

**MODELOS MISTOS PARA CLASSIFICAÇÃO
DE JOGADORES DE PETECA**

ANTONIO DE FREITAS

2005

ANTONIO DE FREITAS

**MODELOS MISTOS PARA CLASSIFICAÇÃO
DE JOGADORES DE PETECA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de “Mestre”.

Orientador

Prof. Dr. Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho

LAVRAS
MINAS GERAIS – BRASIL
2005

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da UFLA**

Freitas, Antonio de

Modelos mistos para classificação de jogadores de peteca / Antonio de
Freitas. -- Lavras : UFLA, 2005.

53 p. : il.

Orientador: Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho.

Dissertação (Mestrado) – UFLA.

Bibliografia.

1. Blocos incompletos. 2. Modelo misto. 3. Torneio. I. Universidade Federal de
Lavras. II. Título.

CDD-519.3

-519.532

ANTONIO DE FREITAS

**MODELOS MISTOS PARA CLASSIFICAÇÃO
DE JOGADORES DE PETECA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-graduação em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária.

APROVADA em quinta-feira, 28 de julho de 2005

Prof. Dr. Ruben Delly Veiga
Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira
Prof. Dr. João Bosco dos Santos

UFLA
UFLA
UFLA



Prof. Dr. Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho

UFLA
(Orientador)

LAVRAS
MINAS GERAIS – BRASIL
2005

A Deus,

**Senhor de todos, que concedeu-nos os dons do Espírito Santo,
permitindo sermos irmãos em Cristo.**

OFEREÇO

Ao meu sempre querido e saudoso pai,
José de Freitas (“*in memoriam*”),
pelo exemplo de homem honesto e trabalhador;
À minha sempre querida e atenciosa mãe,
Maria Oliveira de Freitas,
pelos ensinamentos, dedicação e amor;
À minha querida esposa, **Gislane**,
pelo apoio, compreensão e amor;
À minha querida filha, **Amanda**;
cujo sorriso ilumina e anima;
À **Bárbara**, e aos meus queridos irmãos,
Vicente, Vilma, Leila, José Carlos, Gilson,
Lecione, Carmem, Josely, Vilmar e Marcelo e Sebastião,
pelo respeito e amizade que reina entre nós;
DEDICO

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela saúde, força e coragem, concedidas para a realização deste trabalho.

À Escola Agrotécnica Federal de Colatina pela oportunidade, em especial ao diretor geral João Batista Keffler Pinotti.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao programa de Pós-Graduação em Agronomia/Estatística e Experimentação Agropecuária pela oportunidade e confiança no meu trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior pela concessão da bolsa de estudos.

Ao professor orientador Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho pela orientação, sugestões e paciência na elaboração deste trabalho.

A todos os professores do Departamento de Ciências Exatas, Augusto, Daniel, Delly, Eduardo, Joel, Júlio, Lucas, Marcelo, Maria do Carmo, Mário, Paulo e Thelma, que direta ou indiretamente contribuíram para a minha formação profissional e humana.

Às funcionárias Edila, Maria, Maristela, Selma, Sheila e Josiane pela eficiência e disposição.

Aos amigos João Marcos, Marco Antonio, Devanil, José Waldemar, Fabiano, Luiz Alberto, Marcelo Cirillo, Washington e Janser.

À turma de 2003, Deive, Eric, Régis, Gisele, Luciene, Imaculada, Mônica, Nilson, Roberta, Taciana e Rômulo.

Ao restaurante popular e seus funcionários e a todos os colegas pela amizade e presença nos mais diversos momentos dessa conquista.

SUMÁRIO

	Página
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
1 INTRODUÇÃO	1
2 REFERENCIAL TEÓRICO	3
2.1 Modelos Lineares	3
2.2 Modelo Linear Misto	4
2.3 Dialelos e blocos incompletos	6
3 MATERIAL E MÉTODOS	8
3.1 O jogo de peteca	8
3.2 Simulação de dados	10
3.3 Análise usual: número de vitórias e saldo de pontos	12
3.4 Modelo linear misto: modelo para análise	12
3.5 Análise dos dados	14
3.6 Critério de comparação	15
3.7 Exemplo	16
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	17
4.1 Análise para dados não transformados	18
4.2 Análise com dados transformados	20
4.3 Comparação entre dados não transformados e transformados	22
5 CONCLUSÃO	33
APÊNDICE A: Matrizes de delineamento	34
APÊNDICE B: Figuras para $\mu = 5$	36

APÊNDICE C: Exemplo e análise de um torneio	45
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52

RESUMO

FREITAS, Antonio de. **Modelos Mistos para Classificação de Jogadores de Peteca**. 2005. 51 pp. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, MG.*

Um trabalho de simulação foi conduzido para avaliar a eficiência de modelos mistos para representar torneios de petecas em duplas e classificar os seus jogadores. Para o modelo de simulação, o número de pontos de uma dupla em um jogo de um set seguia uma distribuição Poisson cuja média acomodava efeitos de cada jogador e do jogo em uma variável latente com distribuição normal. O modelo misto foi comparado à forma usual de analisar torneios (números de vitórias e saldo de pontos, em caso de empates). A análise do modelo misto mostrou-se mais correlacionada aos valores simulados que a forma usual de análise. Esta diferença foi maior em favor do modelo misto quando se tomou a raiz quadrada da variável resposta (transformação estabilizadora da variância). Depreendeu-se que o modelo misto pode ser usado para planejar torneios mais eficientes.

Palavras chaves: blocos incompletos, modelos mistos, torneios.

* Orientador: Prof. Dr. Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho – UFLA.

ABSTRACT

FREITAS, Antonio de. **Mixed Models to Classification of Shuttle Players**. 2005. 51 pp. Dissertation (Master in Statistics and Agricultural Experimentation) – Universidade Federal de Lavras, MG.*

A simulation study was carried out to evaluate the efficiency of mixed models to represent shuttle pairs tournaments and to rank it's players. In the simulation, the number of points of each pair in a single set game comes from a Poisson distribution whose mean accomodates effects of players and game in a normal distributed latent variable. Mixed models was compared to the usual form of analysing these tournaments (number of victories and point average in case of draws). Mixed model analysis was more correlated with true simmulated values than usual analysis. This difference was more pronounced when response variables were square rooted (variance stabilizing transformation). Results suggest that mixed models can be used to design more effective tournaments.

Key-words: incomplete blocks, mixed models, tournaments.

* Adviser: Prof. Dr. Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho – UFLA.

1 INTRODUÇÃO

As competições fazem parte da natureza dos homens e dos animais. Ser o mais forte, o mais rápido ou o mais inteligente é também uma questão de sobrevivência. Entre os homens a competição é estimulada, sendo, mais do que uma simples disputa, é constante busca da superação, da perfeição e do entretenimento. Assim, torneios de várias modalidades são criados e têm como objetivo determinar a equipe campeã ou os melhores jogadores. Muitos jogos e esportes só sobrevivem porque são realizados através de torneios, os quais incentivam a participação e motivação dos atletas, que podem ser atribuídas aos prêmios distribuídos ou ao reconhecimento público.

Os objetivos principais de um torneio são: determinar rapidamente o vencedor, incentivar a interação social, determinar o verdadeiro campeão, permitir participação máxima, motivar os participantes para torneios longos, aumentar a prática esportiva e ordenar os atletas de acordo com a habilidade.

Os jogos ou esportes, de competição ou não, com suas regras, são uma grande fonte de socialização e devem ser incentivados desde a infância. Segundo a Federação Mineira de Peteca, em seu site www.fempemg.hpg.ig.com.br, o jogo de peteca é um esporte que proporciona, além da socialização, desenvolvimento da coordenação motora; aprimora os reflexos, a vigilância e o golpe de vista. Serve também como descarga psicológica para tensões e frustrações. Além disso, é um esporte barato, que proporciona a seus praticantes excelentes momentos de lazer. É um dos esportes que poderia servir como projeto piloto para retirar crianças das ruas, devido ao seu baixo custo.

Em torneios de jogos individuais é relativamente fácil determinar o melhor jogador, mas quando os jogos são coletivos, essa tarefa se torna mais complexa, tal como num jogo de peteca, realizado em duplas, porque, tomando-

se apenas os resultados não se pode determinar qual dos jogadores foi mais eficiente. Uma solução para se analisar o melhor jogador num jogo de duplas é, em cada jogo, trocar os componentes das duplas.

Há diferentes maneiras de se analisar resultados de torneios. Um torneio, pode ser analisado em relação ao número de vitórias ou derrotas, sendo a variável resposta uma binomial; pode ser analisado em relação ao saldo de pontos conquistados. Pode ser analisado aplicando-se modelo misto a pares de realizações da variável aleatória.

Dados provenientes de torneios aparecem como variáveis quantitativas discretas ou contínuas. As primeiras, relacionadas aos números racionais, têm, na contagem de elementos, um exemplo bastante comum. Para um torneio pode-se tomar como discretas: pontos ganhos, pontos perdidos, jogadores que passaram por tratamento médico, cartões amarelos ou vermelhos, público presente e outros, associados com a distribuição Poisson. As variáveis quantitativas contínuas provêm geralmente de medidas e estão relacionados aos números irracionais, sendo, a massa e a altura dos atletas exemplos comuns.

Modelos estatísticos lineares nos parâmetros, em geral, têm os dados provenientes de distribuições como a normal, em que a média não depende da variância. Em muitos casos, no entanto, os dados podem ser transformados para se obter essa independência. Embora nem sempre adequadas, algumas vezes, as transformações de dados geram resultados qualitativamente interessantes para o ordenamento e a comparação de médias dos fatores do modelo.

Este trabalho tem como objetivo estudar as propriedades de ajuste de um modelo linear misto quando comparado às formas usuais de análise de torneios, ou seja, no ordenamento para a classificação dos jogadores. É importante notar que se o modelo misto for uma boa maneira de analisar torneios, o planejamento de torneios mais eficientes será muito simplificado.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Embora haja muito material na literatura sobre modelos lineares e sobre planejamento de torneios, pouco se achou de aplicação de modelos lineares em análise de resultados de torneios.

Uma discussão correlata e interessante é a análise de resultados da “Copa do Mundo” de Xadrez, generalizada por Gelman et al (1995), que usa o modelo logístico num contexto de análise bayesiana.

2.1 Modelos Lineares (ML)

Há muitos textos que tratam de modelos lineares, tais como: Graybill (1961), Graybill (1976), Kempthorne (1952), Rao (1973), Scheffé (1959), Seber (1977), Searle (1971), Searle (1987), Searle (1992) e Winer (1971). Os modelos lineares são considerados de grande importância para a análise de dados devido a sua associação com a análise de variância.

A equação matemática matricial

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

representa um modelo linear, em que \mathbf{y} o vetor de observações, de dimensão $n \times 1$; $\boldsymbol{\beta}$ o vetor de parâmetros desconhecidos, de dimensão $p \times 1$; \mathbf{X} a matriz de incidência de efeitos fixos, de dimensões $n \times p$ e $\boldsymbol{\varepsilon}$, o vetor de erros, de dimensão $n \times 1$.

As pressuposições do modelo são:

$$\mathbf{y} \sim N(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{I}\sigma_{\boldsymbol{\beta}}^2);$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}\sigma^2).$$

O símbolo \emptyset representa um vetor nulo de dimensão igual à dimensão do vetor considerado. A notação $v \sim N(\cdot, \cdot)$ significa que o vetor v tem distribuição normal com média e variância dadas pelos valores entre parênteses.

Em que β , o vetor de parâmetros de efeitos fixos desconhecidos, recorre-se a estimação dos seus componentes. O estimador de β é

$$\hat{\beta} = (X'X)^G X'y \quad (2.2)$$

em que $(X'X)^G$ representa uma inversa generalizada da matriz $X'X$. Se $X'X$ for inversível $(X'X)^G = (X'X)^{-1}$ e, o sistema terá apenas uma solução. Porém, se $X'X$ é singular, recorre-se a uma das soluções dadas pelo sistema de equações normais, SEN, tomando-se uma inversa generalizada qualquer.

