelligence PC tools**. Boston: Academic Press Professional, 1996. 464 p.
- EDMUND, C. Corneal elasticity and ocular rigidity in normal and keratoconic eyes. **Acta Ophthalmologica Scandinavica**, Hvidovre, v. 66, n. 2, p. 134-140, 1988.

ELSHEIKH, A. **Understanding corneal biomechanics through experimental assessment and numerical simulation**. New York: Nova Science, 2010. 63 p.

ELSHEIKH, A.; ALHASSO, D.; RAMA, P. Assessment of the epithelium's contribution to corneal biomechanics. **Experimental Eye Research**, London, v. 86, n. 2, p. 445-451, 2008.

ELSHEIKH, A. et al. Assessment of corneal biomechanical properties and their variation with age. **Current Eye Research**, London, v. 32, n. 1, p. 11-19, July 2007.

GEFEN, A. et al. Biomechanical analysis of the keratoconic cornea. **Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials**, New York, v. 2, n. 3, p. 224-236, 2009.

GOLDICH, Y. et al. Effect of diabetes mellitus on biomechanical parameters of the cornea. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, New York, v. 35, n. 4, p. 715-719, 2009.

HAGER, A.; WEGSCHEIDER, K.; WIEGAND, W. Changes of extracellular matrix of the cornea in diabetes mellitus. **Graefe's Archive for Clinical and Experimental Ophthalmology**, Berlin, v. 247, n. 10, p. 1369-1374, 2009.

HAMILTON, K. E.; PYE, D. C. Young's modulus in normal corneas and the effect on applanation tonometry. **Journal of Optometry & Vision Science**, Philadelphia, v. 85, n. 6, p. 445-450, June 2008.

HASSAN, R. **A comparison of particle swarm optimization and the genetic algorithm**. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004. 13 p.

HENNIGHAUSEN, H. et al. Anterior-posterior strain variation in normally hydrated and swollen rabbit cornea. **Investigative Ophthalmology & Visual Science**, Philadelphia, v. 39, n. 2, p. 253-262, 1998.

HJORTDAL, J. O. On the biomechanical properties of the cornea with particular reference to refractive surgery. **Acta Ophthalmologica Scandinavica**, Hvidovre, v. 76, n. S225, p. 1-23, 1998. Supplement.

HJORTDAL, J. O. Regional elastic performance of the human cornea. **Journal of Biomechanics**, New York, v. 29, n. 7, p. 931-942, 1996.

HOLZAPFEL, G. A. **Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering**. New York: J. Wiley, 2000. 455 p.

HUMPHREY, J. Continuum biomechanics of soft biological tissues. **Proceedings of Mathematics and Physics Engineering Science (Series A)**, London, v. 459, n. 2029, Jan. 2003. Disponível em: <<http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/459/2029/3>>. Acesso em: 10 mar. 2016.

HUTTON, D. **Fundamentals of finite element analysis**. New York: McGrawHill, 2004. 494 p.

KAMIYA, K.; SHIMIZU, K.; OHMOTO, F. Comparison of the changes in corneal biomechanical properties after photorefractive keratectomy and laser in situ keratomileusis. **Cornea**, Ann Arbor, v. 28, n. 7, p. 765-769, 2009.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. Particle swarm optimization. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1995, Perth. **Proceedings...** Perth, 1995. v. 4, p. 1942-1948.

KOMAI, Y.; USHIKI, T. The tree-dimensional organization of collagen fibrils in the human cornea and sclera. **Investigative Ophthalmology & Visual Science**, Philadelphia, v. 32, n. 8, p. 2244-2258, 1991.

KOTECHA, A. What biomechanical properties of the cornea are relevant for the clinician? **Survey of Ophthalmology**, Brookline, v. 52, n. 6, p. 109-114, 2007.

KUCUMEN, R. B. et al. Corneal biomechanical properties and intraocular lens implantation. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, London, v. 34, n. 12, p. 2096-2098, 2008.

LAPPER, R.; GASSON, P.; KARRI, V. A hyperelastic finite-element model of human skin for interactive realtime surgical simulation. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v. 58, n. 4, p. 1013-1022, Apr. 2011.

LIU, J.; ROBERTS, C. J. Influence of corneal biomechanical properties on intraocular pressure measurement: quantitative analysis. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, New York, v. 31, n. 1, p. 146-155, Jan. 2005.

MAIA, L. F. **O uso do método do exame de partículas na otimização da latência e consumo de energia de uma rede-em-chip**. 2009. 96 p. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Processos Industriais)-Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2009.

MARTINS, P.; JORGE, R.; FERREIRA, A. A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: application to silicone-rubber and soft tissues. **Strain: An International Journal for Experimental Mechanics**, London, v. 42, p. 135-147, 2006.

MAURICE, D. M.; MONROE, F. Cohesive strength of corneal lamellae. **Experimental Eye Research**, London, v. 50, n. 1, p. 59-63, Jan. 1990.

MEEK, K. M.; BOOTE, C. The organization of collagen in the corneal stroma. **Experimental Eye Research**, London, v. 78, n. 3, p. 503-512, 2004.

MEEK, K. M. et al. Changes in collagen orientation and distribution in keratoconus corneas. **Investigative Ophthalmology & Visual Science**, Philadelphia, v. 46, n. 6, p. 1948-1956, 2005.

MEEK, K. M. et al. The organization of collagen fibrils in the human corneal stroma: a synchrotron X-ray diffraction study. **Current Eye Research**, London, v. 6, n. 7, p. 841-846, 1987.

MTHEMBU, L. et al. Finite element model selection using particle swarm optimization. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 28., 2010, Jacksonville. **Proceedings...** Jacksonville, 2010. 1 CD-ROM.

MONTEIRO, B. da F. **Aplicação do método do enxame de partículas na otimização de sistemas de ancoragem de unidades flutuantes para exploração de petróleo offshore.** 2008. 119 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

MULLER, L. J. et al. A new three-dimensional model of the organization of proteoglycans and collagen fibrils in the human corneal stroma. **Experimental Eye Research**, London, v. 78, n. 3, p. 493-501, Mar. 2004.

MURARO JÚNIOR, A. **Projeto ótimo de moduladores eletroópticos.** 2008. 137 p. Tese (Doutorado em Computação Aplicada)-Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2008.

NEWTON, R. H.; MEEK, K. M. The integration of the corneal and limbal fibrils in the human eye. **Biophysical Journal**, New York, v. 75, n. 5, p. 2508-2512, 1998.

OGDEN, R. **Non-linear elastic deformations.** New York: Dover, 1984. 560 p.

ORTIZ, D. et al. Corneal biomechanical properties in normal, post-laser situ keratomileusis, and keratoconic eye. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, New York, v. 33, n. 8, p. 1371-1375, 2007.

OTAVIANO, H.; FRAZÃO, H. A. Alguns aspectos da óptica do olho humano. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 1-8, 2011.

PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. Particle swarm optimization method in multiobjective problems. In: ACM SYMPOSIUM ON APPLIED COMPUTING, 2002, Madrid. **Proceedings...** Madrid: ACM, 2002. p. 603-607.

PATRÍCIA, K. **Por que algumas aves voam em formato de V?** Disponível em: <<http://diariodebiologia.com/2011/10/por-que-algumas-aves-voam-em-v/>>. Acesso em: 25 jul. 2015.

PRADO, J. R. do; SARAMAGO, S. F. P. Otimização por colônia de partículas. **FAMAT em Revista**, Uberlândia, n. 4, abr. 2005. Disponível em: <[http://www.sbmec.org.br/eventos/cnmac/cd\\_xxviii\\_cnmac/posters/060posterCNMAC2005\\_jair\\_prado.pdf](http://www.sbmec.org.br/eventos/cnmac/cd_xxviii_cnmac/posters/060posterCNMAC2005_jair_prado.pdf)>. Acesso em: 10 mar. 2016.

RICHARD, H. N.; MEEK, K. M. The integration of the corneal and limbal fibrils in the human eye. **Biophysical Journal**, New York, v. 75, n. 5, p. 2508-2512, Nov. 1998.

ROBERTS, C. Biomechanics of the cornea and wavefront-guided laser refractive surgery. **Journal of Refractive Surgery**, Thorofare, v. 18, n. 5, p. S589-592, 2002.

SAMUELSON, D. A. Ophthalmic anatomy. In: GELATT, K. N. (Ed.). **Veterinary ophthalmology.** Iowa: Blackwell, 2007. v. 1, p. 37-148.

SEILER, T. et al. Does Bowman's layer determine the biomechanical properties of the cornea? **Refractive & Corneal Surgery**, Thorofare, v. 8, n. 2, p. 139-142, 1992.

SHIN, T. J. et al. The distribution of strain in the human cornea. **Journal of Biomechanics**, New York, v. 30, n. 5, p. 497-503, May 1997.

SLATTER, D. **Fundamentals of veterinary ophthalmology**. 3<sup>rd</sup> ed. Pennsylvania: W. B. Saunders, 2001. 520 p.

SOARES, R. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão: aplicação a pavimentos**. 1997. 140 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

SOUZA, R. M. de. **O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor**. Belém: Ed. UFPA, 2003. 39 p.

TABER, L. A. **Nonlinear theory of elasticity: applications in biomechanics**. Singapore: World Scientific Singapore, 2004. 80 p.

TOUBOUL, D. et al. Correlations between corneal hysteresis, intraocular pressure, and corneal central pachymetry. **Journal of Cataract & Refractive Surgery**, New York, v. 34, n. 4, p. 616-622, Apr. 2008.

## ANEXOS

### ANEXO A - Arquivo "Analysis\_batch\_file.bat"

: command to refer to current working directory

pushd "%~dp0"

: Step 1

#####

: Delete unwanted files

#####

Del \*.prt

Del \*.msg

Del \*.rec

Del \*.sim

Del \*.mdl

Del \*.stt

Del \*.log

Del \*.bak

Del \*.cid

Del \*.ipm

Del \*.lck

Del \*.com

Del \*.023

Del \*.dat

Del \*.1

Del \*.2

Del \*.3

Del \*.4

Del \*.5

Del \*.6

Del \*.7

Del \*.8

Del \*.rpy

Del \*.bak

```

Del *.var
Del *.par
Del *.pes
Del *.pmg
Del *.odb
Del *.sta
Del *.fil
Del *.sta

```

```
: Step 2
```

```
#####
```

```
: First step run the fourth parametric studies to generate
```

```
#####
```

```
call abaqus job=InputFile int
```

```
:Step3
```

```
#####
```

```
: Run Abaqus python to extract the displacement values
```

```
#####
```

```
call abaqus cae noGUI=Out_Node1.py
```

```
:Step34
```

```
#####
```

```
: Delete unwanted files
```

```
#####
```

```

Del *.prt
Del *.msg
Del *.rec
Del *.sim
Del *.mdl
Del *.stt
Del *.log
Del *.bak
Del *.cid

```

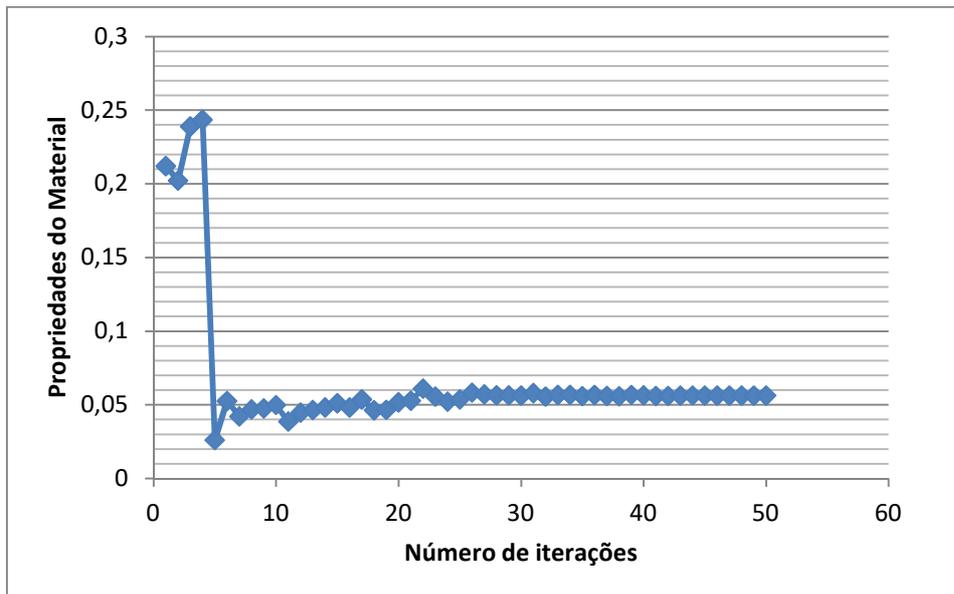
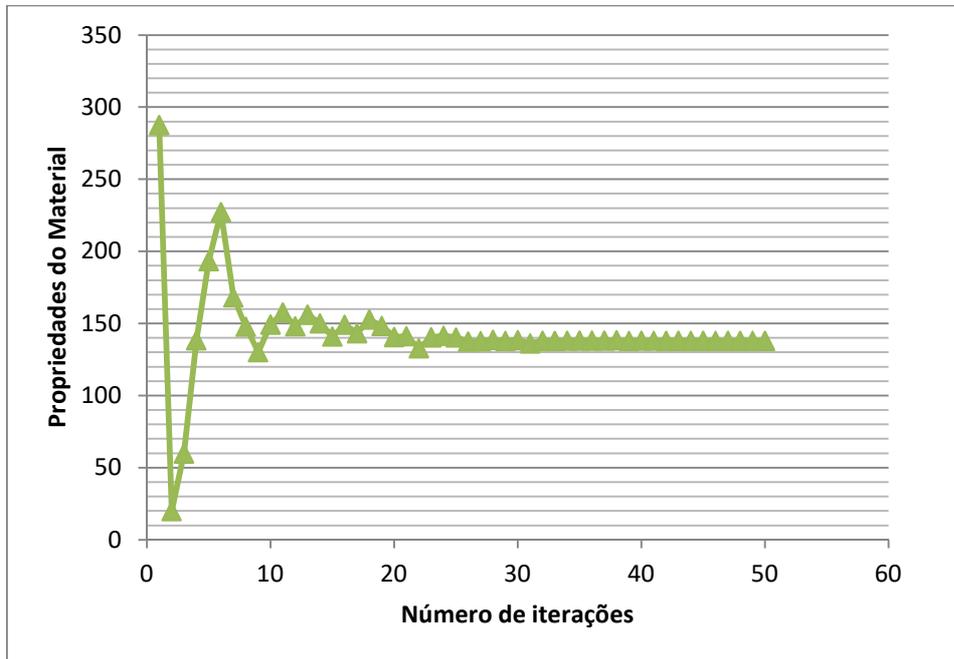
Del \*.ipm  
Del \*.lck  
Del \*.com  
Del \*.023  
Del \*.dat  
Del \*.1  
Del \*.2  
Del \*.3  
Del \*.4  
Del \*.5  
Del \*.6  
Del \*.7  
Del \*.8  
Del \*.rpy  
Del \*.bak  
Del \*.var  
Del \*.par  
Del \*.pes  
Del \*.pmg  
Del \*.fil  
Del \*.sta

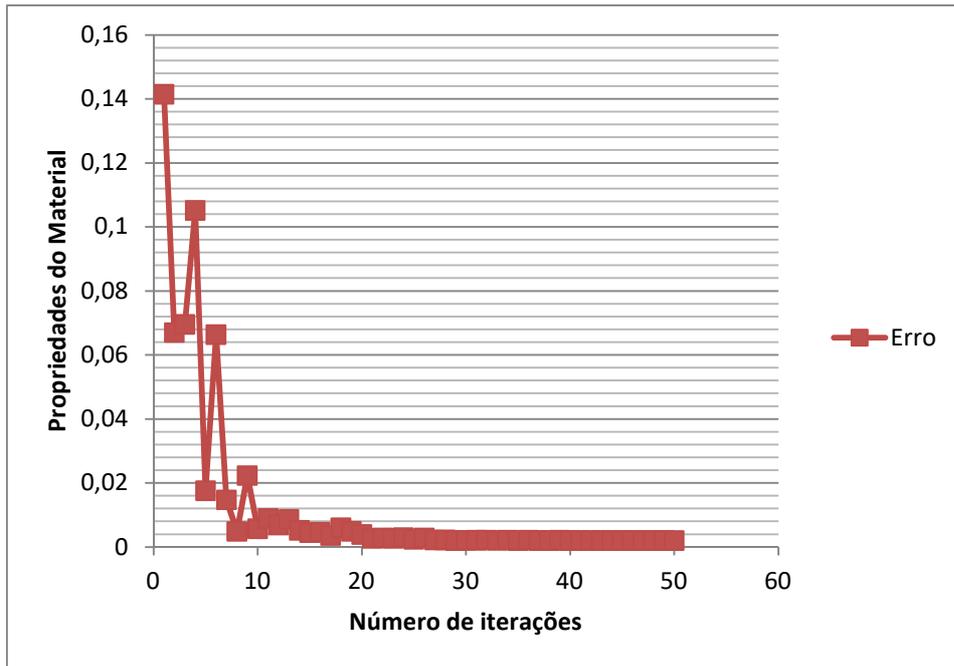
:#####

**ANEXO B** - Arquivo “Out\_Node.py”

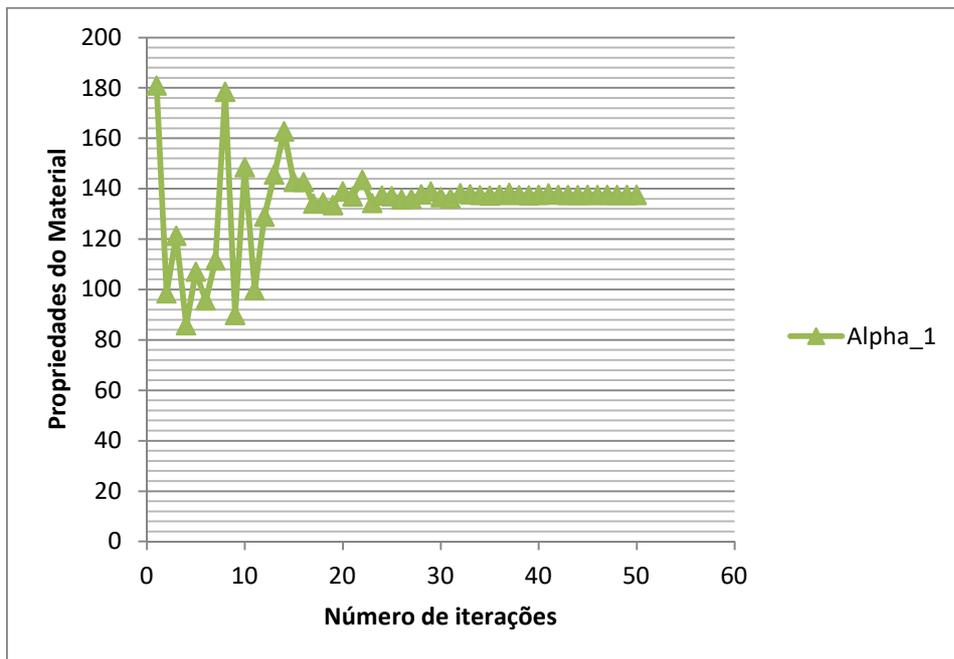
```
from odbAccess import *
odb = openOdb(path='InputFile.odb')
step = odb.steps['Step-1']
outputFile = open('DisplacementPostInflation.txt','w')
region = step.historyRegions['Node PART-1-1.1'] # node 1 is the cornea apex (center of the
cornea)
outputs = region.historyOutputs['U3']
i = 0
for time, value in outputs.data:
    i = i + 1
    outputFile.write('%16.8E, %16.8E \n' % (time*0.0059995064, value))
    outputFile.write(' 0.00000000E+00, 0.002098442')
outputFile.close()
```

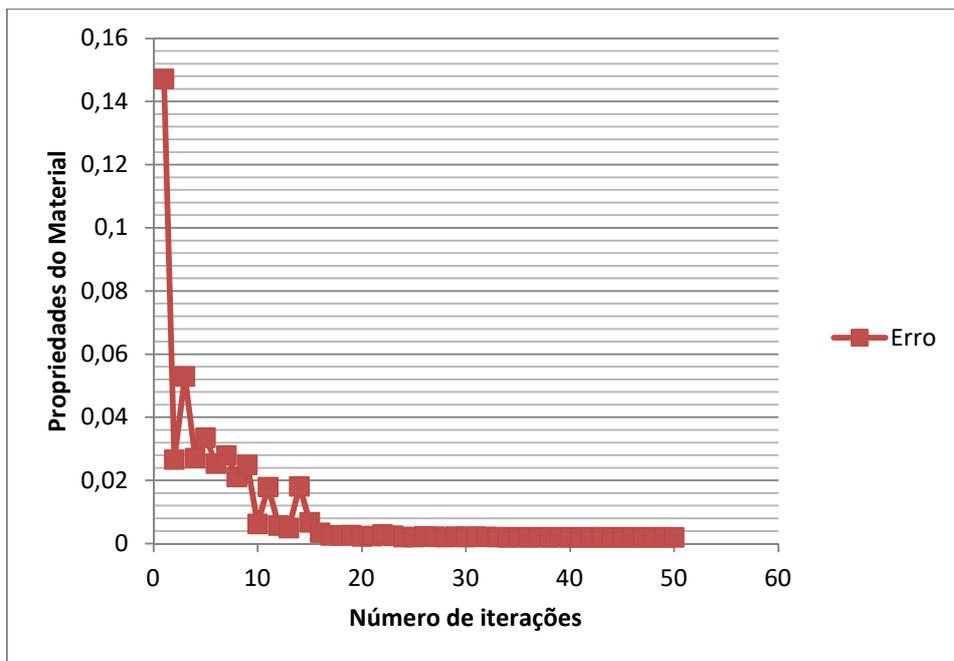
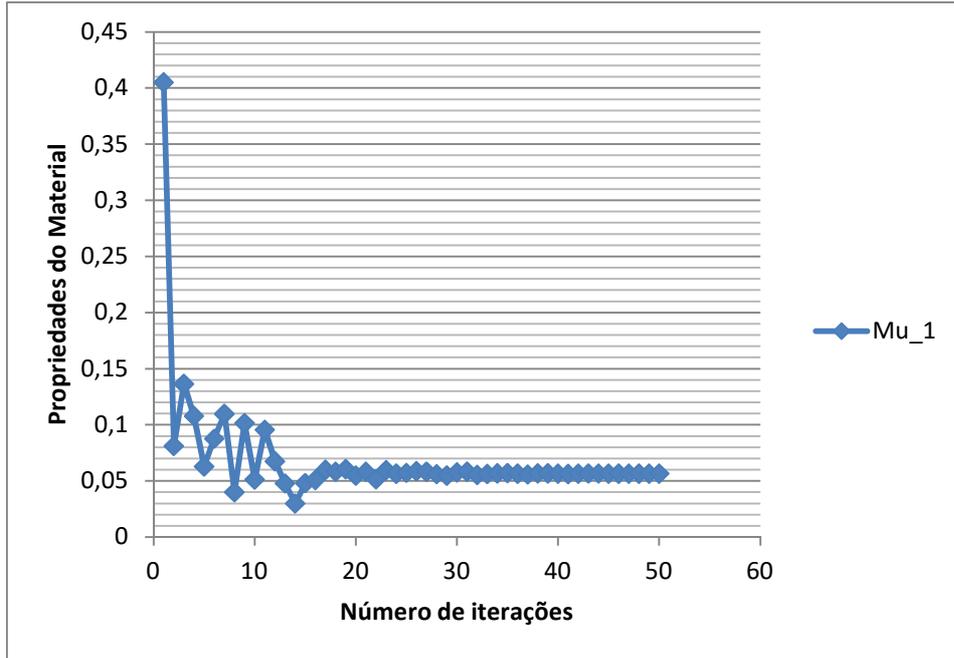
## ANEXO C-1 – Resultados 1º cenário / 1º parâmetro – 74 nós



