



PEDRO HENRIQUE DE ARAUJO BRAZ

**DESENVOLVIMENTO DE UM SENSOR
VIRTUAL PARA A VELOCIDADE
LONGITUDINAL DE UM VEÍCULO**

LAVRAS – MG

2018

PEDRO HENRIQUE DE ARAUJO BRAZ

**DESENVOLVIMENTO DE UM SENSOR VIRTUAL PARA A
VELOCIDADE LONGITUDINAL DE UM VEÍCULO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas, área de concentração em Engenharia de Sistemas e Automação, para obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Bruno Henrique Groenner Barbosa

Orientador

Prof. Dr. Danilo Alves de Lima

Coorientador

LAVRAS – MG

2018

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da
Biblioteca Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a)
autor(a).**

Braz, Pedro Henrique de Araujo.

Desenvolvimento de um sensor virtual para a velocidade longitudinal de um veículo / Pedro Henrique de Araujo Braz. – 2018.

136 p. : il.

Orientador(a): Bruno Henrique Groenner Barbosa.

Coorientador(a): Danilo Alves de Lima.

Dissertação (mestrado acadêmico) – Universidade Federal de Lavras, 2018.

Bibliografia.

1. Veículos inteligentes. 2. Sensores virtuais. 3. Modelos NARX. I. Barbosa, Bruno Henrique Groenner. II. Lima, Danilo Alves de. III. Título.

PEDRO HENRIQUE DE ARAUJO BRAZ

**DESENVOLVIMENTO DE UM SENSOR VIRTUAL PARA A
VELOCIDADE LONGITUDINAL DE UM VEÍCULO
DEVELOPMENT OF A VIRTUAL SENSOR FOR THE LONGITUDINAL
SPEED OF A VEHICLE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas, área de concentração em Engenharia de Sistemas e Automação, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 19 de fevereiro de 2018.

Dr. Bruno Henrique Groenner Barbosa	UFLA
Dr. Giovani Bernardes Vitor	UNIFEI
Dr. Belisário Nina Huallpa	UFLA
Dr. Danilo Alves de Lima	UFLA
Dr. Leonardo Silveira Paiva	UFLA

Prof. Dr. Bruno Henrique Groenner Barbosa
Orientador

Prof. Dr. Danilo Alves de Lima
Co-Orientador

**LAVRAS – MG
2018**

*Primeiramente a Deus, que me guiou e sempre esteve a frente dos meus passos.
A Gesalin, meu pai; à Edilma, minha mãe; à Suélen, minha irmã; que sempre
estiveram ao meu lado nesta caminhada, me apoiando e passando seus
ensinamentos.
Dedico.*

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Lavras e ao seu Departamento de Engenharia pela oportunidade de concluir este mestrado com um corpo docente qualificado.

Aos meus amigos que me ajudaram durante esta pesquisa, especialmente ao Geraldo Luciano de Carvalho Neto e ao doutor Dimitri Campos Viana por suas valiosas contribuições.

Aos doutores Bruno Henrique Groenner Barbosa e Danilo Alves de Lima, pela orientação, paciência, amizade, dedicação e incentivo, que foram fundamentais para a conclusão desta pesquisa e meu crescimento pessoal.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pela concessão da bolsa de estudos para o desenvolvimento deste trabalho.

À todos que de maneira direta ou indireta contribuíram para a realização desta pesquisa, o meu sincero, muito obrigado!

RESUMO

O aumento mundial da circulação de veículos acarretou problemas com tráfego, poluição ambiental e com a segurança, os quais motivaram pesquisas no desenvolvimento de veículos melhores para o seu usuário e para o meio o qual trafega. Uma das formas encontradas para contornar os problemas citados, foi a utilização sistemas de controle eletromecânicos, tais como sistemas avançados de assistência ao condutor (ADAS - do inglês *Advanced Driver Assistance Systems*) e sistemas de controle ativo de estabilidade (ASC - do inglês *Active Stability Control*). Esses sistemas auxiliaram o desenvolvimento de veículos inteligentes, pois necessitam ter acesso as grandezas do ambiente e da dinâmica do veículo por meio de sensores confiáveis. Porém, os sensores físicos são suscetíveis a problemas, tais como: erros de medição, disponibilidade, confiabilidade, atrasos de medição e custo elevado. Uma alternativa, sem altos custos econômicos, para contornar esses problemas é o uso de *soft sensors* ou sensores virtuais. Este trabalho descreve o processo de identificação de um sensor virtual, capaz de estimar a velocidade longitudinal de um veículo inteligente por meio de sensores físicos de baixo custo, como por exemplo, o acelerômetro de um *smartphone*. Para isso, foi realizada uma coleta de dados referentes ao comportamento dinâmico do veículo, por meio de um dispositivo OBD-II (do inglês *On-Board Diagnostic*) e um *smartphone*. Na coleta de dados, a inclinação da via e a massa do veículo foram variadas entre os ensaios, de maneira a obter dados das diversas situações em que um veículo normalmente trafega. A partir dos dados coletados, modelos auto-regressivos não-lineares com entradas exógenas (NARX - do inglês *Non-linear AutoRegressive with eXogenous inputs*) polinomiais com parâmetros obtidos pelo estimador de mínimos quadrados (LS - do inglês *Least Squares*) e regressores escolhidos por meio da taxa de redução de erro (ERR - do inglês *Erro Reduction Ratio*) foram identificados. Por fim, a obtenção de modelos robustos às variações de inclinação da via e massa do veículo foram implementados e analisados. Esses modelos são ditos robustos por descreverem a velocidade longitudinal do veículo durante os intervalos dessas variações. Avalia-se que os resultados obtidos foram satisfatórios quanto a robustez às variações de massa do veículo, mas ainda precisam ser melhor identificados para obtenção de robustez em relação à inclinação da via. Este problema pode ser contornado a partir de uma proposta apresentada que emprega uma combinação de modelos a ser desenvolvida em trabalhos futuros.

Palavras-chave: Veículos inteligentes. Sensores virtuais. Modelos NARX.

ABSTRACT

The worldwide increase in vehicle circulation has led to problems with traffic, environmental pollution and safety, which motivated researchs into the development of better vehicles for the user and the surroundings. One of the ways to overcome these problems was to use electromechanical control systems, such as Advanced Driver Assistance Systems (ADAS) and Active Stability Control (ASC) systems. These systems have assisted the development of intelligent vehicles, considering that they need access to the magnitudes of the environment and the dynamics of the vehicle by means of reliable sensors; physical sensors, however, are susceptible to problems, such as: measurement errors, availability, reliability, measurement delays and high cost. An alternative without high economic costs, to overcome these problems, is the operation of soft sensors or virtual sensors. This work describes the process of identifying a virtual sensor, which is capable of estimating the longitudinal velocity of an intelligent vehicle by means of low cost physical sensors, such as the accelerometer of a smartphone. Data collection was performed regarding the dynamic behavior of the vehicle, using an OBD-II (On-Board Diagnostic) device and a smartphone. In data collection the vehicle's inclination and mass were varied between the essays, in order to obtain information of the numerous situations in which a vehicle normally travels. From the collected statistics, polynomial NARX (Non-linear AutoRegressive with eXogenous inputs) models, with parameters obtained by least squares (LS) estimator and regressors chosen using the error reduction rate (ERR), were identified. Finally the attainment of robust models to the track's inclination variations and mass of the vehicle were implemented and analyzed. These models are said to be robust because they describe the longitudinal velocity of the vehicle during the intervals of these variations. The obtained results were satisfactory as to the robustness of the mass variations of the vehicle, although better identification is needed in order to achieve consistency regarding the slope of the road. This problem can be circumvented by a project that applies a combination of models to be developed in future works.

Keywords: Intelligent vehicles. Virtual sensors. NARX models.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Metodologia para o desenvolvimento de um sensor virtual. . .	36
Figura 2.2 – Algoritmo do filtro de Kalman.	38
Figura 2.3 – Estrutura de observadores para a estimativa de variáveis da dinâmica veicular.	42
Figura 2.4 – Sistema de coordenadas de um pneu.	44
Figura 2.5 – Curva característica de Pacejka.	45
Figura 2.6 – Forças longitudinais atuantes no veículo.	47
Figura 2.7 – Parâmetros e forças exercidas ao pneu.	49
Figura 2.8 – Parâmetros e forças atuantes no veículo.	50
Figura 3.1 – Interação e dados coletados entre carro, OBD-II e <i>smartphone</i> . . .	57
Figura 3.2 – Conector para o barramento CAN do veículo.	58
Figura 3.3 – Sistema de eixos do <i>smartphone</i> projetados no veículo.	58
Figura 3.4 – Trajetória realizada pelo veículo durante a coleta de dados. . .	59
Figura 3.5 – Posição do acelerador ao longo do tempo para os ensaios De- grau e MRS.	61
Figura 3.6 – Congelamento dos dados de acelerômetro e orientação nos en- saios MRS com uma pessoa.	63
Figura 3.7 – Correlação cruzada a velocidade com os dados de RPM e ace- lerômetro no eixo y.	64
Figura 3.8 – Métodos aplicados à pesquisa.	65
Figura 3.9 – Diagrama de Bode do filtro passa-baixa.	66
Figura 3.10 – Matrizes do filtro de Kalman.	67
Figura 3.11 – Auto correlação da velocidade após aplicação do filtro de Kal- man.	67
Figura 3.12 – Velocidade após a decimação.	68
Figura 4.1 – Dados do acelerômetro em y antes e após o filtro passa-baixa. . .	73
Figura 4.2 – Dados de orientação em x antes e após o filtro passa-baixa. . .	74

Figura 4.3 – Velocidade longitudinal estimada pelo filtro de Kalman. . . .	74
Figura 4.4 – Correlação cruzada entre os dados de posição do acelerador e RPM.	76
Figura 4.5 – Entradas e saída dos modelos.	77
Figura 4.6 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM para os ensaios de validação de uma pessoa na via declinada (entrada Degrau e MRS).	78
Figura 4.7 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM para os ensaios de validação de três pessoas na via inclinada (entrada Degrau e MRS).	79
Figura 4.8 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM para os ensaios de validação de cinco pessoas na via plana (entrada Degrau e MRS).	80
Figura 4.9 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de massa para o ensaio na via inclinada (entrada Degrau).	83
Figura 4.10 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de massa para o ensaio na via inclinada (entrada MRS).	84
Figura 4.11 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau).	87
Figura 4.12 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada MRS)	88
Figura 4.13 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau e MRS)	89

Figura 4.14 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração para os ensaios de validação de três pessoas na via inclinada (entrada Degrau e MRS).	92
Figura 4.15 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via declinada (entrada Degrau).	96
Figura 4.16 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via declinada (entrada MRS).	97
Figura 4.17 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas (entrada Degrau).	99
Figura 4.18 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas (entrada MRS)	100
Figura 4.19 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas (entrada Degrau e MRS)	101
Figura 4.20 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração para os ensaios de validação de cinco pessoas na via plana (entrada Degrau e MRS).	104
Figura 4.21 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via plana (entrada Degrau).	107
Figura 4.22 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via plana (entrada MRS).	108

Figura 4.23 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau).	111
Figura 4.24 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada MRS)	112
Figura 4.25 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau e MRS)	113
Figura 4.26 – Saídas do método alternativo para a robustez à inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas.	116
Figura 4.27 – Saída do modelo NARX polinomial com entrada RPM para a falha no sensor de velocidade.	117
Figura 4.28 – Saída do modelo NARX polinomial com entrada aceleração para a falha no sensor de velocidade.	118
Figura 4.29 – Saída do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração para a falha no sensor de velocidade.	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Variáveis presentes na estrutura de observadores da dinâmica veicular.	43
Tabela 3.1 – Ensaios da coleta do banco de dados.	62
Tabela 3.2 – Modelos NARX com entrada RPM.	70
Tabela 3.3 – Modelos NARX com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração.	70
Tabela 3.4 – Modelos NARX robustos à massa do veículo com entrada RPM.	70
Tabela 3.5 – Modelos NARX robustos à massa do veículo com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração.	71
Tabela 3.6 – Modelos NARX robustos à inclinação na via com entrada RPM.	71
Tabela 3.7 – Modelos NARX robustos à inclinação na via com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração.	71
Tabela 4.1 – Desempenho do KF em relação ao uso do LPF.	75
Tabela 4.2 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM para os ensaios de validação em simulação livre (entrada Degrau).	81
Tabela 4.3 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM para os ensaios de validação em simulação livre (entrada MRS).	82
Tabela 4.4 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa (entrada Degrau).	85
Tabela 4.5 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa (entrada MRS).	86
Tabela 4.6 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de inclinação da via (entrada Degrau).	90

Tabela 4.7 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de inclinação da via (entrada MRS).	91
Tabela 4.8 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada Degrau).	93
Tabela 4.9 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada MRS).	94
Tabela 4.10 – Desempenho médio dos modelos treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação para as entradas RPM ou aceleração.	94
Tabela 4.11 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de massa (entrada Degrau).	98
Tabela 4.12 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de massa (entrada MRS).	98
Tabela 4.13 – Desempenho médio dos modelos robustos à massa do veículo para as entradas RPM ou aceleração.	98
Tabela 4.14 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada Degrau).	102
Tabela 4.15 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada MRS).	102
Tabela 4.16 – Desempenho médio dos modelos robustos à inclinação da via para as entradas RPM ou aceleração.	103
Tabela 4.17 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada Degrau).	105

Tabela 4.18 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada MRS).	105
Tabela 4.19 – Desempenho médio de todos os modelos treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação.	105
Tabela 4.20 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa (entrada Degrau).	109
Tabela 4.21 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa (entrada MRS).	109
Tabela 4.22 – Desempenho médio de todos os modelos robustos à massa do veículo.	109
Tabela 4.23 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada Degrau).	114
Tabela 4.24 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada MRS).	114
Tabela 4.25 – Desempenho médio de todos os modelos robustos à inclinação da via.	115
Tabela 4.26 – Desempenho do método alternativo para a robustez à inclinação para os ensaios degrau.	117
Tabela 4.27 – Desempenho do método alternativo para a robustez à inclinação para os ensaios MRS.	117

LISTA DE SIGLAS

ABS	<i>Anti-lock Breaking System</i>
ACC	<i>Adaptive Cruise Control</i>
ADAS	<i>Advanced Driver Assistance Systems</i>
ADS	<i>Automated Driving System</i>
AHS	<i>Automated Highway Systems</i>
ASC	<i>Active Stability Control</i>
CAN	<i>Controller Area Network</i>
DARPA	<i>Defense Advanced Research Projects Agency</i>
EBD	<i>Electronic Brake Distribution</i>
ECU	<i>Electronic Control Unit</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
ELS	<i>Extended Least Squares</i>
ERR	<i>Erro Reduction Ratio</i>
ESC	<i>Electronic Speed Control</i>
ESC	<i>Electronic Stability Control</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IVHS	<i>Intelligent Vehicle Highway Systems</i>
KF	<i>Kalman Filter</i>
LPF	<i>Low Pass Filter</i>
LS	<i>Least Squares</i>
MRS	<i>Multi-level Random Signal</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
NARMAX	<i>Non-linear AutoRegressive Moving Average with eXogenous in-puts</i>
NARX	<i>Non-linear AutoRegressive with eXogenous inputs</i>

OBD *On-Board Diagnostic*
OLS *Orthogonal Least Squares*
RPM *Rotations Per Minute*
SAE *Society of Automotive Engineers*
UKF *Unscented Kalman Filter*

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivos	27
1.2	Contribuições	28
1.3	Estrutura do trabalho	28
2	REFERENCIAL TEÓRICO	29
2.1	Veículos inteligentes	29
2.2	Sensores virtuais	32
2.2.1	Tipos de sensores virtuais	33
2.2.2	Metodologia de desenvolvimento	35
2.2.2.1	Filtro de Kalman	37
2.2.3	Sensores virtuais para veículos inteligentes	39
2.3	Modelagem veicular	41
2.3.1	Modelo do pneu	43
2.3.2	Modelo do veículo	46
2.4	Identificação de sistemas	50
2.4.1	Modelos NARMAX	52
2.4.1.1	Método dos mínimos quadrados	54
3	METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO	57
3.1	Materiais	57
3.2	Métodos	62
3.2.1	Filtro passa-baixa	62
3.2.2	Filtro de Kalman	64
3.2.3	Decimação dos dados	66
3.2.4	Identificação de modelos	69
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	73
4.1	Pré-processamento de dados	73
4.1.1	Filtro passa-baixa	73

4.1.2	Filtro de Kalman	73
4.2	Identificação de modelos	75
4.2.1	Escolha das entradas dos modelos	75
4.2.2	Identificação de modelos NARX polinomiais	76
4.2.2.1	NARX com entrada RPM	76
4.2.2.1.1	Obtenção de modelos robustos à massa do veículo	82
4.2.2.1.2	Obtenção de modelos robustos à inclinação da via	86
4.2.2.2	NARX com entrada aceleração	91
4.2.2.2.1	Obtenção de modelos robustos à massa do veículo	95
4.2.2.2.2	Obtenção de modelos robustos à inclinação da via	96
4.2.2.3	NARX com entrada RPM e aceleração	103
4.2.2.3.1	Obtenção de modelos robustos à massa do veículo	106
4.2.2.3.2	Obtenção de modelos robustos à inclinação da via	110
4.3	Abordagem alternativa para a robustez à inclinação da via	112
4.4	Falha no sensor de velocidade	115
5	CONCLUSÃO	121
	REFERÊNCIAS	123
	APENDICE A – Equações dos modelos NARX polinomiais	129

1 INTRODUÇÃO

Desde a invenção do automóvel, o seu uso foi se tornando cada vez mais frequente. Hoje os automóveis são utilizados nas mais variadas atividades: como ir ao trabalho, ir à escola, para passear e realizar o transporte de cargas e pessoas. Impulsionada pela enorme popularização de seu uso ao redor do globo, a produção de automóveis sofreu um espantoso aumento. A produção mundial de veículos em 1970 foi aproximadamente de 30 milhões de veículos. Já em 2005, a produção foi de 65 milhões de veículos (POWERS; NICASTRI, 2000) e em 2014, de acordo com a OICA (2015), foram produzidos cerca de 89,7 milhões de veículos em todo o mundo.

Decorrente do aumento mundial da circulação de veículos, problemas com tráfego, poluição ambiental e com a segurança de passageiros foram se tornando cada vez mais constantes. Estes problemas serviram como motivação para as montadoras desenvolverem veículos melhores para o seu usuário e para o meio o qual trafega, de forma a otimizar o uso das rodovias e combustível, fornecer transporte seguro e confortável e causar o menor impacto ambiental possível. Uma das maneiras encontradas para possibilitar essa otimização foi a utilização sistemas de controle eletromecânicos, tais como sistemas avançados de assistência ao condutor (ADAS - do inglês *Advanced Driver Assistance Systems*) e sistemas de controle ativo de estabilidade (ASC - do inglês *Active Stability Control*) (RAJAMANI, 2011).

Esses sistemas auxiliaram o desenvolvimento de veículos inteligentes, os quais podem ser definidos como veículos dotados de um sistema de controle computacional, capaz de integrar um conjunto de sensores e atuadores com a função de realizar, de forma segura e/ou autônoma, o seu deslocamento sobre a superfície terrestre para um local definido previamente pelo usuário do veículo (OZGUNER; STILLER; REDMILL, 2007; GONÇALVES, 2011). Essa definição foi padronizada pela sociedade dos engenheiros automobilísticos (SAE - do inglês *Society*

of Automotive Engineers), onde entende-se por veículos inteligentes todos aqueles que se enquadram como sistema automatizado de condução (ADS - do inglês *Automated Driving System*) entre os níveis 1 e 5 da tabela definida pela SAE International (ORAD, 2016).

Os sensores físicos são essenciais para os sistemas de controle e para os veículos inteligentes, ambos precisam de sensores confiáveis que possam medir as variáveis que atuam no veículo ao decorrer de sua trajetória. São exemplos de variáveis mensuráveis ou estimáveis: aceleração, velocidade, frenagem, ângulo de inclinação, forças laterais e longitudinais do veículo (LOTUFO; GARCIA, 2008). A velocidade do veículo, por exemplo, é medida por meio de um sensor físico normalmente encontrado na caixa de câmbio, instalado no eixo de saída da transmissão. Esse sensor fornece um sinal em forma de onda com frequência proporcional a velocidade do veículo, ou seja, quanto maior a velocidade maior a frequência do sinal, sendo a unidade de controle eletrônico (ECU - do inglês *Electronic Control Unit*) responsável por interpretar esse sinal e informar a velocidade do veículo ao velocímetro. No entanto, os sensores físicos são suscetíveis a problemas, tais como: erros de medição, disponibilidade, confiabilidade, atrasos de medição e custo elevado. Uma alternativa, sem altos custos econômicos, para contornar esses problemas é o uso de *soft sensors* ou sensores virtuais.

Os sensores virtuais podem ser definidos como *softwares* capazes de estimar variáveis não medidas do processo, por meio de variáveis medidas (FERREIRA; BRAGA; FILHO, 2010). Como exemplo de sua utilização, pode-se citar a pesquisa desenvolvida por Boada et al. (2015), onde foram utilizados os valores de aceleração lateral, velocidade longitudinal, ângulo de esterçamento das rodas e a taxa de desvio da trajetória do veículo como entradas de um sistema de inferência *neuro-fuzzy* adaptativo para a estimação do ângulo de escorregamento do veículo. Este ângulo pode ser usado em um sistema de estabilidade eletrônico.

Outra função importante desempenhada pelos sensores virtuais é a de validação do valor medido por um sensor físico, detectando alguma falha na medição deste. Em (OOSTEROM; BABUSKA, 2000) foi desenvolvido um sensor virtual por meio de técnicas *fuzzy* com a finalidade de estimar a aceleração de uma aeronave. Essa estimativa foi empregada em um sistema de monitoramento para detecção e identificação de falhas em sensores físicos presentes na aeronave.

Visto isso, percebe-se que o uso de *soft sensors* em veículos inteligentes possui grande potencial de aplicabilidade para a estimativa de diversas variáveis integrantes dos sistemas ADAS modernos, como por exemplo, a velocidade longitudinal. A qual é essencial para o funcionamento adequado de alguns sistemas ADAS, como o controle de cruzeiro adaptativo (ACC - do inglês *Adaptive Cruise Control*), sistema de travagem antibloqueio (ABS - do inglês *Anti-lock Breaking System*) e a distribuição eletrônica de frenagem (EBD - do inglês *Electronic Brake Distribution*). Desta forma, esta pesquisa poderá auxiliar na medição da velocidade do veículo por meio de dados obtidos de sensores de baixo custo e proporcionar um parâmetro para validação do valor de velocidade já medido pelo veículo e para a detecção de falhas no mesmo.

1.1 Objetivos

Uma vez que a velocidade do veículo é essencial para o funcionamento adequado de alguns ADAS e do ASC, o objetivo deste trabalho é contribuir para o desenvolvimento de sensores virtuais, propondo uma técnica para se projetar um sensor virtual que estime a velocidade longitudinal do veículo por meio de sensores de baixo custo. Visando, assim, contribuir para a validação do valor de velocidade já medido pelo veículo e para a de detecção uma possível falha no mesmo.

Os objetivos específicos deste trabalho são citados a seguir:

- definir uma metodologia de ensaios dinâmicos a serem realizados em veículos de forma a obter modelos dinâmicos satisfatórios e de ampla validade;

- implementar um sistema de aquisição de dados de veículos utilizando materiais de baixo-custo;
- projetar sensores virtuais por meio de técnicas de identificação de sistemas, como modelos NARX (*Non-linear AutoRegressive with eXogenous inputs*) polinomiais;
- projetar sensores virtuais com diferentes entradas e robustos às variações de massa do veículo e inclinações da via;

1.2 Contribuições

Entre as contribuições deste trabalho destacam-se:

- metodologia desenvolvida para os ensaios dinâmicos no veículo;
- aquisição de dados reais do veículo referentes a dinâmica da sua aceleração, por meio de sensores de baixo custo e fácil acesso;
- implementação de um filtro de Kalman para resolver os problemas de sincronia e resolução dos dados coletados;
- modelagem do comportamento da velocidade longitudinal do veículo, por meio de modelos NARX polinomiais com parâmetros calculados pelo estimador de mínimos quadrados.

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho está estruturado como segue: o capítulo 2 traz o referencial teórico, abordando os temas de veículos inteligentes, sensores virtuais, modelagem veicular e identificação de sistemas; no capítulo 3, é apresentado a metodologia de desenvolvimento para os sensores virtuais desenvolvida; no capítulo 4 são discutidos os resultados obtidos e, no capítulo 5, têm-se a conclusão e trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo traz uma revisão de alguns dos conceitos mais importantes para esta pesquisa. Nele são abordados os assuntos sobre veículos inteligentes, sensores virtuais, modelagem veicular e identificação de sistemas. Na seção sobre veículos inteligentes é abordado a sua história e em sensores virtuais é abordado os tipos e sua metodologia de desenvolvimento.

Já na seção sobre modelagem veicular é abordando o modelo de pneu de Pacejka (Bakker, Nyborg e Pacejka (1987), Pacejka (2002)) e o modelo veicular apresentado em Rajamani (2005); e na seção sobre identificação de sistema é tratado o tema sobre modelos NARX (do inglês *Non-linear AutoRegressive with eXogenous inputs*).

2.1 Veículos inteligentes

Os veículos inteligentes se consolidaram na indústria automobilística ao longo dos anos com os sistemas avançados de assistência ao condutor. Estes sistemas englobam desde aplicações mais básicas como controle eletrônico de velocidade (ESC - do inglês *Electronic Speed Control*), freio ABS e controle eletrônico de estabilidade (ESC - do inglês *Electronic Stability Control*), até as mais complexas, tais como sistemas automáticos de estacionamento e navegação autônoma. Neste trabalho, veículo inteligente significa todos os veículos com alguma inteligência incorporada, desde os ADAS até os carros totalmente autônomos (BISHOP, 2000; COMMITTEE, 2016).

O primeiro relato de pesquisa em automação relacionada a veículos ocorreu em 1939, na Feira Mundial de Nova Iorque, nos Estados Unidos da América (EUA). A exposição Futurama demonstrava uma ideia de como seria o mundo nos anos 60, por meio de um protótipo de sistema de rodovias automatizadas. As estradas seriam capazes de corrigir as falhas humanas de condução, impedindo que o veículo fosse conduzido de forma incorreta (LIFE, 1939). O fim da segunda

guerra mundial impulsionou a automação na navegação de vários tipos de veículos por meio da adaptação de diversas tecnologias desenvolvidas para fins militares, como por exemplo, o radar. Entretanto, a primeira demonstração de condução autônoma de um veículo terrestre só veio a ocorrer em 1958. Onde um cabo elétrico foi enterrado embaixo do solo, e a corrente alternada que circulava por ele era percebida com o auxílio de bobinas magnéticas localizadas na parte frontal do veículo, podendo assim direcioná-lo a seguir a trajetória predefinida pelo cabo (WETMORE, 2003).

Nos anos 60, durante a Feira Mundial de Nova Iorque (1964) foi exibida uma nova percepção de como seria o futuro dos sistemas de transportes mundial, por meio da exposição do conceito de pistas automáticas. Nelas seriam utilizadas torres de controle para o gerenciamento da velocidade e direção dos veículos, proporcionando uma interação entre eles e permitindo a locomoção em intervalos iguais (WETMORE, 2003). Este conceito seria melhor trabalho na década de 90, com os sistemas automatizados de rodovias (AHS - do inglês *Automated Highway Systems*) e os sistemas inteligentes de veículos rodoviários (IVHS - do inglês *Intelligent Vehicle Highway Systems*).

No decorrer da década de 80, foi desenvolvida uma série de projetos na área de condução autônoma. Dentre estes projetos, destaca-se o do veículo Va-MoRs, desenvolvido por Ernst Dickmanns e sua equipe da Universidade Federal das Forças Armadas de Munique, na Alemanha. Ele era uma van Mercedes-Benz equipada com câmeras e outros sensores, que possibilitava o controle dos movimentos de seu volante, acelerador e freios por meio de comandos computacionais. Foram utilizadas sequências de imagens em tempo real como base para a tomada de decisões do sistema de controle do veículo e este conseguiu atingir a velocidade de 96 km/h em uma condução autônoma em vias sem tráfego (por questões de segurança) (BROGGI, 1999; OZGUNER; ACARMAN; REDMILL, 2011).

Na década de 90, o controle de cruzeiro adaptativo (ACC) já estava presente em veículos terrestres na Europa e Japão. O ACC nesta época apenas detectava veículos mais lentos à frente e ajustava a velocidade para se manter a uma distância segura deles, retornando a velocidade desejada quando a via à frente estivesse livre. No ano de 1999, a Mitsubishi lançou o seu novo sistema de suporte ao condutor no Japão, o qual acrescentava ao atual ACC o sistema de alerta de saída de faixa. Também nesta década, encontravam-se caminhões norte-americanos equipados com sistemas de aviso de colisão. Nos Estados Unidos, também eram desenvolvidas pesquisas que buscavam automatizar as rodovias, como o caso das AHS e dos IVHS, onde rodovias especiais automatizadas seriam utilizadas somente por carros autônomos adaptados a elas, de modo a transitarem em comboio, com o mínimo espaço entre veículos, por longas distâncias e com segurança. Nestas rodovias, informações de GPS e do sensoriamento local de cada veículo seriam compartilhados entre si, tornando a viagem mais segura e aumentando a capacidade de tráfego da rodovia (BISHOP, 2000; URMSON et al., 2008).

Nos anos 2000, a Agência de Projetos de Pesquisa Avançada de Defesa dos EUA (DARPA - do inglês *Defense Advanced Research Projects Agency*) teve uma importante influência no desenvolvimento de veículos inteligentes, ao criar uma competição que estimulava a pesquisa em navegação para veículos terrestres não-tripulados, esta competição recebeu o nome de DARPA *Grand Challenge*. A DARPA tinha a intenção de utilizar as pesquisas apresentadas no *Grand Challenge* para tornar autônoma parte da frota de veículos militares norte-americanos. Nesta competição, carros comerciais eram adaptados para realizar uma condução autônoma e realizar trajetos específicos em trilhas no deserto (edições de 2004 e 2005) e em um ambiente urbano fictício (DARPA *Urban Challenge* de 2007). Em sua primeira edição (2004), o *Grand Challenge* consistia em navegar uma distância de 228 km em meio a um cenário semelhante ao de combate, e isso em menos de 10 horas. Não houve vencedor nesta edição, mas dois veículos autônomos se desta-

caram nas edições seguintes, o *Stanley* (campeão da edição de 2005) (THRUN et al., 2006) e o *Boss* (campeão da edição de 2007) (URMSON et al., 2009), ambos foram desenvolvidos por parcerias entre indústrias automotivas e universidades (OZGUNER; STILLER; REDMILL, 2007; URMSON et al., 2009).

No contexto atual, vários centros de pesquisa (universitários ou empresariais) estão trabalhando no desenvolvimento de veículos inteligentes, como é o caso do projeto Waymo da empresa Google, que já apresentou resultados expressivos de condução autônoma. Além dessa, vários fabricantes de automóveis, empresas de transporte e fabricantes de sensores e sistemas inteligentes têm atuado ativamente no desenvolvimento de novas tecnologias para veículos inteligentes.

2.2 Sensores virtuais

Os diversos problemas enfrentados na utilização de sensores físicos, como os erros de medição, disponibilidade, confiabilidade, atrasos de medição, distância do ponto de medição, ambiente de medição, interferência no processo e preço elevado, impulsionaram as pesquisas em buscar uma forma de contorná-los, de onde surgiram os chamados instrumentos inteligentes. Estes instrumentos, aliados a sistemas digitais como microprocessadores ou microcontroladores, são capazes de manipular computacionalmente as informações medidas e transmiti-las da melhor maneira possível. Os sensores virtuais (do inglês *soft sensors*), por sua vez, apareceram como uma ramificação dos sensores inteligentes, adicionando técnicas de modelagem e identificação de sistemas na estimativa do valor de variáveis de processo (LOTUFO; GARCIA, 2008; BERNI, 2003).