2.2 Modelo Linear Misto (MLM)

Um modelo linear misto é, consoante (Searle, 1987), a expansão do modelo linear $y = X\beta + \epsilon$, que tem, excetuando o vetor ϵ , apenas efeitos fixos. Essa expansão conta com a introdução de um ou mais efeitos aleatórios, além do vetor ϵ , por isso recebe a denominação de modelo misto. A equação do modelo linear misto é dada por:

$$y = X\beta + Zu + \epsilon \quad (2.3)$$

em que:

y é o vetor $n \times 1$ das observações;

β é o vetor $p \times 1$ dos parâmetros de efeitos fixos;

u é o vetor $q \times 1$ dos parâmetros de efeitos aleatórios;

ϵ é o vetor $n \times 1$ de erros;

X é a matriz $n \times p$ de incidência dos efeitos fixos;

Z é a matriz $n \times q$ de incidência dos efeitos aleatórios.

Os vetores y , u e ε seguem as seguintes distribuições:

$$y \sim N(X\beta, \sigma^2 I);$$

$$u \sim N(\emptyset, \sigma_u^2 I);$$

$$\varepsilon \sim N(\emptyset, \sigma^2 I).$$

O símbolo \emptyset representa um vetor nulo de dimensão igual à dimensão do vetor considerado.

Os componentes de variância dos modelos mistos são, em geral, desconhecidos, precisando ser estimados. Na estimativa dos componentes de variância, o método frequentista mais utilizado é o da Máxima Verossimilhança Restrita – REML, (Robinson 1991). Há vários algoritmos para a obtenção do máximo da função de verossimilhança, entre eles, optou-se pelo EM (Dempster, 1977), por ser estável e apresentar convergência mesmo que os valores iniciais não sejam totalmente adequados, (Resende, 2002). O REML via algoritmo EM é de fácil implementação no software estatístico R, *R Development Core Team (2004)*.

Tomando valores iniciais para a estimativa da componente de variância, $\hat{\sigma}_u^2$, e para estimativa da variância do erro, $\hat{\sigma}^2$, a solução do sistema de equações normal, SEN, é dada por:

$$\begin{pmatrix} \beta^0 \\ \hat{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z + A^{-1} \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_u^2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} X'y \\ Z'y \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

O sistema de equações (2.6) é denominado de Sistema de Equações do Modelo Misto de Henderson (Henderson, 1953). Com as soluções de β^0 e \hat{u} , as componentes de variância são reestimadas por:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{y'y - \beta^0' X'y - \hat{u}' Z'y}{n - r(X)} \quad (2.7)$$

em que, $r(X)$ o posto da matriz X e n , a dimensão do vetor y .

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\hat{\mathbf{u}}' \mathbf{u} + \text{tr}(\mathbf{C}_{22}) \hat{\sigma}^2}{q} \quad (2.8)$$

em que, $\text{tr}(\mathbf{C}_{22})$ representa o traço de \mathbf{C}_{22} , correspondente a parte $\mathbf{Z}'\mathbf{Z} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_u^2} \mathbf{I}$ da matriz

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{X} & \mathbf{X}'\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{X} & \mathbf{Z}'\mathbf{Z} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_u^2} \mathbf{I} \end{pmatrix}^{-1}$$

Esses valores são novamente substituídos na equação (2.6) e reestimadas pelas equações (2.7) e (2.8), até que haja a convergência.

2.3 Dialelos e blocos incompletos

O modelo completo do torneio é equivalente a um modelo dialélico para capacidade geral e específica de combinação, CGE e CEC, (Griffing, 1956). A equação correspondente ao modelo é:

$$y_{ijk} = \mu + \beta_i + \frac{1}{2}\alpha_j + \frac{1}{2}\alpha_k + \gamma_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

em que, μ é a média, β_i é o efeito do i -jogo, α_j e α_k são os efeitos do j -ésimo e do k -ésimo jogador, γ_{jk} é o efeito da dupla formada pelo j -ésimo e k -ésimo jogador e ε_{ijk} é o erro.

Neste trabalho não será utilizado o modelo completo, porque há poucos jogos e não há repetição de duplas, fazendo com que as estimativas dos efeitos de duplas sejam mal estimadas. O modelo utilizado tratará apenas da CGC. A capacidade específica de combinação, CEC, é dada pelo efeito de duplas. Sendo assim, a equação dialélica é dada por:

$$y_{ijk} = \mu + \beta_i + \frac{1}{2}\alpha_j + \frac{1}{2}\alpha_k + \varepsilon_{ijk}$$

O efeito de blocos β_i , jogos, tem tamanho 2. Uma ampla revisão a respeito de blocos incompletos pode ser encontrada em livros-texto como John (1980).

3 MATERIAL E MÉTODOS

Foram simulados, utilizando-se o pacote estatístico R, torneios de peteca, considerando as regras usuais do esporte. Os torneios foram submetidos às análises usuais para a classificação dos jogadores, baseados no número de vitórias e saldo de pontos e à classificação com base no modelo linear misto. Adicionalmente procedeu-se à análise de modelos mistos do mesmo torneio. Os resultados destas duas formas de análise foram comparados entre si e com os valores originais de cada simulação. Nos itens seguintes serão apresentados detalhes da implementação de cada uma das etapas acima descritas.

Devido às regras do torneio e ao delineamento das matrizes do modelo linear, as rotinas do programa são longas demais e ocupariam um grande número de páginas, inviabilizando a importância principal do trabalho. Interessados, favor solicitar ao autor pelo e-mail afreitas@eafcol.gov.br.

3.1 O jogo de Peteca

Segundo a Federação Mineira de Peteca, o jogo de peteca é disputado em até três sets, sendo vencedora a dupla que vencer dois sets, (www.fempemg.hpg.ig.com.br). Em cada set, será vencedora a equipe que totalizar 12 pontos, ou quando, esgotado um tempo de 20 minutos, aquela que tiver maior número de pontos. Se, esgotado os 20 minutos, houver um empate, haverá a disputa de um ponto, quem o fizer primeiro será a equipe vencedora do set. Cada ponto do jogo de peteca é realizado com tomada de saque, ou seja, a missão de pontuar é da equipe que faz o saque, tendo, esta equipe, 30 segundos para marcar o ponto. Esgotado esse tempo, o saque passa para equipe adversária.

Para este estudo foi considerado um torneio de peteca envolvendo 16 jogadores, divididos em 4 grupos de quatro jogadores, sendo cada jogo realizado em apenas um set. Cada torneio foi realizado em duas etapas. Na primeira etapa, nos quatro grupos, cada jogador formava dupla apenas uma vez com cada um dos outros três jogadores. Desse modo, em cada grupo foram realizados três jogos, num total de doze jogos na primeira etapa. O objetivo era classificar o melhor jogador de cada grupo na primeira etapa. Também foram obtidos o segundo, o terceiro e o quarto classificado de cada grupo.

Na segunda etapa os mesmos 16 jogadores também foram divididos em 4 grupos com 4 jogadores cada, de acordo com a classificação na primeira etapa, da seguinte forma: um grupo, donde se obteve o melhor jogador, formado pelos melhores jogadores de cada grupo; um grupo com os segundos colocados; um grupo com os terceiros colocados e um grupo com os quartos colocados, de acordo com as matrizes X e Z , da equação (3.3), dispostas no Apêndice A.

O torneio tem 24 jogos no total. Como cada “set” gera dois resultados, o número de pontos de cada uma das duas duplas, o vetor de observações y tem tamanho igual a 48.

Cada 4 jogadores, formando duplas distintas em cada jogo, gera um total de 6 duplas e 3 jogos. Tomando-se $n \geq 4$, o número possível de duplas, D , e o número possível de jogos, J , são dados por:

$$D = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ e } J = 3 \times \binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{8}$$

Para $n = 16$, o número de jogadores utilizado nesse trabalho, tem-se: $D = 120$ e $J = 5460$. Como o número de jogos no torneio é igual a 24, pode ser que haja torneios mais eficientes que este. Este é o mesmo problema que se encontra ao se planejar quais combinações serão realizadas em um dialelo.

3.2 Simulação dos dados

O modelo básico para a simulação de dados seguiu uma hierarquia em que um modelo linear, levando em conta efeitos de jogo, jogador e dupla foi constituído como média de uma distribuição Poisson, seguindo as especificações abaixo:

O vetor das observações foi simulado com base na distribuição Poisson, conforme a expressão:

$$P(y = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

em que, o valor de λ é dado pela seguinte equação:

$$\lambda = \mathbf{L}\theta$$

em que, \mathbf{L} , a matriz formada pelas colunas da matriz \mathbf{X} , \mathbf{Z} e \mathbf{W} , dadas na equação (3.2), relativas à incidência da média e efeitos de jogos, incidência dos efeitos de jogador e incidência dos efeitos de duplas, respectivamente, e $\theta^t = (\beta, \alpha, \gamma)$, no modelo linear a seguir:

$$y \sim P(\lambda) \tag{3.1}$$

$$\lambda = \mathbf{X}\beta + \mathbf{Z}\alpha + \mathbf{W}\gamma \tag{3.2}$$

em que:

λ é o vetor $n \times 1$ das observações;

β é o vetor, $(1+g) \times 1$, dos parâmetros de efeitos fixos, média μ e efeitos de jogo;

α é o vetor $p \times 1$ dos parâmetros de efeitos de jogador;

γ é o vetor $d \times 1$ dos parâmetros de efeitos de dupla;

\mathbf{X} é a matriz $n \times (1+g)$ de incidência da média e dos efeitos de jogo;

\mathbf{Z} é a matriz $n \times p$ de incidência dos efeitos de jogador;

\mathbf{W} é a matriz $n \times d$ de incidência dos efeitos de dupla.

Os vetores β , α e γ têm as seguintes distribuições:

$$\beta \sim N(\emptyset, \sigma^2 \mathbf{I});$$

$$\alpha \sim N(\emptyset, \sigma_\alpha^2 \mathbf{I});$$

$$\gamma \sim N(\emptyset, \sigma_\gamma^2 \mathbf{I}).$$

O símbolo \emptyset representa um vetor nulo de dimensão igual à dimensão do vetor considerado.

As matrizes \mathbf{X} e \mathbf{Z} são apresentadas no Apêndice A. A matriz \mathbf{Z} é uma matriz identidade de ordem igual ao número de duplas, 48, porque não há repetição das duplas, ou seja, dois jogadores quaisquer só jogam juntos apenas uma vez.

Na simulação dos dados foram consideradas diferentes situações para a média μ , a variância de jogador σ_α^2 , a variância de jogo σ_β^2 e a variância de dupla σ_γ^2 . Em cada grupo de simulações os parâmetros citados assumiram os seguintes valores: $\mu = 2$ e 5 ; $\sigma_\alpha^2 = 1, 3, 6$ e 9 ; $\sigma_\beta^2 = 1$ e $\sigma_\gamma^2 = 1$, totalizando 8 tipos de torneios, sendo cada um desses simulado 1000 vezes.

Os efeitos de jogadores foram ordenados de modo que os melhores jogadores ocupassem as posições 1, 5, 9 e 13; os segundos melhores as posições 2, 6, 10 e 14; os terceiros melhores as posições 3, 7, 11 e 15 e, os piores as posições 4, 8, 12 e 16 de acordo com a matriz de delineamento do torneio. Assim, espera-se que o “rei da peteca”, no método de análise usual, seja sempre um dos jogadores: p_1, p_5, p_9 ou p_{13} . Para atender essa estrutura, os componentes do vetor \mathbf{y} ; do vetor dos efeitos de jogos, β ; do vetor dos efeitos de jogadores, α ; e do vetor dos efeitos de duplas, γ , devem ser permutados de modo que o saldo de pontos esteja em ordem decrescente.