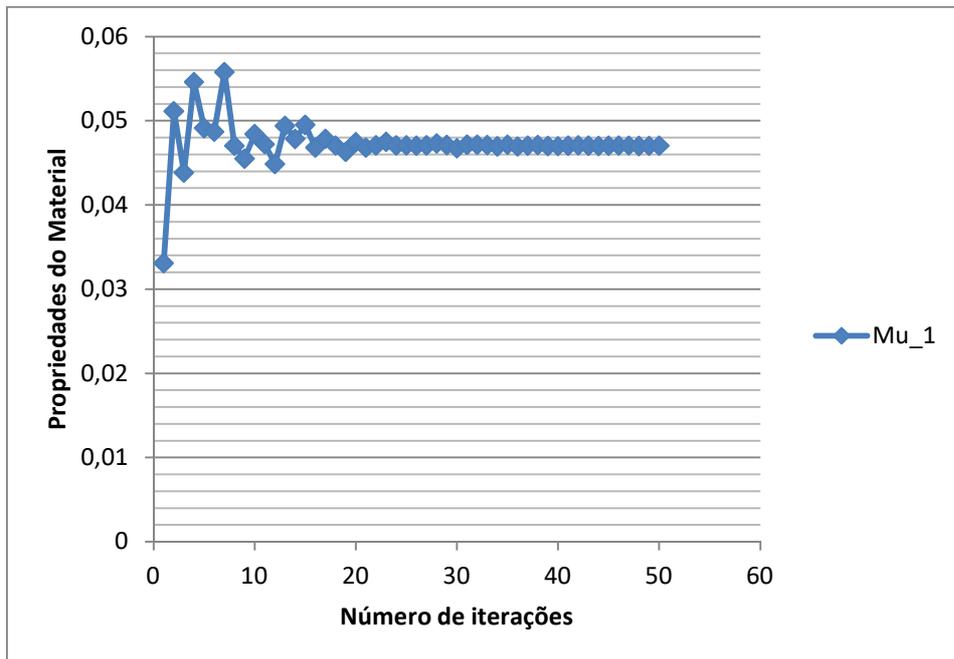
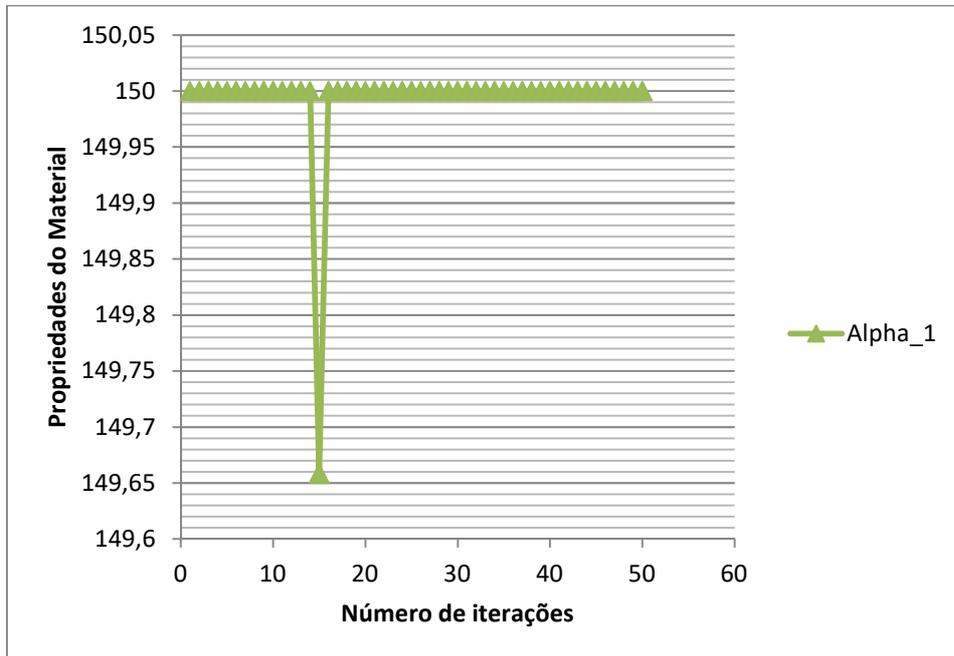


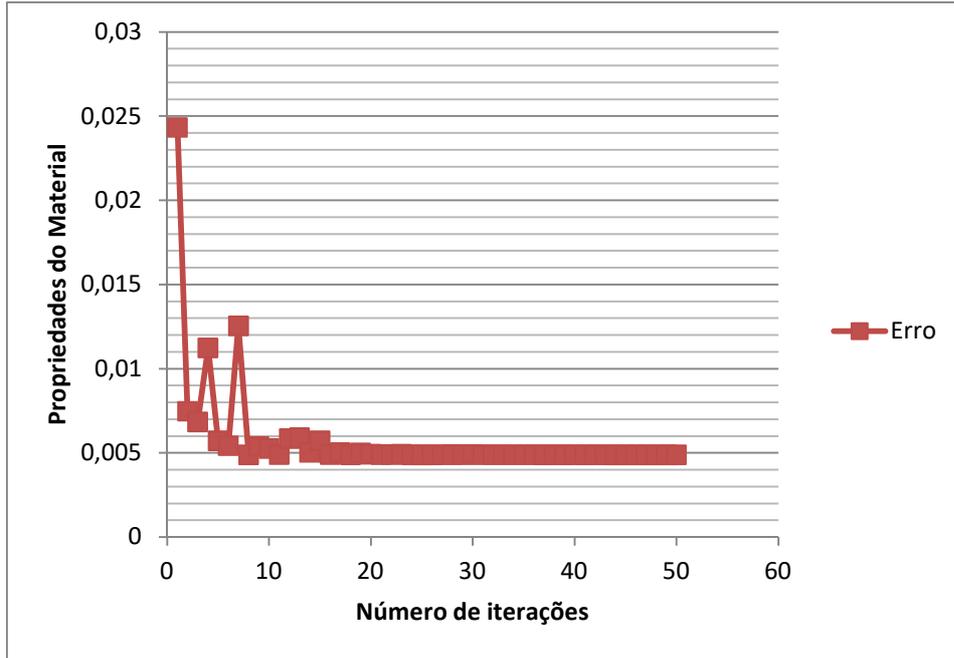
ANEXO C-2 – Resultados 1º cenário / 2º parâmetro – 74 nós



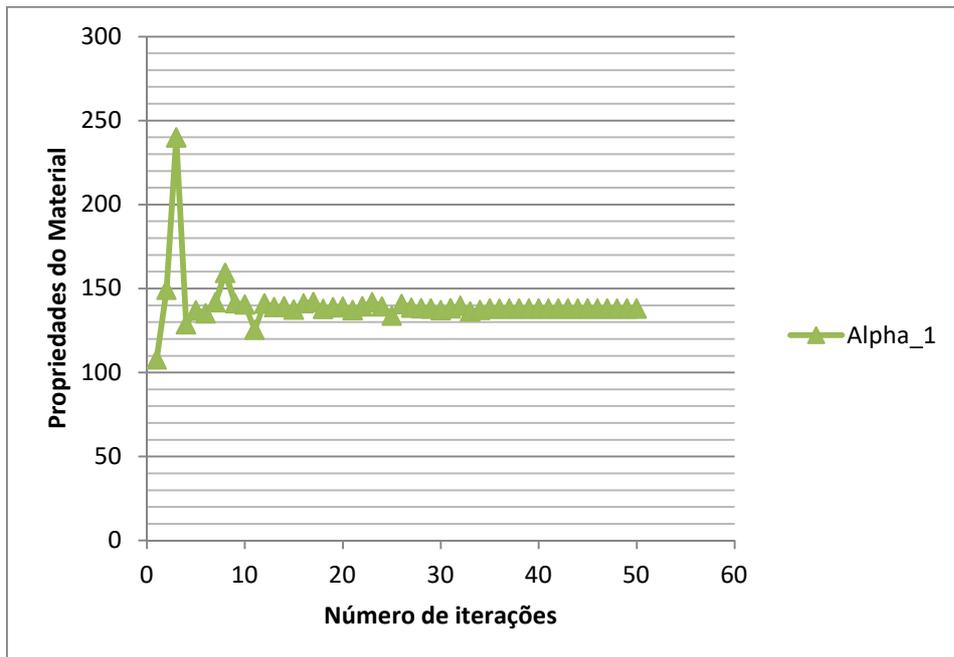


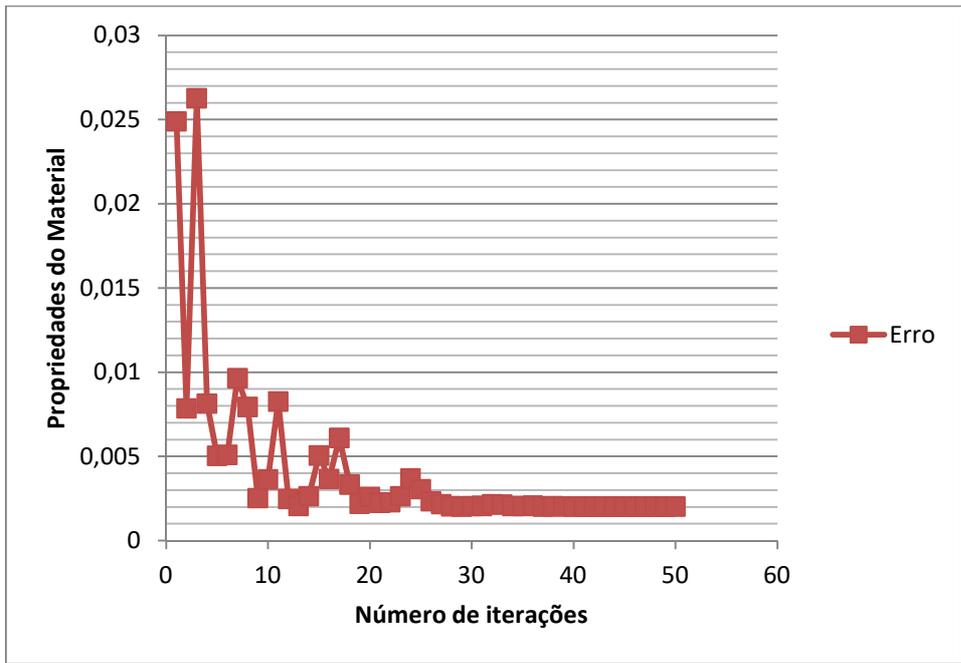
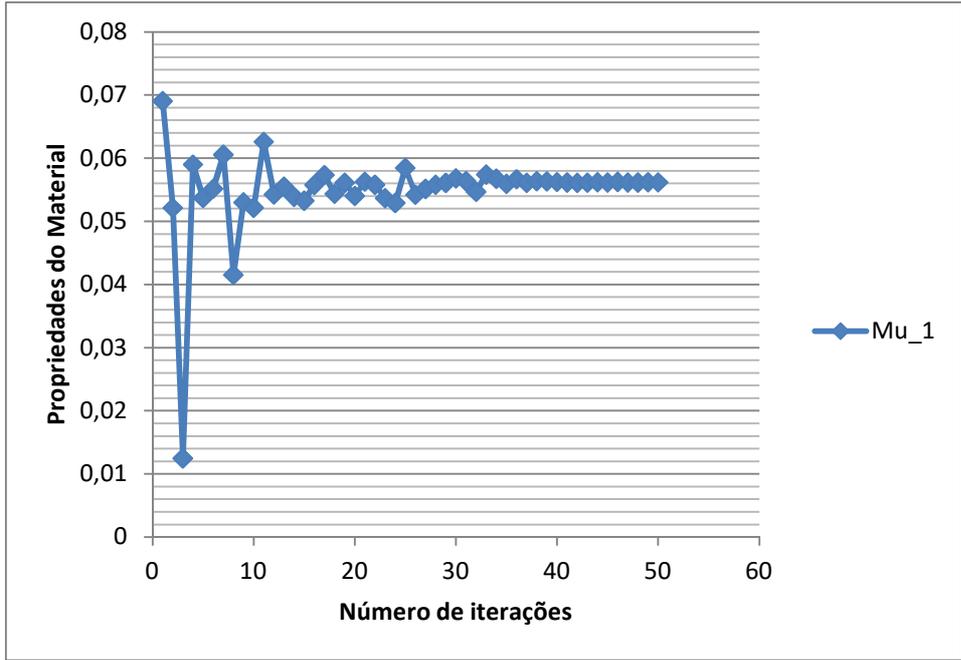
## ANEXO C -3 – Resultados 1º cenário / 3º parâmetro – 74 nós



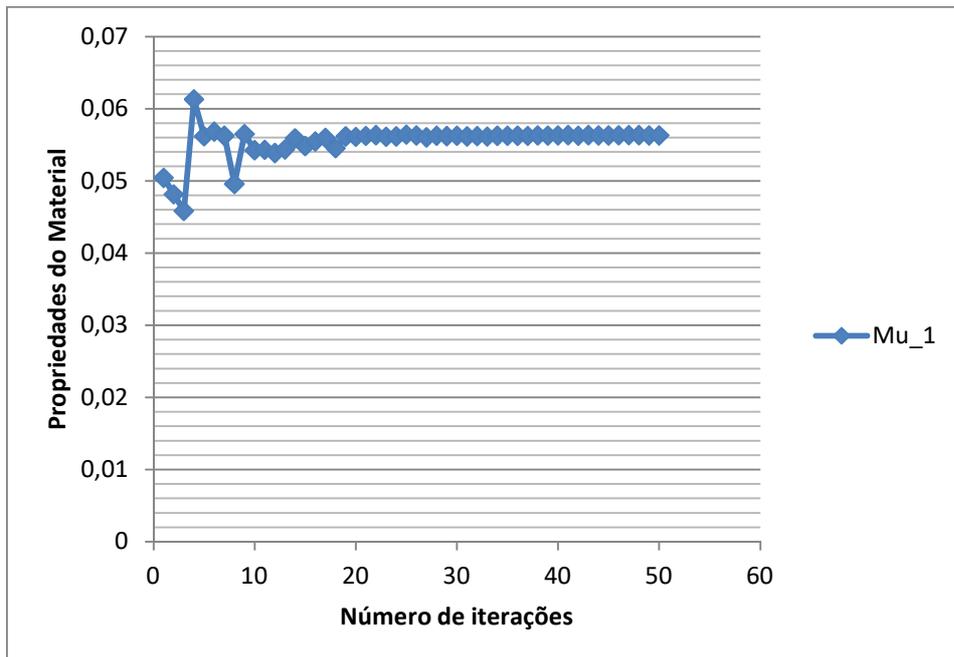
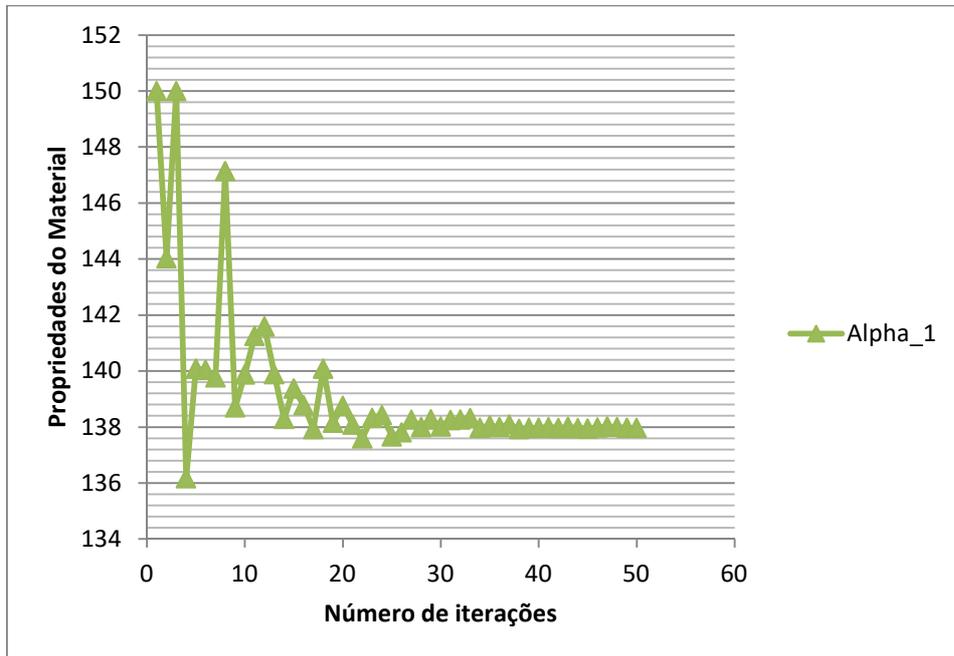


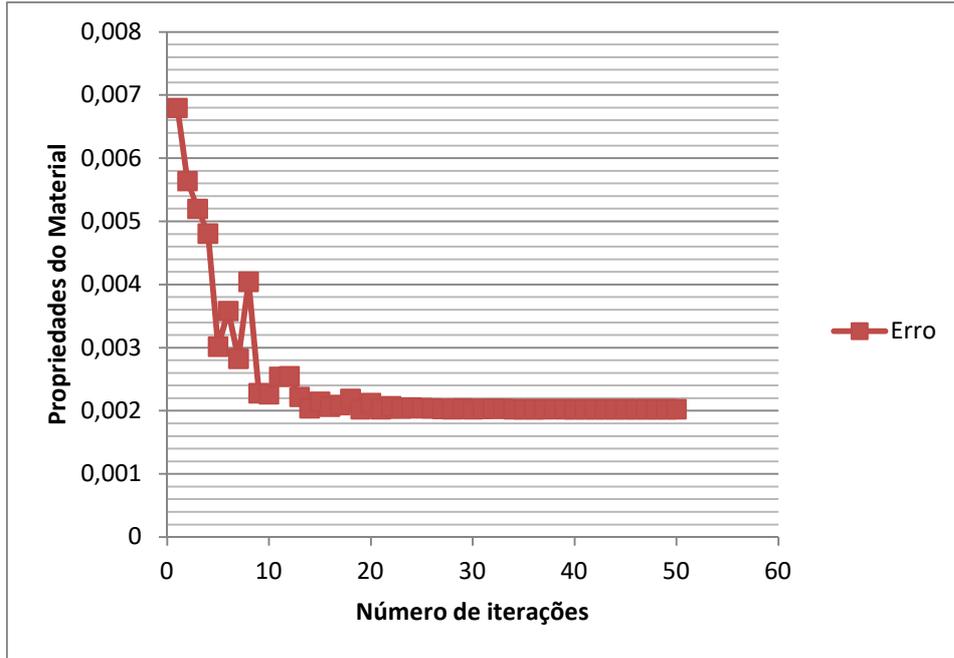
ANEXO C -4 – Resultados 1º cenário / 4º parâmetro – 74 nós



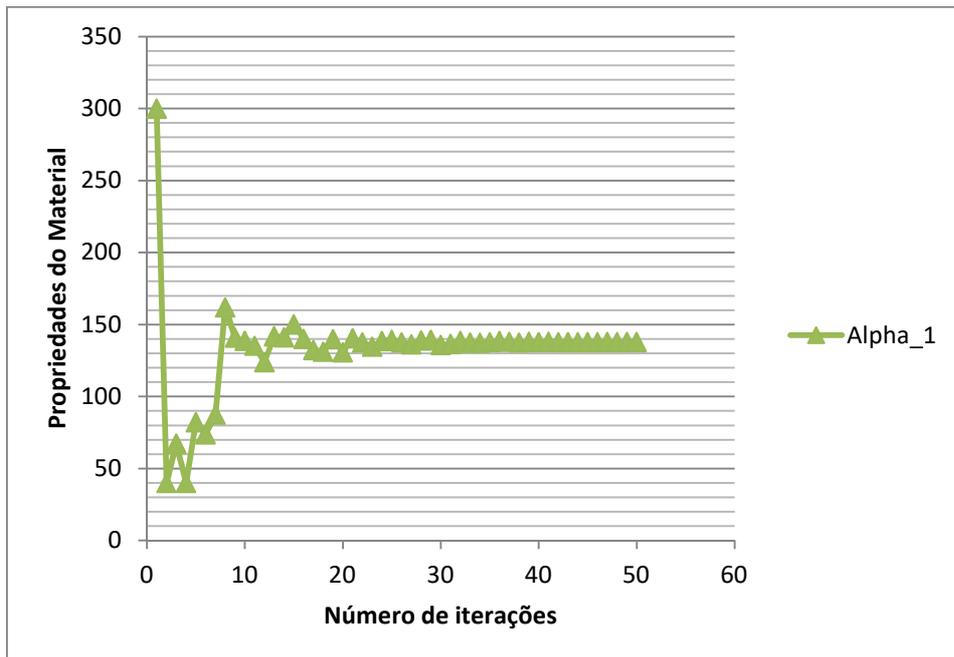


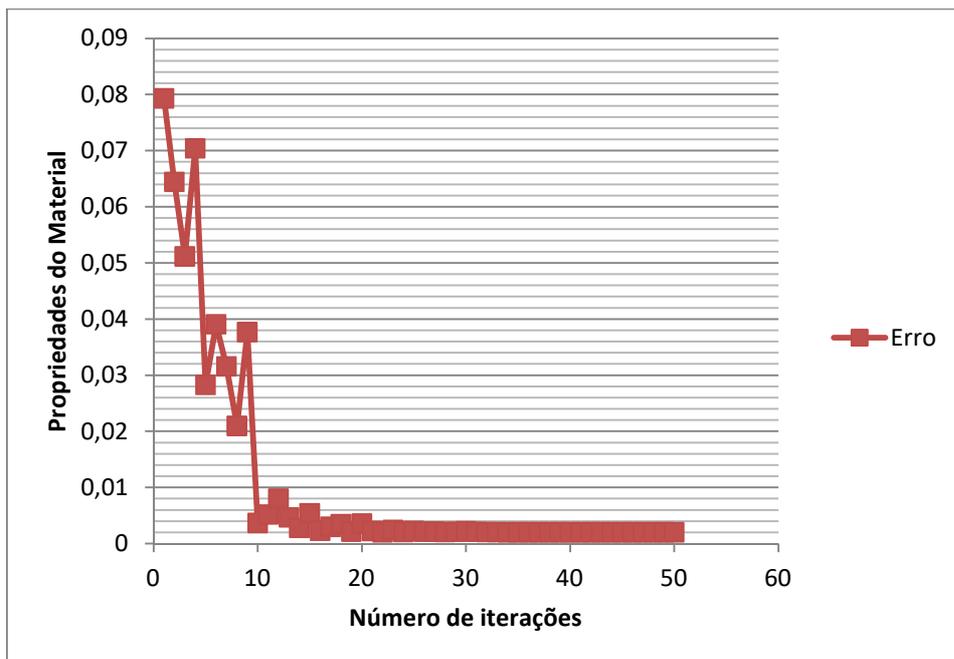
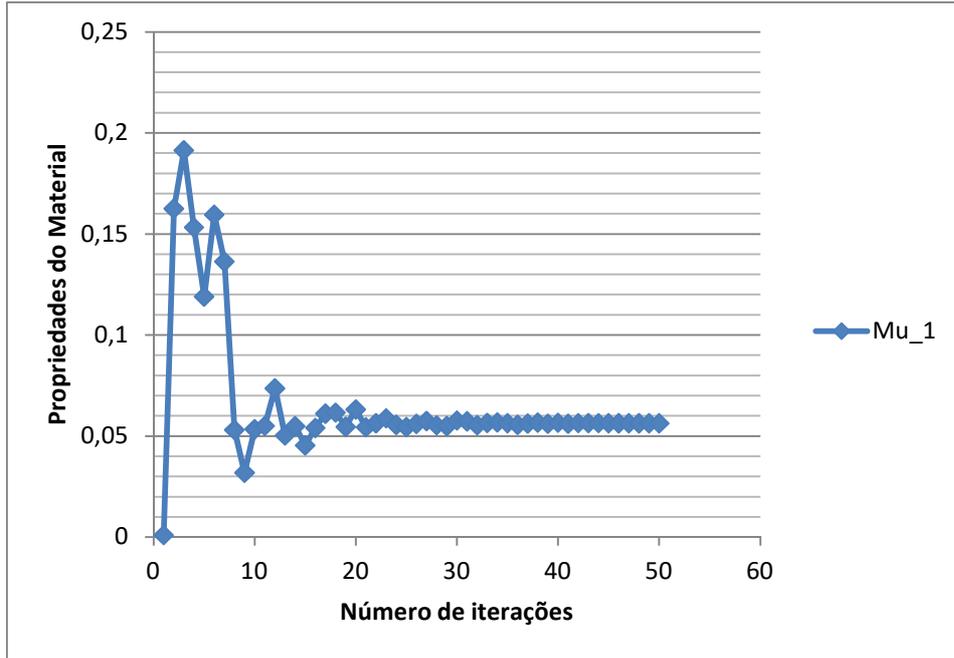
## ANEXO C -5 – Resultados 1º cenário / 5º parâmetro – 74 nós