De maneira mais ampla, um sensor virtual pode ser definido como a junção entre um sensor (*hardware*) e um algoritmo de estimação (*software*), com o objetivo de realizar estimativas de variáveis não medidas, parâmetros do modelo ou superar atrasos de medições (ASSIS; FILHO, 2000). A aplicação de sensores virtuais ou observadores em processos industriais vem crescendo, estando pre-

sente em processos químicos, petroquímicos, mineração e siderurgia. Esta crescente aplicação tem nutrido pesquisas nesta área e novas técnicas de inteligência computacional estão sendo aplicadas em seus modelos, tornando os valores estimados pelos sensores virtuais cada vez mais confiáveis e precisos (FERREIRA; BRAGA; FILHO, 2010). Estas características tornaram o sensor virtual uma importante ferramenta para a estimativa de variáveis, que não podem ser medidas de forma direta, e como parâmetro de falha para variáveis já medidas.

2.2.1 Tipos de sensores virtuais

Os sensores virtuais podem ser divididos de uma maneira geral em três tipos: orientados ao modelo (caixa-branca), orientados aos dados (caixa-preta) e híbridos (caixa-cinza). Os sensores virtuais orientados ao modelo (do inglês *model-driven*) buscam descrever mais a fundo a física ou a química envolvida no processo industrial, focando-se nas leis e princípios físicos presentes no processo. Isso agrega um sentido físico à estrutura e aos parâmetros do modelo. O fato dele precisar de equações que regem a física e a química do processo às vezes torna o seu projeto complexo, dada a dificuldade em se adquirir tais conhecimentos específicos (KADLEC; GABRYS; STRANDT, 2009).

Os sensores virtuais orientados aos dados (do inglês *data-driven*) tomam como base os dados medidos, descrevendo com mais realismo as condições reais do processo para o qual são desenvolvidos. O seu projeto é baseado em um conhecimento empírico do processo, pois não existe nenhuma relação óbvia entre a estrutura e os parâmetros do modelo com os aspectos físicos do sistema.

Combinando essas duas abordagens, surgem os sensores virtuais híbridos, também chamados de modelo caixa-cinza. Neste tipo de modelo, tanto os dados de entrada e saída obtidos do processo, quanto a informação prévia sobre as equações matemáticas que regem o sistema são utilizados na sua identificação (CORRÊA; AGUIRRE, 2004).

Como exemplo de aplicações dos tipos de sensores virtuais, podemos citar os trabalhos de (LI et al., 2009; ZHAO; LIU; CHEN, 2011) onde foram utilizados sensores virtuais orientados ao modelo, (O'KANE; RINGWOOD, 2013) onde adotou-se uma modelagem orientada aos dados e (REZAEIAN et al., 2016) onde a modelagem foi híbrida. Em ambos os trabalhos, os sensores virtuais foram desenvolvidos para estimar a velocidade de um veículo.

Para a construção ou validação de sensores virtuais, é necessário a aquisição de um conjunto de dados do processo relativo à variável que se deve estimar. De acordo com Kadlec, Gabrys e Strandt (2009), pode-se classificar os problemas encontrados nesse conjunto de dados em cinco tipos:

- Valores em falta:

São amostras individuais ou conjuntos de amostras, onde uma ou mais variáveis apresentam um valor que não reflete a quantidade física medida.

- Dados discrepantes:

São dados cujos valores distinguem do padrão de medição ou violam os limites físicos e tecnológicos do processo, como por exemplo, a pressão absoluta, medida em um ponto do processo, assumir um valor negativo.

- Deriva de dados:

É a mudança nas médias e variâncias das amostras individuais. Os dados podem apresentar deriva devido a alterações físicas da planta modelada ou por influências externas. Como exemplo de alterações físicas, pode ser citado o desgaste dos elementos mecânicos da planta e, como influências externas, as alterações de temperatura ambiente e a qualidade dos materiais envolvidos.

- Dados correlacionados:

São conjuntos de amostras de dados que fornecem praticamente as mesmas informações sobre as características dinâmicas do processo.

- Sincronismo:

As taxas de amostragens dos conjuntos de dados devem ser sincronizadas, levando em consideração os atrasos de medição e os problemas de super-amostragem e sub amostragem dos dados.

2.2.2 Metodologia de desenvolvimento

Em Kadlec, Gabrys e Strandt (2009) é apresentado de maneira geral os passos que devem ser seguidos para o desenvolvimento de um sensor virtual. Esta metodologia é apresentada em forma de fluxograma na Figura 2.1.

Os passos desta metodologia podem ser conceituados da seguinte maneira:

- Inspeção dos dados:

Esta etapa tem como objetivo obter uma visão geral do conjunto de dados e identificar problemas simples que possam ser tratados, como, por exemplo, uma variável que apresenta um valor constante. Também deve-se dar atenção se há variação suficiente da variável de saída (transientes) para que ela possa ser modelada.

- Seleção de dados históricos e identificação de estados estacionários:

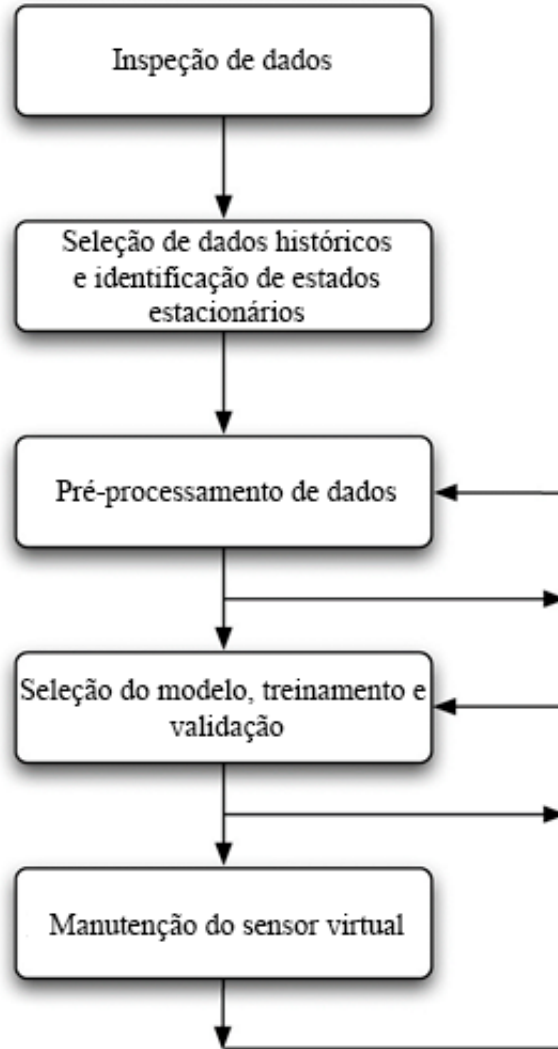
Durante este passo devem ser selecionados os dados que serão utilizados para o treinamento e para a validação do modelo desenvolvido. Também devem ser identificados os dados em estado estacionário, pois, na maioria dos casos, os modelos lidam apenas com os estados estacionários do processo.

- Pré-processamento de dados:

Nesta etapa são identificados e tratados os problemas de maior complexidade presentes no conjunto de dados, tais como os dados discrepantes e dados correlacionados.

- Seleção do modelo, treinamento e validação:

Figura 2.1 – Metodologia para o desenvolvimento de um sensor virtual.



Fonte: Kadlec, Gabrys e Strandt (2009).

A seleção do tipo do modelo é crucial para o desempenho do sensor virtual. Normalmente, se começa com um modelo de estrutura mais simples e gradualmente aumenta-se sua complexidade, desde que isso reflita em uma melhora de desempenho. Após encontrar o tipo do modelo e sua estrutura ideal para o problema abordado, o seu treinamento e validação devem ser feitos por meio de conjuntos de dados distintos. Uma medida de desem-

penho bastante utilizada é o erro quadrático médio, que mede a distância média quadrada entre o valor estimado e o real.

- Manutenção do sensor virtual:

Esta etapa verifica o problema de deriva dos dados, que prejudica o desempenho do sensor virtual. Como a maioria dos processos reais são variantes no tempo, deve-se ajustar o modelo para compensar as alterações físicas sofridas pela planta no decorrer do tempo.

2.2.2.1 Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman (KF - Do inglês *Kalman Filter*) é uma técnica matemática que fornece um meio recursivo capaz de filtrar e prever, o estado instantâneo de um sistema dinâmico linear afetado por um ruído branco e com base na linearização de primeira ordem, o Filtro de Kalman Estendido (EKF - do inglês *Extended Kalman Filter*) trata do caso não-linear (LJUNG, 1979).

Publicado em 1960 por R.E. Kalman (KALMAN, 1960), o KF faz parte da família dos filtros gaussianos e se tornou provavelmente a técnica melhor trabalhada de implementação do Filtro de Bayes. As suas aplicações atingem diversas áreas, como: processos de manufatura, aeronáutica, economia, previsão do tempo, robótica e navegação autônoma (BISHOP; WELCH et al., 2001; THRUN; BURGARD; FOX, 2005).

Abordando o problema geral de estimar o estado x de um processo decorrente a um sistema dinâmico discreto no tempo, o KF é comandado pela equação de diferença estocástica linear (THRUN; BURGARD; FOX, 2005):

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

com uma medição z :

$$z_t = C_t x_t + \delta_t, \quad (2.2)$$

sendo A uma matriz $n \times n$ que descreve a evolução, sem controle ou ruído de processo, do estado de $t - 1$ até o tempo atual t , B uma matriz $n \times l$ que expressa como a entrada de controle u afeta o estado x , C uma matriz $k \times n$ que relaciona o estado x com a medição z , ε e δ variáveis aleatórias que representam o ruído do processo e da medição, respectivamente.

A Figura 2.2 mostra um algoritmo de implementação do KF.

Figura 2.2 – Algoritmo do filtro de Kalman.

1:	Algoritmo do filtro de Kalman ($\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t$):
2:	$\bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1} + B_t u_t$
3:	$\bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t$
4:	$K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T (C_t \bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$
5:	$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t (z_t - C_t \bar{\mu}_t)$
6:	$\Sigma_t = (I - K_t C_t) \bar{\Sigma}_t$
7:	retorna μ_t, Σ_t

Fonte: Thrun, Burgard e Fox (2005). Modificada.

O algoritmo acima pode ser dividido em duas etapas, predição (linhas 2 e 3) e estimação (linhas 4 a 6) das variáveis tratadas pelo filtro. Na linha 2, ocorre a predição ($\bar{\mu}_t$) da estimativa do estado atual do sistema. A linha 3 é responsável pela predição ($\bar{\Sigma}_t$) da estimativa do erro de covariância do estado atual do sistema, onde R_t é a covariância do ruído do processo. A linha 4 calcula o ganho de Kalman (K_t), sendo Q_t a covariância do ruído da medição. Nas linhas 5 e 6 são atualizados o estado (μ_t) e o erro de covariância (Σ_t), respectivamente, e na linha 7 os valores de μ_t e Σ_t são retornados.

Com as variáveis do sistema sendo atualizadas ao KF em frequências diferentes, ele pode tratar de ruídos, melhorar a resolução e sincronizar os dados do

sistema. Por este conjunto de características, ele se torna uma potente ferramenta para ser utilizada na etapa de pré-processamento de dados.

2.2.3 Sensores virtuais para veículos inteligentes

O uso de sensores virtuais ou observadores em veículos inteligentes está atrelado a diversas áreas, como estimação de variáveis da dinâmica do veículo, controle de trajetória, percepção do ambiente e registramento de dados. Em (SHINZATO; GOMES; WOLF, 2014), por exemplo, foi desenvolvido um observador para a detecção de obstáculos em uma via por meio de câmeras estéreo e mapas de disparidade. No trabalho de (AMINI et al., 2014), foi apresentado um observador para estimar a localização do veículo. Neste observador foram utilizados as informações de GPS, identificação por radiofrequência, comunicação entre veículos e do veículo com a infraestrutura da via. Outro observador foi projetado em (ZHANG et al., 2016) para a estimação simultânea do ângulo de esterçamento e de deriva do veículo por meio da lógica de conjuntos *fuzzy*. Esta estimativa simultânea, fornece uma medida mais econômica para sistemas de controle automático de direção e de controle de estabilidade do veículo.

A utilização de sensores virtuais também é constantemente relacionada a estimativa da velocidade de um veículo, um dos focos desta pesquisa. Diversos trabalhos aplicaram a modelagem caixa-branca para a estimativa de velocidade, por exemplo (LI et al., 2009; ZHAO; LIU; CHEN, 2011). Estes trabalhos apresentaram ótimos resultados, mas precisaram de um excessivo número de variáveis para modelar o comportamento da velocidade. A modelagem caixa-cinza por sua vez foi aplicada em (KOBAYASHI; CHEOK; WATANABE, 1995; CHU et al., 2010; GUO et al., 2011; WU, 2011; REZAEIAN et al., 2016; HASHEMI et al., 2017), apresentando resultados mais robustos que nos trabalhos com modelagem caixa-branca, exceto em (WU, 2011), porém necessitando de um maior custo computacional. Uma modelagem do tipo caixa-preta é adotada em (O'KANE; RINGWOOD,

2013) para a estimativa da velocidade, onde o modelo conseguiu bons resultados utilizando apenas dados de um GPS e de um acelerômetro, mas o seu desempenho dependeu da qualidade dos dados de GPS.

Outra solução matemática bastante aplicada no desenvolvimento de observadores é o Filtro de Kalman, com várias aplicações na estimação de velocidade (WU, 2011; O’KANE; RINGWOOD, 2013; REZAEIAN et al., 2016) e permitindo integração de outras técnicas, como um sistema de regras *Fuzzy* (KOBAYASHI; CHEOK; WATANABE, 1995). Em (WU, 2011), o observador teve como entradas a posição do acelerador, a pressão no pedal de freio, a velocidade nas rodas e um acelerômetro adicional ao veículo. O valor de velocidade estimado foi validado com a velocidade medida por um GPS, conseguindo bons resultados quando o veículo é conduzido em linha reta. Já em (O’KANE; RINGWOOD, 2013), foi projetado um KF para estimar a velocidade do veículo por meio da velocidade fornecida por um GPS (do inglês *Global Positioning System*) e um sistema de sensor inercial reduzido, neste caso, um único acelerômetro. Sua validação foi com dados de ensaios reais, mas apresentou problemas quando o sinal do GPS era perdido. No trabalho de (REZAEIAN et al., 2016) as entradas foram as taxas de inclinação, rolagem e guinada do veículo, acelerações lateral e longitudinal, velocidade nas rodas e ângulo de direção. Na sua validação foi utilizada a velocidade medida por um GPS, onde o modelo se mostrou robusto ao deslizamento dos pneus em curvas, frenagem e aceleração bruscas e às mudanças nos parâmetros dos pneus e na massa do veículo. E em (KOBAYASHI; CHEOK; WATANABE, 1995), as entradas adotadas foram as medições de um acelerômetro adicional instalado no eixo dianteiro do veículo e a velocidade nas rodas traseiras do mesmo, fornecendo um meio para estimar a velocidade do veículo sem recorrer a uma análise complexa da dinâmica do veículo e robusto em relação aos deslizamentos dos pneus.

Assim como nesta pesquisa, os trabalhos de (KOBAYASHI; CHEOK; WATANABE, 1995; WU, 2011; O’KANE; RINGWOOD, 2013) utilizaram as medições fornecidas por um acelerômetro acoplado ao veículo, mas precisaram de um módulo para a aquisição deste dado. A utilização do acelerômetro presente em um *smartphone* promove uma maior praticidade na coleta, devido a não precisar de módulo de aquisição, Além disso, é um dispositivo de fácil acesso e pode fornecer outras medições, como GPS e giroscópio.

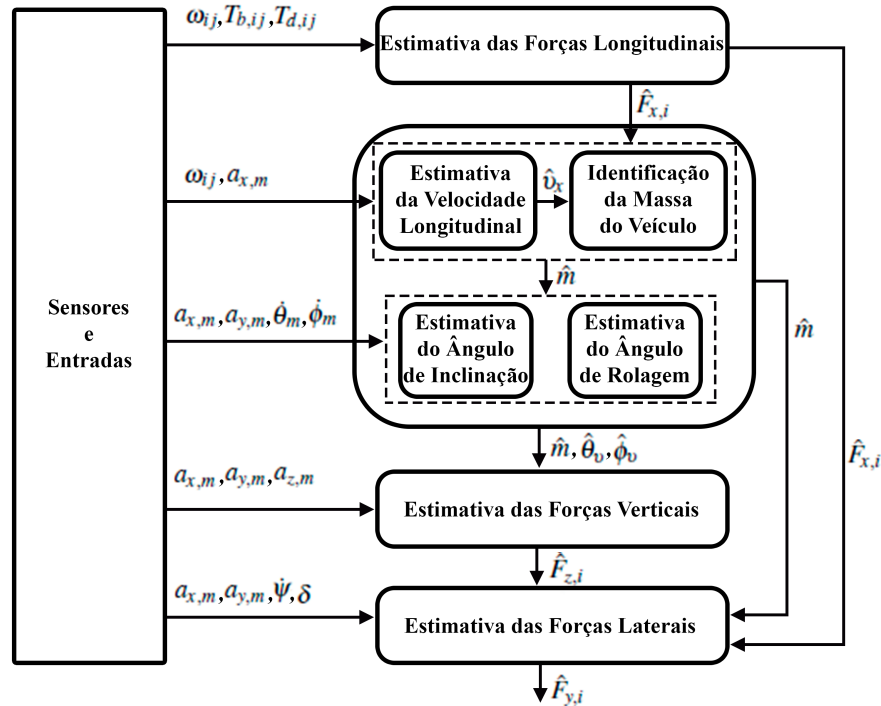
As variações do KF também são constantemente aplicadas na estimação de velocidade longitudinal e lateral do veículo, como o Filtro de Kalman *Unscented* (UKF - do inglês *Unscented Kalman Filter*) (CHU et al., 2010; HASHEMI et al., 2017) e o Filtro de Kalman Estendido (GUO et al., 2011).

Um exemplo de estrutura de observados para a estimativa de variáveis da dinâmica veicular é apresentada na Figura 2.3 (REZAEIAN et al., 2015). Esta estrutura apresenta quais variáveis são relevantes para a estimativa de outra variável, por exemplo, as forças longitudinais carregam informações importantes para a identificação da massa do veículo. A definição das variáveis utilizadas está na Tabela 2.1.

2.3 Modelagem veicular

Para melhor compreender as forças e momentos atuantes em um veículo durante seu deslocamento, deve-se estudar a dinâmica que melhor descreve seu movimento. O contato do pneu com o solo proporciona as principais forças e momentos que afetam o movimento de um veículo, além das forças aerodinâmicas e gravitacionais. Porém, ao se desenvolver um modelo da dinâmica veicular, é necessário escolher o grau de complexidade deste modelo. Modelos (lineares ou não lineares) com menor complexidade, aplicados para movimentos suaves e de baixa aceleração, são mais comuns, pois requerem um menor conhecimento da física presente na dinâmica veicular e possibilitam simulações computacionais.

Figura 2.3 – Estrutura de observadores para a estimativa de variáveis da dinâmica veicular.



Fonte: Rezaeian et al. (2015). Modificada.

Já modelos mais complexos permitem análises em condições mais adversas, mas são pouco explorados devido a sua complexidade de análise para desenvolver uma simulação computacional (SPINOLA, 2003).

Mesmo que o tipo de abordagem de identificação utilizada seja por caixa preta, algum conhecimento do processo a ser modelado é importante, seja para projetar os ensaios dinâmicos ou para validar a estrutura e parâmetros do modelo obtido. Nesse sentido, as subseções a seguir descrevem o modelo de pneu de Pacejka (Bakker, Nyborg e Pacejka (1987), Pacejka (2002)) e o modelo veicular apresentado por Rajamani (2005).

Tabela 2.1 – Variáveis presentes na estrutura de observadores da dinâmica veicular.

Símbolo	Unidade	Definição
ω_{ij}	$\text{rad } s^{-1}$	Medida da velocidade angular da roda
$T_{b,ij}$	Nm	Medida do torque de frenagem
$T_{d,ij}$	Nm	Medida do torque do motor
$a_{x,m}$	$\text{m } s^{-2}$	Medida da aceleração longitudinal
$a_{y,m}$	$\text{m } s^{-2}$	Medida da aceleração lateral
$a_{z,m}$	$\text{m } s^{-2}$	Medida da aceleração vertical
$\dot{\theta}_m$	$\text{rad } s^{-1}$	Medida da taxa de inclinação
$\dot{\phi}_m$	$\text{rad } s^{-1}$	Medida da taxa de rolagem
$\dot{\psi}_m$	rad	Medida da taxa de derrapagem
$\hat{F}_{x,i}$	N	Estimativa da força longitudinal
$\hat{F}_{y,i}$	N	Estimativa da força lateral
$\hat{F}_{z,i}$	N	Estimativa da força vertical
$\hat{\theta}_v$	rad	Estimativa do ângulo de inclinação
$\hat{\phi}_v$	rad	Estimativa do ângulo de rolagem
\hat{v}_x	$\text{m } s^{-1}$	Estimativa da velocidade longitudinal
\hat{m}	kg	Massa do veículo identificada
δ	rad	Ângulo de direção da roda

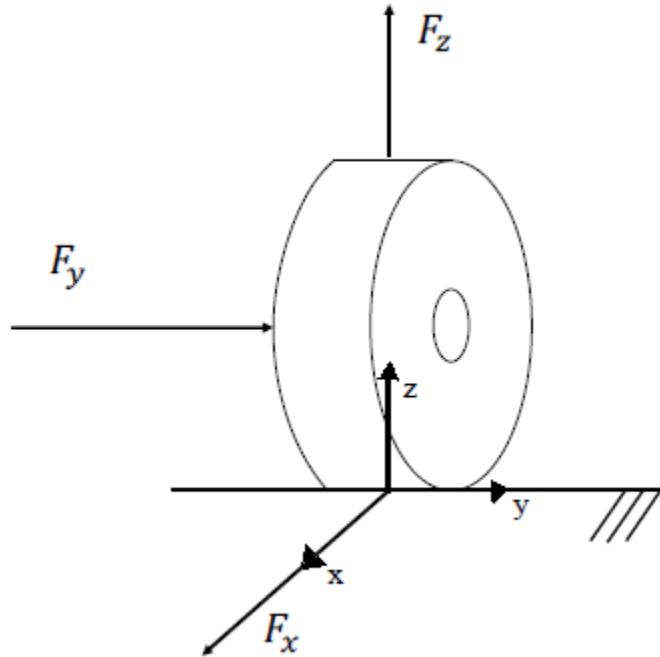
Fonte: Rezaeian et al. (2015). Modificada.

2.3.1 Modelo do pneu

Para expressar matematicamente as forças e momentos que atuam em um pneu e as suas características é necessário estabelecer um sistema de coordenadas que sirva de referência na definição destes parâmetros. A Figura 2.4 traz a representação deste sistema de coordenadas, onde a origem do sistema de referência é o centro de contato do pneu com o solo, F_x é a força longitudinal (de tração ou frenagem) no eixo x , F_y é a força lateral no eixo y e F_z é a força normal no eixo z .

Com o sistema de coordenadas definido é possível desenvolver modelos para estimar as forças que atuam sobre o pneu. Entre os vários modelos matemáticos encontrados na literatura atual, destaca-se o modelo de Pacejka (Bakker,

Figura 2.4 – Sistema de coordenadas de um pneu.



Fonte: Barreto (2015). Modificada.

Nyborg e Pacejka (1987), Pacejka (2002)) que foi fruto da parceria entre a Volvo e a Universidade Tecnológica de Delft, na Holanda. Por meio de uma formulação semi-empírica, Pacejka conseguiu descrever a resposta geral do comportamento do pneu ou, mais precisamente, uma resposta do estado estacionário em comparação com o deslizamento do pneu. Devido a essa realização, a modelagem de Pacejka ficou mais conhecida como a “Fórmula Mágica de Pacejka” e é apresentada pelas equações (RILL, 2008; CORDEIRO et al., 2013; SPIKE, 2013):

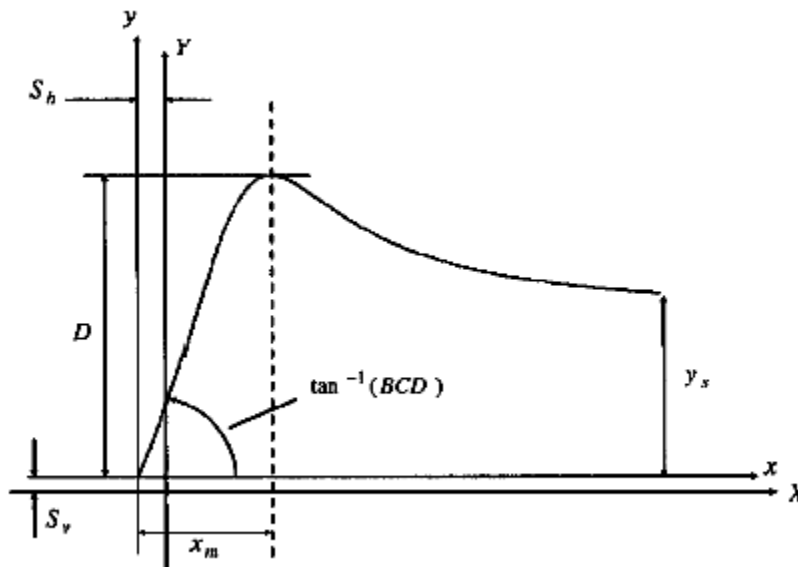
$$Y = D \sin(C \arctan(B\phi)) + S_y, \quad (2.3)$$

$$\phi = (1 - E)(X + S_h) + (E/B) \arctan(B(X + S_h)), \quad (2.4)$$

sendo B o fator de rigidez, C o fator de forma, D o fator de pico, E o fator de curvatura, S_h o deslocamento na horizontal, S_y o deslocamento na vertical e X a variável da fórmula.

O valor estimado (Y) pela equação 2.3 pode ser F_x , F_y ou o momento de autoalinhamneto (M_z) e X irá variar de acordo com o parâmetro escolhido para Y , podendo assumir os valores de ângulo de deriva do pneu (α) ou deslizamento do pneu (σ). O fator de rigidez ajusta a inclinação da curva na origem, o fator de curvatura define a compressão ou expansão da curvatura sem alterar a rigidez ou o valor de pico, e os deslocamentos na horizontal e vertical, deslocam a curva caso ela não passe pela origem. A Figura 2.5 mostra a curva característica de Pacejka e seus parâmetros (CORDEIRO et al., 2013).

Figura 2.5 – Curva característica de Pacejka.



Fonte: Rajamani (2005).

Quando a “Fórmula Mágica de Pacejka” está sendo usada para calcular o valor de F_x , a variável X recebe o valor do deslizamento do pneu (σ) na superfície do solo, que se altera em condições de condução normal e de frenagem.

O deslizamento longitudinal pode ser definido como a diferença entre a velocidade longitudinal real no eixo da roda (V_x) e a velocidade de rotação equivalente do pneu. As seguintes equações fornecem o deslizamento do pneu em condução normal e de frenagem, respectivamente:

$$\sigma_{\text{normal}} = \frac{V_r}{R_e \omega} = \frac{R_e \omega - V_x}{R_e \omega} \quad V_x < R_e \omega, \quad \text{sendo } R_e \omega \neq 0, \quad (2.5)$$

$$\sigma_{\text{frenagem}} = \frac{V_r}{V_x} = \frac{R_e \omega - V_x}{V_x} \quad V_x > R_e \omega, \quad \text{sendo } V_x \neq 0, \quad (2.6)$$

em que ω é a velocidade angular do pneu e R_e é o raio de rodagem efetivo do pneu, que é a razão entre a velocidade linear do centro do pneu e sua velocidade angular. A velocidade relativa (V_r) em ambos os casos é definida como uma componente da velocidade longitudinal do pneu (V_x). O deslizamento é definido entre os valores de -1 e +1, sendo adotado -1 para quando o pneu está totalmente bloqueado durante uma frenagem e +1 para quando ele está totalmente derrapante durante a condução. No caso do pneu estar em rolagem pura, o deslizamento será nulo (RAJAMANI, 2005; SPIKE, 2013).

2.3.2 Modelo do veículo

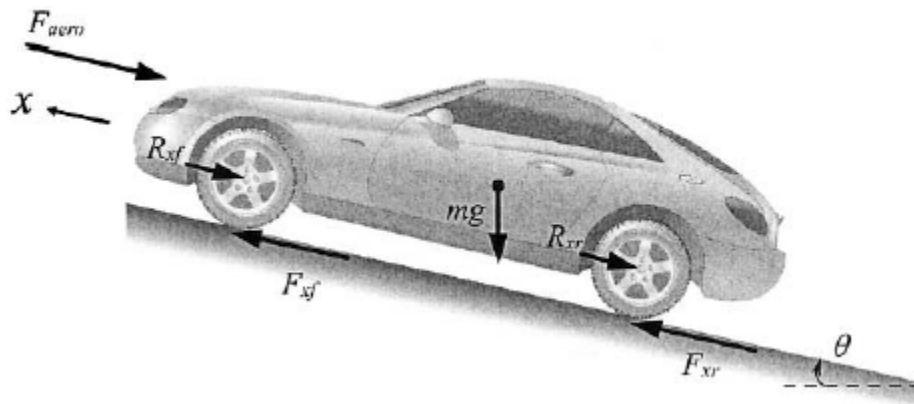
A modelagem matemática da dinâmica longitudinal de um veículo sofre influência direta de diferentes forças, tais como longitudinais nos pneus, aerodinâmicas de arrasto, resistência ao rolamento e gravitacionais. A formulação matemática apresentada por Rajamani é descrita a seguir com modificações para melhor se adequar ao problema abordado nesta pesquisa (RAJAMANI, 2005).

Considerando um veículo que está se deslocando por uma estrada com inclinação θ como ilustra a Figura 2.6, o equilíbrio das forças atuantes sobre o seu eixo longitudinal pode ser representado por:

$$m\ddot{x} = F_{xf} + F_{xr} - F_{aero} - R_{xf} - R_{xr} - mg \sin(\theta). \quad (2.7)$$

Nesta equação, F_{xf} e F_{xr} são as forças longitudinais nos pneus dianteiros e traseiros, respectivamente e F_{aero} é a equivalente a força aerodinâmica longitudinal de arrasto, desconsiderada nesta pesquisa. R_{xf} e R_{xr} são as forças devido a resistência ao rolamento nos pneus dianteiros e traseiros, respectivamente. Por último, m é a massa do veículo, g é a aceleração da gravidade e θ é o ângulo de inclinação da via em que o veículo se desloca. O ângulo θ é definido como positivo no sentido horário quando a direção de deslocamento longitudinal x está voltada para a esquerda e é definido como positivo no sentido anti-horário quando o deslocamento x está para a direita.

Figura 2.6 – Forças longitudinais atuantes no veículo.



Fonte: Rajamani (2005).

Visto que as forças longitudinais nos pneus são forças de atrito decorrentes da interação pneu-solo, a força longitudinal em cada pneu depende da razão de deslizamento (equações 2.5 e 2.6), da carga normal do pneu e do coeficiente de resistência ao rolamento. Durante uma condução normal, a razão de deslizamento é pequena (inferior a 0,1 na superfície seca) e a força longitudinal do pneu é proporcional à relação de deslizamento, como mostram as equações:

$$F_{xf} = C_{\sigma f} \sigma_{xf}, \quad (2.8)$$

$$F_{xr} = C_{\sigma r} \sigma_{xr}, \quad (2.9)$$

em que $C_{\sigma f}$ e $C_{\sigma r}$ são os parâmetros longitudinais de rigidez dos pneus dianteiros e traseiros, respectivamente. Nos demais casos, deve-se usar um modelo não-linear de pneu, como, por exemplo, o modelo de Pacejka (BAKKER; NYBORG; PACEJKA, 1987; PACEJKA, 2002).