3.3 Análise usual: número de vitórias e saldo de pontos

O número de vitórias e o saldo de pontos de cada um dos jogadores, na primeira são utilizados para a classificação dos jogadores para segunda fase e, na segunda fase, são utilizados para a classificação final e comparação com as estimativas do modelo misto e com as estimativas dos efeitos de jogador, sendo que o saldo de pontos foi calculado da seguinte forma: diferença entre a soma dos pontos pró e a soma dos pontos contra.

3.4 Modelo linear misto: modelo para a análise

Para este estudo foi considerado um modelo linear misto com efeitos de jogo, β , efeitos de jogador, α , sendo o primeiro deles fixo e o segundo aleatório.

Para a análise do modelo, não se considerou o efeito de duplas (o vetor de efeitos de duplas foi confundido com o vetor de resíduos). Então, a equação matricial para o modelo passou a ser a seguinte:

$$y = X\beta + Z\alpha + \varepsilon \quad (3.3)$$

em que:

y é o vetor $n \times 1$ das observações;

β é o vetor $(1+g) \times 1$ dos parâmetros da média μ e efeitos de jogo;

α é o vetor $p \times 1$ dos parâmetros de efeitos de jogador;

ε é o vetor aleatório $n \times 1$ dos resíduos;

X é a matriz $n \times (1+g)$ de incidência dos efeitos fixos;

Z é a matriz $n \times p$ de incidência dos efeitos de jogador.

Os vetores definidos acima têm as seguintes distribuições:

$$\alpha \sim N(\emptyset, \sigma_{\alpha}^2 \mathbf{I});$$

$$\varepsilon \sim N(\emptyset, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

Os dados foram submetidos a duas formas de análises, sem transformação e com transformação de dados, portanto, o vetor y seguiu duas distribuições, dadas por:

$$y \sim N(\emptyset, \sigma^2 I),$$

para dados não transformados;

$$y \sim N(\emptyset, \sigma^2 I),$$

para dados transformados.

O símbolo \emptyset representa um vetor nulo de dimensão igual à dimensão do vetor considerado

As matrizes X e Z , dispostas no Apêndice A, têm uma estrutura tal que, num determinado jogo, sabe-se quais são os jogadores componentes de uma determinada dupla, bem como da dupla adversária, na primeira e segunda fase. Exemplificando, tomando-se a 1ª e 2ª linha de X e de Z , temos o jogo 1, realizado entre os jogadores p_1, p_2, p_3 e p_4 , de modo que a $d_1 = (p_1, p_2)$ joga contra $d_2 = (p_3, p_4)$, em que d_1 , a dupla 1 e, d_2 , a dupla 2.

Como exemplo, o primeiro elemento do par do vetor y indica a pontuação feita pela dupla d_1 e o segundo, a pontuação feita pela dupla d_2 . Os 6 primeiros valores de y são pontos do primeiro grupo, formado pelos jogadores p_1, p_2, p_3 e p_4 , conforme indicam as 6 primeiras linhas da matriz Z ; os 6 últimos valores de y são pontos da segunda fase, pertencente aos jogadores de pior resultado na primeira fase, ou seja, p_4, p_8, p_{12} e p_{16} , de acordo com as últimas 6 linhas da matriz Z .

A análise se inicia com $\hat{\sigma}_\alpha^2 = 1$ e $\hat{\sigma}^2 = 1$. Esses valores são atualizados em cada passo, até atingir a convergência, de acordo com a tolerância exigida. O valor a ser comparado com a tolerância exigida é dado por: $(\hat{\Theta} - \hat{\Theta}^0)^t (\hat{\Theta} - \hat{\Theta}^0)$ e, a convergência é garantida quando $\xi = (\hat{\Theta} - \hat{\Theta}^0)^t (\hat{\Theta} - \hat{\Theta}^0) < \delta$, em que $\delta = 0,000001$.

3.5 Análise dos dados

Inicialmente, embora o vetor de observações y tenha sido simulado seguindo a distribuição Poisson, não foram feitas transformações para a sua análise. A análise foi realizada sob a suposição de modelo probabilístico Normal. Posteriormente, foi considerada a transformação, $Y = \sqrt{y}$, que é tida como estabilizadora da variância, para atender às pressuposições do modelo normal.

A equação matricial para a análise do modelo misto é definida pela equação (3.4) e o método utilizado para se estimar as componentes de variância foi o REML via algoritmo EM. Dado um valor inicial para $\hat{\sigma}_\alpha^2$, como estimativa da componente de variância relativa a α e, um valor inicial para a variância do erro, $\hat{\sigma}^2$, tem-se que, as soluções de β^0 e $\hat{\alpha}$, são dadas pela seguinte relação matricial:

$$\begin{pmatrix} \beta^0 \\ \hat{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{X} & \mathbf{X}'\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{X} & \mathbf{Z}'\mathbf{Z} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_\alpha^2} \mathbf{I} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{Y} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

em que \mathbf{A}^- representa uma inversa generalizada de \mathbf{A} e \mathbf{X}' , a transposta da matriz \mathbf{X} .

As equações contidas na relação acima formam o Sistema de Equações de Henderson (Henderson, 1953). Com os valores de β^0 e $\hat{\alpha}$, as componentes de variância são reestimadas por:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \beta^0' \mathbf{X}'\mathbf{Y} - \hat{\alpha}' \mathbf{Z}'\mathbf{Y}}{n - r(\mathbf{X})} \quad (3.5)$$

em que, $r(\mathbf{X})$ o posto da matriz \mathbf{X} e n , a dimensão do vetor \mathbf{Y} .

$$\hat{\sigma}_{\alpha}^2 = \frac{\hat{\alpha}'\alpha + \text{tr}(\mathbf{C}_{22})\hat{\sigma}^2}{p} \quad (3.6)$$

em que, $\text{tr}(\mathbf{C}_{22})$ representa o traço de \mathbf{C}_{22} , correspondente a parte $\mathbf{Z}'\mathbf{Z} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_{\alpha}^2}\mathbf{I}$ da matriz

$$\left(\begin{array}{cc} \mathbf{X}'\mathbf{X} & \mathbf{X}'\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\mathbf{X} & \mathbf{Z}'\mathbf{Z} + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_{\alpha}^2}\mathbf{I} \end{array} \right)^{-1}$$

A correlação intraclasse das observações, h^2 , foi comparada com os valores de referência h_r^2 , suas fórmulas de cálculo são:

$$h^2 = \frac{\hat{\sigma}_{\alpha}^2}{\hat{\sigma}_{\alpha}^2 + \hat{\sigma}^2} \quad (3.7)$$

em que $\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ e $\hat{\sigma}^2$ são os valores das estimativas do modelo misto;

$$h_r^2 = \frac{\sigma_{\alpha}^2}{\sigma_{\alpha}^2 + \sigma_{\gamma}^2 + \lambda} \quad (3.8)$$

em que σ_{α}^2 é a variância dos efeitos de jogador, σ_{γ}^2 é a variância dos efeitos de duplas e λ , a média e variância da distribuição Poisson, utilizadas na simulação.

3.6 Critério de comparação

Na aferição das concordâncias entre as ordens do material selecionado pode-se empregar diversos coeficientes de correlação. Neste trabalho empregou-se o coeficiente de correlação de Spearman, (Steel e Torrie, 1996).

Foram obtidas as seguintes correlações de Spearman:

- a) $\hat{r}_{p,m}$, entre os efeitos simulados de jogadores e as estimativas do

modelo linear misto;

b) $\hat{r}_{p,t}$, entre os efeitos simulados de jogadores e os resultados do torneio;

c) $\hat{r}_{m,t}$, entre as estimativas do modelo linear misto e os resultados do torneio.

A correlação de Spearman também foi utilizada no final de cada torneio. Os 16 jogadores foram ordenados com base no número de vitórias e no saldo dos jogos da segunda fase. Como há possibilidade de um jogador de um classificado em melhor situação na primeira fase ter desempenho inferior ou igual do que jogadores de grupos classificados em pior situação na segunda fase, aos saldos iniciais da segunda fase foram acrescentados os valores: 10000 para os jogadores classificados em primeiro lugar, 1000 para os classificados em segundo lugar, 100 para os classificados em terceiro lugar e 10 para os classificados em último lugar. Esse procedimento visou estabelecer diferenças entre os grupos e ajustar as correlações de Spearman. O vetor do saldo ajustado foi comparado com o vetor de classificação dado por (1, 2, 3, ..., 16).

3.7 Exemplo

No Apêndice C, página 43, apresenta-se um exemplo completo da análise de um torneio.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As análises dos resultados obtidos, simulados combinando-se diferentes valores iniciais da média μ e da variância de jogador σ_{α}^2 , foram feitas com o auxílio de tabelas e de 8 figuras, numeradas de 4.1 a 4.8. As tabelas, numeradas de 4.1 a 4.4, dispõem os resultados obtidos da análise do modelo misto, as duas primeiras com dados não transformados e as duas últimas com dados transformados. As figuras dessa seção se referem aos resultados obtidos apenas para $\mu = 2$, porque as figuras obtidas com $\mu = 2$ e $\mu = 5$ são semelhantes. As figuras referentes a $\mu = 5$ estão dispostas no Apêndice B. Cada uma das figuras apresenta 6 gráficos, indexadas pelas letras de *a* a *f*. Os índices *a*, *c* e *e* representam gráficos para dados não transformados e os índices *b*, *d* e *f* representam gráficos para dados transformados.

As figuras de 4.1 a 4.4 representam as densidades das correlações de Spearman, tomadas duas a duas, entre efeitos simulados de jogadores, estimativas do modelo linear misto e resultados do torneio e, as figuras de 4.5 a 4.8 representam os histogramas das estimativas da variância do erro, da variância de jogador e da correlação intraclasse.

Na interpretação dos resultados, tentou-se responder perguntas tais como: O que ocorre com as estimativas das médias das correlações de Spearman, $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$, para as diferentes combinações entre μ e σ_{α}^2 ? Qual o comportamento das estimativas das variâncias, do erro e de jogador, e da correlação intraclasse para diferentes atribuições de μ , σ_{α}^2 e h_r^2 ? Há diferença considerável entre a análise de dados não transformados e a análise de dados transformados?

Para a análise de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ e \hat{h}^2 foram utilizadas as tabelas 4.1 e 4.3 e as

figuras de 4.5 a 4.8. As diversas estimativas foram comparadas com os seus valores de referência. Espera-se que os torneios mais precisos sejam aqueles simulados com menor valor inicial de μ e maior valor inicial de σ_α^2 , entre os valores considerados. Na análise de $\hat{\sigma}^2$, verifica-se o que ocorre quando se aumenta os valores de μ , nos dois tipos de análises, sem ou com transformação de dados.

Quanto aos gráficos das correlações, espera-se que auxiliem a decidir qual forma de análise é a mais adequada e se a análise de modelo misto é satisfatória, o que simplificaria os modelos de planejamento para o modelo linear misto.

4.1 Análise para dados não transformados

Os resultados das diferentes combinações da média μ , da variância de jogador σ_α^2 e da variância do erro σ^2 para dados não transformados são apresentados na tabela 4.1. O valor h_r^2 foi calculado utilizando a equação (3.8).

Tabela 4.1: Média e desvio-padrão, entre parênteses, de $\overline{\sigma^2}$, $\overline{\sigma_\alpha^2}$ e $\overline{h^2}$.