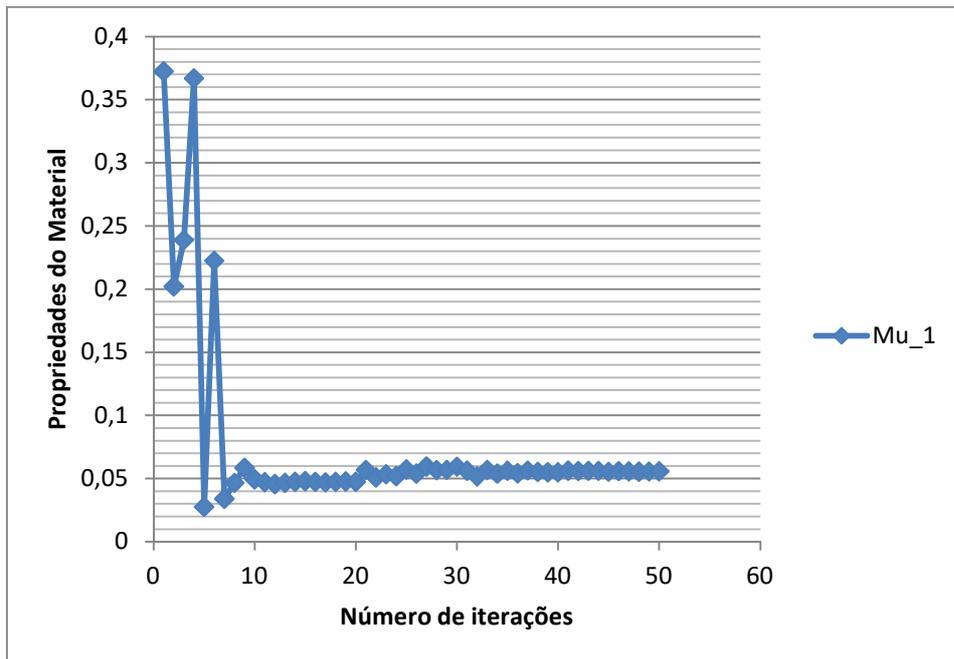
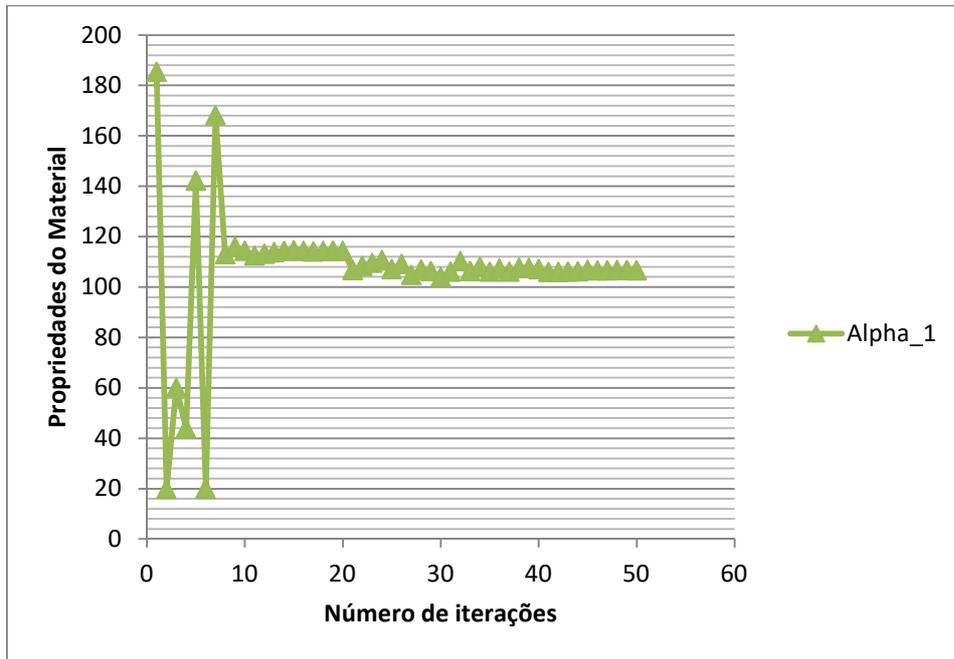


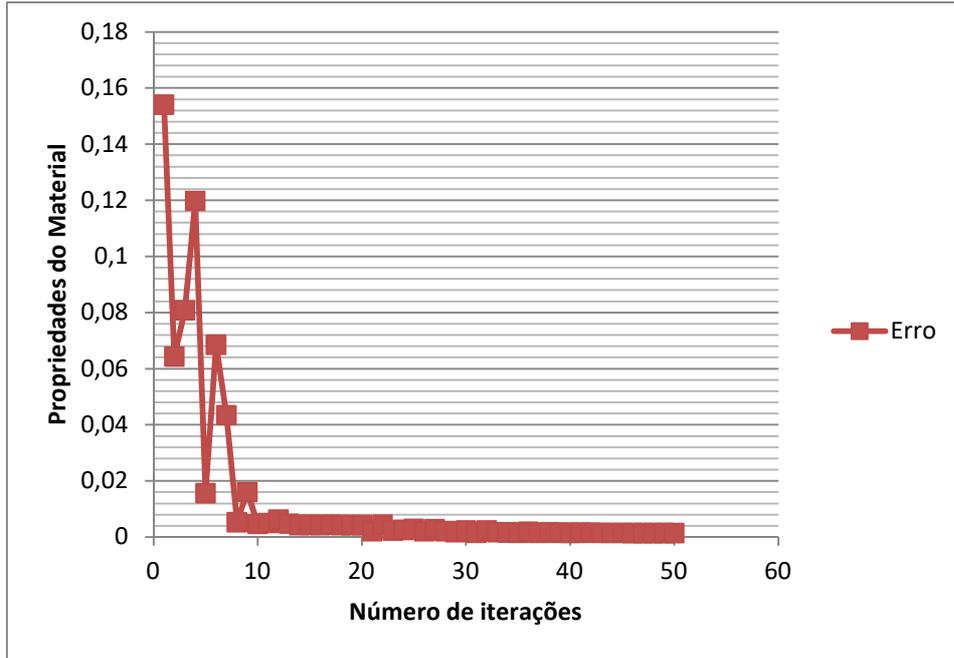
**ANEXO C -6 – Resultados 1º cenário / 6º parâmetro – 74 nós**



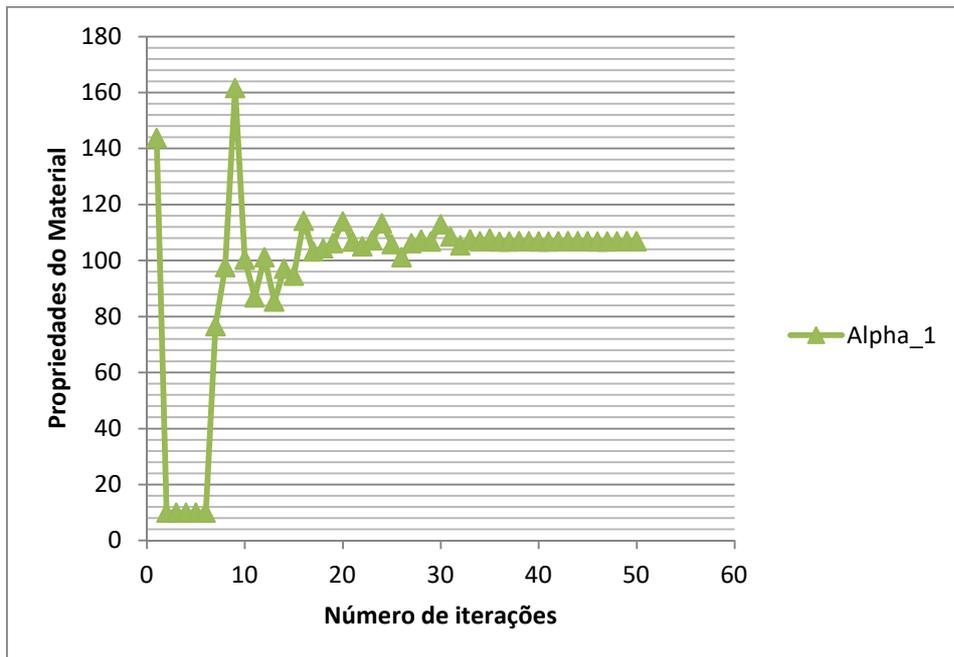


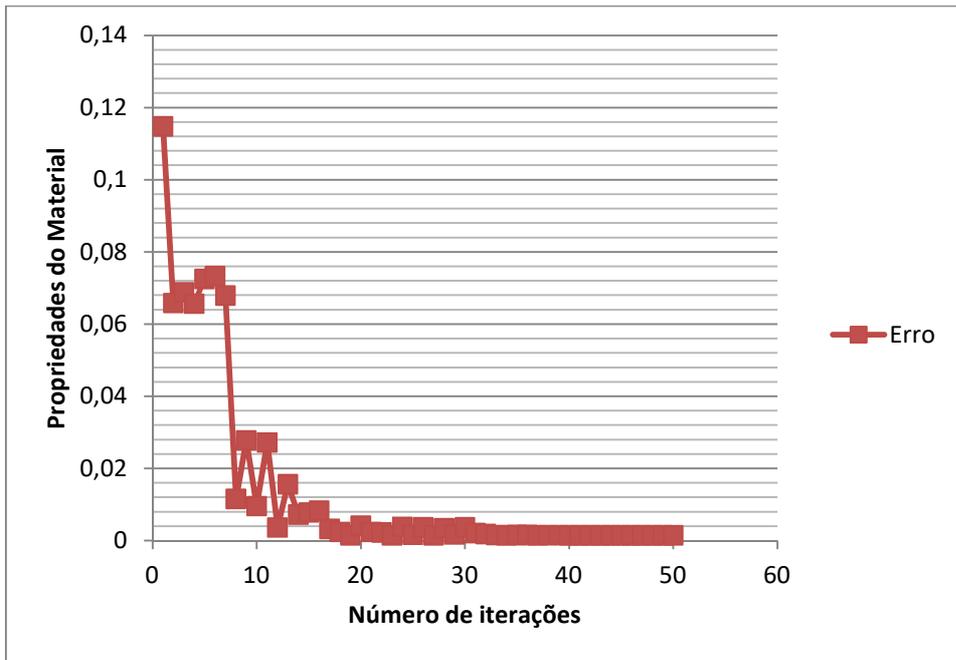
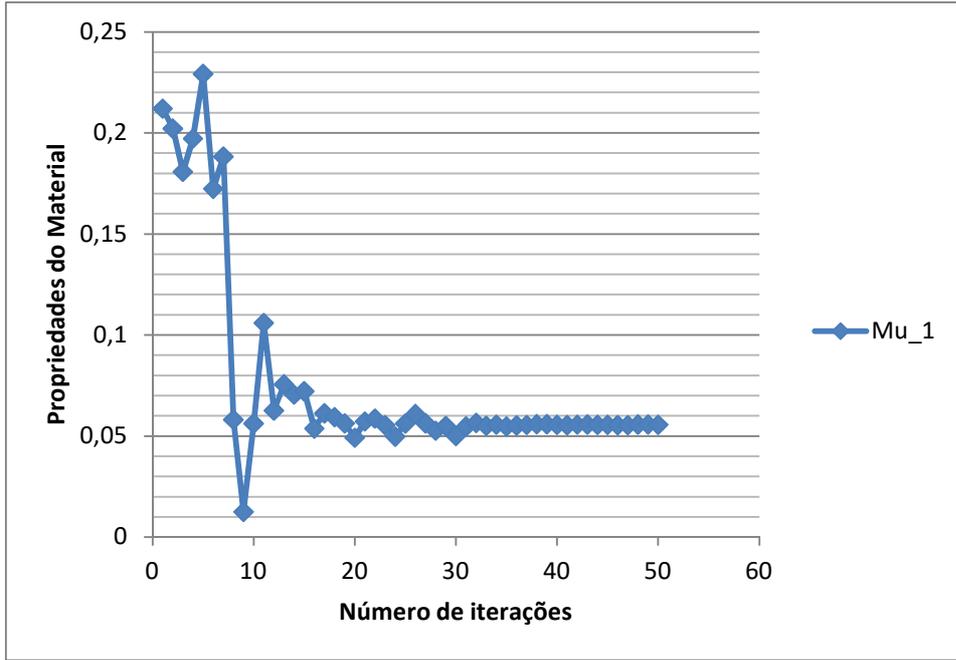
## ANEXO D-1 – Resultados 2º cenário / 1º parâmetro – 291 nós



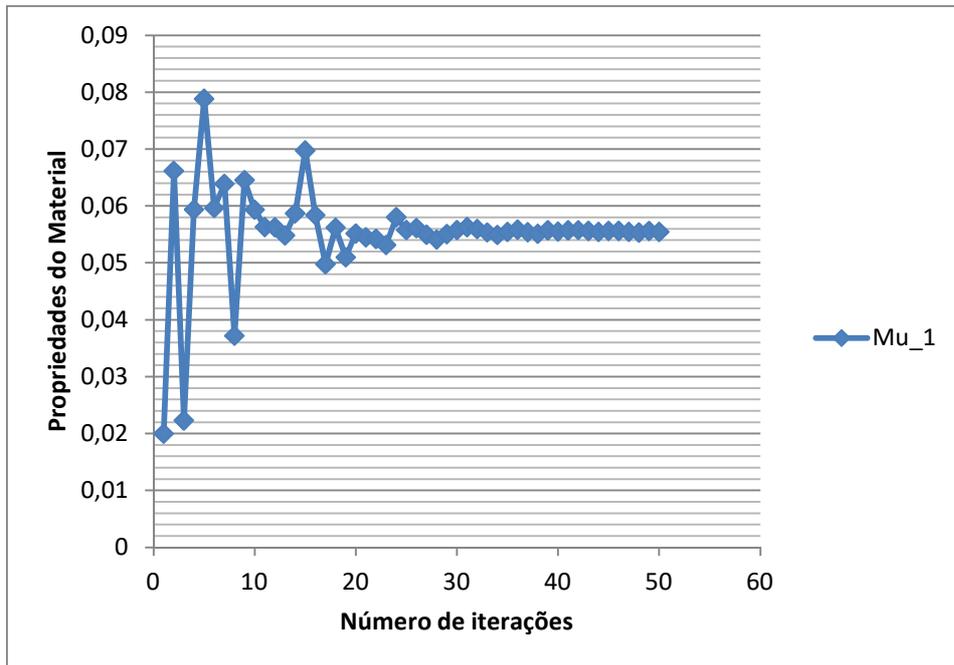
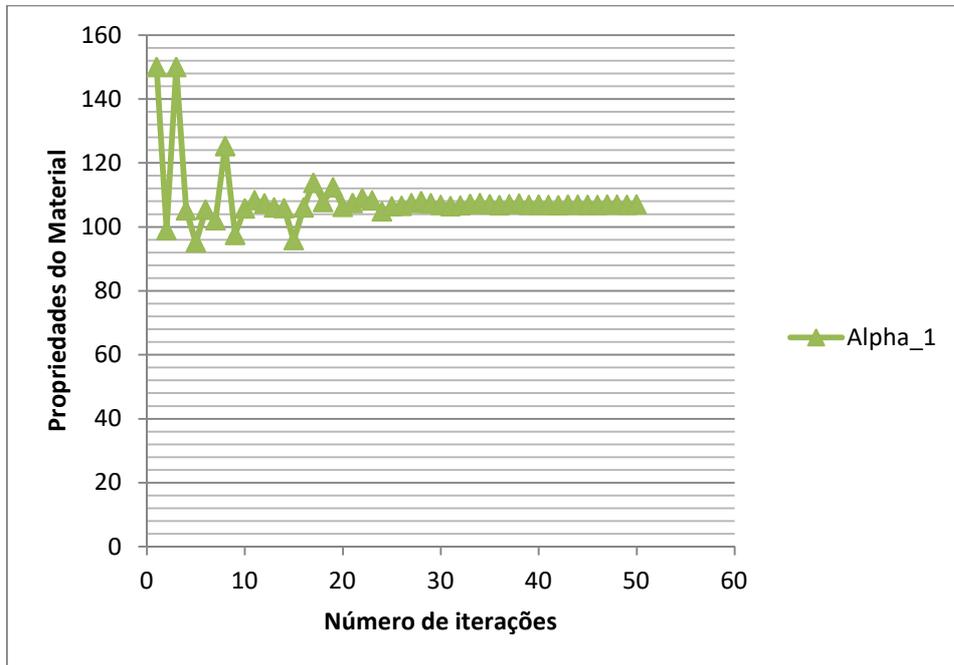


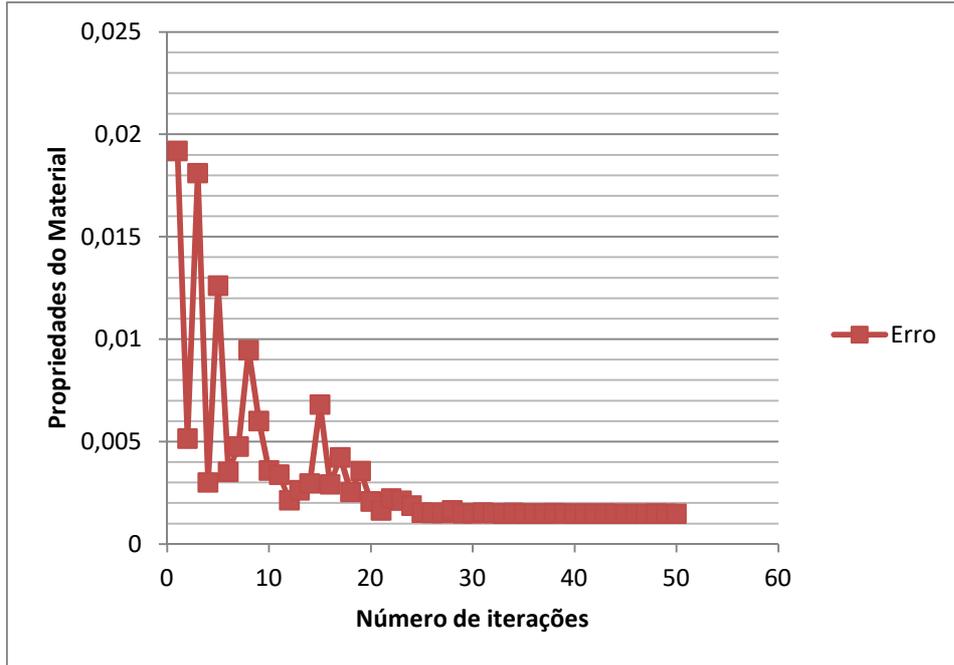
### ANEXO D-2 – Resultados 2º cenário / 2º parâmetro – 291 nós



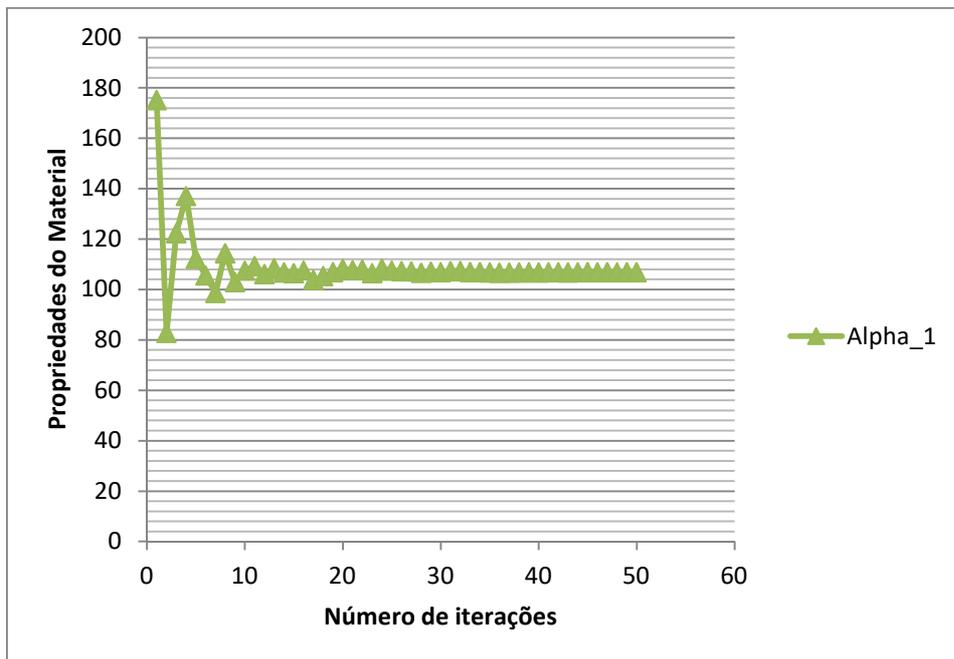


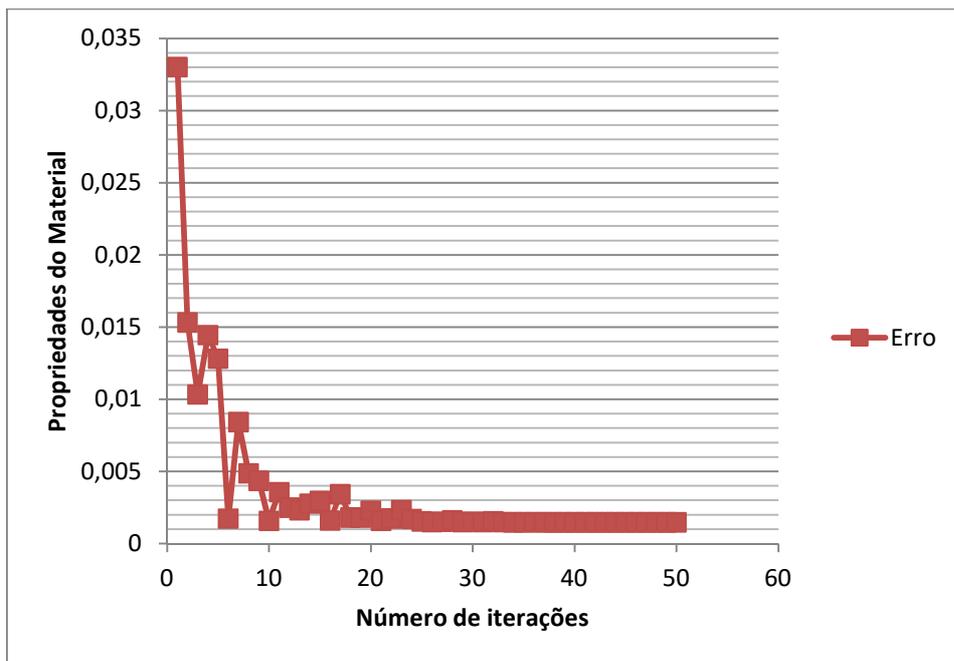
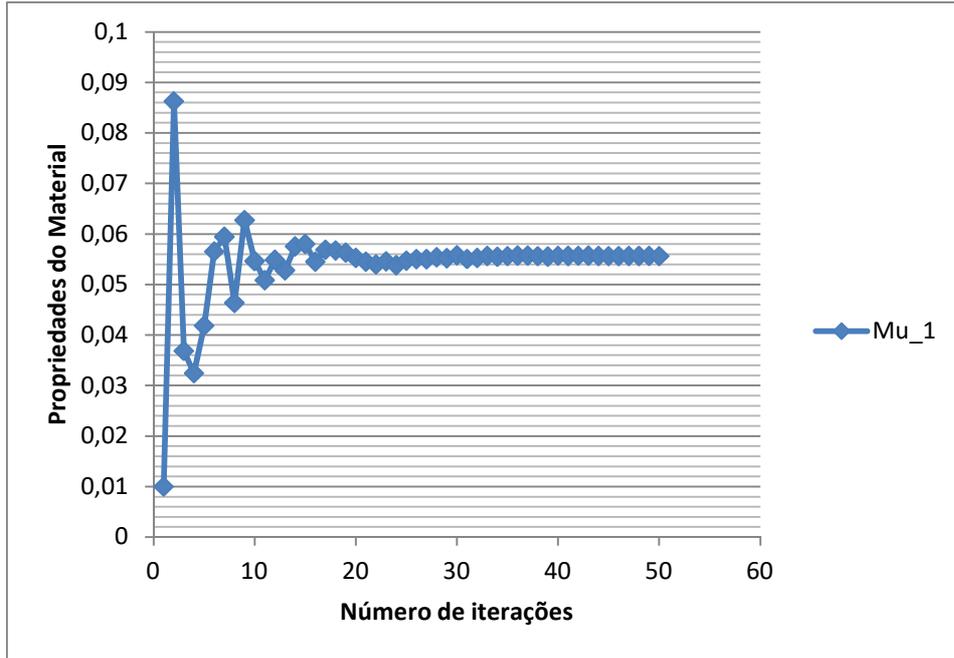
## ANEXO D -3 – Resultados 2º cenário / 3º parâmetro – 291 nós



