



**ANÁLISE GENERALIZADA DE  
PROCRUSTES VIA R:  
UMA APLICAÇÃO EM LATICÍNIOS**

**ERIC BATISTA FERREIRA**

**2004**

58839  
050190

**ERIC BATISTA FERREIRA**

**ANÁLISE GENERALIZADA DE PROCRUSTES VIA R:  
UMA APLICAÇÃO EM LATICÍNIOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Curso de Mestrado em Agronomia, Área de Concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de "Mestre".

Orientador

Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira

Co-orientadores

Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira

Prof. Dr. Fernando Antônio Resplande  
Magalhães

LAVRAS  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2004

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da  
Biblioteca Central da UFLA**

Ferreira, Eric Batista

Análise generalizada de procrustes via R: uma aplicação em laticínios /  
Eric Batista Ferreira. -- Lavras : UFLA, 2004.  
115p. : il.

Orientador: Marcelo Silva de Oliveira.  
Dissertação (Mestrado) – UFLA.  
Bibliografia.

1. Análise Sensorial de alimentos. 2. Análise generalizada de Procrustes. 3.  
Queijo Gongorzola. 4. Órgão do sentido. 5. Análise multivariada. I. Universidade  
Federal de Lavras. II. Título.

CDD-519.535

**ERIC BATISTA FERREIRA**

**ANÁLISE GENERALIZADA DE PROCRUSTES VIA R:  
UMA APLICAÇÃO EM LATICÍNIOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras  
como parte das exigências do Curso de Mestrado em  
Agronomia, Área de Concentração em Estatística e  
Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de  
“Mestre”.

**APROVADA em 20 de dezembro de 2004**

**Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira**

**UFLA**

**Prof. Dr. Fernando Antônio R. Magalhães**

**EPAMIG**

**Prof. Dr. Lucas Monteiro Chaves**

**UFLA**

**Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira**  
**(Orientador)**

**LAVRAS**  
**MINAS GERAIS – BRASIL**

À

Minha noiva Lucivane,  
pelo amor e dedicação,  
**OFEREÇO.**

Meus pais e minha irmã, e Renata Oliveira Amorim (in memorian),  
**DEDICO.**

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Rui e Marilene, e minha irmã Ester, pelo apoio incondicional em todos os momentos.

Aos professores Marcelo Silva de Oliveira, Daniel Furtado Ferreira, Eduardo Bearzoti, Fernando A. Resplande Magalhães e Antônio Carlos Savino de Oliveira, pela generosidade e conhecimento.

Aos meus tios(as), primos(as), avós, vizinhos(as) e amigos de Juiz de Fora e de Lavras.

Aos colegas de mestrado e doutorado pela mútua colaboração, dentre eles, Fabyano (Chapisco), Luiz Alberto (Abutre), Washington (Urubu) e Marcelo Cirilo (Ciriloco), que propiciaram contribuição direta ao trabalho.

Aos professores e técnico-administrativos do DEX, pela amizade, companheirismo e competência.

Aos amigos e professores dos cursos de Agronomia e Laticínios.

Ao maestro José Maciel e companheiros do Coral Municipal de Lavras, pelos anos de amizade.

Ao sempay Adilson, sempay Peterson, Igor e demais amigos do caratê Kyokushin: oss!

Aos músicos: Leonardo (meu primo), José Luciano, banda Doravante, banda Black Jack e banda Na Resposta.

Aos professores, funcionários e alunos do projeto Ação Pedagógica da Escola Estadual Cristiano de Souza.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelas bolsas de estudo.

## SUMÁRIO

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
1 INTRODUÇÃO .....	3
1.1 Objetivos.....	4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1 Análise sensorial.....	5
2.1.1 Análise sensorial de alimentos .....	5
2.2 Órgãos dos sentidos .....	9
2.2.1 Visão .....	9
2.2.1.1 Papel da visão na análise sensorial .....	9
2.2.1.2 Fisiologia do órgão da visão.....	10
2.2.2 Olfato .....	11
2.2.2.1 Papel do olfato na análise sensorial .....	11
2.2.2.2 Fisiologia da olfação.....	13
2.2.3 Gustação.....	16
2.2.3.1 Papel do sabor na análise sensorial .....	16
2.2.3.2 Fisiologia da gustação.....	18
2.2.4 Audição .....	20
2.2.4.1 Papel da audição na análise sensorial .....	20
2.2.4.2 Fisiologia da audição .....	20
2.2.5 Sensibilidade cutânea.....	21
2.2.5.1 Papel da sensibilidade cutânea na análise sensorial.....	21
2.2.5.2 Fisiologia da sensibilidade cutânea.....	22
2.3 Painel Sensorial .....	23
2.3.1 Seleção .....	23
2.3.2 Treinamento .....	26
2.3.2.1 Perfil de livre escolha (FCP) .....	26
2.3.2.2 Análise descritiva quantitativa (ADQ).....	27
2.4 Controle de qualidade e análise sensorial .....	29
2.5 A lenda de Procrustes .....	31
2.6 Análise Generalizada de Procrustes.....	32
2.6.1 Estrutura de dados .....	38
2.6.2 Visão geométrica .....	38
2.6.3 Visão algébrica .....	47
a) Translação.....	50
b) Rotação.....	50
c) Escala.....	52
2.6.4 Análise de variância da análise de Procrustes .....	54
2.6.5 Programação.....	55
2.6.5.1 Algoritmo .....	59

2.7 Análise Generalizada de Procrustes no R .....	60
2.7.1 O pacote Shapes .....	60
2.7.2 A função procGPA .....	61
2.8 O queijo tipo gorgonzola .....	64
2.7.1 Origem, características e composição .....	64
2.7.2 Maturação .....	65
3 MATERIAL E MÉTODOS .....	67
3.1 Dos dados .....	67
3.2 Da análise sensorial .....	68
3.2.1 Análise descritiva quantitativa .....	68
3.2.1.1 Seleção de provedores .....	68
3.2.1.2 Fase preliminar do treinamento de provedores .....	71
3.2.1.3 Desenvolvimento dos termos descritivos .....	71
3.3 Das metodologias empregadas .....	72
3.3.1 Análises de variância univariadas .....	72
3.3.2 Análises de variância multivariadas .....	73
3.3.3 Análise Generalizada de Procrustes .....	74
4 RESULTADOS E DISCUÇÃO .....	75
4.1 Análises de variância univariadas .....	75
a) Aparência .....	75
b) Quantidade de mofo .....	78
c) Textura .....	78
d) Odor característico .....	80
e) Aroma .....	80
f) Sabor .....	82
g) Gosto salgado .....	83
h) Gosto ácido .....	84
i) Gosto amargo .....	86
j) Sabor residual .....	86
4.2 Análise de variância multivariada .....	89
4.3 Análise Generalizada de Procrustes .....	89
5 CONCLUSÕES .....	98
5.1 Conclusões do exemplo real .....	98
5.2 Conclusões gerais .....	99
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	100
7 APÊNDICE: ROTINAS NO R .....	108



## RESUMO

**FERREIRA, Eric Batista. Análise Generalizada de Procrustes via R: uma aplicação em laticínios. 2004. 115 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.<sup>1</sup>**

No Brasil, para a avaliação de dados provenientes de análise sensorial de alimentos, têm-se usado apenas análises de variância univariadas. Dessa maneira, perdem-se as informações de correlação intravariável. Para impedir esta perda, sugere-se a utilização de análise multivariada. A Análise Generalizada de Procrustes (GPA), que normalmente é feita em softwares muito caros, é uma análise exploratória de dados multivariada que tem por objetivos: (i) retirar os vieses que podem estar contidos nas notas; (ii) resumir informações numa configuração de consenso plotada no plano; (iii) mostrar as diferenças relativas entre os objetos analisados. A GPA pode ser descrita em sua visão geométrica e algébrica. Seu algoritmo de implementação e esquema de análise de variância também foram explicitados. Para ilustrar sua aplicação, foram analisados dados provindos da análise sensorial de queijos tipo gorgonzola produzidos no sul de Minas Gerais, por meio de ANAVAS uni e multivariadas e da GPA, no software livre R. Avaliaram-se dez atributos. O experimento foi montado em um delineamento em blocos casualizados (DBC) e analisados em esquema fatorial  $2 \times 4$ , sendo os fatores tecnologia de fabricação (dois níveis: maior e menor teor de gordura no leite) e tempo de maturação (quatro níveis: 30, 45, 60 e 75 dias). As análises de variância detectaram diferenças entre: as tecnologias, os tempos e as interações tecnologia  $\times$  tempo. A Análise Generalizada de Procrustes propiciou a visualização, no plano, da percepção média dos provadores, evidenciando as diferenças detectadas e a evolução sensorial dos queijos. A tecnologia com maior teor de gordura foi a preferida. A GPA pode ser satisfatoriamente executada por um software livre, R, e deve ser utilizada como um complemento às análises de variância.

---

<sup>1</sup> Orientador: Prof. Dr. Marcelo Silva de Oliveira – UFLA. Comitê de Orientação: Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira – UFLA e Prof. Dr. Fernando Antônio Resplande Magalhães – EPAMIG.

## ABSTRACT

**FERREIRA, Eric Batista. Generalizes Procrustes Analysis via R: an application in dairy industry. 2004. 115 p. Dissertation (Master in Statistics and Agricultural Experimentation) – Federal University of Lavras, Lavras, Minas Gerais, Brazil.<sup>2</sup>**

In Brazil, for food evaluation data analysis it's common to use just univariate Analysis of Variance. This way, one loses the between variable information. To solve this problem one may use the multivariate ANOVA. The Generalized Procrustes Analysis (GPA), often performed in expensive softwares, is a multivariate exploratory data analysis with the aims: (i) remove scores' bias; (ii) resume the assessors' agreement to a plan plot; (iii) show the objects relative differences. GPA's geometrical and algebraic interpretations were given. Its implementation algorithm and Analysis of Variance were showed too. To illustrate its application, gorgonzola cheese data, from the south of Minas Gerais state, were analyzed by uni e multivariate ANOVAs and GPA, on the free statistical software R. Ten attribute were evaluated. Experiment was conducted on a random blocs design (RBD) and analyzed in a 2 x 4 factorial scheme (two technology levels: greater and smaller milk fat content and four ripen ages: 30, 45, 60 and 70 days). ANOVAs detected significant differences between technologies, ages and interactions. Generalized Procrustes Analysis provided the consensus configuration on a plan and showed relative differences among the cheeses and the both technologies' sensory evolution. The assessors considered higher milk fat content technology the best. GPA can be reasonably performed by free software, R, and should be utilized like a complement of Analysis of Variance.

---

<sup>2</sup> Guidance committee: Marcelo Silva de Oliveira – UFLA (Adviser); Fernando A. Resplande Magalhães (EPAMIG); Daniel Furtado Ferreira (UFLA).

# 1 INTRODUÇÃO

A competição entre as indústrias por uma parcela do mercado leva a uma necessidade de aperfeiçoamento da qualidade de seus produtos. Daí a importância cada vez maior de técnicas laboratoriais adequadas, pessoal treinado e, principalmente o desenvolvimento de metodologias estatísticas que processem adequadamente os dados resultantes dessas análises e extraiam o máximo de informações possível para uma correta tomada de decisão.

A Análise Generalizada de Procrustes (GPA) pode ser considerada uma metodologia exploratória multivariada, uma vez que não se ocupa em fazer inferência, mas em descrever o fenômeno e propiciar a obtenção de conclusões relativas. Por exemplo, pode-se determinar qual é o melhor produto em relação aos outros participantes do estudo; qual produto apresenta, relativamente, maior quantidade de uma determinada variável de interesse; qual o consenso do painel de provadores acerca de um produto, etc.

Muito utilizada no exterior, a GPA merece a devida atenção. Para tanto, ela precisa ser descrita, estudada e aplicada em situações pertencentes à nossa realidade. Além disso, devido ao elevado custo dos softwares capazes de executá-la, é eminente o desenvolvimento de alternativas baratas e eficientes de análise.

O setor de laticínios, bem como todo a indústria de alimentos, historicamente vem seu fornecedor de dados para a execução de tal análise e esta, por sua vez, traz aos pesquisadores e empresários informações claras e preciosas no tocante a descrição, comparação e desenvolvimento de produtos desejados por seu público alvo.

## 1.1 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são:

- apresentar e descrever a Análise Generalizada de Procrustes formalizada por Gower (1975);
- apresentar a função *procGPA* do pacote *Shapes* do software estatístico R, escrito por Ian Dryden (2003).
- usar a função *procGPA*, originalmente programada para análise estatística de forma, para analisar dados provindos de análise sensorial de alimentos.
- analisar dados reais da evolução sensorial do queijo gorgonzola.

Este trabalho pretende aplicar a Análise Generalizada de Procrustes para comparar a evolução sensorial de duas marcas comerciais de queijo tipo gorgonzola. Os dados a serem analisados foram gentilmente cedidos pelo professor e pesquisador Dr. Fernando A. R. Magalhães e culminaram na tese de doutorado de Magalhães (2002). Este autor utilizou a análise descritiva quantitativa (QDA) (Stone et al., 1974), que se trata de uma técnica de análise sensorial que preconiza o treinamento rigoroso dos candidatos a provadores sobre alguns atributos determinados previamente. Foram feitas quatro repetições de nove provadores, que avaliaram dez atributos sensoriais de duas marcas comerciais de queijo, em quatro épocas distintas.

Portanto, pretende-se avaliar as diferenças entre as duas marcas comerciais de queijos e estabelecer um paralelo entre a metodologia atualmente utilizada (Magalhães, 2002) e a Análise Generalizada de Procrustes, que têm ampla utilização fora do Brasil.

Faz-se claro que este trabalho tem como foco a descrição do método e do algoritmo da Análise Generalizada de Procrustes (GPA). A análise sensorial e o queijo gorgonzola são apenas ilustrações de sua utilização.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Análise sensorial

O termo análise sensorial admite diversas definições ao longo da literatura, umas mais concisas, outras com maior riqueza de detalhamento. Noronha (2003) define análise sensorial como o exame das características organolépticas de um produto pelos órgãos dos sentidos, entendendo serem aquelas propriedades de um produto que são perceptíveis pelos órgãos dos sentidos.

De maneira mais detalhada a análise sensorial pode ser conceituada como um conjunto de procedimentos que permite que um indivíduo perceba, identifique, pontue e ou classifique um estímulo externo por meio de um (ou de uma associação) de seus sentidos sensoriais básicos: olfato, paladar, audição, visão e tato (Figura 1).

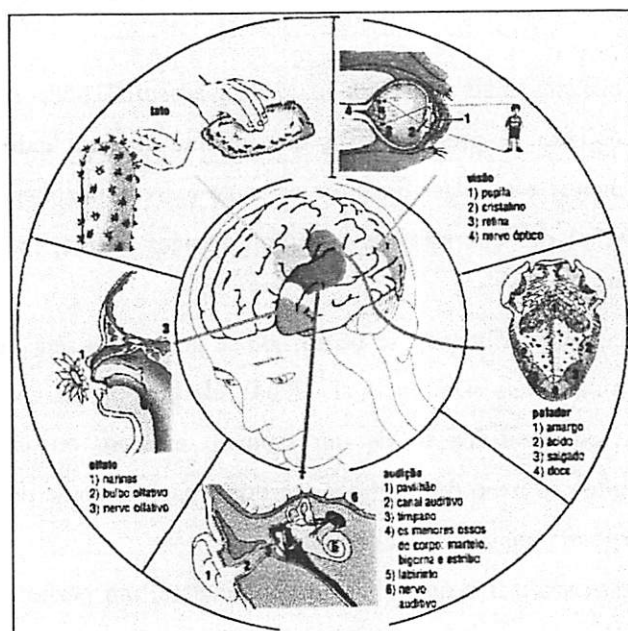
Principalmente quando se pensa que se pode fazer análise sensorial até do freio de automóveis (Dairou et al., 2004), ela poderia ser entendida como a percepção e ou identificação de um estímulo externo, ou um conjunto de estímulos, tanto por meio dos sentidos sensoriais básicos como por meio de uma sensação corporal mais ampla e abrangente.

Pode-se analisar sensorialmente um alimento, um perfume, uma bebida, um automóvel, enfim, um objeto ou estímulo externo qualquer.

#### 2.1.1 Análise sensorial de alimentos

A análise sensorial de alimentos permite que um *provedor* ou *juiz* avalie, por meio de seus sentidos, um ou mais atributos de um alimento. Para isso, ele lança mão principalmente do paladar, do olfato e do tato (Moraes, 1988). Ela é efetuada de maneira científica, com o auxílio de um *painel sensorial*, constituído por um grupo de pessoas, treinadas ou não treinadas, para

detectar diferenças entre alimentos, determinar o perfil, medir a aceitação, identificar o atributo mais *positivo* e ou o mais *negativo* de um alimento, ou até mesmo verificar se ele se encontra dentro dos limites de qualidade especificados pela indústria de origem. De acordo com Teixeira et al. (1987), a avaliação sensorial serve ainda para o desenvolvimento de novos produtos pela indústria de alimentos.



**FIGURA 1** Esquema representativo dos sentidos humanos

Fonte: <http://www.afh.bio.br/sentidos/sentidos1.asp#orgaos>, 13/11/04

As técnicas de análise sensorial (Noronha, 2003) têm os seguintes objetivos descritos a seguir.

#### a) Descrição do produto

Descreve quais são as características sensoriais percebidas, de que modo a qualidade do produto o difere de outro, quais são as conseqüências de uma

modificação no processo, formulação, embalagem ou condições de armazenamento nos seus atributos.

#### **b) Discriminação de produtos**

Identifica se o consumidor nota certa diferença, quantos consumidores detectariam tal diferença, se dois produtos são diferentes e qual a magnitude da diferença.

#### **c) Preferência por um produto (hedônico)**

Responde quantas pessoas gostam de um produto, se ele é aceitável, se um produto é tão bom quanto ou melhor que o concorrente, quais são as características mais apreciadas, enfim, qual a preferência do consumidor.

A execução das provas de análise sensorial segue padrões e recomendações que têm por objetivo assegurar a validade dos dados obtidos. Os ensaios devem ser realizados em locais apropriados, como laboratórios próprios ou adaptados para tal, que devem contar com locais de preparo das amostras próximos aos ensaios. A temperatura deve ser de  $20 \pm 2^{\circ}C$ , a umidade relativa deve estar entre 60% e 70%, deve ser isento de ruídos que possam desviar a atenção, ser bem ventilado, de cores claras, possuir cabines individuais e de tamanho apropriado e possuir iluminação uniforme e o mais parecida possível com a iluminação natural (Noronha, 2003). As amostras devem ser apresentadas em temperatura normal de consumo do alimento. Suas formas devem ser padronizadas e a quantidade recomendada é de 15-20ml e 25-30g, respectivamente, para alimentos líquidos e sólidos. As respostas dos provadores podem ser influenciadas por aspectos psicológicos e fisiológicos, por isso é necessária a atenção para detalhes das condições dos ensaios e estado físico e psicológico do provador. Além disso, só devem ser dadas ao provador informações indispensáveis à realização dos ensaios e desaconselha-se a participação de pessoas diretamente envolvidas ou interessadas nos resultados da

análise. Todas essas precauções são essenciais para garantir a confiabilidade dos dados coletados.

Atualmente, encontram-se diversos trabalhos científicos, dissertações e teses na área da Engenharia e Ciência dos Alimentos que tratam os atributos sensoriais separadamente, tais como no estudo de cogumelos (Jorge, 1989), carne de coelho (Aquino, 1992), massas de pizza (Aguiar, 1995), geléias (Cardoso, 1994), camarão (Malvino Madrid, 1994), café (Chagas, 1994) e laticínios (Magalhães, 2002; Sbampato, 1996; Paciulli, 1996; Magalhães, 1996; Furtado, 1988; Velloso, 1985; Cobucci, 1995; Thielmann, 1995). Nesse contexto, é comum a realização de diversas análises de variância univariadas individuais. Porém, é de extrema utilidade uma metodologia que permita ao pesquisador obter uma conclusão unificada sobre a caracterização sensorial de determinado produto, e não um amontoado de conclusões onde se desprezam as correlações.

De acordo com Ferreira (1996), a análise de variância multivariada (MANAVA) é usada para investigar se os vetores de médias de tratamentos são iguais e, se não, qual componente de média difere significativamente.

As amostras aleatórias de cada tratamento são representadas por:

$$\text{Tratamento 1: } \underline{X}_{11}, \underline{X}_{12}, \dots, \underline{X}_{1n_1}$$

$$\text{Tratamento 2: } \underline{X}_{21}, \underline{X}_{22}, \dots, \underline{X}_{2n_2}$$

⋮

$$\text{Tratamento g: } \underline{X}_{g1}, \underline{X}_{g2}, \dots, \underline{X}_{gn_g}$$

Algumas pressuposições da estrutura dos dados devem ser obedecidas para validade da inferência estatística:

(a)  $\underline{X}_{i1}, \underline{X}_{i2}, \dots, \underline{X}_{in_i}$  deve ser uma amostra aleatória de tamanho  $n_i$  do tratamento  $i$ , com média  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, g$ . As amostras dos tratamentos devem ser independentes;

(b) todos os tratamentos possuem covariância comum  $\Sigma$ ;



(c) cada tratamento tem distribuição normal multivariada.

Às vezes, nenhuma estatística é usada em análise sensorial de alimentos (Valle, 1983).

Porém, alguns pesquisadores das Ciências dos Alimentos se preocupam em fazer revisões e apanhados sobre métodos, técnicas e delineamentos estatísticos específicos, ou comumente usados, para esse ramo do conhecimento (Chaves, 1979; Gonçalves, 1992).

## **2.2 Órgãos dos sentidos**

A análise sensorial é feita por meio da utilização dos sentidos humanos: visão, gustação, olfato, audição e sensibilidade cutânea. É por meio dos órgãos dos sentidos que o homem se relaciona com o mundo que o cerca.

Dessa forma, as sensações que resultam da interação dos órgãos humanos dos sentidos com os alimentos são usadas para avaliar sua qualidade, aceitabilidade por parte do consumidor e nas pesquisas para o desenvolvimento de novos produtos.

Teixeira et al. (1987) definem e descrevem os sentidos e suas funções sensoriais.

### **2.2.1 Visão**

#### **2.2.1.1 Papel da visão na análise sensorial**

As primeiras impressões que o consumidor tem do alimento são sua cor e os aspectos de sua aparência esperada, que os observadores associarão com aceitação, indiferença ou rejeição. Além disso, as características visuais do alimento induzem o consumidor a esperar certo sabor correspondente, isto porque, cada vez que está diante de determinada imagem, ele se recordará de tudo o que já aprendeu sobre aquele alimento em particular. Assim, por

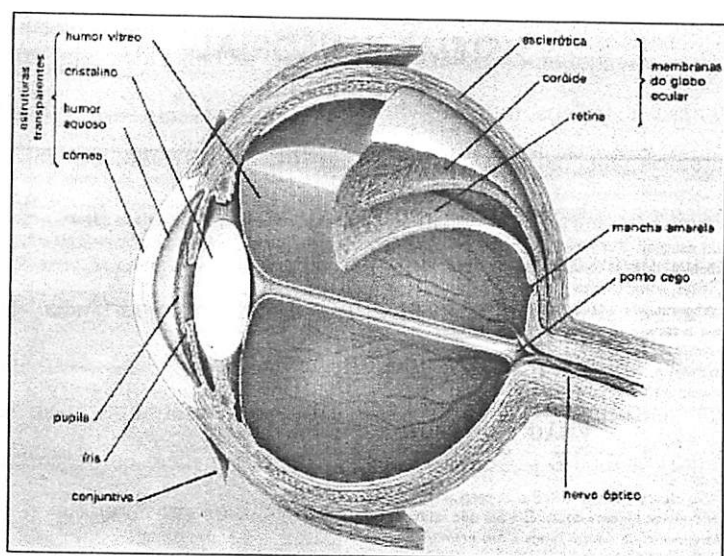
exemplo, um grande número de pessoas é incapaz de identificar o sabor de bebidas incolores.

Luzes coloridas são usadas para mascarar diferenças de cores e reduzir sua influência na avaliação sensorial, mas o efeito psicológico dessas luzes não foi ainda adequadamente mensurado. Estes efeitos poderiam ser diretos (na aparência do alimento com um todo) ou indiretos (influenciando o *threshold* do odor, sabor e textura).

#### 2.2.1.2 Fisiologia do órgão da visão

Os olhos apresentam, basicamente, a seguinte estrutura: uma câmara escura, uma camada de células receptoras sensoriais, um sistema de lentes para focalizar a imagem e um sistema de células e nervos para conduzir o estímulo ao sistema nervoso central.

A retina, camada interna nervosa que se comunica com o sistema nervoso central por meio do nervo óptico, contém dois tipos de células sensitivas: os cones, responsáveis pela visão diurna e pela habilidade de ver cores e os bastonetes, que são ativados quando a luz é obscura e são responsáveis pela chamada *visão de crepúsculo*. A luz, quando atinge a retina, é parcialmente absorvida pelos cones e bastonetes, iniciando assim o processo visual. As informações destes fotorreceptores são então selecionadas, agrupadas e enviadas ao sistema nervoso central (Figura 2)



**FIGURA 2** Esquema representativo do olho humano

Fonte: [www.corpohumano.hpg.ig.com.br/variados/thaty/tathy.html](http://www.corpohumano.hpg.ig.com.br/variados/thaty/tathy.html), 13/11/04

## 2.2.2 Olfato

### 2.2.2.1 Papel do olfato na análise sensorial

O odor dos alimentos provém de substâncias voláteis que se desprendem e estimulam os quimiorreceptores olfativos das narinas, e é percebido pelo sentido do olfato. Diferentes concentrações de odor estimulam diferentes células sensoriais, de acordo com seus valores específicos de *threshold*. Ou seja, a combinação das células sensoriais envolvidas na criação da imagem olfativa – o odor – varia com a concentração.

Ainda que o ser humano esteja no limite mínimo de habilidade olfativa, quando comparado a outros animais, a sensibilidade do olfato humano é incrível. Reagentes químicos usados para detectar substâncias que emitem odores não são tão acurados quanto à membrana mucosa nasal.

Com treinamento, odores podem ser reconhecidos em concentrações muito baixas e muitos milhares de odores diferentes podem ser distinguidos. Provadores de chá, café e vinho, e os perfumistas parecem utilizar muito mais uma memória altamente desenvolvida para odores, que depender de hipersensibilidade.

Na indústria de alimentos é reconhecida a importância de odores e aromas em vários tipos de produtos alimentícios; estas características de qualidade sensorial podem atrair ou repelir o consumidor. Têm-se estudado técnicas para a modificação de odores e aromas por meio de processos químicos ou físicos, com a finalidade de mascarar um odor/aroma indesejável ou ainda de realçar um odor/aroma característico (Chaves et al., 1996).