μ	σ_α^2	h_r^2	$\overline{\sigma^2}$	$\overline{\sigma_\alpha^2}$	$\overline{h^2}$
2	1	0,25	1,23 (1,11)	4,73 (3,12)	0,72 (0,31)
2	3	0,50	1,25 (1,12)	6,41 (3,65)	0,78 (0,26)
2	6	0,67	1,27 (1,14)	8,25 (4,47)	0,83 (0,22)
2	9	0,75	1,31 (1,14)	9,76 (5,13)	0,85 (0,20)
5	1	0,14	2,28 (1,87)	8,68 (5,38)	0,72 (0,31)
5	3	0,33	2,24 (1,87)	10,44 (5,75)	0,77 (0,27)
5	6	0,50	2,25 (1,86)	12,53 (6,45)	0,79 (0,26)
5	9	0,60	2,16 (1,84)	15,05 (6,90)	0,84 (0,21)

Os valores de $\overline{\hat{\sigma}^2}$ da tabela 4.1 foram comparados com os valores de μ : 2 e 5. Nota-se que, aumentando-se os valores de μ os valores de $\overline{\hat{\sigma}^2}$ também aumentam. Para a análise de $\overline{\hat{\sigma}_\alpha^2}$, seus valores também foram comparados com os valores de σ_α^2 : 1, 3, 6 e 9 e, a tabela mostra que, para $\mu = 2$, os valores de $\overline{\hat{\sigma}_\alpha^2}$ aumentam quando se aumentam os valores de σ_α^2 , consistente com o que se esperava. Verifica-se na tabela 4.1 que h_i^2 se aproxima de $\overline{h^2}$ a medida que são tomados valores cada vez maiores do primeiro. Nota-se que, quanto maior os valores iniciais de μ e de σ_α^2 maior as estimativas da correlação intraclasse.

Os resultados referentes às médias das correlações de Spearman, definidas na seção 3.6 são apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Média e desvio-padrão, entre parênteses, de $\overline{\hat{r}_{p,m}}$, $\overline{\hat{r}_{p,t}}$ e $\overline{\hat{r}_{m,t}}$.

μ	σ_α^2	$\overline{\hat{r}_{p,m}}$	$\overline{\hat{r}_{p,t}}$	$\overline{\hat{r}_{m,t}}$
2	1	0,37 (0,22)	0,30 (0,24)	0,83* (0,09)
2	3	0,55* (0,19)	0,47 (0,21)	0,83* (0,10)
2	6	0,66* (0,16)	0,57* (0,18)	0,83* (0,09)
2	9	0,71* (0,13)	0,62* (0,16)	0,83* (0,09)
5	1	0,31 (0,24)	0,26 (0,25)	0,83* (0,09)
5	3	0,48 (0,21)	0,39 (0,22)	0,84* (0,09)
5	6	0,61* (0,18)	0,52* (0,19)	0,84* (0,09)
5	9	0,68* (0,16)	0,58* (0,18)	0,86* (0,08)

* nível de significância igual a 5%.

O teste t para as médias de $\overline{\hat{r}_{p,t}}$ indica que a significância está relacionada aos valores de σ_α^2 ; porque, aumentando-se os valores de σ_α^2 , a significância aumenta. Nota-se que o teste t é significativo para todas as correlações, $\overline{\hat{r}_{p,m}}$, $\overline{\hat{r}_{p,t}}$ e $\overline{\hat{r}_{m,t}}$, no caso em que $\sigma_\alpha^2 = 6$ ou $\sigma_\alpha^2 = 9$. Observa-se

que o teste t é significativo para todos os valores de $\bar{r}_{m,t}$, indicando boa correlação de ordem com a classificação final do torneio usual.

O mais interessante é que $r_{p,m} > r_{p,t}$, indicando ser o modelo misto mais próximo da verdade sobre a força relativa dos jogadores.

As correlações de ordem entre o vetor do saldo ajustado e o vetor de classificação dado por (1, 2, 3, ..., 16), foram iguais a $-0,99$. Não foram exatamente iguais a -1 porque houve alguns empates entre jogadores de um mesmo grupo da segunda fase.

4.2 Análise com dados transformados

Os resultados obtidos das diferentes combinações da média μ , da variância de jogador σ_{α}^2 e variância do erro σ^2 para dados transformados são apresentados na tabela 4.3. Os valores de referência, h_r^2 , dispostos na tabela, foram calculados utilizando-se a equação (3.8).

Tabela 4.3: Média e desvio-padrão, entre parênteses, de $\bar{\sigma}^2$, $\bar{\sigma}_{\alpha}^2$ e \hat{h}^2 .

μ	σ_{α}^2	h_r^2	$\bar{\sigma}^2$	$\bar{\sigma}_{\alpha}^2$	\hat{h}^2
2	1	0,25	0,22 (0,17)	0,83 (0,49)	0,72 (0,30)
2	3	0,50	0,21 (0,16)	1,09 (0,55)	0,78 (0,26)
2	6	0,67	0,19 (0,14)	1,37 (0,56)	0,84 (0,19)
2	9	0,75	0,18 (0,13)	1,56 (0,60)	0,87 (0,16)
5	1	0,14	0,15 (0,12)	0,51 (0,33)	0,71 (0,31)
5	3	0,33	0,15 (0,12)	0,68 (0,39)	0,77 (0,26)
5	6	0,50	0,14 (0,11)	0,88 (0,46)	0,82 (0,22)
5	9	0,60	0,14 (0,11)	1,11 (0,53)	0,85 (0,18)

Os valores de $\overline{\hat{\sigma}^2}$ da tabela 4.1 foram comparados com os valores de μ : 2 e 5 e também com os valores de σ_α^2 : 1, 3, 6 e 9. Nota-se que, aumentando-se os valores de μ os valores de $\overline{\hat{\sigma}^2}$ diminuem, diferentemente do que ocorre para dados não transformados. Os valores de $\overline{\hat{\sigma}_\alpha^2}$ aumentam quando os valores de σ_α^2 são aumentados. Verifica-se na tabela 4.1 que h_r^2 se aproxima de $\overline{h^2}$ a medida que são tomados valores cada vez maiores do primeiro. Nota-se que, quanto maior os valores iniciais de μ e de σ_α^2 maior as estimativas da correlação intraclasse.

Os resultados referentes às médias das correlações de Spearman, definidas na seção 3.6 são apresentados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Média e desvio-padrão, entre parênteses, de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$

μ	σ_α^2	$\hat{r}_{p,m}$	$\hat{r}_{p,t}$	$\hat{r}_{m,t}$
2	1	0,38 (0,23)	0,31 (0,24)	0,78* (0,09)
2	3	0,56* (0,19)	0,47 (0,21)	0,80* (0,09)
2	6	0,68* (0,15)	0,56* (0,18)	0,82* (0,08)
2	9	0,72* (0,13)	0,61* (0,17)	0,83* (0,08)
5	1	0,29 (0,25)	0,24 (0,25)	0,81* (0,10)
5	3	0,47 (0,21)	0,39 (0,22)	0,82* (0,09)
5	6	0,61* (0,18)	0,51* (0,20)	0,82* (0,09)
5	9	0,68* (0,15)	0,58* (0,17)	0,83* (0,08)

* nível de significância igual a 5%.

Observando-se a tabela 4.4, nota-se que os valores de $\hat{r}_{p,m}$ são maiores que os valores de $\hat{r}_{p,t}$, indicando que o modelo misto está mais próximo da verdade sobre a força relativa dos jogadores.

Houve uma melhora na correlação de Spearman com o aumento dos

valores iniciais de σ_{α}^2 , indicando que a significância está relacionada com este valor, porque, aumentando-se os valores de σ_{α}^2 , a significância a aumenta. O teste t é significativo apenas para as correlações, $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$, em que $\sigma_{\alpha}^2 = 6$ ou $\sigma_{\alpha}^2 = 9$. Observa-se que o teste t é significativo para todos os valores de $\hat{r}_{m,t}$, indicando boa correlação de ordem com a classificação final do torneio.

As correlações de ordem entre o vetor do saldo ajustado e o vetor de classificação dado por (1, 2, 3, ..., 16), foram iguais a -0,99. Não foram exatamente iguais a -1 porque houve alguns empates entre jogadores de um mesmo grupo da segunda fase.

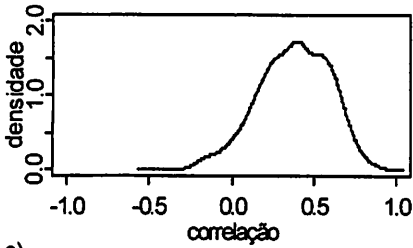
A importância de o modelo misto ser bom: simplifica o planejamento de torneios como blocos incompletos de tamanho 2, com matriz de informação de Fisher do modelo linear, (Bueno Filho e Gilmour, 2003).

4.3 Comparação entre dados não transformados e transformados

A comparação entre os dados não transformados e os dados transformados foi feita utilizando-se das figuras disposta nas 8 páginas seguintes. A disposição das figuras facilita essas comparações entre as diversas estimativas obtidas. Nas figuras de 4.1 a 4.4 são representadas as densidades das situações das tabelas 4.2 e 4.4 e, nas figuras 4.5 a 4.8 são representados os histogramas das situações das tabelas 4.1 e 4.3, referentes a $\mu = 2$. Para efeito de comparação, os gráficos das figuras com $\mu = 5$ apresentam comportamento semelhante ao apresentado pelos gráficos da figura com $\mu = 2$ e, portanto, são apresentadas no Apêndice B.

Dados não transformados

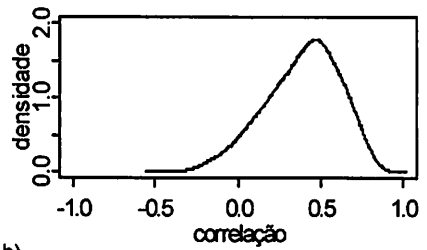
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

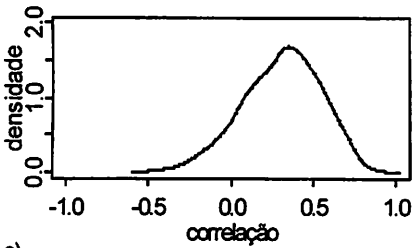
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



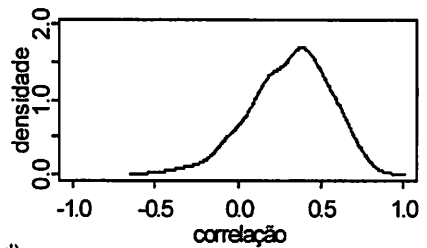
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



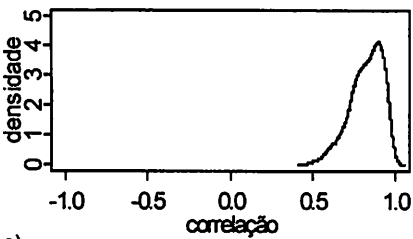
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



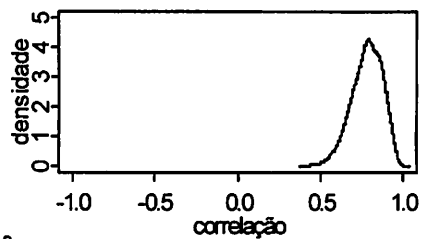
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

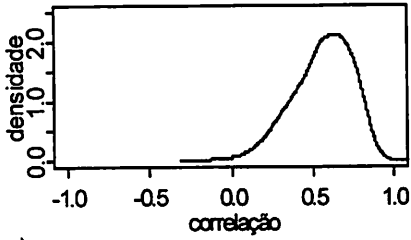


f)

Figura 4.1: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 1$.