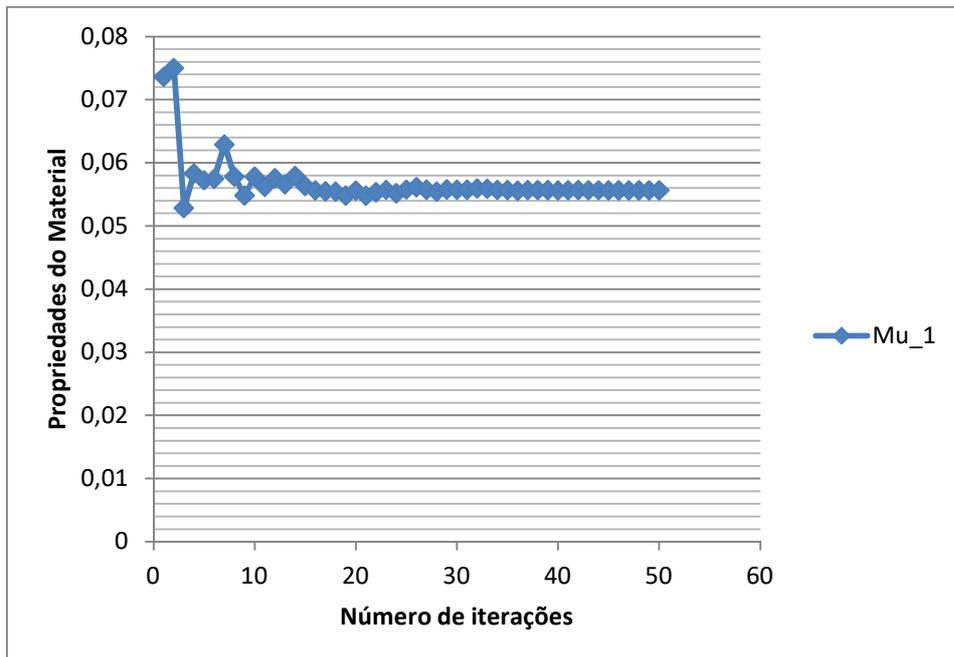
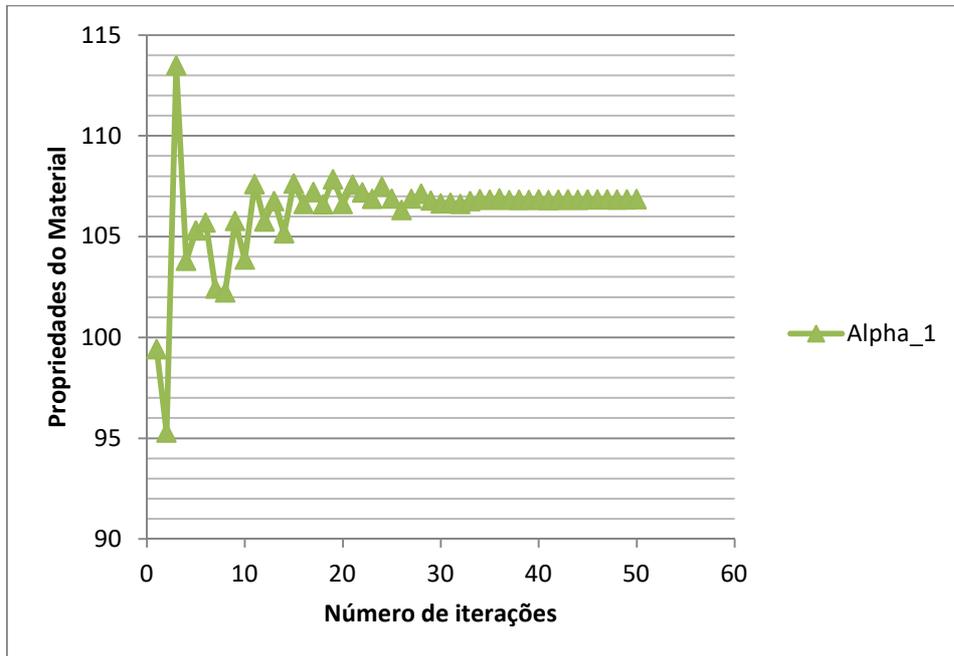


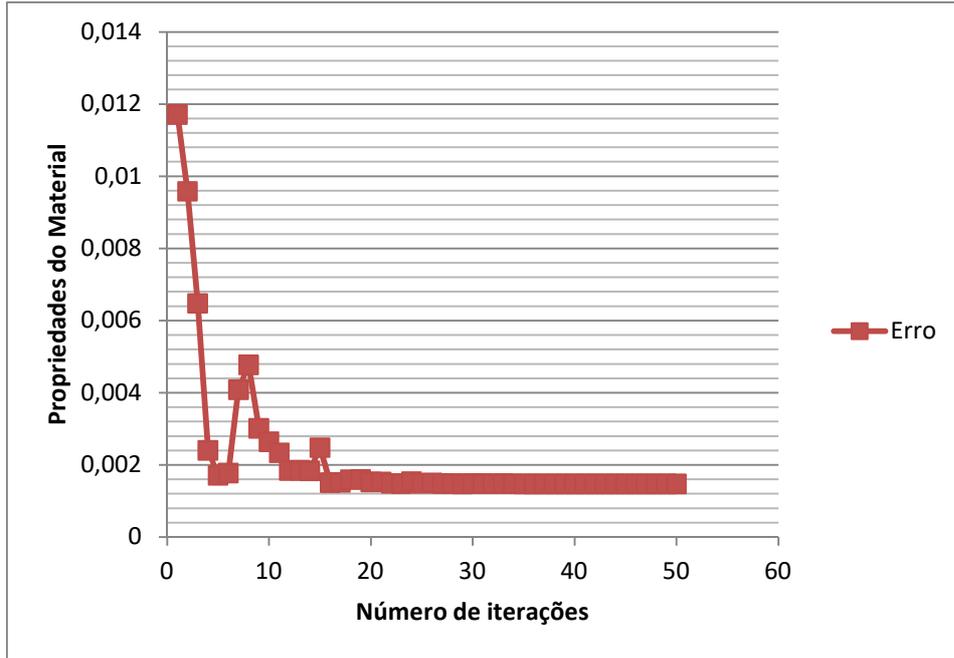
ANEXO D -4 – Resultados 2º cenário / 4º parâmetro – 291 nós



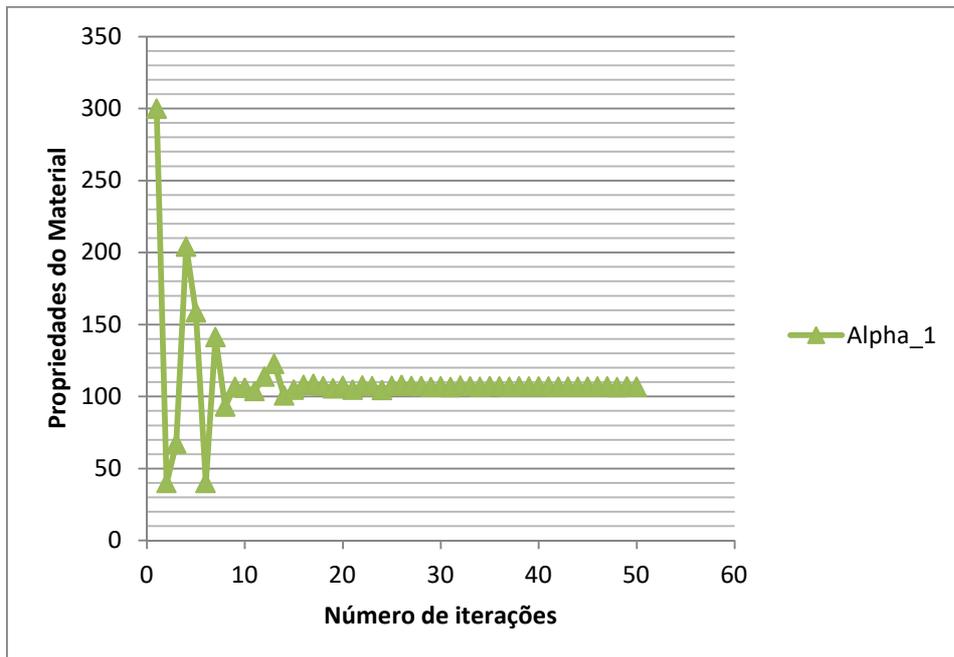


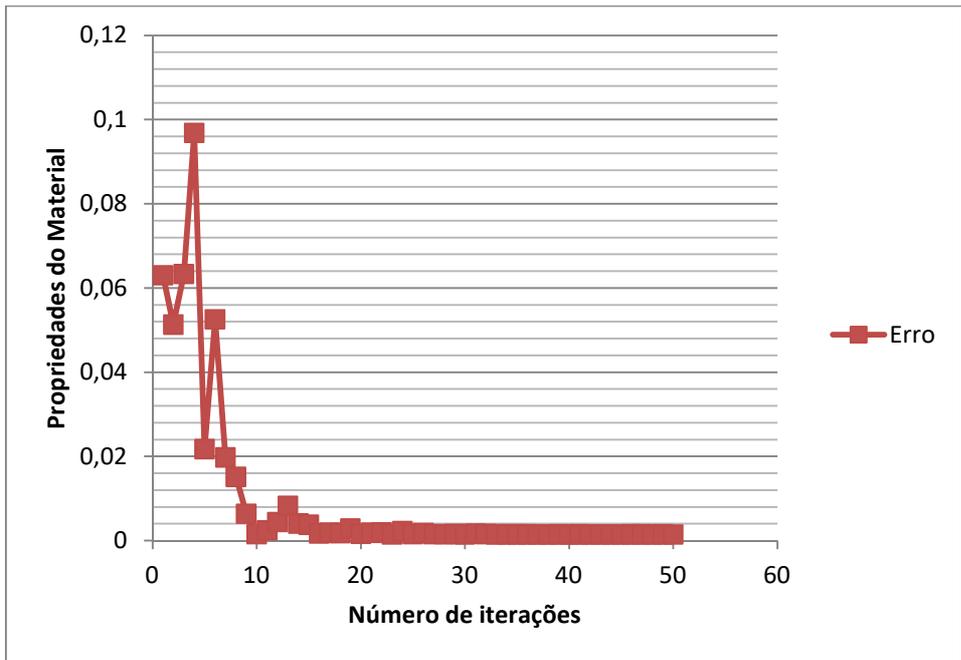
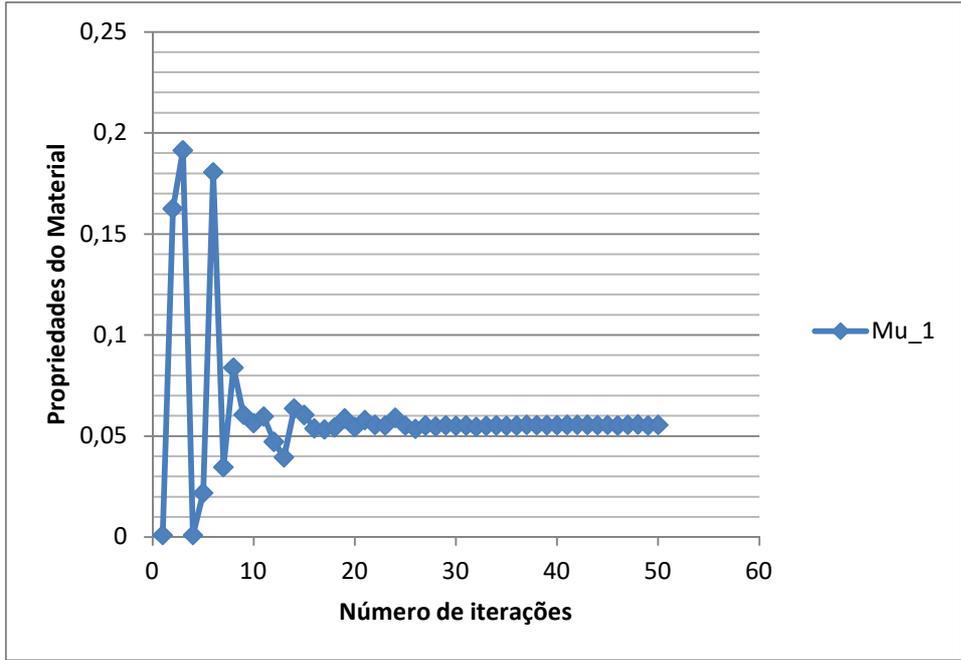
## ANEXO D -5 – Resultados 2º cenário / 5º parâmetro – 291 nós



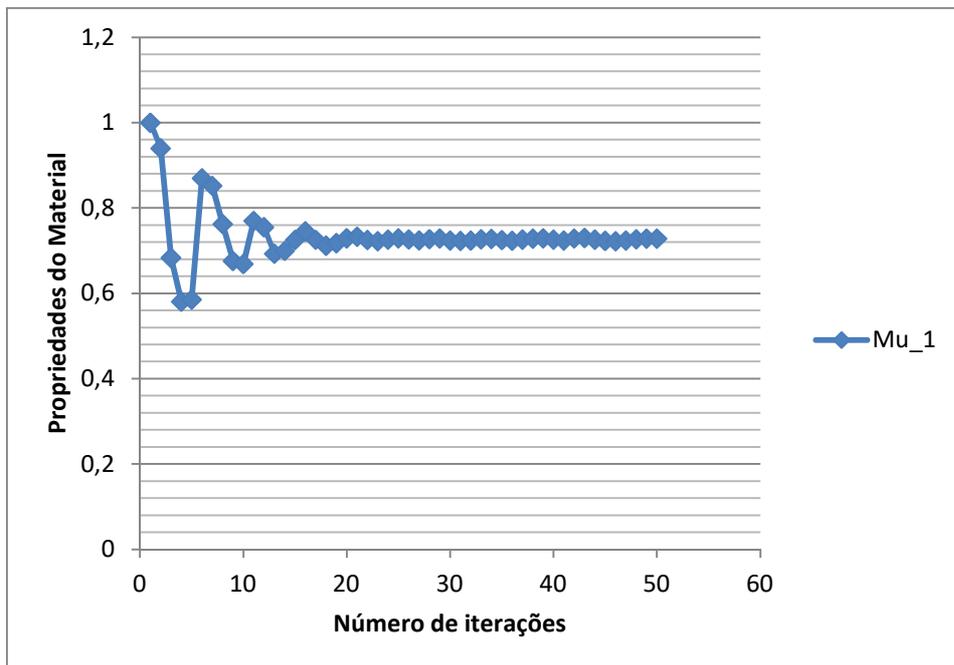
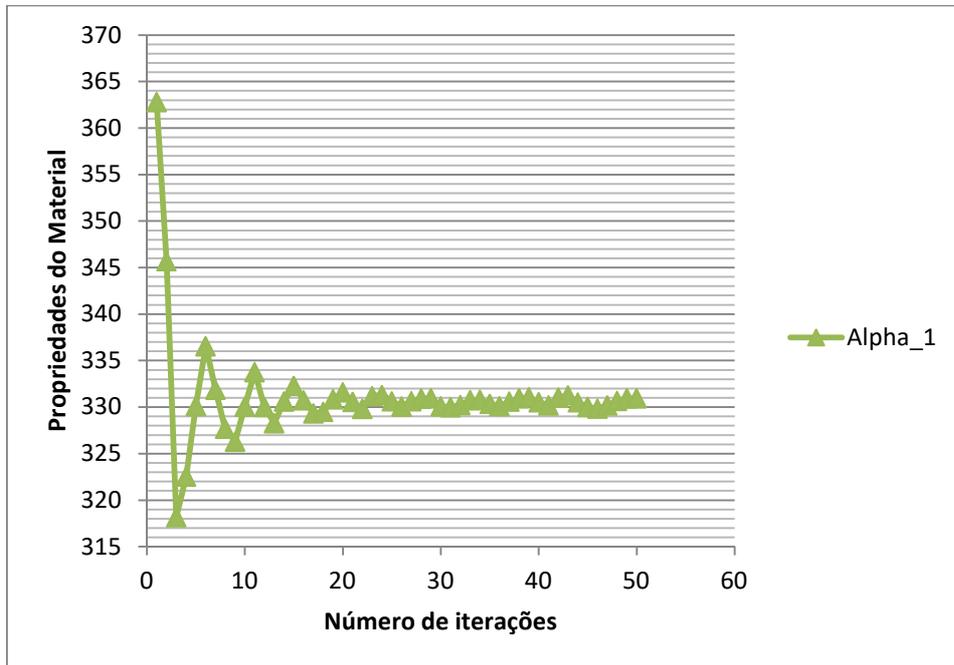


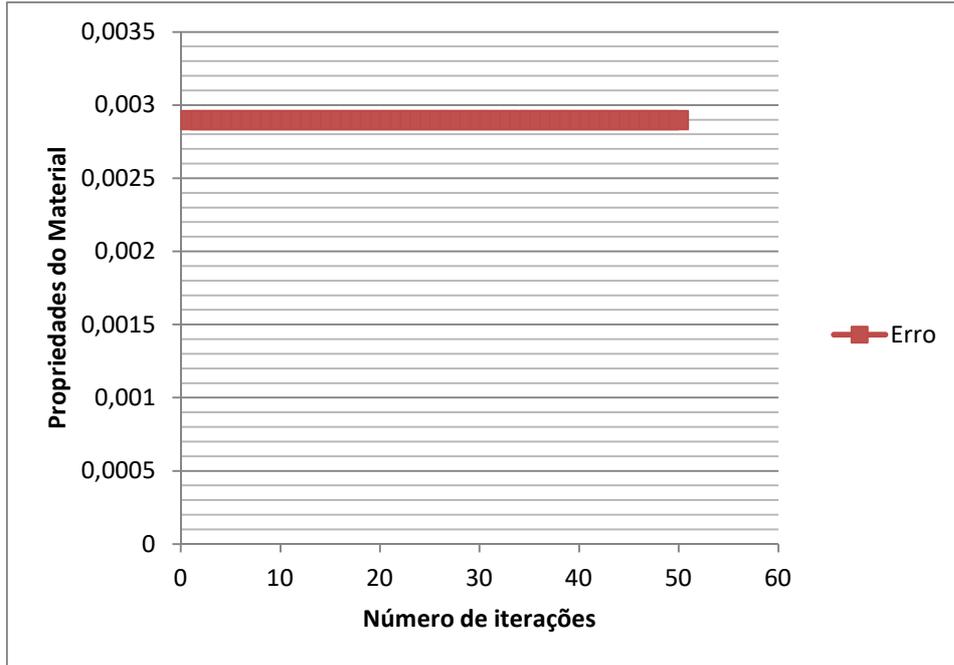
**ANEXO D -6 – Resultados 2º cenário / 6º parâmetro – 291 nós**



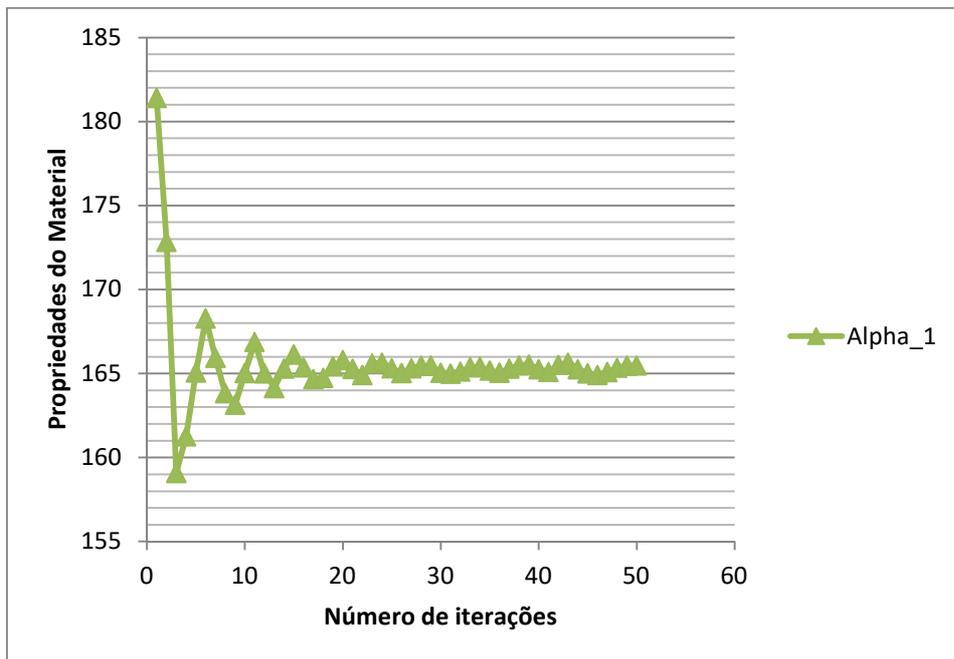


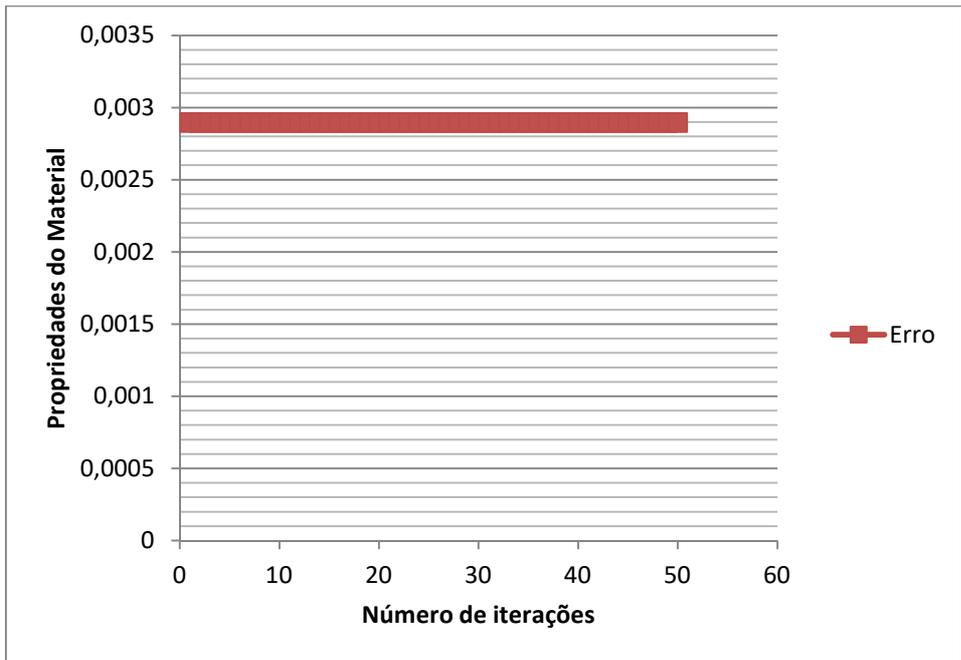
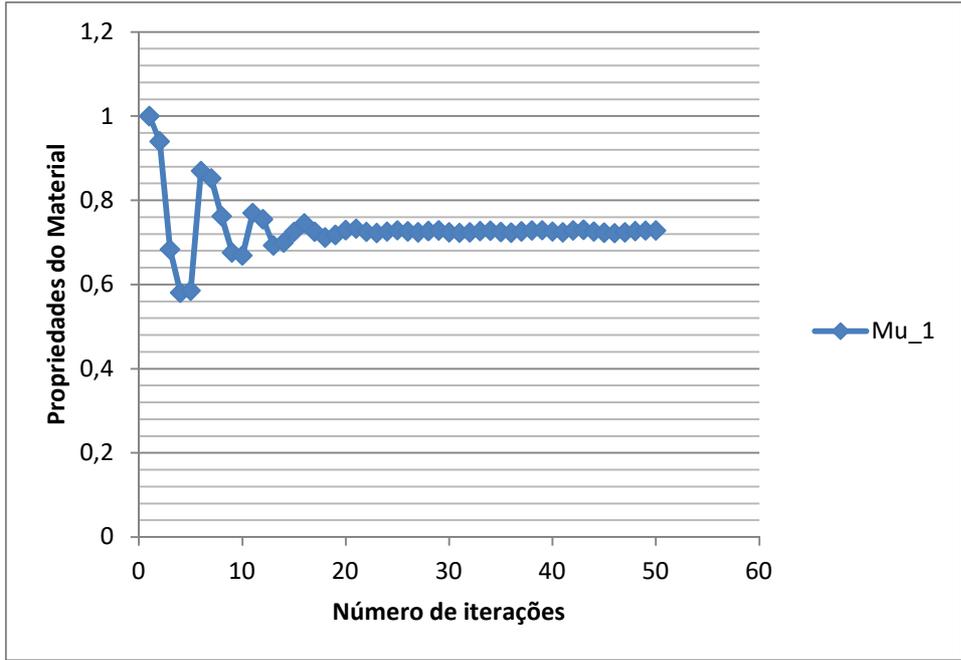
## ANEXO E -1 – Resultados 3º cenário / 1º parâmetro – 455 nós