Odor: é, fisiologicamente, a sensação que se percebe por meio das células receptoras olfativas (no nariz, olfato) quando estimuladas por substâncias voláteis.

Aroma: fisiologicamente, é a sensação que se percebe por meio das células receptoras olfativas (olfato), quando estimuladas por substâncias voláteis que passam pela boca. Daí algumas pessoas dizerem que o aroma é percebido pelo olfato e pelo paladar (gosto).

Sabor: é, em análise sensorial, a experiência mista, mas unitária, de sensações gustativas, olfativas e táteis percebidas durante a degustação. Isto é, o sabor engloba as sensações de gosto, odor e táteis orais, podendo ser influenciado pelos efeitos táteis, térmicos, dolorosos e sinestésicos.

Testes de reconhecimento de odores são realizados com a finalidade de treinamento da memória olfativa. Os odores são melhor memorizados quando a amostra é aquecida na boca, ou seja, quando se percebe o aroma. Para os testes de odores não é necessário, inicialmente, que os provadores obtenham bons resultados, mas sim que estes aumentem a habilidade de aprender e memorizar odores. A diferenciação de odores depende da concentração da substância, bem

como do nível de treinamento do julgador. Não é aconselhável servir um número muito grande de amostras para um provador iniciante; deve-se apresentá-las em lotes, com intervalos de tempo, para que não haja fadiga das células olfativas. Apenas uma amostra de cada vez deve ser apresentada na cabine, para que o ambiente não fique impregnado com a substância odorífera; deve-se, ainda, apresentar as amostras em combinação apropriada, pois a apresentação de uma seqüência de odores somente causa fadiga mais rapidamente que a combinação seqüencial de odores de frutas, florais, etc.

As amostras devem, na medida do possível, ser apresentadas nas concentrações em que as pessoas estejam habituadas a percebê-las. Odores considerados como simples por julgadores iniciantes podem ser classificados como complexos por julgadores experientes, que ainda são capazes de fornecer a ordem de percepção dos componentes do odor, bem como uma idéia de sua concentração.

O *shurping* é uma técnica especial para testar chá e café, pois possibilita a percepção do aroma pelo paladar sem engolir a amostra (Chaves et al., 1996).

#### **2.2.2.2 Fisiologia da olfação**

O nariz tem a finalidade de aquecer e filtrar o ar que se respira antes que ele passe para os pulmões. Três canais horizontais, também denominados conchas, garantem a grande superfície interna requerida para o processo. Células olfativas, localizadas na parte superior interna do nariz, são responsáveis pela percepção de estímulos causados por substâncias voláteis. Em virtude da grande sensibilidade das células olfativas, somente as substância que apresentam odor não muito forte podem ser cheiradas diretamente; em alguns casos é necessário fazer diluição da substância (Chaves et al., 1996).

Os quimiorreceptores olfativos, responsáveis pela sensação de odor, encontram-se localizados numa área especializada na mucosa do teto da cavidade nasal, o chamado epitélio olfatório (Teixeira et al., 1987).

As células olfatórias são neurônios bipolares que possuem em sua extremidade superior uma dilatação, de onde partem de seis a oito pequenos cílios longos, considerados os receptores excitáveis, quando ocorre o contato com uma substância odorífera. Os axônios (prolongamentos especializados na condução do estímulo nervoso) provenientes desses neurônios reúnem-se em pequenos feixes, dirigindo-se ao sistema nervoso central.

Observa-se, ainda, na mucosa olfatória, certo tipo de glândula sermucosa, cuja secreção teria a função de remover da porção superior da célula olfatória restos dos compostos que estimulam a olfação, mantendo os receptores prontos para novos estímulos (Figura 3).

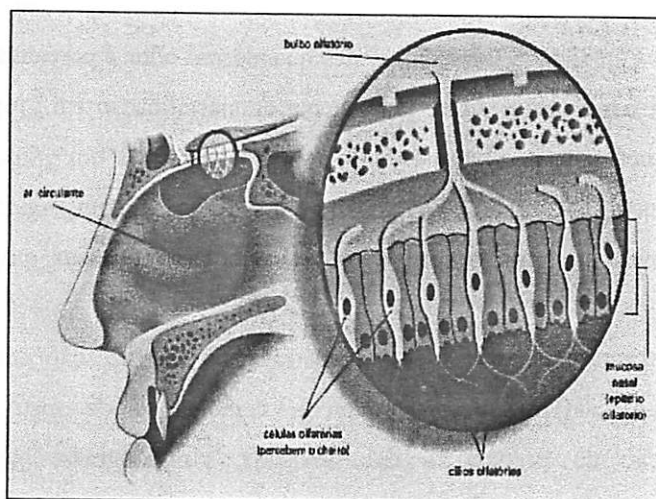
Após certo tempo de exposição a um mesmo odor, pode ser observado o fenômeno denominado fadiga olfatória, ou seja, o odor passa a não ser mais percebido. Estudos têm comprovado trata-se de uma adaptação cerebral, já que as células responsáveis pelo olfato continuam enviando estímulos ao sistema nervoso central.

Quanto à adaptação ao odor, deve-se levar em consideração nos testes sensoriais, o seguinte: o tempo durante o qual um estímulo pode ser apresentado, antes que a sensação de aroma desapareça; um aumento no *threshold* durante a adaptação, como uma função do tempo e o tempo de recuperação dos órgãos após a adaptação a um estímulo forte, até que outro odor possa ser avaliado.

Dentre os termos médicos empregados para as anormalidades olfatórias (uni ou bilaterais) estão: criptosmia (obstrução nas passagens nasais), anosmia (perda temporária ou permanente da capacidade de olfação), hemianosmia (perda do olfato em uma das narinas), hiperosmia (resposta excessiva), merosmia (perda de alguns odores), autosmia (sensação de odor na ausência de

estímulos odoríferos) e cacosmia (percepção persistente de odores desagradáveis).

O sentido do olfato depende, inicialmente, da interação entre o estímulo olfatório e o epitélio olfatório. Não se estabeleceu ainda, no entanto, nenhuma ligação clara entre a sensação de odor e a substância que a causa. Não se sabe, com nenhum grau de certeza, o que distingue os odores uns dos outros, já que há pouca evidência de diferenças estruturais entre diferentes células ou partes do epitélio, que forneçam base para as distinções entre as diferentes qualidades de odor.



**FIGURA 3** Esquema da mucosa nasal

Fonte: [http://www.ocorpo humano.com.br/index1.html?http://www.ocorpo humano.com.br/s\\_organos\\_dos\\_sentidos.htm](http://www.ocorpo humano.com.br/index1.html?http://www.ocorpo humano.com.br/s_organos_dos_sentidos.htm), 13/11/04

Alguns cientistas têm tentado elaborar uma classificação de odores, já que uma efetiva e significativa linguagem para a identificação de odores é essencial na troca de informações acerca do tema, principalmente entre os diversos pesquisadores. Contudo, várias são as dificuldades que têm sido

encontradas no processo de elaboração deste sistema classificatório. Quando se procede a classificação tomando como base a estrutura química dos componentes do odor, verifica-se que é relativamente pequeno, quando comparado ao universo, o número de compostos já identificados. Também deve-se levar em conta as diversas correlações que podem incluir o componente em um ou outro grupo ou classe, tais como, peso molecular, tamanho da cadeia, grupos funcionais presente, etc.

Outro ponto a ser considerado é que, freqüentemente, as propriedades que nos capacitam a mensurar uma substância química podem não estar relacionadas às respostas sensoriais humanas. Fatores, como intensidade, hedonismo e qualidade, estão presentes quando um odor é percebido e estes são dados subjetivos. Além disso, um sistema de classificação em grupos e classes de odores necessita de algum grau de concordância entre um grande número de pessoas e uma divulgação e adaptação ao uso diário, comum. Ainda, possibilitar que os novos produtos, resultado do trabalho das indústrias químicas, sejam incluídos.

Esforços no sentido de se encontrar uma classificação para odores, no entanto, parecem promissores, com a combinação de métodos como a padronização da preparação das amostras, cromatografia gasosa, análise sensorial e análise computadorizada de dados na mensuração da qualidade de odores e do *flavor* de, pelo menos, alguns produtos.

### **2.2.3 Gustação**

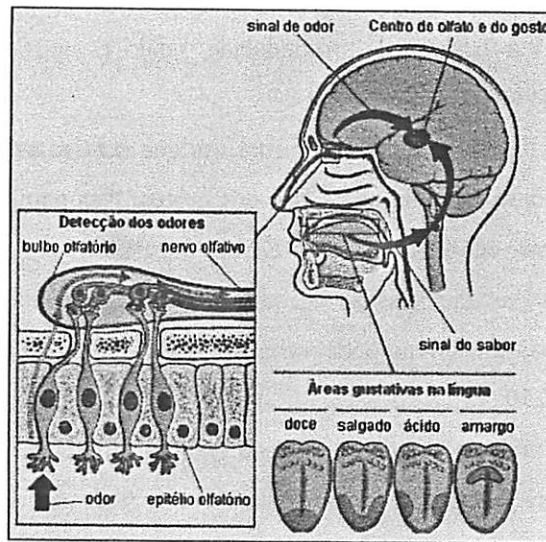
#### **2.2.3.1 Papel do sabor na análise sensorial**

O sentido da gustação é responsável pela sensação de sabor, percebida pelos sistemas sensoriais químicos, distribuídos em toda a cavidade bucal e concentrados na língua. Está intimamente envolvido na seleção do alimento e na



regulação da ingestão alimentar. Quase sem exceção, alimentos de bom sabor são bons para o organismo e os alimentos necessários têm bom sabor mesmo quando já existe plenitude estomacal. Geralmente, além disso, alimentos de bom sabor freqüentemente proporcionam sensação de bem-estar. Prova disso é que a percepção humana de sabor parece ter mudado muito pouco ao longo dos últimos dez ou vinte mil anos, mesmo como resultado de modificações culturais na dieta.

Existem quatro sensações gustativas fundamentais (Figura 4): o ácido (azedo), o doce, o salgado e o amargo, resultando de sua combinação entre os demais sabores.



**FIGURA 4** Esquema do sistema gustativo, destacando os quatro sabores fundamentais

Fonte: <http://www.afh.bio.br/sentidos/Sentidos9.asp>, 13/11/04

### 2.2.3.2 Fisiologia da gustação

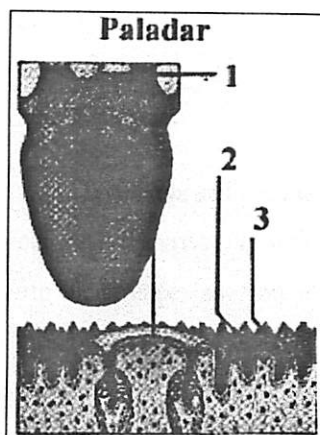
Os gostos são percebidos principalmente na parte superior da língua e, com menos intensidade, no palato e nas bochechas. Quatro tipos de papilas são encontradas na língua humana: foliada, circunvalada, fungiforme e filiforme (Figura 5). As papilas filiformes estão distribuídas nos 2/3 anteriores da língua e têm somente função tátil, por não possuírem gemas gustativas; as papilas fungiformes estão localizadas em maior número nas partes laterais da língua, medem de 0,8 a 1,0 mm de diâmetro e 1,0 a 1,5 mm de altura; as papilas foliadas estão localizadas no terço posterior da língua e não são bem desenvolvidas no homem, tendo pouca função; as papilas circunvaladas dispostas em formato de V estão localizadas na base da língua, têm 2 mm de altura e de 1 a 1,5 mm de diâmetro, com 1 a 1,5 mm de profundidade, sendo as mais facilmente visíveis (Chaves et al., 1996).

Nas papilas estão as gemas gustativas que contêm as células receptoras gustativas, responsáveis pela percepção dos gostos. Nas papilas fungiformes, as gemas gustativas encontram-se sobre sua superfície, enquanto nas papilas foliadas e circunvaladas elas se encontram em suas ranhuras; no homem, o número de gemas gustativas pode variar de 33 a 508 por papila, numa média aproximada de 250.

Não foram encontradas ainda, no entanto, diferenças morfológicas que explicassem essa característica funcional. Como pode ser visto na Figura 4, algumas porções da língua são mais sensíveis a certos sabores que a outros. A própria língua, provavelmente, desempenha um importante papel no sentido de facilitar a percepção do sabor, devido aos seus movimentos musculares que colocam os alimentos em contato com as papilas gustativas.

Doenças e acidentes podem resultar em ageusia, hipogeusia ou parageusia (perda, decréscimo ou alteração da sensação de sabor), que podem ser temporárias ou permanentes, e uni ou bilaterais.

Enquanto mastiga-se um alimento, seu aroma característico é liberado na boca, passando às narinas por meio da nasofaringe até o epitélio olfatório, quando então se dará a real avaliação do alimento, de gosto ou desgosto. A língua é insuficiente, sozinha, na detecção do paladar de um alimento, já que é capaz de identificar apenas os quatro sabores básicos.



**FIGURA 5** Esquema da língua destacando as papilas circunvaladas (1), as papilas fungiformes (2) e as papilas filiformes (3)

Fonte: <http://www.afh.bio.br/sentidos/Sentidos9.asp>, 13/11/04

À associação das percepções gustativas e olfatórias, mais as sensações subjetivas resultantes, denominamos *flavor* do alimento.

Os estimulantes típicos para o sabor amargo são os alcalóides, como o quinino, a cafeína e a estricnina. Para o sabor ácido, os ácidos orgânicos mais frequentes são o tartárico, o cítrico, o málico, hidroclorídrico, o láctico e o acético. O sabor doce é produzido por uma variedade de compostos hidroxilados alifáticos não ionizados, particularmente os álcoois, açúcares e derivados de açúcares. O sabor salgado típico é o do cloreto de sódio.

O glutamato monossódico vem sendo crescentemente utilizado para intensificar o *flavor* dos alimentos. Sua ação, no entanto, não foi ainda esclarecida. Acredita-se que ele aumente a sensibilidade dos receptores da língua ou que promova ou prolongue a acuidade sensorial do *flavor* natural do alimento. Outros estudiosos acreditam que ele diminua a percepção para os *flavors* indesejáveis como, por exemplo, o sabor amargo dos vegetais enlatados.

## **2.2.4 Audição**

### **2.2.4.1 Papel da audição na análise sensorial**

Os alimentos originam, ao serem consumidos, certos sons característicos, esperados pelo consumidor por sua experiência prévia com determinado tipo de alimento. Tais sons, além disso, são associados à textura do alimento. Por exemplo, é muito diferente o som produzido na mastigação de cenoura crua ou de uma fatia de bolo.

Também os sons produzidos durante o processo de preparação dos alimentos influem na sua avaliação sensorial. Assim, são característicos o som de frituras e o som borbulhante de um refrigerante sendo servido.

Deve-se levar em conta ainda, que os membros de um painel sensorial podem ter sua capacidade de avaliação alterada se estiverem presentes ruídos estranhos que lhes dispersem a atenção.

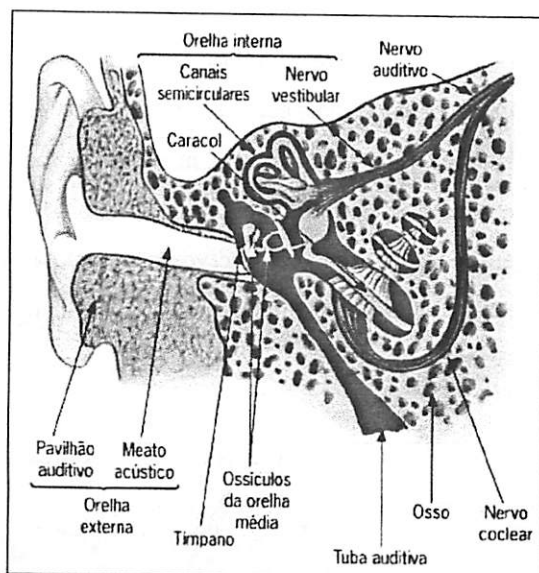
### **2.2.4.2 Fisiologia da audição**

O aparelho auditivo tem função estato-acústica (manutenção do equilíbrio e audição), e consiste de três partes, a saber:

- a) ouvido externo, que recebe as ondas sonoras;
- b) ouvido médio, onde essas ondas são transformadas em vibrações mecânicas e transmitidas ao

c) ouvido interno, onde as vibrações estimulam os receptores e sofrem transdução para impulsos nervosos específicos que vão alcançar o sistema nervoso central via nervo acústico.

O ouvido interno também tem as estruturas vestibulares, que são altamente especializadas para o sentido do equilíbrio (Figura 6).



**FIGURA 6** Esquema do ouvido e suas estruturas

Fonte: <http://www.afh.bio.br/sentidos/Sentidos3.asp>, 13/11/04

## 2.2.5 Sensibilidade cutânea

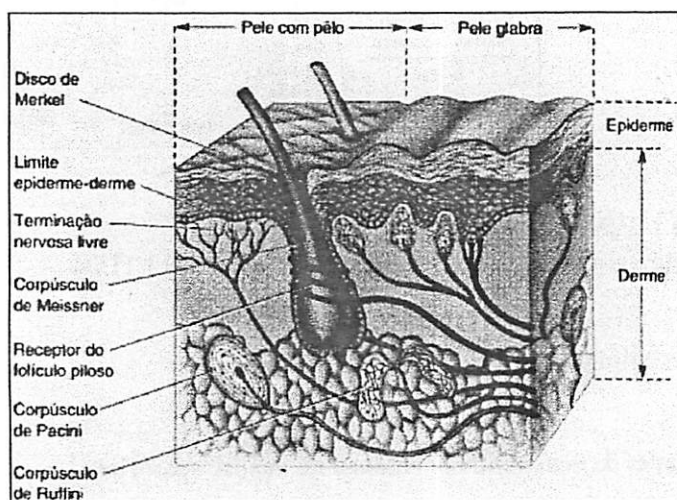
### 2.2.5.1 Papel da sensibilidade cutânea na análise sensorial

Quando um alimento é tocado ou sentido na boca, procede-se à avaliação de sua textura e temperatura muito mais do que por meio dos sentidos da visão e audição.

Em certos alimentos espera-se que esteja presente uma determinada textura e eles serão rejeitados se isto não suceder. Ao longo dos anos de experiência associa-se certas texturas e sons com determinados *flavors*, pois se aprende que eles ocorrem juntos (uma maçã fresca e succulenta terá mais *flavor* que outra mole e farinácea).

### 2.2.5.2 Fisiologia da sensibilidade cutânea

Os receptores relacionados com a sensibilidade estão distribuídos por toda a superfície cutânea do organismo e no interior das vísceras ocas. São responsáveis pelos sentidos do tato, pressão, dor, frio, calor e vibração. Estes receptores são, geralmente, terminações nervosas ou células especializadas para essas atividades e transmitem os estímulos recebidos ao longo de suas fibras até o sistema nervoso central (Figura 7).



**FIGURA 7** Desenho esquemático representando as camadas da pele e suas estruturas receptoras de estímulos

Fonte: <http://www.afh.bio.br/tegumentar/tegumentar.asp#sensores>, 13/11/04

## **2.3 Painel Sensorial**

O uso de provadores como dispositivo de medida da qualidade de um produto é análogo ao uso de um instrumento. O instrumento é selecionado pela sua capacidade de elaborar mediadas precisas, tão acuradas e consistentes quanto possível. Da mesma forma, um critério rigoroso deverá ser adotado para a seleção dos membros de um painel sensorial. Os instrumentos podem ser calibrados para dar medidas padronizadas que poderão ser universalmente reproduzidas e interpretadas. Já os provadores podem ser treinados por meio de experiências diretas, especialmente elaboradas para familiarizar o indivíduo com o procedimento do teste, aperfeiçoando sua habilidade para reconhecer e identificar os atributos sensoriais, melhorando a sensibilidade e a memória, conseqüentemente obtendo mais precisão e consistência nos seus julgamentos sensoriais.

O treinamento resulta na utilização sistemática da percepção sensorial combinada do provador, como guia para testar a qualidade dos produtos.

Teixeira et al. (1987) descrevem os procedimentos de seleção e treinamento dos membros de um painel de provadores.

### **2.3.1 Seleção**

A seleção é uma avaliação rigorosa de candidatos em potencial, sendo assim, um precursor do treinamento. Ela é baseada nos atributos pessoais específicos e na capacidade para executar os testes sensoriais.

O primeiro passo para a seleção é o recrutamento do pessoal que fará parte do futuro painel sensorial. O requisito básico para o recrutamento é o entendimento claro dos objetivos e funções dos programas de avaliação sensorial e de como eles fornecem suporte técnico para pesquisa, industrialização, marketing e controle de qualidade.

Os candidatos podem ser recrutados por meio de seminário, questionário ou contato pessoal. Durante o recrutamento, o tempo comprometido, a duração dos testes (2 a 3 vezes por semana, 15 minutos) e os procedimentos gerais dos testes devem ser explicados.

Para maximizar a eficácia do treinamento, deve ser elaborado um histórico de cada candidato, no qual as informações básicas podem ser adquiridas por meio de um questionário ou entrevista. Por meio dessas informações, o orientador do painel poderá determinar:

a) interesse: essencial para o aprendizado e o bom desempenho. Se o candidato não apresenta muito interesse em participar do programa de treinamento, ele não deverá ser selecionado. Uma maneira de despertar o interesse dos candidatos é conscientizá-los de sua importância dentro de um programa de controle de qualidade;

b) disponibilidade: é crítica durante o processo de treinamento, pois o ideal é que os candidatos tenham 100% de frequência. Entretanto, como condições ideais não são normalmente possíveis, é necessário um mínimo de 80% de frequência. As pessoas que viajam frequentemente e aquelas envolvidas diretamente com a produção, não devem ser recrutadas;

c) prontidão: é essencial que o candidato esteja disponível no horário estabelecido para os testes, pois o atraso pode comprometer a integridade do projeto experimental. A prontidão pode ser facilitada por meio da distribuição de um cronograma antecipado das sessões de teste para cada candidato recrutado;

d) saúde: os candidatos a provador devem apresentar boas condições de saúde, sem antecedentes alérgicos aos materiais de teste. Indisposições, tais como resfriados ou fadigas, podem ser razões suficientes para excluir temporariamente a participação do provador nos testes. O uso de determinados medicamentos, como por exemplo, antibióticos e anti-inflamatórios, pode



também excluí-lo, pois, nesta fase, ocorre um decréscimo da sua sensibilidade para o sabor;

e) articulação: o grau de habilidade verbal requerido é dependente da metodologia do teste. Testes descritivos geralmente requerem boa comunicação verbal, pois, nestes testes, o candidato deve definir e descrever várias características dos produtos;

f) categoria do produto: os candidatos devem apresentar boa vontade para provar as diferentes categorias de produtos como parte de sua experiência e aprendizado. Entretanto, se um candidato apresentar aversão por determinado produto, ele deve ser excluído do teste, pois sua avaliação seria induzida. A aversão que ele sente o impedirá de avaliar condignamente a qualidade do produto;

g) outros fatores: ainda que não essenciais, determinados fatores devem ser considerados para a seleção dos candidatos, a saber:

g.1) instrução: os candidatos devem apresentar um nível de instrução diversificado, para que o painel seja estatisticamente representativo. Entretanto, um provador deve ter, pelo menos, um nível de escolaridade suficiente para expressar por meio da grafia as suas impressões sensoriais;

g.2) sexo: as mulheres geralmente apresentam um paladar mais acurado. Isso, contudo, não deve ser tomado como regra, pois existem homens com habilidade sensorial extremamente desenvolvida.

g.3) idade: a faixa etária ideal dos candidatos deve ficar entre 15 e 50 anos. Tanto velhos como crianças não são bons candidatos; os primeiros, devido à degeneração celular das papilas gustativas e as segundas, pela sua incapacidade de expressar os resultados;

g.4) tabagismo: tanto o álcool como a nicotina causam dessensibilização das papilas gustativas, portanto, os fumantes, a rigor, não devem ser recrutados

para o treinamento. Porém, quando isso não for possível, deve-se pedir a estes para não fumar pelo menos meia hora antes dos testes;

g.5) experiência sensorial: pessoas que consomem alimentos muito condimentados também não apresentam boa sensibilidade sensorial (em relação ao sabor).

### **2.3.2 Treinamento**

O treinamento dos candidatos a provador, selecionados na fase de triagem, é realizado para familiarizar o indivíduo com os procedimentos dos testes, aperfeiçoar sua habilidade em reconhecer e identificar atributos sensoriais em alimentos complexos e melhorar sua capacidade sensitiva e de memória, a fim de que ele possa providenciar, de forma precisa e consistente, medidas sensoriais padronizadas que possam ser reproduzidas.

Os candidatos devem ser treinados por meio de métodos descritivos ou discriminativos, ou ambos. Por discriminação, entende-se a percepção das diferenças existentes entre duas ou mais amostras a respeito de determinadas características ou ao produto como um todo. Já descrição significa o uso de termos descritivos para avaliar as propriedades sensoriais de um produto ou substância específica.

Os melhores métodos de análise descritiva são: o perfil do *flavor*, perfil de textura, análise descritiva quantitativa (ADQ), perfil de livre escolha (FCP) e classificação dos atributos.

#### **2.3.2.1 Perfil de livre escolha (FCP)**

O método *Free Choice-Profiling* (FCP), ou perfil de livre escolha, foi desenvolvido por Williams & Langron (1984) para resolver os problemas resultantes das diferenças culturais dos provadores que conduzem à utilização de termos deferentes para exprimir uma mesma percepção sensorial. Difere dos

demais métodos no tocante ao modo de estabelecimento da lista de descritores (vocabulário). No perfil de livre escolha cada provador desenvolve e utiliza a sua própria lista de descritores para a avaliação do produto, tendo somente de respeitar um protocolo de avaliação definido pelo responsável pelo painel.

De acordo com Noronha (2003), esta metodologia só tornou-se possível pelo desenvolvimento da Análise Generalizada de Procrustes (Gower, 1975).

Este método apresenta algumas vantagens. A principal se refere ao período, muitas vezes longo, necessário ao desenvolvimento de uma lista de descritores e treino do painel no uso dessa lista. No FCP esse período é eliminado. Nesse método, o fato dos provadores utilizarem uma linguagem por eles desenvolvida, e, portanto, na qual sentem-se à vontade, poderá ser considerado uma vantagem (Noronha, 2003).

Em contrapartida, os termos utilizados não terão forçosamente as características de pertinência, precisão, discriminação, exaustão, independência e quantificação, requeridas em métodos e a sua interpretação, provador a provador torna a análise e a interpretação dos resultados muito trabalhosas. Outra desvantagem reside no fato de que o sentido dado aos termos descritivos utilizados pelos diferentes provadores está fortemente condicionado pela interpretação feita pelo responsável pela análise. É a este que compete a decisão final sobre o significado e a percepção sensorial que vai ser atribuída aos conjuntos de descritores empregados pelos provadores. Este tipo de perfil pode não detectar diferenças tênues entre produtos que poderão ser muito importantes em estudos de análise sensorial relacionados com o desenvolvimento de novos produtos (Noronha, 2003).

