

Gabriel Marcos Vieira Oliveira<sup>1</sup>, José Márcio de Mello<sup>2</sup>, Thiza Falqueto Altoé<sup>2</sup>, João Domingos Scalon<sup>2</sup>, José Roberto Soares Scolforo<sup>2</sup>, Júlio Vilela Pires<sup>2</sup>

## EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS PARA *Eucalyptus* spp. NÃO MANEJADO EM IDADE AVANÇADA COM TÉCNICAS DE INCLUSÃO DE COVARIANTES

Palavras chave:  
regressão  
covariantes  
decomposição de parâmetros

Histórico:  
Recebido 05/06/2013  
Aceito 10/09/2015

Keywords:  
regression  
covariates  
decomposition of parameters

Correspondence:  
gabrielmvo@gmail.com

**RESUMO:** Objetivo do trabalho foi estabelecer equações hipsométricas para *Eucalyptus* spp. não manejado em idade avançada. Para isto, foram mensurados o diâmetro e a altura de 513 fustes distribuídos em 11 espécies e ajustes hipsométricos foram testados por seis modelos de regressão, sendo selecionado aquele com os melhores valores de Critério de Informação de Akaike (AIC), Erro Padrão da Estimativa (Syx), teste de Razão de Máxima Verossimilhança e Análise Gráfica de Resíduos. Posteriormente, o melhor modelo foi submetido à inclusão de covariantes, Qualidade do Fuste (Qf) e Espécie (Sp), por meio da decomposição dos seus parâmetros. Nessas condições, o modelo de Chapman e Richards se mostrou o de melhor desempenho tanto em sua forma original, quanto após a inclusão das covariantes, sendo que, ao compará-los obteve-se uma redução no modelo com covariantes de 71 unidades em AIC, 7,4% em Syx e melhoria significativa em todos os aspectos da distribuição de resíduos. Portanto, foi possível estabelecer equações hipsométricas adequadas para eucalipto não manejado em idade avançada, com e sem inclusão de covariantes, sendo que a última técnica resultou em melhoria significativa na qualidade do ajuste.

## HYPNOMETRIC EQUATIONS FOR UNMANAGED *Eucalyptus* spp. IN OLD AGE WITH TECHNIQUES FOR THE INCLUSION OF COVARIATES

**ABSTRACT:** The aim of the study was to establish hypsometric equations for unmanaged *Eucalyptus* spp. in old age. For this purpose we measured the diameter and height of 513 stems distributed in 11 species and the hypsometric relationship was established by six regression models, being selected the one with the best Akaike Information Criterion (AIC), standard error of estimative (Syx), Maximum Likelihood Ratio Test and Residual Graphical Analysis. Subsequently, the best model has undergone the inclusion of the covariates stem quality (Qf) and Species (Sp) by means of the decomposition of its parameters. Under these conditions, the model of Chapman and Richards showed the best performance in both modeling approaches. When compared both models, we observed a reduction of 71 AIC units and 7.4% in Syx and a significant improvement in all aspects of the residual distribution in the model with covariates. The results show that it is possible to provide hypsometric equations suitable for unmanaged *Eucalyptus* in old age, with and without addition of covariates, and the last technique has provided significant improvement in the quality of fit of the models.

DOI:  
10.1590/01047760201521031740

<sup>1</sup> IDAF, Mimoso do Sul, Espírito Santo, Brasil  
<sup>2</sup> UFLA, Lavras, Minas Gerais, Brasil

## INTRODUÇÃO

O diâmetro é a variável mais fundamental da biometria florestal, seguida da variável altura. No entanto, ao contrário do diâmetro, a altura apresenta-se como uma variável de difícil mensuração sujeita a inúmeras fontes de erro (SILVA et al., 2007), principalmente para árvores de grandes dimensões, como é o caso dos eucaliptos em idades avançadas (AZEVEDO et al., 2011).

No inventário é usual medir os diâmetros de todas as árvores e a altura de parte delas e o conjunto desses dados é utilizado para estabelecer uma relação da altura em função do diâmetro (ANDRADE; LEITE, 2011), a qual será usada para estimar as alturas das demais árvores da parcela em função dos diâmetros já medidos (SCOLFORO, 2005; SOARES et al., 2011). Esta relação é estabelecida a partir de modelos estatísticos e é denominada relação hipsométrica, metodologia já descrita por Ker e Smith (1957).

A relação hipsométrica possibilita conhecer a altura das árvores indiretamente, reduzindo o tempo e o custo do levantamento de dados no inventário florestal (CALDEIRA et al., 2002; SILVA et al., 2007; RIBEIRO et al., 2010).

Existe uma infinidade de modelos e métodos dispersos na literatura para estimativa das alturas das árvores (CASTAÑO-SANTAMARÍA et al., 2013). Barros et al. (2002), Calegario et al. (2005) e Scolforo (2005), dentre diversos, fazem referência à melhoria nas medidas de precisão dos ajustes de modelos hipsométricos quando incluídas outras variáveis, não utilizando apenas o diâmetro como variável independente. Essa técnica pode ainda ser mais significativa quando considerado o método de decomposição de parâmetros e inclusão de covariáveis, sendo que bons resultados podem ser observados em Guimarães et al. (2009), Carvalho et al. (2011) e Mendonça et al. (2015).

Em diversas propriedades rurais, margens de rodovias e até em antigos experimentos é muito comum se deparar com pequenos plantios de eucalipto em idade avançada com grande diversidade de espécies e sem o emprego de qualquer técnica silvicultural ou manejo. Esses plantios, geralmente, funcionam como estoque de madeira para uso eventual e podem conter indivíduos de grandes dimensões e um grande volume de madeira. Porém, existe dificuldade na mensuração, sendo a altura uma das variáveis mais limitantes.