Devido ao fato do material que é feito o pneu ser mais elástico que o da estrada, o deslocamento do pneu sobre ela provoca uma deformação no mesmo. Esta deformação ocorre devido a carga normal que age verticalmente sobre o pneu, deformando o seu plano de contato com o solo. Por causa do amortecimento interno desse material, há uma perda de energia quando ele retorna a sua forma original. Esta perda de energia caracteriza a força de resistência ao rolamento do pneu, agindo no sentido oposto ao do movimento do veículo e provoca uma mudança na sua distribuição da carga normal sobre o seu plano de contato com o solo. Quando o pneu está estático, a distribuição de carga é simétrica, quando está em rotação, a carga perde a simetria. Deste modo, quando o pneu está rodando, a carga resultante F_z , avança por uma distância Δx , como apresentado na Figura 2.7.

Normalmente a resistência ao rolamento é descrita como sendo aproximadamente proporcional à força normal em cada par de pneus (dianteiros e traseiros), assim representada por:

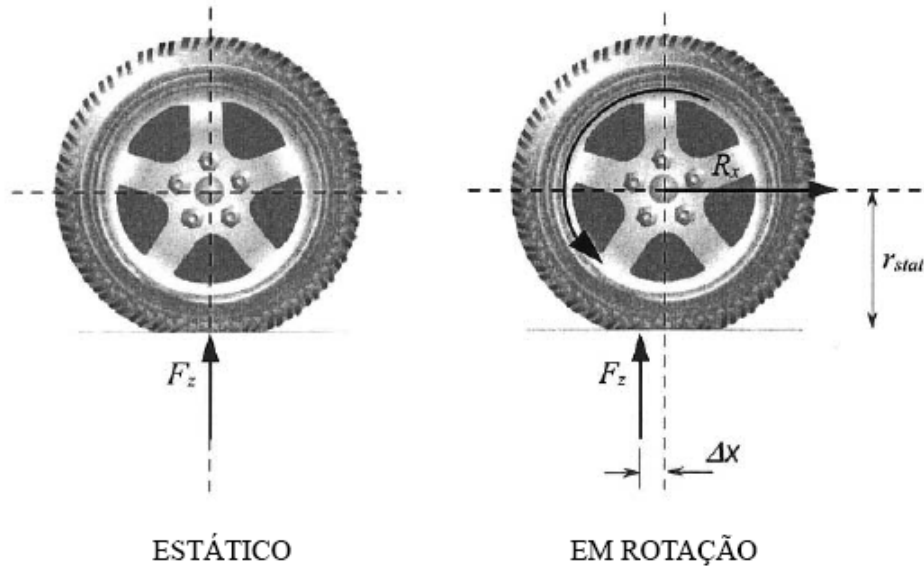
$$R_{xf} + R_{xr} = f(F_{zf} + F_{zr}), \quad (2.10)$$

sendo f o coeficiente de resistência ao rolamento.

O momento $F_z(\Delta x)$, devido a carga normal defasada, é equilibrado pela força de resistência ao rolamento $R_x r_{\text{stat}}$, onde r_{stat} é o raio do pneu estático e carregado, como demonstra:

$$R_x = \frac{F_z(\Delta x)}{r_{\text{stat}}}. \quad (2.11)$$

Figura 2.7 – Parâmetros e forças exercidas ao pneu.



Fonte: Rajamani (2005). Modificada.

A distância Δx não é facilmente medida e, portanto, R_x é modelada como sendo proporcional a F_z com uma constante de proporcionalidade f . De acordo com Wong (2001), o valor de f varia entre 0,01 e 0,04, sendo o valor de 0,015 típico para carros de passageiros com pneus radiais.

Desconsiderando as forças aerodinâmicas de arrasto e tomando os momentos sobre o plano de contato do pneu traseiro, como mostra a Figura 2.8, têm-se:

$$F_{zf} = \frac{-m\ddot{x}h - mgh \sin(\theta) + mgl_r \cos(\theta)}{\ell_f + \ell_r}, \quad (2.12)$$

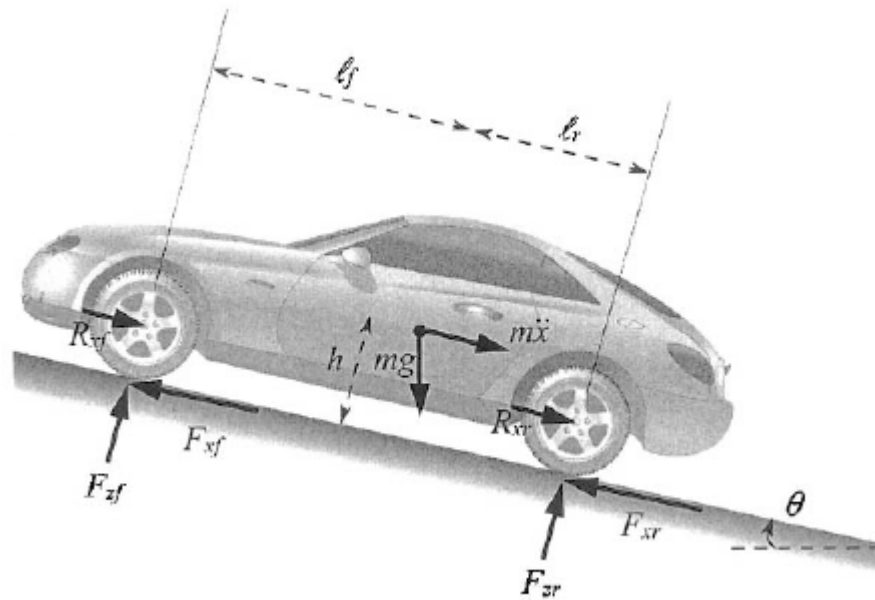
em que h é a altura do centro de gravidade do veículo e ℓ_f e ℓ_r são as distâncias entre o CG do veículo e seus eixos dianteiro e traseiro, respectivamente.

Tomando os momentos sobre o plano de contato do pneu dianteiro, têm-se:

$$F_{zr} = \frac{m\ddot{x}h + mgh \sin(\theta) + mgl_f \cos(\theta)}{\ell_f + \ell_r}. \quad (2.13)$$

Deste modo, é possível perceber que a medida que o veículo acelera, a carga normal sobre os pneus dianteiros diminui, enquanto a carga normal sobre os pneus traseiros aumenta.

Figura 2.8 – Parâmetros e forças atuantes no veículo.



Fonte: Rajamani (2005). Modificada.

Visto isso, é possível obter matematicamente todos os parâmetros da equação 2.7, calculando assim a força longitudinal resultante ao deslocamento do veículo. Uma vez que a massa do veículo é considerada constante durante este deslocamento, a força longitudinal resultante será diretamente proporcional à aceleração longitudinal do veículo e, conseqüentemente, à sua velocidade longitudinal.

2.4 Identificação de sistemas

A modelagem matemática por meio de pouca ou nenhuma informação prévia do sistema a ser modelado, é a área de conhecimento estudado pela identificação de sistemas. O modelo é constituído por um conjunto de equações capazes

de reproduzir o comportamento dinâmico e estático do sistema. Com o avanço tecnológico e industrial gerou-se uma crescente necessidade de compreender, analisar, prever e controlar sistemas reais, impulsionando as pesquisas nesta área (COELHO, 2002; AGUIRRE, 2007).

Assim como em sensores virtuais, a identificação de sistemas pode ser dividida de acordo com o tipo de informação necessária para a construção do modelo (OROSKI, 2015):

- Identificação caixa branca:

Baseia-se nas leis físicas ou químicas que regem a dinâmica do sistema. Necessita de um conhecimento profundo sobre o comportamento e as características do sistema.

- Identificação caixa preta:

Sua modelagem não utiliza conhecimento prévio, sendo realizada exclusivamente por meio de dados de entrada e saída referentes ao sistema.

- Identificação caixa cinza:

Trata-se da união das duas metodologias anteriores. Este tipo de modelagem, utiliza-se do conhecimento prévio e dos dados de entrada e saída do sistema.

De um modo geral, o processo de modelar um sistema pode ser dividido em quatro etapas (DANTAS, 2013):

1. Dados experimentais:

Esta etapa consiste na obtenção de dados experimentais que relacionam a entrada-saída do sistema, de maneira a extrair informações sobre o seu comportamento dinâmico e estático.

2. Detecção de estrutura:

Por meio de métodos de detecção de estrutura, é escolhida a estrutura do modelo matemático que melhor representará o sistema. A taxa de redução de erro (ERR - do inglês *Erro Reduction Ratio*) é uma ferramenta valiosa nesta etapa, pois indica os termos do modelo com maior contribuição para explicar o comportamento dos dados de saída (BARBOSA, 2006). Seu algoritmo fornece uma lista em ordem decrescente da contribuição de cada termo presente no modelo.

3. Estimação de parâmetros:

Trata-se de estimar os valores numéricos presentes no modelo. Diversos algoritmos são utilizados na estimativa destes parâmetros, como o mínimos quadrados (LS - do inglês *Least Squares*), mínimos quadrados estendido (ELS - do inglês *Extended Least Squares*) e mínimos quadrados ortogonais (OLS - do inglês *Orthogonal Least Squares*).

4. Validação do modelo:

Na etapa final, verifica-se a capacidade do modelo obtido em representar as características de interesse do sistema modelado. Algumas métricas da estatística são utilizadas nesta etapa, como o erro quadrático médio (MSE - do inglês *Mean Squared Error*) e o coeficiente de determinação (R^2).

Nas seções seguintes são descritas técnicas para a obtenção de modelos não-lineares, as quais foram utilizadas neste trabalho.

2.4.1 Modelos NARMAX

Modelos constituídos por equações de diferença são bastante utilizados para a modelagem de sistemas lineares e não-lineares. Os modelos NARMAX (do inglês *Non-linear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) mapeiam um sistema não-linear composto por entradas, saídas e ruídos passados até

a saída atual, dada por (LEONTARITIS; BILLINGS, 1985; CHEN; BILLINGS, 1989; AGUIRRE, 2007):

$$y(k) = F^l[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-d), \dots, u(k-d-n_u), e(k-1), \dots, e(k-n_e)] + e(k), \quad (2.14)$$

onde y é a saída, u é a entrada, e é o ruído do sistema. n_y, n_u, n_e são os atrasos máximos da saída, entrada e ruído, respectivamente, e d é o tempo morto do sistema.

Como a função $F^l[\cdot]$ normalmente não é conhecida "a priori", utiliza-se aproximações, polinomiais e racionais, para representá-la. Em uma representação polinomial do modelo NARMAX, o grau de não-linearidade (l) representa o número máximo de termos $y(k), u(k)$ e $e(k)$ multiplicados entre si na função $F^l[\cdot]$.

Os modelos NARX representam um subconjunto dos modelos NARMAX, onde é apresentada apenas a sua parte determinística. Os modelos NARX são representados por:

$$y(k) = F^l[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-d), \dots, u(k-d-n_u)] + e(k), \quad (2.15)$$

onde F é uma função polinomial de grau l .

Ao se aumentar o grau de não-linearidade (l) do modelo NARX, ocorre uma explosão combinatória do número de parâmetros dos modelo. O ERR é um método utilizado para contornar este problema, uma vez que seleciona os termos de maior importância para o modelo (QUACHIO; GARCIA, 2011).

Para melhor ajustar um modelo NARX polinomial a um sistema não-linear, foram desenvolvidas diversas técnicas de estimação de parâmetros baseadas no método dos mínimos quadrados.

2.4.1.1 Método dos mínimos quadrados

A estimação de parâmetros nos modelos de equações de diferença pode ser realizada por meio de diversos métodos, dentre eles, destaca-se o estimador mínimos quadrados. Um procedimento capaz de estimar os parâmetros de um modelo NARX polinomial, minimizando a função custo do algoritmo do LS é abordado. Neste procedimento, representa-se o modelo da equação 2.14 como (COELHO, 2002):

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n_\theta} \psi_i(k-1)\theta_i + e(k), \quad (2.16)$$

onde n_θ é o número de termos do modelo, $\psi(k-1)$ são os termos da matriz de regressores Ψ , θ são os parâmetros a serem estimados e $e(k)$ representa o ruído do modelo.

Com o termo do ruído desprezado, é possível obter a equação 2.16 em sua forma matricial:

$$Y = \Psi\Theta, \quad (2.17)$$

onde,

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \Psi = \begin{bmatrix} \psi^T(0) \\ \psi^T(1) \\ \vdots \\ \psi^T(N-1) \end{bmatrix},$$

e Θ é o vetor de parâmetros.

A saída deste modelo, estimado a um passo à frente é fornecida por:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) &= \sum_{i=1}^{n_\theta} \psi_i(k-1)\hat{\theta}_i \\ &= \psi^T(k-1)\hat{\Theta}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde o símbolo $\hat{\cdot}$ representa que a variável é estimada.

A diferença entre o valor estimado da saída e o valor real é definida como resíduo (ξ):

$$\xi(k) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \psi^T(k-1)\hat{\Theta}. \quad (2.19)$$

Como o objetivo do estimador mínimos quadrados é minimizar a soma dos quadrados do erro, a estimação de $\hat{\Theta}$ que realiza essa tarefa é dada pela função custo:

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^N \xi(i)^2 = \xi^T \xi, \quad (2.20)$$

substituindo-se a equação 2.19 na equação 2.20, têm-se:

$$\begin{aligned} J &= (Y - \Psi\hat{\Theta})^T (Y - \Psi\hat{\Theta}) \\ &= Y^T Y - Y^T \Psi \hat{\Theta} - \hat{\Theta}^T \Psi^T Y - \hat{\Theta}^T \Psi^T \Psi \hat{\Theta}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ao resolver $\partial J_{MQ} / \partial \hat{\Theta} = 0$ encontra-se a minimização da função custo J_{MQ} pelo vetor de parâmetros $\hat{\Theta}$, sendo a solução conhecida como estimador dos mínimos quadrados e expressa por:

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T Y. \quad (2.22)$$

A resposta apresentada pelo LS é o mínimo global da função custo J_{MQ} .

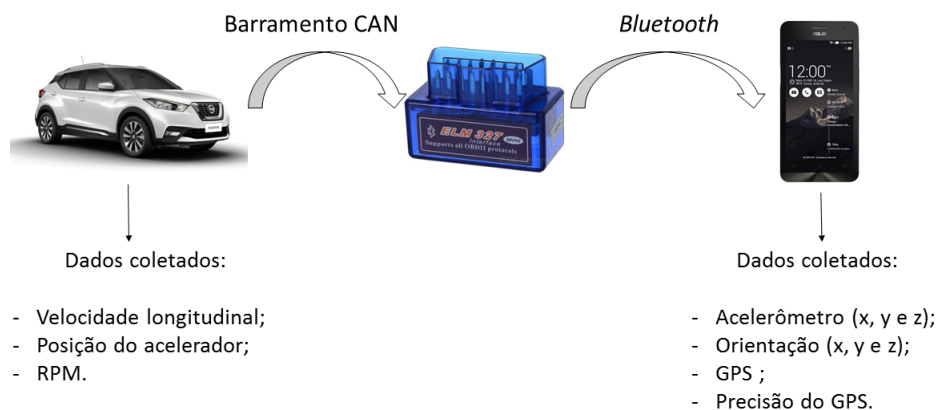
3 METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO

Este capítulo apresenta a metodologia proposta para o trabalho desenvolvido. Para tanto, ela está dividida em materiais e métodos, de forma a contemplar todas as etapas da pesquisa.

3.1 Materiais

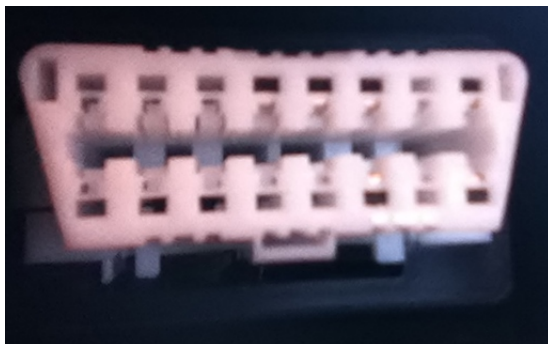
A coleta dos dados desta pesquisa se deu por meio de ensaios realizados em um Nissan Kicks SL 1.6 2017 com trocas de marchas automáticas, com o auxílio do scanner OBD-II (do inglês *On-Board Diagnostic*) ELM 327 mini. Este dispositivo é conectado ao barramento CAN (do inglês *Controller Area Network*) do veículo (Figura 3.2) e se comunica por meio de *bluetooth* a um aparelho *smartphone* Asus Zenfone 5 T00J com sistema operacional Android, como ilustra a Figura 3.1. O *smartphone* utilizado possui um aplicativo para a coleta dos dados do barramento CAN do veículo e dele próprio, o qual foi desenvolvido por Geraldo Luciano de Carvalho Neto (NETO; LIMA; NETO, 2016).

Figura 3.1 – Interação e dados coletados entre carro, OBD-II e *smartphone*.



Fonte: Do autor (2018).

Figura 3.2 – Conector para o barramento CAN do veículo.



Fonte: Do autor (2018).

Durante a coleta de dados, o *smartphone* foi posicionado dentro do veículo com sua tela direcionada para o teto, em frente ao câmbio do mesmo e a sua instalação não foi controlada e nem de forma rígida. O sentido positivo do seu eixo *y* ficou direcionado para a frente do veículo, o do eixo *x* para o banco do passageiro e do eixo *z* para o teto. A Figura 3.3 ilustra como estão posicionados os eixos do *smartphone* em relação ao veículo.

Figura 3.3 – Sistema de eixos do *smartphone* projetados no veículo.

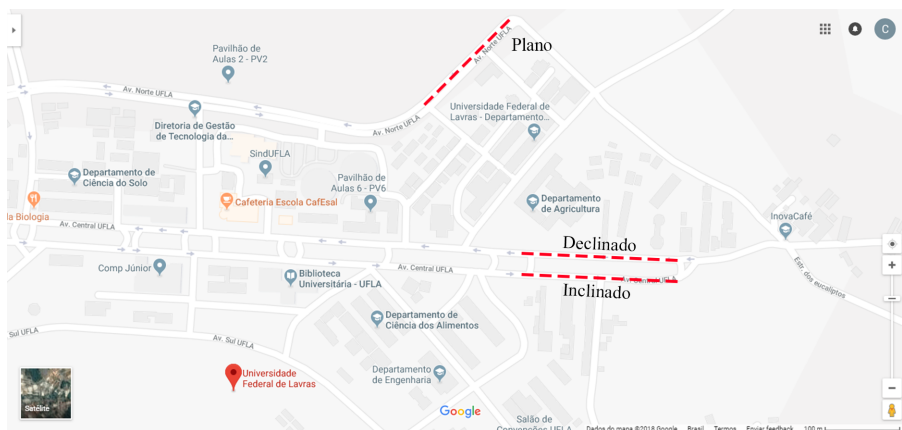
Fonte: Nissan (2016). Modificada.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram coletados os dados de velocidade longitudinal nas rodas dianteiras, posição do acelerador e o número de ro-

tações por minuto (RPM - do inglês *Rotations Per Minute*) do motor, fornecidos por meio do barramento CAN do veículo e os dados do acelerômetro e orientação nos eixos x, y e z, GPS e a sua precisão, todos fornecidos pelo *smartphone*. Os dados coletados não foram normalizados, permanecendo assim, com seus valores reais. Os dados de orientação fornecem por meio de um sensor virtual, os graus de rotação que do dispositivo em torno dos seus eixos (x, y, z). Os dados provenientes do barramento CAN foram coletados a uma taxa de amostragem de aproximadamente 5 Hz, taxa limite do dispositivo OBD-II utilizado. Já os dados do *smartphone* foram coletados a uma taxa de aproximadamente 50 Hz, que corresponde a taxa máxima do aparelho. Estes dados foram salvos em dois arquivos .txt no próprio *smartphone*, um com os dados do barramento CAN e outro como os dados fornecidos pelo *smartphone*.

O banco de dados utilizado na pesquisa foi coletado por meio de ensaios específicos realizados na Universidade Federal de Lavras, variando-se a inclinação da via e o número de pessoas, de maneira a coletar os dados de possíveis inclinações e pesos impostos ao veículo. A trajetória realizada pelo veículo durante a coleta de dados está tracejada de vermelho na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Trajetória realizada pelo veículo durante a coleta de dados.

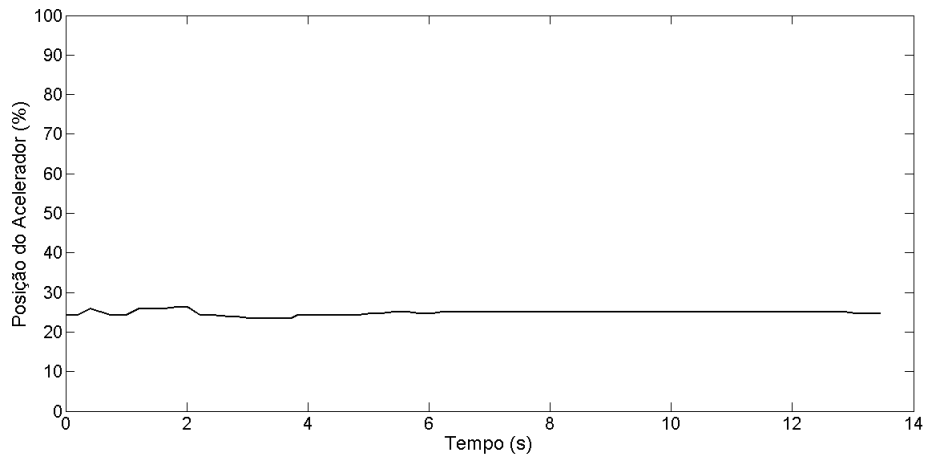


Fonte: MAPS (2018). Modificada.

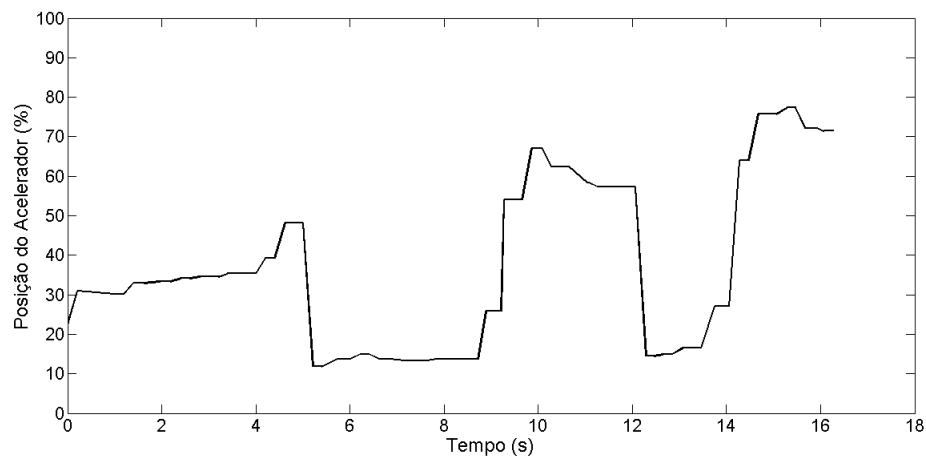
Nos ensaios realizados para a coleta do banco de dados foram usadas inclinações de vias positiva ($03^{\circ}02'54''$), negativa ($-03^{\circ}02'54''$) e aproximadamente nula ($0^{\circ}42'42''$), e os pesos de uma, três e cinco pessoas estimados em 80 kg, 240 Kg e 400 kg, respectivamente. Além disso, eles também foram divididos de acordo com o tipo de movimento que o condutor do veículo transmitia ao acelerador, simulando um sinal degrau ou um sinal aleatório com múltiplos níveis (MRS - do inglês *Multi-level Random Signal*) como mostra a Figura 3.5. Cada ensaio, com um tipo de movimento aplicado ao acelerador (Degrau ou MRS), um certo número de pessoas (um, três ou cinco) e uma inclinação (positiva, nula e negativa), foram repetidos três vezes, de forma a se ter ensaios diferentes para as mesmas especificações de tipo de movimento, peso e inclinação (Tabela 3.1). Com estas especificações, o banco de dados coletado é composto por 54 ensaios com tipos de movimento no acelerador (Degrau ou MRS), número de pessoas no veículo (um, três ou cinco) e inclinação da via (positiva, nula ou negativa).

Os dados coletados possuem algumas limitações, como: ruído nos dados do acelerômetro e de orientação, os dados fornecidos pelo OBD-II estão dessincronizados em relação aos coletados do *smartphone*, baixa resolução dos dados de velocidade e uma baixa precisão dos dados de GPS. Nos ensaios MRS com uma pessoa no veículo ocorreu o congelamento dos dados de acelerômetro e orientação nos eixos x, y e z, provavelmente devido a um superaquecimento do *smartphone*. Os ensaios em que ocorreram esse problema tiveram todos os seus dados desconsiderados no desenvolvimento desta pesquisa, a Figura 3.6 ilustra os dados congelados. Já os dados de GPS apresentaram uma precisão média de 2087 metros, o que impossibilitou aproveitá-los nesta pesquisa. Esse problema ocorreu devido o *smartphone* estar posicionado no interior do veículo e com os dados de internet desligados, situação comum em uma viagem, mas que prejudicou a precisão do seu GPS.

Figura 3.5 – Posição do acelerador ao longo do tempo para os ensaios Degrau e MRS.



(a) Degrau.



(b) MRS.

Fonte: Do autor (2018).

A correlação cruzada entre a velocidade e os dados de RPM e acelerômetro no eixo y foi analisada para constar se existia tempo morto na sua resposta em relação a estas grandezas, como ilustra a Figura 3.7. Por meio desta, é possível observar que a resposta da velocidade já ocorre no atraso zero, confirmando que não há tempo morto na sua resposta em relação a estes dados. A correlação entre

Tabela 3.1 – Ensaio da coleta do banco de dados.

Características	Opções
Tipo entrada no pedal	Degrau ou MRS
N. pessoas	1, 3 ou 5
Via	Positiva, Negativa, ou Nula
Repetições	3
N. médio amostras treino	2100
N. médio amostras validação	1050

Fonte: Do autor (2018).

a velocidade e os dados do acelerômetro no eixo y foi negativa, devido ao fato do sentido negativo do seu eixo y do *smartphone* estar direcionado para a traseira do veículo. Uma vez que o veículo acelera, uma força no sentido contrário ao seu deslocamento é exercida no *smartphone*.

Esta pesquisa foi implementada em um computador ASUS com processador Intel Core i7 (2.3 GHz), 8 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Ultimate 64 bits. Foi utilizado o software Matlab[®] para o desenvolvimento dos modelos e tratamento dos dados.

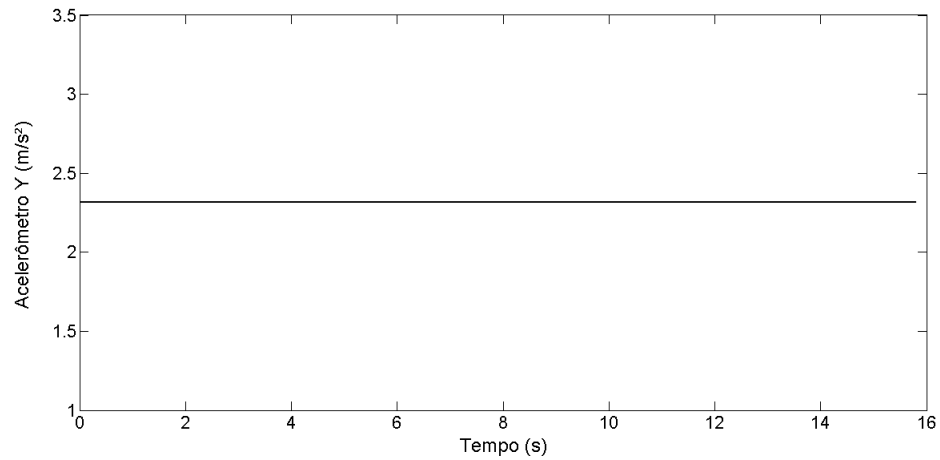
3.2 Métodos

Os métodos aplicados nesta pesquisa estão ilustrados na Figura 3.8. Estes métodos serão explicados nas seções a seguir:

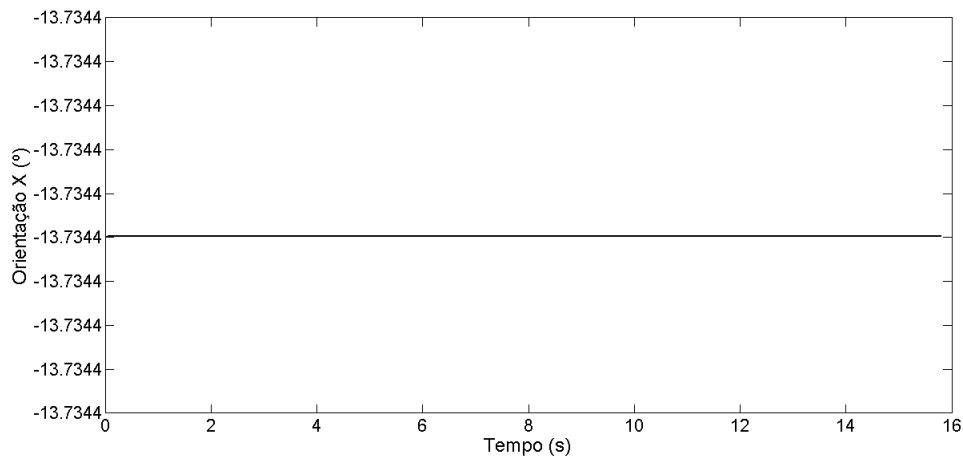
3.2.1 Filtro passa-baixa

Como etapa do pré-processamento de dados, tratou-se o ruído de medição nos dados do acelerômetro e orientação fornecidos pelo *smartphone*, aplicando um filtro passa-baixa (LPF - do inglês *Low Pass Filter*) de segunda ordem projetado no software Matlab[®]. Este filtro possui as especificações de 10 dB (decibéis) de ondulação permitida na banda passante, 20 dB de atenuação na banda, 0.08π rad/a-

Figura 3.6 – Congelamento dos dados de acelerômetro e orientação nos ensaios MRS com uma pessoa.



(a) Acelerômetro.

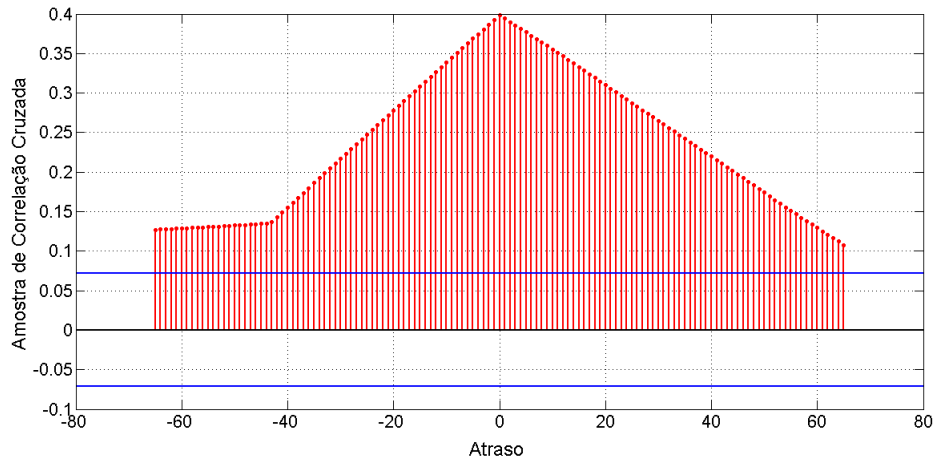


(b) Orientação.