Dados não transformados

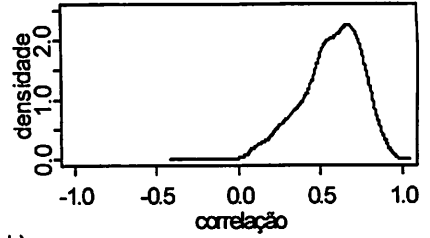
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

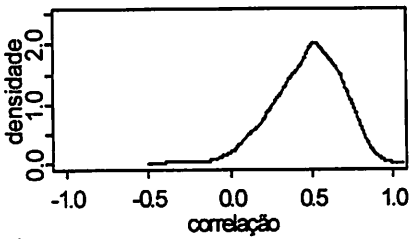
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



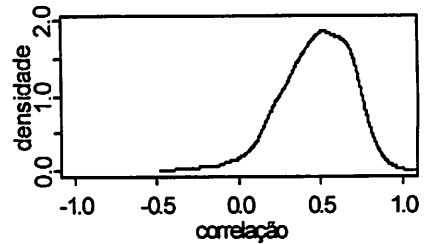
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



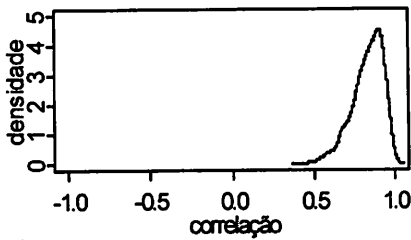
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



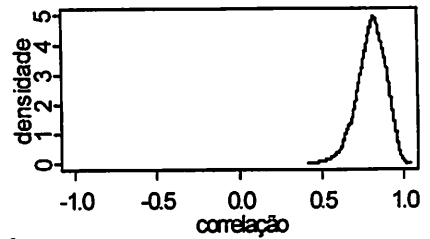
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

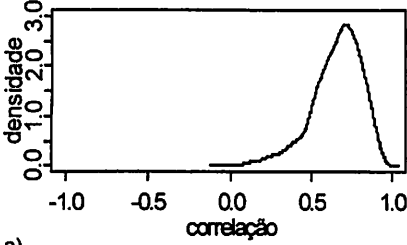


f)

Figura 4.2: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 3$.

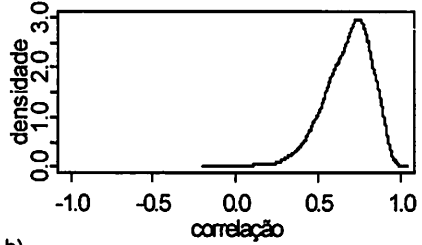
Dados não transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM

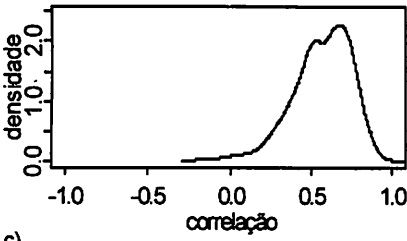


Dados transformados

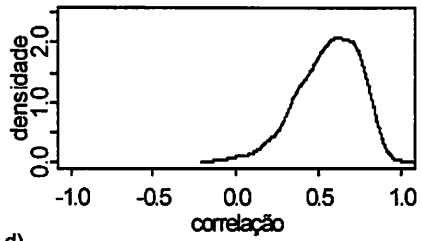
Ef. de Jogador e Est. do MLM



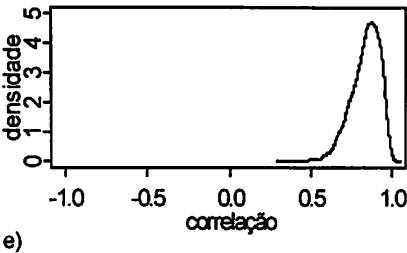
Ef. de Jogador e Res. do Torneio



Ef. de Jogador e Res. do Torneio



Est. do MLM e Res. do Torneio



Est. do MLM e Res. do Torneio

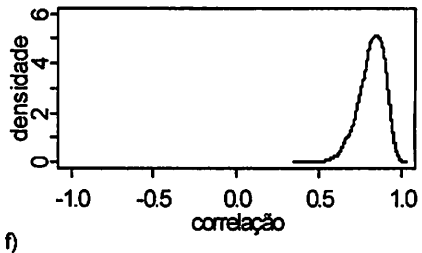
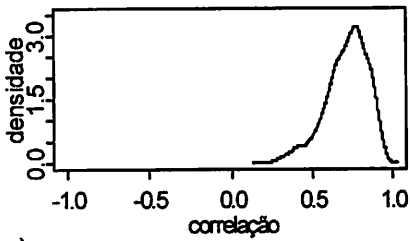


Figura 4.3: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 2$ e $\sigma_{\alpha}^2 = 6$.

Dados não transformados

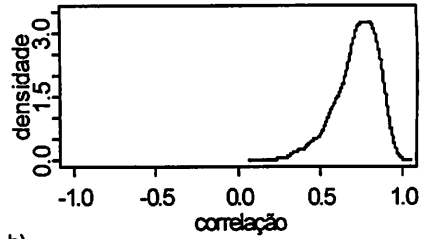
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

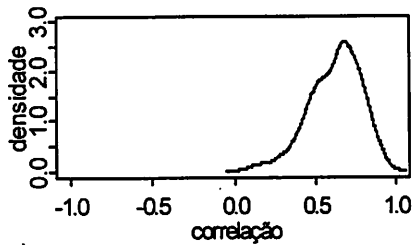
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



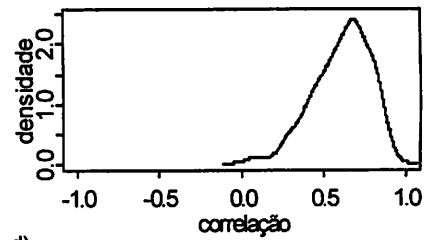
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



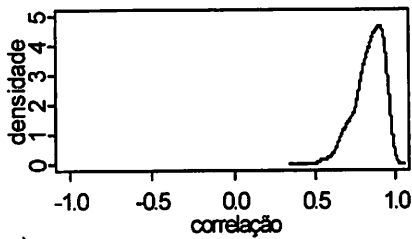
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



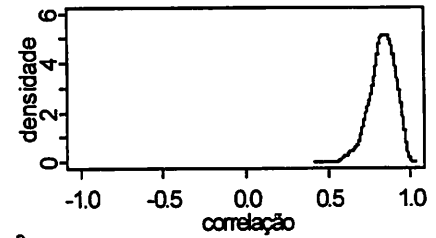
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

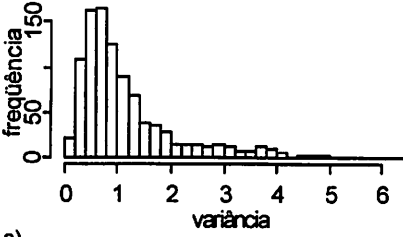


f)

Figura 4.4: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 9$.

Dados não transformados

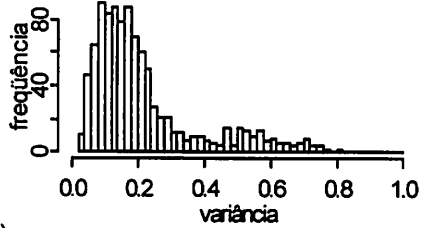
Variância do erro



a)

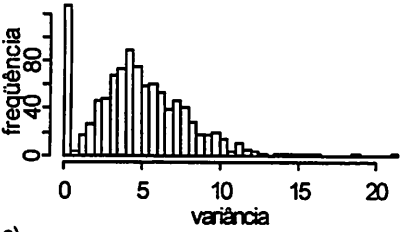
Dados transformados

Variância do erro



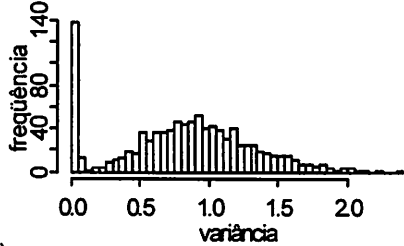
b)

Variância de jogador



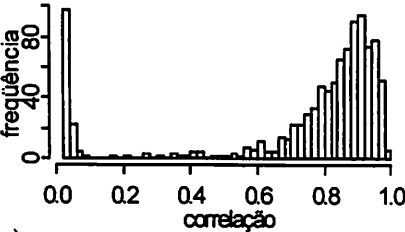
c)

Variância de jogador



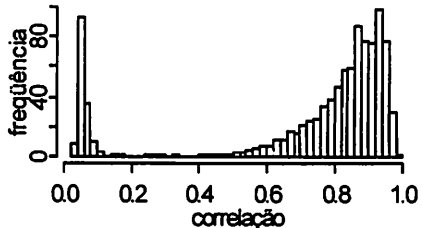
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass

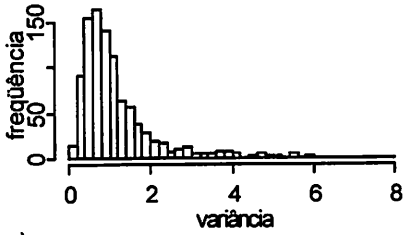


f)

Figura 4.5: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 1$.

Dados não transformados

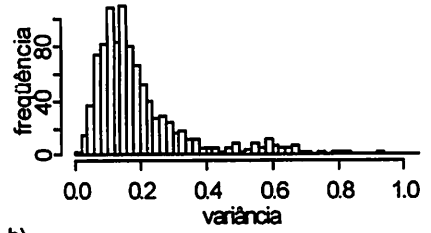
Variância do erro



a)

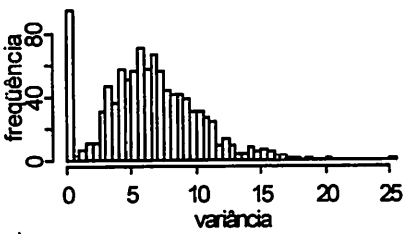
Dados transformados

Variância do erro



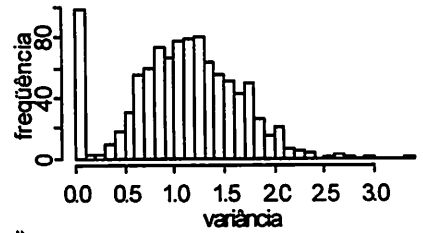
b)

Variância de jogador



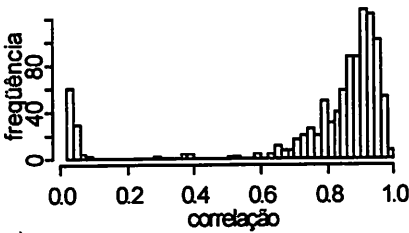
c)

Variância de jogador



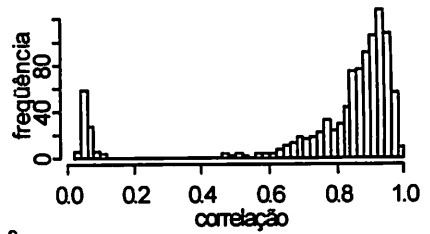
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass

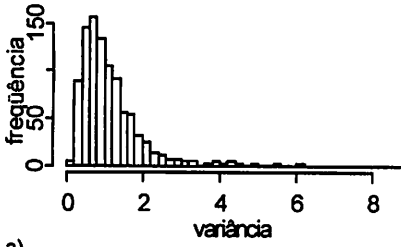


f)

Figura 4.6: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 3$.

Dados não transformados

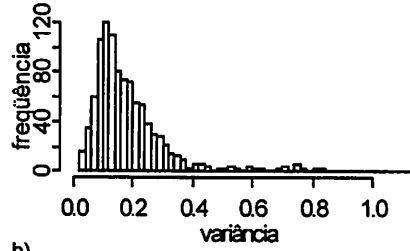
Variância do erro



a)

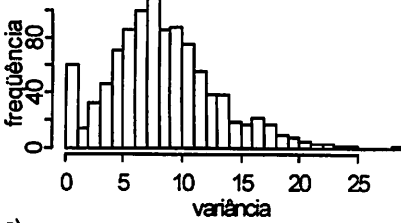
Dados transformados

Variância do erro



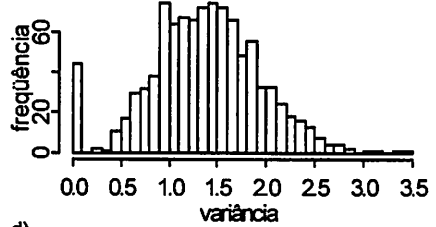
b)

Variância de jogador



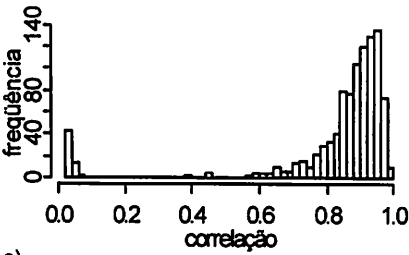
c)

Variância de jogador



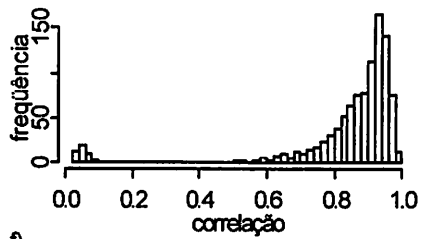
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass

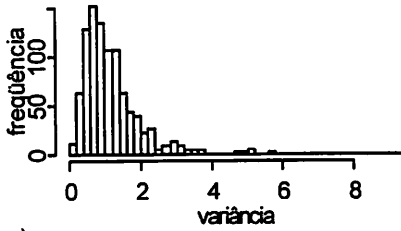


f)

Figura 4.7: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 6$.