Assim, o objetivo do trabalho foi estabelecer equações hipsométricas para *Eucalyptus* spp. em idade avançada não manejados, com uso de modelos tradicionais de regressão linear e não linear e testar o desempenho da inclusão de covariantes por meio de técnicas de decomposição de parâmetros.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Área do estudo e coleta de dados

O povoamento em estudo possui uma área de 1,2 hectares e está localizado no campus da Universidade Federal de Lavras, município de Lavras – MG nas coordenadas 21°13'19" de latitude Sul e 44° 58'31" de longitude Oeste. Trata-se de um plantio abandonado e não manejado de eucalipto seminal, oriundo de mudas restantes de testes de procedência da universidade, instalado por volta de 1975, apresentando na época da coleta de dados, aproximadamente, 35 anos de idade.

Todos os indivíduos presentes no povoamento foram identificados por espécie e tiveram sua circunferência a 1,3 m do solo, convertida posteriormente para diâmetro (*di*), medida diretamente com o uso da fita métrica e a altura total (*hi*) medida indiretamente com um hipsômetro Haga.

As árvores também foram submetidas a uma qualificação subjetiva de acordo com a Qualidade do fuste (*Qf*) numa escala de 1 a 3, com o objetivo de criar uma covariável independente auxiliar. Sendo que: *Qf* = 3 representam árvores de maiores dimensões, com potenciais de uso em serrarias para fabricação de móveis e estruturas, apresentavam-se mais retilíneas e cilíndricas, com ausência ou com poucos defeitos ao longo do fuste; *Qf* = 2 árvores de dimensões intermediárias, com potencial uso para lenha, carvão e eventualmente serrarias, mas que apresentavam defeitos pronunciados ou tortuosidade ao longo do troco; e *Qf* = 1, árvores de menores dimensões, com fustes tortuosos, muito defeituosos, mas que poderiam ser utilizadas para produção de carvão e em alguns casos como moirões ou escoras.

Ao todo foram mensurados 536 fustes em 14 espécies, no entanto, para esse trabalho foram eliminados indivíduos mortos, quebrados e as espécies representadas por menos de dois indivíduos. A relação de espécies, número de indivíduos e estatísticas básicas estão expressos na Tabela 1.

**TABELA 1** Espécies e estatísticas básicas das variáveis diâmetro (*di*) e altura (*hi*).**TABLE 1** Species and basic statistics of the variables diameter (*di*) and height (*hi*).

Espécie	n	Diâmetro (cm) - di				Altura (m) - hi			
		Média	Min.	Máx.	CV%	Média	Min.	Máx.	CV%
<i>E. cloesiana</i>	109	25,9	8,3	63,8	49,2	24,7	6,9	48,7	43,8
<i>E. dunnii</i>	39	37,0	13,5	73,8	35,3	37,3	7,6	55,0	26,9
<i>E. grandis</i>	88	48,2	9,0	98,7	32,8	43,3	4,7	59,7	25,6
<i>E. maculata</i>	25	34,4	18,8	59,5	36,9	34,9	22,3	50,3	25,0
<i>E. microcorys</i>	64	28,3	8,0	56,7	41,2	29,9	5,8	51,9	37,4
<i>E. pilularis</i>	53	39,9	13,4	85,0	42,4	34,2	7,2	55,5	37,7
<i>E. saligna</i>	83	36,7	9,6	80,9	45,8	35,8	11,2	56,4	33,7
<i>E. urophylla</i>	20	42,5	19,4	76,1	39,4	35,1	15,4	49,7	31,8
Outras*	32	30,2	13,5	58,6	42,0	31,3	12,5	51,6	34,5
Geral	513	35,4	8,0	98,7	46,3	33,6	4,7	59,7	37,8

Em que: n = número de indivíduos; CV% = Coeficiente de Variação; Min.: valor mínimo; Máx.: valor máximo; \* = *E. citriodora*, *E. pellita* e *E. tolleriana* agrupadas em função do baixo número de indivíduos.

### Análise dos dados

As relações hipsométricas foram estabelecidas utilizando modelos pré-selecionados de regressão linear e não-linear apresentados na Tabela 2.

Primeiramente, as relações hipsométricas foram estabelecidas para toda base de dados independente da espécie e simplesmente em função do diâmetro (*di*). Num segundo momento, após a avaliação dos modelos anteriores, foi selecionado aquele de melhor desempenho e foi aplicada uma técnica de regressão por meio de decomposição de parâmetros e inclusão das covariantes: Espécie - *Sp* (binária) e Qualidade do Fuste - *Qf* (or-

dinária). Portanto, foram criados novos modelos modificados, analogamente à decomposição feita no modelo linear simples, apresentados na Tabela 3 apenas como exemplo para melhor ilustrar a metodologia aplicada aos modelos da Tabela 2.

Os modelos foram submetidos para seleção do melhor ajuste à análise gráfica dos resíduos padronizados e aos indicativos de precisão de ajuste: Erro Padrão da Estimativa (*Syx*) (CHARNET et al., 2008), Critério de Informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1974) e teste de Razão de Máxima Verossimilhança (BASSEVILLE; NIKIFOROV, 1993).