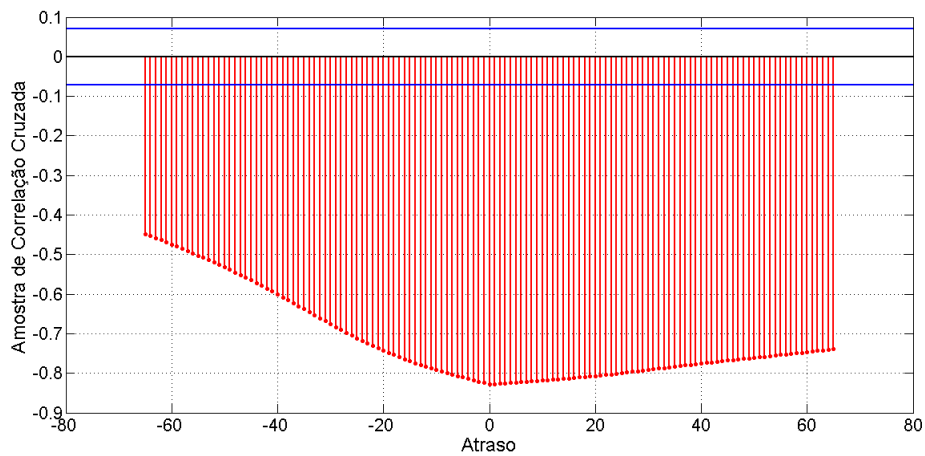
Fonte: Do autor (2018).

mostra de frequência no início da banda passante e 0.3π rad/amostra de frequência no final da banda. Essas características estão melhor representadas na Figura 3.9, onde é exibido o diagrama de Bode do LPF.

Figura 3.7 – Correlação cruzada a velocidade com os dados de RPM e acelerômetro no eixo y.



(a) Dados de RPM.



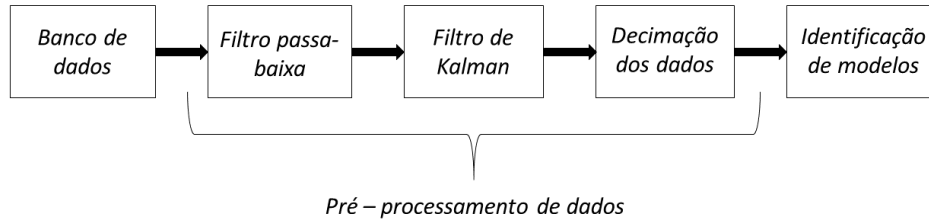
(b) Dados do acelerômetro no eixo y.

Fonte: Do autor (2018).

3.2.2 Filtro de Kalman

Outra etapa do pré-processamento foi a aplicação de um filtro de Kalman em todo o banco de dados. Essa ferramenta é capaz de sincronizar os dados fornecidos pelo barramento CAN com os do *smartphone*, os quais foram coletados com taxas de amostragem diferentes (5 Hz e 50 Hz, respectivamente), e ao mesmo

Figura 3.8 – Métodos aplicados à pesquisa.



Fonte: Do autor (2018).

tempo melhorar a resolução dos dados de velocidade fornecida pelo OBD-II (1 km/h), resolvendo assim, duas limitações do conjunto de dados. Para isto, o KF usou a relação expressa na equação 3.1 para estimar a velocidade e a relação dos demais dados foi expressa pela equação 3.2:

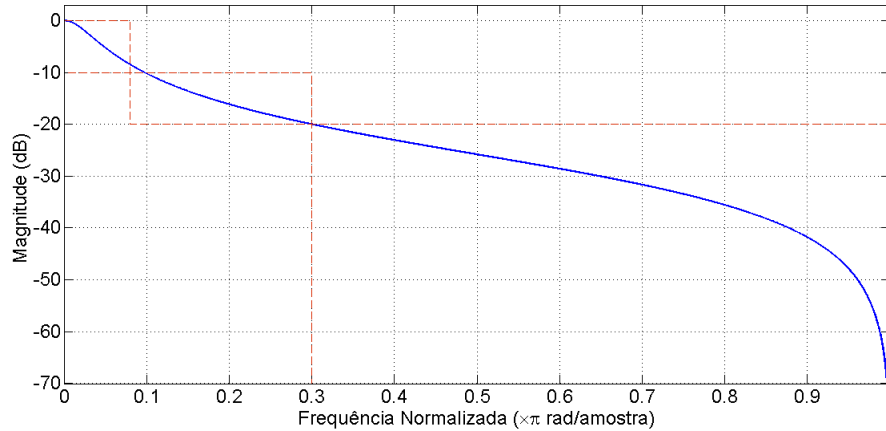
$$Vel(k) = Vel(k - 1) + a(k - 1) * Te, \quad (3.1)$$

$$X(k) = X(k - 1), \quad (3.2)$$

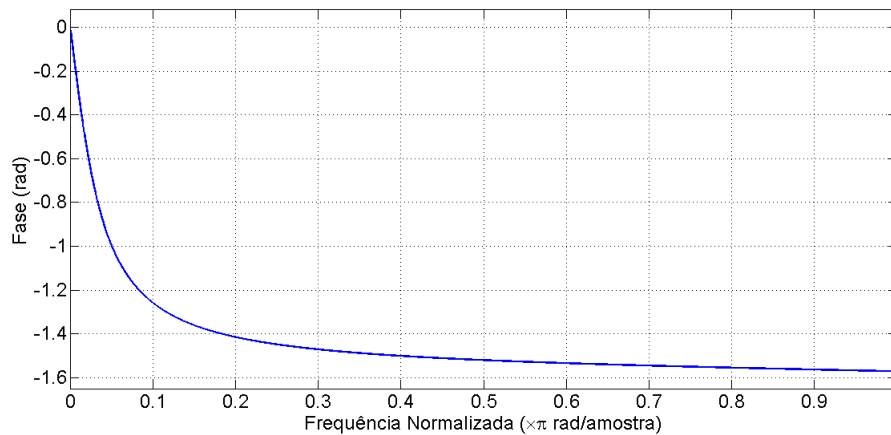
sendo Vel a velocidade longitudinal nas rodas dianteiras, a a aceleração medida pelo acelerômetro do *smartphone* no eixo y , Te o período de amostragem e X os outros dados coletados (posição do acelerador, RPM, acelerômetro e orientação em seus eixos). O Te assumiu o valor de 0.03 segundos, que é aproximadamente o período de amostragem fornecido pelo *smartphone*, o ruído de medição da velocidade recebeu o valor de 0.25 km/h e o seu ruído de processo foi considerado nulo. Estes valores foram escolhidos com o objetivo de conseguir uma boa estimativa da velocidade e, ao mesmo tempo, suavizar a sua representação gráfica.

Por meio das matrizes apresentadas na Figura 3.10 e das equações 3.1 e 3.2, percebe-se que o KF está estimando, por um passo a frente, apenas a velocidade e os demais dados estão sendo apenas sincronizados. Essas equações são

Figura 3.9 – Diagrama de Bode do filtro passa-baixa.



(a) Magnitude.



(b) Fase.

Fonte: Do autor (2018).

lineares, o que mostra que o filtro aplicado também é linear. A matriz B do filtro foi desconsiderada, pois os dados coletados não possuem uma variável de controle.

3.2.3 Decimação dos dados

Após aplicar o filtro de Kalman, observou-se que os dados estavam muito auto correlacionados, como ilustra a Figura 3.11. Para suavizar esta questão, de forma a aproximar o primeiro mínimo da função de auto correlação do intervalo

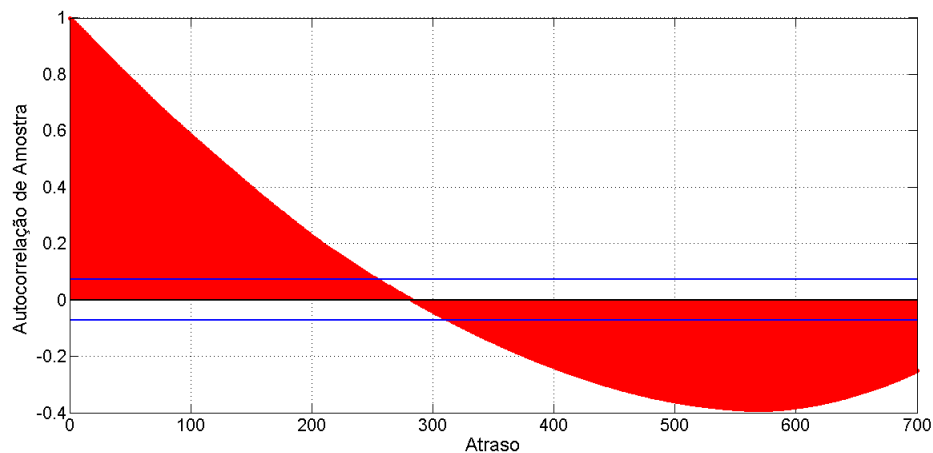
Figura 3.10 – Matrizes do filtro de Kalman.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_e & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\
 \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}; \\
 \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};
 \end{aligned}$$

Fonte: Do autor (2018).

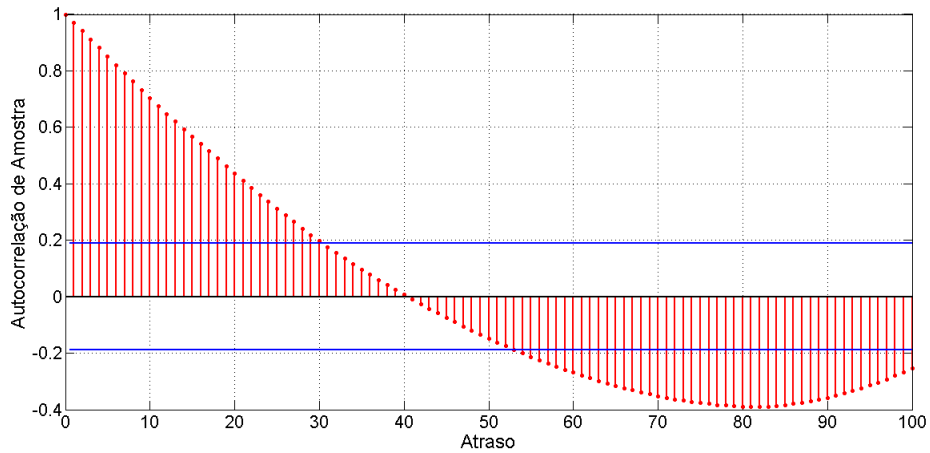
ideal de atrasos, entre 5 e 15 (AGUIRRE, 2007), e sem prejudicar a sua representação dinâmica, os dados foram decimados em 1/7 (a cada sete amostras, uma era utilizada). A Figura 3.12 mostra a auto correlação da velocidade após a decimação.

Figura 3.11 – Auto correlação da velocidade após aplicação do filtro de Kalman.

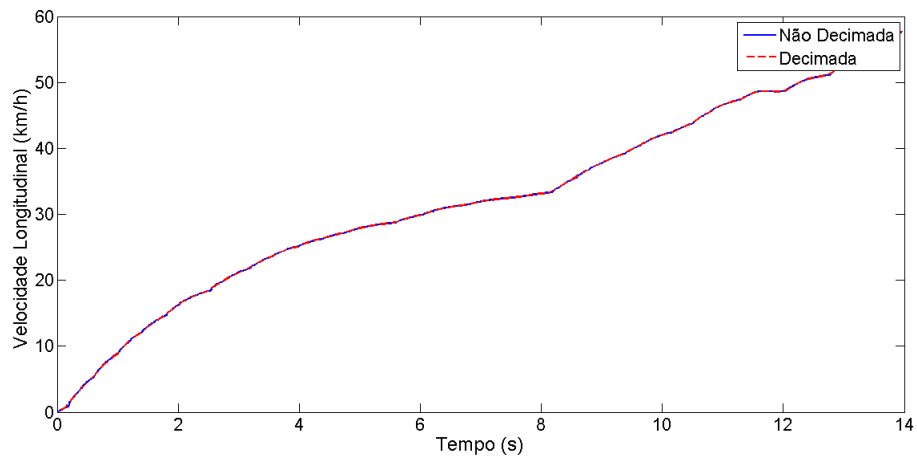


Fonte: Do autor (2018).

Figura 3.12 – Velocidade após a decimação.



(a) Auto correlação da velocidade após a decimação.



(b) Comparação entre as velocidades decimada e não decimada.

Fonte: Do autor (2018).

Na Figura 3.12 observa-se que o primeiro mínimo da função não está no intervalo ideal de atrasos, para corrigir isto, seria necessário decimar mais os dados, deixando o banco de dados com um número de amostras reduzido e prejudicando o tempo de resposta dos modelos.

3.2.4 Identificação de modelos

Modelos NARX polinomiais foram identificados para estimar a velocidade longitudinal do veículo. Esses modelos são de segundo grau e não possuem modelo de ruído (o número máximo de atrasos do ruído é zero) por não apresentar resultados que justificassem seu uso, ou seja, o algoritmo implementado Mínimos Quadrados Estendidos (ELS) se reduziu ao algoritmo de Mínimos Quadrados (LS). O número de termos de processo, número máximo de atrasos na entrada e na saída variaram entre os modelos, de forma a obter melhor desempenho em simulação livre para os dados de validação. Os modelos foram desenvolvidos no software Matlab[®], com parâmetros obtidos pelo estimador LS e seus regressores foram escolhidos por meio da taxa de redução de erro (ERR) proveniente da sua inclusão.

Inicialmente, foram escolhidas três entradas diferentes para estes modelos: apenas os dados de RPM, apenas os dados de aceleração (acelerômetro em y) e a união dos dois, em todos os modelos a saída foi a velocidade longitudinal do veículo.

Após a escolha das entradas dos modelos, estes foram projetados para todas as variações do conjunto massa do veículo e inclinação da via (Tabela 3.2 e Tabela 3.3). Depois foram projetados modelos para serem robustos às variações de massa do veículo, onde esses foram treinados apenas com os dados do ensaio com três pessoas, simulando um valor intermediário da massa total que o veículo pode atingir. Em suas validações foram usados os dados dos ensaios com uma, três e cinco pessoas para os modelos com entrada RPM (Tabela 3.4), e ensaios com três e cinco pessoas para os modelos com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração juntas (Tabela 3.5), todos sem variações de inclinação da via.

Também foram desenvolvidos modelos robustos às variações de inclinação na via, os quais foram treinados com dados de inclinação positiva (inclinado) e negativa (declinado), de maneira a simular os limites superior e inferior da possível

Tabela 3.2 – Modelos NARX com entrada RPM.

Modelos (N. pessoas/Incli)	Ensaios Utilizados (Tipo/N. pessoas/Incli)	
	<i>Treinamento</i>	<i>Validação</i>
1/Pos	MRS-1-Pos	Deg e MRS-1-Pos
1/Neg	MRS-1-Neg	Deg e MRS-1-Neg
1/Nul	MRS-1-Nul	Deg e MRS-1-Nul
3/Pos	MRS-3-Pos	Deg e MRS-3-Pos
3/Neg	MRS-3-Neg	Deg e MRS-3-Neg
3/Nul	MRS-3-Nul	Deg e MRS-3-Nul
5/Pos	MRS-5-Pos	Deg e MRS-5-Pos
5/Neg	MRS-5-Neg	Deg e MRS-5-Neg
5/Nul	MRS-5-Nul	Deg e MRS-5-Nul

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 3.3 – Modelos NARX com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração.

Modelos (N. pessoas/Incli)	Ensaios Utilizados (Tipo/N. pessoas/Incli)	
	<i>Treinamento</i>	<i>Validação</i>
3/Pos	MRS-3-Pos	Deg e MRS-3-Pos
3/Neg	MRS-3-Neg	Deg e MRS-3-Neg
3/Nul	MRS-3-Nul	Deg e MRS-3-Nul
5/Pos	MRS-5-Pos	Deg e MRS-5-Pos
5/Neg	MRS-5-Neg	Deg e MRS-5-Neg
5/Nul	MRS-5-Nul	Deg e MRS-5-Nul

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 3.4 – Modelos NARX robustos à massa do veículo com entrada RPM.

Modelos (Inclinação)	Ensaios Utilizados (Tipo/N. pessoas/Incli)	
	<i>Treinamento</i>	<i>Validação</i>
Pos	MRS-3-Pos	Deg e MRS-1,3 e 5-Pos
Neg	MRS-3-Neg	Deg e MRS-1,3 e 5-Neg
Nul	MRS-3-Nul	Deg e MRS-1,3 e 5-Nul

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 3.5 – Modelos NARX robustos à massa do veículo com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração.

Modelos (Inclinação)	Ensaios Utilizados (Tipo/N. pessoas/Incli)	
	<i>Treinamento</i>	<i>Validação</i>
Pos	MRS-3-Pos	Deg e MRS-3 e 5-Pos
Neg	MRS-3-Neg	Deg e MRS-3 e 5-Neg
Nul	MRS-3-Nul	Deg e MRS-3 e 5-Nul

Fonte: Do autor (2018).

inclinação em uma via. Esses modelos foram validados usando três ensaios com dados da via plana, um ensaio com dados da via inclinada e um ensaio com dados da via declinada, isto sem variar a massa do veículo (Tabela 3.6 e Tabela 3.7). Por fim, como forma de testar o comportamento dos modelos a possíveis falhas no sensor de velocidade, foram simulados valores nulos aos dados de velocidade durante suas validações.

Tabela 3.6 – Modelos NARX robustos à inclinação na via com entrada RPM.

Modelos (N. pessoas)	Ensaios Utilizados (Tipo/N. pessoas/Incli)	
	<i>Treinamento</i>	<i>Validação</i>
1	MRS-1-Pos e Neg	Deg e MRS-1-Pos, Neg e Nul
3	MRS-3-Pos e Neg	Deg e MRS-3-Pos, Neg e Nul
5	MRS-5-Pos e Neg	Deg e MRS-5-Pos, Neg e Nul

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 3.7 – Modelos NARX robustos à inclinação na via com entrada apenas a aceleração ou RPM e aceleração.

Modelos (N. pessoas)	Ensaios Utilizados (Tipo/N. pessoas/Incli)	
	<i>Treinamento</i>	<i>Validação</i>
3	MRS-3-Pos e Neg	Deg e MRS-3-Pos, Neg e Nul
5	MRS-5-Pos e Neg	Deg e MRS-5-Pos, Neg e Nul

Fonte: Do autor (2018).

Os modelos ditos como robustos são capazes de estimar a velocidade longitudinal do veículo durante todo o intervalo de variação de massa ou inclinação do conjunto de dados, mesmo quando validados com dados referentes a massas ou inclinações as quais não foram treinados.

Todos os modelos projetados foram treinados exclusivamente com dados MRS, respeitando as restrições de massa e inclinação de cada modelo, e validados em simulação livre com dados MRS e Degrau. Os dados disponíveis foram divididos conforme apresentado na Tabela 3.1, 2/3 para treinamento e 1/3 para validação, de forma que os dados de treinamento e validação dos modelos fossem sempre diferentes.

Além das variações de massa provenientes da inclusão e exclusão de pessoas no veículo durante os ensaios, o mesmo sofre alterações em sua massa devido a queima de combustível, mas essas alterações foram desconsideradas desta pesquisa por serem mínimas quando comparadas a primeira.

Os modelos com entrada, apenas a aceleração ou RPM e aceleração, para os dados com uma pessoa no veículo não foram projetados (Tabelas 3.3, 3.5 e 3.7). Isso decorre do problema de congelamento dos dados de acelerômetro e orientação nos eixos x, y e z nos ensaios MRS, o que impossibilitou a identificação desses modelos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

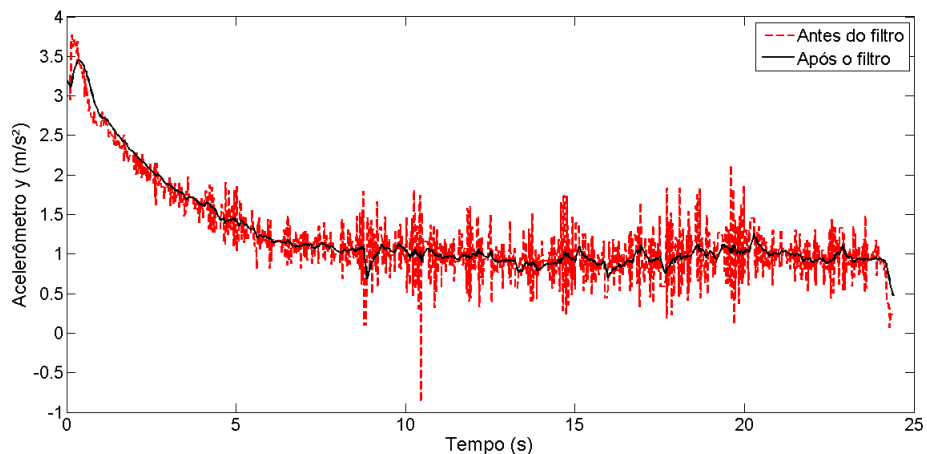
Este capítulo apresenta os resultados obtidos nesta pesquisa e suas discussões. Para tanto, ele está dividido em pré-processamento de dados, identificação de modelos, abordagem alternativa para a robustez à inclinação da via e falha no sensor de velocidade.

4.1 Pré-processamento de dados

4.1.1 Filtro passa-baixa

O resultado da aplicação do LPF descrito na subseção 3.2.1, pode ser visto nas Figuras 4.1 e 4.2. Nelas foram comparados os dados antes e após a filtragem e nota-se que o filtro atenuou o ruído presente nestes dados.

Figura 4.1 – Dados do acelerômetro em y antes e após o filtro passa-baixa.

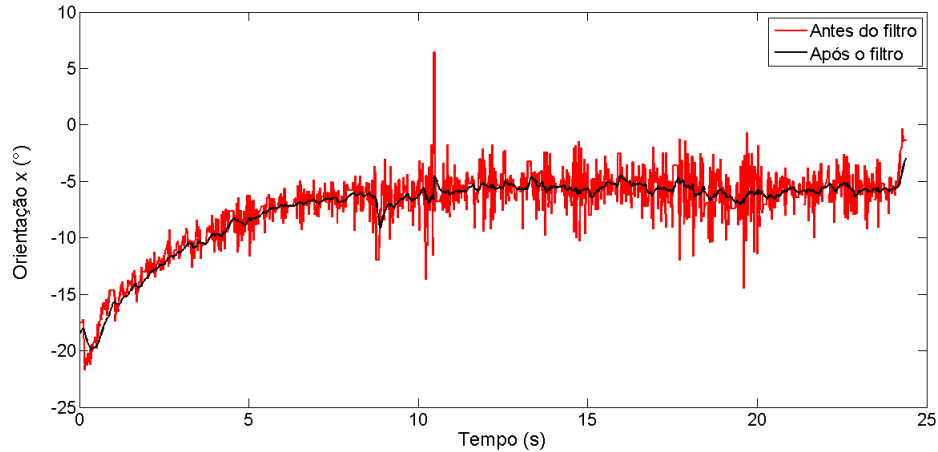


Fonte: Do autor (2018).

4.1.2 Filtro de Kalman

Os dados de velocidade de um ensaio após filtragem do KF em comparação com os dados originais podem ser observados na Figura 4.3. Estes novos dados de velocidade possuem uma resolução média e um MSE (erro quadrático médio)

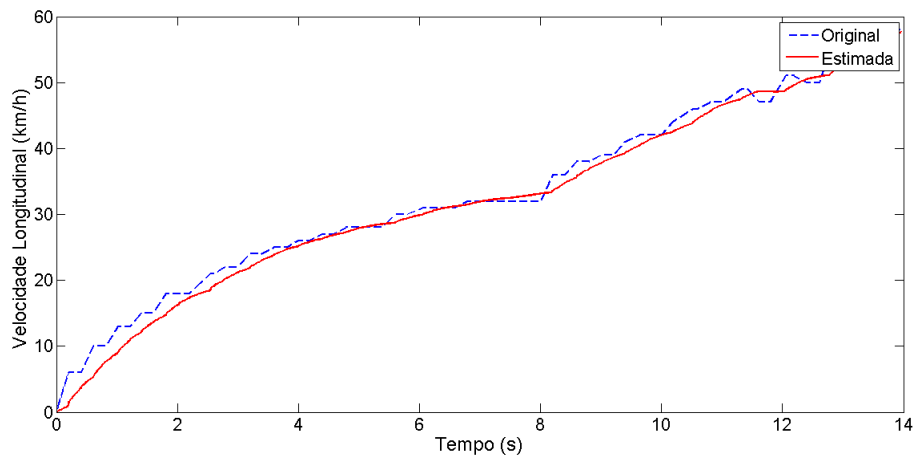
Figura 4.2 – Dados de orientação em x antes e após o filtro passa-baixa.



Fonte: Do autor (2018).

aproximados de $0,07 \text{ km/h}$ e $2,9379 \text{ km}^2/\text{h}^2$, respectivamente, demonstrando que o KF aumentou a resolução dos dados de velocidade e também suavizou a sua representação gráfica.

Figura 4.3 – Velocidade longitudinal estimada pelo filtro de Kalman.



Fonte: Do autor (2018).

A Tabela 4.1 justifica o uso do LPF, mostrando que o MSE da estimativa da velocidade pelo KF diminuiu, diminuindo também o erro acumulado para a resposta dos modelos.

Tabela 4.1 – Desempenho do KF em relação ao uso do LPF.

Ensaio (N. pessoas/Incli/Tipo)	MSE(km ² /h ²)	
	Com o LPF	Sem o LPF
1/Pos/Degrau	0,9483	1,1455
1/Neg/Degrau	5,1739	5,3054
1/Nul/Degrau	1,5057	1,5751
3/Pos/Degrau	1,1973	1,2271
3/Pos/MRS	1,7315	1,8202
3/Neg/Degrau	5,1707	5,2937
3/Neg/MRS	5,1221	5,1805
3/Nul/Degrau	1,8821	1,9365
3/Nul/MRS	5,5857	5,6945
5/Pos/Degrau	0,7722	0,9855
5/Pos/MRS	2,9347	3,1248
5/Neg/Degrau	3,1079	3,2652
5/Neg/MRS	5,0707	5,1531
5/Nul/Degrau	1,3138	1,3616
5/Nul/MRS	2,5525	2,6881
Média	2,9379	3,0505

Fonte: Do autor (2018).

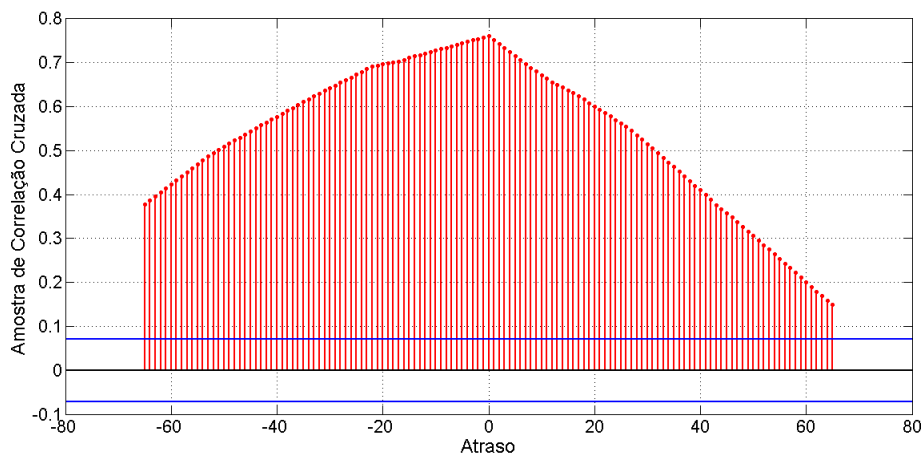
4.2 Identificação de modelos

4.2.1 Escolha das entradas dos modelos

Com o pré-processamento concluído, uma análise conceitual e gráfica dos dados foi realizada para determinar quais representavam melhor o comportamento dinâmico da velocidade do veículo e seriam melhores entradas para os modelos de estimativa da velocidade longitudinal do veículo. Após observar o comportamento da velocidade durante os ensaios e compará-lo com o dos demais dados, percebeu-se que os dados RPM e posição do acelerador reproduziam a aceleração transmitida ao motor pelo pedal do acelerador e os dados do acelerômetro no eixo y, relativos à força de aceleração exercida ao veículo. A Figura 4.4 mostra que os

dados de RPM e posição do acelerador estão muito correlacionados, tornando não vantajosa a utilização dos dois como entradas de um modelo, pois trazem praticamente a mesma informação. Depois de analisar estes dados, foi decidido trabalhar com os dados de RPM, que representam melhor as trocas de marchas do automóvel, e do acelerômetro no eixo y como entradas dos modelos. A Figura 4.5 ilustra as entradas e saída dos modelos.

Figura 4.4 – Correlação cruzada entre os dados de posição do acelerador e RPM.



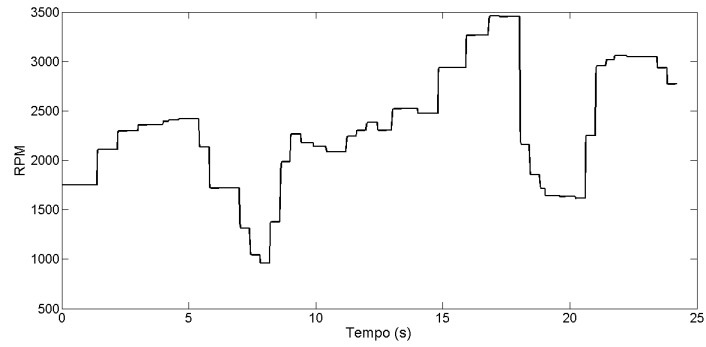
Fonte: Do autor (2018).

4.2.2 Identificação de modelos NARX polinomiais

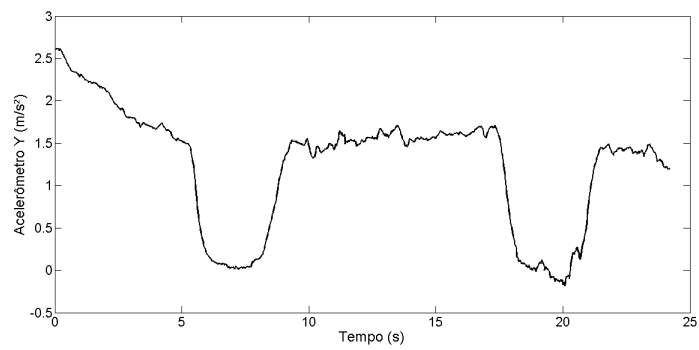
4.2.2.1 NARX com entrada RPM

Primeiramente, foram desenvolvidos modelos NARX polinomiais tendo como entrada apenas os dados de RPM e saída os dados de velocidade longitudinal do veículo. Esses modelos foram treinados e validados em simulação livre com ensaios de mesma massa e inclinação, gerando um modelo para cada conjunto massa-inclinação. Por exemplo, um modelo para a massa de três pessoas no veículo na via inclinada, outro para a massa de três pessoas no veículo na via plana e assim por diante, conforme apresentado na Tabela 3.2. As Figuras 4.6, 4.7, e 4.8 mostram as saídas (Degrau e MRS) dos modelos descritos nesta seção quando trei-

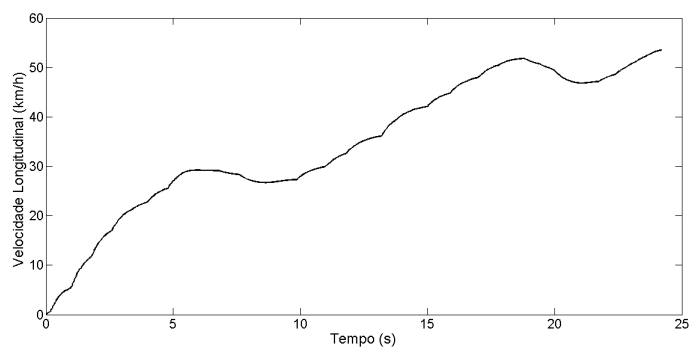
Figura 4.5 – Entradas e saída dos modelos.



(a) Rotações por minuto.



(b) Aceleração.

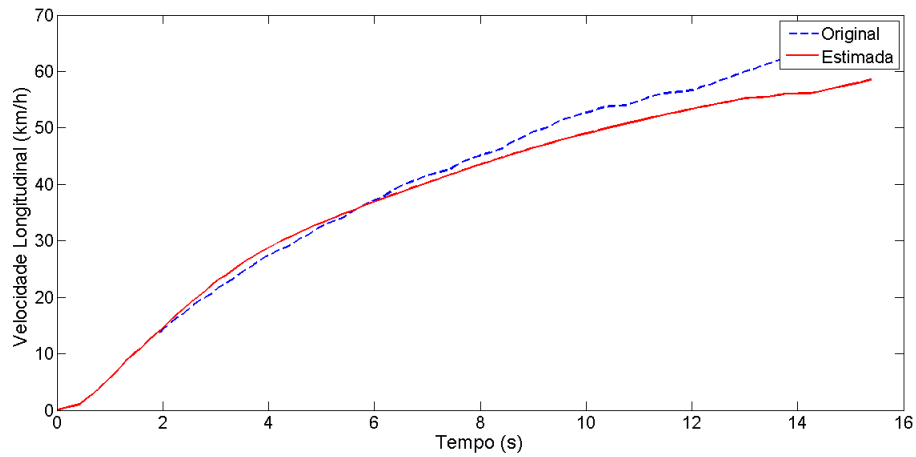


(c) Velocidade.