Dados não transformados

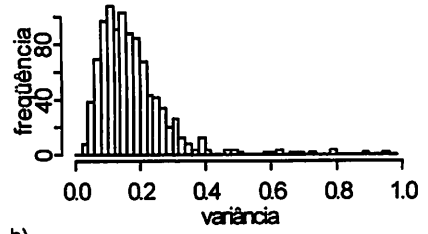
Variância do erro



a)

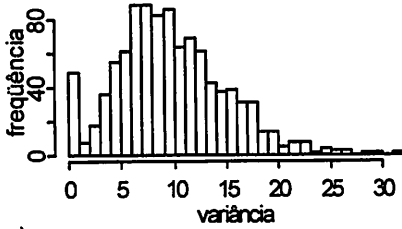
Dados transformados

Variância do erro



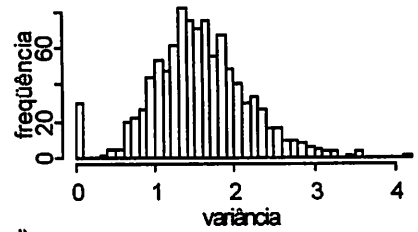
b)

Variância de jogador



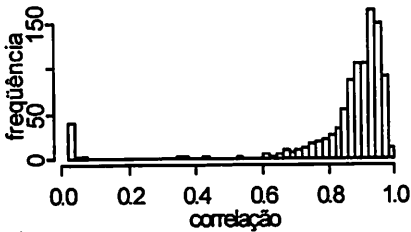
c)

Variância de jogador



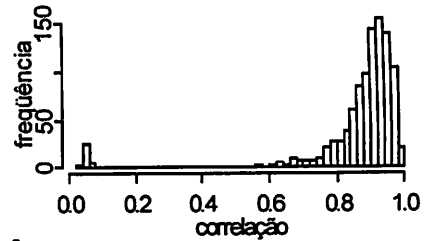
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass



f)

Figura 4.8: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 2$ e $\sigma_\alpha^2 = 9$.

As figuras de 4.5 a 4.8, indexadas por c e d , ficam menos achatadas quando os valores de σ_{α}^2 são aumentados, diminuindo também a frequência de valores nulos. A variância do erro aumenta quando os valores de σ_{α}^2 são aumentados, conforme as figuras indexadas por a . A variância diminui quando aumentam os valores de σ_{α}^2 conforme as figuras indexadas por b .

As figuras 4.5 a 4.8 relativas às correlações intraclasses apresentam inicialmente uma grande quantidade de valores nulos, que são reduzidos quando os valores de σ_{α}^2 são aumentados. O motivo de tais correlações intraclasses nulas é que a obtenção de estimativas de componentes de variância de jogador nula, pois o torneio não foi bom o bastante para identificar efeitos de jogador.

Nota-se nas figuras 4.1.a e 4.1.b que $\hat{r}_{p,m}$ são iguais para as duas formas de análise, conforme tabelas 4.2 e 4.4. Nota-se também que nos pares da figura 4.1, com índices c e d , e com índices e e f , o mesmo ocorre com $\hat{r}_{p,t}$ e com $\hat{r}_{m,t}$.

Comparando-se a figura 4.2 com a figura 4.1 nota-se que houve um ligeiro aumento de todas as correlações, como mostra o deslocamento à direita de todos os gráficos da figura 4.2 em relação à figura 4.1. Conforme os gráficos da figura 4.2, as correlações entre as duas formas de análise não diferem estatisticamente.

Comparando-se os gráficos correspondentes das figuras 4.1, 4.2 e 4.3, nota-se que, quando aumentam os valores de σ_{α}^2 aumenta-se também os valores das correlações, o que pode ser notado pelo deslocamento da curva à direita na seqüência dos gráficos. Há uma semelhança entre os gráficos correspondentes nas duas formas de análise.

Conforme as tabelas 4.2 e 4.4 e as figuras 4.4.a e 4.4.b, os valores de $\hat{r}_{p,m}$ são iguais para as duas formas de análise. Nota-se que nas figuras 4.4.c e 4.4.d, o mesmo ocorre com $\hat{r}_{p,t}$ e nas figuras 4.4.e e 4.4.f nota-se que $\hat{r}_{m,t}$ são

iguais. Houve um aumento nos valores de $\hat{r}_{p,m}$ e $\hat{r}_{p,t}$, como pode ser visto na figura 4.2, com um deslocamento da curva à direita, comparando-se com as figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

Nas figuras 4.5.c e 4.5.d, nota-se uma grande frequência de valores nulos, fazendo com que haja também uma grande frequência de valores nulos para correlação intraclasse, conforme figuras 4.5.e e 4.5.f.

As figuras 4.6.c e 4.6.d são menos achatadas que suas correspondentes da figura 4.5 e, a grande frequência de valores nulos faz com que haja também uma grande frequência de valores nulos para correlação intraclasse, conforme figuras 4.5.e e 4.5.f.

As figuras 4.7.c e 4.7.d são menos achatadas que suas correspondentes das figuras 4.5 e 4.6 e, uma frequência de valores nulos menor que as apresentadas por essas figuras, fazendo com que haja também uma frequência de valores nulos para correlação intraclasse menor em relação às figuras 4.5 e 4.6, indexadas por *e* e *f*.

Nota-se que as figuras 4.8.c e 4.8.d são mais afinadas e têm menos valores nulos, quando comparadas com as figuras anteriores indexadas por *c* e *d*. Nota-se com isso, uma correlação intraclasse com menos valores nulos, conforme figuras 4.8.e e 4.8.f.



5 CONCLUSÃO

O modelo misto pode ser usado com precisão aceitável para modelar efeitos de jogador em torneios com distribuição não normal da variável resposta.

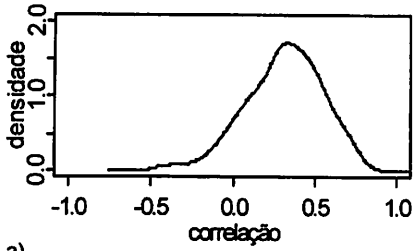
Os resultados mostraram que a análise pode ser feita sem a transformação de dados, mas, se a análise for feita com a transformação de dados adequada, o modelo misto ser ainda mais preciso que o modelo usual.

APÊNDICE B: Figuras para $\mu = 5$

Nas páginas seguintes são apresentadas as figuras das correlações e dos histogramas para $\mu = 5$. Pode-se comprovar que os gráficos apresentados têm comportamento semelhante aos gráficos da figura para as simulações com $\mu = 2$.

Dados não transformados

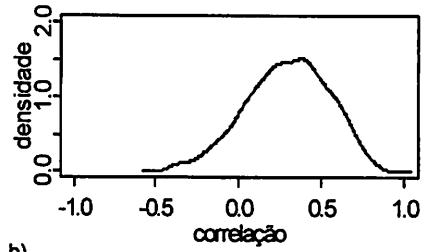
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

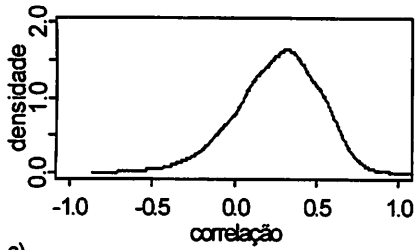
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



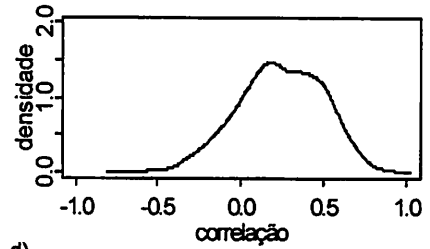
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



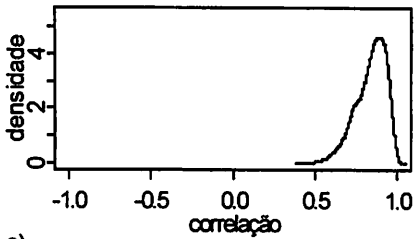
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



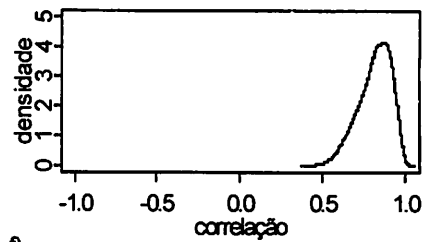
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

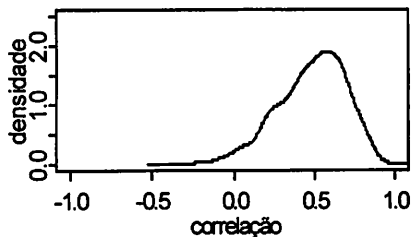


f)

Figura B.1: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 1$.

Dados não transformados

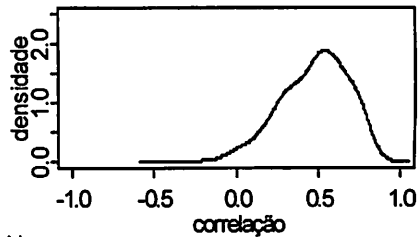
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

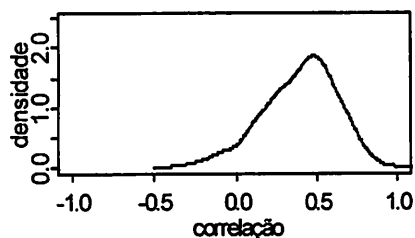
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



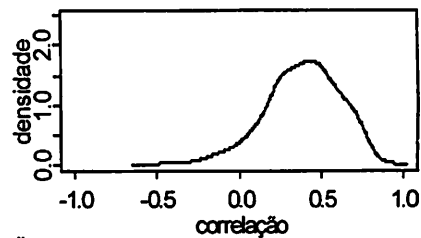
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



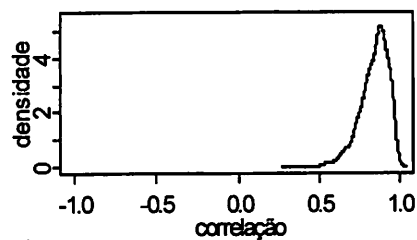
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



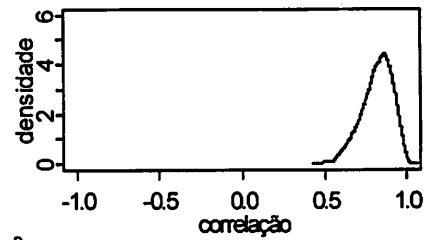
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

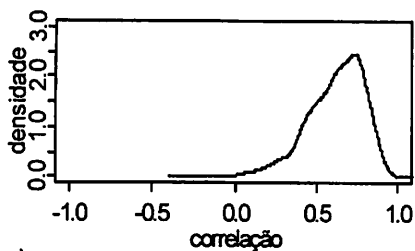


f)

Figura B.2: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 3$.