### **2.3.2.2 Análise descritiva quantitativa (ADQ)**

A análise descritiva quantitativa, também conhecida como perfil de características, é utilizada para desenvolver um registro permanente de um

produto ou dos componentes sensoriais de seus ingredientes. A análise descritiva quantitativa descreve a aparência, o aroma, o sabor e a textura, que são atributos de um produto ou amostra em estudo, por ordem de detecção.

Treinam-se entre 10 e 12 candidatos, os quais serão selecionados de acordo com a sua habilidade técnica em reproduzir julgamentos e tratar analiticamente com situações de teste complexo. Os testes complexos (novas formulações, por exemplo) são usados para estimular ações de discriminações e julgamento, pois este trabalho é sempre utilizado para fins experimentais. Durante o treinamento, os candidatos desenvolvem uma terminologia que, além da nota atribuída, descreve os atributos sensoriais, por exemplo: aparência característica, cor própria, sabor próprio, odor característico e textura rígida. Depois que o vocabulário for definido pelo grupo, amostras especialmente preparadas podem ser introduzidas, as quais apresentam variações específicas em certos atributos, tais como: sabor doce, odor floral ou textura quebradiça.

De acordo com Chave et al. (1996), para quantificar as propriedades sensoriais, utiliza-se uma escala não-estruturada (escala gráfica), que consiste de uma linha de 15 cm, com pontos âncoras (expressões quantitativas) a 1 cm de cada extremidade. Uma terceira expressão quantitativa pode ser colocada no centro da escala. Os julgadores completam a análise fazendo um traço vertical na posição da escala que melhor reflita a sua avaliação para aquela característica de qualidade sensorial. Uma linha é usada para cada característica de qualidade, a qual é impressa na folha de resposta na ordem em que são percebidas/analizadas, conforme definido pela equipe em discussões preliminares. Normalmente utiliza-se uma folha de respostas para cada amostra. Em testes utilizando o QDA, normalmente faz-se a repetição das avaliações, visando à análise do desempenho de cada provador. Um exemplo de escala utilizada seria:

## Gosto doce

Fraco

moderado

forte

Como procedimento de treinamento, amostras com ingredientes diferentes podem ser introduzidas para servir como material de referência definindo algumas características sensoriais. Entretanto, esses ingredientes somente devem ser apresentados quando o grupo estiver completamente familiarizado com o produto, uma vez que a análise de um ingrediente em particular pode influenciar o julgamento dos candidatos (Teixeira et al., 1987).

O desempenho dos candidatos e a afetividade dos termos descritivos desenvolvidos pelo grupo são checados por meio de análise da variância de quatro testes, repetidos quatro vezes.

O QDA pode ser utilizado no desenvolvimento de produtos e em programas de controle de qualidade na indústria de alimentos e de outros produtos de consumo, como um perfil quantitativo do produto, com a finalidade de se fazer comparações (sobreposições de perfil em um diagrama) entre produtos (Chaves et al., 1996).

Em métodos em que se utilizam vocabulários fixos para a descrição dos produtos, como no QDA, a Análise Generalizada de Procrustes também pode ser utilizada com ótimos resultados. Williams & Langron (1984) afirmam que a GPA funciona bem pela remoção da variação gerada no uso da metodologia em dados de análises convencionais em que os mesmos termos são pontuados por todos os provadores.

### 2.4 Controle de qualidade e análise sensorial

No campo da análise sensorial voltado para o controle de qualidade das indústrias de alimentos, é comum o uso de termos como *product matching* e *product mapping*. O *product matching* permite comparar um produto com um

determinado produto alvo, que pode ser um líder de mercado, para modificar suas características, elevando assim o produto a um status que atinja a preferência dos consumidores. Já o *product mapping* é a identificação da posição do produto em questão dentre seus concorrentes, identificando falhas e as características sensoriais mais valorizadas pelos consumidores.

No controle de qualidade devem ser estabelecidas especificações sensoriais que podem ser aferidas por técnicas de análise sensorial para que uma linha de produção mantenha o controle de seus produtos. No caso de reformulação de um produto, essas técnicas permitem ao responsável técnico saber se as mudanças feitas ocasionaram alterações nas características sensoriais, quais foram elas e sua magnitude (Noronha, 2003).

Chaves (1998) explora o conceito de produto-padrão. Diz que os procedimentos de controle de qualidade são aplicados durante a produção, o armazenamento, a distribuição e o marketing, para se assegurar de que o produto final satisfaça às especificações do produto-padrão. Amostras representativas são submetidas às seguintes análises:

a) testes de diferença: para determinar se a amostra-teste difere da amostra padrão;

b) testes descritivos: se a amostra for julgada diferente, deve-se determinar como ela difere do padrão. Os resultados desses testes podem indicar medidas corretivas.

Um ponto de extrema importância da análise sensorial é o estudo de tempo de vida. De acordo com Chaves (1998), a estabilidade do produto durante o transporte e a armazenagem nos postos de venda e durante o armazenamento domiciliar é essencial para a satisfação do consumidor. Para se obterem informações sobre a vida útil/qualidade comestível do produto, amostras representativas deve ser periodicamente analisadas.

O tempo de vida, que determina o prazo de validade de alimentos, leva em consideração aspectos microbiológicos e alterações físico-químicas e sensoriais no produto. Com a consideração de atributos sensoriais, a empresa responsável pode, além de garantir a sanidade do produto e a integridade da saúde do consumidor, garantir que as características de sabor, aroma, textura e aparência em que o consumidor está interessado permaneçam inalteradas (ou seja, têm mudanças imperceptíveis) até a data estipulada.

## 2.5 A lenda de Procrustes

Procrustes, também conhecido como Polypemon, Damastes, ou Procoptas (Mironov et al., 2004), personagem da Mitologia Grega, era um bandido que fingia ser amigável, e dava pousada aos peregrinos que iam ao templo de Deméter e Elêusis.



Ele recebia os peregrinos desprevenidos na sua caverna com um



banquete e vinhos e depois lhes dava uma cama, que ele dizia ser mágica e que se *ajustava* a qualquer convidado. Agradecidos pela noite agradável, eles

deitavam-se, e Procrustes mudava de repente a cara de bom anfitrião. Se o viajante era demasiado comprido para a cama, cortava-lhe as pernas com uma espada; se era pequeno, Procrustes mandava os membros da sua quadrilha esticá-lo num torno até ficar exatamente do comprimento da cama (Teseu, rei de Atenas, 2004). Procrustes ou Prokrustes também significa *aquele que estica* (Grose Educational Media, 2004).

Teseu, herói que organizou a cidade de Atenas e se tornou seu primeiro imperador de verdade, filho do rei Aegeus (ou de Poseidon) com



Aethra, cresceu em Troezen, em Argolis. Em seu caminho de Argolis até Atenas, para reclamar seu patrimônio, Teseu cumpriu seis trabalhos, todos envolvendo matar ladrões e assassinos por seus próprios métodos. Dentre eles, matou Procrustes, pelo seu método de tortura (Manual..., 2004).

## 2.6 Análise Generalizada de Procrustes

A GPA (Gower, 1975) é um de uma família de métodos que se preocupam com o ajuste de dados vindos de vários *individuos* para uma *configuração de consenso*. Dentre outros, os indivíduos podem ser juizes de qualidade de alimentos ou podem representar vários laboratórios onde medições são feitas sobre um mesmo conjunto de objetos, ou podem representar repetições de uma mesma informação feitas em diferentes ocasiões (Dijksterhuis et al., 1992).

Nosso interesse recai em saber como os indivíduos diferem e quanto eles concordam em suas percepções do mesmo *objeto* (alimento). Para tanto, é necessário que a esses indivíduos sejam apresentados os mesmos objetos, amostras, estímulos ou substâncias.

Embora seja necessário que cada indivíduo julgue o mesmo alimento, eles não precisam julgar os mesmos atributos nem o mesmo número de atributos. O perfil de livre escolha (FCP) (Williams & Langron, 1984; Arnold & Williams, 1985) é uma metodologia em que diferentes indivíduos registram diferentes atributos. De acordo com Dijksterhuis et al. (1992), a GPA é mais bem ajustada para análise de massas de dados em que os indivíduos expressam atributos diferentes.

A primeira vez que o personagem da mitologia grega Procrustes foi mencionado na literatura matemática foi por Schoenemann (1966), que apresentou uma solução direta para o problema de mínimos quadrados de transformar uma dada matriz  $A$  em outra matriz  $B$  apenas por uma





transformação ortogonal. Schoenemann nomeou esse problema de: “O problema ortogonal de Procrustes”.

A primeira generalização foi apresentada por Schoenemann & Carrol (1970), que propuseram o mesmo problema, porém, permitindo, para sua solução, a rotação, a translação e a multiplicação por um fator de escala à matriz que deveria ser transformada. Esse método é conhecido como Problema Ortogonal de Procrustes Estendido ou Análise Ordinária de Procrustes.

A Análise de Procrustes Ordinária ou Clássica é uma metodologia multivariada de comparação da forma de dois conjuntos de dados, ou seja, procede transformações em um conjunto de dados para tentar ajustar-se a outro. As transformações disponíveis na análise clássica incluem mudanças na locação, escala e rotações. Juntas, essas transformações são chamadas *transformações de similaridade* ou *transformações* preservando-se a forma (Small, 1996). De acordo com Kunert et al. (2003), essas transformações são:

- translação: adiciona um fator comum aos dados de um provador para que melhor se compare com os de outro provador;
- rotação: rotaciona os dados de um provador em torno de um ponto comum para que melhor se compare com os de outro provador;
- reflexão: reflete os dados de um provador em um plano comum para que melhor se compare com os de outro provador;
- escala: multiplica os dados de um provador por um fator homogêneo de escala para que melhor se compare com os de outro provador.

Quando a transformação de um grupo de dados assume a forma mais próxima de ajuste a outro grupo, a soma dos quadrados das diferenças entre suas coordenadas é chamada de *distância Procrustea* entre dois grupos de dados (Small, 1996).

Generalizando essa idéia para que se comparem várias matrizes, Gower (1975) descreveu a Análise Generalizada de Procrustes para  $m$  indivíduos ou

juízes. A partir daí, o uso de tal metodologia se tornou intenso e as aplicações encontradas na literatura não se resumem à análise sensorial. Por ser uma técnica multivariada versátil, a GPA pode ser encontrada em diversos ramos da ciência, dentre eles a paleontologia (Rodrigues et al., 2004), medicina (Rangarajan, 2003), ecologia (Moraes, 2004), genética molecular (Mironov et al., 2004), indústria automobilística (Dairou et al., 2004), Fotogrametria (Akca, 2003), etc.

Wilkinson et al. (2000) propuseram uma análise ponderada para tratar parcelas perdidas na GPA, o que pode ocorrer quando um provador falta a uma seção de degustação. Se o pesquisador trabalhar com médias de repetições, tal informação normalmente não seria computada.

Para caracterizar a diferença entre grupos de descritores de sabor entre dois continentes, Derks et al. (2003) usaram GPA, análise de componentes principais SUM (SUM-PCA) e análise de componentes multi-bloco (MBCA).

Meyners (2003) comparou a GPA com o método STATIS por meio de simulação de dados e encontrou que a escolha dos dois métodos é arbitrária. Entretanto, sua aplicação maciça é mesmo em análise sensorial de alimentos. Fora do Brasil, onde seu uso é mais difundido, são encontradas dezenas de aplicações, como nos seguintes exemplos:

- Dijksterhuis (1994) utilizou a GPA para comparar medidas instrumentais e sensoriais em maçãs;
- Pastor et al. (1996) examinaram as diferenças entre provadores e o poder de discriminação de atributos, utilizando GPA na análise sensorial de polpa de pêssego;
- Sinesio et al. (1997) avaliaram a diferença entre cultivares de nozes de diferentes países e usaram a GPA para descrever a relação existente entre as amostras e avaliar a performance dos provadores;

- para a caracterização de presuntos cozidos pelo método do perfil de livre escolha, Delahunty et al. (1997) utilizaram a Análise Generalizada de Procrustes associada à análise de componentes principais (PCA);

- no Reino Unido, Baxter et al. (1998) investigaram quais atributos são mais importantes para crianças da escola primária em frutas e vegetais. Para isso, utilizaram o método do grid de repertório e a Análise Generalizada de Procrustes. O repertory grid method (RGM), ou método do grid de repertório, preconiza que o juiz avalie diferenças e semelhanças entre alimentos que lhe são apresentados em duos ou trios. Neste estudo, o RGM foi usado em entrevistas individuais, para eleger os descritores que seriam usados posteriormente. Similarmente, Baxter et al. (1999) estudaram a influência socioeconômica na percepção de vegetais por crianças escocesas;

- para tentar estabelecer um conjunto de características sensoriais desejadas em cafés para a Europa, de Jong et al. (1998) avaliaram oito marcas de café de diferentes países e a GPA foi fundamental no estabelecimento da configuração de consenso;

- com o objetivo de descrever e ranquear quatro produtos de milho verde, Rodrigues et al. (2000) utilizaram a GPA com dados provenientes de perfil descritivo, perfil convencional e propuseram um teste de ranqueamento;

- para identificar as diferenças sensoriais entre 16 variedades de batata, Peron (2000) propôs uma redução no volume de dados antes de proceder a GPA, avaliando apenas aqueles dados que explicam a maior parte da variação;

- Jaeger et al. (2000) compararam GAP com o mapa de preferência na caracterização de maçãs;

- a importância da Análise Generalizada de Procrustes na caracterização sensorial de azeite virgem de oliva foi ressaltada por Guerrero et al. (2001);

- Fillion et al. (2002) ressaltou a diferença entre atributos relacionados ao frescor de frutas e vegetais por meio do uso da GPA;
- para escolher estatisticamente o número de dimensões do espaço médio de grupo, Wu et al. (2002) propõem um teste de aleatorização. Para isso, usam exemplos envolvendo simulação de dados e dados reais de azeite de oliva, iogurte e carne bovina;
- Lachnit et al. (2003) usam a GPA para verificar a adequação do perfil de livre escolha a sucos cítricos carbonatados;
- a metodologia do grid de repertório juntamente com a GPA foi usada para eleger um mapa da percepção de alimentos por parte de consumidores idosos na Austrália (Russell et al., 2003);
- no Reino Unido, Narain et al. (2003) comparam as metodologias de perfil de livre escolha e perfil convencional, por meio da GPA, para explorar as percepções de marcas de café;
- a Análise Generalizada de Procrustes, juntamente com o método do grid de repertório, foi responsável pelo trabalho de verificação da identificação de alimentos geneticamente modificados por consumidores argentinos (Mucci et al., 2004);
- a GPA auxiliou a identificação de *outliers* e de grupos na análise hierárquica de clusters, com exemplos em salsichas e ervilhas, por Dahl et al. (2003);
- Russell et al. (2004), por meio da combinação entre o método do grid de repertório e a GPA, compreenderam as preferências de consumidores de carne de meia idade;
- tratando-se especificamente do uso da GPA na análise sensorial de produtos lácteos, pode-se destacar Hunter et al. (1998), que avaliaram doze variedades de queijos duros em sete países europeus com a intenção de caracterizá-los sensorialmente;

- Qannai et al. (1999) discutiram uma forma alternativa de cálculo do fator isotrópico de escala e índices para avaliar a performance de provadores na caracterização sensorial de iogurtes;

- para avaliar a diferença dos perfis de odor de 28 associações de microrganismos usados na maturação de queijos, Martin et al. (2000) utilizaram a análise de variância e técnicas multivariadas como análise de variáveis canônicas, GPA e STATIS (análise conjunta de tabelas quantitativas);

- a seleção de um subconjunto de variáveis para tentar minimizar a perda de Procrustes foi estudada por Dijksterhuis et al. (2002) em uma aplicação em leite fluido;

- a análise de regressão de quadrados mínimos parcial (PLSR) e Análise Generalizada de Procrustes (GPA) foram usadas para estabelecer correlação entre variáveis químicas e sensoriais em sorvetes de baixo teor de gordura (Chung et al., 2003);

- as análises de Procrustes e de variáveis canônicas foram usadas para avaliar o perfil de livre escolha e perfil flash em iogurtes de morango e sobremesas de damasco (Delarue et al., 2003);

No Brasil, tendo ainda seu uso restrito, pode-se citar Benassi et al. (1998), que fizeram a caracterização do perfil sensorial de vinhos Riesling Itálico nacionais, utilizando GPA e perfil de livre escolha.

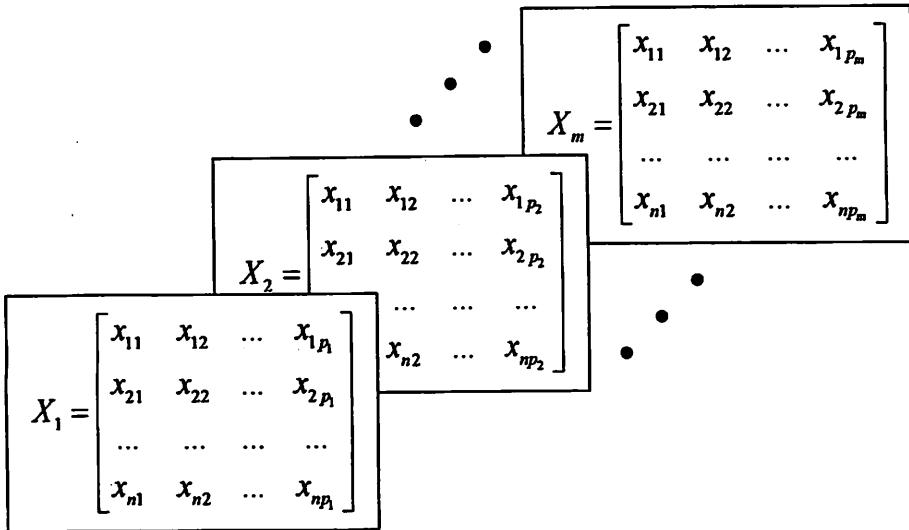
Um ponto importante se refere aos softwares empregados na realização de GPAs. Geralmente, são utilizados pacotes específicos (McEwan, 1989) ou rotinas de programação especialmente desenvolvidas para tal (de Jong et al., 1998). Seja qual for o caso, porém, sempre ocorre investimento de recursos financeiros para tais aquisições. Portanto, outro objetivo desse trabalho é utilizar o software estatístico R, um software livre, ou seja, permite que qualquer usuário altere seu código e contribua para seu constante aprimoramento. É uma

linguagem de programação distribuída gratuitamente e possui uma rede de acessoria pela internet ([www.r-projetct.org](http://www.r-projetct.org)).

### 2.6.1 Estrutura de dados

A descrição da metodologia feita a seguir foi adaptada de Gower (1975).

Suponha que  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) seja uma matriz  $n \times p_i$ , com  $j = 1, \dots, n$  e  $k = 1, \dots, p_i$ .



Em situações práticas, cada matriz  $X_i$  contém as notas do provador  $i$  acerca de  $n$  alimentos, de acordo com  $p_i$  atributos.

### 2.6.2 Visão geométrica

Nas matrizes supracitadas, a  $j$ -ésima linha representa as coordenadas de um ponto  $P_j^{(i)}$  em  $p_i$  eixos ortogonais, isto é, no  $\mathbb{R}^{p_i}$ . Seriam as notas do  $i$ -ésimo provador para o  $j$ -ésimo alimento, segundo seus arbitrários  $p_i$  atributos. Assim, cada provador tem um espaço de atributos onde cada alimento julgado é

representado por um ponto,  $P_j^{(i)}$ . Cada provador é representado, então, por um conjunto de pontos em um espaço vetorial.

$$X_i = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p_i} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p_i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np_i} \end{bmatrix} \quad (1)$$

O número de colunas (atributos) é indexado com o índice  $p_i$  porque cada um dos provadores pode julgar o alimento sob atributos diferentes ou, até mesmo sobre um número diferente de atributos. Contudo, para se realizar a análise, considera-se  $p$  como uma constante da forma

$$p = \text{Max}(p_i); \quad (2)$$

caso contrário (e.g. usando-se  $p = \text{Min}(p_i)$ ) estariam-se desprezando informações, apesar tomarem possíveis as operações matriciais.

Aquelas matrizes que possuírem menos de  $p$  colunas serão completadas com colunas de zeros (Gower, 1975). Neste mesmo trabalho, o autor implicitamente parece sugerir que se devam organizar as variáveis colocando em primeiro lugar aquelas pontuadas por todos os provadores e, em seguida, aquelas que necessitam se completadas com zeros. Esta consideração torna possível representar todos os provadores (seus conjuntos de pontos) num mesmo espaço  $\mathbb{R}^p$ . Este expediente permitirá as comparações necessárias.

Cada matriz  $X_i$  é representada geometricamente por  $n$  pontos que se ligam ( $n$  alimentos) formando um polígono.

No caso particular em que  $m = 2$  (dois provadores), a análise se torna uma Análise de Procrustes Ordinária ou Clássica (OPA). Nesse caso, discute-se o ajuste de duas matrizes  $X_1$  e  $X_2$  por meio das operações de translação, rotação, reflexão e cálculo de um fator homogêneo de escala (Figura 8), definindo o melhor ajuste. Um critério para o melhor ajuste é aquele que minimiza a soma de quadrados das distâncias ( $m_{12}^2$ ) entres os pontos  $P_j^{(1)}$  e  $P_j^{(2)}$ . Estes pontos representam, respectivamente, as notas que o provador número 1 atribuiu ao alimento  $j$ , e as notas que o provador número 2 atribuiu ao mesmo alimento. A distância entre estes dois pontos mediria algo como a discordância entre o julgamento sensorial destes dois provadores, quanto a este alimento.

$$m_{12}^2 = \sum_{j=1}^n \Delta^2(P_j^{(1)}, P_j^{(2)}) \quad (3)$$

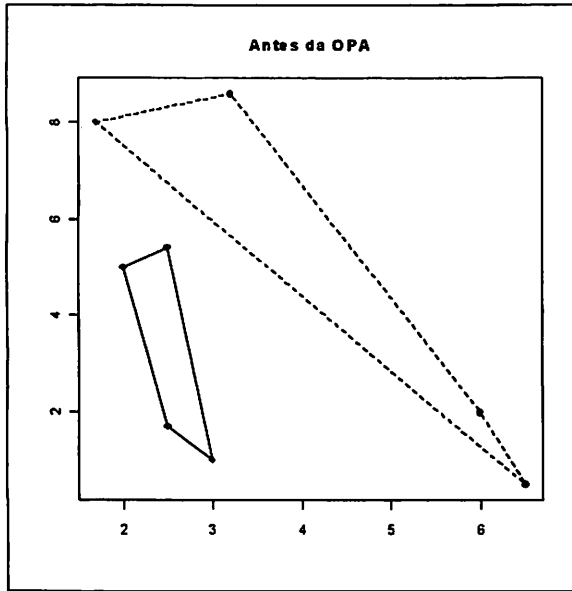
sendo  $\Delta(A, B)$  a distância euclidiana entre o par de pontos A e B.

Suponha o seguinte exemplo:  $X_1$  e  $X_2$  são matrizes que contém as notas de dois provadores para quatro alimentos, sob dois atributos:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2,0 & 5,0 \\ 2,5 & 5,4 \\ 3,0 & 1,0 \\ 2,5 & 1,7 \end{bmatrix} \text{ e } X_2 = \begin{bmatrix} 1,7 & 8,0 \\ 3,2 & 8,6 \\ 6,0 & 2,0 \\ 6,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Seja *centróide* o centro de massa da figura geométrica formada pela união dos pontos representados pelas linhas de uma matriz (Figura 8), ou seja, o ponto que possui como coordenadas, as médias das colunas da matriz em questão.





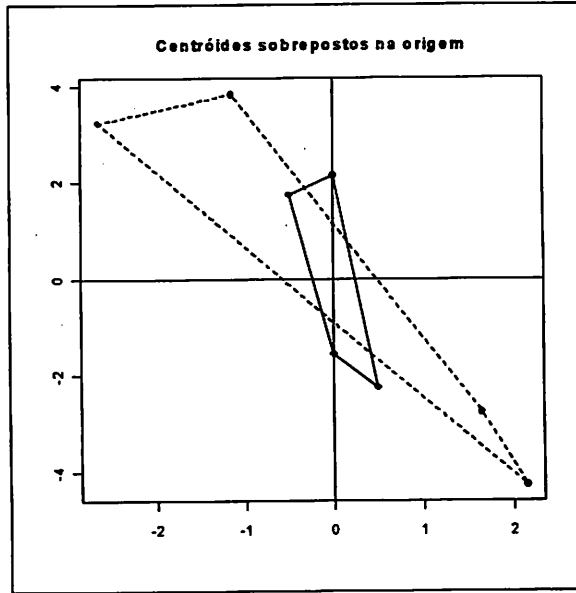
**FIGURA 8** Representação gráfica de uma matriz  $X_1$  (—) e  $X_2$  (---) antes da Análise Ordinária de Procrustes (OPA).

Para se obter o melhor ajuste (através de rotação, translação e escala), primeiramente os centróides de  $X_1$  e  $X_2$  devem ser sobrepostos (Figura 9) e determinada a matriz de rotação  $H$ , tal que  $X_2H$  seja o melhor ajuste a  $X_1$ .

Para isso,  $H$  é definida como

$$H = V'U \tag{4}$$

sendo  $X_1'X_2 = U'\Gamma V$  a decomposição do valor singular, com  $U$  e  $V$  ortogonais e  $\Gamma$  diagonal.