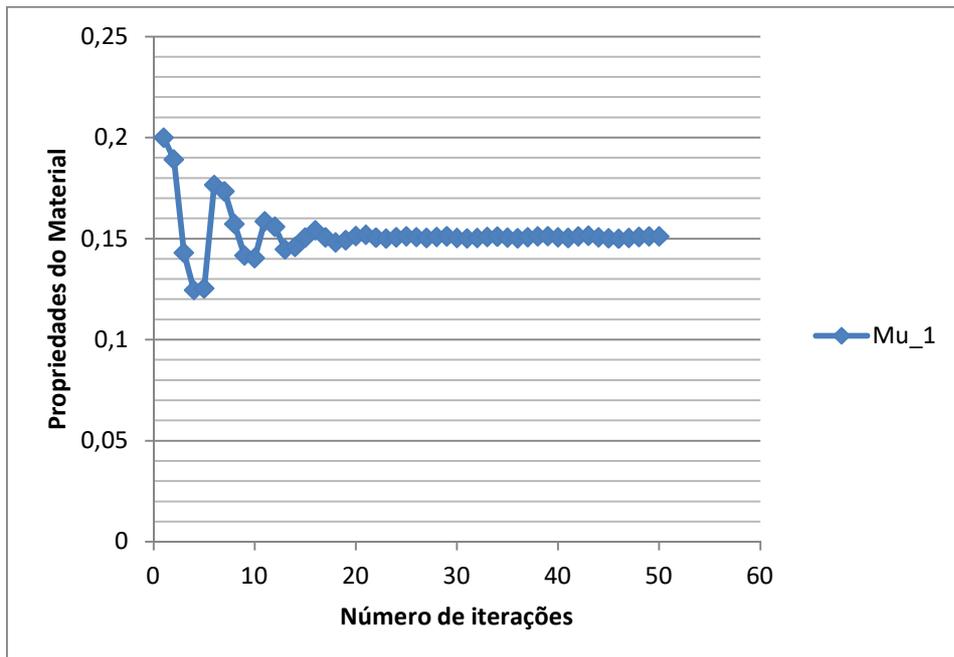
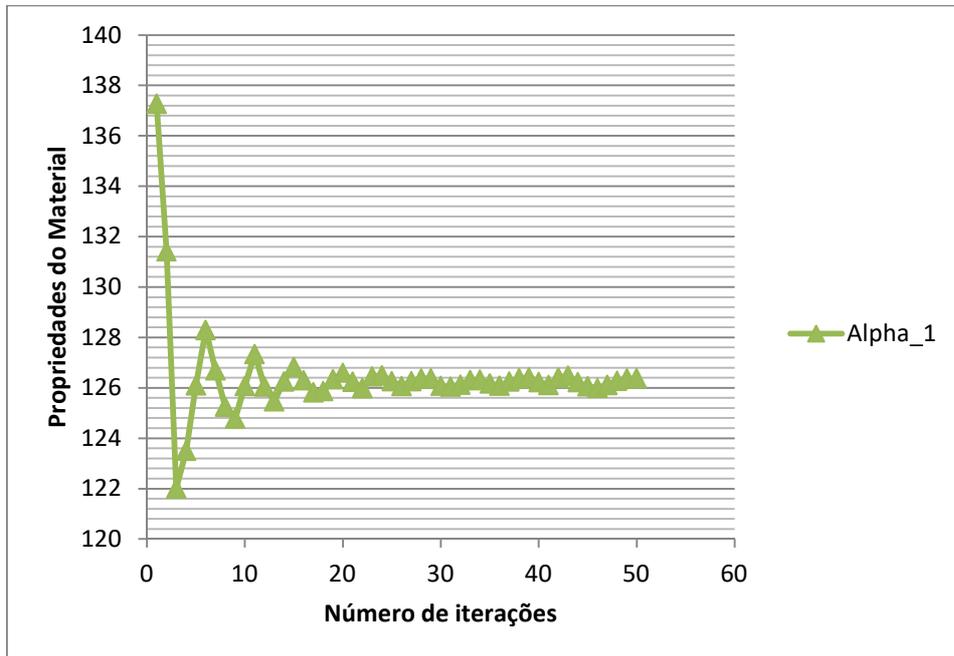


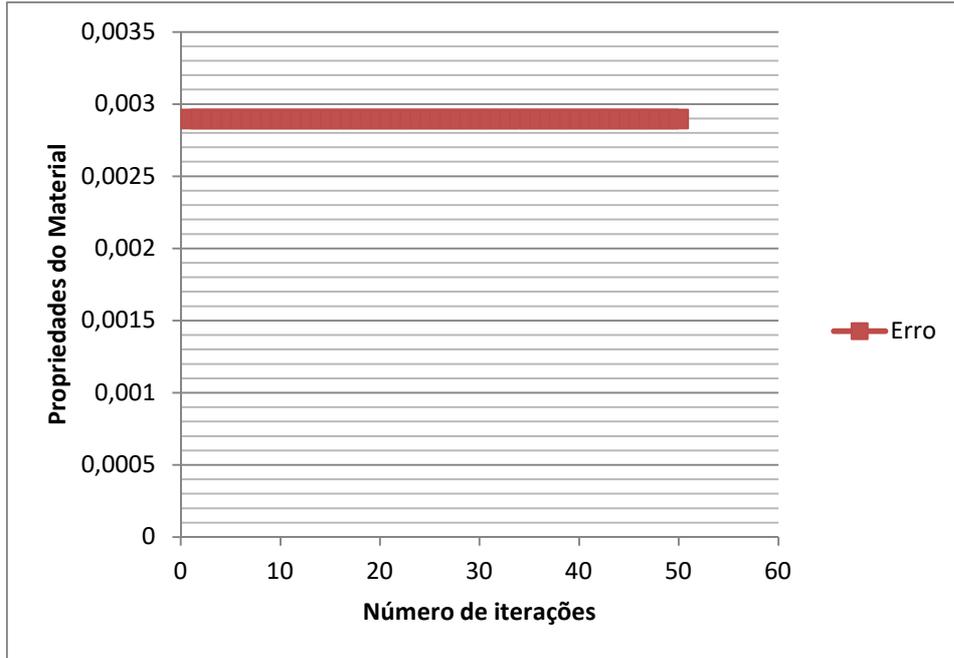
### ANEXO E -2 – Resultados 3º cenário / 2º parâmetro – 455 nós



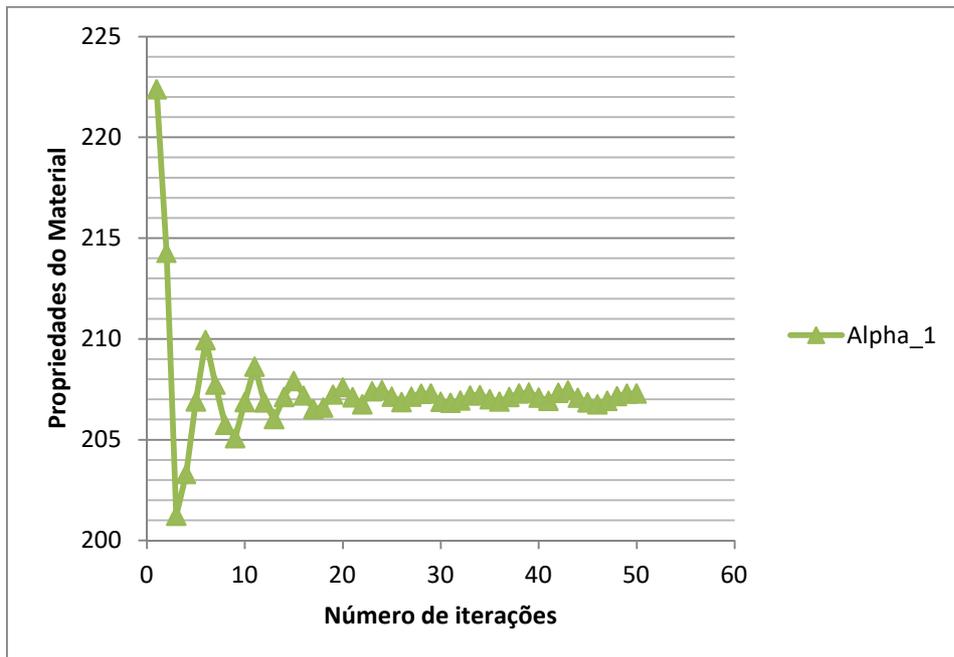


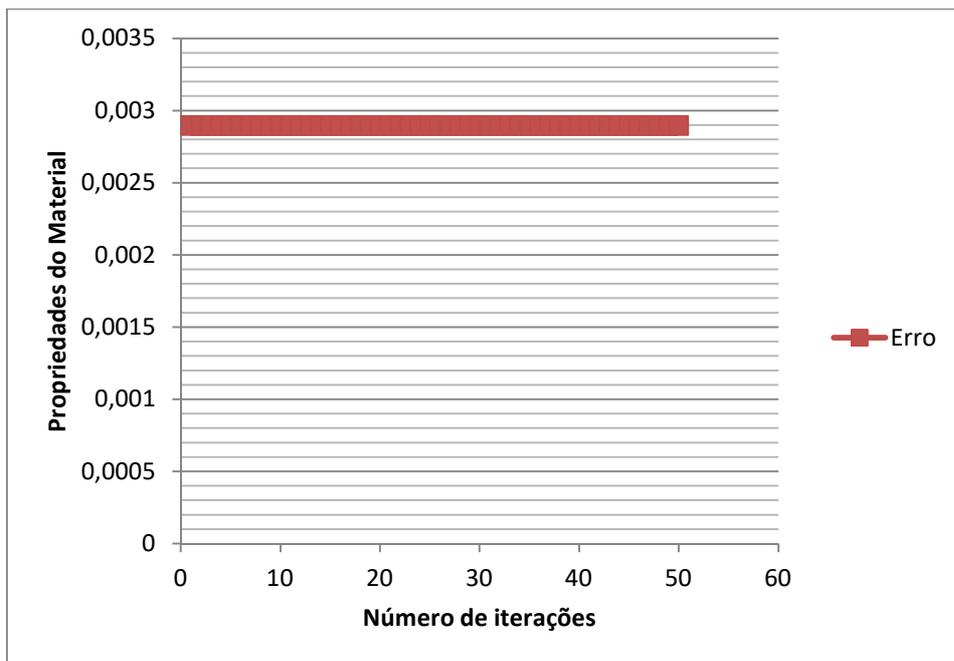
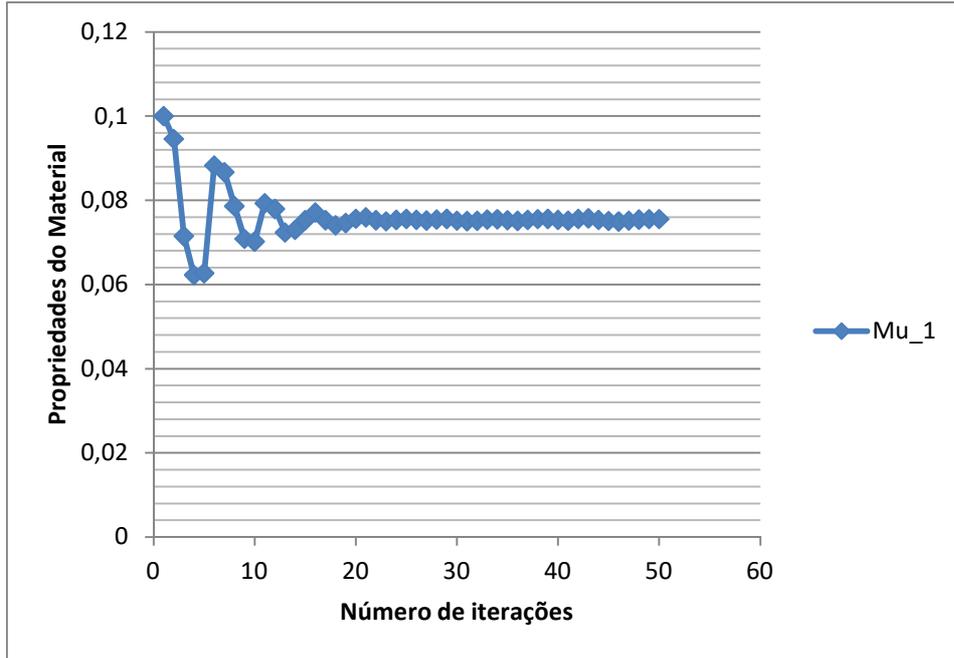
## ANEXO E -3 – Resultados 3º cenário / 3º parâmetro – 455 nós



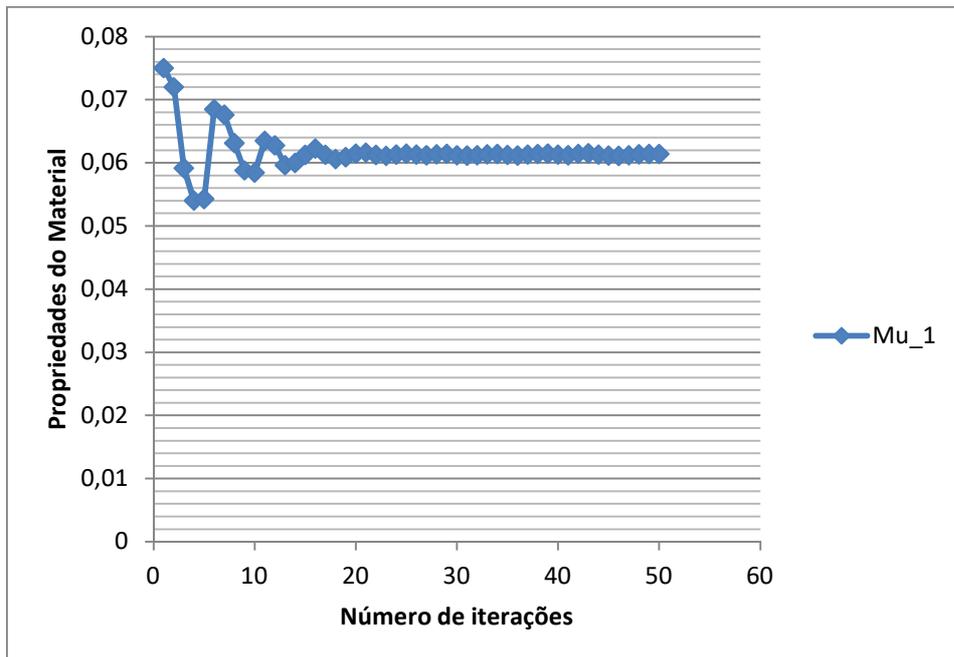
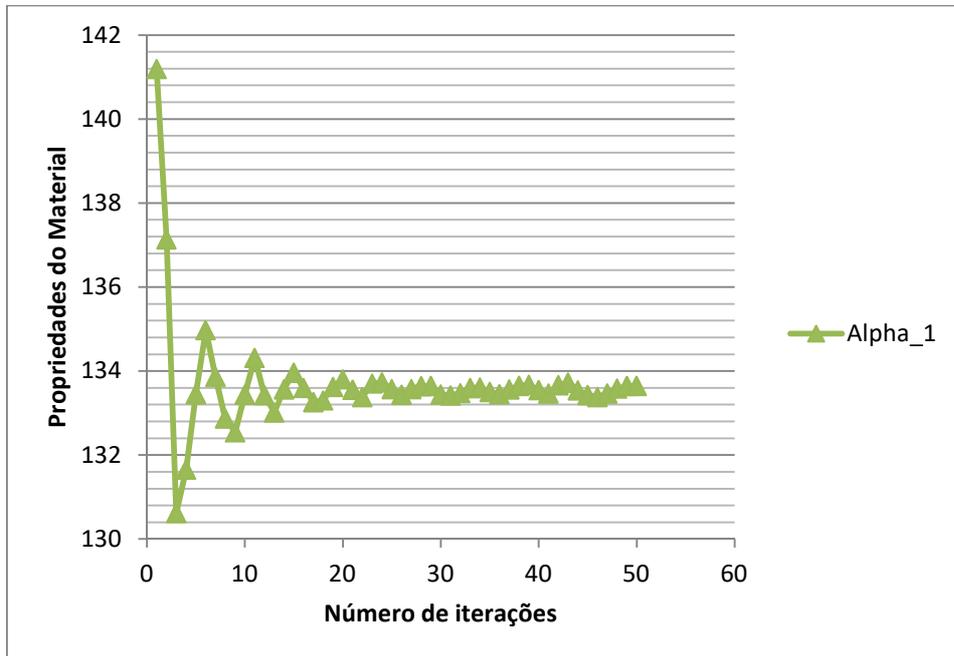


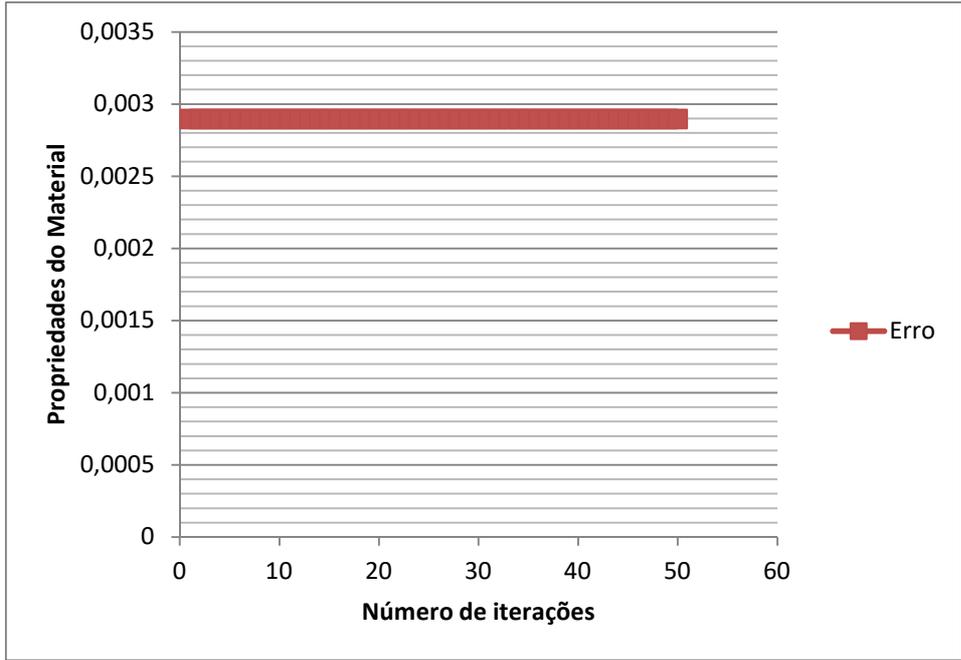
**ANEXO E -4** – Resultados 3º cenário / 4º parâmetro – 455 nós