Dados não transformados

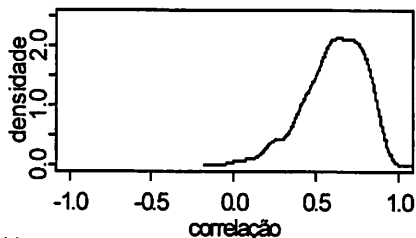
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

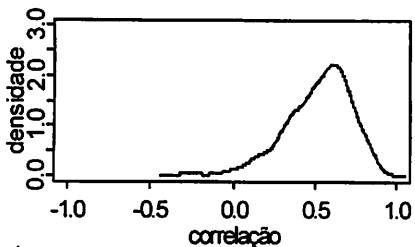
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



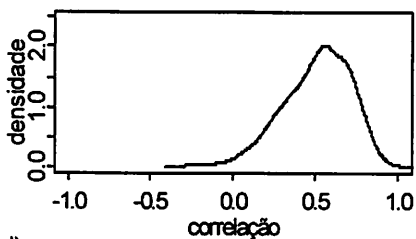
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



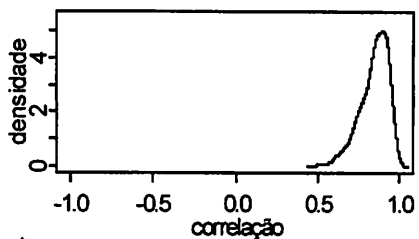
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



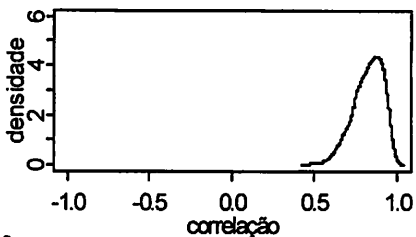
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

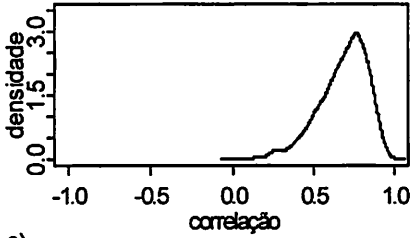


f)

Figura B.3: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 6$.

Dados não transformados

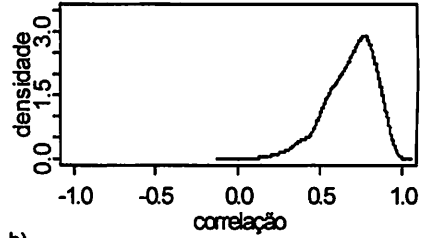
Ef. de Jogador e Est. do MLM



a)

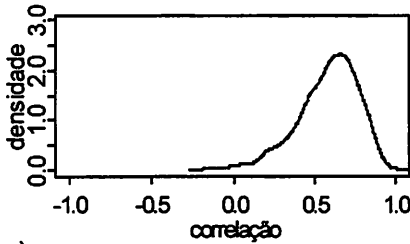
Dados transformados

Ef. de Jogador e Est. do MLM



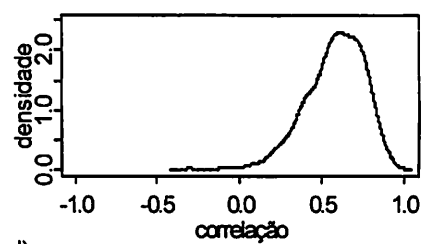
b)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



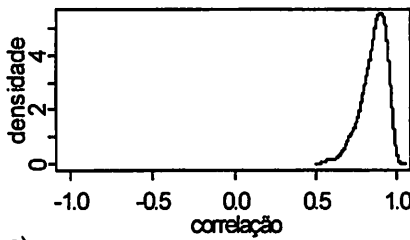
c)

Ef. de Jogador e Res. do Torneio



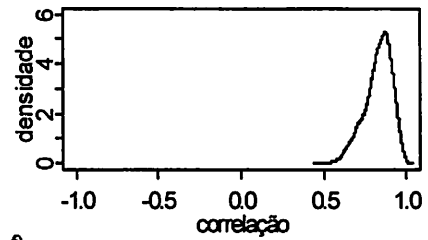
d)

Est. do MLM e Res. do Torneio



e)

Est. do MLM e Res. do Torneio

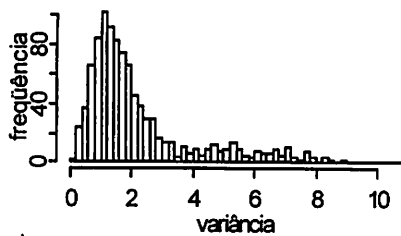


f)

Figura B.4: Densidades de $\hat{r}_{p,m}$, $\hat{r}_{p,t}$ e $\hat{r}_{m,t}$ para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 9$.

Dados não transformados

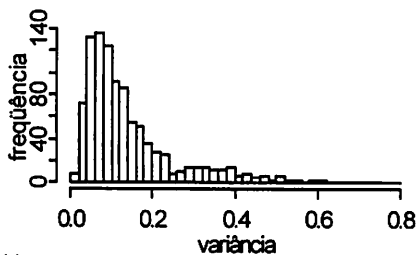
Variância do erro



a)

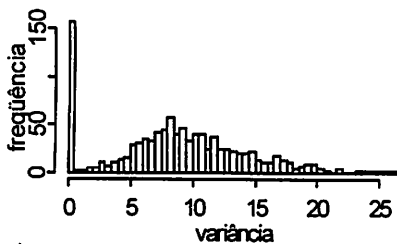
Dados transformados

Variância do erro



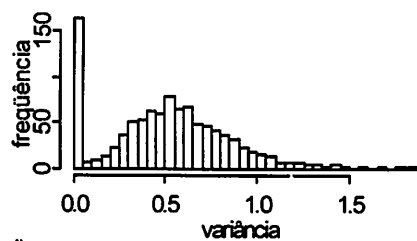
b)

Variância de jogador



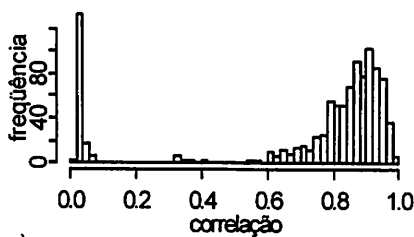
c)

Variância de jogador



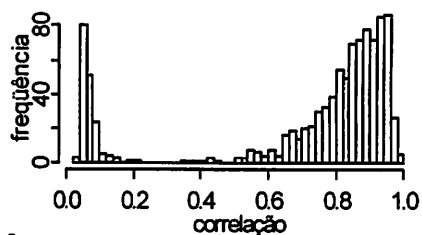
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass

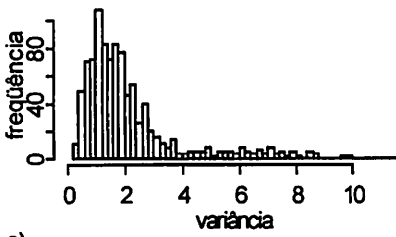


f)

Figura B.5: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 1$.

Dados não transformados

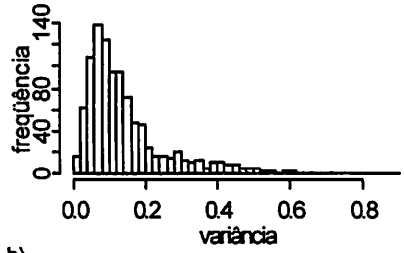
Variância do erro



a)

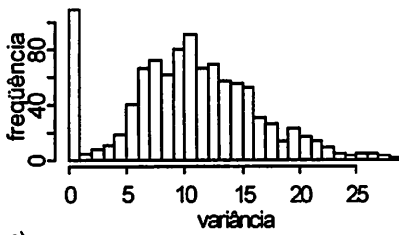
Dados transformados

Variância do erro



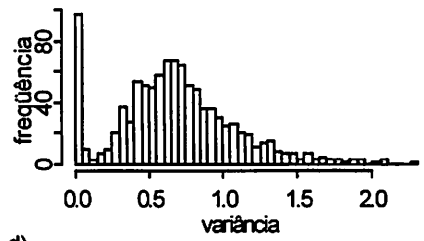
b)

Variância de jogador



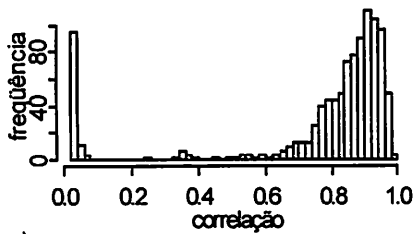
c)

Variância de jogador



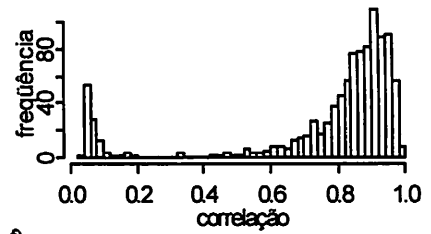
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass

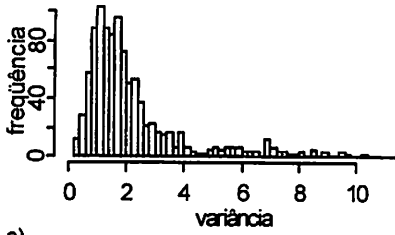


f)

Figura B.6: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 3$.

Dados não transformados

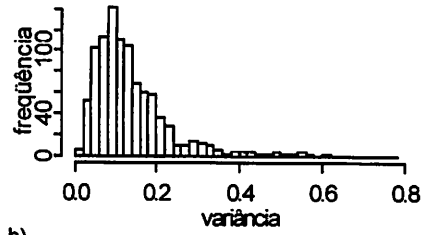
Variância do erro



a)

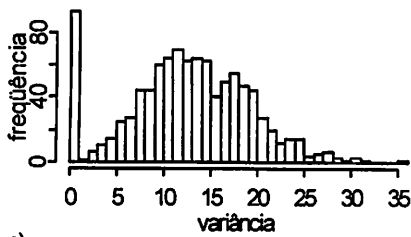
Dados transformados

Variância do erro



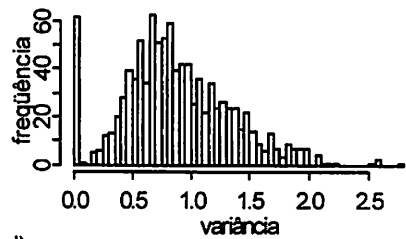
b)

Variância de jogador



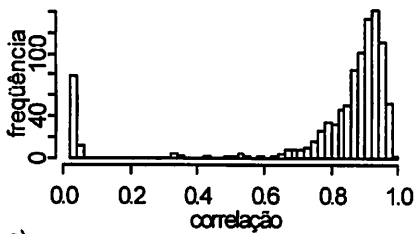
c)

Variância de jogador



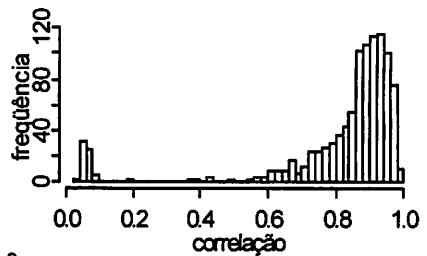
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass

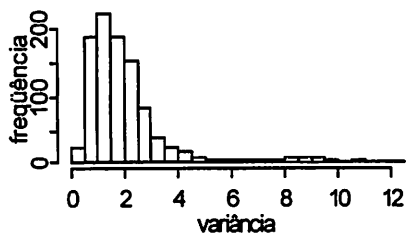


f)

Figura B.7: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 6$.