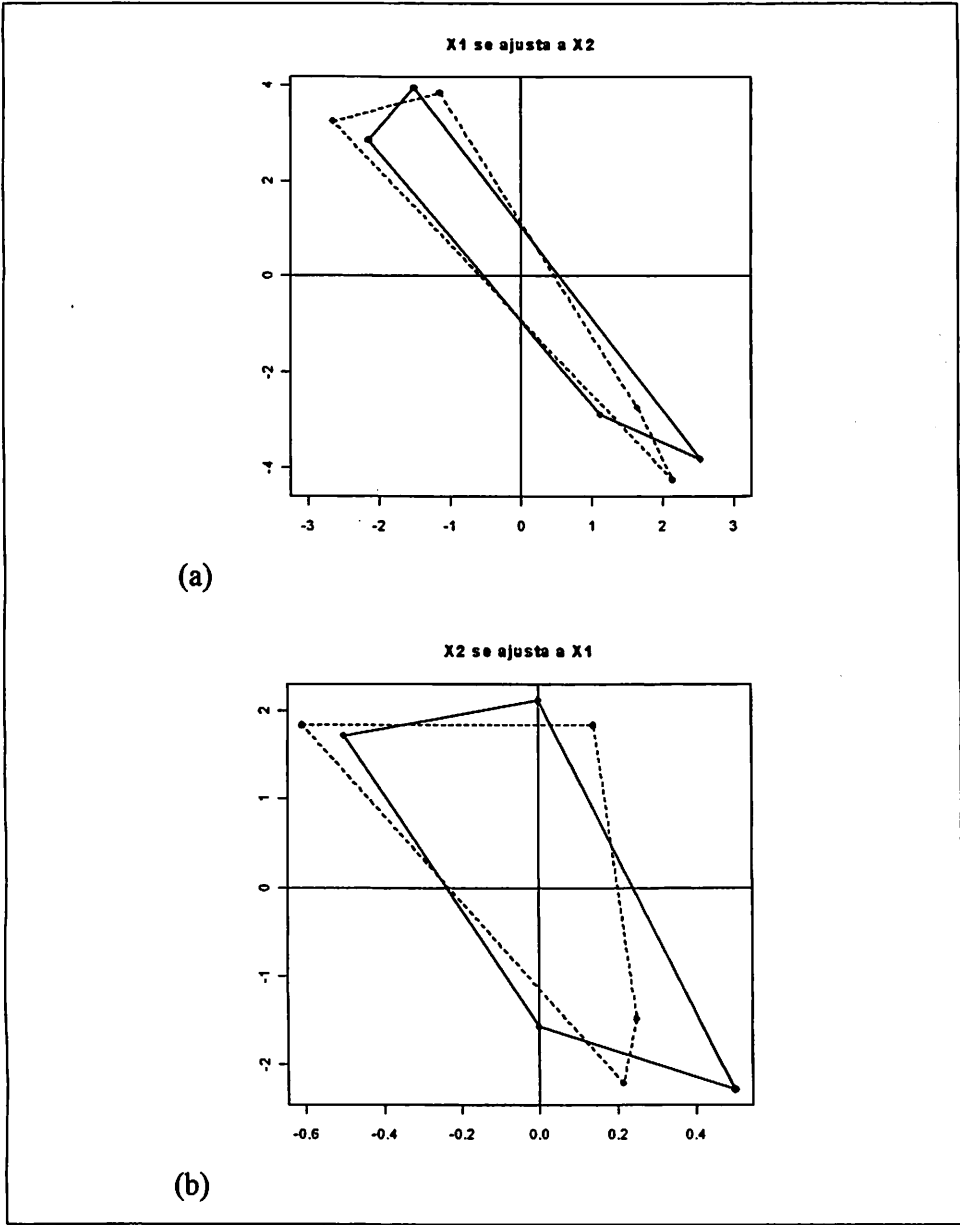


**FIGURA 9** Sobreposição dos centróides das matrizes  $X_1$  (—) e  $X_2$  (---) na origem.

A estimativa de mínimos quadrados do fator de escala obtido no ajuste de  $X_2$  a  $X_1$  é

$$\rho = \frac{\text{tr}(X_2 H X_1^t)}{\text{tr}(X_2 X_2^t)} \quad (5)$$

o qual, claramente, não é o inverso de se obter o ajuste de  $X_1$  a  $X_2$  (Figura 10). Para superar essa dificuldade, Schönemann & Carrol (1970) propõem uma medida de escala simétrica. Também na Figura 10 observa-se o resultado da minimização do quadrado das distâncias entre os vértices.



**FIGURA 10** Após a Análise Ordinária de Procrustes: (a) Ajuste da matriz  $X_1$  (—) à matriz  $X_2$  (---); (b) Ajuste da matriz  $X_2$  (---) à matriz  $X_1$  (—).

Sem translação ou escala esse problema é conhecido como rotação de Procrustes. Aqui, o termo Procrustes será usado referindo-se à metodologia que permite usar, não só os movimentos rígidos clássicos, como também permite a multiplicação das matrizes por um fator homogêneo de escala (tanto para aumento quanto para diminuição das figuras em questão).

A rotação de Procrustes é uma forma de analisar dados individualmente escalonados. Dado um par de matrizes de notas individuais  $X_u$  e  $X_v$ , a primeira pode ser rotacionada a fim de ajustar-se à segunda, gerando um valor de quadrados mínimos  $m_{uv}^2$ . Com fatores de escala, geralmente,  $m_{uv} \neq m_{vu}$ , mas sem fatores de escala,  $m_{uv} = m_{vu}$ ; mostra-se a seguir que os elementos da matriz simétrica ( $m \times m$ ) de todas essas comparações formam uma métrica. Isso segue da consideração de três configurações  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  e tomando-se todos  $np$  valores de cada matriz (por exemplo, ordenados pelas colunas) como sendo as coordenadas de um único ponto, tal que  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  sejam representados pelos pontos  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$ , respectivamente, em um espaço  $np$  euclidiano. A distância entre quaisquer pares de pontos  $Q_u$ ,  $Q_v$  dessa representação é a raiz quadrada da soma de quadrados (não necessariamente mínima) medindo a qualidade do ajuste entre  $X_u$  e  $X_v$ . Se  $X_1$  e  $X_2$  forem rotacionadas para se ajustarem de forma ótima a  $X_3$ ,  $m_{13}$  e  $m_{23}$  são meramente as distâncias  $\Delta(Q_1, Q_3)$  e  $\Delta(Q_2, Q_3)$ . Por causa dessa representação ser euclidiana, daí métrica,

$$\Delta(Q_1, Q_2) \leq m_{13} + m_{23}. \quad (6)$$

Mas,  $\Delta(Q_1, Q_2) \geq m_{12}$ , porque  $X_1$  e  $X_2$  não podem ser rotacionados para um ajuste melhor do que com a soma de quadrados  $m_{12}^2$ . Daí, a desigualdade métrica  $m_{12} \leq m_{13} + m_{23}$  deve valer. A análise de muitos

conjuntos de dados sugere, ainda, que, desde que as reflexões sejam excluídas, exceto talvez para uma reflexão inicial de alguns dos  $X_i$ , os  $m_{uv}$  formam uma matriz de distâncias euclidianas. A matriz  $m \times m$  de todas as comparações pode ser analisada por métodos métricos ou não métricos, como exemplificado por Krzanowski (1972). Tal estudo mostra que as quantidades  $m_{uv}$  são de interesse por si só e não devem ser tratadas como meras medidas de qualidade de ajuste.

Porém, trataremos outra forma de análise de  $m$  conjuntos de dados. Em vez de examinar todos os pares possíveis, a idéia de Procrustes é generalizar tal que todos os  $m$  conjuntos sejam simultaneamente transladados, rotacionados, refletidos e escalonados, de tal forma que um critério de qualidade de ajuste seja otimizado. O critério adotado é minimizar a soma de quadrados entre cada cluster de  $m$  pontos semelhantes  $P_j^{(i)}$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) e seu centróide  $G_j$ , somados ao longo de todos os  $n$  clusters (Figura 11).

Suponha agora outro exemplo: quatro provadores ( $i=1,2,3,4$ ) julgam quatro produtos ( $j=1,2,3,4$ ) sob dois atributos ( $p=2$ ). Sendo suas notas arranjadas nas matrizes:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2,0 & 4,6 \\ 2,8 & 4,3 \\ 2,0 & 6,0 \\ 3,0 & 6,5 \end{bmatrix} \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1,8 & 3,7 \\ 2,8 & 3,5 \\ 2,1 & 6,5 \\ 3,2 & 6,0 \end{bmatrix} \quad X_3 = \begin{bmatrix} 2,3 & 4,0 \\ 3,0 & 3,5 \\ 2,3 & 6,2 \\ 2,8 & 6,1 \end{bmatrix} \quad X_4 = \begin{bmatrix} 2,4 & 4,3 \\ 3,0 & 4,1 \\ 2,5 & 5,9 \\ 2,9 & 6,2 \end{bmatrix}$$

As  $mn$  distâncias  $\Delta(P_j^{(i)}, G_j)$  são chamadas *resíduos*. A soma de quadrados de resíduos  $S_r$  é, portanto,

$$S_r = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \Delta^2(P_j^{(i)}, G_j). \quad (7)$$

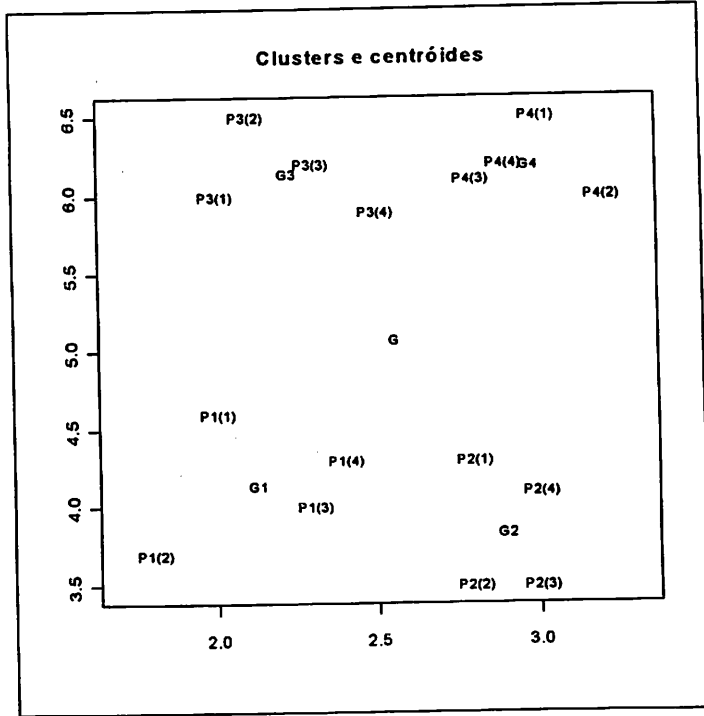


FIGURA 11 Esquema indicando quatro provadores  $P_j^{(i)}$  ( $i=1,2,3,4$ ) que analisaram quatro produtos ( $j=1,2,3,4$ ), centróides de dos clusters  $G_j$  e centróide geral  $G$ .

Entretanto, devido à identidade

$$\sum_{u < v}^m \Delta^2(P_j^{(u)}, P_j^{(v)}) \equiv m \sum_{u=1}^m \Delta^2(P_j^{(u)}, G_j) \quad (8)$$

É mais simples trabalhar em termos de  $S = mS_r$ , dado por

$$S = \sum_{j=1}^n \sum_{u < v}^m \Delta^2 (P_j^{(u)}, P_j^{(v)}) \quad (9)$$

Além de minimizar a soma de quadrados de resíduos, outro critério com propriedades desejadas poderia ser considerado. Como é usual, o critério de quadrados mínimos leva a uma álgebra tratável e computação simples. A abordagem alternativa de multiplicadores de Lagrange adotada aqui é mais lenta, mas lida bem com os parâmetros adicionais que precisarão ser estimados.

### 2.6.3 Visão algébrica

Embora a discussão geométrica seja útil para dar motivação, e também para sugerir a análise de variância descrita mais à frente, ela não ajuda no problema da minimização, que deve ser tratado algebricamente.

Sejam  $m$  matrizes ( $n \times p$ )  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) sendo a  $j$ -ésima linha de  $X_i$  interpretada como as coordenadas de um ponto  $P_j^{(i)}$  no espaço euclidiano. Rotacionar as configurações de  $n$  pontos dados por  $X_i$  é equivalente a pós multiplicar  $X_i$  por uma matriz ortogonal  $H_i$ , e o escalonamento uniforme é expresso por uma constante multiplicativa  $\rho_i$ . A translação a uma nova origem é conseguida pela adição do mesmo vetor-linha ( $1 \times p$ )  $t_i$  a toda linha de  $X_i$ . Definindo  $T_i$  como a matriz ( $n \times p$ ), todas com linhas iguais a  $t_i$ , então, o escalonamento, a rotação e a translação são expressos algebricamente pela transformação

$$X_i^* \rightarrow \rho_i X_i H_i + T_i. \quad (10)$$

É necessário determinar  $\rho_i, H_i, T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), tal que a soma de quadrados de resíduos seja mínima.

Então, o problema algébrico é minimizar

$$S \equiv \text{tr} \sum_{i < j}^m \left( \begin{array}{l} [(\rho_i X_i H_i + T_i) - (\rho_j X_j H_j + T_j)] \times \\ [(\rho_i X_i H_i + T_i) - (\rho_j X_j H_j + T_j)]^t \end{array} \right) \quad (11)$$

Antes de proceder à minimização de  $S$ , uma discussão preliminar é necessária. É claro que  $S$  é minimizada escolhendo-se todos  $\rho_i$  iguais a zero. Fora essa solução trivial, uma dada matriz poderia ser escolhida (digamos a  $X_1$ ),  $\rho_1$  ser igual à unidade e todas as outras matrizes escalonadas em relação a  $X_1$ . Ai está a dificuldade da rotação ortogonal de Procrustes clássica ( $m = 2$ ), em que o ajuste de  $X_1$  a  $X_2$  não gera o escalonamento inverso que o ajuste de  $X_2$  a  $X_1$ . Um método mais satisfatório é usado para estimar todos  $m$  parâmetros  $\rho_i$  sujeitos a alguma restrição e a restrição escolhida foi  $\sum_{i=1}^m \rho_i^2 \text{tr}(X_i X_i^t) = \sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i^* X_i^{*t})$ . Essa restrição expressa que a soma de quadrados final em relação à origem das configurações rotacionadas e escalonadas é a mesma que das matrizes não escalonadas e rotacionadas, pois

$$\begin{aligned} \rho_i^2 \text{tr}(X_i X_i^t) &= \text{tr}(\rho_i^2 X_i X_i^t) = \text{tr}[\rho_i X_i H_i H_i^t X_i^t \rho_i^t] = \\ &= \text{tr}[(\rho_i X_i H_i)(\rho_i X_i H_i)^t] = \text{tr}[X_i^* X_i^{*t}] \end{aligned} \quad (12)$$



Vê-se também que isso assegura que a soma de quadrados residual  $S_r$  permanece inalterada, sendo os parâmetros  $\rho_i$  incluídos ou não. É claro que ajustando-se a soma de quadrados final para qualquer ponto constante positivo que não  $\sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i^* X_i^{*t})$ , afetaria apenas a solução encontrada, por um fator proporcional. Outras restrições que não a soma de quadrados poderiam ser consideradas, mas elas mais provavelmente levariam a uma álgebra e a uma computação mais grosseira.

Por causa da inserção dos termos de translação, as médias originais de cada  $X_i$  são imateriais e é conveniente colocá-las todas na origem; isto é, assume-se que todas as somas de colunas de cada  $X_i$  são zero.

Como  $S$  é invariante a rotações ortogonais de todo o sistema de  $mn$  pontos, não se pode encontrar solução única para  $H_i$ . Novamente aqui, diga-se, a matriz  $X_i$  poderia ser fixada e todas as rotações determinadas em relação a ela. Entretanto, uma solução (não única) gerando todas as  $m$  matrizes de rotação é preferível porque isso mantém as equações algébricas em uma forma simétrica. Uma solução única pode ser determinada como um passo final, referindo-se todas as coordenadas finais, aos eixos principais do grupo de pontos centróides  $G_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Portanto, deve-se minimizar (11) sujeita às restrições

$$\sum_{i=1}^m \rho_i^2 \text{tr}(X_i X_i^t) = \sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i^* X_i^{*t}) \quad (13)$$

Cada  $h_i$  é ortogonal, isto é  $\sum_{k=1}^v h_{uk}^{(i)} h_{vk}^{(i)} = \delta_{uv}$ , o  $\delta$  de Kronecker, para  $u \leq v, v = 1, 2, \dots, p$ . (14)

Associa-se a (13) o multiplicador de Lagrange  $\mu$  e com (14) os  $\frac{1}{2}mp(p+1)$  multiplicadores de Lagrange  $\lambda_{uv}^{(i)}$ . Será conveniente considerá-los

arranjados em  $m$  matrizes simétricas  $\Lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) com elementos gerais  $\lambda_{uv}^{(i)}$  ( $u \neq v$ ) e  $2\lambda_{uv}^{(i)}$  na diagonal. Então, finalmente, deve-se minimizar

$$S + \mu \left( \sum_{i=1}^m \rho_i^2 \text{tr} (X_i X_i^t) - \sum_{i=1}^m \text{tr} (X_i X_i^t) \right) + \sum_{r=1}^m \sum_{i \leq j} \lambda_{ij}^{(r)} \left( \sum_{k=1}^p h_{ik}^{(r)} h_{jk}^{(r)} - \delta_{ij} \right) \quad (15)$$

### a) Translação

Os únicos termos envolvendo  $T_i$  ocorrem em  $S$ , (11), e são

$$S_r \equiv \text{tr} \begin{bmatrix} (m-1)(\rho_i X_i H_i + T_i)(\rho_i X_i H_i + T_i)^t \\ -2 \left\{ \sum_{j \neq i}^m (\rho_j X_j H_j + T_j) \right\} T_i^t \end{bmatrix} \quad (16)$$

Diferenciando (16) em relação aos elementos do vetor linha  $t_i$ , encontra-se  $\partial S_r / \partial t_i \equiv n m t_i$  (o vetor de soma de colunas  $\sum_{j=1}^m T_j$ ). Então, no mínimo,  $t_1 = t_2 = \dots = t_m$ . Isso implica que todas as  $m$  configurações devem ser transladadas para ter o mesmo centróide, o qual, sem perda de generalidade, é conveniente ser situado na origem.

### b) Rotação

Derivando-se (15) em relação a  $h_{ij}^{(r)}$  tem-se

$$\rho_r \left\{ \begin{array}{l} \rho_1 (X_r^t X_1 H_1)_{ij} + \dots + \rho_{r-1} (X_r^t X_{r-1} H_{r-1})_{ij} + \\ \rho_{r+1} (X_r^t X_{r+1} H_{r+1})_{ij} + \dots + \rho_m (X_r^t X_m H_m)_{ij} \end{array} \right\} - \sum_{k \neq j}^p \lambda_{ik}^{(r)} h_{ik}^{(r)} - 2\lambda_{ij}^{(r)} h_{ij}^{(r)}. \quad (17)$$

Igualando-se a zero e expressando-se em notação matricial tem-se

$$\rho_r X_r^t (mY - \rho_r X_r H_r) = \Lambda_r H_r, \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

sendo  $Y = 1/m \sum_{i=1}^m \rho_i X_i H_i$  as coordenadas do centróide do grupo, ou configuração de consenso, após rotacionar e escalonar. Pós multiplicando-se por  $H_r^t$  e rearranjando, tem-se

$$(\rho_r X_r^t Y) H_r^t = (\rho_r^2 X_r^t X_r + \Lambda_r) / m. \quad (19)$$

Escrevendo-se  $\rho_r X_r^t Y$  em sua forma de valor singular:  $\rho_r X_r^t Y = U_r^t \Gamma_r V_r$ , em que  $U_r$  e  $V_r$  são ortogonais e  $\Gamma_r$  é diagonal, e notando que o segundo membro de (19) é simétrico, tem-se

$$H_r = U_r^t V_r. \quad (20)$$

O passo essencial na obtenção desse resultado é provar que  $\rho_r X_r^t Y H_r^t$  é simétrica. Como no problema de Procrustes de dois grupos a redução em somas de quadrados devido à rotação cresce com o  $tr(\Gamma_r)$ , então, ela é maximizada pela escolha de sinais para as colunas de  $U_r$  e  $V_r$  tal que  $\Gamma_r$  não tenha

elementos negativos. Tal escolha de sinais pode incluir a reflexão além das rotações.

A equação (20) não é uma forma imediata para se calcular  $H_r$ , porque a matriz centróide  $Y$  não é conhecida. Entretanto, ela é uma base para o método computacional discutido abaixo. Neste ponto podemos notar a necessidade de algoritmo iterativo pois, para calcular  $H_r$ , precisa-se de  $U$  e  $V$ , que por sua vez precisam de  $Y$ , que depende de  $H_r$ .

### c) Escala

Derivando-se (15) em relação a  $\rho_i$  e igualando-se o resultado a zero, tem-se:

$$(m-1)\rho_i \text{tr}(X_i X_i') - \text{tr} \left( X_i H_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \rho_j H_j' X_j' \right) + \mu \rho_i \text{tr}(X_i X_i') = 0. \quad (21)$$

ou

$$(m-1)\rho_i \text{tr}(X_i X_i') - \text{tr} \left( X_i H_i \sum_{j=1}^m \rho_j H_j' X_j' \right) + \rho_i \text{tr}(X_i X_i') + \mu \rho_i \text{tr}(X_i X_i') = 0. \quad (22)$$

Finalmente,

$$m\rho_i \text{tr}(X_i X_i') - m \text{tr}(X_i H_i Y') + \mu \rho_i \text{tr}(X_i X_i') = 0. \quad (23)$$

Multiplicando-se (23) por  $\rho_i$ , somando  $i = 1, 2, \dots, m$  e retomando a restrição (13), tem-se:

$$(m + \mu) \sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i X_i') = m^2 \text{tr}(YY')$$
(24)

e daí

$$\rho_i = \text{tr}(X_i H_i Y') \sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i X_i') / m \text{tr}(X_i X_i') \text{tr}(YY').$$
(25)

A forma alternativa

$$\rho_i^2 = \text{tr}(\rho_i X_i H_i Y') \sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i X_i') / m \text{tr}(X_i X_i') \text{tr}(YY').$$
(26)

será útil para as propostas computacionais (abaixo).

Pelo fato de  $Y$  envolver os fatores de escala, a fórmula acima não representa um método direto para calcular  $\rho_i$ , mas deve ser usada iterativamente. Entretanto, (23) é a mesma equação para determinar  $\rho_i$  como quando  $X_i H_i$  devem ser escalonadas para se ajustarem a qualquer configuração  $Y$  e (25) e (26) também, porém, trocando-se  $\text{tr}(YY')$  por  $\text{tr}(\sum_{i=1}^m \rho_i X_i H_i Y') / m$ .

#### 2.6.4 Análise de variância da análise de Procrustes

A análise seguinte é uma análise de variância útil para identificar a importância relativa dos itens que vão formar as somas de quadrados. De forma usual, a soma de quadrados pode ser partida nos componentes entre grupos e dentro de grupos, em que o termo grupos refere-se aos  $m$  conjuntos ou configurações  $X_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ). O componente entre grupos representa a contribuição dos termos de translação. O componente dentro de grupos pode ser partido em consenso e elementos residuais por meio da identidade

$$\text{tr} \left( \sum_{i=1}^m (\rho_i^2 X_i X_i') \right) \equiv \text{mtr}(YY') + S, \quad (27)$$

a qual é apenas a forma multivariada da bem conhecida identidade univariada

$$\sum_{i=1}^m y_{ij}^2 \equiv m\bar{y}^2 + \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2. \quad (28)$$

O segundo membro da equação (27) é a soma de quadrados dentro do grupo após rotação e escalonamento que, devido à restrição (13), é a mesma que antes da transformação.

O  $i$ -ésimo termo é a contribuição da  $i$ -ésima configuração para a soma de quadrados dentro de grupos e mostra a redução ou acréscimo devido à escala. Se as configurações tiverem sido inicialmente padronizadas para a soma de quadrados igual a 1, a contribuição de cada configuração se torna  $\rho_i^2$  (o quadrado do fator de escala). No segundo membro da equação (27),  $\text{mtr}(YY')$  é o termo que representa a contribuição da configuração média do grupo ou

configuração de consenso. Geometricamente, ela é  $m \sum_{j=1}^n \Delta^2(O, G_j)$ . O resíduo  $S_r$  pode ser calculado de duas formas. Primeiramente, podem-se somar os quadrados dos resíduos de cada grupo,  $\sum_{j=1}^n \Delta^2(P_j^{(i)}, G_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , ou, então, somar os quadrados para cada estímulo,  $\sum_{i=1}^m \Delta^2(P_j^{(i)}, G_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Essas considerações resultam na forma de análise de variância expressa geometricamente na Tabela 1.

### 2.6.5 Programação

O primeiro passo é computar a soma de quadrados entre grupos e lidar com a translação pela centralização de cada conjunto  $X_i$  na origem. Para permitir diferentes magnitudes de dados, é conveniente escalar cada  $X_i$  uniformemente tal que  $\sum_{i=1}^m tr(X_i X_i^t) = m$ . Para retornar às unidades originais, os resultados devem ser multiplicados pelo fator de escala. Depois disso, o processo se torna iterativo.

As rotações iniciais para cada conjunto podem ser encontradas usando-se rotações de Procrustes ordinárias. Primeiro,  $X_2$  é rotacionada para se ajustar a  $X_1$  e, então, encontra-se a matriz  $Y$  com os centróides de  $n$  pares de vértices  $P_j^{(1)}, P_j^{(2)}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) das posições atuais de  $X_1$  e  $X_2$ .

$X_3$  é rotacionada para se ajustar a  $Y$  e  $Y$  é recalculado. Da mesma forma, os próximos  $X_i$  são ajustados ao valor atual de  $Y$ , o que gera os valores iniciais de cada  $X_i$ , sua média  $Y$  e a soma de quadrados de resíduos inicial  $S_r = m(1 - tr(YY^t))$ .