Os modelos lineares e não-lineares em suas formas originais foram ajustados pelo método dos

**TABELA 2** Modelos de regressão testados.**TABLE 2** Tested Regression models.

Modelo	Nome/Autor	Tipo	Forma
1	Henriksen (1950)	Linear	$\hat{h}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln d_i + \varepsilon_i$
2	Curtis (1967)	Linearizável	$\hat{h}_i = e^{\beta_0 + \beta_1/d_i} + \varepsilon_i$
3	Desconhecido	Linearizável	$\hat{h}_i = \beta_0 \cdot d_i^{\beta_1} + \varepsilon_i$
4	Logístico/Verhulst (1838)	Não linear	$\hat{h}_i = \beta_0 / (1 + e^{(\beta_1 - d_i)/\beta_2}) + \varepsilon_i$
5	Chapman e Richards / Pienaar e Turnbull (1973)	Não linear	$\hat{h}_i = \beta_0 \cdot (1 - e^{-\beta_1 \cdot d_i})^{\beta_2} + \varepsilon_i$
6	Monomolecular / Mitscherlich (1909)	Não linear	$\hat{h}_i = \beta_0 \cdot (1 - \beta_1 \cdot e^{-\beta_2 \cdot d_i}) + \varepsilon_i$

$\hat{h}_i$  = altura da *i*-ésima árvore estimada em m;  $\beta_i$  = parâmetros da regressão a serem estimados;  $d_i$  = diâmetro a 1,30 m do solo em cm;  $\varepsilon_i$  = erro I.I.D.N. (0,  $\sigma^2$ ).

**TABELA 3** Exemplo de decomposição de parâmetros e inclusão das covariáveis Espécie (Sp) e Qualidade do Fuste (Qf) em quatro diferentes combinações.

**TABLE 3** Example of decomposition of parameters and inclusion of the covariates Species (Sp) and stem quality (Qf) for four different combinations.

Decomposição	Modelo modificado
Nenhuma	$\hat{h}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot d_i + \varepsilon_i$
1) $\beta_i \sim Qf$	$\hat{h}_i = (\beta_{00} + \beta_{01} \cdot Qf) + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot Qf) \cdot d_i + \varepsilon_i$
2) $\beta_i \sim Sp$	$\hat{h}_i = (\beta_{00} + \beta_{01j} \cdot Sp_j) + (\beta_{10} + \beta_{11j} \cdot Sp_j) \cdot d_i + \varepsilon_i$
3) $\beta_i \sim Sp + Qf$	$\hat{h}_i = (\beta_{00} + \beta_{01j} \cdot Sp_j + \beta_{02} \cdot Qf) + (\beta_{10} + \beta_{11j} \cdot Sp_j + \beta_{12} \cdot Qf) \cdot d_i + \varepsilon_i$
4) $\beta_i \sim Sp \cdot Qf + Qf$	$\hat{h}_i = (\beta_{00} + \beta_{01j} \cdot Sp_j \cdot Qf + \beta_{02} \cdot Qf) + (\beta_{10} + \beta_{11j} \cdot Sp_j \cdot Qf + \beta_{12} \cdot Qf) \cdot d_i + \varepsilon_i$

mínimos quadrados ordinários (CHARNET et al., 2008), enquanto que os modelos modificados pela inclusão das covariáveis foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados generalizados (MCCULLAGH; NELDER, 1983), ambos pressupondo  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ . Todas as análises e procedimentos foram executados com o auxílio do software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012) e do pacote “nlme” (PINHEIRO; BATES, 2009).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As análises de variâncias, apesar de omitidas por questões práticas, mostraram que todos os modelos foram estatisticamente significativos. Dessa forma, na Tabela 4 são apresentadas as estimativas dos parâmetros

e estatísticas de ajuste dos modelos em seus formatos originais, sem inclusão de covariáveis.

Independente do modelo pode-se notar que todos os parâmetros foram altamente significativos ao nível de significância de 0,05 (valor-p < 0,0001), tornando-os indispensáveis na estimativa da altura. Quanto às estatísticas de ajuste, primeiramente, tem-se que AIC e Syx foram coerentes entre si, indicando os Modelos 4 e 5 com os melhores e equivalentes resultados (AIC = 3332 e Syx = 6,19 m), seguidos dos Modelos 6, 2, 1 e 3. Ressaltando que os modelos de melhor desempenho foram os modelos não-lineares.

Modelos lineares têm sido muito utilizados para a relação hipsométrica, principalmente devido à facilidade de ajuste (FERREIRA, 2009). Entretanto, nem sem-

**TABELA 4** Parâmetros e estatísticas de ajuste dos modelos em sua forma original.

**TABLE 4** Parameters and statistics of model fitness in its original form.

Modelo	Parâmetro	Valor	EP	t-valor	Valor-p	AIC	Syx (m)
1	$\beta_0$	-44,4078	2,0102	-22,09	0,000	3356	6,35
	$\beta_1$	22,5775	0,5762	39,18	0,000		
2	$\beta_0$	4,2348	0,0196	216,57	0,000	3340	6,25
	$\beta_1$	-22,2669	0,6880	-32,36	0,000		
3	$\beta_0$	3,4406	0,2599	13,24	0,000	3429	6,81
	$\beta_1$	0,6470	0,0201	32,12	0,000		
4	$\beta_0$	49,1488	0,8603	57,13	0,000	3332	6,19
	$\beta_1$	22,6975	0,5553	40,88	0,000		
	$\beta_2$	11,0837	0,6559	16,90	0,000		
5	$\beta_0$	52,0982	1,4513	35,90	0,000	3332	6,19
	$\beta_1$	0,0516	0,0053	9,70	0,000		
	$\beta_2$	1,9382	0,2207	8,78	0,000		
6	$\beta_0$	54,8233	1,7306	31,68	0,000	3337	6,23
	$\beta_1$	1,2465	0,0588	21,21	0,000		
	$\beta_2$	0,0377	0,0033	11,28	0,000		