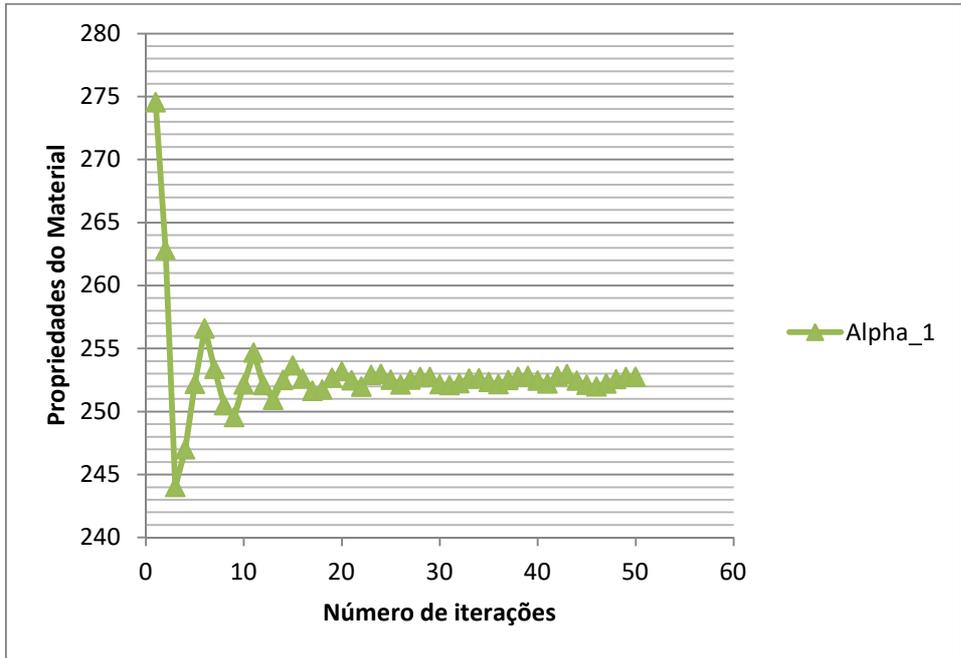


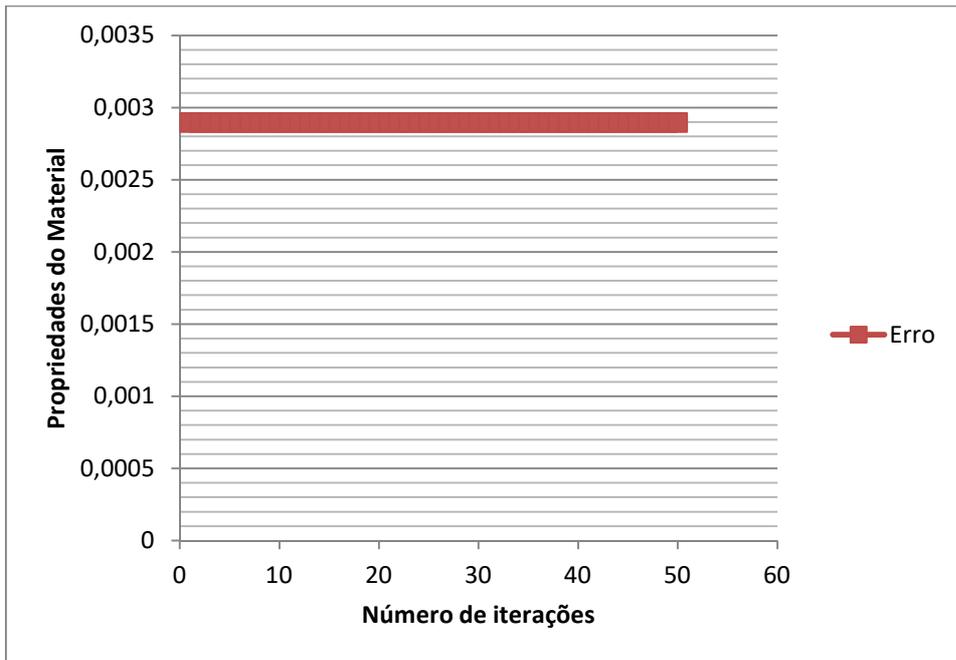
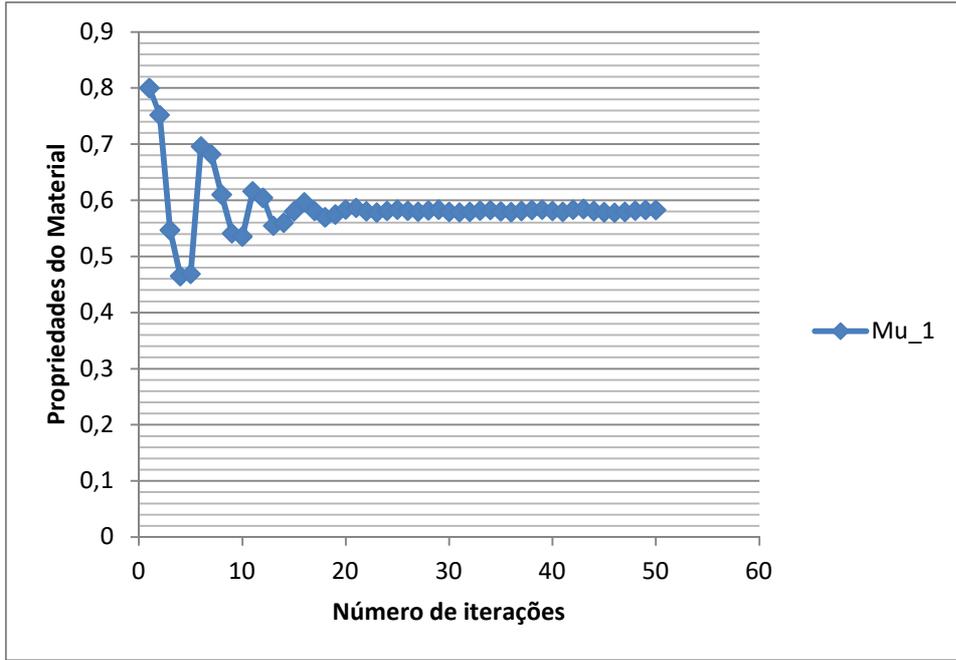
## ANEXO E -5 – Resultados 3º cenário / 5º parâmetro – 455 nós



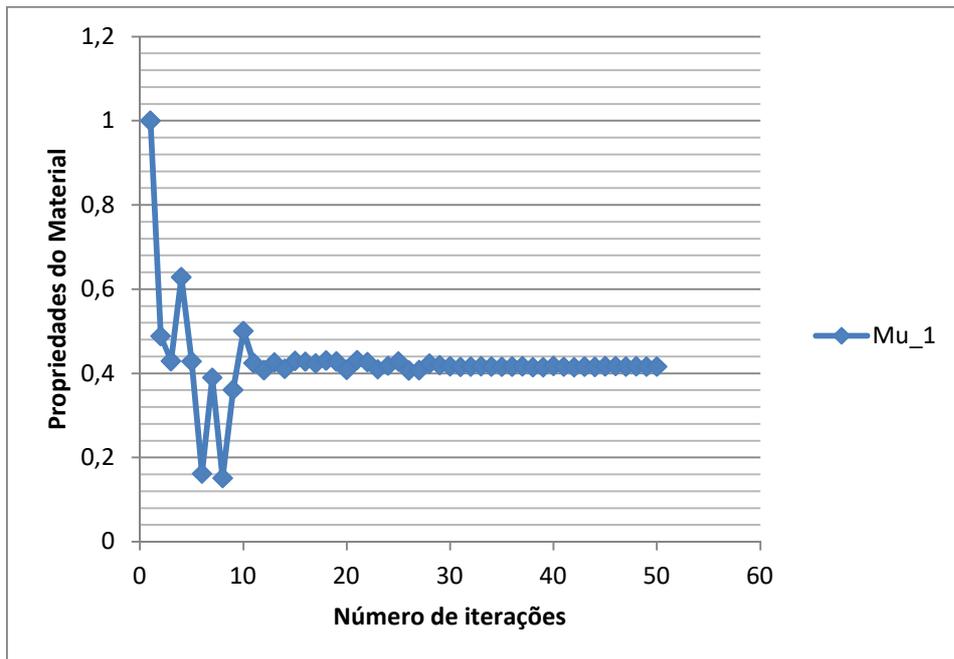
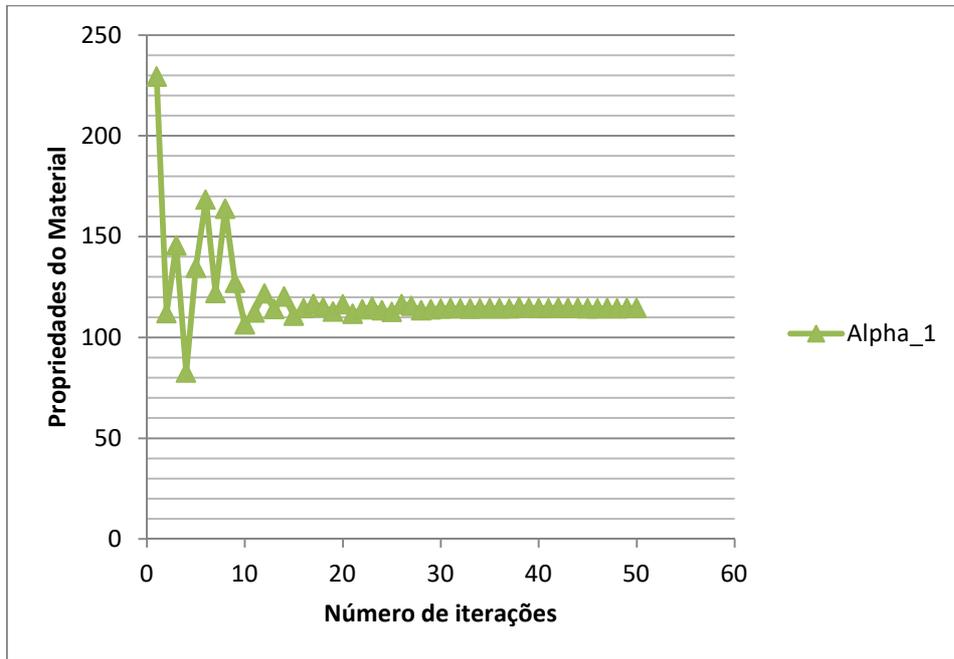


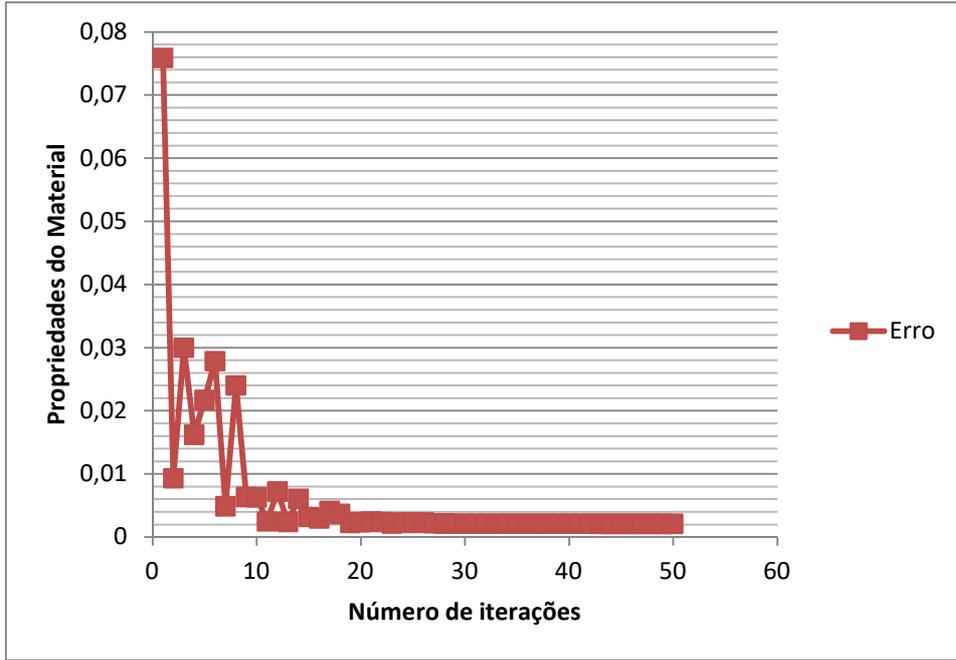
**ANEXO E -6** – Resultados 3º cenário / 6º parâmetro – 455 nós



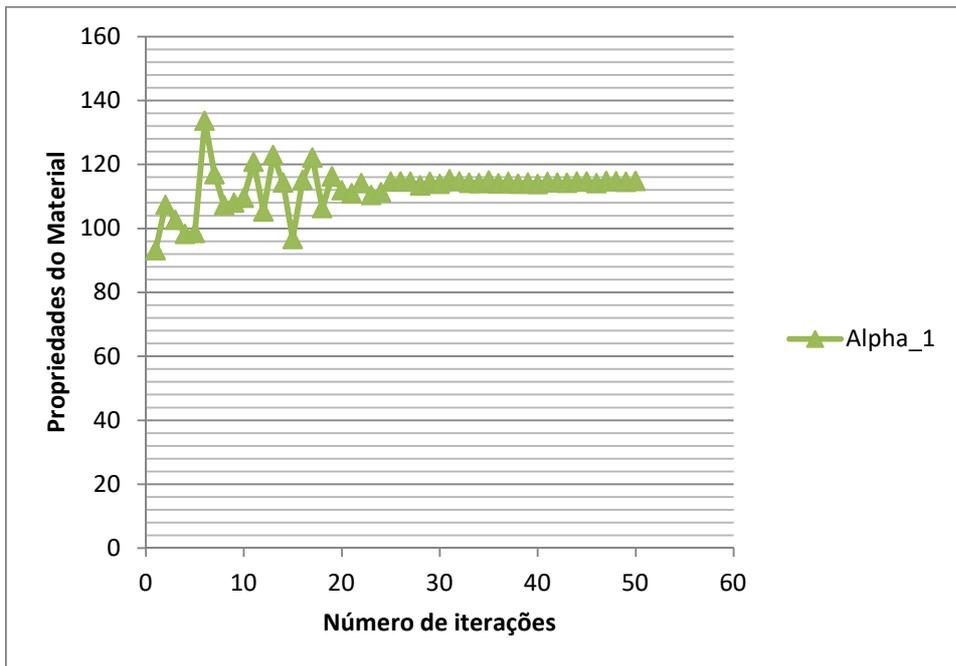


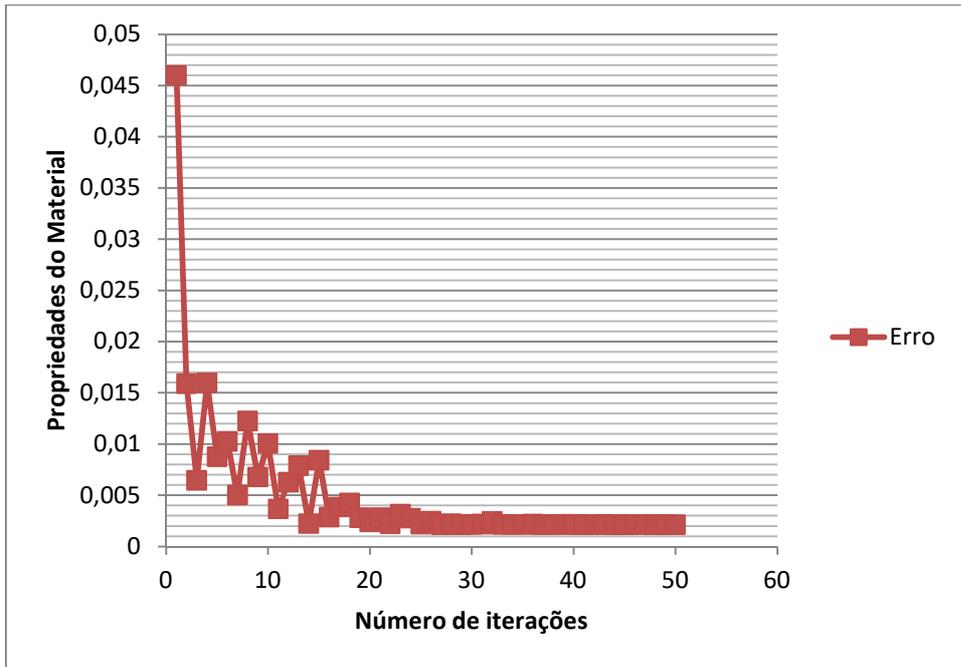
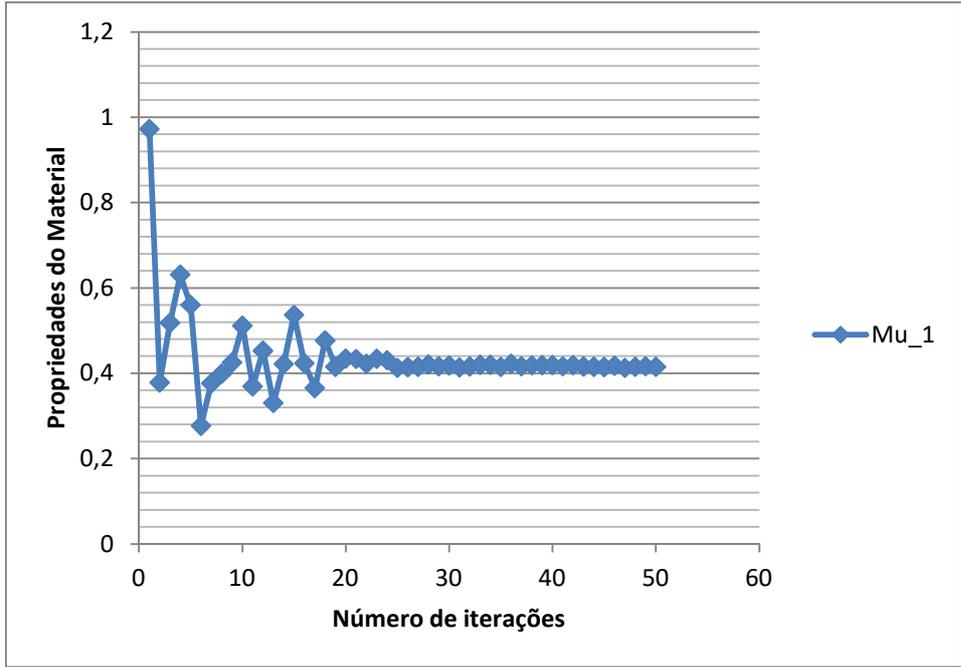
ANEXO F -1 – Resultados 4º cenário / 1º parâmetro – 753 nós



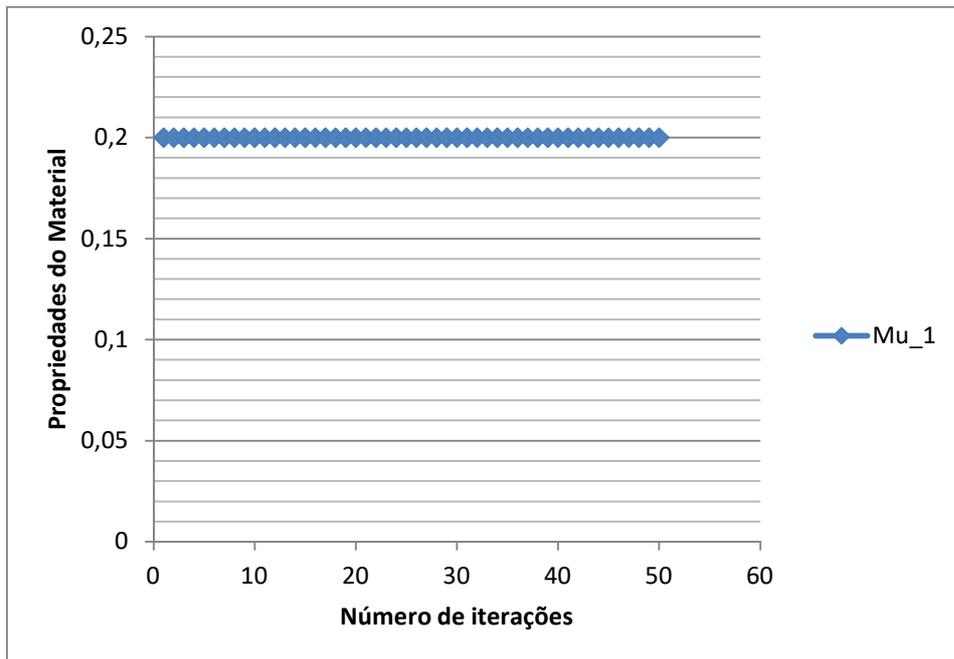
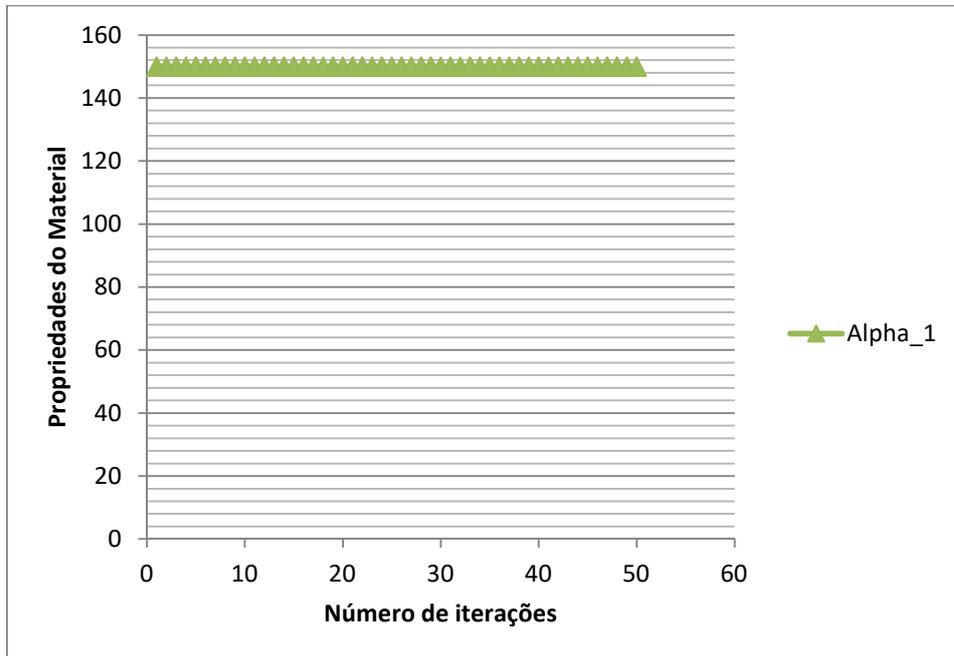


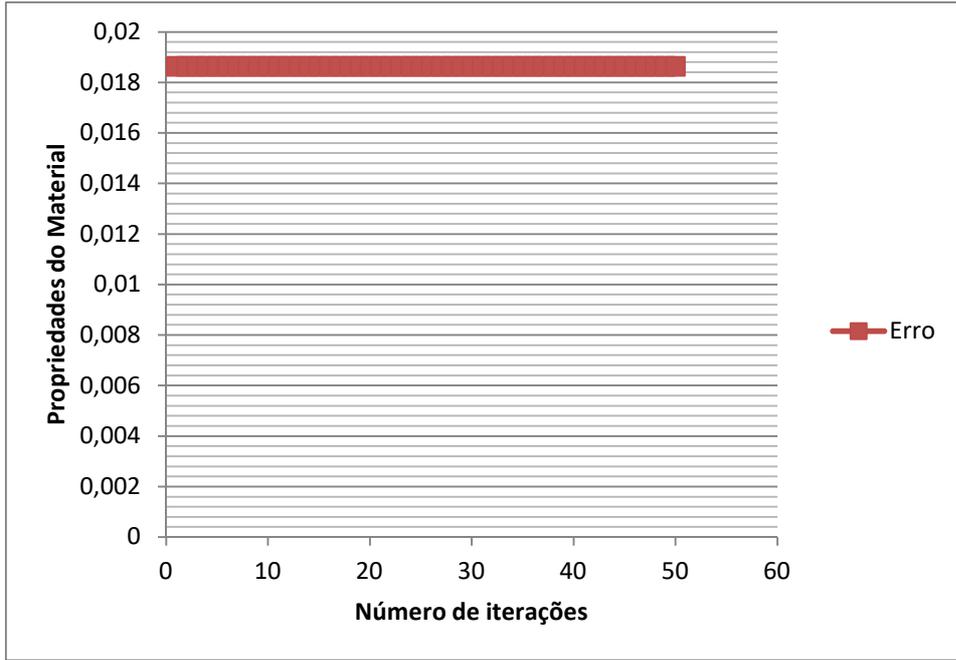
ANEXO F -2 – Resultados 4º cenário / 2º parâmetro – 753 nós