**TABELA 1** Representação tabular da análise de variância

Fonte de variação	Método de cálculo e interpretação		
Entre grupos	Translação		Total (dentro de grupos)
Dentro de grupos por estímulo	Consenso	Resíduo	
1	$m\Delta^2(OG_1)$	$\sum_{i=1}^m \Delta^2(P_1^{(i)}, G_1)$	$\sum_{i=1}^m \Delta^2(O, P_1^{(i)})$
2	$m\Delta^2(OG_2)$	$\sum_{i=1}^m \Delta^2(P_2^{(i)}, G_2)$	$\sum_{i=1}^m \Delta^2(O, P_2^{(i)})$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$m\Delta^2(OG_n)$	$\sum_{i=1}^m \Delta^2(P_n^{(i)}, G_n)$	$\sum_{i=1}^m \Delta^2(O, P_n^{(i)})$
Estímulos	$mtr(YY')$	$S_r$	$\sum_{i=1}^m tr(X_i X_i')$
Por grupo	Consenso	Resíduo	Total (dentro de grupos)*
1		$\sum_{j=1}^n \Delta^2(P_j^{(1)}, G_j)$	$\sum_{j=1}^n \Delta^2(O, P_j^{(1)}) = \rho_1^2 tr(X_1 X_1')$
2		$\sum_{j=1}^n \Delta^2(P_j^{(2)}, G_j)$	$\sum_{j=1}^n \Delta^2(O, P_j^{(2)}) = \rho_2^2 tr(X_2 X_2')$
⋮	⋮	⋮	⋮
m		$\sum_{j=1}^n \Delta^2(P_j^{(m)}, G_j)$	$\sum_{j=1}^n \Delta^2(O, P_j^{(m)}) = \rho_m^2 tr(X_m X_m')$
Grupos		$S_r$	$\sum_{i=1}^m tr(X_i X_i')$

\* Com a padronização  $tr(X_i X_i') = 1 (i = 1, 2, \dots, m)$  esses termos se simplificam para  $\rho_i^2$  com um total de m.

$$Total = Entre + Dentro = Entre + \sum_{i=1}^m \rho_i^2 tr(X_i X_i') = Entre + [mtr(YY') + S_r]$$



Em seguida, mantém-se  $Y$  fixo e rotaciona-se cada  $X_i$  para  $Y$ . Após todos os  $m$  conjuntos terem sido rotacionados, recalcule  $Y$ , chamado agora  $Y^*$ , que são os novos centróides dos  $X_i$  atuais, e a soma de quadrados residual  $S_r^* = S_r - m(Y^*Y^{*t} - YY^t)$ . Se não for necessário escalar e  $S_r$  tiver se alterado menos que uma tolerância especificada, a iteração está completa. Caso contrário, repita esse processo até a convergência. Ao se rotacionar cada  $X_i$  para ajustar  $Y$ , a soma de quadrados de resíduos tende a sempre se reduzir. Quando  $Y$  é substituído por  $Y^*$ , a média atual, a soma de quadrados de resíduos é ainda mais reduzida.  $S_r$  possui limite inferior igual a zero e é monotonicamente decrescente. Isso é insuficiente para provar a convergência, mas parece que o processo converge satisfatoriamente na prática (Gower, 1975).

Os passos adicionais seguintes são necessários para se estimar os fatores de escala  $\rho_i$ . Retirando-se o asterisco da notação para que as configurações atuais sejam designadas novamente por  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) com média  $Y$ , então as estimativas de quadrados mínimos dos coeficientes  $\rho_i$  tal que  $\rho_i X_i$  é o melhor ajuste para  $Y$ , são dados por (25) ou seu equivalente (26).  $X_i H_i$  pode ser substituído por  $X_i$  sem perda de generalidade (Gower, 1975), simplesmente implicando que cada posição rotacionada de  $X_i$  está sendo tomada como se fosse uma configuração inicial. Se  $X_i$  já foi escalada por  $\rho_i$ , então seu novo fator de escala  $\rho_i^*$  é estimado numericamente com base na seguinte fórmula deduzida de (26).

$$\rho_i^{*2} = \frac{\text{tr}(\rho_i X_i Y^t)}{\text{tr}(X_i X_i^t)} \bigg/ \frac{m \text{tr}(Y Y^t)}{\sum \text{tr}(X_i X_i^t)}. \quad (29)$$

A restrição inicial  $\sum_{i=1}^m \text{tr}(X_i X_i') = m$  simplifica (29), que pode ser rearranjada para gerar

$$\frac{\rho_i^*}{\rho_i^2} = \frac{\text{tr}(\rho_i X_i Y')}{\text{tr}(\rho_i^2 X_i X_i') \text{tr}(Y Y')} \quad (30)$$

Essa forma implica que os atuais  $\rho_i X_i$ , escalados possam substituir  $X_i$  no cálculo e (30) possa ser usada para ajustar o escalonamento para

$$\rho_i^* X_i = \frac{\rho_i^*}{\rho_i} (\rho_i X_i) \quad (31)$$

Novos valores  $\rho_i^* X_i$  são encontrados para cada configuração  $\rho_i X_i$  e uma nova média  $Y^*$  calculada, sendo  $Y^* = \sum \rho_i^* X_i / m$ . A nova soma de quadrados de resíduos é dada por  $S_r^* = S_r - m \text{tr}(Y^* Y^{*'} - Y Y')$ , a mesma forma que após o passo da rotação. As formas (29) e (30) asseguram que

$$\sum \rho_i^* \text{tr}(X_i X_i') = \sum \text{tr}(X_i X_i') = m \quad (32)$$

tal que a restrição (13) sobre os coeficientes de escala seja satisfeita ao longo das iterações. Já que  $Y$  é a média do  $\rho_i X_i$  atual,  $S_r^*$  nunca pode ser maior que  $S_r$ , portanto, o processo sempre reduz a soma de quadrados residual.

A convergência pode agora ser testada da mesma forma que era testada quando não era preciso escala.

Esse processo computacional parece convergir rapidamente na prática e pode-se investigar a eficiência de diferentes misturas de passos de rotação e escala (por exemplo, dois passos de escala para cada passo de rotação, etc). A soma de quadrados de resíduos é reduzida, mesmo quando  $Y$  não é atualizada após a rotação, mas não se sabe se isso causaria mais iterações até a convergência (Gower, 1975).

Após uma convergência satisfatória, uma representação única dos resultados é obtida atribuindo-se  $Y$  e cada  $\rho_i X_i$  aos eixos principais de  $Y$ .

#### 2.6.5.1 Algoritmo

1. Avaliar a soma de quadrados entre grupos (i.e., o termo da translação na ANAVA).

2. Centrar  $X_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) e escalar cada  $X_i$  por  $\lambda$ , tal que

$$\sum_{i=1}^m \lambda \text{tr}(X_i X_i') = m.$$

3. Igualar  $Y = X_1$  (valor inicial da matriz de médias). Para  $i = 2, 3, \dots, m$  rotacionar  $X_i$  para se ajustar a  $Y$ , re-calcular  $Y$  como média de  $(X_1, X_2, \dots, X_i)$ . Calcular a soma de quadrados de resíduos  $S_r = m(1 - \text{tr}(YY'))$  e igualar  $\rho_i = 1, \forall i$ .

4. Para  $i = 1, 2, \dots, m$ , rotacionar a matriz atual  $\rho_i X_i$  para se ajustar a  $Y$ , gerando  $X_i^* = \rho_i X_i H_i$ . Calcule  $Y^*$  e  $S_r^* = S_r - m \text{tr}[Y^* Y^{*'} - YY']$ . Faça  $S_r^{**} = S_r^*$ .

5. Se não for necessário escalar, ir para o passo 7.

6. Para  $i = 1, 2, \dots, m$ , calcular  $\rho_i^* / \rho_i$  de (30), escalar  $X_i^{**} = (\rho_i^* / \rho_i) X_i^*$  e fazer  $\rho_i = \rho_i^*$ .

7. Calcular a nova média  $Y^{**}$  e a nova soma de quadrados residuais  $S_r^{**} = S_r^* - mtr [Y^{**} Y^{**t} - Y^* Y^{*t}] = S_r^* - mtr [Y^* Y^{*t} - Y Y^t]$ .

8. Se  $S_r - S_r^{**} > \text{tolerância}$ , fazer  $S_r = S_r^{**}$  e ir para o passo 4, se não, ir para o próximo passo.

9. A iteração está completa. Calcular a análise de variância.

10. Encontrar os eixos principais de  $Y$ , i.e. calcular a matriz ortogonal latente  $H$  que satisfaz  $(Y^t Y) H = H M$ , sendo  $M$  a matriz diagonal de raízes latentes.

11. Atribuir todos os conjuntos de coordenadas a esses eixos principais e imprimir os resultados  $YH$ ,  $\rho_i X_i H$ ,  $\rho_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

O critério de convergência de  $10^{-4}$  foi considerado satisfatório por Gower (1975).

## 2.7 Análise Generalizada de Procrustes no R

### 2.7.1 O pacote Shapes

O pacote do R (R, 2004) que possui implementado o algoritmo da Análise Generalizada de Procrustes é chamado análise estatística de forma e opera sob a licença GPL 2. Esse pacote não pertence ao conjunto de pacotes básicos que compõem a versão padrão do R, por isso, ele deve ser baixado e instalado separadamente, após a instalação do programa. Isso pode ser feito pela URL <http://www.maths.nott.ac.uk/~ild/shapes>. Sua versão 1.0-7 está disponibilizada desde o dia 19 de novembro de 2003.

Seu autor, Ian Dryden (2003), o descreve da seguinte forma:

*“São rotinas para a Análise Estatística de Forma. Em particular, o pacote proporciona rotinas para a Análise de Procrustes, mostrando formas e componente principais, testes para diferenças da forma média, operadores spline<sup>3</sup>, métodos de superposição de limites.”*

A manutenção do pacote é feita pelo próprio pesquisador, que atende pelo e-mail [Ian.dryden@nottingham.ac.uk](mailto:Ian.dryden@nottingham.ac.uk).

### **2.7.2 A função procGPA**

A função procGPA é uma de uma série de funções que o pacote possui. Dentre elas, destaca-se a função procOPA que realiza a Análise de Procrustes Ordinária, que nada mais é do que a comparação de apenas duas matrizes de dados.

De acordo com Dryden (2003), a descrição dessa função é:

*“A Análise Generalizada de Procrustes registra configurações de marcos em registros ótimos usando translação, rotação e escala. A invariância de reflexão também pode ser escolhida, e o registro sem escala também é possível. Ainda obtém componentes principais e algumas estatísticas descritivas.”*

Como as demais funções em ambiente R, a procGPA admite uma série de argumentos e a maioria deles recebe certos valores como *default*. Esses serão considerados, caso o usuário não atribua outros valores possíveis.

O uso da função e seus valores default são:

---

<sup>3</sup> Interpoladores numéricos que suavizam superfícies.

`procGPA(x, scale = TRUE, reflect = FALSE, eigen2d = TRUE, tol1 = 1e-05, tol2 = tol1, approx tangent = TRUE, proc.output=FALSE, distances=TRUE, pcaoutput=TRUE)`

Os significados dos argumentos estão expostos na Tabela 2.

Ao final da análise, a função gera uma lista como saída. Os componentes dessa lista e seus respectivos significados estão dispostos na Tabela 3.

**TABELA 2** Significados dos argumentos da função `procGPA`, relativa ao pacote `Shapes` do software estatístico R

Argumento	Significado
X	A entrada é um array real $k \times m \times n$ , (ou uma matriz complexa para $m=2$ ), $k$ é o número de pontos, $m$ é o número de dimensões e $n$ é o tamanho amostral.
Scale	Valor lógico indicando se a escala é necessária.
Reflect	Valor lógico indicando se a reflexão é necessária.
eigen2d	Valor lógico indicando se a análise complexa de autovalores e autovetores deve ser usada para calcular a média de Procrustes para o caso 2D, quando <code>scale=TRUE</code> , <code>reflect=FALSE</code> .
tol1	Tolerância para a rotação ótima do algoritmo iterativo: tolerância na soma de quadrados média (dividida pelo tamanho da média ao quadrado) entre iterações sucessivas.
tol2	Tolerância para o passo de rescala/rotação do algoritmo iterativo: tolerância sobre a soma de quadrados média (dividida pelo tamanho da média ao quadrado) entre iterações sucessivas.
approx tangent	Valor lógico indicando se as coordenadas tangentes aproximadas (resíduos de Procrustes) devem ser dadas, se <code>TRUE</code> , ou as coordenadas tangentes parciais (veja tan abaixo), se <code>FALSE</code> .
proc.output	Valor lógico indicando se os resultados de todas as iterações do algoritmo GPA devem ser mostradas.
distances	Valor lógico indicando se as distâncias de forma e os tamanhos devem ser calculados.
pcaoutput	Valor lógico indicando se a análise de componentes principais deve ser feita.

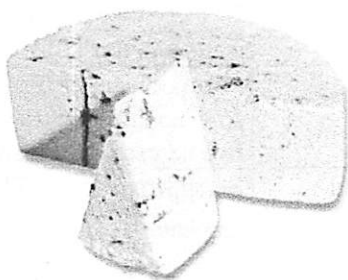
**TABELA 3** Lista dos componentes da saída da função procGPA e seus respectivos significados

Componente	Significado
k	Número de marcos
m	Número de dimensões (configurações m dimensionais)
n	Tamanho amostral
mshape	Forma média de Procrustes. Note que ela tem tamanho unitário se a análise complexa de autovalores e autovetores for usada e fica na escala dos dados se a GPA iterativa for usada.
tan	Se approx tangent=TRUE essa é a matriz $m \times k \times n$ de coordenadas tangentes aproximadas de Procrustes $X_i^P - \bar{X}$ , sendo $\bar{X} = \text{média}(X_i^P)$ , que também é conhecida como resíduos de Procrustes. Se approx tangent=FALSE essa é a matriz $k \times m \times n$ de coordenadas tangentes parciais de Procrustes com pólo dado pela pré-forma da média de Procrustes.
rotated	Array $k \times m \times n$ array de dados rotacionados de Procrustes.
pcar	As colunas são autovetores (CP's) da matriz de covariância amostral $S_v$ de tan.
pcasd	Raiz quadrada dos autovalores de $S_v$ usando tan (desvios padrão dos componentes principais).
percent	Porcentagem da variabilidade explicada pelos componentes principais usando tan.
size	Tamanhos do centróides das configurações.
scores	Escores dos componentes principais padronizados (cada um com variância unitária) usando tan.
rawscores	Escores dos componentes principais não padronizados usando tan.
rho	Distância Rimanniana de Kendall $\rho$ à forma média
rmsrho	Quadrado médio dos resíduos de rho
rmsdl	Quadrado médio dos resíduos das distâncias totais de Procrustes à forma média $d_f$ .

## 2.8 O queijo tipo gorgonzola

### 2.7.1 Origem, características e composição

O queijo tipo gorgonzola originou-se no Vale do Pó, por volta do ano 880 da Era Cristã. Este queijo é fabricado a partir de leite de vaca, possui formato cilíndrico, peso de cerca de 3 kg, coagulação predominantemente enzimática e sabor picante. É maturado por 60-120 dias, em câmaras especiais, com alto teor de umidade relativa do ar. A massa é maturada e possui textura aberta, com veias azul-esverdeadas, devido ao crescimento interno do *Penicillium roqueforti* (Furtado & Lourenço Neto, 1994).



O conhecimento e o controle das várias alterações que ocorrem durante as várias etapas do processamento e maturação do queijo constituem mecanismos indispensáveis ao aprimoramento e uniformização da qualidade deste produto. Furtado (1976) cita que, por meio de alterações e controle de técnicas de fabricação, pode-se elaborar um produto padronizado, de consistência macia, um pouco pastosa e quebradiça, cheio de veias verde-azuladas, de sabor picante e aroma pronunciado, o que se obtém por meio de proteólise e acentuada ação lipolítica das enzimas produzidas pelo *Penicillium glaucum* ou *Penicillium roqueforti*. A adição de uma pequena percentagem (0,05%) de uma cultura de *Streptococcus lactis subs diacetylactis* auxilia o crescimento do mofo no interior do queijo, pois esta bactéria



heterofermentativa produz gás que aumenta as olhaduras, promovendo uma maior oxigenação da massa (Magalhães, 2002).

Furtado & Lourenço Neto (1994) apresentam a composição físico-química média do queijo tipo gorgonzola (Tabela 4)

**TABELA 4** Composição físico-química média do queijo tipo gorgonzola

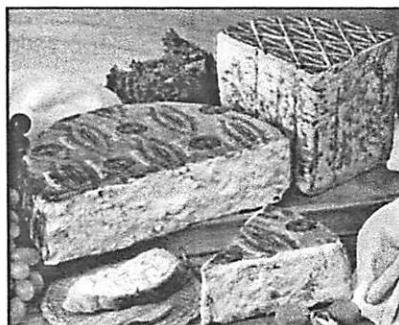
Componentes	Quantidade
Umidade (%)	43,0 – 45,0
GES* (%)	48,0 – 53,0
Proteína (%)	21,0
Sal (%)	3,5
PH	5,7 – 5,8
Sal/umidade	8,1
Gordura (%)	28,0 – 30,0

\*GES: Gordura no Extrato Seco.

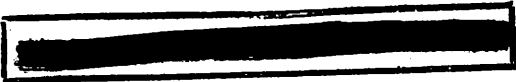
Fonte: Adaptado de Furtado (1991) e Furtado & Lourenço Neto (1994)

### 2.7.2 Maturação

Tradicionalmente, o queijo tipo gorgonzola deve ser curado por um período de, pelo menos, 60 dias para atingir suas características peculiares de sabor, aroma, textura e consistência. Entretanto, devido a razões de mercado, o queijo é quase sempre colocado à venda



com maturação ainda incipiente, o que não permite uma apreciação adequada de seu paladar pungente e singular (Furtado, 1991).



A maturação de queijos compreende um conjunto de complexas modificações, envolvendo uma combinação de alterações na composição química e propriedades físicas que vão afetar os principais componentes do queijo (proteínas, lipídeos e lactose residual), originando um produto final com características próprias (Paciulli, 1996)

Durante a maturação dos queijos azuis, o mofo cresce e esporula; lipólise, oxidação de ácidos graxos e proteólise ocorrem e o desenvolvimento do *flavor* avança. O pH do queijo aumenta gradativamente de aproximadamente 4,6 para 6,5, quando ocorre metabolização de ácido láctico; o queijo desenvolve as manchas azul-esverdeadas que aparecem como veias. O queijo gorgonzola é maturado a baixas temperaturas para se obter o balanço apropriado de oxidação de lipídeos e proteólise, a qual garante *flavor* e textura apropriados (Kinsela & Hwang, 1976).

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 Dos dados

Uma massa de dados reais foi gentilmente cedida pelo professor Dr. Fernando Antônio Resplande Magalhães, da EPAMIG/Instituto de Laticínios Cândido Tostes.

A massa de dados analisada era composta de 2.880 notas dadas por nove provadores, a dez atributos sensoriais, para queijos gorgonzola provindos de duas tecnologias de fabricação, em quatro tempos de maturação, em quatro repetições laboratoriais (repetições amostrais).

Os atributos sensoriais analisados são: aparência, quantidade de mofo, textura, odor característico, aroma, sabor (característico), gosto salgado, gosto ácido, gosto amargo e sabor residual.

As unidades experimentais foram amostradas aleatoriamente de um lote de fabricação rotineira de uma indústria tradicional de queijos tipo gorgonzola. Em seguida, foram identificadas por códigos que indicavam o dia em que se daria sua análise sensorial. Eram, portanto, queijos que seriam enviados ao mercado consumidor normalmente.

Estas amostras referiam-se a duas tecnologias distintas, sendo uma considerada de rotina (tecnologia 2) e outra denominada alternativa, com maior teor de gordura (tecnologia 1).

As amostras foram recolhidas aos 30, 45, 60 e 75 dias de maturação (tempos 1, 2, 3 e 4). Para que estes queijos pudessem conservar suas características normais obtidas pela indústria, estabeleceu-se que todo o período de maturação seria realizado nas câmaras de maturação dessa mesma indústria. Nas vésperas das datas definidas, as amostras eram enviadas refrigeradas ao Centro Tecnológico/Instituto de Laticínios Cândido Tostes (CT/ILCT), Empresa

de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais (EPAMIG), na cidade de Juiz de Fora, MG, para que fossem analisadas em termos físico-químicos e sensoriais. Neste local, até o dia seguinte, as amostras foram mantidas nas câmaras de maturação específicas para o queijo tipo gorgonzola, evitando assim maiores alterações nas características originais do produto (Magalhães, 2002).

### **3.2 Da análise sensorial**

As amostras foram submetidas a um teste sensorial do tipo descritivo, a análise descritiva quantitativa (ADQ).

#### **3.2.1 Análise descritiva quantitativa**

Este método exige uma prévia seleção e posterior treinamento dos provadores, como descrito na seção 1.3.2.1.

##### **3.2.1.1 Seleção de provadores**

Para que os resultados obtidos na avaliação sensorial sejam mais precisos e exatos, há necessidade de uma seleção prévia dos candidatos. Isso porque pessoas, quando submetidas a um destes testes, apresentam desempenhos heterogêneos em função do caráter subjetivo das respostas aos estímulos envolvidos em um experimento sensorial.

Para a seleção propriamente dita, foram convidados quinze candidatos entre professores, alunos, funcionários e pesquisadores do CT/ILCT-EPAMIG, tendo alguns deles já sido juizes de concursos de produtos lácteos.

O método empregado para a seleção foi o teste triangular, conforme descrito por Teixeira et al., 1987. O modelo da ficha-resposta empregado está apresentado na Figura 12.

Utilizou-se uma escala não estruturada de quinze centímetros, ancorada em termos que indicam pouca e muita intensidade de cada atributo analisado.

O produto utilizado foi o queijo do tipo gorgonzola fabricado utilizando apenas uma tecnologia, variando apenas o tempo de maturação. Foram apresentadas a cada candidato, individualmente, três amostras de queijo, cada uma com seu código de três dígitos aleatórios, sendo duas com o mesmo tempo de maturação e outra com um tempo de maturação diferente. Solicitava-se, então, ao candidato que marcasse na ficha-resposta o código da amostra que ele considerava ser diferente. Foram empregadas seis repetições.

A análise dos resultados deste teste foi feita somando-se o número de respostas certas de cada candidato, calculando-se o percentual de acertos e selecionando-se aqueles que obtiveram porcentagem superior a 75%. Dos quinze candidatos apenas nove conseguiram atingir essa porcentagem (Magalhães, 2002). A Tabela 5 mostra o percentual de acerto de cada provador.

## PERFIL SENSORIAL POR ADQ

Código da amostra: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

Análise cada amostra e preencha as respostas na seqüência em que aparecerem na sua ficha, fazendo um traço vertical na posição (ponto) que melhor refletir seu julgamento. Prove quantidade suficiente de amostra e disponha do tempo necessário para avaliar as características. Por favor, enxágüe a boca entre as avaliações de cada amostra. **CARACTERÍSTICAS:**

**Aparência**

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Atípica Típica

**Mofa**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Textura**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Atípica Típica

**Odor (característico)**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Aroma**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Sabor (característico)**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Gosto salgado**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Gosto ácido**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Gosto amargo**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**Sabor residual**  
 \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ /  
 Ausente Muito pronunciado

**FIGURA 12** Modelo de ficha-resposta empregada nas avaliações por ADQ  
 Fonte: Magalhães, 2002.

**TABELA 5** Percentual de acertos dos nove provadores selecionados pelo teste triangular

<b>Candidato selecionado</b>	<b>Porcentagem de acerto</b>
1	83
2	76
3	77
4	84
5	92
6	88
7	95
8	79
9	91

### **3.2.1.2 Fase preliminar do treinamento de provadores**

Esta fase tem como principais objetivos familiarizar os provadores com os procedimentos dos testes, aperfeiçoar suas habilidades em reconhecer e identificar atributos sensoriais do alimento em estudo e melhorar suas capacidades sensitivas e de memória, a fim de que ele possa providenciar, de forma precisa, medidas sensoriais padronizadas que possam se reproduzidas (Teixeira et al., 1987)

Como os provadores já possuíam uma grande experiência com este tipo de queijo, esta fase durou apenas uma semana. Nesta fase eles puderam trocar experiências, o que facilitou sobremaneira os trabalhos subseqüentes.

### **3.2.1.3 Desenvolvimento dos termos descritivos**

Estes termos referem-se aos atributos (cor, aroma, sabor, etc.) que serão avaliados na análise propriamente dita com suas respectivas expressões quantitativas (fraco forte, ausente, muito pronunciado, etc.). Houve a

participação de todo o painel selecionado que definiu a ficha de resposta definitiva, a ser empregada posteriormente, por consenso (Figura 12).

Os dez termos definidos foram: aparência, mofo, textura, odor característico, aroma, sabor (característico), gosto salgado, gosto ácido, gosto amargo e sabor residual.

### **3.3 Das metodologias empregadas**

Os dados resultantes da análise sensorial do queijo gorgonzola foram submetidos a, basicamente, três tipos de análises estatísticas: análises de variância univariadas, análise de variância multivariada e Análise Generalizada de Procrustes.

Fez-se a média das quatro pseudo-repetições para aumentar a precisão dos dados e facilitar a garantia de possíveis pressuposições de normalidade. Portanto, o número de dados caiu para 720.

#### **3.3.1 Análises de variância univariadas**

Foram feitas dez análises de variância univariadas nos softwares estatísticos Sisvar<sup>®</sup> v4.3 (Ferreira, 2000) e R<sup>®</sup> v2.0.1 (R, 2004). O experimento foi montado em delineamento de blocos casualizados (cada provador sendo um bloco) e o esquema de análise foi o esquema fatorial 2 x 4 (2 tecnologias e 4 tempos). Ficou caracterizado o esquema fatorial porque os queijos que seriam analisados em cada data foram previamente sorteados para tal. Como as medições não foram feitas na mesma unidade experimental (mesmo queijo) ao longo do tempo, não houve a necessidade de analisar o experimento no esquema de parcelas subdivididas no tempo.

No exemplo de dados reais abordado neste trabalho, utiliza-se a análise de variância univariada como uma ferramenta para investigar possíveis



diferenças entre tratamentos (tecnologias de fabricação e tempos de maturação) e interações entre esses fatores.

O delineamento em que o experimento foi conduzido é o Delineamento em Blocos Casualizados (DBC), em esquema fatorial 2 x 4 (2 tecnologias de fabricação e 4 tempos de maturação), de acordo com o modelo

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + e_{ijk} \quad (33)$$

sendo  $Y_{ijk}$  a observação do k-ésimo bloco, sob os tratamentos j e k;  $\mu$  é a constante comum a todas as observações;  $\rho_i$  é o efeito aleatório do i-ésimo bloco;  $\alpha_j$  é o efeito fixo do j-ésimo tratamento;  $\beta_k$  é o efeito fixo do k-ésimo tratamento;  $(\alpha\beta)_{jk}$  é o efeito fixo da interação entre o j-ésimo e o k-ésimo tratamentos; e  $e_{ijk}$  é o efeito residual da observação  $Y_{ijk}$  (Steel & Torrie, 1980).

As análises estatísticas foram executadas nos softwares estatísticos R<sup>®</sup> v1.9.0 (R, 2004) e Sisvar<sup>®</sup> v4.3 (Ferreira, 2000). Os fatores qualitativos tiveram suas médias comparadas pelo teste de Tukey a 5% e para os fatores quantitativos foram ajustados modelos lineares de regressão pelo método dos quadrados mínimos (Steel & Torrie, 1980).

### 3.3.2 Análises de variância multivariadas

A análise de variância multivariada foi feita no software estatístico R<sup>®</sup> v2.0.1 e Minitab<sup>®</sup> v13.20, mais uma vez usando o delineamento em blocos e o esquema fatorial.