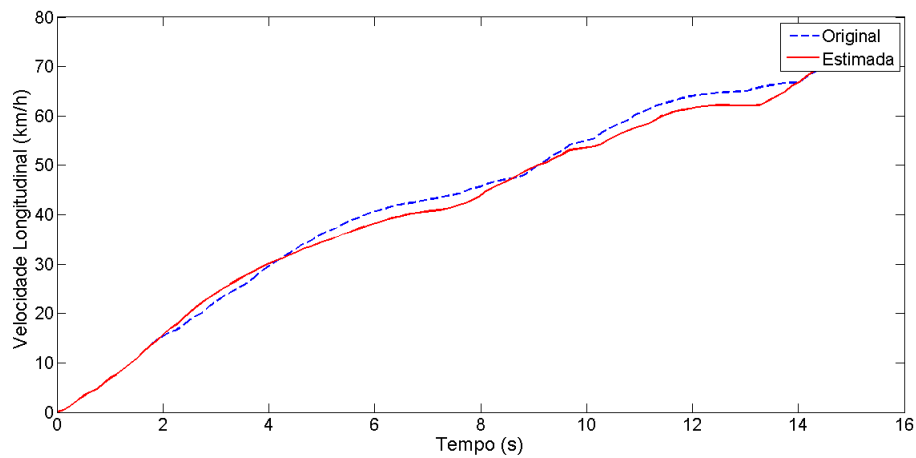
Fonte: Do autor (2018).

nados e validados com os ensaios de uma pessoa na via declinada, três pessoas na via inclinada e cinco pessoas na via plana, respectivamente.

Figura 4.6 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM para os ensaios de validação de uma pessoa na via declinada (entrada Degrau e MRS).



(a) Degrau.

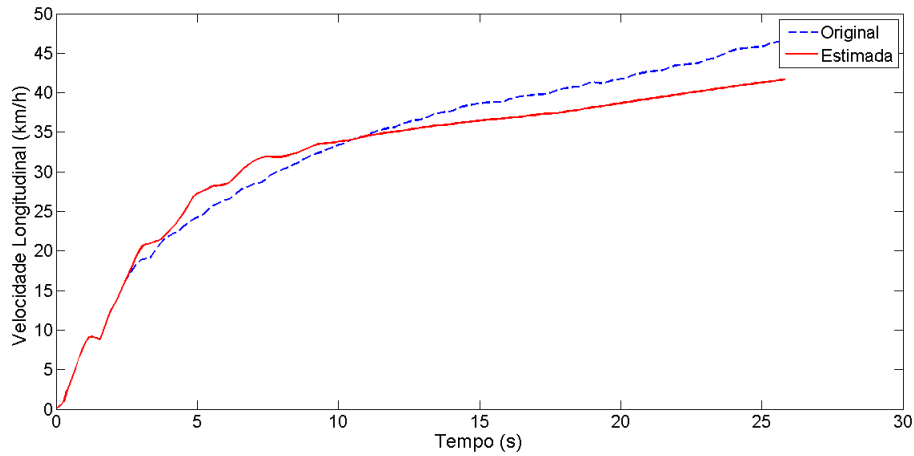


(b) MRS.

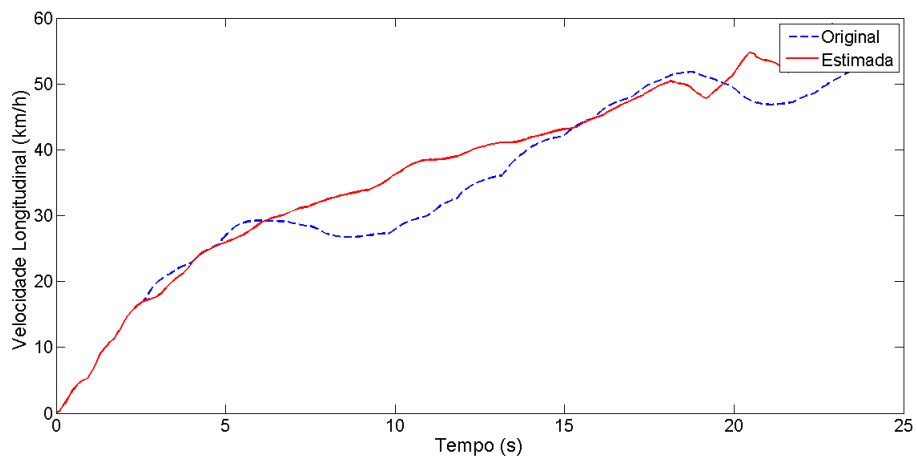
Fonte: Do autor (2018).

Nas Figuras 4.6, 4.7, e 4.8, observa-se que nos segundos iniciais os dados originais da velocidade e os estimados pelo modelo se sobrepõem, isso ocorre

Figura 4.7 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM para os ensaios de validação de três pessoas na via inclinada (entrada Degrau e MRS).



(a) Degrau.



(b) MRS.

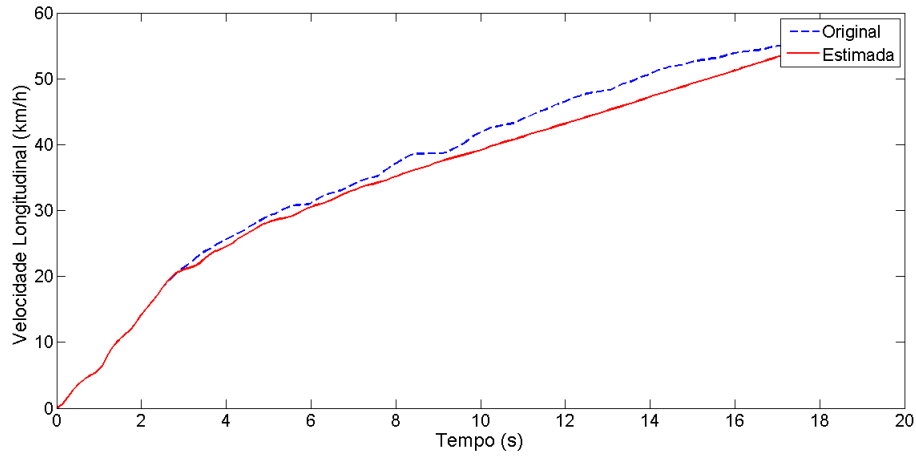
Fonte: Do autor (2018).

porque esses dados são passados como condições iniciais para os modelos NARX. Essa condição irá se repetir para as saídas dos demais modelos.

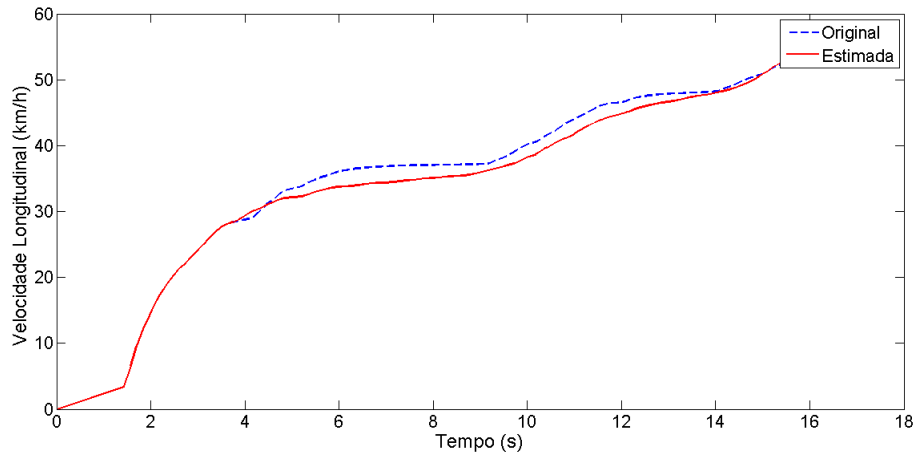
A equação do modelo gerado para três pessoas na via declinada é apresentada a seguir:

3 pessoas/Declinado:

Figura 4.8 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM para os ensaios de validação de cinco pessoas na via plana (entrada Degrau e MRS).



(a) Degrau.



(b) MRS.

Fonte: Do autor (2018).

$$y(k) = 1,5718y(k-1) - 0,7610y(k-2) + 0,1453y(k-3) - 0,4594y(k-10) + 0,6109y(k-9) - 0,0803y(k-11) - 8,2734e^{-9}u(k-1)u(k-7)^2 - 0,2309y(k-14) + 5,0168e^{-5}u(k-3) + 0,0045y(k-18)y(k-18)^2 - 0,0088y(k-7)y(k-18)^2 - 7,3052e^{-4}u(k-15) + 0,0092y(k-5)y(k-14)^2 + 1,6074e^{-7}u(k-15)u(k-$$

$$16)^2 - 0,0051y(k-3)u(k-14)^2 + 0,2455y(k-12) - 5,4670e^{-8}u(k-5)u(k-16)^2.$$

Os valores de MSE e R^2 (coeficiente de determinação) dos modelos NARX com entrada RPM durante suas validações são exibidos nas Tabelas 4.2 e 4.3.

Tabela 4.2 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM para os ensaios de validação em simulação livre (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
1/D	11,6842	0,99199
1/I	14,4739	0,97835
1/P	4,7059	0,99006
3/D	4,8982	0,98795
3/I	6,4064	0,97212
3/P	12,0548	0,99523
5/D	2,0164	0,99628
5/I	26,9739	0,97818
5/P	4,1415	0,99528
Média	9,7061	0,9873

Fonte: Do autor (2018).

Os resultados dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM quando treinados e validados para dados de mesma massa e inclinação da via foram bons, apresentando o maior valor de MSE igual a 26,9739 km²/h². Os seus resultados acompanharam bem a dinâmica da velocidade, em degrau e MRS, e apresentaram um baixo valor médio de MSE e um alto valor médio de R^2 , mostrando que modelos obtidos com valores de RPM como entrada representam bem o comportamento da velocidade do veículo. Analisando as equações dos modelos (Apêndice A), nota-se que apenas no modelo para três pessoas na via declinada apareceu o regressor com termo cruzado ($u(k-a)y(k-b)$), o que indica que aparentemente a constante de tempo do sistema não varia com o ponto de operação, sendo que em todos os modelos houve dominância dos regressores relacionados com não-

Tabela 4.3 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM para os ensaios de validação em simulação livre (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
1/D	3,3491	0,99672
1/I	8,6746	0,97821
1/P	6,1169	0,99718
3/D	14,3042	0,9782
3/I	18,7815	0,94197
3/P	17,2904	0,99297
5/D	6,3565	0,99718
5/I	3,2532	0,96648
5/P	2,1021	0,99287
Média	8,9143	0,9824

Fonte: Do autor (2018).

linearidade na entrada, mostrando que o sistema possui uma curva estática não-linear.

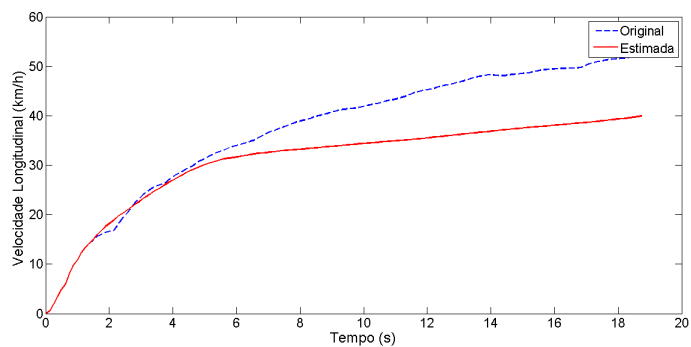
4.2.2.1.1 Obtenção de modelos robustos à massa do veículo

Como forma de obter modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa do veículo, foram treinados modelos com os dados MRS do ensaio com três pessoas no veículo, simulando um valor intermediário da massa total que o veículo pode atingir. Eles foram validados em simulação livre com os dados dos ensaios (Degrau e MRS) com uma pessoa, três pessoas e cinco pessoas, todos sem variações de inclinação da via, conforme a Tabela 3.4. Os gráficos de validação desses modelos para o ensaio na via inclinada são ilustrados nas Figuras 4.9 e 4.10.

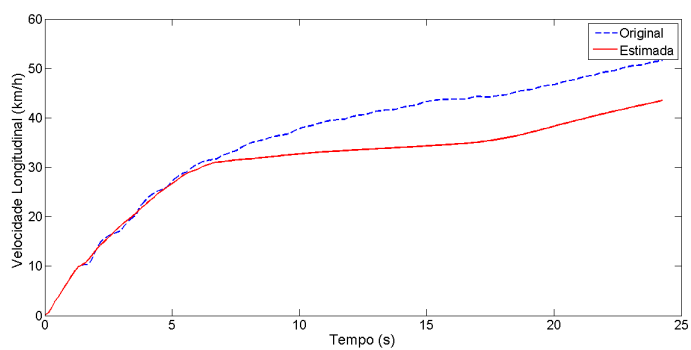
Os regressores de alguns modelos treinados para obter robustez às variações de massa do veículo são apresentados nas equações a seguir:

Inclinado:

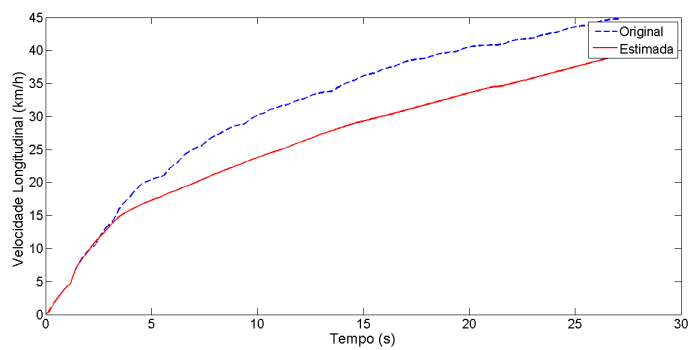
Figura 4.9 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de massa para o ensaio na via inclinada (entrada Degrau).



(a) 1 pessoa.



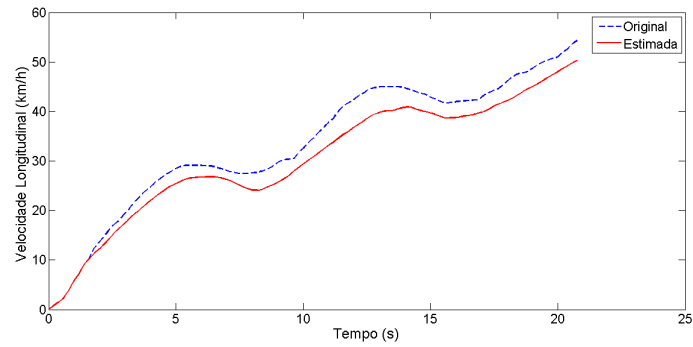
(b) 3 pessoas.



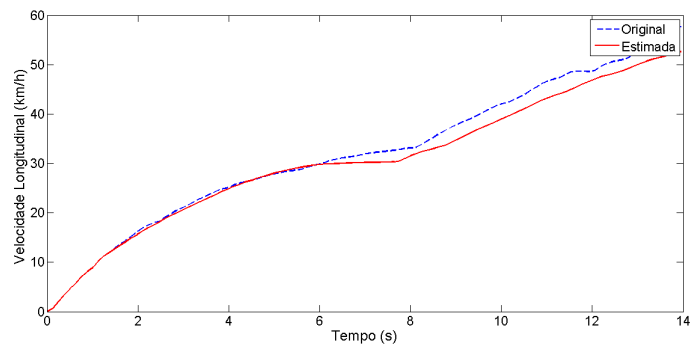
(c) 5 pessoas.

Fonte: Do autor (2018).

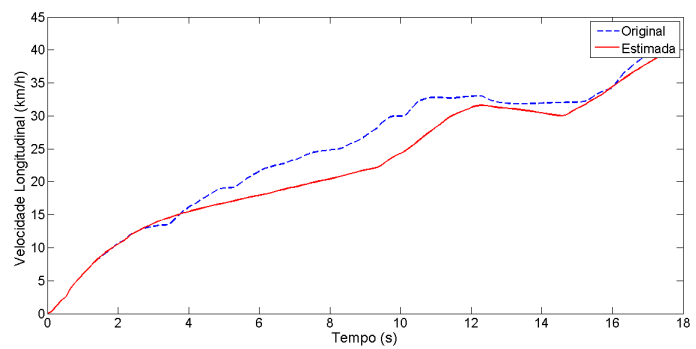
Figura 4.10 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de massa para o ensaio na via inclinada (entrada MRS).



(a) 1 pessoa.



(b) 3 pessoas.



(c) 5 pessoas.

Fonte: Do autor (2018).

$$y(k) = 1,86y(k-1) - 1,2143y(k-2) + 3,6149e^{-4}u(k-1) + 0,3791y(k-3) - 0,0302y(k-8) - 0,3012 - 9,7569e^{-8}u(k-1)u(k-3)^2 + 2,3865e^{-8}u(k-2)u(k-2)^2 + 4,5798e^{-8}u(k-3)u(k-9)^2 - 1,9215e^{-8}u(k-8)u(k-12)^2.$$

Plano:

$$y(k) = 1,6631y(k-1) - 0,9649y(k-2) + 2,1403e^{-4}u(k-1) + 0,2499y(k-3) - 1,8552e^{-4}y(k-1)y(k-1)^2 + 1,3237e^{-4}u(k-10) + 0,2339y(k-15) - 0,1871y(k-14) + 3,1616e^{-4}u(k-15) - 5,4722e^{-8}u(k-15)u(k-15)^2.$$

Os valores de MSE e R^2 dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa do veículo estão nas Tabelas 4.4 e 4.5.

Tabela 4.4 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km ² /h ²)	R ²
1/D	29,6691	0,99796
3/D	13,8398	0,96373
5/D	8,6426	0,99537
1/I	61,402	0,95655
3/I	40,8169	0,9711
5/I	31,9715	0,98883
1/P	9,023	0,99766
3/P	7,6848	0,99637
5/P	7,4446	0,99326
Média	23,3883	0,9845

Fonte: Do autor (2018).

Considerando que foram validados em simulação livre, os modelos NARX polinomiais com entrada RPM apresentaram resultados consideráveis para os testes de robustez à variação de massa do veículo. Apesar de seus resultados apresentarem um valor máximo de MSE igual a 61,402 km²/h², em geral acompanharam razoavelmente bem a dinâmica da velocidade e convergiram em todos os ensaios. Os resultados na via inclinada para os ensaios Degrau foram piores devido a massa do veículo ter maior influência nessa inclinação que nas demais.

Tabela 4.5 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
1/D	9,9238	0,99669
3/D	3,4623	0,99351
5/D	4,1527	0,99003
1/I	11,4684	0,99521
3/I	4,3968	0,99673
5/I	8,476	0,96094
1/P	4,8698	0,98978
3/P	5,6456	0,98637
5/P	6,32	0,98754
Média	6,5239	0,9885

Fonte: Do autor (2018).

Nenhuma equação dos modelos apresenta regressores com termos cruzados ($u(k-a)y(k-b)$), além disso apenas no plano houve termos com não-linearidade em y , ou seja, os outros modelos podem ser representado por modelos de Hammerstein, onde a não-linearidade está presente apenas na entrada, o que facilitaria, por exemplo, a obtenção do curva estática do sistema. A ausência de regressores com termos cruzados também indica que esse não é o tipo de não-linearidade dessa modelagem e novamente há vários regressores não-lineares da entrada, indicando uma curva estática não-linear para essa modelagem.

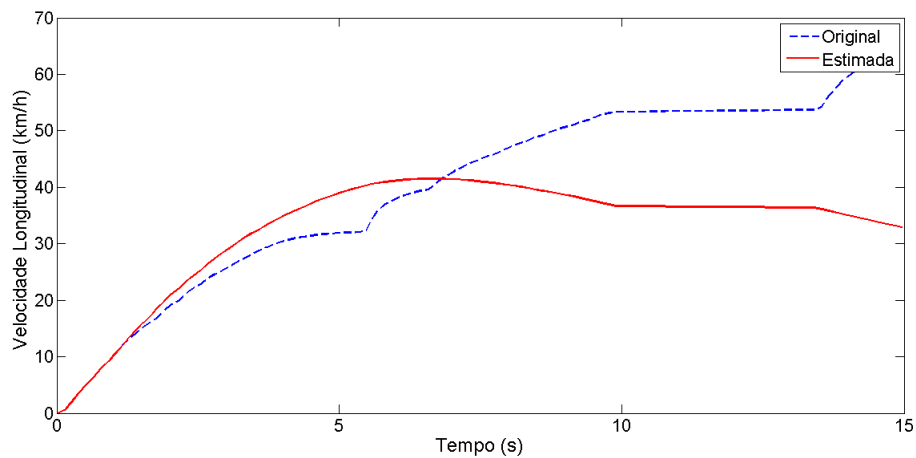
4.2.2.1.2 Obtenção de modelos robustos à inclinação da via

Para obter modelos robustos às variações de inclinação da via, os modelos NARX polinomiais com entrada RPM foram treinados com dados de ensaios MRS com inclinação positiva (inclinado) e negativa (declinado), como se fossem os limites superior e inferior da inclinação. Esses modelos foram validados em simulação livre usando três ensaios da via plana, um ensaio com dados da via in-

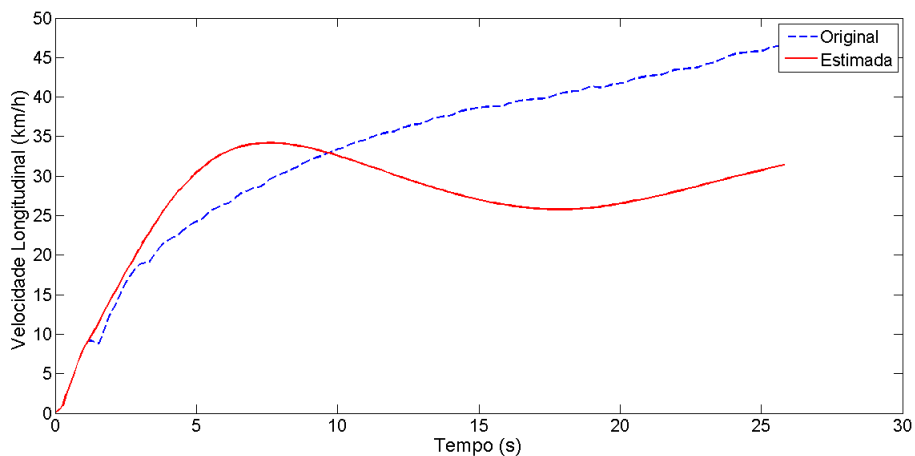
clínada e um ensaio com dados da via declínada, isto sem variar a massa do veículo nestes ensaios, como apresentado na Tabela 3.6.

As saídas do modelo robusto às variações de inclinação da via para os dados validação do ensaio com três pessoas estão ilustradas nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13, respectivamente.

Figura 4.11 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau).



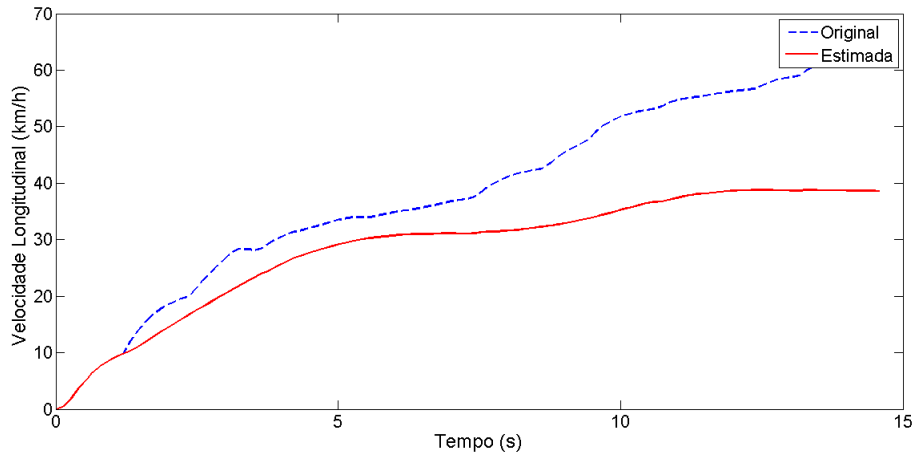
(a) Via declínada.



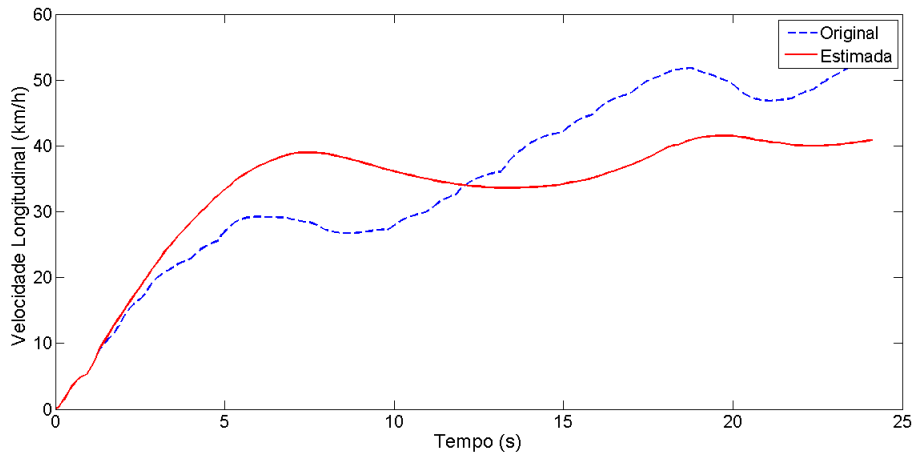
(b) Via inclinada.

Fonte: Do autor (2018).

Figura 4.12 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada MRS)



(a) Via declinada.



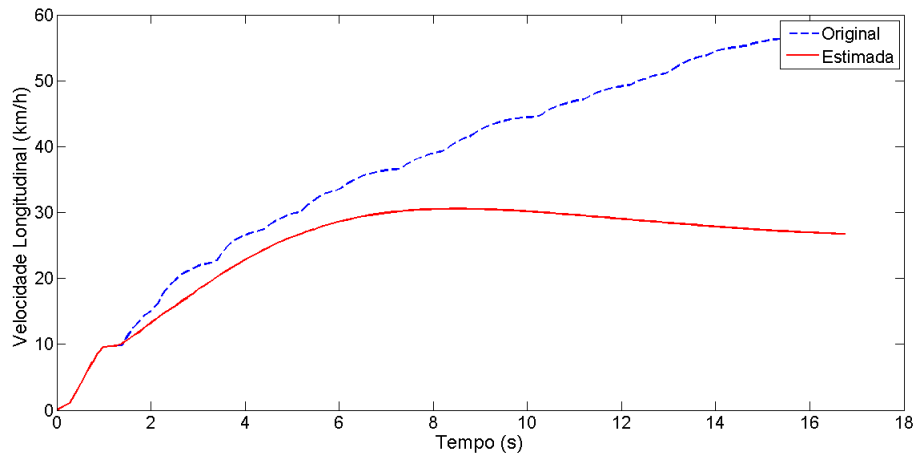
(b) Via inclinada.

Fonte: Do autor (2018).

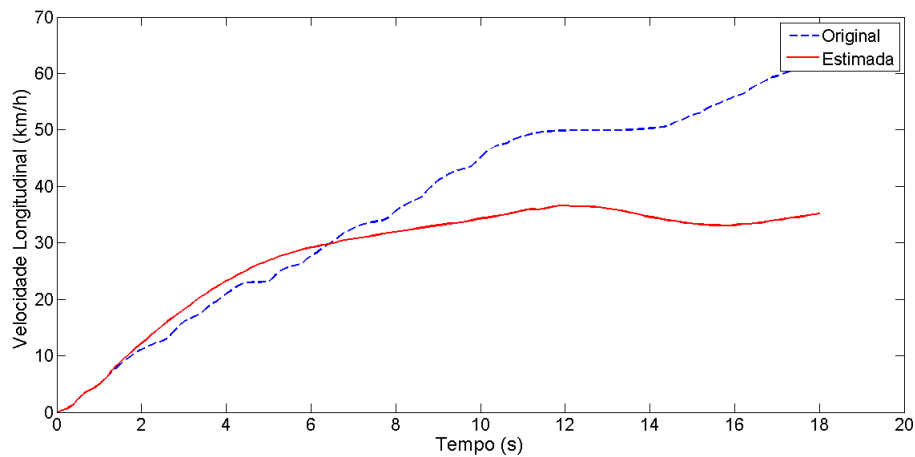
O modelo NARX polinomial com entrada RPM treinado para obter robustez às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas está exibido na equação que segue:

3 pessoas:

Figura 4.13 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau e MRS)



(a) Via plana (Degrau).



(b) Via plana (MRS).

Fonte: Do autor (2018).

$$y(k) = 2,1149y(k-1) - 1,5482y(k-2) + 0,6912e^{-7}y(k-3) - 0,4105y(k-4) + 1,0991e^{-4}u(k-1) - 0,0126y(k-10) + 0,2495y(k-5) - 2,5312e^{-4}u(k-3) + 1,7611e^{-4}u(k-4) - 0,0794y(k-6).$$

Os valores de MSE e R^2 dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de inclinação para todas as validações com ensaios

de mesma massa e variando a inclinação da via são apresentados por meio das Tabelas 4.6 e 4.7.

Tabela 4.6 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de inclinação da via (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
1/D	473,8307	0,76
1/I	253,4114	0,49544
1/P1	332,459	0,93849
1/P2	240,8314	0,70927
1/P3	34,3766	0,95887
3/D	129,8365	0,60804
3/I	107,7559	0,44054
3/P1	268,5823	0,69597
3/P2	226,489	0,51271
3/P3	117,5784	0,53333
5/D	96,4349	0,85564
5/I	40,9784	0,70592
5/P1	110,2662	0,76407
5/P2	24,0186	0,9264
5/P3	98,5547	0,87139
Média	170,3603	0,7184

Fonte: Do autor (2018).

Os modelos NARX polinomiais com entrada RPM treinados com a intenção de serem robustos às variações de inclinação da via não apresentaram resultados satisfatórios, obtendo um MSE máximo de 473,8307 km²/h². Também demonstraram um MSE médio acima de 100 km²/h² para os dados Degrau e um baixo valor de R². Pode-se ressaltar também que o modelo para três pessoas é linear, não apresentando nenhum termo de não-linearidade em y ou em u . Além disso, conforme constatado nos modelos obtidos até então, os termos cruzados não são importantes e há uma maior ocorrência dos termos não-lineares na entrada.

Tabela 4.7 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de inclinação da via (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
1/D	213,4276	0,88982
1/I	12,8057	0,9556
1/P1	215,7045	0,97506
1/P2	28,2575	0,93475
1/P3	154,4805	0,89133
3/D	162,7136	0,92852
3/I	62,969	0,68291
3/P1	163,3656	0,81875
3/P2	142,7793	0,80658
3/P3	59,5767	0,71273
5/D	79,0395	0,9844
5/I	22,1357	0,95481
5/P1	83,6256	0,71507
5/P2	42,5349	0,77654
5/P3	36,9899	0,74845
Média	98,6937	0,8517

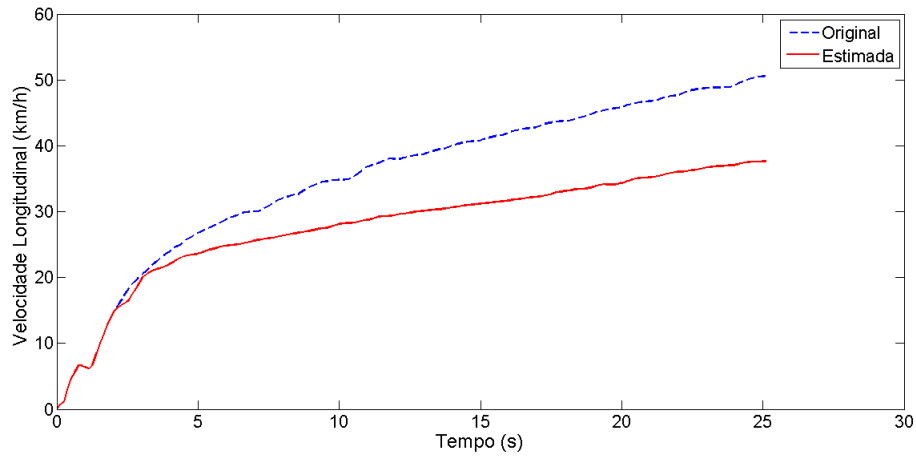
Fonte: Do autor (2018).