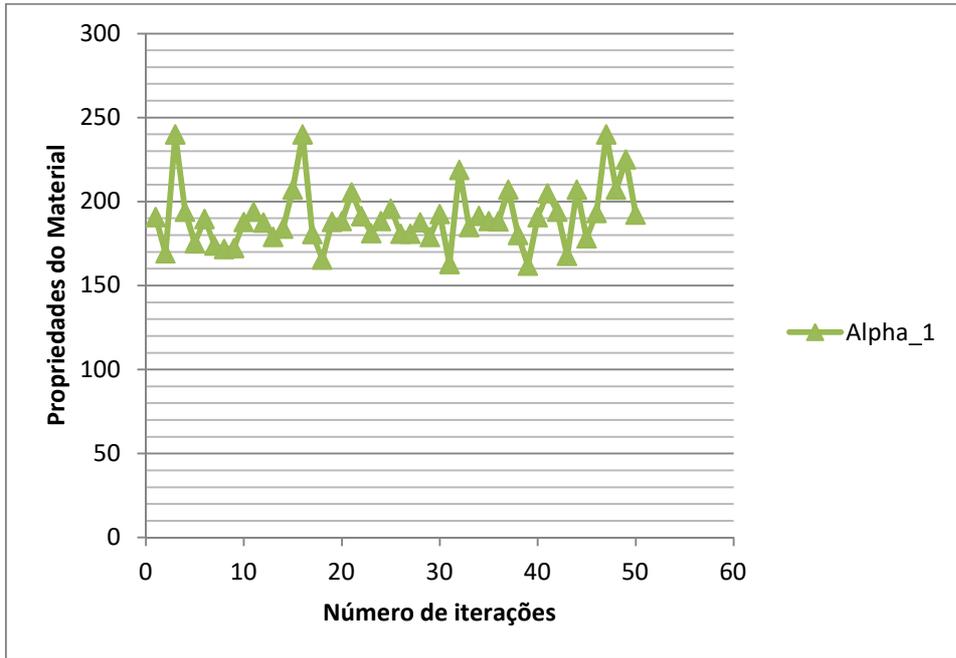


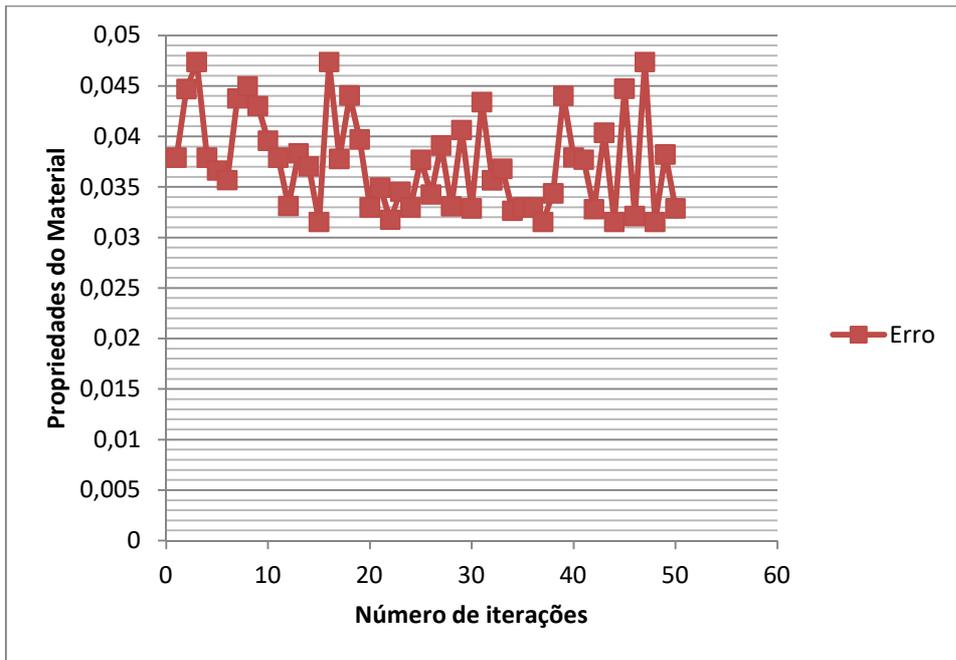
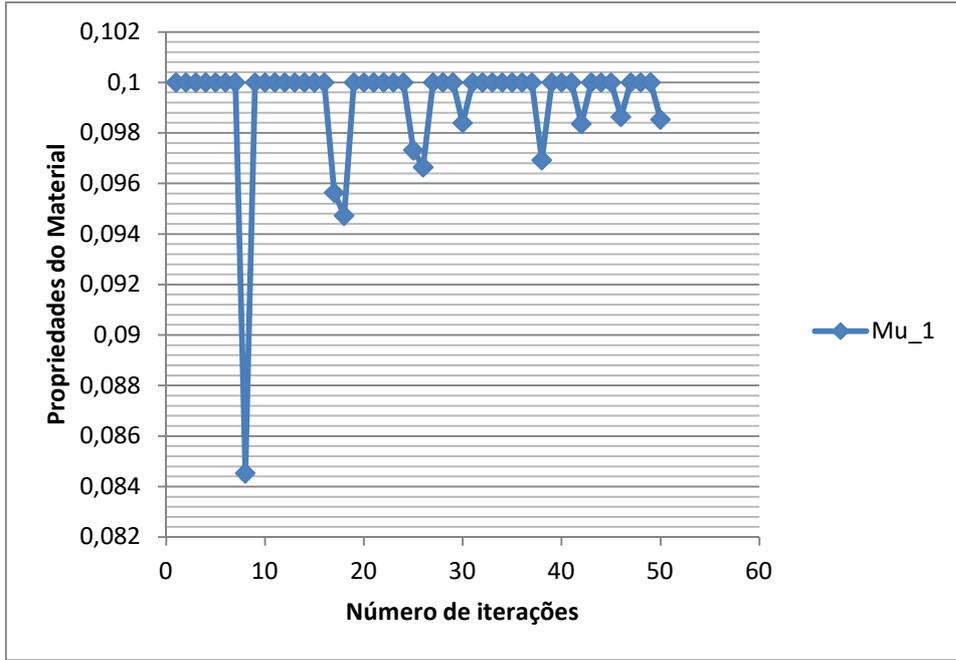
## ANEXO F -3 – Resultados 4º cenário / 3º parâmetro – 753 nós



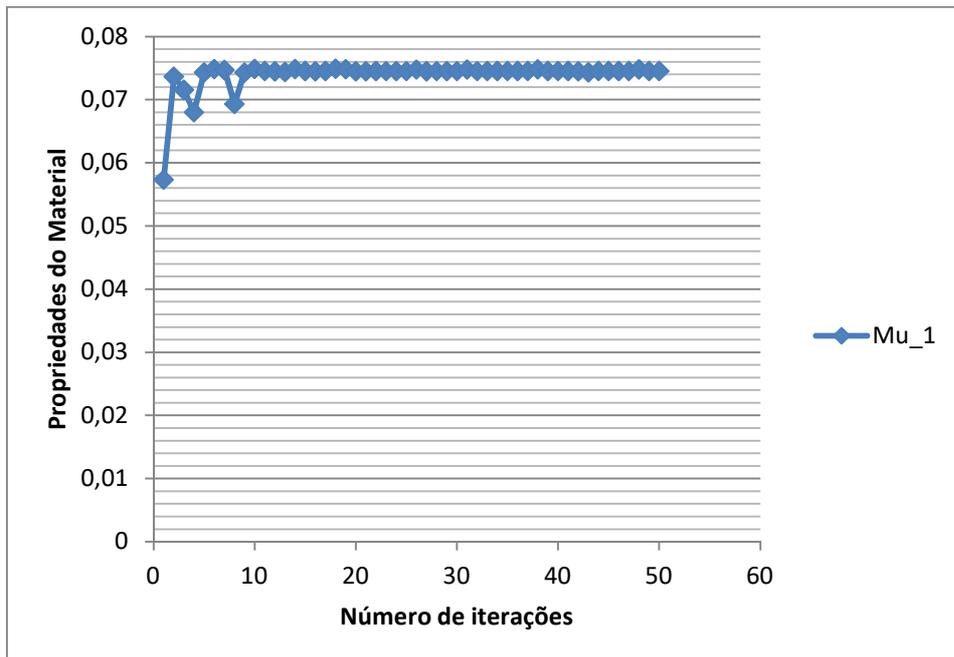
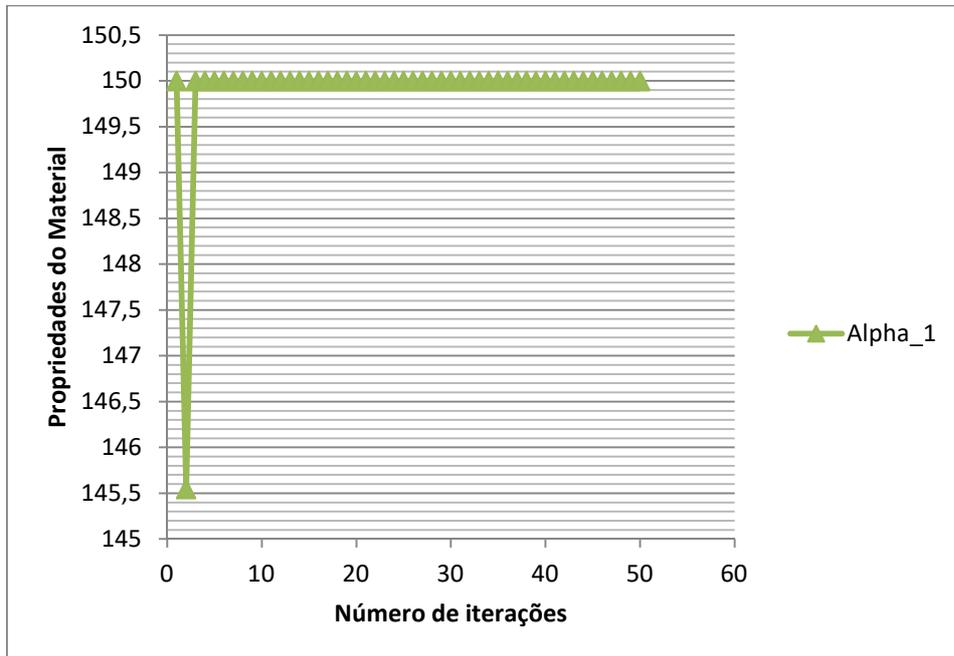


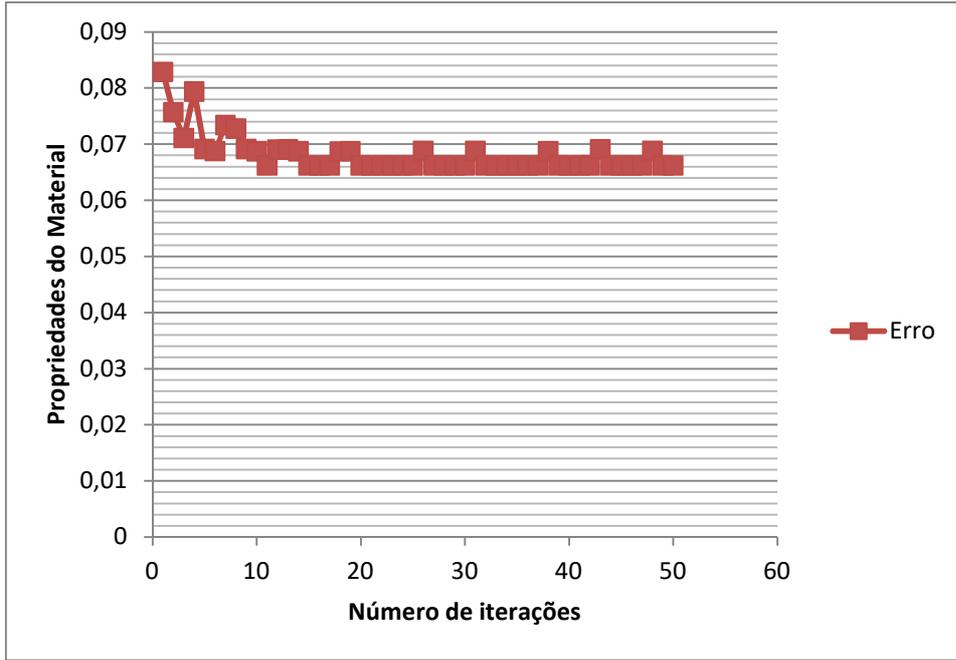
**ANEXO F -4** – Resultados 4º cenário / 4º parâmetro – 753 nós



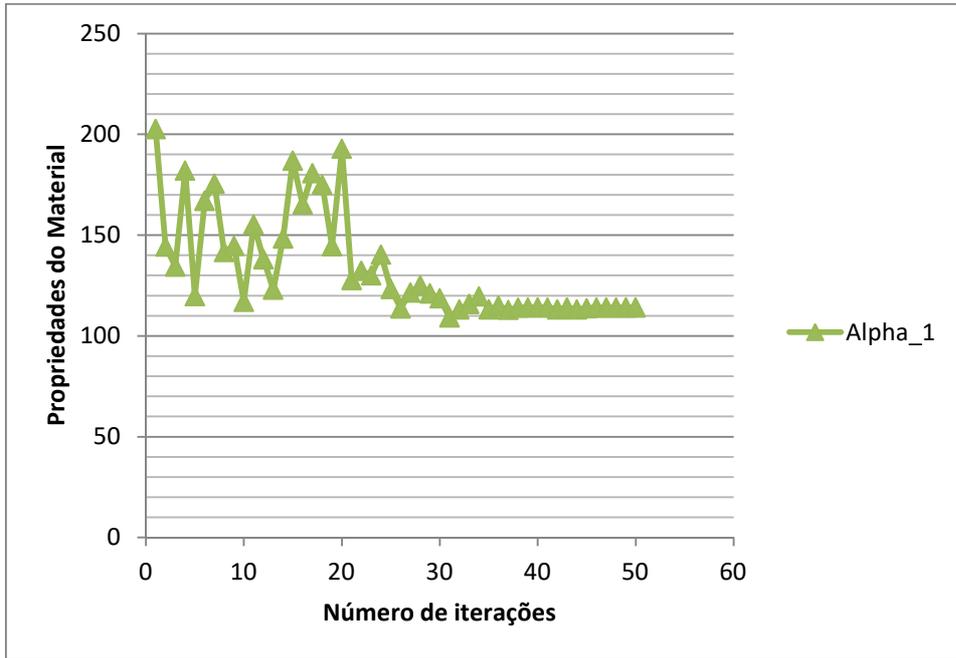


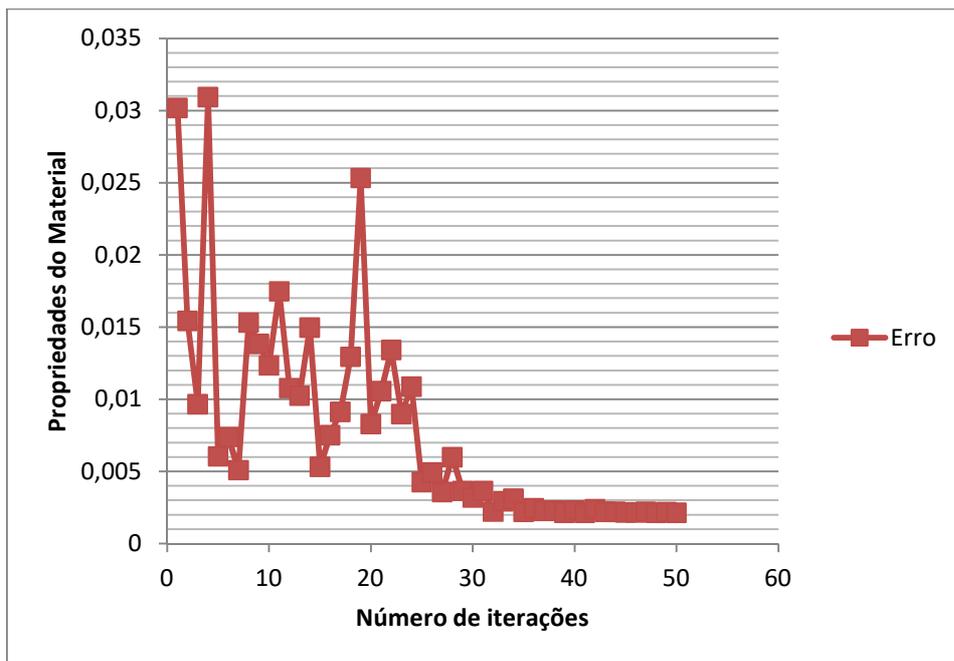
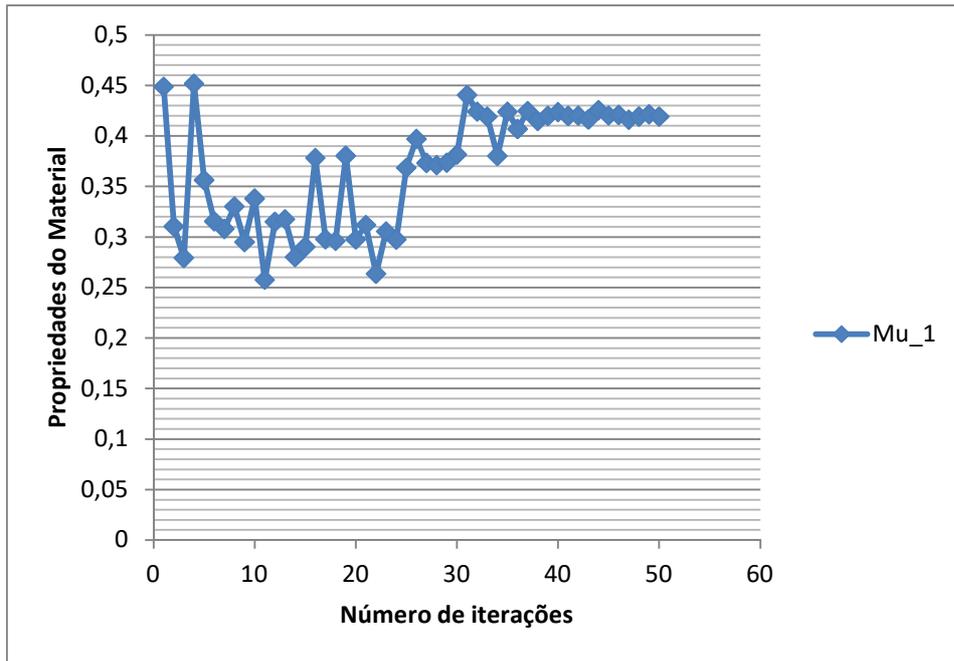
## ANEXO F -5 – Resultados 4º cenário / 5º parâmetro – 753 nós



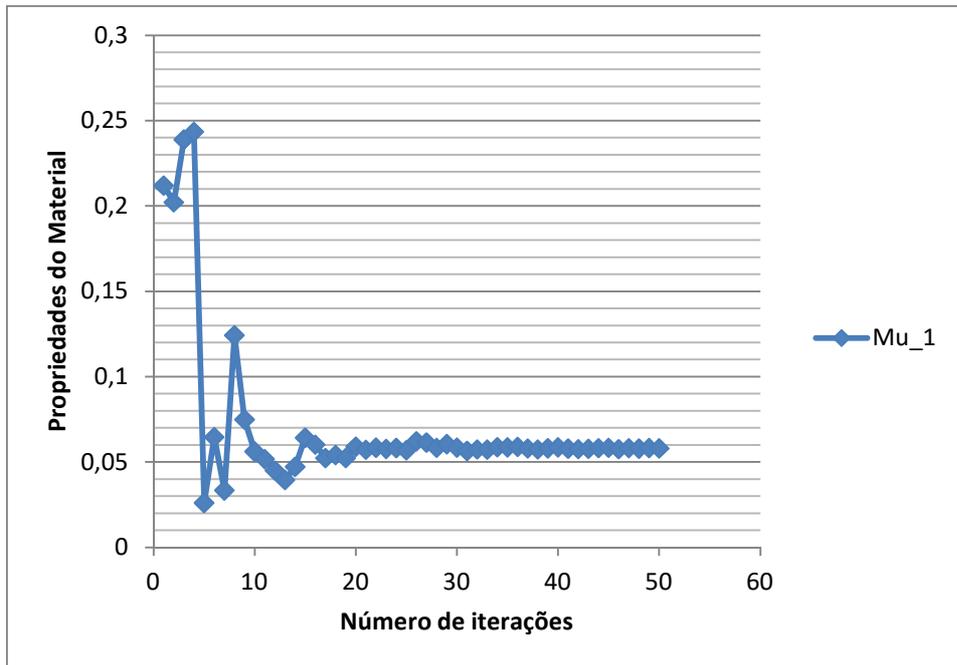
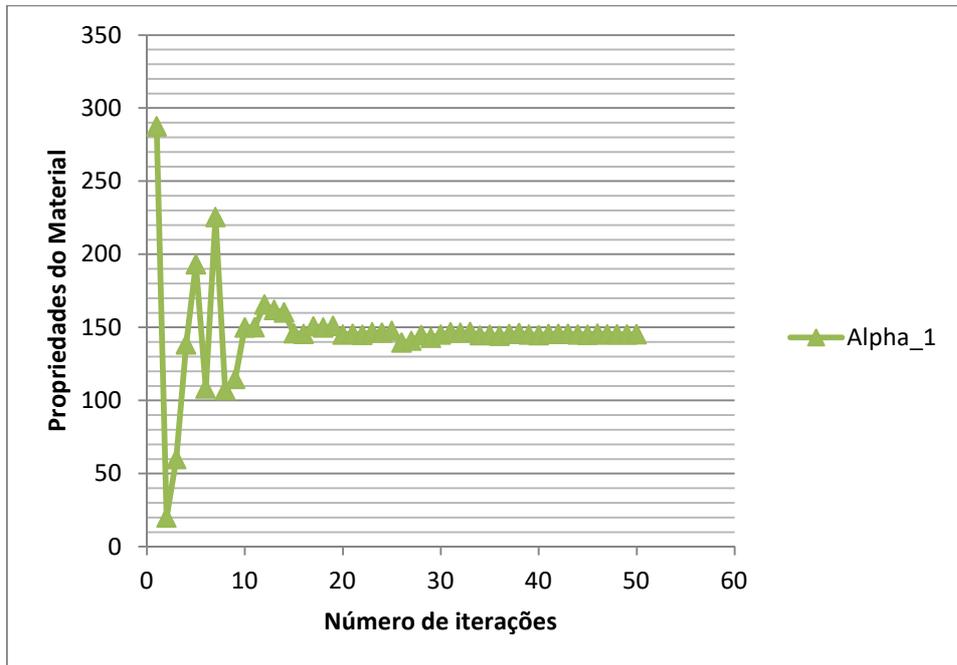


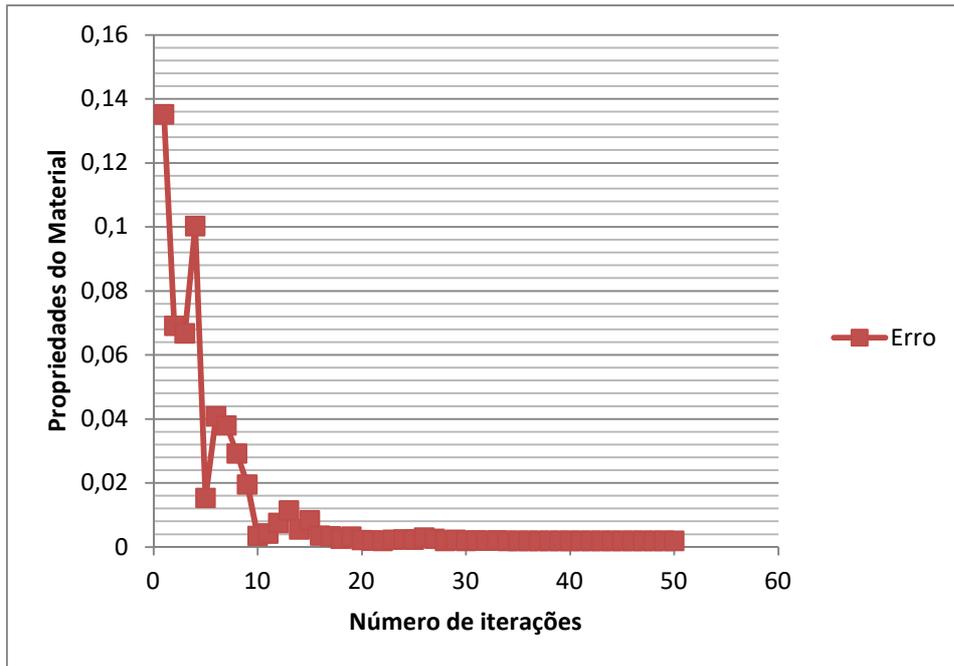
ANEXO F -6 – Resultados 4º cenário / 6º parâmetro – 753 nós