O modelo de análise de variância multivariada para o delineamento fatorial está apresentado a seguir. Neste modelo cada componente é um vetor de p componentes.

$$Y_{ijk} = \underline{\mu} + \underline{\rho}_i + \underline{\alpha}_j + \underline{\beta}_k + (\underline{\alpha\beta})_{jk} + e_{ijk} \quad (34)$$

em que,  $Y_{ijk}$  é o vetor de observações do  $i$ -ésimo bloco, sob os tratamentos  $j$  e  $k$ ;  $\underline{\mu}$  é o vetor de constantes comuns a todas as observações;  $\underline{\rho}_i$  é o vetor de efeitos aleatórios do bloco  $i$ ;  $\underline{\alpha}_j$  é o vetor de efeitos fixos do tratamento  $j$ ;  $\underline{\beta}_k$  é o vetor de efeitos fixos do tratamento  $k$ ;  $(\underline{\alpha\beta})_{jk}$  é o vetor de efeitos fixos da interação dos tratamentos  $j$  e  $k$ ; e  $e_{ijk}$  é o vetor de resíduos da observação  $Y_{ijk}$ , independentemente, identicamente distribuído  $N_p(0, \Sigma)$  para todo  $i, j$  e  $k$ .

### 3.3.3 Análise Generalizada de Procrustes

Para possibilitar a realização da Análise Generalizada de Procrustes, as combinações das duas tecnologias com os quatro tempos foram englobadas em uma classe *objetos* ou simplesmente *queijos*, não preocupando com tal distinção inicialmente.

A Análise Generalizada de Procrustes foi feita no R<sup>®</sup> v2.0.1, fazendo uso da função `procGPA` do pacote `Statistical Shape Analysis`. Nesta função, o critério de convergência adotado foi  $10^{-5}$  (default), a opção `reflexão` foi habilitada e os dados entraram na função como um array  $8 \times 10 \times 9$ , respectivamente, 8 queijos (linhas), 10 atributos (colunas) e 9 provadores (matrizes).

## 4 RESULTADOS E DISCUÇÃO

### 4.1 Análises de variância univariadas

Embora não expressem toda a informação dos dados, as análises de variância univariadas permitem tirar conclusões muito importantes acerca da massa de dados analisada.

A Tabela 6 mostra um resumo das análises de variância univariadas para os dez atributos julgados, mostrando a significância de cada fonte de variação. Nela pode-se observar que, excetuando-se a aparência, a interação entre as tecnologias e os tempos de maturação foi significativa em todos os casos.

Isso significa que há diferença entre as tecnologias, mas essa diferença não é constante ao longo dos tempos considerados, ou seja, para responder à pergunta: *qual tecnologia é melhor?*, é preciso dizer em que tempo deseja-se saber. O mesmo acontece para o tempo, que depende da tecnologia para ser ordenado.

Desdobrando-se as interações significativas e fazendo os testes de médias (Teste Tukey a 5%) e regressões pertinentes, têm-se as conclusões:

#### a) Aparência

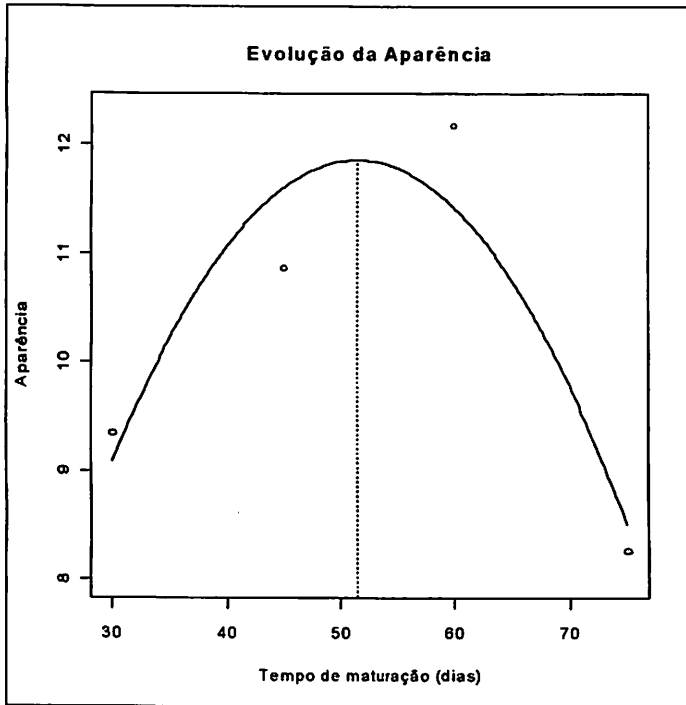
- A interação tecnologia vs tempo foi não significativa.
- Dentre as tecnologias, a 1 apresentou a melhor aparência.
- Houve diferenças entre os tempos. A aparência foi mais bem descrita ao longo do tempo pelo modelo apresentado na Figura 13, para ambas as tecnologias. A aparência máxima ocorreu dia 51, com uma a 11,86.

**TABELA 6** Quadro resumo das análises de variância mostrando os quadrados médios das fontes de variação

Fontes de variação**	Apar	Mofa	Textura	Odor	Aroma	Sabor	GS	GAc	GA	SR
Prov	0,198	0,224	0,083	0,131	0,0581	0,243	0,046	0,263	0,058	0,046
Tec	41,057*	68,679*	53,234*	14,589*	6,189*	19,199*	2,129*	0,515*	0,333*	0,071
Tp	53,108*	66,424*	10,736*	35,217*	7,549*	48,883*	53,867*	1,178*	3,556*	29,110*
Tec x Tp	0,209	2,690*	3,171*	1,487*	2,851*	2,153*	1,081*	1,519*	4,882*	5,743*

\* p-valor inferior a 0,05.

\*\* Prov: provadores (blocos); Tec: tecnologias; Tp: tempos; Apar: aparência; GS: gosto salgado; GAc: gosto ácido; GA: gosto amargo; SR: sabor residual.



**FIGURA 13** Evolução da Aparência ao longo do tempo de maturação do queijo gorgonzola de ambas as tecnologias

O máximo dessa curva se aproxima das médias encontradas por Paciulli (1996) e Sbampato (1996) no estudo de queijos gorgonzola elaborados com leite pasteurizado por ejetor de vapor ou sistema HTST, aos 65 dias de maturação, para aspecto exterior: 12,9 e 13,9 (também em uma escala não estruturada de 15 cm). Considerando que a coloração também faz parte da aparência, pode-se citar os mesmos autores que encontraram as notas médias 13,68 e 13,78 para esse atributo.

## b) Quantidade de mofo

- Houve diferença significativa entre as tecnologias em todos os tempos estudados. Em todos eles, a tecnologia 1 apresentou maior quantidade de mofo.

- Houve diferenças significativas entre os tempos em cada tecnologia estudada. A Figura 14 ilustra o modelo mais adequado para cada uma delas. Na tecnologia 1 (Fig. 10a), a quantidade máxima estimada de mofo ocorreu no dia 70; já na tecnologia 2 (Fig. 10b), o máximo não ocorreu antes do fim do período de estudo (75 dias).

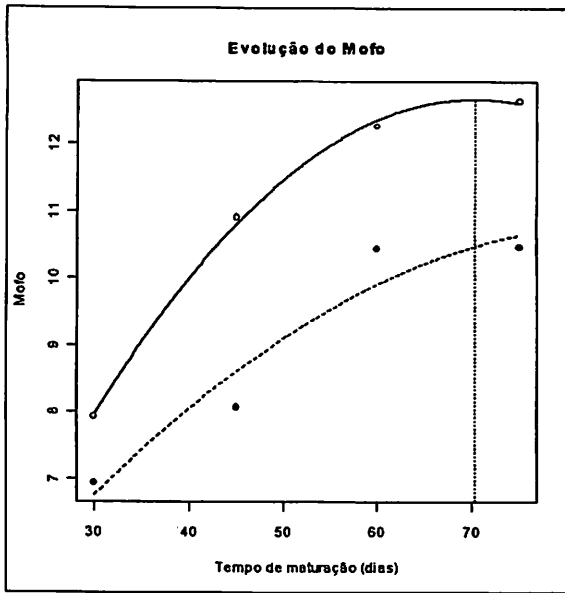
O mofo azul (*Penicillium glaucum* ou *Penicillium roqueforti*) é responsável pelas veias azuis e produção de enzimas proteolíticas e lipolíticas características do queijo gorgonzola (Furtado, 1991). De acordo com Paciulli (1996), o crescimento vegetativo do mofo se dá nas 3 a 7 semanas de maturação e possui efeito marcante na qualidade do queijo. Uma atividade mais pronunciada do mofo pode representar uma obtenção mais rápida das características desejáveis de textura, sabor, aroma e *flavor*.

## c) Textura

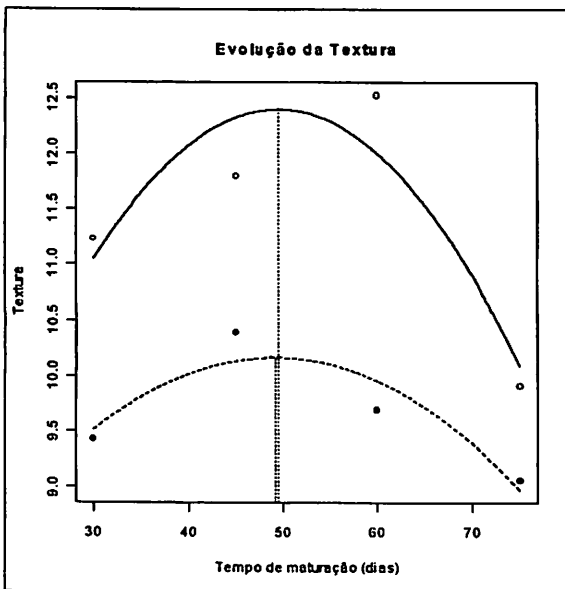
- Houve diferença significativa entre as tecnologias em todos os tempos estudados. Em todos eles, a tecnologia 1 apresentou as maiores notas para textura.

- Houve diferenças significativas entre os tempos em cada tecnologia estudada. A Figura 15 ilustra o modelo mais adequado para cada uma delas. A nota máxima estimada para a textura (12,4) ocorreu por volta do dia 49, em ambas as tecnologias.

Paciulli (1996) e Sbampato (1996) encontraram notas para textura na faixa de 13,05 a 13,53, aos 65 dias, o que se aproxima das notas 12,5 e 9,7 encontradas aos 60 dias, para as tecnologias 1 e 2, respectivamente.



**FIGURA 14** Evolução da quantidade de mofo nas tecnologias 1 (—) e 2 (---)



**FIGURA 15** Evolução da textura nas tecnologias 1 (—) e 2 (---)

#### **d) Odor característico**

- Houve diferença significativa entre as tecnologias em todos os tempos estudados. Em todos eles, a tecnologia 1 apresentou maior nota para odor característico.

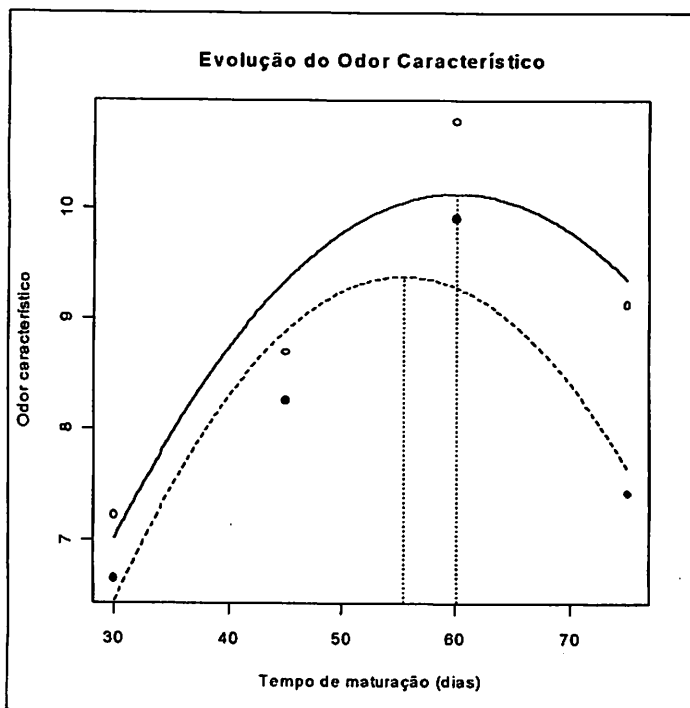
- Houve diferenças significativas entre os tempos em cada tecnologia estudada. A Figura 16 ilustra o modelo mais adequado para cada uma delas. Na tecnologia 1 (Fig. 15a), o odor característico máximo estimado ocorreu no dia 60; já na tecnologia 2 (Fig. 12b), ocorreu dia 55. Note-se que, apesar da tecnologia 2 apresentar o ponto máximo mais cedo que a tecnologia 1, o valor máximo atingido foi menor (9,38 vs 10,13).

De acordo com Magalhães (2002) e Sbampato (1996), os ácidos graxos de cadeia curta, por serem voláteis, estão entre os mais importantes grupos de compostos constituintes do *flavor* de produtos lácteos, principalmente queijos. A gordura do leite é caracterizada pela presença de grandes quantidades desses ácidos graxos de cadeia curta que são liberados pela ação lipolítica de enzimas produzidas pelo mofo. Por isso, espera-se estar associado ao maior desenvolvimento do fungo um odor característico mais pronunciado.

#### **e) Aroma**

- As tecnologias se diferenciam apenas nos dois primeiros tempos considerados (30 e 45 dias). Em ambos, a tecnologia 1 apresentou as maiores notas para esse atributo.

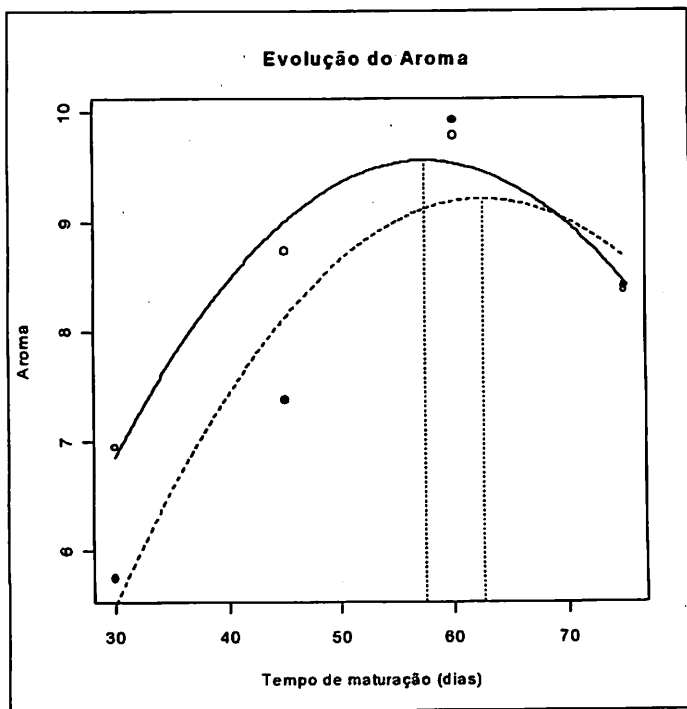




**FIGURA 16** Evolução do odor característico nas tecnologias 1 (—) e 2 (---)

• Houve diferenças significativas entre os tempos em cada tecnologia estudada. A Figura 17 ilustra o modelo mais adequado para cada uma delas. Na tecnologia 1 (Fig. 16a), o aroma máximo estimado ocorreu no dia 57; já na tecnologia 2 (Fig. 16b), ocorreu no dia 62.

Como o *flavor* é a percepção integrada das sensações de aroma e sabor (Abreu, 1993), espera-se uma correlação positiva entre o desenvolvimento do *flavor* e do aroma, o que acontece por volta dos 60 dias de maturação (Furtado, 1991).

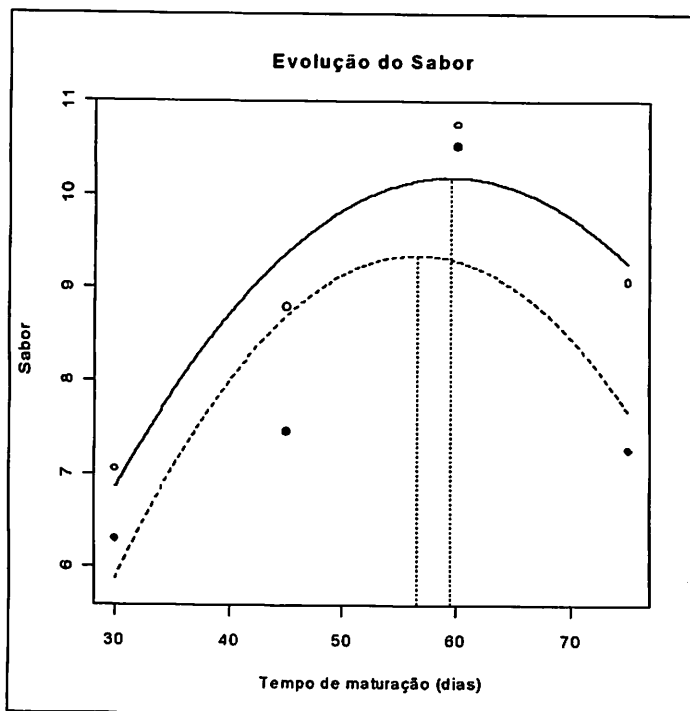


**FIGURA 17** Evolução do aroma nas tecnologias 1 (—) e 2 (---)

### f) Sabor

- As tecnologias se diferenciaram apenas nos tempos 1, 2 e 4 (30, 45 e 75 dias, respectivamente). Em todos, a tecnologia 1 apresentou as maiores notas para esse atributo.

- Houve diferenças significativas entre os tempos em cada tecnologia estudada. A Figura 18 ilustra o modelo mais adequado para cada uma delas. Na tecnologia 1, o sabor máximo estimado ocorreu no dia 59; já na tecnologia 2, ocorreu no dia 56. Note que, apesar do sabor máximo acontecer antes na tecnologia 2, seu valor máximo foi menor que o da tecnologia 1 (9,35 vs 10,18).



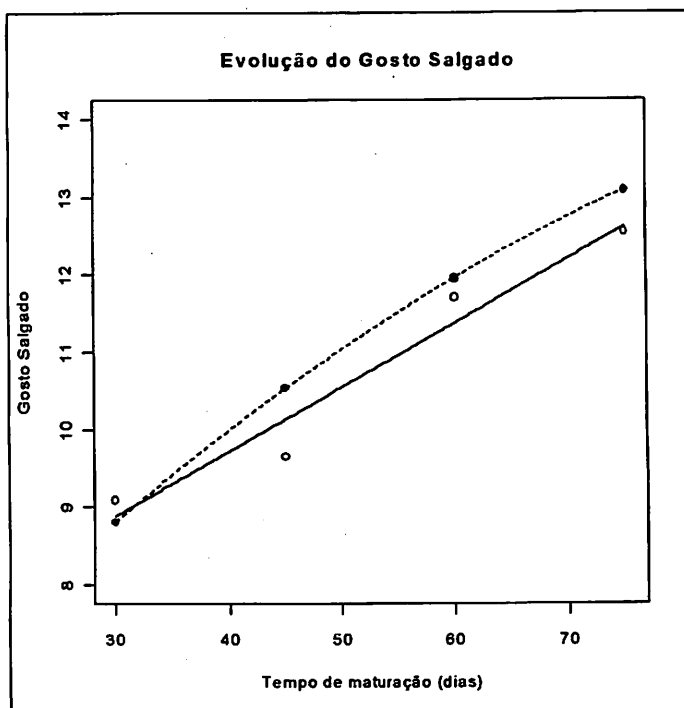
**FIGURA 18** Evolução do sabor nas tecnologias 1 (—) e 2 (---)

Sbampato (1996) e Paciulli (1996) encontraram notas para sabor na faixa de 13,3 a 13,43, aos 65 dias de maturação, um pouco acima dos máximos estimados no presente trabalho.

#### **g) Gosto salgado**

- As tecnologias se diferenciaram apenas nos tempos 2 e 4 (45 e 75 dias, respectivamente). Em ambos, a tecnologia 2 apresentou maior sabor salgado.

- Houve diferenças significativas entre os tempos em cada tecnologia estudada. A Figura 19 ilustra o modelo mais adequado para cada uma delas. Em ambos os casos, foi clara a tendência de aumento do teor relativo de sal ao longo da maturação, devido à queda na umidade (Magalhães, 2002).



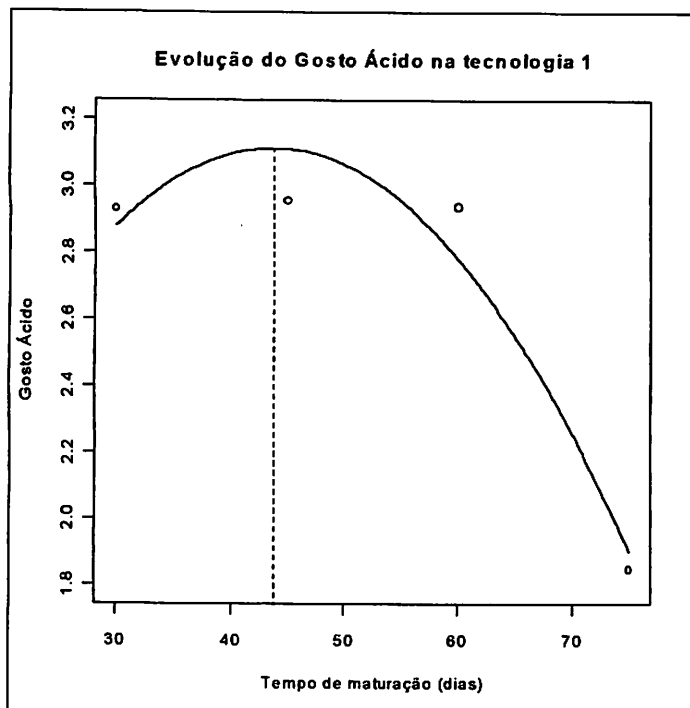
**FIGURA 19** Evolução do gosto salgado nas tecnologias 1 (—) e 2 (---)

Furtado (1991) afirma que, quanto mais salgado o queijo, mais longo o seu tempo de maturação. Aqui, a tecnologia 2 apresentou um gosto salgado mais pronunciado que a tecnologia 1, o que pode ter contribuído para sua tendência de apresentar uma maturação mais lenta (Figura 19).

#### **h) Gosto ácido**

- Houve diferença significativa entre as tecnologias em todos os tempos estudados. Nos três primeiros tempos (30, 45 e 60 dias), a tecnologia 1 apresentou maior nota para gosto ácido; porém, esta foi superada pela tecnologia 2 no tempo 4 (75 dias).

• Não houve diferença significativa dentre os tempos na tecnologia 2, ou seja, os queijos fabricados com essa tecnologia apresentaram um gosto ácido constante ao longo do período de maturação. Já na tecnologia 1, observa-se que o gosto ácido teve seu valor máximo aos 44 dias, tendendo a diminuir até o final do período analisado (Figura 20).



**FIGURA 20** Evolução do gosto ácido na tecnologia 1

O ligeiro aumento do gosto ácido no início da maturação se deve à produção de ácido láctico por microrganismos do fermento láctico. Em seguida à destruição do ácido láctico, a formação de subprodutos não-ácidos, ácidos não dissociados ou de fraca dissociação e a liberação de produtos alcalinos

resultantes de proteólise, promovem a redução dessa sensação (Magalhães, 2002).

Magalhães (2002) observou ainda uma tendência de diminuição da acidez e aumento do pH ao longo do período de maturação do gorgonzola. Esse resultado concorda com o comportamento sugerido para o gosto ácido na Figura 20.

#### **i) Gosto amargo**

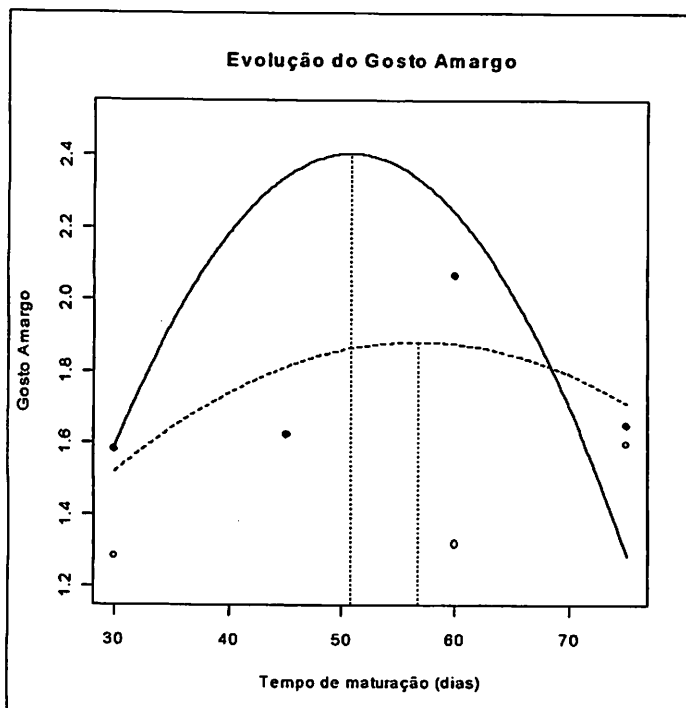
- Houve diferenças significativas entre as tecnologias quanto ao gosto amargo apenas nos tempos 1, 2 e 3 (30, 45 e 60 dias, respectivamente). Aos 30 dias, a tecnologia 2 teve mais gosto amargo, aos 45 dias, ela foi superada pela tecnologia 1 e aos 60 dias, a tecnologia 2 voltou a ter mais sabor amargo.

- A Figura 21 mostra o comportamento das duas tecnologias ao longo do tempo, já que houve diferenças significativas entre os tempos em ambas as tecnologias.

O gosto amargo em queijos é atribuído principalmente a peptídeos (geralmente insolúveis ou apolares) de baixo peso molecular vindos da hidrólise da caseína (Magalhães, 2002). A liberação desses peptídeos provavelmente se deveu à grande produção de enzimas proteolíticas pelo mofo, que se apresentou mais ativo na tecnologia 1. Por isso, a tecnologia 1 obteve maiores notas para gosto amargo.

#### **j) Sabor residual**

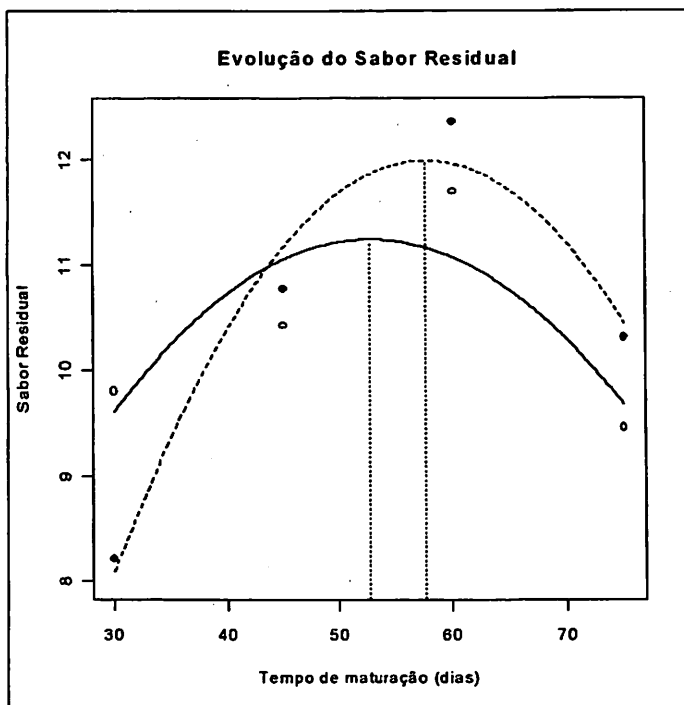
- É interessante notar que, de forma geral, não houve diferenças entre as tecnologias. Porém, houve diferenças entre os tempos e entre as interações tecnologia vs tempo.