Em que: n = número de indivíduos; CV% = Coeficiente de Variação; Min.: valor mínimo; Máx.: valor máximo; \* = *E. citriodora*, *E. pellita* e *E. tolleriana* agrupadas em função do baixo número de indivíduos.

pre são os mais adequados para expressar esta relação por acarretar maiores erros de estimativa, já que, muitas vezes esta relação apresenta-se como não linear (CALEGARIO et al., 2005). Diversos autores têm obtido êxito na utilização destes modelos para estimar a altura total de populações florestais, podendo ser destacados os trabalhos de Batista, Couto e Marquesini (2001) Soares e Tomé (2002), Newton e Amponsah (2007) e Guimarães et al. (2009).

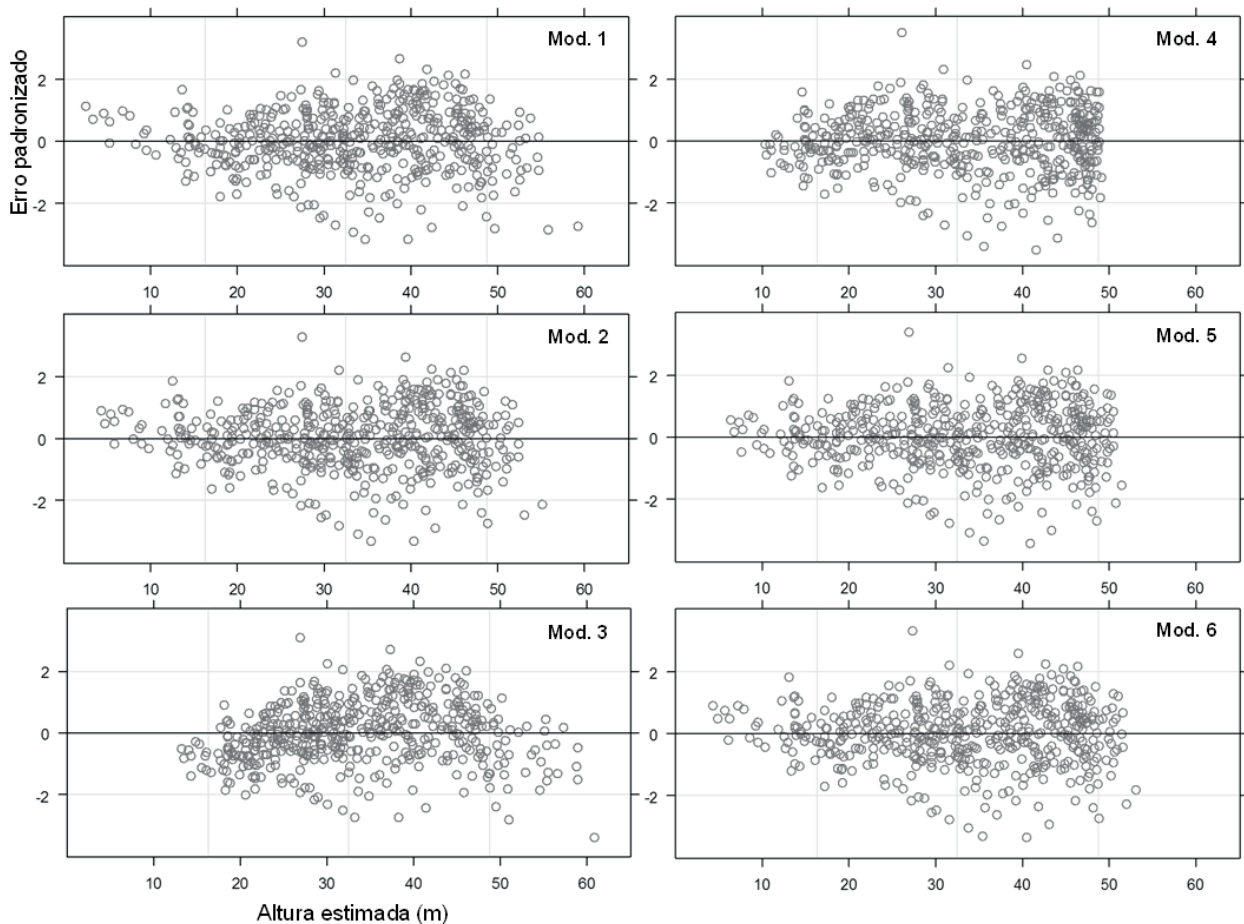
Quanto aos valores obtidos de  $Sy_x$ , (mínimo 6,19 m) constata-se que são relativamente altos se comparados aos das relações hipsométricas comumente encontradas para eucaliptos (RIBEIRO et al. 2010; SOUSA et al., 2013). Acontece que, geralmente, se trabalha com plantios clonais equianos e com uma única espécie. O estudo de Mendonça et al. (2015), corrobora que há uma melhoria nos valores de  $Sy_x$  quando a variabilidade da idade e do material genético são consideradas por meio do acréscimo de

covariáveis no ajuste.

O presente trabalho se refere a um plantio seminal, sem manejo e com grande variedade de espécies, o que, inevitavelmente, acarreta em alta variabilidade (Tabela 1), resultando em erros de estimativa superiores aos encontrados na literatura. Entretanto, os valores de  $Sy_x$  foram razoáveis, visto a ocorrência de indivíduos de até 59,7 m. Além disso, Azevedo et al. (2011) trabalhando com *Eucalyptus sp.* em condições e idades semelhantes, também de 35 anos, encontraram valores de  $Sy_x$  de no mínimo 27,5%, sendo muito superior aos 18,4% (6,19 m) encontrados nesse trabalho.