4.2.2.2 NARX com entrada aceleração

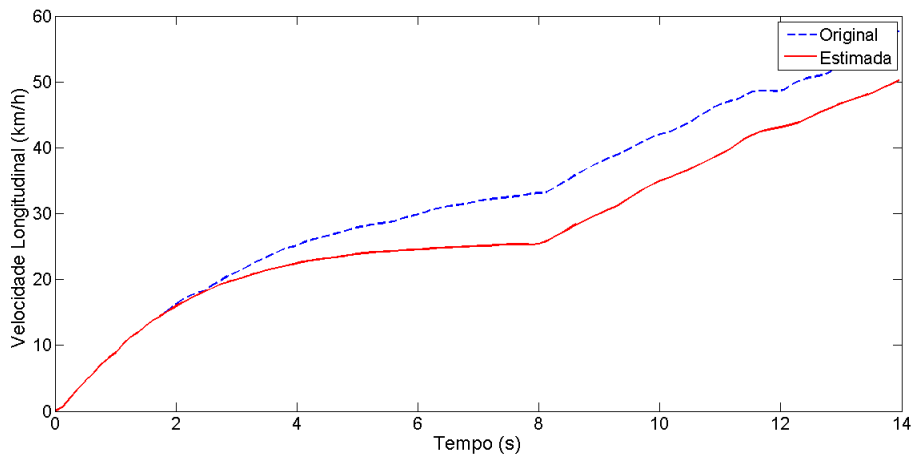
Como método alternativo aos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e forma de comparar os seus resultados, foram projetados modelos NARX polinomiais tendo como entrada os dados de aceleração medidos pelo acelerômetro do *smartphone* no eixo y (aceleração do veículo) e saída os dados de velocidade longitudinal do veículo.

Inicialmente, estes modelos foram treinados e validados em simulação livre com ensaios de mesma massa e inclinação, conforme apresentado na Tabela 3.3. A Figura 4.14 mostra as saídas do modelo para os ensaios com três pessoas na via inclinada.

Figura 4.14 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração para os ensaios de validação de três pessoas na via inclinada (entrada Degrau e MRS).



(a) Degrau.



(b) MRS.

Fonte: Do autor (2018).

Os regressores de alguns modelos obtidos são exibidos nas seguintes equações:

3 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 1,9285y(k-1) - 1,1269y(k-2) + 0,2131u(k-3)u(k-3)^2 - 0,197u(k-2)u(k-6)^2 - 0,4932y(k-11) + 0,2225y(k-3) + 0,1051y(k-15) + 0,218y(k-10) + 0,2991y(k-12) - 0,1534y(k-14).$$

3 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,5964y(k-1) - 0,8337y(k-2) - 0,095u(k-1) + 0,1726y(k-4) + 0,178u(k-9) - 0,6038u(k-2)u(k-5)^2 + 0,208y(k-15) + 0,542u(k-1)u(k-4)^2 + 0,4479u(k-5) + 0,2732u(k-15) - 0,1428y(k-14) - 0,0493u(k-14)u(k-14)^2.$$

Os valores de MSE e R^2 destes modelos quando validados para dados de ensaios com mesma massa e inclinação da via são apresentados nas Tabelas 4.8 e 4.9.

Tabela 4.8 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km ² /h ²)	R ²
3/D	8,4924	0,98733
3/I	72,8677	0,98381
3/P	5,491	0,98855
5/D	3,6317	0,99541
5/I	4,1739	0,99685
5/P	3,458	0,98925
Média	16,3525	0,9882

Fonte: Do autor (2018).

A Tabela 4.10 traz o MSE médio dos modelos treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação para as entradas RPM ou aceleração.

Os resultados mostrados pelos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração nas Tabelas 4.8 e 4.9 foram bons, mas assim como nos modelos NARX polinomiais com entrada RPM os ensaios com três pessoas foram os que apresentaram piores resultados, indicando uma possível perda de qualidade desses dados

Tabela 4.9 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km ² /h ²)	R ²
3/D	29,8328	0,95953
3/I	29,8952	0,98364
3/P	5,2442	0,98471
5/D	9,4239	0,99362
5/I	9,1769	0,91277
5/P	7,4948	0,96392
Média	15,1780	0,9664

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.10 – Desempenho médio dos modelos treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação para as entradas RPM ou aceleração.

Entrada do modelo	MSE médio(km ² /h ²)	
	<i>Degrau</i>	<i>MRS</i>
RPM	9,7061	8,9143
Aceleração	16,3525	15,1780

Fonte: Do autor (2018).

durante os ensaios de coleta. Os modelos NARX polinomiais com entrada RPM também apresentaram melhores valores médios de MSE e R² quando comparados com os modelos NARX polinomiais com entrada aceleração, isso mostra que os dados de RPM representam melhor a velocidade em modelos treinados com ensaios de mesma massa e inclinação.

As equação dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração, nos quais são treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação (Apêndice A) não apresentaram regressores com termos cruzados ($u(k-a)y(k-b)$), indicando que esse não é o tipo de não-linearidade dessa modelagem e há vários regressores não-lineares da entrada, o que indica curva estática não-linear.

Os dados do acelerômetro no eixo y como entrada dos modelos produziram resultados significativos, confirmando que uma vez que é desconsiderada a

força aerodinâmica e a massa do veículo é considerada constante durante o seu deslocamento, a força longitudinal resultante será diretamente proporcional a aceleração longitudinal do veículo e, conseqüentemente, à sua velocidade longitudinal. Como mostra a equação 2.7 na subseção 2.3.2.

4.2.2.2.1 Obtenção de modelos robustos à massa do veículo

Para obter modelos com entrada acelerômetro (eixo y) robustos às variações de massa do veículo, os modelos foram treinados com ensaios de três pessoas no veículo, simulando um valor intermediário da massa total que o veículo pode atingir. Os modelos foram validados em simulação livre conforme a Tabela 3.5.

As Figuras 4.15 e 4.16 ilustram as saídas do modelo para os dados do ensaio na via declinada.

O modelo obtido robusto às variações de massa do veículo para o ensaio na via declinada é exposto na equação a seguir:

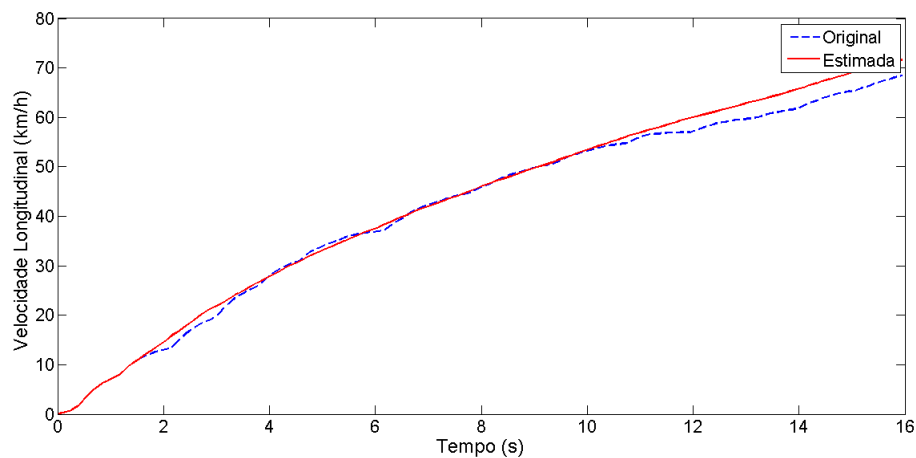
Declinado:

$$y(k) = 1,7213y(k-1) - 0,8829y(k-2) + 0,1987u(k-1) + 0,0925u(k-12) + 0,1629y(k-3) - 0,1060u(k-1)u(k-4)^2 + 0,1315u(k-2)u(k-12)^2 - 0,0714u(k-10)u(k-10)^2.$$

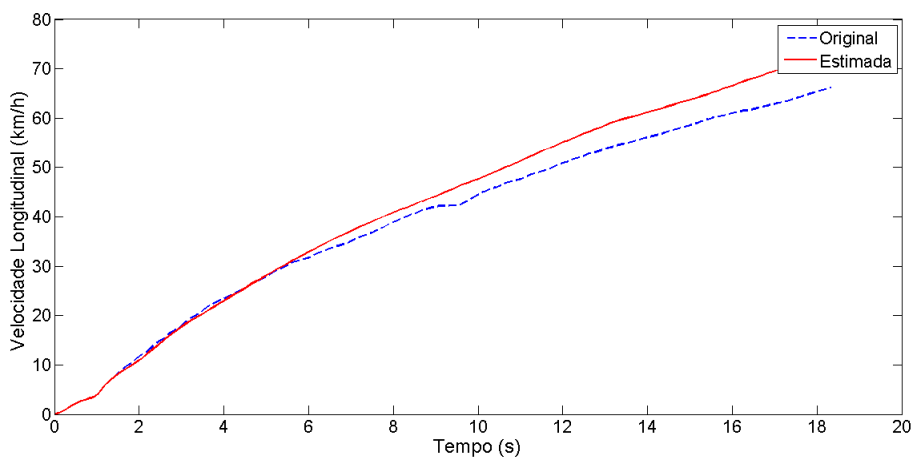
As Tabelas 4.11 e 4.12 mostram os valores de MSE e R^2 dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robusto às variações de massa.

Os resultados apresentados pelos modelos para robustez à variação de massa foram ótimos, conseguindo um desempenho melhor que os modelos NARX com entrada RPM nessa mesma situação para ensaios Degrau, mas foram piores nos ensaios MRS (Tabela 4.13). Assim como os modelos NARX polinomiais com entrada RPM robustos às variações de massa, estes modelos também não possuem nenhum termo cruzado ($u(k-a)y(k-b)$) e há predominância dos termos não-lineares da entrada.

Figura 4.15 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via declinada (entrada Degrau).



(a) 3 pessoas.



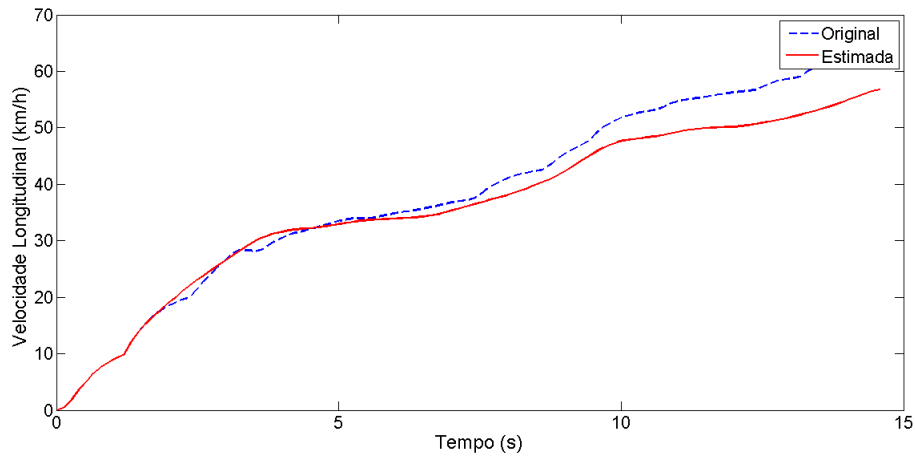
(b) 5 pessoas.

Fonte: Do autor (2018).

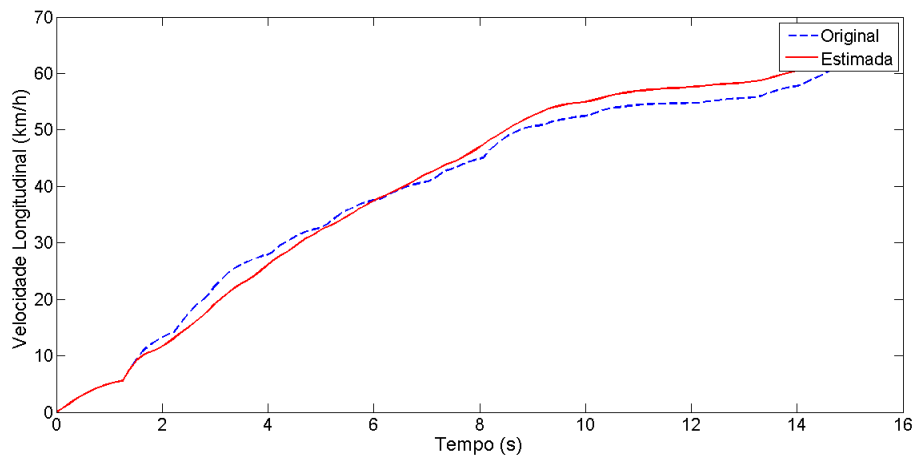
4.2.2.2.2 Obtenção de modelos robustos à inclinação da via

Modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via foram desenvolvidos, sendo treinados com ensaios de inclinação positiva (inclinado) e negativa (declinado), esboçando os limites de in-

Figura 4.16 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via declinada (entrada MRS).



(a) 3 pessoas.



(b) 5 pessoas.

Fonte: Do autor (2018).

clinação da via, e validados em simulação livre como mostra a Tabela 3.7. As saídas do modelo para os dados do ensaio com cinco pessoas são ilustradas nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.19, respectivamente.

Tabela 4.11 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de massa (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	3,3188	0,99658
5/D	14,1435	0,99829
3/I	8,5992	0,98241
5/I	16,1439	0,99771
3/P	1,6103	0,99606
5/P	15,4008	0,98758
Média	9,8694	0,9931

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.12 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de massa (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	16,334	0,98955
5/D	4,0828	0,99585
3/I	2,0935	0,99738
5/I	15,5099	0,94617
3/P	16,3644	0,97893
5/P	15,5171	0,99141
Média	11,6503	0,9832

Fonte: Do autor (2018).

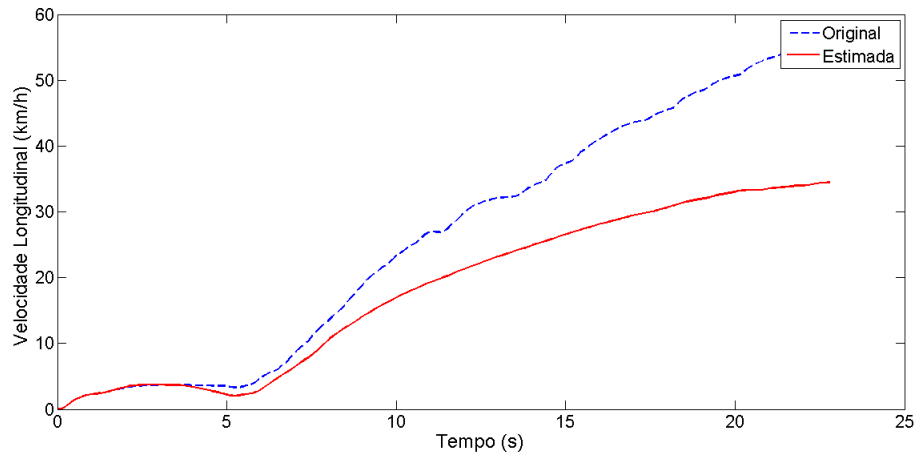
Tabela 4.13 – Desempenho médio dos modelos robustos à massa do veículo para as entradas RPM ou aceleração.

Entrada do modelo	MSE médio(km²/h²)	
	<i>Degrau</i>	<i>MRS</i>
RPM	23,3883	6,5239
Aceleração	9,8694	11,6503

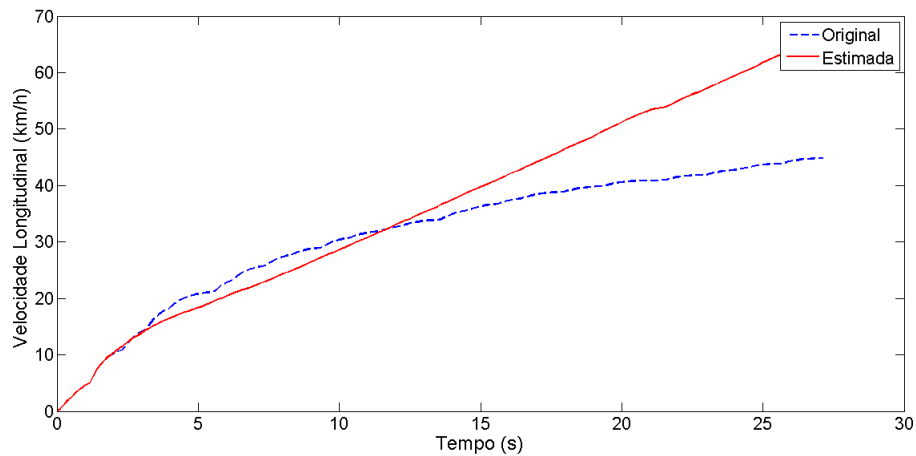
Fonte: Do autor (2018).

A equação a seguir mostra os regressores do modelo NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas.

Figura 4.17 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas (entrada Degrau).



(a) Via declinada.



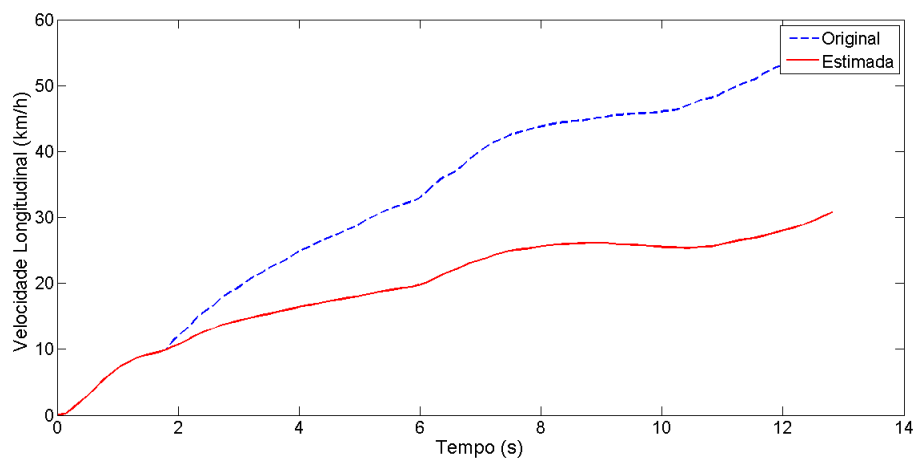
(b) Via inclinada.

Fonte: Do autor (2018).

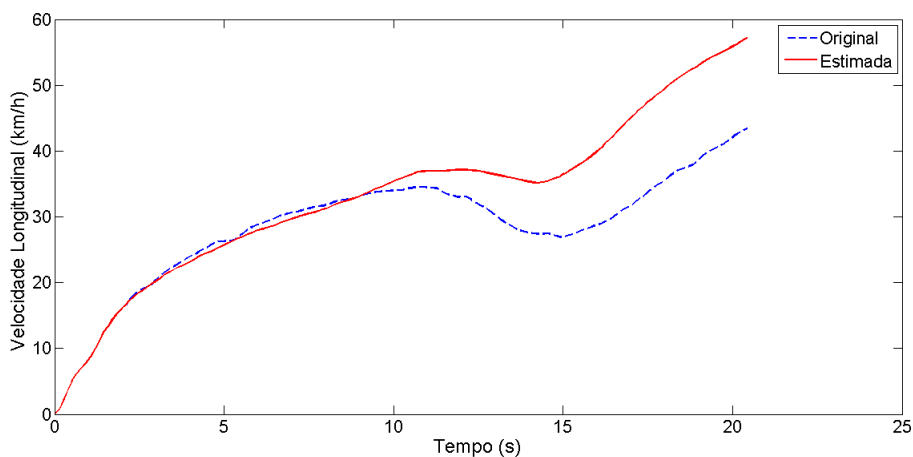
5 pessoas:

$$y(k) = 1,8924y(k-1) - 1,1379y(k-2) + 0,4503u(k-1) - 0,3729u(k-2) - 0,015y(k-14) + 0,3540y(k-3) - 0,1004u(k-15) - 0,022u(k-1)u(k-9)^2 + 0,0805u(k-13) - 0,0937y(k-4).$$

Figura 4.18 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas (entrada MRS)



(a) Via declinada.



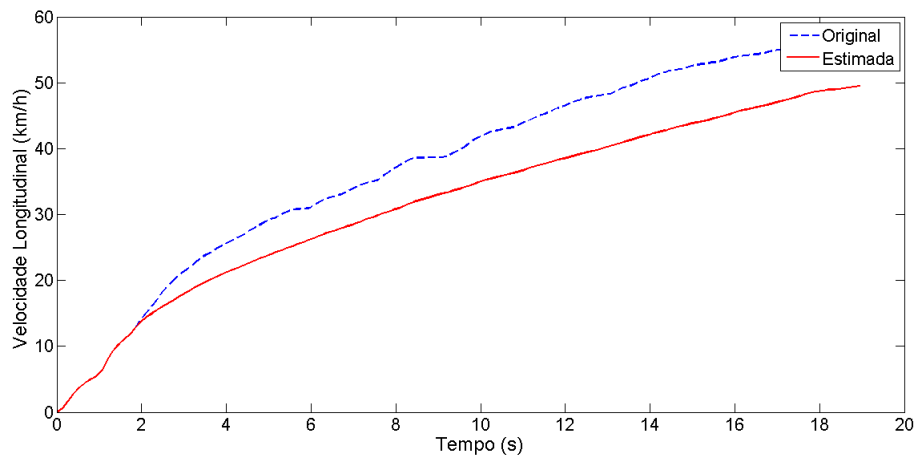
(b) Via inclinada.

Fonte: Do autor (2018).

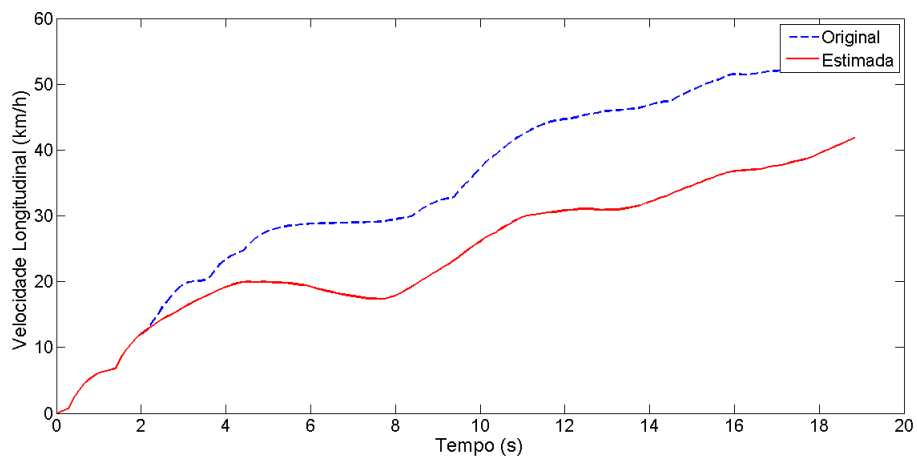
As Tabelas 4.14 e 4.15 apresentam os valores de MSE e R^2 dos modelos NARX com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via.

A Tabela 4.16 mostra o MSE médio dos modelos robustos à inclinação da via para as entradas RPM ou aceleração.

Figura 4.19 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas (entrada Degrau e MRS)



(a) Via plana (Degrau).



(b) Via plana (MRS).

Fonte: Do autor (2018).

Assim como nos modelos NARX polinomiais com entrada RPM, o desempenho dos modelos NARX com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via foi insatisfatório, apresentando altos valores de MSE e baixos valores de R^2 .

Tabela 4.14 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	221,582	0,80426
3/I	613,4982	0,3871
3/P1	211,3095	0,30323
3/P2	187,3842	0,38406
3/P3	335,7538	0,81051
5/D	115,1899	0,99153
5/I	81,6352	0,9165
5/P1	40,5388	0,99636
5/P2	66,9374	0,98498
5/P3	139,6862	0,97924
Média	201,3515	0,7558

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.15 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	115,0836	0,68285
3/I	257,9281	0,73899
3/P1	179,9089	0,45122
3/P2	297,6846	0,78469
3/P3	415,5199	0,72122
5/D	251,1025	0,9796
5/I	53,0622	0,8458
5/P1	124,7763	0,97037
5/P2	128,853	0,94717
5/P3	11,2421	0,99439
Média	183,5161	0,8116

Fonte: Do autor (2018).

Em seus modelos não apareceram não-linearidades na saída e nenhum termo cruzado ($u(k-a)y(k-b)$), mostrando que os termos cruzados não carac-

Tabela 4.16 – Desempenho médio dos modelos robustos à inclinação da via para as entradas RPM ou aceleração.

Entrada do modelo	MSE médio (km ² /h ²)	
	<i>Degrau</i>	<i>MRS</i>
RPM	170,3603	98,6937
Aceleração	201,3515	183,5161

Fonte: Do autor (2018).

terizam a não-linearidade do sistema e há uma maior ocorrência dos termos não-lineares na entrada.

4.2.2.3 NARX com entrada RPM e aceleração

Com o objetivo de utilizar informações provenientes de sensores diferentes, possivelmente trazendo mais informação para construção dos modelos, projetou-se modelos NARX polinomiais tendo como entradas os dados de RPM e de aceleração (medida pelo acelerômetro do *smartphone* no eixo y) e os dados de velocidade longitudinal do veículo como saída.

Esses modelos foram treinados previamente e validados em simulação livre com ensaios de mesma massa e inclinação, como apresentado na Tabela 3.3. A Figura 4.20 mostra as saídas do modelo para o ensaio com cinco pessoas na via plana.

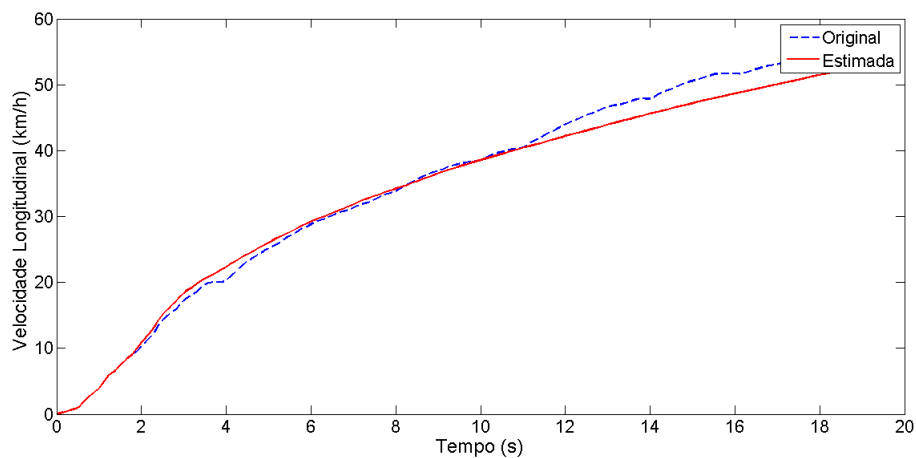
Os regressores de alguns modelos NARX polinomial com entrada RPM e aceleração obtidos nesta seção são expostos nas seguintes equações:

3 pessoas/Inclinado:

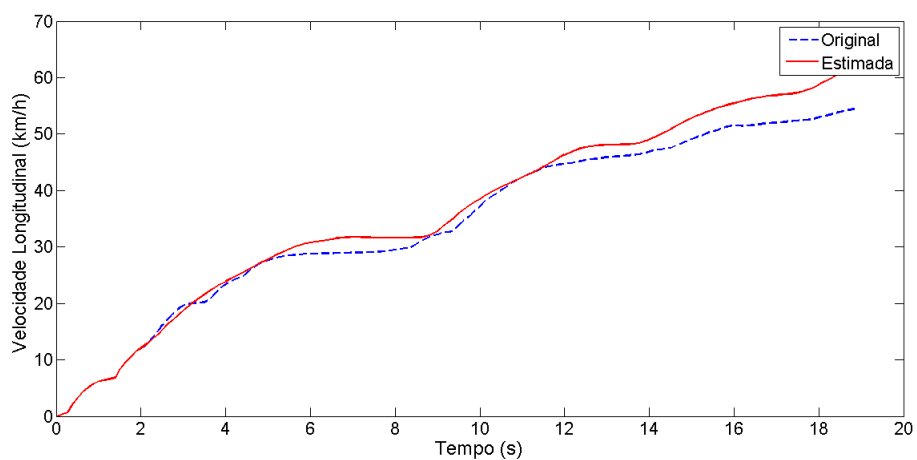
$$y(k) = 1,7742y(k-1) - 1,1058y(k-2) + 0,3846y(k-3) - 0,3049y(k-7) + 0,0281y(k-20) + 0,2683y(k-6) - 0,0039y(k-4)y(k-4)^2 + 0,0038y(k-1)y(k-7)^2 - 0,0422y(k-14) + 1,4606e^8u(k-1)u(k-20)^2.$$

5 pessoas/Plano:

Figura 4.20 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração para os ensaios de validação de cinco pessoas na via plana (entrada Degrau e MRS).



(a) Degrau.



(b) MRS.

Fonte: Do autor (2018).

$$y(k) = 1,8866y(k-1) - 1,3747y(k-2) + 3,7198e^{-4}u(k-1) + 0,9131y(k-3) - 7,5772e^{-8}u(k-1)u(k-1)^2 + 1,5219e^{-4}y(k-15)y(k-15)^2 + 1,0412e^{-4}u(k-3) - 0,7428y(k-4) + 0,3008y(k-5).$$

Os valores de MSE e R^2 dos modelos NARX polinomial com entrada RPM e aceleração, são mostrados nas Tabelas 4.17 e 4.18.

Tabela 4.17 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km ² /h ²)	R ²
3/D	1,3538	0,99696
3/I	10,6806	0,98766
3/P	8,5432	0,99188
5/D	2,9209	0,99961
5/I	16,8637	0,98439
5/P	3,362	0,99555
Média	7,2874	0,9927

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.18 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração para os ensaios de validação em simulação livre (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km ² /h ²)	R ²
3/D	9,9725	0,97393
3/I	3,2028	0,99146
3/P	7,6132	0,997
5/D	4,9118	0,9925
5/I	2,8434	0,96208
5/P	7,6982	0,99375
Média	6,0403	0,9851

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.19 – Desempenho médio de todos os modelos treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação.

Entrada do modelo	MSE médio(km ² /h ²)	
	<i>Degrau</i>	<i>MRS</i>
RPM	9,7061	8,9143
Aceleração	16,3525	15,1780
RPM e Aceleração	7,2874	6,0403

Fonte: Do autor (2018).

Os resultados exibidos pelos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração quando validados para dados de mesma massa e inclinação da via foram bastante satisfatórios, apresentando o maior valor de MSE igual a $16,8637 \text{ km}^2/\text{h}^2$. Os seus resultados acompanharam bem o comportamento da velocidade, em Degrau e MRS, e apresentaram melhores valores médios de MSE e R^2 quando comparados aos modelos NARX com entrada RPM e com entrada aceleração (Tabela 4.19). Nas suas equações não aparecem termos cruzados ($u(k-a)y(k-b)$), comprovando que este não é aparentemente o tipo de não-linearidade deste sistema. Nelas também ocorreu uma maior frequência de termos não-lineares na saída, isso em comparação com os modelos anteriores.

Por meio destes resultados, também é possível perceber que a combinação dos dados de RPM e aceleração trouxe mais informações para os modelos sobre a dinâmica da velocidade longitudinal do veículo.