**FIGURA 21** Evolução do gosto amargo nas tecnologias 1 (—) e 2 (----)

- Dentro de todos os tempos estudados, houve diferença entre as tecnologias. Apenas aos 30 dias a tecnologia 1 obteve maiores notas para sabor residual. Nos demais tempos, a tecnologia 2 assumiu esse papel.

- A Figura 22 ressalta que houve diferença dentre os tempos em ambas as tecnologias. O sabor residual da tecnologia 1 teve seu máximo (11,24) aos 53 dias e a tecnologia 2 teve seu máximo (12) no dia 58.



**FIGURA 22** Evolução do sabor residual nas tecnologias 1 (—) e 2 (----)

Os resultados se opõem ao esperado, já que um leite com maior teor de gordura dará origem a um queijo com mais ácidos graxos ao longo da maturação, o que originará mais metilcetonas, importantes para a formação do sabor residual (Magalhães, 2002). Porém, pode-se suspeitar que a ação lipolítica desencadeada por enzimas do mofo ocorreu primeiro nos queijos da tecnologia 1 e, por isso, essa tecnologia apresentou maiores valores de sabor residual no início da maturação. Contudo, é interessante notar que, mesmo o teor de gordura mais baixo (tecnologia 2), foi suficiente para gerar ótimos níveis de sabor residual.



#### 4.2 Análise de variância multivariada

A análise de variância multivariada teve por objetivo investigar a significância conjunta para a diferença entre médias de tratamentos.

A tabela 7 traz um resumo da análise de variância multivariada do modelo linear (34) para os dados reais desse exemplo.

**TABELA 7** Resumo da MANOVA: p-valores para provador, tempo, tecnologia e tempo x tecnologia de acordo com critérios de Wilk, Lawley-Hotelling e Pillai.

FV	Wilk	Lawley-Hotelling	Pillai
Provador	0,240 ns	0,087 ns	0,4205 ns
Tempo	0,000***	0,000***	0,000***
Tecnologia	0,000***	0,000***	0,000***
Tempo x Tecnologia	0,000***	0,000***	0,000***

De acordo com a Tabela 7, pode-se notar que, além de haver diferenças conjuntas significativas entre as tecnologias e tempos estudados, a interação conjunto entre esses fatores também foi significativa. Como o objetivo dessa análise foi apenas confirmar a suspeita de significância conjunta, não se desdobraram as interações, procedimento já adotado nas ANAVAs univariadas.

#### 4.3 Análise Generalizada de Procrustes

Para a realização dessa análise, a massa de dados reais foi colocada em um array (hipermatriz)  $8 \times 10 \times 9$  (8 produtos (2 tecnologias x 4 tempos), 10 atributos (dimensões) e 9 provedores) que foi submetido à função `procGPA` do pacote `shapes` do software R, gerando uma saída conforme descrito na Tabela 3. Dessa saída foram usadas apenas as matrizes rotacionadas de cada provedor

$(X_i, i = 1, \dots, 9)$ , a estimativa da matriz de consenso ( $Y$ ) e os escalares rho ( $\rho_i$ ).

A partir daí foram calculadas as projeções das matrizes dos provadores ( $\rho_i X_i H$ ) e da matriz de consenso ( $YH$ ) nos eixos principais obtidos pela análise de autovalores e autovetores à esquerda de  $Y'Y$ , satisfazendo a equação  $(Y'Y)H = HM$ , como descrito no passo 9 do algoritmo.

Em seguida, foi calculada a matriz de R correlações das variáveis com cada um dos eixos principais, de acordo com (34), extraída de Ferreira (1996).

$$\rho_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ik} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}} \quad (34)$$

$$i = 1, \dots, 10; k = 1, \dots, 10$$

em que  $\rho_{Y_i, X_k}$  é a correlação do i-ésimo eixo principal com a k-ésima variável;  $e_{ik}$  é a k-ésima posição do i-ésimo autovetor de  $Y'Y$ ;  $\lambda_i$  é o i-ésimo autovalor de  $Y'Y$ ; e  $\sigma_{kk}$  é a variância da k-ésima variável, estimada pelo k-ésimo elemento da diagonal de  $Y'Y$ .

Da matriz R de correlações, em que as linhas representam os eixos principais e as colunas, as variáveis, as duas primeiras dimensões podem ser vistas em (35).

Os eixos principais são combinações lineares das variáveis (atributos) analisadas. A contribuição de cada variável nessa combinação linear é dada por sua correlação estimada  $\rho_{Y_i, X_k}$ .

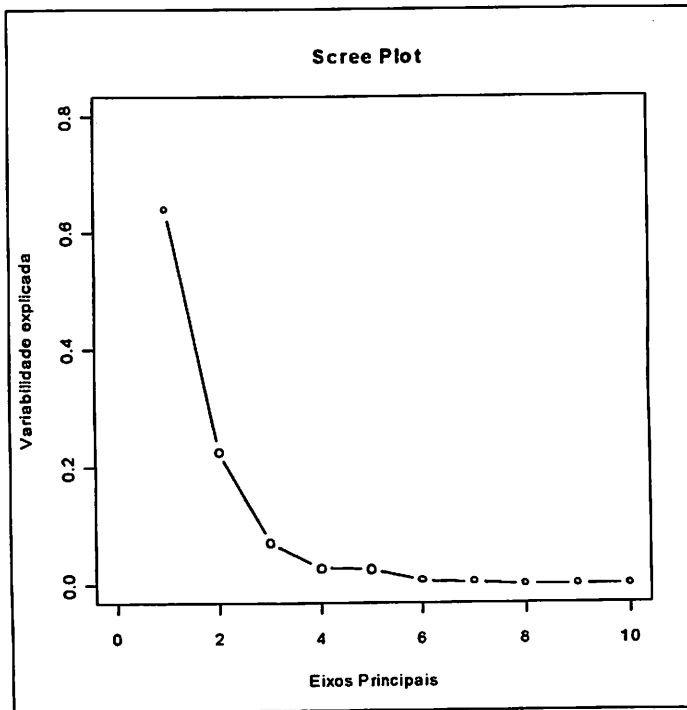
$$R = \begin{pmatrix} -0,7166 & -0,8525 & -0,4741 & -0,9471 & -0,9586 & -0,9652 & -0,5973 & -0,0032 & -0,2738 & -0,7767 & 0,6930 & -0,3680 & 0,7146 & 0,1113 & -0,1014 & 0,0903 & -0,7615 & 0,6686 & 0,2339 & 0,2045 \\ -0,0332 & 0,3606 & 0,3747 & -0,0255 & -0,1652 & -0,0855 & -0,1815 & -0,0791 & 0,0835 & -0,5428 & -0,0047 & 0,0772 & -0,0650 & -0,2235 & 0,1791 & -0,1148 & -0,0751 & 0,3342 & 0,8153 & 0,1332 \\ -0,0570 & -0,0031 & 0,3429 & -0,1140 & 0,0670 & -0,1773 & 0,1537 & 0,4873 & -0,3785 & 0,1679 & 0,0173 & 0,0014 & -0,0416 & -0,1344 & 0,0717 & 0,0907 & -0,0197 & 0,3051 & -0,1928 & -0,0760 \\ -0,0406 & -0,0427 & 0,0249 & 0,0945 & 0,0436 & 0,0091 & 0,0286 & 0,3232 & 0,1352 & -0,0928 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{pmatrix}$$

(35)

A porcentagem da variação explicada por cada um dos eixos principais (Figura 23) foi então calculada a partir de (36), extraída de Ferreira (1996).

$$\%VarExp(Y_k) = \frac{\lambda_k}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \times 100 \quad (36)$$

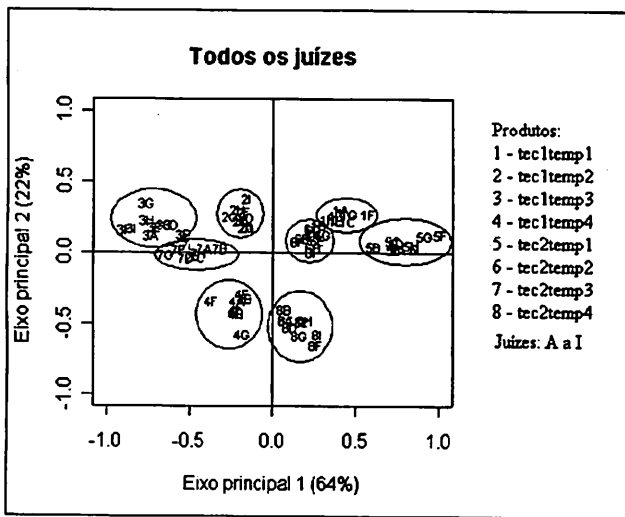
em que  $\%VarExp(Y_k)$  é a porcentagem da variância explicada pelo k-ésimo eixo principal;  $\lambda_k$  é o k-ésimo, dos p autovalores de  $Y'Y$  e  $\lambda_i$  é cada um dos p autovalores de  $Y'Y$ .



**FIGURA 23** Porcentagem da variação explicada por cada um dos eixos principais

Pela Figura 23 constata-se que os dois principais eixos explicam mais de 86% da variação dos dados. Por isso, considerou-se suficiente representar os produtos apenas nos dois primeiros eixos principais.

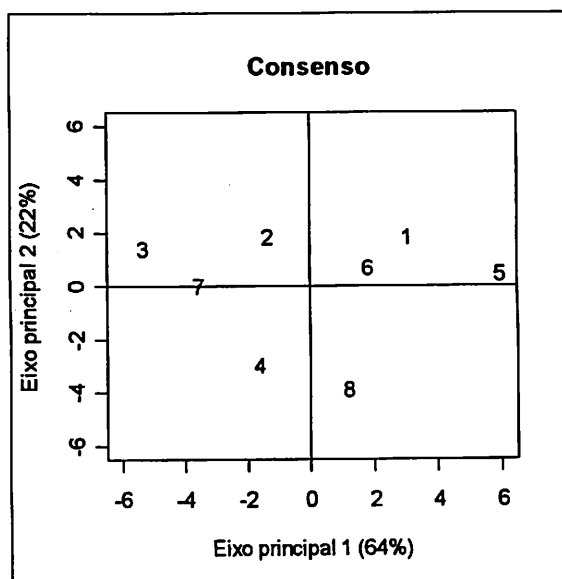
Portanto, as configurações finais de todos os juizes foram plotadas, em um mesmo plano, na Figura 24, onde se percebem as concordâncias entre juizes, sobre um mesmo produto.



**FIGURA 24** Configurações de produto para cada juiz. Os números (1 a 8) representam as combinações tecnologia/tempo e as letras (A a I) representam os nove juizes

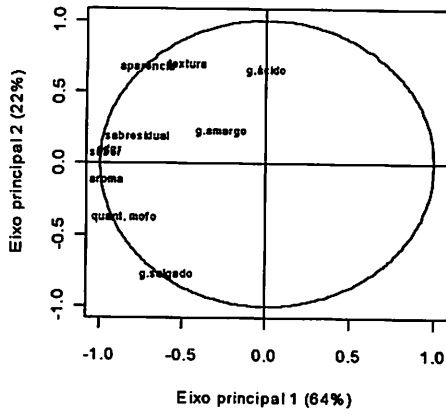
Como representação dos centróides das configurações de cada produto, a Figura 25 mostra as localizações de consenso entre os provedores, ou seja, a localização que os provedores concordam que os produtos ocupam nos novos eixos.

No consenso, pode-se observar que os queijos fabricados com a tecnologia 1 (queijos 1, 2, 3 e 4) apresentam um comportamento semelhante ao dos queijos fabricados pela tecnologia 2 (queijos 5, 6, 7 e 8). Eles partem do primeiro quadrante, passam pelo segundo e terceiro em direção ao quarto quadrante do plano cartesiano. Nesse caso, a evolução sensorial pode ser entendida como um percurso, em sentido anti-horário, no plano cartesiano, mais bem visualizado na Figura 26.

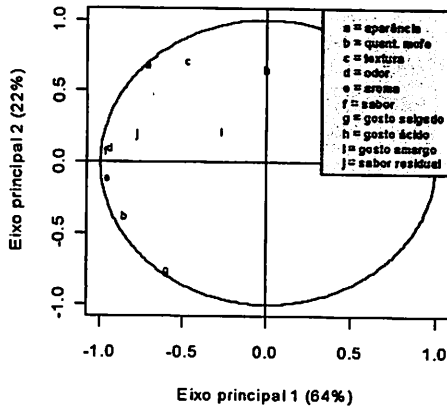


**FIGURA 25** Configuração de consenso entre os provadores sobre os oito produtos analisados

Apesar de descreverem trajetórias semelhantes ao longo da maturação as duas tecnologias podem ser diferenciadas por meio do conhecimento do significado dos novos eixos (Círculo de Correlação), que é uma função da correlação entre eles e as variáveis iniciais do problema (Figura 27). Novamente, a Figura 27 (a) traz uma forma de representação comum na literatura



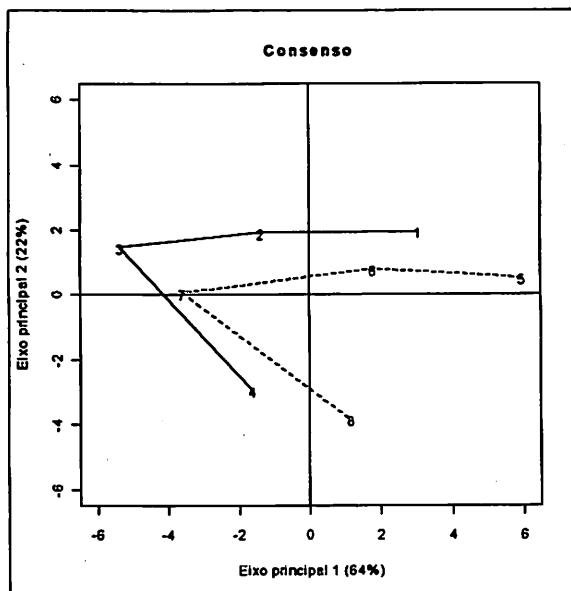
(a)



(b)

**FIGURA 27** Círculo de correlação entre as variáveis e os novos eixos. (a) representação usual; (b) representação proposta

(Dijksterhuis, 1994; Parolari, 1994; Narain et al., 2004) e 23 (b) traz uma proposta de representação mais clara.



**FIGURA 26** Evolução sensorial dos queijos gorgonzola fabricados com a tecnologia 1 (—) e tecnologia 2 (---), ao longo do tempo

De acordo com Paciulli (1996), a aparência do queijo gorgonzola não deve ser melada, manchada, excessiva ou arenosa ou mofada em excesso. A coloração interna deve ser amarelo-palha ou amarelada. A cor deve ser homogênea, não sendo admitida a presença de manchas, coloração excessivamente clara ou muito escura. O aroma não deve ser forte, amoniacal, desagradável. A textura deve apresentar-se com olhaduras mecânicas bem distribuídas. A consistência deve ser macia e untuosa. A massa deve apresentar-se ligeiramente quebradiça. Não deve ser seca, flexível, colante, compacta, arenosa ou excessivamente quebradiça. O sabor deve ser picante e apurado. Não



é desejável um sabor insípido, salgado, ácido, amargo, rançoso, muito amoniacal, oxidado, gosto de terra, pútrido, cozido.

Com base nessa descrição conclui-se que, de acordo com a Figura 27, a maioria dos atributos sensoriais desejados, como aparência, mofo, odor, aroma etc., encontram-se no segundo e terceiro quadrantes. Isso quer dizer que aqueles produtos, nas Figuras 25 e 26, situados mais à esquerda do gráfico apresentam maiores notas desses atributos.

No primeiro quadrante, que representa notas baixas de quase todos os atributos sensoriais, se situam os queijos ainda pouco curados, como a tecnologia 1 aos 30 dias e a tecnologia 2 aos 30 e 45 dias.

No quarto quadrante, que representa o declínio dos perfis sensoriais, situam-se os queijos com período avançado de maturação, além dos 60 dias indicados por Magalhães (2002). Neste quadrante está o quarto tempo da tecnologia 2. Percebe-se daí que a tecnologia 1, mesmo aos 75 dias de maturação, ainda apresenta melhor perfil sensorial que a tecnologia 2.

Em todos os tempos de maturação analisados, os queijos da tecnologia 1 se mantiveram à frente daqueles produzidos com a tecnologia 2. A tecnologia 1 produz queijos que partem de notas sensoriais mais altas e, mesmo após a data indicada para consumo, se matem aceitáveis.

## 5 CONCLUSÕES

### 5.1 Conclusões do exemplo real

a) A Análise Generalizada de Procrustes permite enxergar que a tecnologia com maior teor de gordura no leite (tecnologia 1) produziu queijos com um perfil sensorial superior ao perfil sensorial da tecnologia 2 (menor teor de gordura) ao longo de toda a maturação.

b) Ainda pela GPA pode-se ver que a tecnologia com maior teor de gordura propiciou a obtenção do perfil sensorial desejado antes dos sessenta dias de maturação, o que permite que o queijo fabricado com essa tecnologia possa ser vendido um pouco antes, aumentando a rotatividade de mercadoria da empresa fabricante.

c) Essa mesma tecnologia apresentou um decréscimo mais lento de seu perfil sensorial, ou seja, se manteve agradável ao gosto dos consumidores por mais tempo. Portanto, do ponto de vista sensorial, poderia ter um prazo de validade maior que um queijo fabricado pela tecnologia 2.

d) Ao contrário da tendência do mercado de alimentos, que tende a dar preferência a alimentos com menor teor de gordura, os consumidores parecem preferir queijos gorgonzola com maior teor de gordura.

e) As análises de variância univariadas foram importantes para a detecção das diferenças entre fatores para cada variável e desdobramento das interações de interesse; a análise de variância multivariada propiciou a confirmação da significância conjunta dos fatores e das interações e a Análise Generalizada de Procrustes permitiu uma comparação visual clara do perfil sensorial, como um todo, das duas tecnologias ao longo do período de maturação estudado, bem como de suas diferenças relativas.



## 5.2 Conclusões gerais

a) É possível a utilização de um software livre e gratuito, o software estatístico R, para a realização da GPA aplicada em um contexto sensorial com poucas operações adicionais. Além disso, todos os recursos gráficos exigidos pela análise sensorial foram suportados pelo R.

b) A GPA permite a análise de dados vindos de uma análise sensorial chamada perfil de livre escolha (FCP) (Williams, 1984) que, por sua vez, permite a utilização de provadores não treinados, o que diminui o tempo e o custo do processo laboratorial.

c) Contudo, mesmo nos casos em que os provadores são recrutados, selecionados e treinados, e avaliam produtos sob um vocabulário fixo, a GPA cumpre satisfatoriamente seu objetivo de análise.

d) Os fatores isotrópicos de escala ( $\rho_i$ ) gerados pela função procGPA do R não tem interpretação direta para a análise sensorial de alimentos. Como essa interpretação é fundamental, aconselha-se que seja implementada uma rotina específica para a GPA sensorial, no software R ou outro software livre.

e) Fica evidente a carência de mecanismos eficientes de inferência complementares à GPA para que ela, por si só, seja instrumento pleno de análise de semelhanças. Por isso, ela pode ser utilizada conjuntamente com as análises de variância uni e multivariadas.

f) A GPA, sendo tão usada no exterior e trazendo uma contribuição tão valiosa para os experimentos em Engenharia de Alimentos, deveria ser divulgada e estudada de forma mais ampla pelos pesquisadores brasileiros.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, L. R. Ácidos graxos de cadeia ramificada como precursores de “*flavor*” em leite e produtos lácteos. *Revista do Instituto de Laticínios Cândido Tostes, Juiz de Fora*, v. 48, n. 288, p. 9-13, out./nov. 1993.
- AGUIAR, R. L. **Produção e caracterização de massa de pizza pré-assada e congelada.** 1995. 88 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.
- AKCA, M. D. **Generalized Procrustes Analysis and its applications in Photogrammetry.** Zuerich: Swiss Federal Institute of Technology, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH-Hoenggerberg, 2003. 23 p. Disponível em: <[http://e-collection.ethbib.ethz.ch/ecol-pool/bericht/bericht\\_363.pdf](http://e-collection.ethbib.ethz.ch/ecol-pool/bericht/bericht_363.pdf)>. Acesso em: 28 out. 2004.
- AQUINO, A. A. **Aproveitamento do tegumento da semente do cacau em racao para coelhos em crescimento.** 1992. 59 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.
- ARNOLD, G. M.; WILLIAMS, A. A. The use of generalized Procrustes analysis in sensory analysis. In: PIGGOT, J. R. (Ed.). **Statistical Procedures in food Research.** Amsterdam: North Holland, 1985.
- BAXTER, I. A.; JACK, F. R.; SCHRÖDER, M. J. A. The use of Repertory Grid Method to elicit perceptual data from primary school children. *Food Quality and Preference, Oxford*, v. 9, n. 1, p. 73-80, Jan. 1998.
- BAXTER, I. A.; SCHRÖDER, M. J. A.; BOWER, J. A. The influence of socio-economic background on perceptions of vegetables among Scottish primary school children. *Food Quality and Preference, Oxford*, v. 10, n. 3, p. 261-272, 1999.
- BENASSI, M. T.; DAMÁSIO, M. H.; CECCHI, H. M. Avaliação sensorial de vinhos Riesling Itálico nacionais utilizando perfil de livre escolha. *Ciência e Tecnologia de Alimentos, Campinas*, v. 18, n. 3, p. 265-270, ago./out. 1998.
- CARDOSO, R. L. **Estabilidade de geléia de jambo-vermelho (*Eugenia malaccensis, Lin*) em copo de vidro.** 1994. 157 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Campinas, Campinas.

CHAGAS, S. J. R. **Caracterização química e qualitativa de café de alguns municípios de três regiões produtoras de Minas Gerais**. 1994. 83 p. Dissertação (Mestrado) – Escola Superior de Agricultura de Lavras, Lavras, MG.

CHAVES, J. B. P. **Análise sensorial – histórico e desenvolvimento**. Viçosa: Editora UFV, 1998. 31 p. (Cadernos Didáticos, n. 32).

CHAVES, J. B. P. **Comparação de métodos estatísticos de análise dos resultados de avaliação sensorial de alimentos**. 1979. 115 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

CHAVES, J. B. P.; SPROESSER, R. L. **Práticas de laboratório de análise sensorial de alimentos e bebidas**. Viçosa: Ed da UFV. 81p. 1996.

CHUNG, S.; HEYMANN, H.; GRÜN, I. U. Application of GPA and PLSR in correlating sensory and chemical data sets. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 14, n. 5/6, p. 485-495, July/Sept. 2003.

COBUCCI, R. M. A. **Utilização de *Lactobacillus casei* na elaboração de queijo saint-paulin com baixo teor de gordura**. 1995. 69 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

DAHL, T.; NAES, T. Outlier and group detection in sensory panels using hierarchical cluster analysis with the Procrustes distance. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 15, n. 3, p. 195-208, Apr. 2003.

DAIROU, V.; SIEFFERMANN, J.; PRIEZ, A.; DANZART, M. **Sensory evaluation of car brake systems – The use of Flash Profile as a preliminary study before a convention profile**. Disponível em: <[http://www.perception-sensorielle.com/Congress2003/Dairou\\_SAE.pdf](http://www.perception-sensorielle.com/Congress2003/Dairou_SAE.pdf)>. Acesso em: 2 ago. 2004.

De JONG, S.; HEIDEMA, J.; VAR DER KNAAP, H. C. M. Generalized Procrustes Analysis of coffee brands tested by five European sensory panels. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 9, n. 3, p. 111-114, May 1998.

DELAHUNTY, C. M.; MCCORD, A.; O'NEILL, E. E.; MORRISSEY, P. A. Sensory characterization of cooked hams by untrained consumers using Free-Choice Profiling. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 8, n. 5/6, p. 381-388, Sept./Nov. 1997.

DELARUE, J.; SIEFFERMANN, J. Sensory mapping using Flash profile. Comparison with a conventional descriptive method for the evaluation of the flavour of fruit dairy products. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 15, n. 4, p. 383-392, June 2003.

DERKS, E. P. P. A.; WESTERHUIS, J. A.; SMILDE, A. K.; KING, B. M. An introduction to Multi-block Component Analysis by means of a *flavor* language case study. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 14, n. 5/6, p. 497-506, July/Sept. 2003.

DIJKSTERHUIS, G. B. Procrustes analysis in studying sensory-instrumental relations. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 5, n. 2, p. 115-120, May 1994.

DIJKSTERHUIS, G. B.; FRØST, M. B.; BYRNE, D. V. Selection of a subset of variables: minimisation of Procrustes loss between a subset and the full set. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 13, n. 1, p. 89-97, 2002.

DIJKSTERHUIS, G. B.; GOWER, J. C. The interpretation of Generalized Procrustes Analysis and allied methods. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 3, n. 1, p. 67-87, 1992.

DRYDEN, I. *The shapes Package*. 2003. 20 p. Disponível em: <<http://cran.r-project.org/doc/packages/shapes.pdf>>. Acesso em: 04 jan. 200.

FERREIRA, D. F. *Análise multivariada*. Lavras: UFLA, 1996. 400 p. Disponível em: <<http://www.dex.ufla.br/danielff/dex522.pdf>>. Acesso em: 03 jan. 2004.

FERREIRA, D. F. Análises estatísticas por meio do Sisvar para Windows versão 4. 0. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 45., 2000, São Carlos. *Programas e resumos...* São Carlos, SP: UFSCar, 2000. p. 255-258.

FILLION, L.; KILCAST, D. Consumer perception of crispness and crunchiness in fruits and vegetables. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 13, n. 1, p. 23-29, Jan. 2002.

FURTADO, M. M. *A arte e a ciência do queijo*. São Paulo: Globo, 1991. 297 p.

FURTADO, M. M. **Influência do tratamento da farinha de soja integral pré-cozida para a produção de queijos.** 1988. 98 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

FURTADO, M. M.; LOURENÇO NETO, J. P. M. **Tecnologia de queijos: manual técnico para a produção de queijos.** São Paulo: Dipemar, 1994. 188 p.