Os gráficos de resíduos ilustrados na Figura 1 dão suporte a uma melhor interpretação da qualidade de ajuste dos modelos e subsidiam a escolha do mais adequado.

Em geral observam-se resíduos razoavelmente distribuídos, sem tendência pronunciada (exceto pelo Modelo 3), com maior concentração das observações em torno de dois desvios padrões, com indícios de



**FIGURA 1** Gráficos de resíduos padronizados dos modelos, sem inclusão de covariáveis.

**FIGURE 1** Standardized residuals graphics of the models without the inclusion of covariates.

heterocedasticidade em todos os modelos e com número razoável de observações dispersas acima de dois desvios. O Modelo 3 apresenta certa tendenciosidade em forma de arco com concavidade voltada para baixo; o Modelo 4, apesar de uma concentração de observações em torno do eixo, apresenta amplitude de estimativa limitada a 50 m; e os Modelos 1, 2, 5 e 6 apesar da aparente heterogeneidade de variância, apresentam as melhores e equivalentes distribuições, com um destaque sutil para a melhor simetria do Modelo 5.

Portanto, considerando os resultados obtidos nas estatísticas de ajuste e na distribuição de resíduos, o Modelo 5 de Chapman e Richards pode ser considerado o mais adequado para estabelecimento da relação hipsométrica. O modelo de Chapman e Richards é muito empregado na área florestal uma vez que apresenta flexibilidade e bom desempenho no estabelecimento de relações de crescimento e produção para diversas variáveis dendrométricas (ZEIDE, 1993; CRUZ et al., 2008).

Após selecionado o Modelo 5 como o de melhor desempenho, procedeu-se a análise com a inclusão das covariantes Espécie (*Sp*) e Qualidade do fuste (*Qf*) em quatro combinações (Tabela 5). Nota-se que foram apresentadas somente as equações com decomposição apenas do parâmetro  $\beta_0$ .

Tal fato é justificado, já que análises preliminares mostraram que a inclusão de covariáveis era significativa somente em apenas um dos parâmetros, e sempre apresentava os melhores resultados quando as covariáveis eram inseridas na assíntota ( $\beta_0$ ), portanto os demais resultados foram omitidos.

No Modelo 5.1, com inclusão apenas da *Qf*, observou-se que todos os parâmetros foram altamente significativos ( $p$ -valor  $< 0,0001$ ), e com foco para o parâmetro  $\beta_0$ , pode-se afirmar que mesmo a variável *Qf* sendo atribuída subjetivamente, ela é capaz de produzir efeito significativo no modelo, em que para cada unidade em *Qf* a assíntota é acrescida de 3,83 m.

Para os Modelos 5.2, 5.3 e 5.4, quanto à significância dos parâmetros, observou-se que todos foram significativos ao limite de 0,05 de significância, exceto  $\beta_0$  quando associado às espécies *E. pilularis* e *E. urophylla*, para todos os modelos. Isto significa que as espécies *E. pilularis* e *E. urophylla*, independente da qualidade do fuste (*Qf*), apresentam assíntotas estatisticamente iguais à espécie *E. cloesiana*, ao contrário de todas as

demais que apresentaram assíntotas significativamente superiores, como por exemplo no Modelo 5.2, em que a espécie *E. grandis* teria uma assíntota de 6,51 m superior ao *E. cloesiana*. No Modelo 5.3, de maneira semelhante ao Modelo 5.1, para cada classe consecutiva de *Qf* a assíntota é acrescida em 3,66 m e para o Modelo 5.4 o acréscimo é de 1,94 m, sendo que nesse caso, o valor é menor porque já há uma relação multiplicativa por *Qf* no parâmetro  $\beta_0$ .

Em termos de  $S_{yx}$ , houve uma melhoria mais sutil de 0,26 (4,2%); 0,20 (3,2%); 0,46 (7,4%) e 0,46 (7,4%) metros, para os Modelos 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4, quando comparados ao Modelo 5, respectivamente.

Na Tabela 6 foi apresentado um teste de razão de máxima verossimilhança para comparar o Modelo 5 e suas formas modificadas com covariantes, para detectar formalmente a existência de diferença entre os mesmos. O Modelo 5 apresentou desempenho estatisticamente inferior à todas suas variações com covariantes ( $p$ -valor  $< 0,0001$ ). Já os Modelos 5.1 e 5.2 não apresentaram diferença significativa entre si ( $p$ -valor  $> 0,05$ ) e foram inferiores aos Modelos 5.3 e 5.4 ( $p$ -valor  $< 0,0001$ ). Esses dois últimos também não se diferiram, sendo estatisticamente idênticos ( $p$ -valor  $\sim 1$ ).

Portanto, os Modelos 5.3 e 5.4 são os de melhor e equivalente desempenho, sendo que o Modelo 5.3 pode ser considerado o mais adequado por ser mais simples que o Modelo 5.4.

Na Figura 2 é possível verificar o comportamento dos resíduos frente às quatro combinações de inclusão das covariáveis. Quando comparados aos resíduos do Modelo 5, sem a decomposição do parâmetro  $\beta_0$  (Figura 1), observa-se que há, em todos os novos gráficos, uma melhoria visível na distribuição de resíduos, sobretudo quanto à homogeneidade de variância e à redução de pontos dispersos acima de 30 m.