4.2.2.3.1 Obtenção de modelos robustos à massa do veículo

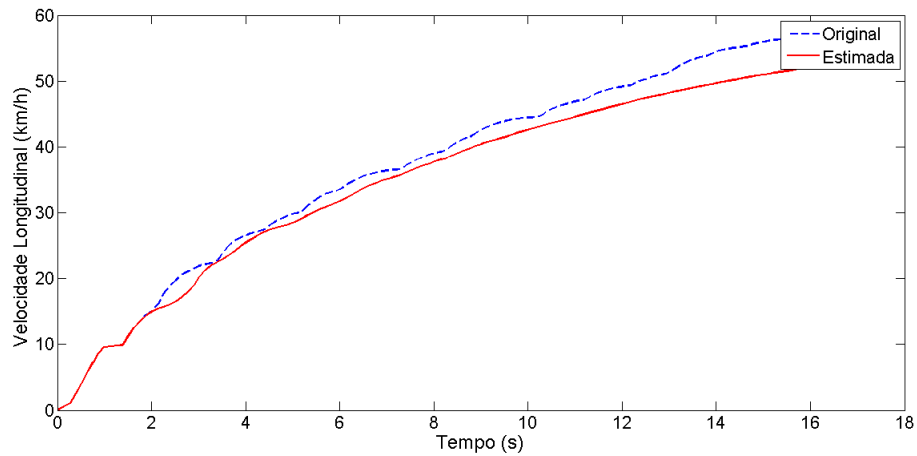
Para obter modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa do veículo, os modelos foram treinados com ensaios de três pessoas no veículo, simulando um valor intermediário da massa total que o veículo pode atingir e validados em simulação livre conforme a Tabela 3.5. As saídas do modelo para o ensaio na via plana são ilustrados nas Figuras 4.21 e 4.22.

Os valores de MSE e R^2 dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa são exibidos nas Tabelas 4.20 e 4.21 e seus regressores para o ensaio na via inclinada na equação a seguir:

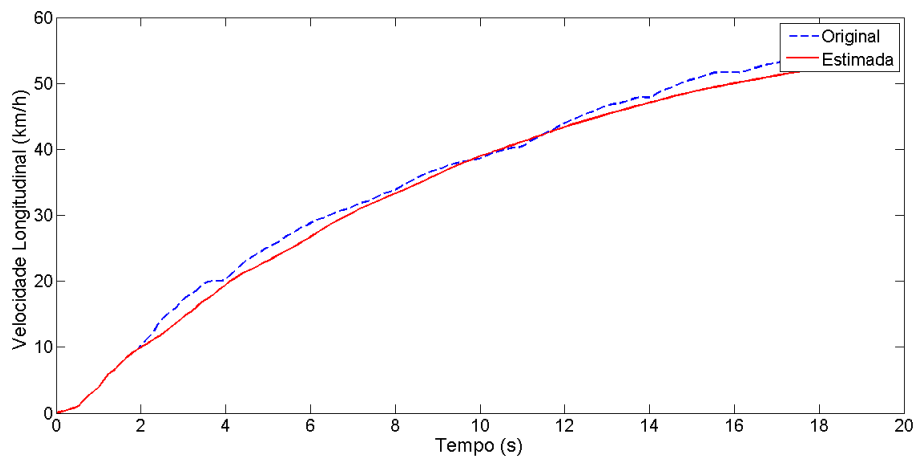
Inclinado:

$$y(k) = 1,5506y(k-1) - 0,7306y(k-2) + 2,7561e^{-4}u(k-5) + 0,1712y(k-3) - 3,5022e^{-8}u(k-9)u(k-15)^2 + 3,7284e^{-8}u(k-1)u(k-11)^2 - 5,486e^{-8}u(k-3)u(k-7)^2 + 0,0044y(k-12)y(k-12)^2 - 0,0191y(k-7)y(k-13)^2 + 0,0115y(k-6)y(k-13)^2 + 2,3591e^{-8}u(k-4)u(k-15)^2 - 0,0017y(k-4)y(k-$$

Figura 4.21 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via plana (entrada Degrau).



(a) 3 pessoas.



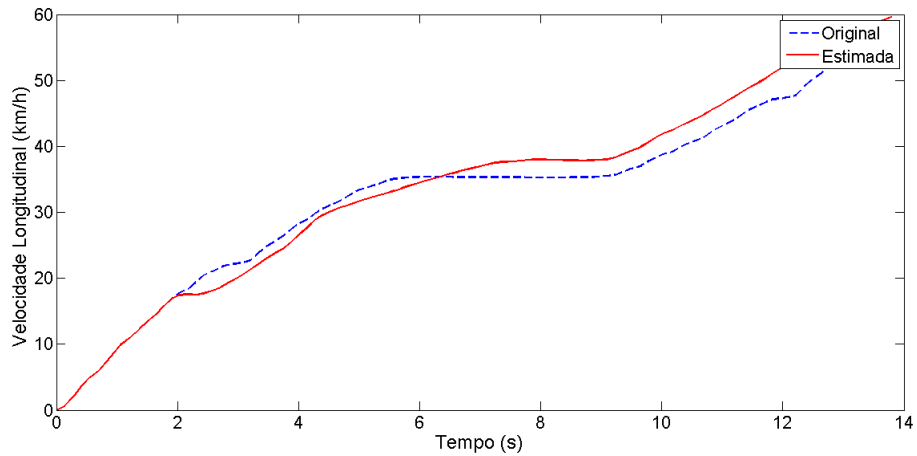
(b) 5 pessoas.

Fonte: Do autor (2018).

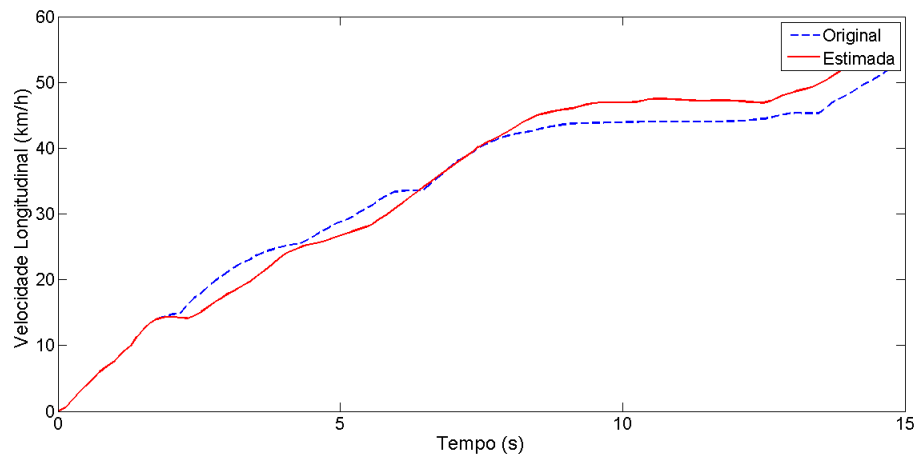
$$12)^2 + 0,0081y(k-8)y(k-13)^2 - 0,0031y(k-10)y(k-13)^2 + 2,6602e^{-8}u(k-2)u(k-5)^2.$$

Os modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa apresentaram resultados satisfatórios e obtiveram melhor desempenho que os modelos com entrada RPM e com entrada aceleração, robustos às

Figura 4.22 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de massa para o ensaio na via plana (entrada MRS).



(a) 3 pessoas.



(b) 5 pessoas.

Fonte: Do autor (2018).

variações de massa (Tabela 4.22). Eles também não apresentaram termos cruzados ($u(k-a)y(k-b)$) e na equação do modelo para ensaio na via inclinada, ocorreu um número semelhante de termos não-lineares na saída e na entrada, indicando que ambas não-linearidades são importantes para este modelo em específico. Com estas considerações, os seus resultados acompanharam bem a dinâmica da velo-

Tabela 4.20 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	13,8398	0,96373
5/D	8,6426	0,99537
3/I	1,1846	0,99252
5/I	3,0436	0,99445
3/P	7,6848	0,99637
5/P	2,0695	0,99708
Média	6,0775	0,9899

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.21 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	3,4623	0,99351
5/D	4,1527	0,99003
3/I	18,4247	0,97754
5/I	11,3927	0,97813
3/P	5,6456	0,98637
5/P	6,32	0,98754
Média	8,2330	0,9855

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.22 – Desempenho médio de todos os modelos robustos à massa do veículo.

Entrada do modelo	MSE médio(km²/h²)	
	<i>Degrau</i>	<i>MRS</i>
RPM	23,3883	6,5239
Aceleração	9,8694	11,6503
RPM e Aceleração	6,0775	8,2330

Fonte: Do autor (2018).

cidade, em todos os tipos de ensaio, e apresentaram um máximo valor de MSE

igual a $18,4247 \text{ km}^2/\text{h}^2$, o que é bastante satisfatório para um modelo validado em simulação livre.

4.2.2.3.2 Obtenção de modelos robustos à inclinação da via

Para obter modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de inclinação em uma via, os modelos foram treinados com dados de inclinação positiva (inclinado) e negativa (declinado), como se fossem respectivamente, os limites superior e inferior das inclinações em uma via, e sua validação em simulação livre foi conforme mostra a Tabela 3.7. Vale ressaltar que durante estes ensaios não variou-se a massa do veículo. As saídas do modelo para os dados do ensaio com três pessoas são ilustradas nas Figuras 4.23, 4.24 e 4.25, respectivamente.

A equação do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas é mostrada a seguir:

3 pessoas:

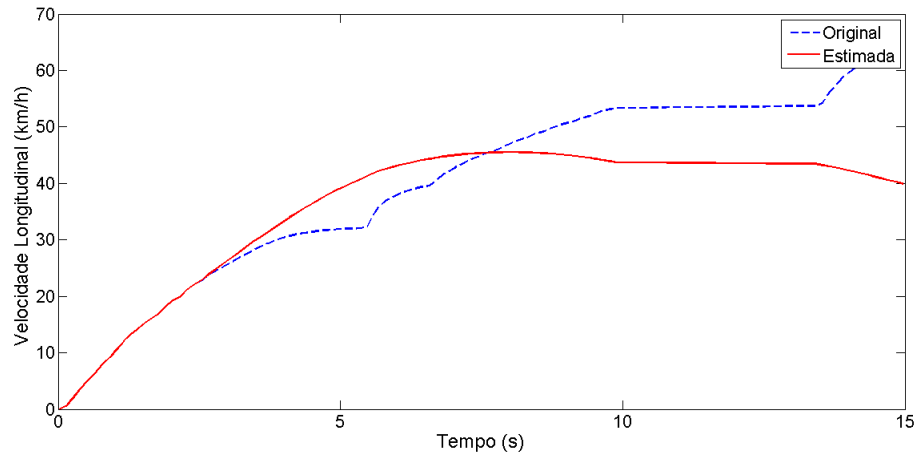
$$y(k) = 1,8958y(k-1) - 1,0343y(k-2) + 0,0296y(k-9) + 0,1484y(k-3) + 0,0142y(k-15) + 0,0095u(k-20)u(k-20)^2 + 0,1306y(k-6) - 0,1849y(k-8).$$

Os valores de MSE e R^2 dos modelos com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação são apresentados nas Tabelas 4.23 e 4.24.

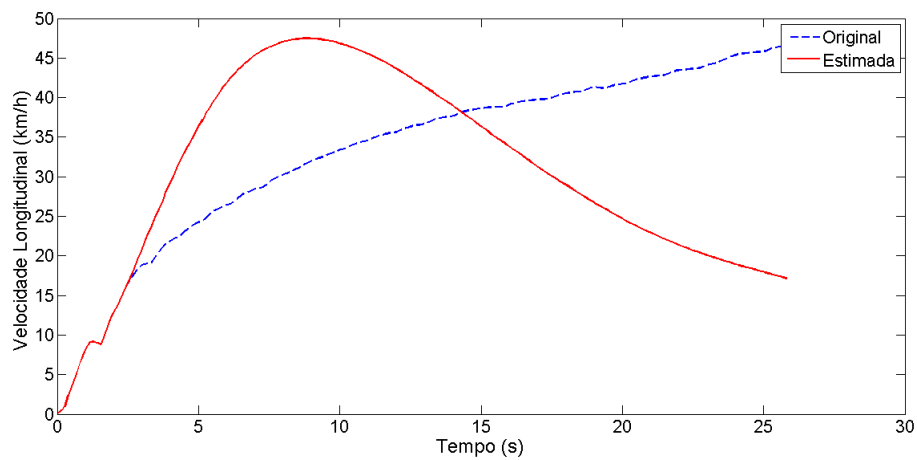
A Tabela 4.25 mostra o MSE médio de todos os modelos robustos à inclinação da via.

Assim como os modelos anteriores, os modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de inclinação apresentaram resultados insatisfatórios, comprovando que esta abordagem não é eficaz para se tratar das variações de inclinação da via. Os modelos também não apresentaram termos

Figura 4.23 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau).



(a) Via declinada.

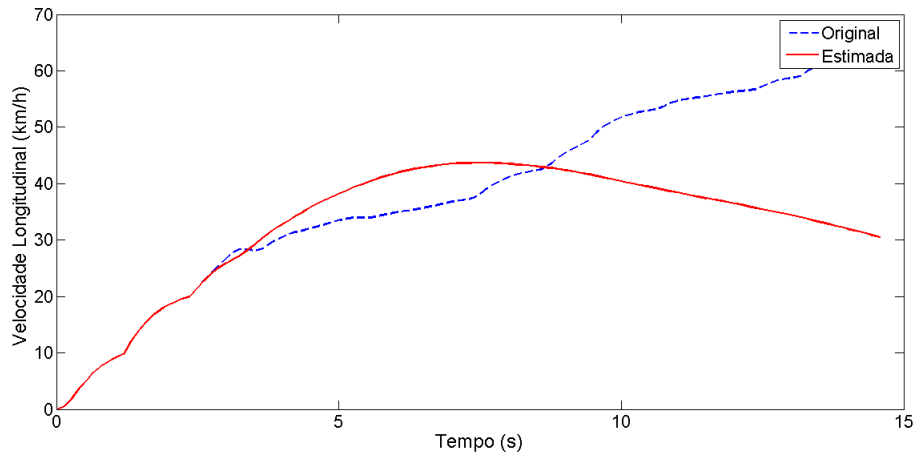


(b) Via inclinada.

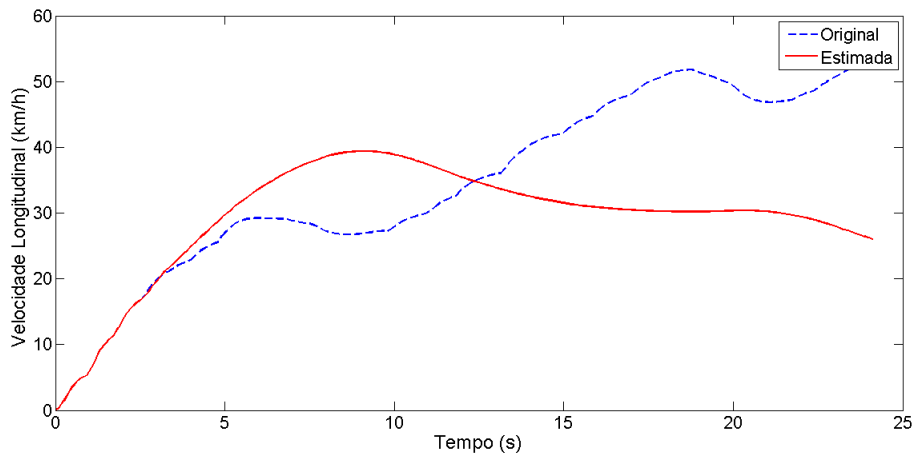
Fonte: Do autor (2018).

cruzados ($u(k-a)y(k-b)$) e ocorreu um maior número de termos não-lineares na entrada.

Figura 4.24 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada MRS)



(a) Via declinada.



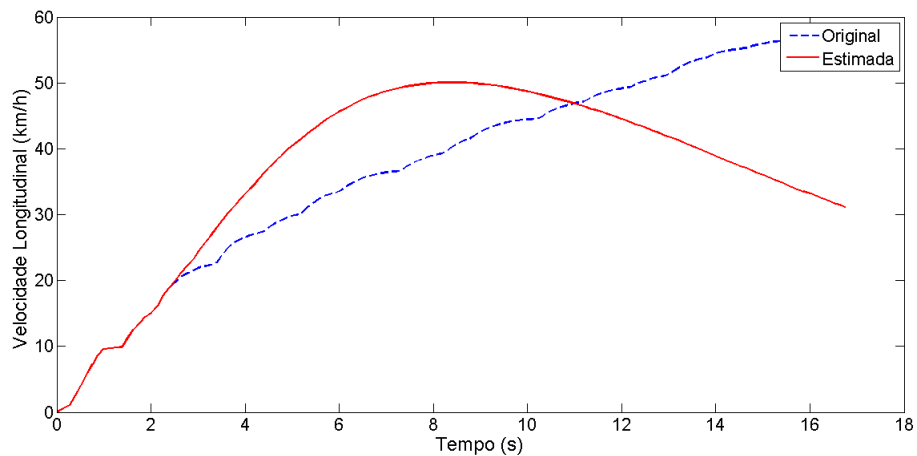
(b) Via inclinada.

Fonte: Do autor (2018).

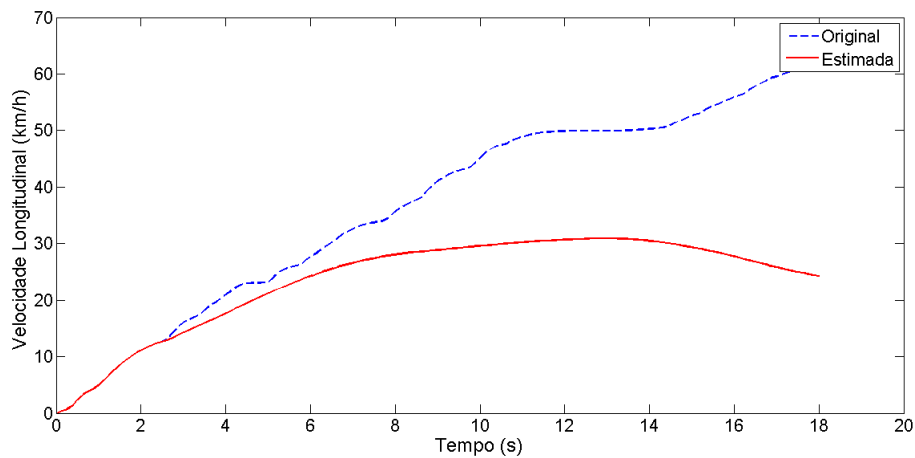
4.3 Abordagem alternativa para a robustez à inclinação da via

Como os resultados anteriores a robustez as variações de inclinação não foram satisfatórios, um novo método foi testado. Nele foi considerando que possuía-se apenas dois modelos, um treinado exclusivamente com ensaios inclinado e outro

Figura 4.25 – Saídas do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via para o ensaio com três pessoas (entrada Degrau e MRS)



(a) Via plana (Degrau).



(b) Via plana (MRS).

Fonte: Do autor (2018).

com ensaios declinado; e as suas saídas foram ponderadas em 50% para estimar a velocidade na via plana, como mostra a Figuras 4.26 para o ensaio com cinco pessoas.

Tabela 4.23 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada Degrau).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	65,7956	0,78598
3/I	216,4228	0,05688
3/P1	131,0048	0,49671
3/P2	125,8469	0,57886
3/P3	44,4405	0,8673
5/D	109,2146	0,99161
5/I	90,2863	0,92062
5/P1	35,2627	0,99661
5/P2	65,1958	0,98561
5/P3	140,4729	0,97973
Média	102,3943	0,7660

Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.24 – Desempenho dos modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de inclinação da via (entrada MRS).

Nº de pessoas/Inclinação	MSE(km²/h²)	R²
3/D	185,8192	0,48712
3/I	170,6384	0,25093
3/P1	289,848	0,76707
3/P2	52,8418	0,88007
3/P3	80,5287	0,7285
5/D	239,2858	0,98047
5/I	60,231	0,85072
5/P1	120,4949	0,97222
5/P2	120,8185	0,95054
5/P3	13,4716	0,99504
Média	133,3978	0,7863

Fonte: Do autor (2018).

Os modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa para os ensaios nas vias inclinada e declinada foram esco-

Tabela 4.25 – Desempenho médio de todos os modelos robustos à inclinação da via.

Entrada do modelo	MSE médio(km ² /h ²)	
	<i>Degrau</i>	<i>MRS</i>
RPM	170,3603	98,6937
Aceleração	201,3515	183,5161
RPM e Aceleração	102,3943	133,3978

Fonte: Do autor (2018).

lhidos para serem utilizados neste método, pois conseguiram melhores resultados em comparação aos demais.

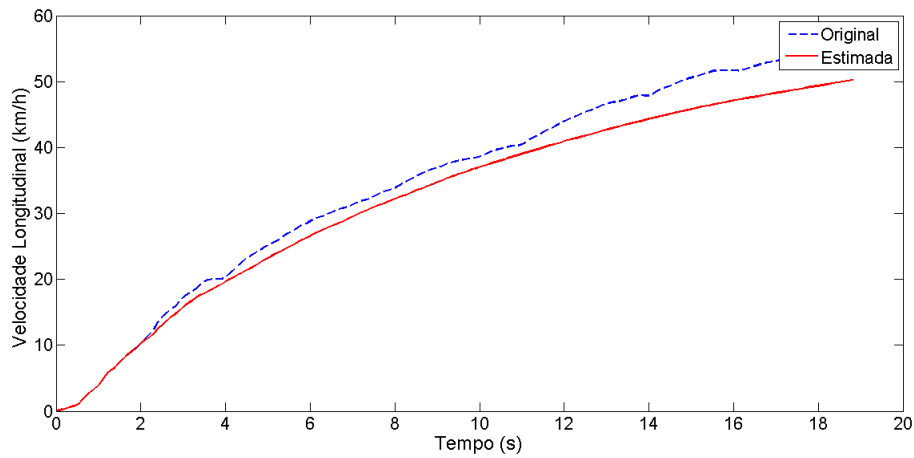
Os valores de MSE e R^2 obtidos por essa nova abordagem estão presentes nas Tabelas 4.26 e 4.27.

A nova abordagem obteve ótimos resultados, apresentando um valor máximo de MSE igual a 19,3848 km²/h². Essa abordagem demonstrou-se promissora, onde seria interessante a utilização de técnicas de inteligência computacional (computação evolucionária (POZO et al., 2005), redes neurais artificiais (BISHOP, 1995), sistemas *fuzzy* (ZADEH, 1965)) para ponderar de maneira automática as saídas dos modelos inclinado e declinado, conseguindo assim, um modelo robusto tanto às variações de massa quanto de inclinação.

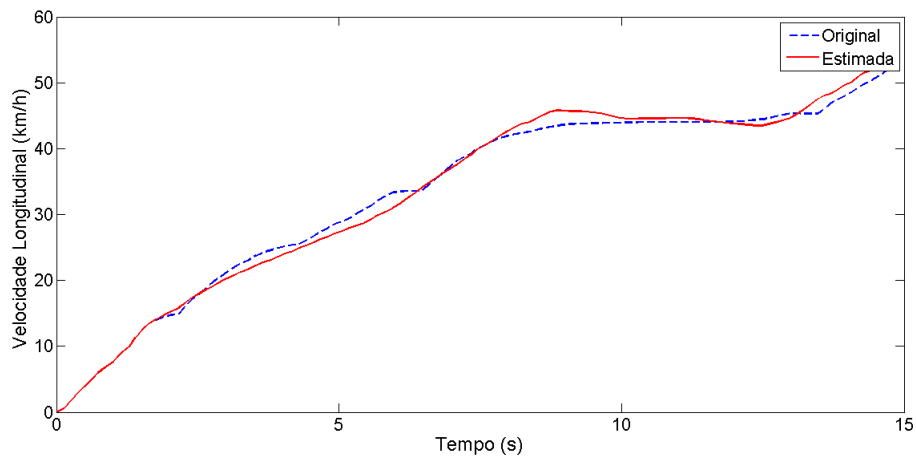
4.4 Falha no sensor de velocidade

De maneira a demonstrar que os modelos NARX polinomiais foram validados em simulação livre, foi simulada uma falha na medição do sensor de velocidade do veículo. Essa falha foi caracterizada com o zeramento do valor da velocidade medido pelo sensor, como observado nas Figuras 4.27, 4.28 e 4.29. Note que os modelos não sofreram influência da falha no sensor de velocidade do veículo, mostrando-se robustos a esse tipo de problema, comprovando sua característica de *soft sensor*. Esses resultados também comprovam que os modelos estão validados em simulação livre.

Figura 4.26 – Saídas do método alternativo para a robustez à inclinação da via para o ensaio com cinco pessoas.



(a) Degrau.



(b) MRS.

Fonte: Do autor (2018).

Com os resultados obtidos nesta pesquisa, percebe-se que os modelos NARX polinomiais obtiveram ótimos resultados para a estimativa, validada em simulação livre, da velocidade longitudinal do veículo. Os modelos com entrada RPM e aceleração foram os que apresentaram melhores resultados, demonstrando que essa entrada informou melhor os modelos sobre o comportamento dinâmico da

Tabela 4.26 – Desempenho do método alternativo para a robustez à inclinação para os ensaios degrau.

Nº de pessoas	MSE(km ² /h ²)	R ²
3	19,3848	0,99402
5	9,0463	0,99816
Média	14,2156	0,9961

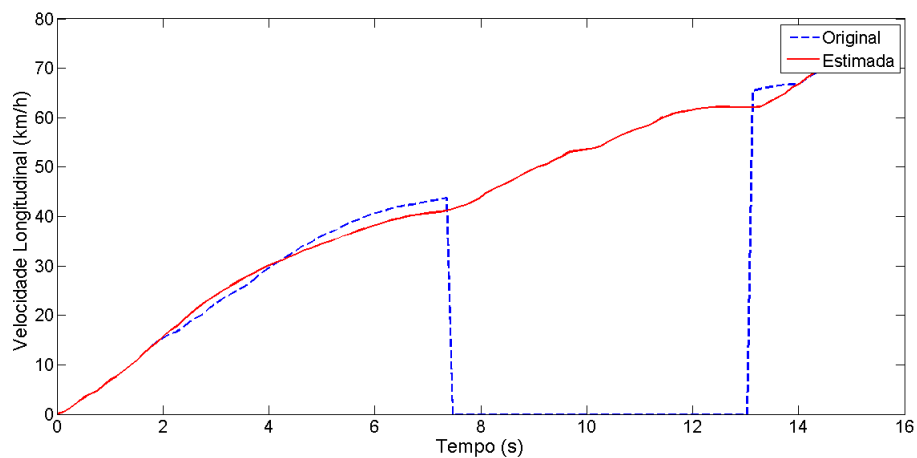
Fonte: Do autor (2018).

Tabela 4.27 – Desempenho do método alternativo para a robustez à inclinação para os ensaios MRS.

Nº de pessoas	MSE(km ² /h ²)	R ²
3	1,0854	0,99665
5	1,2673	0,99475
Média	1,1764	0,9957

Fonte: Do autor (2018).

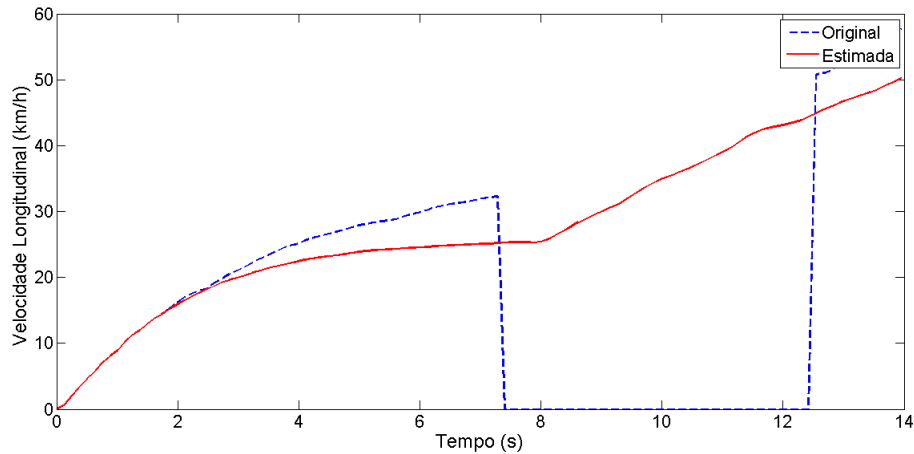
Figura 4.27 – Saída do modelo NARX polinomial com entrada RPM para a falha no sensor de velocidade.



Fonte: Do autor (2018).

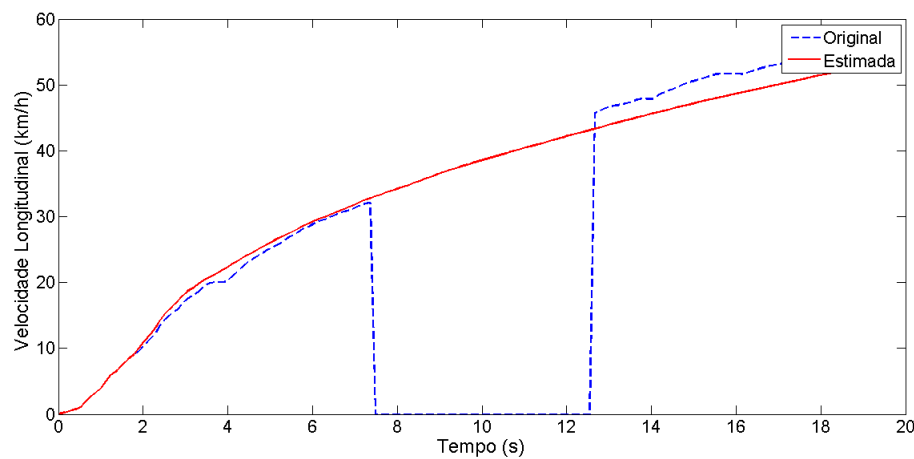
velocidade do veículo. Os modelos NARX também apresentaram bons resultados para a robustez às variações de massa do veículo, mas resultados insatisfatórios para a robustez às variações de inclinação da via.

Figura 4.28 – Saída do modelo NARX polinomial com entrada aceleração para a falha no sensor de velocidade.



Fonte: Do autor (2018).

Figura 4.29 – Saída do modelo NARX polinomial com entrada RPM e aceleração para a falha no sensor de velocidade.



Fonte: Do autor (2018).

Na grande maioria dos modelos, não ocorreram regressores com termos cruzados ($u(k-a)y(k-b)$) em suas equações, demonstrando que a constante de tempo do sistema não varia com o ponto de operação, e ocorreu uma dominância

dos regressores relacionados com não-linearidades da entrada, mostrando que o sistema possui uma curva estática não-linear.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, uma abordagem para projetar sensores virtuais que estimem a velocidade longitudinal do veículo foi desenvolvida. A técnica sugerida utiliza dados obtidos por sensores de baixo custo (sensores já presentes no veículo e o acelerômetro de um *smartphone*) em conjunto com técnicas de identificação de sistemas para realizar essa estimativa.

Modelos NARX polinomiais validados em simulação livre foram implementados com diferentes tipos de entradas para estimar a velocidade longitudinal do veículo e testados para diferentes variações de massa do veículo e inclinação da via. Os modelos NARX polinomiais com entrada RPM e NARX polinomiais com entrada aceleração apresentaram resultados consideráveis, mostrando-se robustos às variações de massa sofridas pelo veículo. No entanto, foram os modelos NARX polinomiais com entrada RPM e aceleração que obtiveram os melhores resultados, tanto quando treinados e validados com ensaios de mesma massa e inclinação, quando testada a sua robustez às variações de massa sofridas pelo veículo.

Pode-se observar que os dados de aceleração fornecido pelo acelerômetro do *smartphone* representam a aceleração imposta pelo veículo com precisão satisfatória para o objetivo desta pesquisa. Em um contexto de pesquisa científica esse método facilitaria a coleta desta informação, visto que ela na grande parte das pesquisas sobre este assunto é coletada por meio de um acelerômetro instalado no eixo traseiro do veículo. A coleta por meio do acelerômetro do *smartphone* se torna mais prática e simples de se realizar.