Dados não transformados

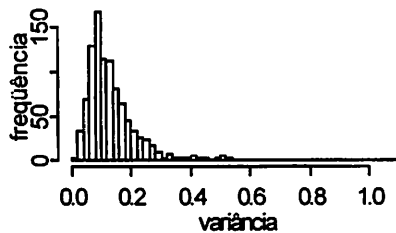
Variância do erro



a)

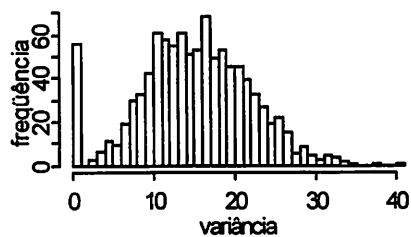
Dados transformados

Variância do erro



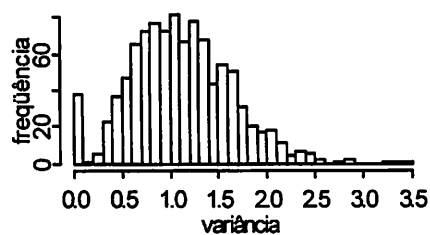
b)

Variância de jogador



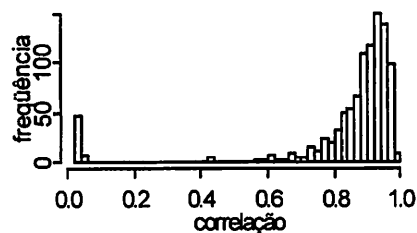
c)

Variância de jogador



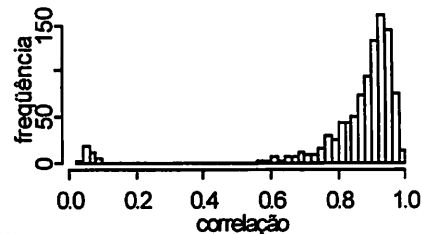
d)

Correlação intraclass



e)

Correlação intraclass



f)

Figura B.8: Histogramas de $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_\alpha^2$ e \hat{h}^2 para $\mu = 5$ e $\sigma_\alpha^2 = 9$.

APÊNDICE C: Exemplo e análise de um torneio

Seja Y , o vetor dos resultados, submetido à transformação $Y = \sqrt{y}$, de um torneio simulado a partir dos efeitos: β de jogos, α de jogadores e γ de duplas.

$Y^t = (2,236; 1,732; 2,236; 2,000; 2,000; 1,732; 2,646; 1,414; 3,000; 2,449; 3,162; 3,317; 2,236; 0,000; 2,236; 1,000; 1,732; 0,000; 2,236; 1,414; 2,449; 1,732; 2,236; 2,000; 3,162; 2,449; 3,162; 2,828; 3,000; 2,828; 2,828; 2,000; 1,414; 2,236; 2,828; 2,236; 3,000; 1,414; 1,414; 3,000; 2,000; 0,000; 2,449; 0,000; 1,000; 2,000; 1,000; 0,000);$

$\beta^t = (2,236; 0,771; -0,599; -0,525; 1,125; -0,188; -0,045; -1,423; 0,447; 0,239; -0,988; 0,565; 0,637; 0,890; -0,431; -1,011; -0,442; -0,061; 1,864; 1,110; 1,520; 0,221; 0,053; -0,472; -2,483);$

A primeira coordenada do vetor é dada pela raiz quadrada de $\mu = 5$, a média utilizada na simulação deste exemplo.

$\alpha^t = (1,706; -1,093; 1,099; -2,556; 0,647; 1,874; -0,693; -0,752; 1,890; -2,285; -7,430; -7,603; 1,545; -0,284; 0,794; -1,999).$

O vetor dos efeitos simulados, fixos e aleatórios, do modelo é dado por Θ , cuja estrutura é:

$$\Theta = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

em que, o vetor β aloja as coordenadas da média e dos efeitos de jogos simulados e o vetor α aloja os efeitos simulados de jogador.

Os blocos $X'X$, $X'Z$, $Z'X$ e $Z'Z + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_\alpha^2}I$ presentes na equação (3.4)

$$Z^t Z = \begin{bmatrix} 3/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 1/4 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 1/4 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 \\ 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 \\ 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 \\ 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 3/2 & 1/4 \end{bmatrix}$$

Antes da primeira iteração, tem-se: $A_0 = Z^t Z + \frac{1}{1} I$

Para a primeira iteração, tem-se: $A_1 = Z^t Z + \frac{0,815}{0,284} I$

Para a segunda iteração, tem-se: $A_2 = Z^t Z + \frac{0,926}{0,123} I$

E, para a última iteração, tem-se: $A_8 = Z^t Z + \frac{1,698}{0,033} I$

Os vetores paramétricos estimados, referentes aos efeitos fixos e aos efeitos aleatórios, são:

$$\hat{\beta} = (1,909; -0,679; -0,545; -0,797; -0,467; 0,228; 0,743; 0,702; 1,202; 0,450; -0,236; 0,030; 0,057; -0,260; -0,070; -0,151; 0,509; -0,080; 0,627; 0,796; 0,796; -0,412; -0,028; 0,247; -0,753);$$

A primeira coordenada do vetor $\hat{\beta}$ é a estimativa da média da variável resposta.

$\hat{\alpha} = (1,483; 0,515; 0,485; 0,533; 1,306; 0,751; 0,202; 0,092; 0,976; -1,463; -2,914; -2,572; 0,862; 0,184; 0,237; -0,677);$

Tabela C.1 Componentes das estimativas das variâncias de jogador, das variâncias do erro e também as estimativas dos efeitos de jogador correspondentes às iterações: 1, 2, 3, 7 e 8.

	Iterações				
	1	2	3	7	8
$\hat{r}_{p,m}$	0,800	0,809	0,785	0,768	0,768
$\hat{r}_{p,t}$	0,736	0,736	0,736	0,736	0,736
$\hat{r}_{m,t}$	0,707	0,757	0,764	0,779	0,779
\hat{h}^2	0,742	0,883	0,958	0,978	0,981
$\hat{\sigma}_\alpha^2$	0,815	0,926	1,272	1,698	1,698
$\hat{\sigma}^2$	0,284	0,123	0,055	0,033	0,033
$\hat{\mu}$	1,909	1,909	1,909	1,909	1,909
$\hat{\beta}_1$	-0,186	-0,387	-0,544	-0,679	-0,679
$\hat{\beta}_2$	-0,052	-0,253	-0,410	-0,545	-0,545
$\hat{\beta}_3$	-0,304	-0,505	-0,662	-0,797	-0,797
$\hat{\beta}_4$	-0,083	-0,239	-0,362	-0,467	-0,467
$\hat{\beta}_5$	0,612	0,456	0,333	0,228	0,228

...continua...

Tabela C.1, cont.

$\hat{\beta}_6$	1,127	0,970	0,848	0,743	0,743
$\hat{\beta}_7$	-0,274	0,124	0,436	0,702	0,702
$\hat{\beta}_8$	0,226	0,624	0,936	1,202	1,202
$\hat{\beta}_9$	-0,526	-0,128	0,184	0,450	0,450
$\hat{\beta}_{10}$	-0,136	-0,177	-0,208	-0,236	-0,236
$\hat{\beta}_{11}$	0,129	0,089	0,057	0,030	0,030
$\hat{\beta}_{12}$	0,157	0,116	0,084	0,057	0,057
$\hat{\beta}_{13}$	0,496	0,188	-0,053	-0,260	-0,260
$\hat{\beta}_{14}$	0,686	0,378	0,136	-0,070	-0,070
$\hat{\beta}_{15}$	0,605	0,297	0,055	-0,151	-0,151
$\hat{\beta}_{16}$	0,506	0,507	0,508	0,509	0,509
$\hat{\beta}_{17}$	-0,083	-0,082	-0,081	-0,080	-0,080
$\hat{\beta}_{18}$	0,624	0,625	0,626	0,627	0,627
$\hat{\beta}_{19}$	0,470	0,603	0,707	0,796	0,796
$\hat{\beta}_{20}$	0,470	0,603	0,707	0,796	0,796
$\hat{\beta}_{21}$	-0,737	-0,604	-0,500	-0,412	-0,412
$\hat{\beta}_{22}$	-0,457	-0,282	-0,145	-0,028	-0,028
$\hat{\beta}_{23}$	-0,182	-0,007	0,130	0,247	0,247
$\hat{\beta}_{24}$	-1,182	-1,007	-0,870	-0,753	-0,753
$\hat{\alpha}_1$	0,444	0,847	1,184	1,483	1,483

...continua...

Tabela C.1, cont.

$\hat{\alpha}_2$	0,380	0,737	1,038	1,305	1,306
$\hat{\alpha}_3$	0,553	0,787	0,905	0,976	0,976
$\hat{\alpha}_4$	0,226	0,464	0,673	0,862	0,862
$\hat{\alpha}_5$	0,140	0,282	0,404	0,515	0,515
$\hat{\alpha}_6$	0,287	0,484	0,630	0,751	0,751
$\hat{\alpha}_7$	0,070	0,118	0,154	0,184	0,184
$\hat{\alpha}_8$	-0,501	-0,892	-1,200	-1,463	-1,463
$\hat{\alpha}_9$	0,088	0,140	0,175	0,202	0,202
$\hat{\alpha}_{10}$	0,178	0,229	0,241	0,237	0,237
$\hat{\alpha}_{11}$	0,205	0,330	0,416	0,485	0,485
$\hat{\alpha}_{12}$	-1,160	-1,918	-2,467	-2,914	-2,914
$\hat{\alpha}_{13}$	0,058	0,080	0,089	0,092	0,092
$\hat{\alpha}_{14}$	0,256	0,389	0,472	0,533	0,533
$\hat{\alpha}_{15}$	-0,263	-0,440	-0,570	-0,677	-0,677
$\hat{\alpha}_{16}$	-0,960	-1,636	-2,146	-2,572	-2,572

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BUENO FILHO, J. S. S.; GILMOUR, S. G. Planning Incomplete Block Experiments When Treatments Are Genetically Related. **Biometrics**, Washington, v. 59, p. 375-381, June 2003.

DEMPSTER, A. P.; LAIRD, N. M.; RUBIN, D. B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. **Journal of the Royal Statistical Society**, Oxon, v. 39, n. 1, p. 1-38, 1977.

FEDERAÇÃO MINEIRA DE PETECA. Disponível em: <www.fempemg.hpg.ig.com.br>. Acesso em: 2005.

GELMAN, A.; RUBIN, D. B.; CARLIN, J. B.; STERN, H. S. **Bayesian Data Analysis**. Hudcover: Chapman & Hall, 1995. 526 p.

GRAYBILL, F. A. **An Introduction to Linear Statistical Models**. New York: McGraw-Hill, 1961. v. 1.

GRAYBILL, F. A. **Theory and application of the linear model**. North Scituate: Duxberry Press, 1976.

GRIFFING, B. Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. **Australian Journal of Biological Science**, Australia, v. 9, p. 463-493, 1956.

HENDERSON, C. R. Estimation of Variance and Covariance Components. **Biometrics**, Washington, v. 9, n. 2, p.226-252, 1953.

JOHN, P. W. M. **Incomplete block designs**. Texas, USA: Marcel Dekker, 1980. v. 1, 101 p.

R Development Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2004. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 2005.

RAO, C. R. **Linear statistical inference and its applications**. 2. ed. New York: J. Wiley, 1973.

RESENDE, M. D. V. **Genética biométrica e estatística no melhoramento de plantas perenes**. Brasília: EMBRAPA, 2002. 975 p.

ROBINSON, G. K. That BLUP is a good thing: the estimation of random effects. **Statistical Science**, Beachwood, v. 9, n. 1, p. 15-51, 1991.

SCHEFFE, H. **The analysis of variance**. New York: John Wiley & Sons, 1959.

SEARLE, S. R. **Linear models**. New York: J. Wiley, 1971.

SEARLE, S. R. **Linear models for unbalanced data**. New York: Wiley, 1987.

SEARLE, S. R.; CASELLA, G.; McCULLOCH, C. E. **Variance components**. USA: J. Wiley, 1992.

SEBER, G. A. F. **Linear regression analysis**. New York: J. Wiley, 1977.

STELL, R. G. D.; TORRIE, J. H. **Principles and procedures of statistics: a biometrical approach**. New York: McGraw-Hill, 1996. 633 p. (Series in Probability and Statistics).

VENABLES, W. N.; RIPLEY, B. D. **Modern applied statistics with S**. 4. ed. New York: Springer, 2002.

WINER, B. J. **Statistical principles in Experimental design**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1971.