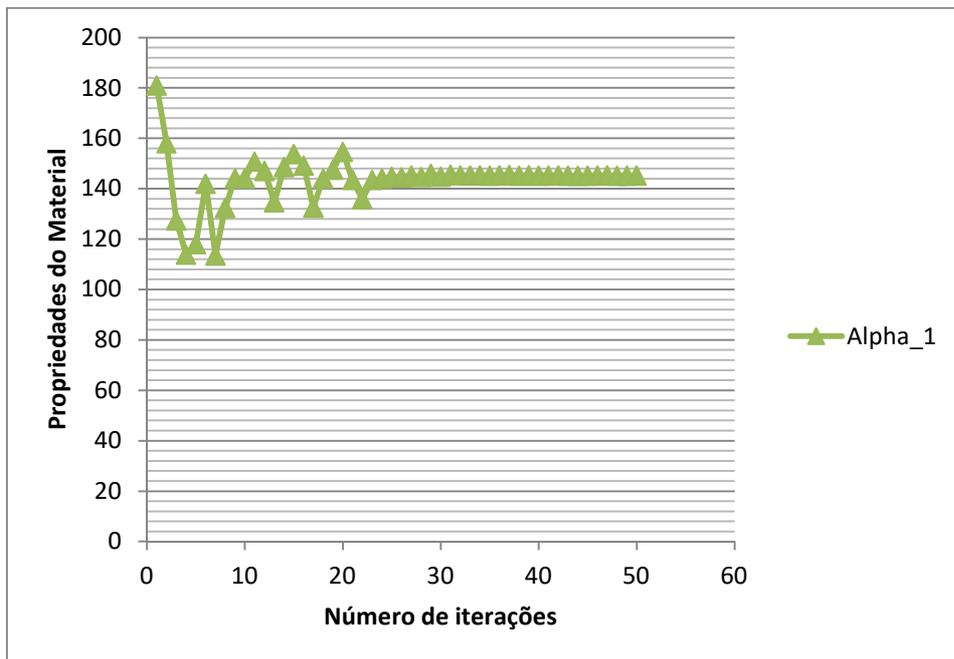


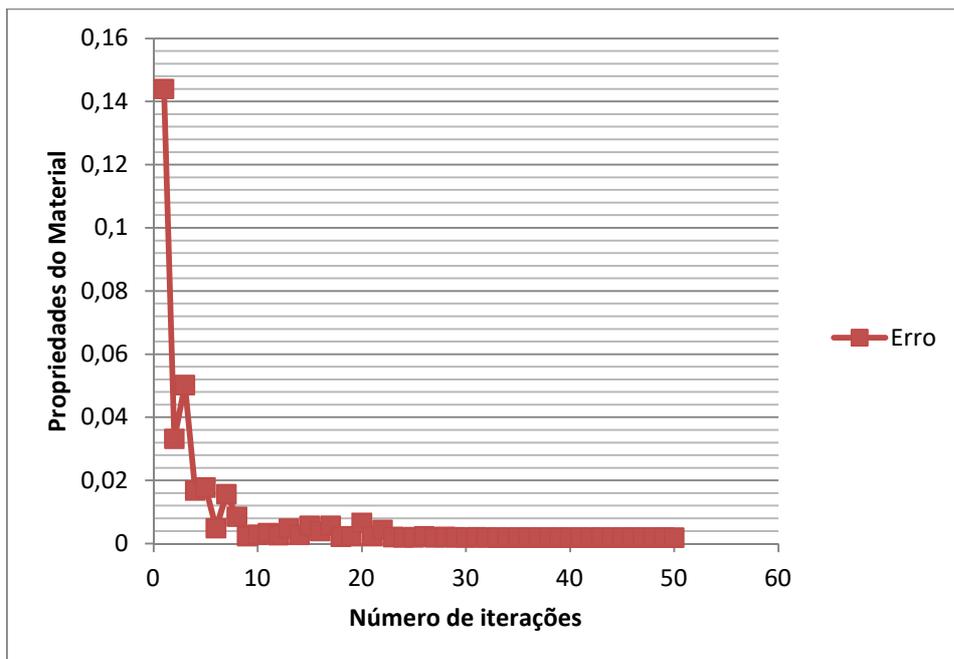
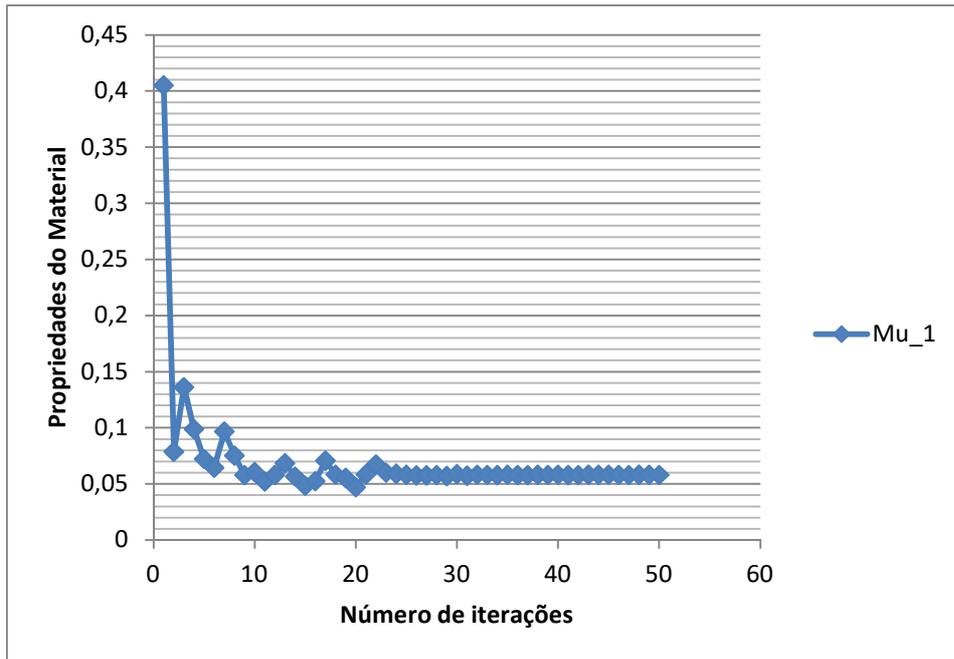
ANEXO G -1 – Resultados 5º cenário / 1º parâmetro – 938 nós



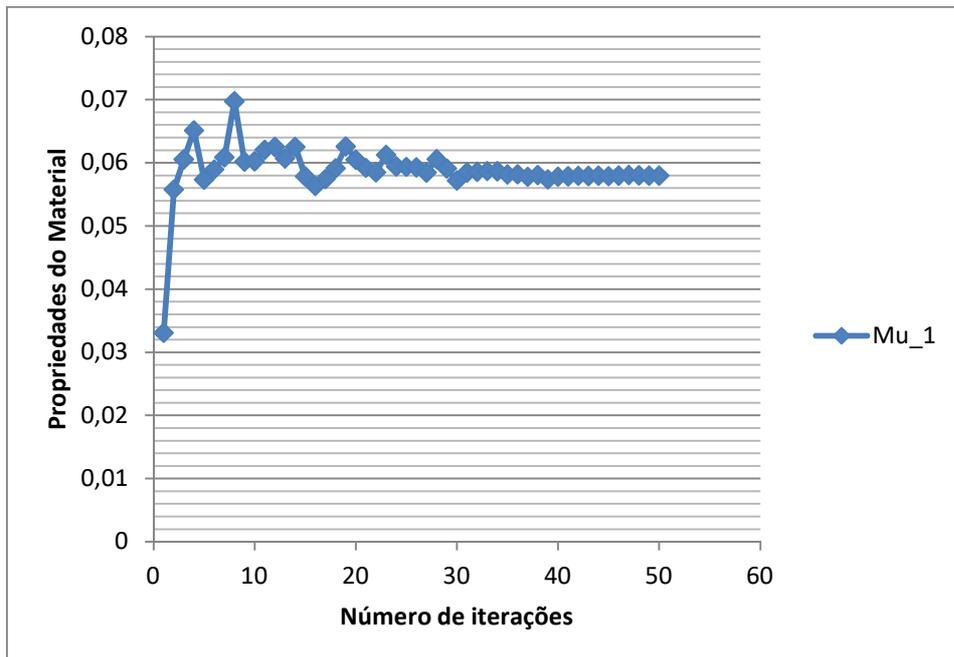
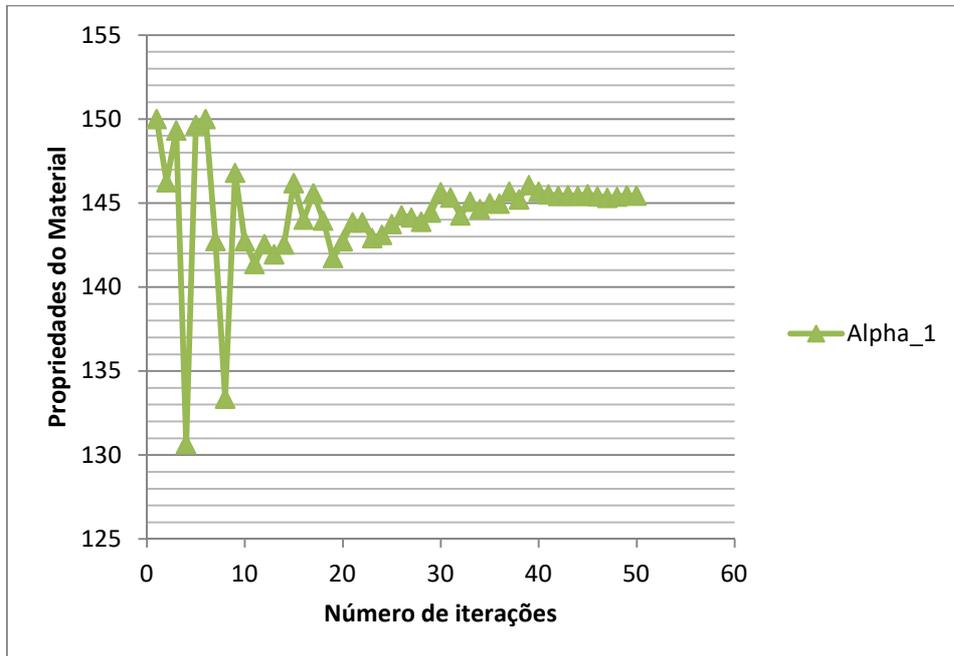


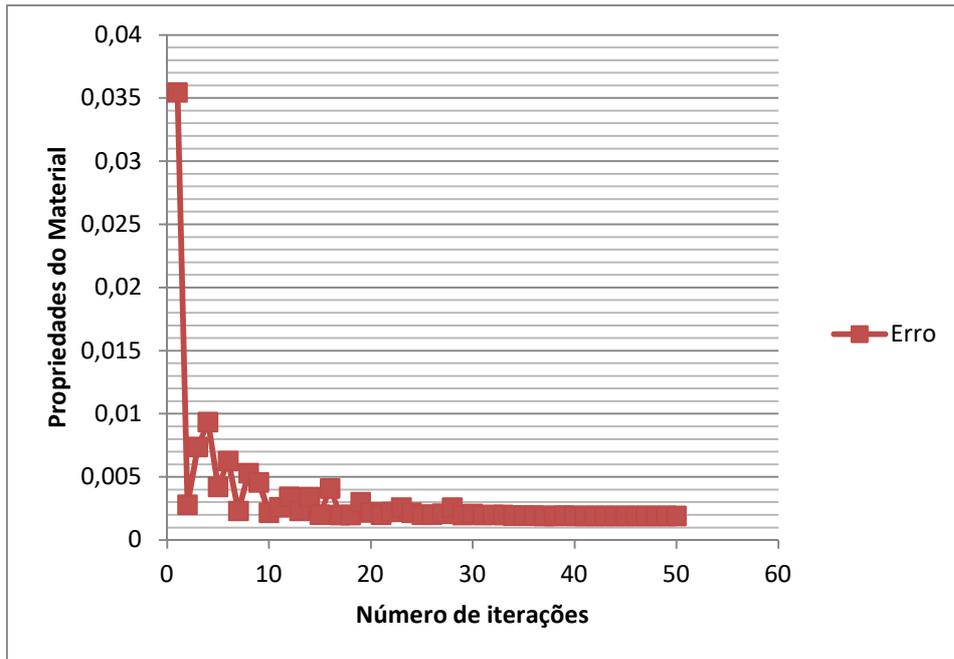
ANEXO G -2 – Resultados 5º cenário / 2º parâmetro – 938 nós



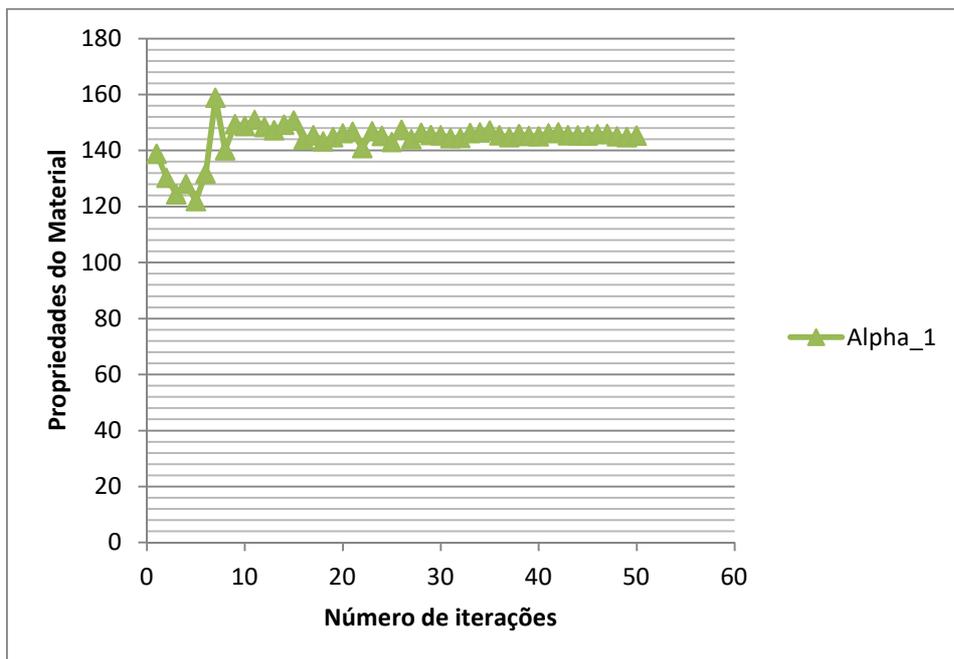


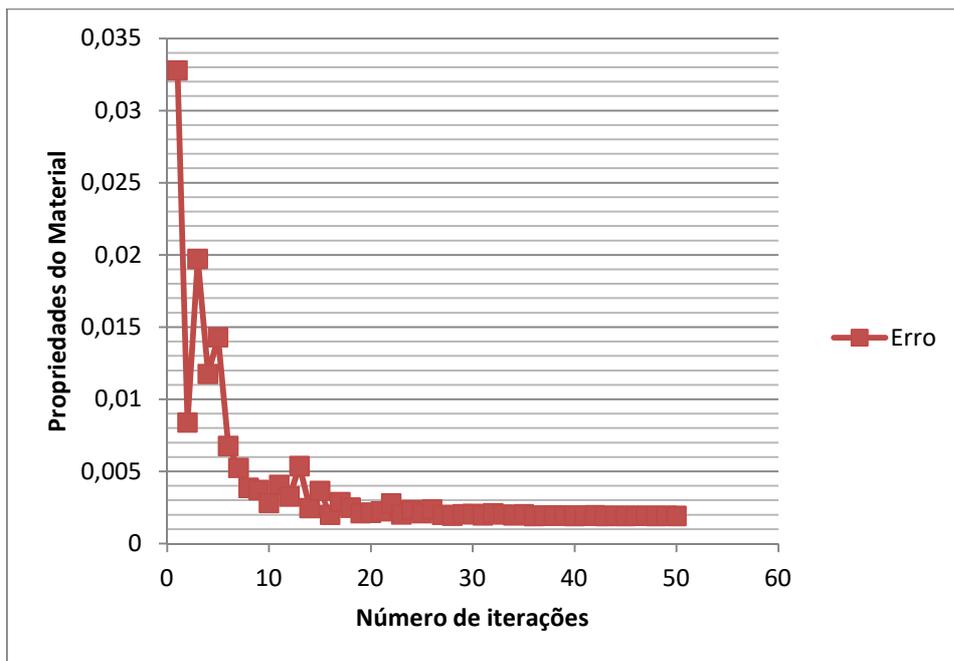
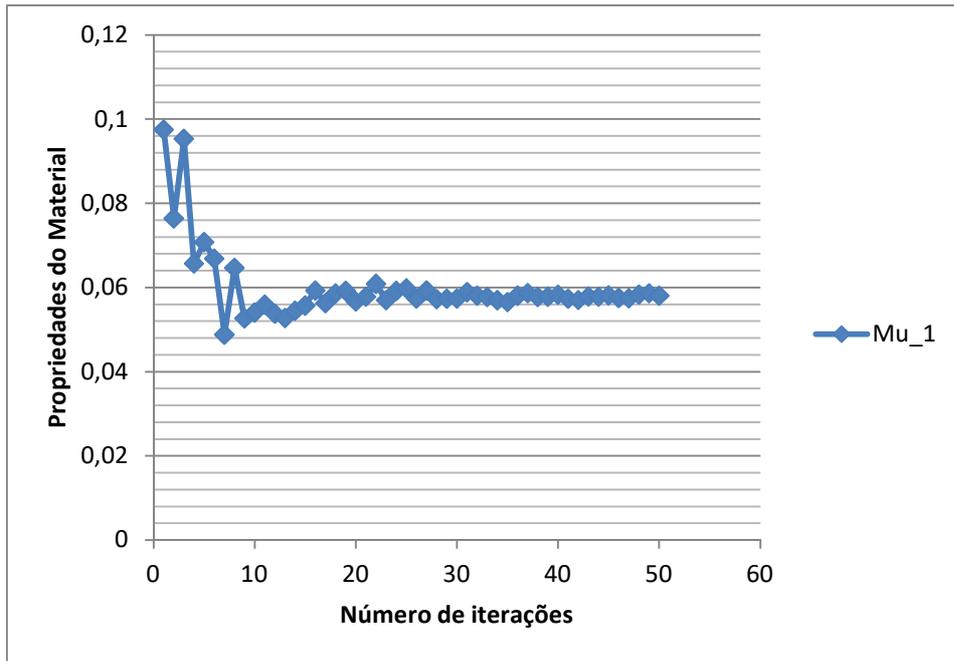
## ANEXO G -3 – Resultados 5º cenário / 3º parâmetro – 938 nós



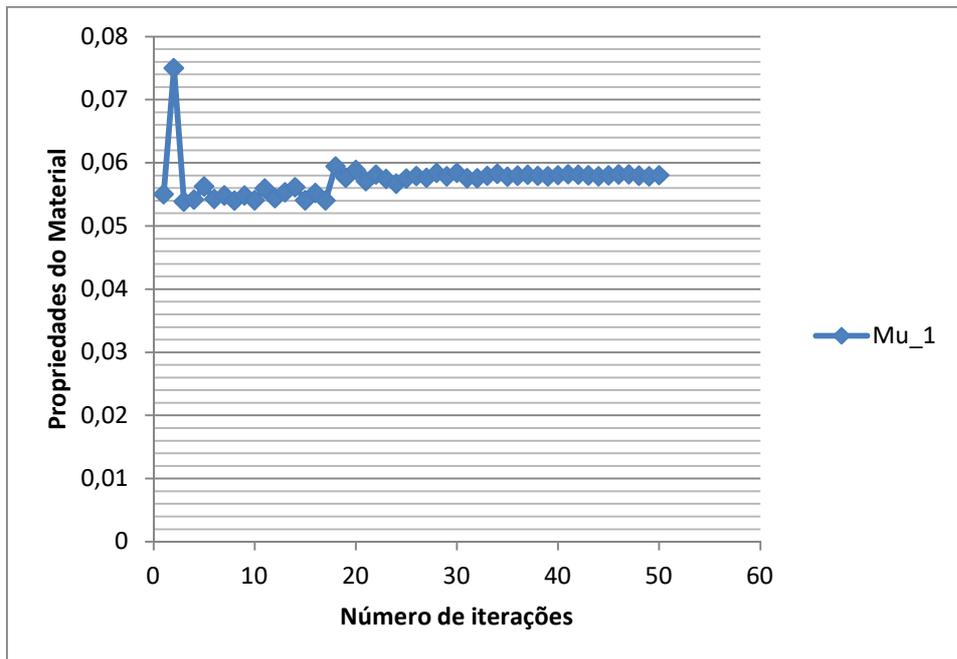
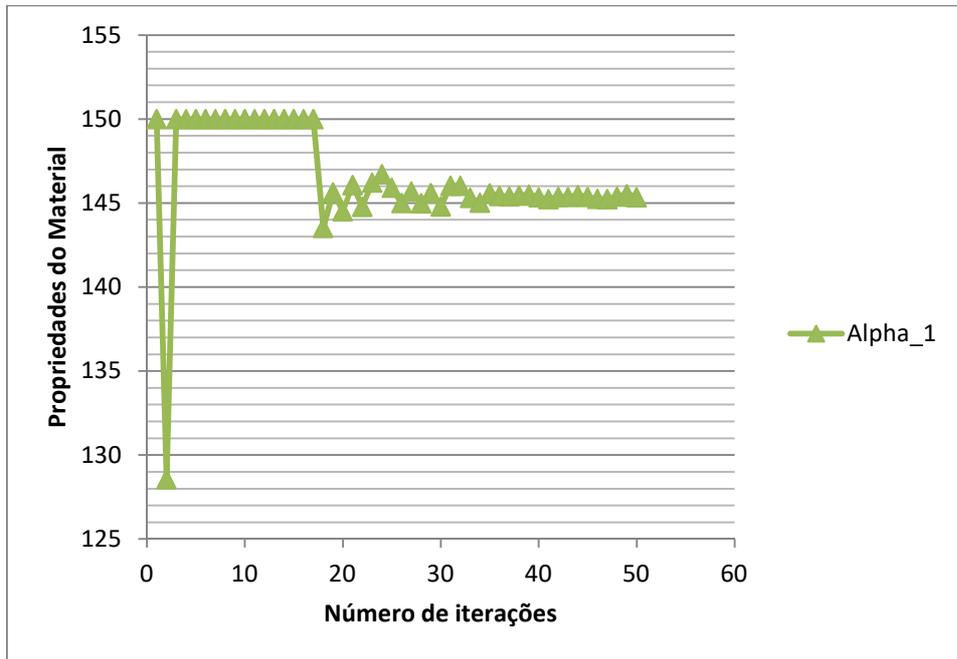


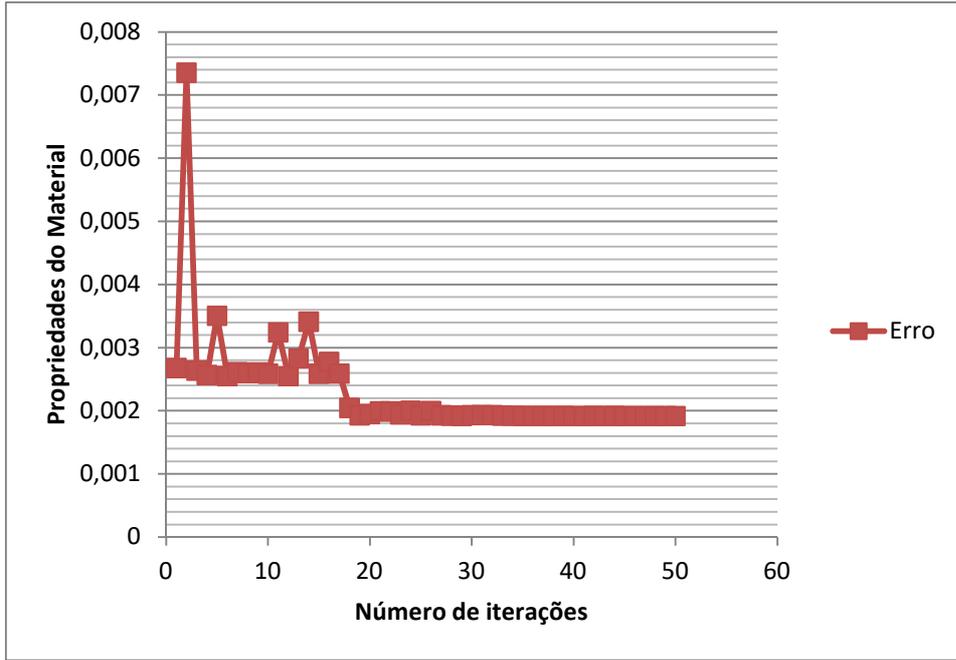
#### ANEXO G -4 – Resultados 5º cenário / 4º parâmetro – 938 nós





ANEXO G -5 – Resultados 5º cenário / 5º parâmetro – 938 nós





ANEXO G -6 – Resultados 5º cenário / 6º parâmetro – 938 nós