Quando comparados entre si pode-se estabelecer a sequência crescente de qualidade de distribuição dos erros: Modelo 5.2, 5.1 e os Modelos 5.3 e 5.4 equivalentes, sendo esses dois últimos com distribuição praticamente idêntica. Portanto, assim como nas estatísticas de ajuste, o Modelo 5.3, Chapman e Richards com  $\beta_0 \sim Sp + Qf$ , foi selecionado para o ajuste da relação hipsométrica.

Ainda mais significativa que a melhoria nas estatísticas de ajuste obtidas com a inclusão das covariáveis, Espécie (*Sp*) e Qualidade do fuste

**TABELA 5** Parâmetros e estatísticas de ajuste do Modelo 5 com inclusão das covariantes no parâmetro  $\beta_0$ , resultando nos Modelos 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4.**TABLE 5** Parameters and goodness of fit statistics for Model 5 with inclusion of covariates in the parameter  $\beta_0$ , resulting in models 5.1, 5.2, 5.3 and 5.4.

Ref.	Parâmetros	Cov. Ass.	Valor	EP	t-valor	p-valor	AIC	Syx (m)
Mod. 5.1 $\beta_0 \sim Qf$	$\beta_0$	(Assintota)	42,409	1,8804	22,55	0,000	3288	5,93
	$\beta_01$	Qf	3,829	0,5638	6,79	0,000		
	$\beta_1$	-	0,047	0,0056	8,38	0,000		
	$\beta_2$	-	1,592	0,1969	8,08	0,000		
Mod. 5.2 $\beta_0 \sim Sp$	$\beta_0$	(Assintota)	47,1688	1,7093	27,59	0,000	3305	5,99
		<i>E. outras</i>	4,4904	1,9821	2,27	0,024		
		<i>E. dunnii</i>	5,9518	1,7077	3,49	0,001		
		<i>E. grandis</i>	6,5063	1,3415	4,85	0,000		
	$\beta_01$	<i>E. maculata</i>	4,6611	2,0368	2,29	0,023		
		<i>E. microcorys</i>	4,9429	1,6225	3,05	0,002		
		<i>E. pilularis</i>	0,9615	1,5388	0,62	0,532*		
		<i>E. saligna</i>	5,8983	1,4034	4,20	0,000		
		<i>E. urophylla</i>	-0,0204	2,0526	-0,01	0,992*		
	$\beta_1$	-	0,0526	0,0055	9,61	0,000		
$\beta_2$	-	1,9050	0,2203	8,65	0,000			
Mod. 5.3 $\beta_0 \sim Sp+Qf$	$\beta_0$	(Assintota)	37,3844	2,0405	18,32	0,000	3261	5,73
		<i>E. outras</i>	4,5456	1,8424	2,47	0,014		
		<i>E. dunnii</i>	6,0588	1,6034	3,78	0,000		
		<i>E. grandis</i>	6,6566	1,2588	5,29	0,000		
	$\beta_01$	<i>E. maculata</i>	4,3998	1,9055	2,31	0,021		
		<i>E. microcorys</i>	3,8606	1,5096	2,56	0,011		
		<i>E. pilularis</i>	1,8614	1,4455	1,29	0,198*		
		<i>E. saligna</i>	6,2497	1,3125	4,76	0,000		
		<i>E. urophylla</i>	1,2965	1,9406	0,67	0,504*		
	$\beta_02$	Qf	3,6617	0,5398	6,78	0,000		
	$\beta_1$	-	0,0489	0,0059	8,36	0,000		
	$\beta_2$	-	1,5655	0,1997	7,84	0,000		
Mod. 5.4 $\beta_0 \sim Sp, Qf+Qf$	$\beta_0$	(Assintota)	41,1374	1,7874	23,02	0,000	3261	5,73
		<i>E. outras X Qf</i>	1,8974	0,7588	2,50	0,013		
		<i>E. dunnii X Qf</i>	2,4622	0,6407	3,84	0,000		
		<i>E. grandis X Qf</i>	2,7333	0,4936	5,54	0,000		
	$\beta_01$	<i>E. maculata X Qf</i>	1,7135	0,7526	2,28	0,023		
		<i>E. microcorys X Qf</i>	1,5982	0,5934	2,69	0,007		
		<i>E. pilularis X Qf</i>	0,8310	0,5933	1,40	0,162*		
		<i>E. saligna X Qf</i>	2,6136	0,5374	4,86	0,000		
		<i>E. urophylla X Qf</i>	0,6713	0,8460	0,79	0,428*		
	$\beta_02$	Qf	1,9356	0,6342	3,05	0,002		
	$\beta_1$	-	0,0508	0,0058	8,70	0,000		
	$\beta_2$	-	1,6391	0,2063	7,94	0,000		

Em que: Ref. = Referência; Parâm. = Parâmetro; Cov. Ass. = Covariável Associada; \* = não significativo ao limite de 0,05 de significância.

**TABELA 6** Teste de razão de máxima verossimilhança.**TABLE 6** Maximum likelihood ratio test.

Modelo	GL	AIC	InLik	Teste	Razão	P-valor
5	4	3332	-1661,9	-	-	-
5.1	5	3288	-1639,0	5 vs 5.1	45,8	< 0,0001
5.2	12	3305	-1640,4	5.1 vs 5.2	2,8	0,9066*
5.3	13	3261	-1617,6	5.2 vs 5.3	45,6	< 0,0001
5.4	13	3261	-1617,3	5.3 vs 5.4	0,0	~ 1

Em que: GL = graus de liberdade; AIC = Critério de Informação de Akaike; InLik = logaritmo natural da função de máxima verossimilhança; \* = não significativo a 0,05 de significância.