GONÇALVES, E. B. **Garantia de qualidade em avaliações sensoriais: seleção de provadores para parâmetros textura e gosto.** 1992. 227 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GOWER, J. C. **Generalized Procrustes Analysis.** *Psychometrika*, Williamsburg, v. 40, n. 1, p. 33-51, 1975.

GROSE EDUCATIONAL MEDIA. **Greek Mythology. Procrustes.** Disponível em: <<http://www.entrenet.com/~groedmed/greekm/mythproc.html>>. Acesso em: 23 nov. 2004.

GUERRERO, L.; ROMERO, A.; TOUS, J. **Importance of Generalized Procrustes Analysis in sensory characterization of virgin olive oil.** *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 12, p. 515-520, 2001.

HUNTER, E. A.; McEWAN, J. A. **Evaluation of an international ring trial for sensory profiling of hard cheese.** *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 9, n. 5, p. 343-354, Sept. 1998.

JAEGER, S. R.; WAKELING, I. N.; MACFIE, H. J. H. **Behavioural extensions to preference mapping: the role of synthesis.** *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 11, n. 4, p. 349-359, July 2000.

JORGE, N. **Curvas de secagem de cogumelo (*Agaricus bisporus*) e avaliação sensorial do produto após diferentes períodos de armazenagem.** 1989. 80 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

KINSELLA, J.; HWANG, D. H. **Enzymes of *Penicillium roqueforti* involved in the biosynthesis of cheese flavor.** *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, Cleveland, v. 8, n. 2, p. 191-227, Nov. 1976.

KRZANOWSKI, W. J. **A comparison of some distance measures applicable to multinomial data, using a rotational fit technique.** *Biometrics*, Washington, v. 27, n. 4, p. 1062-1068, 1971.

KUNERT, J.; QANNARI, E. M. A simple alternative to Generalized Procrustes Analysis. Application to sensory profiling data. Disponível em: <http://citeseer.nj.nec.com/294411.html>>. Acesso em: 25 nov. 2003.

LACHNIT, M.; BUSCH-STOCKFISCH, M.; KUNERT, J.; KRAHL, T. Suitability of Free Choice Profiling for assessment of orange-based carbonated soft-drinks. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 14, n. 4, p. 257-263, June 2003.

MAGALHÃES, F. A. R. Estudo sobre a evolução de parâmetros físico-químicos e sensoriais durante a maturação do queijo tipo gorgonzola. 2002. 88 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de

MAGALHÃES, F. A. R. Métodos descritivos e avaliação sensorial de doce de leite pastoso. 1996. 83 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

MALVINO MADRID, R. M. Efeito da salinidade da água de mar e da alimentação na composição de solutos musculares e de algumas propriedades sensoriais do camarão de água doce, *Macrobrachium rosenbergii* (De Man, 1879) (*Crustacea Palaemonidae*). 1994. 191 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MANUAL dos Deuses Greco-romanos. Disponível em: <<http://members.fortunecity.com/dionisio4/Manualdeuses.htm>>. Acesso em: 17 fev. 2004.

MARTIN, N.; MOLIMARD, P.; SPINNLER, H. E.; SCHLICH, P. Comparison of odour sensory profiles performed by two independent trained panels following the same descriptive analysis procedures. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 11, n. 6, p. 487-495, Nov. 2000.

McEWAN, J. A. Review of statistical software for sensory evaluation. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 1, p. 179-181, 1989.

MEYNERS, M. Methods to analyse sensory profiling data – a comparison. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 14, n. 5/6, p. 507-514, July/Sept. 2003.

MIRONOV, A.; PEVZNER, P.; GELFAND, M. Procrustes: Gene Recognition via Spliced Alignment. <<http://www-hto.usc.edu/software/procrustes/index.html#salign>>. Acesso em: 29 fev. 2004.



MORAES, D. A. **A Morfometria geométrica e a “Revolução na Morfometria”**: localizando e visualizando mudanças na forma dos organismos. Disponível em: <<http://www.bioetim.hpg.ig.com.br/III-3/Artigos/moraes.htm>>. Acesso em: 17 fev. 2004.

MORAES, M. A. C. **Métodos para avaliação sensorial dos alimentos**. 6. ed. experimental. Campinas: Editora da UNICAMP, 1988. 93 p.

MUCCI, A.; HOUGH, G. Perceptions of genetically modified foods by consumers in Argentina. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 15, n. 1, p. 43-51, Jan. 2004.

NARAIN, C.; PATERSON, A.; REID, E. Free choice and conventional profiling of commercial black filter coffees to explore consumer perceptions of character. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 15, n. 1, p. 31-41, Jan. 2004.

NORONHA, J. F. **Apontamentos de análise sensorial. análise sensorial – Metodologia**. Coimbra: ESAC. 2003. 74 p. Disponível em: <[http://pwp.netcabo.pt/0331491102/A\\_S/Apontamentos%5Csebenta\\_v\\_1\\_0.pdf](http://pwp.netcabo.pt/0331491102/A_S/Apontamentos%5Csebenta_v_1_0.pdf)> Acesso em: 04 ago. 2004.

PASTOR, M. V.; COSTELL, E.; IZQUIERDO, L.; DURAN, L. Sensory profile of peach nectars: evaluation of attributes and assessors by generalized procrustes analysis. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 7, p. 347, 1996.

PERON, L. Statistical analysis of sensory profiling data: data reduction and Generalized Procrustes analysis. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 11, n. 2, p. 155-157, 2000.

PACIULLI, S. O. D. **Proteólise em queijo tipo gorgonzola, elaborado com leite pasteurizado pelos sistemas HTST e ejetor de vapor**. 1996. 76 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

PAROLARI, G. Taste quality of italian raw ham in a free-choice profile study. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 5, n. 2, p. 129-133, 1994

QANNARI, E. M.; MACFIE, H. J. H.; COURCOUX, P. Performance indices and isotropic scaling factor in sensory profiling. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 10, n. 1, p. 17-21, Jan. 1999.

R Development Core Team (2004). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 2004.

RANGARAJAN, A.; CHUI, H.; BOOKSTEIN, F. L. **The softassign matching algorithm**. Disponível em: <<http://citeseer.nj.nec.com/rangarajan97softassign.html>>. Acesso em: 18 dez. 2003.

RODRIGUE, N.; GUILLET, M.; FORTIN, J.; MARTIN, J. Comparing information obtained from ranking and descriptive tests of four sweet corn products. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 11, n. 1, p. 47-54, Jan. 2000.

RODRIGUES, L. A.; SANTOS, V. F. **Morfometria geométrica – aplicações em paleobiologia de Dinossauros**. Disponível em: <[http://www.mnhn.ul.pt/dinos/public\\_html/Luis\\_A\\_Rodrigues/ABstractCONGGEO.htm](http://www.mnhn.ul.pt/dinos/public_html/Luis_A_Rodrigues/ABstractCONGGEO.htm)>. Acesso em: 17 fev. 2004.

RUSSELL, C. G. Understanding middle-aged consumers' perceptions of meat using repertory grid methodology. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 15, n. 4, p. 317-329, June 2004.

RUSSELL, C. G.; COX, D. N. A computerised adaptation of the repertory grid methodology as a useful tool to elicit older consumers' perception of foods. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 14, n. 8, p. 681-691, Dec. 2003.

SBAMPATO, C. G. **Propriedades lipolíticas e sensoriais do queijo tipo gorgonzola elaborado com leite pasteurizado pelos sistemas HTST e ejetor de vapor**. 1996. 69 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

SCHOENEMANN, P. H. A generalizad solution of the Orthogonal Procrustes Problem. **Psychometrika**, Williamsburg, v. 31, n. 1, p. 1-10, 1966.

SCHÖNEMANN, P. H.; CARROLL, R. M. Fitting one matrix to another under choice of a central dilation and a rigid motion. **Psychometrika**, Willimsburg, v. 35, n. 3, p. 245-256, 1970.

SINESIO, F.; MONETA E. Sensory evaluation of walnut fruit. **Food Quality and Preference**, Oxford, v. 8, n. 1, p. 35-43, Jan. 1997.

- SMALL, C. G.** *The statistical theory of shape*. Canada: University of Waterloo, 1996. 227 p. (Springer series in statistics).
- STEEL, R. G. D.; TORRIE, J. H.** *Principles and procedures of statistics: a biometrical approach*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1980. 633 p.
- STONE, H.; SIDEL, J.; OLIVER, S.; WOOSLEY, A.; SINGLETON, R. C.** Sensory evaluation by quantitative descriptive analysis. *Food Technology*, Chicago, v. 28, n. 11, p. 24-34, 1974.
- TEIXEIRA, E.; MEINERT, E. M.; BARBETTA, P. A.** *Análise sensorial de alimentos*. Florianópolis: Ed da UFSC, 1987. 180 p.
- TESEU, REI DE ATENAS.** Disponível em:  
<<http://geocities.yahoo.com.br/oportaldehermes/teseu.htm>>. Acesso em: 17 fev. 2004.
- THIELMANN, C.** *Avaliação das características da qualidade e prazo de validade de leite tipo 'A'*. 1995. 127 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- VALLE, J. L. E.** *Influência da coagulação nas características do queijo tipo maturado: momento do corte*. 1983. 44 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.
- VELLOSO, C. R. V.** *Ocorrência de brucelas no leite e seu comportamento durante o processamento e cura de queijos Minas padronizado e mussarela*. 1985. 124 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.
- WILKINSON, C.; SCHIPPER, M.; LEGUIJT, T.** Weighted analysis for missing values in Generalized Procrustes analysis. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 11, n. 1, p. 85-90, Jan. 2000.
- WILLIAMS, A. A.; LANGRON, S. P.** The use of free choice profiling for the evaluation of commercial ports. *Journal of Science and Food Agriculture*, London, v. 35, n. 5, p. 558-568, May 1984.
- WU, W.; GUO, Q.; DE JONG, S.; MASSART, D. L.** Randomisation test for the number of dimensions of the group average space in Generalized Procrustes Analysis. *Food Quality and Preference*, Oxford, v. 13, n. 3, p. 191-200, Apr.

## 7 APÊNDICE: ROTINAS NO R

```
#Visão Geométrica:
#Antes da OPA:
a<-c(2,2.5,3,2.5,5.5,4,1,1.7)
b<-c(1.7,3.2,6,6.5,8,8.6,2,0.5)
a<-matrix(a,4,2)
b<-matrix(b,4,2)
c<-rbind(a,b)
xa<-c(a[,1],a[1,1])
ya<-c(a[,2],a[1,2])
xb<-c(b[,1],b[1,1])
yb<-c(b[,2],b[1,2])
plot(c,pch=19,main="Antes da OPA",xlab="",ylab="")
lines(xa,ya)
lines(xb,yb,lty=2)
#Centróides sobrepostos:
ac<-matrix(0,4,2)
for(i in 1:2){ac[,i]<-a[,i]-apply(a,2,mean)[i]}
bc<-matrix(0,4,2)
for(i in 1:2){bc[,i]<-b[,i]-apply(b,2,mean)[i]}
cc<-rbind(ac,bc)
plot(cc,pch=19,main="Centróides sobrepostos na origem",xlab="",ylab="")
abline(v=0,h=0)
xac<-c(ac[,1],ac[1,1])
yac<-c(ac[,2],ac[1,2])
xbc<-c(bc[,1],bc[1,1])
ybc<-c(bc[,2],bc[1,2])
lines(xac,yac)
lines(xbc,ybc,lty=2)
#X2 se ajusta a X1:
BpA<-procOPA(a,b)
Ax<-c(BpA$Ahat[,1],BpA$Ahat[1,1])
Ay<-c(BpA$Ahat[,2],BpA$Ahat[1,2])
By<-c(BpA$Bhat[,1],BpA$Bhat[1,1])
Bx<-c(BpA$Bhat[,1],BpA$Bhat[1,1])
By<-c(BpA$Bhat[,2],BpA$Bhat[1,2])
plot(BpA$Ahat,pch=19,main="X2 se ajusta a X1",xlim=c(-
0.6,0.5),xlab="",ylab="")
points(BpA$Bhat,pch=19)
abline(v=0,h=0)
lines(Ax,Ay)
lines(Bx,By,lty=2)
#X1 se ajusta a X2:
```

```

ApB<-procOPA(b,a)
Ax1<-c(ApB$Ahat[,1], ApB$Ahat[1,1])
Ay1<-c(ApB$Ahat[,2], ApB$Ahat[1,2])
By1<-c(ApB$Bhat[,1], ApB$Bhat[1,1])
Bx1<-c(ApB$Bhat[,1], ApB$Bhat[1,1])
By1<-c(ApB$Bhat[,2], ApB$Bhat[1,2])
plot(ApB$Ahat,pch=19,main="X1 se ajusta a X2",xlim=c(-
3,3),xlab="",ylab="")
points(ApB$Bhat,pch=19)
abline(v=0,h=0)
lines(Ax1,Ay1,lty=2)
lines(Bx1,By1)
#Clusters e seus centróides
a<-c(2,2.8,2,3,4.6,4.3,6,6.5)
b<-c(1.8,2.8,2.1,3.2,3.7,3.5,6.5,6)
c<-c(2.3,3,2.3,2.8,4,3.5,6.2,6.1)
d<-c(2.4,3,2.5,2.9,4.3,4.1,5.9,6.2)
a<-matrix(a,4,2)
b<-matrix(b,4,2)
c<-matrix(c,4,2)
d<-matrix(d,4,2)
e<-rbind(a,b,c,d)
tex<-c("P1(1)", "P1(2)", "P1(3)", "P1(4)", "P2(1)", "P2(2)", "P2(3)", "P2(4)",
"P3(1)", "P3(2)", "P3(3)", "P3(4)", "P4(1)", "P4(2)", "P4(3)", "P4(4)", "G1", "G2",
"G3", "G4", "G")
plot(e[,1],e[,2], "n",main="Clusters e
centróides",xlab="",ylab="",xlim=c(1.7,3.3))
for(j in 1:4)for(i in 1:4){text(e[(j+(4*(i-1))),1],e[(j+(4*(i-1))),2],tex[(i+(j-
1)*4)],cex=0.8)}
ce<-matrix(0,5,2)
for(i in 1:4){ce[i,1]<- sum(e[i,1], e[(i+4),1], e[(i+8),1], e[(i+12),1])/4}
for(i in 1:4){ce[i,2]<- sum(e[i,2], e[(i+4),2], e[(i+8),2], e[(i+12),2])/4}
ce[5,]<-apply(e,2,mean)
for(i in 1:5){text(ce[i,1],ce[i,2],tex[(i+16)],cex=0.8)}
# Apontar para o diretório que contém o arquivo que será lido
# Carregar o pacote Shapes.
n=8
p=10
m=9
a<-read.table("gpaporprovidor.txt",h=F)
a<-as.matrix(a)
b<-array(0,c(8,10,9))
for (i in 0:8){b[:,i+1]<-a[(i*8+1):((i+1)*8),]}
c<-procGPA(b,reflect=T)
y<-c$mshape
yly<-t(y)%*%y

```

```

d<-eigen(yly)
H<-d$eigenvectors
av<-d$values
av<-abs(av)
ro<-c$rho
yH<-y%*%H
ju<-array(0,c(8,10,9))
for (i in 1:m) {ju[,i]<-ro[i]*c$rotated[,i]%*%H}
#Consenso
plot(yH[,1], yH[,2], main="Consenso", xlim=c(-6,6), ylim=c(-6,6), xlab= "Eixo
principal 1 (64%)", ylab= "Eixo principal 2 (22%)", "n")
pch<-as.list(c("1", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8"))
for(i in 1:8) {
  pc <- pch[[i]]
  points(yH[i,1], yH[i,2], pch = pc)  }
abline(h=0,v=0)
#Consenso trajetória:
xc1<-c(yH[1,1],yH[2,1],yH[3,1],yH[4,1])
yc1<-c(yH[1,2],yH[2,2],yH[3,2],yH[4,2])
lines(xc1,yc1)
xc2<-c(yH[5,1],yH[6,1],yH[7,1],yH[8,1])
yc2<-c(yH[5,2],yH[6,2],yH[7,2],yH[8,2])
lines(xc2,yc2,lty=2)
# Todos os juizes:
pc<-matrix(0,9,8)
pc[1,]<-c("1A", "2A", "3A", "4A", "5A", "6A", "7A", "8A")
pc[2,]<-c("1B", "2B", "3B", "4B", "5B", "6B", "7B", "8B")
pc[3,]<-c("1C", "2C", "3C", "4C", "5C", "6C", "7C", "8C")
pc[4,]<-c("1D", "2D", "3D", "4D", "5D", "6D", "7D", "8D")
pc[5,]<-c("1E", "2E", "3E", "4E", "5E", "6E", "7E", "8E")
pc[6,]<-c("1F", "2F", "3F", "4F", "5F", "6F", "7F", "8F")
pc[7,]<-c("1G", "2G", "3G", "4G", "5G", "6G", "7G", "8G")
pc[8,]<-c("1H", "2H", "3H", "4H", "5H", "6H", "7H", "8H")
pc[9,]<-c("1I", "2I", "3I", "4I", "5I", "6I", "7I", "8I")
plot(ju[,1,], ju[,2,], "n", main= "Todos os juizes", xlab= "Eixo principal 1
(64%)", ylab= "Eixo principal 2 (22%)", xlim=c(-1,1), ylim=c(-1,1))
for(i in 1:9) for (j in 1:8){
  text(ju[j,1,i], ju[j,2,i],pc[i,j],cex=0.7)}
abline(h=0,v=0)
# Matriz de Correlação
cor<-matrix(0,10,10)
sd<-sqrt(diag(yly))
for(i in 1:10){cor[i,i]<-H[i,i]*sqrt(av[i])/sd[i]} #Encher a diagonal
for(i in 1:9)for(j in (i+1):10){cor[i,j]<-H[j,i]*sqrt(av[i])/sd[j]} #Encher o
triangulo superior

```

```

for(i in 2:10)for(j in 1:(i-1)){cor[i,j]<-H[j,i]*sqrt(av[i])/sd[j]} #Encher o
triangulo inferior
cor
#Singnificado dos Eixos
corl<-matrix(0,10,2)
for(i in 1:2){corl[,i]<-cor[i,]}
plot(corl[,1], corl[,2], xlab= "Eixo principal 1 (64%)", ylab= "Eixo principal 2
(22%)",main= "Circulo de Correlação", xlim=c(-1,1), ylim=c(-1,1),"n")
atrib<- c("aparência", "quant. mofo", "textura", "odor", "aroma", "sabor",
"g.salgado", "g.ácido", "g.amargo", "sabresidual")
atrib<-c("a", "b", "c", "d", "e", "f", "g", "h", "i", "j",)
for(i in 1:10) {text( corl[i,1], corl[i,2], atrib[i], cex=0.7)}
abline(h=0,v=0)
f<-seq(0,1,by=0.01)
e<-sqrt(1-f^2)
points(f,e,type="l")
points(f,-e,type="l")
points(-f,-e,type="l")
points(-f,e,type="l")
legend(1.08, 1.08, legend = c("a = aparência", "b = quant. mofo", "c = textura",
"d = odor", "e = aroma", "f = sabor", "g = gosto salgado", "h = gosto ácido", "i = gosto
amargo", "j = sabor residual"), xjust = 1, yjust = 1, bg="lightgray", cex = 0.7)
#% da variação explicada pelo k-ésimo eixo principal
ep<-matrix(0,1,10)
for (i in 1:10){ep[i]<-av[i]/sum(av)}
ep
#Scree plot:
xsp<-c(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)
ysp<-ep
plot(xsp,ysp,type="b",ylab="Variabilidade explicada",xlab="Eixos
Principais",main="Scree Plot",xlim=c(0,10),ylim=c(0,.8))
#Manova
dados<-read.table("qda.txt",h=T)
attach(dados)
dados<-as.matrix(dados)
y<-dados[,4:13]
p<-factor(p)
tec<-factor(tec)
t1<-t
t2<-t1^2
t3<-t1^3
t<-factor(t)
manava<-manova(y~p+t*tec)
summary(manava)
#Univariadas
#Aparência

```

```

x<-seq(30,75,by=.1)
y<-(-0.006041)*x^2+(0.621361)*x+(-4.115694)
plot(x,y,type="l",main="Evolução da
Aparência",ylab="Aparência",xlab="Tempo de maturação (dias)",ylim=c(8,12.3))
xm<-c(51.43,51.43)
ym<-c(0,11.86)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(9.340000,10.855556,12.173333,8.251667)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
#Quantidade de mofo
y1<-(-0.002884)*x^2+(0.406030)*x+(-1.621)
plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Mofo",ylab="Mofo",xlab="Tempo de
maturação (dias)",ylim=c(6.9,12.7))
xm<-c(70.39, 70.39)
ym<-c(0,12.67)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(7.928889,10.916667,12.252222,12.644444)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
y2<-(-0.001227)*x^2+(0.215252)*x+(1.409000)
points(x,y2,type="l",lty=2)
yo<-c(6.941111,8.073333,10.443333,10.471111)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo,pch=19)
#Textura
y1<-(-0.003548)*x^2+(0.351133)*x+(3.707444)
plot(x,y1,type="l", main="Evolução da Textura",ylab="Textura",xlab="Tempo
de maturação (dias)",ylim=c(9,12.5))
xm<-c(49.48, 49.48)
ym<-c(0,12.4)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(11.224444,11.794444,12.531111,9.907778)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
y2<-(-0.001774)*x^2+(0.174256)*x+(5.885056)
points(x,y2,type="l",lty=2)
xm<-c(49.11, 49.11)
ym<-c(0,10.16)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(9.430000,10.392222,9.695556,9.061111)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo,pch=19)
#Odor
y1<-(-0.00344)*x^2+(0.413267)*x+(-2.284)
plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Odor Característico",ylab="Odor

```



```

característico", xlab="Tempo de maturação (dias)",ylim=c(6.6,10.8))
  xm<-c(60.07, 60.07)
  ym<-c(0,10.13)
  lines(xm,ym,lty=3)
  yo<-c(7.235556,8.696667,10.781111,9.146667)
  xo<-c(30,45,60,75)
  points(xo,yo)
  y2<-(-0.004544)*x^2+(0.503589)*x+(-4.569944)
  points(x,y2,type="l",lty=2)
  xm<-c(55.41, 55.41)
  ym<-c(0,9.38)
  lines(xm,ym,lty=3)
  yo<-c(6.656667,8.262222,9.912222,7.427778)
  xo<-c(30,45,60,75)
  points(xo,yo,pch=19)
#Aroma
  x<-seq(30,75,by=.1)
  y1<-(-0.003594)*x^2+(0.412856)*x+(-2.296167)
  plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Aroma",ylab="Aroma", xlab="Tempo
de maturação (dias)",ylim=c(5.7,9.95))
  xm<-c(57.44, 57.44)
  ym<-c(0,9.56)
  lines(xm,ym,lty=3)
  yo<-c(6.941111,8.746667,9.795556,8.366667)
  xo<-c(30,45,60,75)
  points(xo,yo)
  y2<-(-0.003491)*x^2+(0.437111)*x+(-4.467222)
  points(x,y2,type="l",lty=2)
  xm<-c(62.61, 62.61)
  ym<-c(0,9.22)
  lines(xm,ym,lty=3)
  yo<-c(5.751111,7.391111,9.932222,8.430000)
  xo<-c(30,45,60,75)
  points(xo,yo,pch=19)
#Sabor
  x<-seq(30,75,by=.1)
  y1<-(-0.00382)*x^2+(0.454793)*x+(-3.354667)
  plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Sabor",ylab="Sabor", xlab="Tempo de
maturação (dias)",ylim=c(5.8,10.8))
  xm<-c(59.53, 59.53)
  ym<-c(0,10.18)
  lines(xm,ym,lty=3)
  yo<-c( 7.042222,8.803333,10.754444,9.077778)
  xo<-c(30,45,60,75)
  points(xo,yo)
  y2<-(-0.004923)*x^2+(0.55683)*x+(-6.391889)

```

```

points(x,y2,type="l",lty=2)
xm<-c(56.55, 56.55)
ym<-c(0,9.35)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(6.293333,7.461111,10.527778,7.264444)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo,pch=19)
#Gosto Salgado
x<-seq(30,75,by=.1)
y1<-(-0.082815)*x+(6.403889)
plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Gosto Salgado",ylab="Gosto Salgado",
xlab="Tempo de maturação (dias)",ylim=c(8,14))
yo<-c(9.094444,9.652222,11.711111,12.548889)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
y2<-(-0.000644)*x^2+(0.162541)*x+(4.519667)
points(x,y2,type="l",lty=2)
yo<-c(8.815556,10.530000,11.951111,13.085556)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo,pch=19)
#Gosto ácido
x<-seq(30,75,by=.1)
y<-(-0.001241)*x^2+(0.108581)*x+(0.737389)
plot(x,y,type="l",main="Evolução do Gosto Ácido na tecnologia
l",ylab="Gosto Ácido", xlab="Tempo de maturação (dias)",ylim=c(1.8,3.2))
xm<-c(43.75, 43.75)
ym<-c(0,3.11)
lines(xm,ym,lty=2)
yo<-c(2.930000,2.955556,2.941111,1.850000)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
#Gosto Amargo
x<-seq(30,75,by=.1)
y1<-(-0.001898)*x^2+(0.192596)*x+(-2.481167)
plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Gosto Amargo",ylab="Gosto Amargo",
xlab="Tempo de maturação (dias)",ylim=c(1.2,2.5))
xm<-c(50.74, 50.74)
ym<-c(0,2.40)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(1.282222,3.263333,1.323333,1.596667)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
y2<-(-0.000510)*x^2+(0.057856)*x+(0.241611)
points(x,y2,type="l",lty=2)
xm<-c(56.72, 56.72)
ym<-c(0,1.88)

```

```

lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(1.581111,1.624444,2.065556,1.650000)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo,pch=19)
#Sabor residual
x<-seq(30,75,by=.1)
y1<-(-0.003159)*x^2+(0.333211)*x+(2.4585)
plot(x,y1,type="l",main="Evolução do Sabor Residual",ylab="Sabor Residual",
xlab="Tempo de maturação (dias)",ylim=c(8,12.4))
xm<-c(52.74, 52.74)
ym<-c(0,11.24)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(9.818889,10.433333,11.700000,9.471111)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo)
y2<-(-0.005100)*x^2+(0.588189)*x+(-4.970056)
points(x,y2,type="l",lty=2)
xm<-c(57.67, 57.67)
ym<-c(0,11.99)
lines(xm,ym,lty=3)
yo<-c(8.216667,10.777778,12.354444,10.325556)
xo<-c(30,45,60,75)
points(xo,yo,pch=19)

```