(*Qf*), foi a redução de tendências na distribuição de resíduos, uma vez que permitiu ao modelo atender a um dos pressupostos básicos da regressão: a homocedasticidade. A técnica de adição de covariantes contribui para a maior explicação da variância total e, por consequência, melhoria na estimativa da altura e na distribuição dos resíduos (CALEGARIO et al., 2005; CARVALHO et al., 2011; MENDONÇA et al., 2011; MENDONÇA et al., 2015), sobretudo para modelos não-lineares.

A técnica de inclusão de covariáveis por meio da decomposição de parâmetros apresentou outra vantagem considerável, pois em uma situação típica de ajuste de relações hipsométricas, seria recomendado o ajuste de modelos por espécie para melhorar as estimativas (SCOLFORO, 2005). Desse modo e tomando como referência o modelo de Chapman e Richards, seriam necessárias 9 equações, num total de

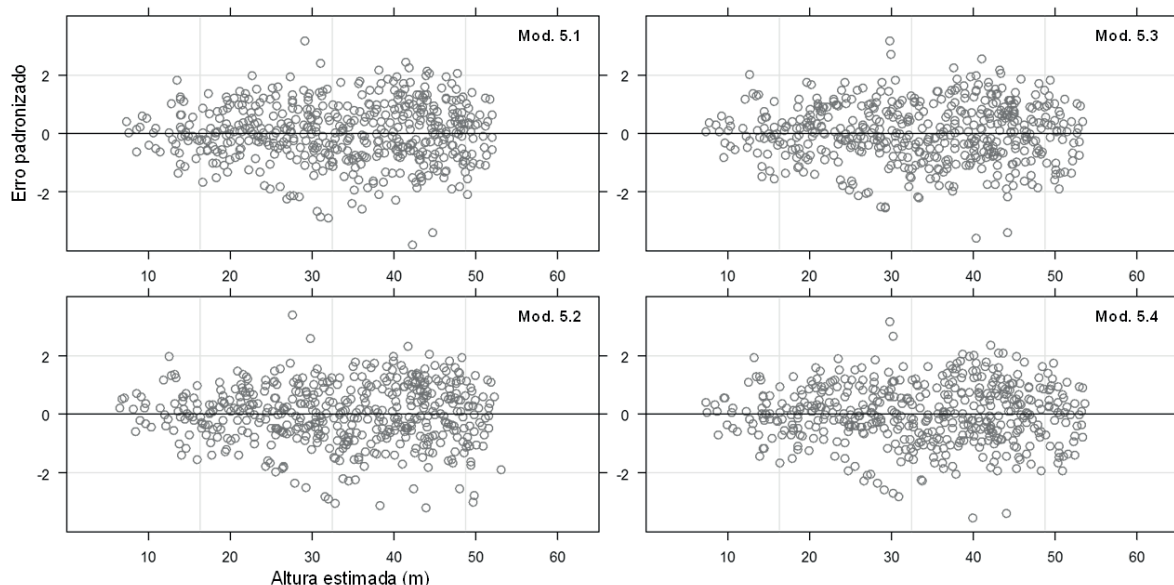
27 parâmetros. Já a metodologia utilizada representou adequadamente a mesma base de dados com apenas 1 equação e 10 parâmetros.

## CONCLUSÕES

A relação hipsométrica mais adequada para eucalipto não manejado em idade avançada, quando não há identificação da espécie ou classificação da qualidade do fuste, é dada pela equação geral:  $\hat{h}_i = 52,0982 \cdot (1 - e^{-0,0516 \cdot d_i})^{1,9382}$ .

A técnica de inclusão de covariantes nos modelos de regressão permite melhoria significativa da qualidade de ajuste dos modelos. Sendo que, apenas a inclusão de uma variável subjetiva quanto à qualidade do fuste, foi suficiente para obter resultados satisfatórios.

A relação hipsométrica mais adequada para eucaliptos não manejado em idade avançada,

**FIGURA 2** Gráficos de resíduos padronizados do Modelo 5 (Chapman e Richards) com quatro combinações de inclusão de covariáveis.**FIGURE 2** Standardized residuals graphs of Model 5 (Chapman and Richards) with four combinations of covariates inclusion.



quando se estabelece classes de qualidade de fuste com identificação da espécie, é dada por:  $\hat{h}_i = (37,3844 + \beta_{01j} \cdot Sp_j + 3,6617 \cdot Qf) \cdot (1 - e^{-0,0489 \cdot d})^{1,5655}$ , sendo que  $\beta_{01}$  assume os valores 6,0588 (*E. dunnii*), 6,6566 (*E. grandis*), 4,3998 (*E. maculata*), 3,8606 (*E. microcorys*), 6,2497 (*E. saligna*), 4,5456 (*E. citriodora*, *E. pellita* e *E. tolleriana*), com  $Sp = 1$  para as espécies anteriores e  $Sp = 0$  para *E. cloesiana*, *E. pilularis* e *E. urophylla*.

## REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.19, p.716-723, 1974.
- ANDRADE, V. C. L. e LEITE, H. G. Modelagem da relação hipsométrica empregando dados amostrados na cubagem de árvores e em parcelas de inventário. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 35, n. 1, p. 157-164, 2011.
- AZEVEDO, T. L.; MELLO A. A.; FERREIRA, R. A.; SANQUETTA, C. R.; NAKAJIMA, N. Y. Equações hipsométricas e volumétricas para um povoamento de *Eucalyptus* sp. localizado na FLONA do Ibura, Sergipe. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, Recife, v. 6, n. 1, p. 105-112, 2011.
- BARROS, D. A., MACHADO, S. A., ACERBI JUNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 3-28, jul./dez. 2002.
- BASSEVILLE, M.; NIKIFOROV, I. V. **Detection of Abrupt Changes: Theory and Application** Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 528 p. 1993.
- BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; MARQUESINI, M. Desempenho de modelos de relações hipsométricas: estudo em três tipos de floresta. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 60, p. 149-163, dez. 2001.
- CALDEIRA, M. V. W.; SCHUMACHER, M. V.; SHEEREN, L. W.; BARICHELLO, L. R.; WATZLAWICK, L. F. Relação hipsométrica para *Acacia mearnsii* com diferentes idades. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p.57-68, jul./dez. 2002.
- CALEGARIO, N.; CALEGARIO, C. L. L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R.; Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não-lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 69, p. 38-50, dez., 2005.
- CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N.; SILVA, F. F.; BORGES, L. A. C.; MENDONÇA, A. R.; LIMA, M. P. Modelos não-lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de *Eucalyptus* clonal. **Cerne**, Lavras, v. 17, n. 4, p. 541-548, out./dez. 2011.
- CASTAÑO-SANTAMARÍA, J.; CRECENTE-CAMPO, F.; FERNÁNDEZ-MARTÍNEZ, J. L.; BARRIO-ANTA, M.; OBESO, J. R. Tree height prediction approaches for uneven-aged beech forests in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 307, p. 63-73, 2013.
- CHARNET, R.; FREIRE, C. A. L.; CHARNET, E. M.; BONVINO, H. **Análise de modelos de regressão linear: com aplicações**. 2 ed. Campinas, SP: Unicamp, 2008. 356 p.
- CRUZ, J. P.; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B.; CAMPOS, J. C. C.; SMIT, L.; NOGUEIRA, G. S. Curvas de crescimento e de índice de local para povoamentos de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 32, n. 4, p. 679-685, 2008.
- CURTIS R. O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. **Forest Science**, Bethesda, v. 13, n. 4, p. 365-375, 1967.
- FERREIRA, D. F. **Estatística básica**. Lavras: Editora UFLA, 2ª Ed. 2009. 664p.
- GUIMARÃES, M. A. M.; CALEGÁRIO, N.; CARVALHO, L. M. T.; TRUGUILHO, P. F. Height-diameter models in forestry with inclusion of covariates. **Cerne**, Lavras, v. 15, n. 3, p. 313-321, jul./set. 2009.
- HENRIKSEN H. A. Height-diameter curve with logarithmic diameter: brief report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. **Dansk Skovforeningens Tidsskrift**, Frederiksberg, v. 35, n. 4, p. 193-202, 1950.
- KER, J.; SMITH, J. Sampling for height-diameter relationships. **Journal of Forestry**, Amsterdam, v. 55, n. 3, p. 205-207, 1957.
- MCCULLAGH, P.; NELDER, J. A. **Generalized linear models**. London: Chapman & Hall, 1983. 261p.
- MENDONÇA, A. R.; CALEGARIO, N.; SILVA, G. F.; BORGES, L. A. C.; CARVALHO, S. P. C. Modelos hipsométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 39, n. 90, p. 151-160, 2011.
- MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N. Modelos hipsométricos generalizados mistos na predição da altura de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 107-115, 2015.

- MITSCHERLICH, E. A. Das Gesetz des Minimums und das Gesetz des abnehmenden Bodenertrags, **Landwirtschaftliche Jahrbücher**, Berlin, v. 38, p. 537-552, 1909.
- NEWTON, P. F.; AMPONSAH, I. G. Comparative evaluation of five height-diameter models developed for black spruce and jack pine stand-types in terms of goodness-of-fit, lack-of-fit and predictive ability. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.247, p. 149-166, ago. 2007.
- PIENAAR, L.V.; TURNBULL, K. J. The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, n. 1, p.2-22, 1973.
- PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2009. 528 p.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM (2012). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.
- RIBEIRO, A.; FILHO, A. C. F.; MELLO, J. M.; FERREIRA, M. Z.; LISBOA, P. M. M.; SCOLFORO, J. R. S. Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 22-31, jan./mar. 2010.
- SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE. 2005. 352 p.
- SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; RODRIGUES, F. L.; PETERNELLI, L. A. Análise da influência de diferentes tamanhos e composições de amostras no ajuste de uma relação hipsométrica para *Eucalyptus grandis*. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 31, n. 4, p. 685-694, 2007.
- SOARES, C. P. B.; MARTINS, F. B.; LEITE JUNIOR, H. U.; SILVA, G. F. ; FIGUEIREDO, L. T. M. Equações hipsométricas, volumétricas e de taper para onze espécies nativas. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 35, n. 5, p. 1039-1051, 2011.
- SOARES, P.; TOMÉ, M. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 166, n. 1, p. 99-109, 2002.
- SOUSA, G. T. O.; AZEVEDO, G. B.; BARRETO, P. A. B.; JÚNIOR, V. C. Relações hipsométricas para *Eucalyptus urophylla* conduzidos sob regime de alto fuste e talhadia no Sudoeste da Bahia. **Scientia Plena**, Aracaju, v. 9, n. 4, 2013.
- VERHULST, P. F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. **Correspondance mathématique et physique**. v. 10, p. 113-121. 1938.
- ZEIDE, B. Analysis of growth equations. **Forest science**, Bethesda, v. 30, n. 3, p. 594-616, 1993.