Neste trabalho, também tentou-se obter modelos NARX polinomiais robustos às variações de inclinação da via, mas os resultados não foram satisfatórios devido talvez a falta de informação nos dados coletados sobre essa grandeza. Devido a isso uma abordagem alternativa foi testada, onde foi considerando apenas dois modelos NARX robusto às variações de massa treinados exclusivamente com ensaios inclinado e declinado; e suas saídas foram ponderadas no valor fixado de

50% para estimar a velocidade na via plana. Essa técnica alternativa apresentou resultados promissores.

Como trabalhos futuros, espera-se aplicar técnicas de inteligência computacional (computação evolucionária, redes neurais artificiais, sistemas *fuzzy*) para ponderar de maneira automática a porcentagem da saída de cada modelo robusto às variações de massa e testar a robustez desta abordagem alternativa às variações simultâneas de massa e inclinação da via sofridas pelo veículo. Também anseia-se coletar mais informações sobre a inclinação da via, seja através de um *smartphone* com giroscópio ou por outro sensor semelhante, e sobre a dinâmica do veículo, como o torque de frenagem e a aceleração lateral.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. [S.l.]: Editora UFMG, 2007.

AMINI, A. et al. Improving gps-based vehicle positioning for intelligent transportation systems. In: **2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1023–1029. ISSN 1931-0587.

ASSIS, A. J. de; FILHO, R. M. Soft sensors development for on-line bioreactor state estimation. **Computers & Chemical Engineering**, Elsevier, v. 24, n. 2, p. 1099–1103, 2000.

BAKKER, E.; NYBORG, L.; PACEJKA, H. B. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. In: **SAE Technical Paper**. SAE International, 1987. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.4271/870421>>.

BARBOSA, B. H. **Instrumentação, modelagem, controle e supervisão de um sistema de bombeamento de água e módulo turbina-gerador**. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2006. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1843/LAAE-6WGNJ4>>.

BARRETO, R. L. P. **Simulação de ângulos de deriva e dinâmica veicular lateral utilizando modelo de quatro rodas com restrições geométricas e cinemáticas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2015.

BERNI, C. d. C. **Implementação em hardware/firmware de um sensor virtual utilizando algoritmo de identificação nebulosa**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2003.

BISHOP, C. M. **Neural networks for pattern recognition**. [S.l.]: Oxford university press, 1995.

BISHOP, G.; WELCH, G. et al. An introduction to the kalman filter. **Proc of SIGGRAPH, Course**, v. 8, n. 27599-23175, p. 41, 2001.

BISHOP, R. Intelligent vehicle applications worldwide. **IEEE Intelligent Systems and Their Applications**, IEEE, v. 15, n. 1, p. 78–81, 2000.

BOADA, B. L. et al. Sideslip angle estimator based on anfis for vehicle handling and stability. **Journal of Mechanical Science and Technology**, Springer, v. 29, n. 4, p. 1473–1481, 2015.

BROGGI, A. **Automatic vehicle guidance: the experience of the ARGO autonomous vehicle**. [S.l.]: World Scientific, 1999.

CHEN, S.; BILLINGS, S. A. Representations of non-linear systems: the narmax model. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 49, n. 3, p. 1013–1032, 1989. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207178908559683>>.

CHU, L. et al. Vehicle lateral and longitudinal velocity estimation based on unscented kalman filter. In: **2010 2nd International Conference on Education Technology and Computer**. [S.l.: s.n.], 2010. v. 3, p. V3–427–V3–432. ISSN 2155-1812.

COELHO, M. d. S. **Modelos de Hammerstein e de Wiener: conexões com modelos narx e sua aplicação em identificação de sistemas não-lineares**. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2002.

COMMITTEE, O.-R. A. D. O. **Taxonomy and definitions for terms related to driving automation systems for on-road motor vehicles**. [S.l.]: SAE International, Tech. Rep. J3016, Sep, 2016.

CORDEIRO, R. de A. et al. Modelagem e controle de trajetória de um veículo robótico terrestre de exterior. (UNICAMP), 2013.

CORRÊA, M. V.; AGUIRRE, L. A. Identificação não-linear caixa-cinza: uma revisão e novos resultados. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, SciELO Brasil, v. 15, n. 2, p. 109–126, 2004.

DANTAS, A. D. O. d. S. **Identificação de modelos polinomiais narx utilizando algoritmos combinados de detecção de estrutura e estimação de parâmetros com aplicações práticas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.

FERREIRA, T. P.; BRAGA, C. M. P.; FILHO, C. S. Sensores virtuais—soft sensors. **Universidade Federal de Minas Gerais**, 2010.

GONÇALVES, L. F. S. **Desenvolvimento de sistema de navegação autônoma por GNSS**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.

GUO, H. et al. Vehicle velocities estimation based on mixed ekf. In: **2011 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 2030–2035. ISSN 1948-9439.

HASHEMI, E. et al. Corner-based estimation of tire forces and vehicle velocities robust to road conditions. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 61, p. 28–40, 2017.

KADLEC, P.; GABRYS, B.; STRANDT, S. Data-driven soft sensors in the process industry. **Computers & Chemical Engineering**, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 795–814, 2009.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of basic Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 82, n. 1, p. 35–45, 1960.

KOBAYASHI, K.; CHEOK, K. C.; WATANABE, K. Estimation of absolute vehicle speed using fuzzy logic rule-based kalman filter. In: **American Control Conference, Proceedings of the 1995**. [S.l.: s.n.], 1995. v. 5, p. 3086–3090 vol.5.

LEONTARITIS, I. J.; BILLINGS, S. A. Input-output parametric models for non-linear systems part i: deterministic non-linear systems; input-output parametric models for non-linear systems - part ii: stochastic non-linear systems. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 41, n. 2, p. 303–344, 1985.

LI, L. et al. Vehicle velocity estimation for real-time dynamic stability control. **International Journal of Automotive Technology**, v. 10, n. 6, p. 675, 2009. ISSN 1976-3832. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s12239-009-0080-7>>.

LIFE. **Lifes Goes To The Futurama**. 1939.

LJUNG, L. Asymptotic behavior of the extended kalman filter as a parameter estimator for linear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 24, n. 1, p. 36–50, Feb 1979. ISSN 0018-9286.

LOTUFO, F. A.; GARCIA, C. Sensores virtuais ou soft sensors: Uma introdução. In: **7 th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, São Paulo**. [S.l.: s.n.], 2008.

MAPS, G. 2018. Disponível em:<<https://www.google.com.br/maps/place/Universidade+Federal+de+Lavras/@-21.2271845,-44.9746178,17z/data=!4m5!3m4!1s0x9ffd8856811737:0xec418e234ccb83af!8m2!3d-21.2292703!4d-44.9775718>>. Acesso em: 11 maio 2018.

NETO, G. L. D. C.; LIMA, D. A. D.; NETO, A. D. M. The use of smartphones as a smart sensor for intelligent vehicles. In: **2016 XIII Latin American Robotics Symposium and IV Brazilian Robotics Symposium (LARS/SBR)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 37–42.

NISSAN. **Nissan anuncia novo lote do crossover global Nissan Kicks para pré-venda no Brasil**. 2016. Disponível em: <<http://nissannews.com/pt/nissan/brasil/channels/br-brasil-nissan-veiculos-nissan-kicks/releases/nissan-anuncia-novo-crossover-global-nissan-kicks-para-pr-venda-no-brasil?page=2&query&la=1&la=1>>. Acesso em: 10 jan. 2018.

OICA. **Organisation Internationale des Constructeurs d'Automobiles**. 2015. Disponível em: <<http://www.oica.net/category/production-statistics/2014-statistics/>>. Acesso em: 20 Fev 2016.

O'KANE, T.; RINGWOOD, J. V. Vehicle speed estimation using gps/riss (reduced inertial sensor system). In: **24th IET Irish Signals and Systems Conference (ISSC 2013)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–6.

OOSTEROM, M.; BABUSKA, R. Virtual sensor for fault detection and isolation in flight control systems-fuzzy modeling approach. In: IEEE. **Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on**. [S.l.], 2000. v. 3, p. 2645–2650.

ORAD, O. A. D. C. **Taxonomy and definitions for terms related to driving automation systems for on-road motor vehicles**. SAE International, 2016. 30 p. Disponível em: <https://doi.org/10.4271/J3016_201609>.

OROSKI, E. **Identificação de sistemas não lineares utilizando modelos NARX, funções ortonormais e otimização heurística**. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e Automação, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2015. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482/21575>>.

OZGUNER, U.; ACARMAN, T.; REDMILL, K. **Autonomous ground vehicles**. [S.l.]: Artech House, 2011.

OZGUNER, U.; STILLER, C.; REDMILL, K. Systems for safety and autonomous behavior in cars: The darpa grand challenge experience. **PROCEEDINGS-IEEE, IEEE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS**, v. 95, n. 2, p. 397, 2007.

PACEJKA, H. B. Tyre and vehicle dynamics. **Butterworth-Heinemann, ISBN 0**, v. 7506, n. 5141, p. 5, 2002.

POWERS, W. F.; NICASTRI, P. R. Automotive vehicle control challenges in the 21st century. **Control engineering practice**, Elsevier, v. 8, n. 6, p. 605–618, 2000.

POZO, A. et al. Computação evolutiva. **Universidade Federal do Paraná, 61p.(Grupo de Pesquisas em Computação Evolutiva, Departamento de Informática-Universidade Federal do Paraná)**, 2005.

QUACHIO, R.; GARCIA, C. Aplicação do método pls-ph para identificação de modelos narx polinomiais. In: **10ª CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES**. [S.l.: s.n.], 2011.

RAJAMANI, R. **Vehicle dynamics and control**. [S.l.]: Springer Verlag, 2005.

- RAJAMANI, R. **Vehicle dynamics and control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011.
- REZAEIAN, A. et al. Simultaneous vehicle real-time longitudinal and lateral velocity estimation. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, IEEE, 2016.
- REZAEIAN, A. et al. Novel tire force estimation strategy for real-time implementation on vehicle applications. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, IEEE, v. 64, n. 6, p. 2231–2241, 2015.
- RILL, G. Vehicle dynamics lecture notes. **Hochschule Regensburg University of Applied Sciences**, 2008.
- SHINZATO, P. Y.; GOMES, D.; WOLF, D. F. Road estimation with sparse 3d points from stereo data. In: **17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1688–1693. ISSN 2153-0009.
- SPIKE, J. **Adaptive Tire Model For Dynamic Tire-Road Friction Force Estimation**. Tese (Doutorado) — University of Waterloo, 2013.
- SPINOLA, A. de L. **Modelagem e Controle Não Linear da Direção de um Veículo Terrestre**. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, 2003.
- THRUN, S.; BURGARD, W.; FOX, D. **Probabilistic robotics**. [S.l.]: MIT press, 2005.
- THRUN, S. et al. Stanley: The robot that won the darpa grand challenge. **Journal of field Robotics**, Wiley Online Library, v. 23, n. 9, p. 661–692, 2006.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS. Biblioteca Universitária. **Manual de normalização e estrutura de trabalhos acadêmicos: TCCs, monografias, dissertações e teses**. 2. ed. Lavras, 2016. Disponível em: <<http://repositorio.ufla.br/jspui/handle/1/11017>>. Acesso em: 08 ago. 2016.
- URMSON, C. et al. Autonomous driving in traffic: Boss and the urban challenge. **AI magazine**, v. 30, n. 2, p. 17, 2009.
- URMSON, C. et al. From automated highways to urban challenges. In: **2008 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 6–10.
- WETMORE, J. M. Driving the dream: The history and motivations behind sixty years of automated highway systems in america. **Automotive History Review**, p. 4–19, 2003.
- WONG, J. Y. Theory of ground vehicles. **Wiley-Interscience**, Third Edition, 2001.

WU, L. j. Experimental study on vehicle speed estimation using accelerometer and wheel speed measurements. In: **2011 Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 294–297.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and control**, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.

ZHANG, B. et al. A novel observer design for simultaneous estimation of vehicle steering angle and sideslip angle. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 7, p. 4357–4366, July 2016. ISSN 0278-0046.

ZHAO, L. H.; LIU, Z. Y.; CHEN, H. Design of a nonlinear observer for vehicle velocity estimation and experiments. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 19, n. 3, p. 664–672, May 2011. ISSN 1063-6536.

APÊNDICE A – Equações dos modelos NARX polinomiais

Todas as equações dos modelos NARX polinomiais obtidos nesta pesquisa são apresentadas a seguir:

Modelos NARX com entrada RPM:

1 pessoa/Declinado:

$$y(k) = 0,6266y(k-1) + 0,3898y(k-2) - 8,5927e^{-4}u(k-2) - 1,3282e^{-6}u(k-2)u(k-3)^2 + 1,2731e^{-4}y(k-5)y(k-5)^2 + 5,6855e^{-7}u(k-3)u(k-3)^2 + 6,6421e^{-7}u(k-2)u(k-2)^2 + 0,0016u(k-3) - 0,02y(k-2)y(k-7)^2 + 0,0167y(k-1)y(k-7)^2 + 0,0693y(k-5) + 0,0013y(k-7)y(k-10)^2 - 0,0535y(k-9) + 1,1469e^{-7}u(k-1)u(k-12)^2 + 0,0018y(k-3)y(k-15)^2 + 3,8311e^{-7}u(k-2)u(k-9)^2 - 3,4176e^{-7}u(k-3)u(k-9)^2 - 0,0461y(k-14) - 4,9613e^{-8}u(k-1)u(k-1)^2 - 7,7738e^{-8}u(k-3)u(k-12)^2.$$

1 pessoa/Inclinado:

$$y(k) = 1,9858y(k-1) - 1,2771y(k-2) + 0,4659y(k-3) - 0,1734y(k-4) - 0,3273y(k-10) + 0,0157y(k-18) + 0,2706y(k-9) + 0,0385y(k-14) + 1,5619e^{-4}u(k-5) - 3,3268e^{-8}u(k-3)u(k-13)^2 + 7,6547e^{-8}u(k-3)u(k-15)^2 - 5,6042e^{-8}u(k-3)u(k-14)^2 - 8,8641e^{-5}u(k-6).$$

1 pessoa/Plano:

$$y(k) = 1,2125y(k-1) - 0,2348y(k-2) - 8,005e^{-5}u(k-3) + 0,4875 - 2,3562e^{-8}u(k-2)u(k-20)^2 + 3,2022e^{-8}u(k-1)u(k-14)^2 - 3,1565e^{-8}u(k-1)u(k-12)^2 + 2,8942e^{-4}u(k-5) - 1,2578e^{-7}u(k-5)u(k-9)^2 + 7,4122e^{-8}u(k-3)u(k-7)^2 + 7,3823e^{-8}u(k-2)u(k-17)^2 - 7,1904e^{-8}u(k-2)u(k-19)^2 + 1,3658e^{-4}u(k-9) + 4,1126e^{-8}u(k-1)u(k-11)^2 + 1,0872e^{-4}y(k-20)y(k-20)^2.$$

3 pessoas/Declinado:

$$y(k) = 1,5718y(k-1) - 0,7610y(k-2) + 0,1453y(k-3) - 0,4594y(k-10) + 0,6109y(k-9) - 0,0803y(k-11) - 8,2734e^{-9}u(k-1)u(k-7)^2 - 0,2309y(k-14) + 5,0168e^{-5}u(k-3) + 0,0045y(k-18)y(k-18)^2 - 0,0088y(k-7)y(k-$$

$$18)^2 - 7,3052e^{-4}u(k-15) + 0,0092y(k-5)y(k-14)^2 + 1,6074e^{-7}u(k-15)u(k-16)^2 - 0,0051y(k-3)u(k-14)^2 + 0,2455y(k-12) - 5,4670e^{-8}u(k-5)u(k-16)^2.$$

3 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 1,3413y(k-1) - 0,4208y(k-2) + 1,6618e^{-4}u(k-5) - 9,2387e^{-7}u(k-9)u(k-15)^2 + 3,2228e^{-7}u(k-1)u(k-19)^2 + 3,7720e^{-8}u(k-11)u(k-15)^2 + 0,0876y(k-3) + 3,7641e^{-8}u(k-13)u(k-15)^2 - 6,3401e^{-4}u(k-1) - 2,9124e^{-7}u(k-5)u(k-19)^2 + 0,0424y(k-18)y(k-18)^2 - 0,0041y(k-7)y(k-19)^2 + 0,0035y(k-5)y(k-12)^2 - 0,004y(k-7)y(k-16)^2 - 8,0913e^{-8}u(k-7)u(k-18)^2 - 0,0903y(k-15)y(k-18)^2 + 0,0094y(k-6)y(k-18)^2 - 2,2386e^{-7}u(k-3)u(k-19)^2 + 0,0023y(k-12)y(k-20)^2 + 4,4570e^{-4}u(k-3) + 2,1412e^{-8}u(k-4)u(k-18)^2 + 0,0447y(k-15)y(k-15)^2 - 0,0041y(k-5)y(k-7)^2 + 1,7527e^{-7}u(k-5)u(k-5)^2 + 1,3665e^{-7}u(k-19)u(k-19)^2.$$

3 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,6075y(k-1) - 0,7937y(k-2) - 9,6878e^{-6}u(k-1) + 0,0877y(k-4) - 0,0096y(k-1)y(k-7)^2 + 0,0079y(k-1)y(k-8)^2 + 8,2692e^{-8}u(k-2)u(k-15)^2 + 0,0063y(k-1)y(k-15)^2 + 9,2490e^{-8}u(k-1)u(k-10)^2 - 0,0052y(k-1)y(k-14)^2 + 0,3476y(k-6) - 0,2278y(k-7).$$

5 pessoas/Declinado:

$$y(k) = 1,5904y(k-1) - 0,8091y(k-2) - 1,5686e^{-4}u(k-2) + 0,18y(k-5) - 3,3884e^{-7}u(k-2)u(k-5)^2 + 4,8735e^{-7}u(k-2)u(k-4)^2 + 1,4609e^{-4}u(k-7) - 5,1666e^{-7}u(k-4)u(k-9)^2 + 1,8635e^{-7}u(k-5)u(k-8)^2 + 0,001u(k-9) - 1,1603e^{-7}u(k-1)u(k-13)^2 + 6,1533e^{-8}u(k-3)u(k-14)^2 + 0,0215y(k-18) + 1,1551e^{-7}u(k-4)u(k-6)^2 + 8,1316e^{-8}u(k-1)u(k-16)^2 - 8,7342e^{-8}u(k-8)u(k-9)^2 - 2,0153e^{-8}u(k-15)u(k-18)^2.$$

5 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 2,1023y(k-1) - 1,5499y(k-2) + 0,4568y(k-3) - 1,3108e^{-4}u(k-1) - 8,6691e^{-4}y(k-9)y(k-9)^2 + 1,0018e^{-6}u(k-1)u(k-7)^2 - 9,2219e^{-7}$$

$$u(k-2)u(k-7)^2 - 7,8553e^{-7}u(k-1)u(k-9)^2 + 7,3878e^{-7}u(k-2)u(k-9)^2 - 5,0849e^{-8}u(k-4)u(k-4)^2 + 5,0108e^{-4}y(k-15)y(k-15)^2 + 7,622e^{-8}u(k-3)u(k-11)^2 - 5,5689e^{-8}u(k-10)u(k-13)^2 + 9,6057e^{-5}u(k-15) + 4,7029e^{-8}u(k-2)u(k-5)^2.$$

5 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,8545y(k-1) - 1,0434y(k-2) + 3,9589e^{-9}u(k-18)u(k-18)^2 + 7,1478e^{-4}u(k-7) - 4,5657e^{-4}u(k-8) - 2,4922e^{-7}u(k-7)u(k-18)^2 + 0,1919y(k-3) + 2,2197e^{-7}u(k-8)u(k-18)^2 - 0,3705y(k-19) + 0,2174y(k-20) + 0,1505u(k-17) - 2,0888e^{-4}u(k-12) + 3,7679e^{-8}u(k-1)u(k-10)^2 - 5,9515e^{-8}u(k-6)u(k-8)^2 + 2,9530e^{-8}u(k-12)u(k-13)^2.$$

Modelos NARX com entrada RPM robustos às variações de massa do veículo:

Declinado:

$$y(k) = 1,5163y(k-1) - 0,5226y(k-2) + 3,4753e^{-4}u(k-1) - 1,3447e^{-7}u(k-2)u(k-9)^2 + 2,6517e^{-7}u(k-4)u(k-14)^2 - 1,7934e^{-7}u(k-4)u(k-15)^2 - 7,5135e^{-8}u(k-14)u(k-14)^2 + 7,637e^{-8}u(k-9)u(k-15)^2.$$

Inclinado:

$$y(k) = 1,86y(k-1) - 1,2143y(k-2) + 3,6149e^{-4}u(k-1) + 0,3791y(k-3) - 0,0302y(k-8) - 0,3012 - 9,7569e^{-8}u(k-1)u(k-3)^2 + 2,3865e^{-8}u(k-2)u(k-2)^2 + 4,5798e^{-8}u(k-3)u(k-9)^2 - 1,9215e^{-8}u(k-8)u(k-12)^2.$$

Plano:

$$y(k) = 1,6631y(k-1) - 0,9649y(k-2) + 2,1403e^{-4}u(k-1) + 0,2499y(k-3) - 1,8552e^{-4}y(k-1)y(k-1)^2 + 1,3237e^{-4}u(k-10) + 0,2339y(k-15) - 0,1871y(k-14) + 3,1616e^{-4}u(k-15) - 5,4722e^{-8}u(k-15)u(k-15)^2.$$

Modelos NARX com entrada RPM robusto às variações de inclinação da via:

1 pessoa:

$$y(k) = 1,8521y(k-1) - 0,8555y(k-2) + 1,0293e^{-7}u(k-1)u(k-2)^2 - 9,8029e^{-8}u(k-1)u(k-3)^2 + 9,1881e^{-5}u(k-6) - 2,9322e^{-4}u(k-15) + 4,0349e^{-4}u(k-14) - 1,5188e^{-4}u(k-13).$$

3 pessoas:

$$y(k) = 2,1149y(k-1) - 1,5482y(k-2) + 0,6912e^{-7}y(k-3) - 0,4105y(k-4) + 1,0991e^{-4}u(k-1) - 0,0126y(k-10) + 0,2495y(k-5) - 2,5312e^{-4}u(k-3) + 1,7611e^{-4}u(k-4) - 0,0794y(k-6).$$

5 pessoas:

$$y(k) = 2,0328y(k-1) - 1,3882y(k-2) + 0,5561y(k-3) - 0,0175y(k-8) + 9,6602e^{-5}u(k-1) - 4,9626e^{-5}u(k-6) - 0,2941y(k-4) + 0,1264y(k-5) - 0,017y(k-11) - 1,3053e^{-8}u(k-2)u(k-12)^2.$$

Modelos NARX com entrada aceleração:

3 pessoas/Declinado:

$$y(k) = 1,5606y(k-1) - 0,65y(k-2) + 0,204u(k-3)u(k-3)^2 - 1,8619e^{-4}y(k-14)y(k-14)^2 + 0,1699u(k-6) - 0,0922u(k-1)u(k-1)^2 - 0,251u(k-5)u(k-5)^2 + 0,1565u(k-6)u(k-6)^2 + 0,3267y(k-6) - 0,227y(k-7).$$

3 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 1,9285y(k-1) - 1,1269y(k-2) + 0,2131u(k-3)u(k-3)^2 - 0,197u(k-2)u(k-6)^2 - 0,4932y(k-11) + 0,2225y(k-3) + 0,1051y(k-15) + 0,218y(k-10) + 0,2991y(k-12) - 0,1534y(k-14).$$

3 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,5964y(k-1) - 0,8337y(k-2) - 0,095u(k-1) + 0,1726y(k-4) + 0,178u(k-9) - 0,6038u(k-2)u(k-5)^2 + 0,208y(k-15) + 0,542u(k-1)u(k-4)^2 + 0,4479u(k-5) + 0,2732u(k-15) - 0,1428y(k-14) - 0,0493u(k-14)u(k-14)^2.$$

5 pessoas/Declinado:

$$y(k) = 1,4752y(k-1) - 0,6169y(k-2) + 1,0509u(k-1)u(k-14)^2 - 1,0077u(k-2)u(k-14)^2 - 0,3012u(k-1)u(k-10)^2 + 0,4276u(k-4)u(k-4)^2 +$$

$$0,1269y(k-5) - 6,2757e^{-4}y(k-1)y(k-9)^2 + 0,1229u(k-15)u(k-15)^2 + 0,0524y(k-15).$$

5 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 1,9159y(k-1) - 1,2896y(k-2) + 0,3576y(k-3) + 0,3604u(k-1)u(k-7)^2 - 0,1676u(k-2)u(k-9)^2 + 0,3414u(k-11) - 0,0403u(k-15)u(k-15)^2 - 0,1998u(k-10) - 0,14u(k-1)u(k-6)^2 + 0,0136y(k-13).$$

5 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,2778y(k-1) - 0,4686y(k-2) - 0,011y(k-2)y(k-8)^2 + 0,0092y(k-3)y(k-7)^2 + 0,0105y(k-1)y(k-9)^2 - 0,4309u(k-9) + 3,6134 - 0,0842u(k-19)u(k-19)^2 + 0,1251u(k-15)u(k-20)^2 - 0,0073y(k-4)y(k-9)^2 + 0,0595y(k-13) - 0,2409u(k-19) + 0,3385u(k-8) - 0,142u(k-3) + 0,0436u(k-1)u(k-18)^2.$$

Modelos NARX com entrada aceleração robustos às variações de massa do veículo:

Declinado:

$$y(k) = 1,7213y(k-1) - 0,8829y(k-2) + 0,1987u(k-1) + 0,0925u(k-12) + 0,1629y(k-3) - 0,1060u(k-1)u(k-4)^2 + 0,1315u(k-2)u(k-12)^2 - 0,0714u(k-10)u(k-10)^2.$$

Inclinado:

$$y(k) = 1,7683y(k-1) - 1,1796y(k-2) + 0,1459u(k-3) + 0,3693y(k-3) + 0,8126u(k-6)u(k-9)^2 - 0,4941u(k-6)u(k-10)^2 - 0,2354u(k-6)u(k-8)^2 - 0,159 + 0,1661u(k-15) + 0,0391y(k-15).$$

Plano:

$$y(k) = 1,7569y(k-1) - 1,047y(k-2) + 0,7322 + 0,2781y(k-3) + 0,0795u(k-9) - 0,0169u(k-15)u(k-15)^2 + 0,4817y(k-14) - 0,0483y(k-9) - 0,2475y(k-15) - 0,1859y(k-13).$$

Modelos NARX com entrada aceleração robusto às variações de inclinação da via:

3 pessoas:

$$y(k) = 1,8818y(k-1) - 1,0044y(k-2) - 0,1654y(k-8) + 0,1212y(k-6) + 0,0366y(k-10) + 0,0558u(k-8)u(k-8)^2 - 0,0488u(k-3)u(k-10)^2 + 0,1292y(k-3).$$

5 pessoas:

$$y(k) = 1,8924y(k-1) - 1,1379y(k-2) + 0,4503u(k-1) - 0,3729u(k-2) - 0,015y(k-14) + 0,3540y(k-3) - 0,1004u(k-15) - 0,022u(k-1)u(k-9)^2 + 0,0805u(k-13) - 0,0937y(k-4).$$

Modelos NARX com entrada RPM e aceleração:

3 pessoas/Declinado:

$$y(k) = 1,3941y(k-1) - 0,3911y(k-2) + 0,3643 - 3,3526e^{-4}u(k-14) + 0,0098y(k-1)y(k-3)^2 - 0,0082y(k-2)y(k-2)^2 - 0,002y(k-4)y(k-4)^2 + 6,5126e^{-8}u(k-10)u(k-15)^2 + 2,3963e^{-4}u(k-11) - 8,6887e^{-8}u(k-15)u(k-15)^2 + 1,0287e^{-5}u(k-10)u(k-11)^2 + 9,455e^{-8}u(k-14)u(k-15)^2 + 2,2987e^{-8}u(k-9)u(k-13)^2 + 4,4306e^{-5}u(k-8) + 1,0991e^{-5}u(k-8)u(k-10)^2 - 3,2886e^{-7}u(k-8)u(k-8)^2 - 1,0642e^{-5}u(k-10)u(k-10)^2 - 1,0414e^{-5}u(k-8)u(k-11)^2 + 1,0176e^{-4}u(k-2) + 3,2792e^{-4}y(k-15)y(k-15)^2.$$

3 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 1,7742y(k-1) - 1,1058y(k-2) + 0,3846y(k-3) - 0,3049y(k-7) + 0,0281y(k-20) + 0,2683y(k-6) - 0,0039y(k-4)y(k-4)^2 + 0,0038y(k-1)y(k-7)^2 - 0,0422y(k-14) + 1,4606e^8u(k-1)u(k-20)^2.$$

3 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,7002y(k-1) - 0,8434y(k-2) + 2,6806e^{-5}u(k-1) - 0,0543y(k-4) - 0,0085y(k-1)y(k-7)^2 + 0,0033y(k-1)y(k-8)^2 + 5,3183e^{-8}u(k-2)u(k-15)^2 + 0,0048y(k-1)y(k-15)^2 - 0,0025y(k-1)y(k-14)^2 + 9,8131e^{-8}u(k-1)u(k-10)^2 + 0,5599y(k-6) - 0,3436y(k-7) - 0,0041y(k-10)y(k-10)^2 + 0,0108y(k-4)y(k-9)^2 - 0,0042y(k-5)y(k-5)^2.$$

5 pessoas/Declinado:

$$y(k) = 1,5768y(k-1) - 0,8513y(k-2) + 0,8464 + 0,1786y(k-3) + 1,4353e^{-7}u(k-1)u(k-6)^2 - 1,0292e^{-7}u(k-2)u(k-7)^2 + 0,0906y(k-6) - 1,3712e^{-7}u(k-5)u(k-12)^2 + 8,1962e^{-8}u(k-3)u(k-15)^2 + 0,0018y(k-14) y(k-14)^2 - 0,0018y(k-5)y(k-9)^2 + 1,0458e^{-7}u(k-5)u(k-10)^2.$$

5 pessoas/Inclinado:

$$y(k) = 2,0319y(k-1) - 1,4308y(k-2) + 0,4068y(k-3) + 2,9188e^{-5} u(k-1) - 6,2039e^{-4}y(k-9)y(k-9)^2 + 1,0912e^{-7}u(k-1)u(k-7)^2 - 6,7827e^{-8} u(k-2)u(k-9)^2 - 8,008e^{-8}u(k-2)u(k-4)^2 + 0,005y(k-8)y(k-17)^2 - 0,0048 y(k-8)y(k-16)^2 + 4,4621e^{-8}u(k-3)u(k-5)^2 + 5,7572e^{-8}u(k-8)u(k-12)^2 - 7,0707e^{-8}u(k-7)u(k-13)^2 + 3,4799e^{-8}u(k-3)u(k-15)^2.$$

5 pessoas/Plano:

$$y(k) = 1,8866y(k-1) - 1,3747y(k-2) + 3,7198e^{-4}u(k-1) + 0,9131 y(k-3) - 7,5772e^{-8}u(k-1)u(k-1)^2 + 1,5219e^{-4}y(k-15)y(k-15)^2 + 1,0412 e^{-4}u(k-3) - 0,7428y(k-4) + 0,3008y(k-5).$$

Modelos NARX com entrada RPM e aceleração robustos às variações de massa do veículo:

Declinado:

$$y(k) = 1,5163y(k-1) - 0,5226y(k-2) + 3,4753e^{-4}u(k-1) - 1,3447e^{-7} u(k-2)u(k-9)^2 + 2,6517e^{-7}u(k-4)u(k-14)^2 - 1,7934e^{-7}u(k-4)u(k-15)^2 - 7,5135e^{-8}u(k-14)u(k-14)^2 + 7,637e^{-8}u(k-9)u(k-15)^2.$$

Inclinado:

$$y(k) = 1,5506y(k-1) - 0,7306y(k-2) + 2,7561e^{-4}u(k-5) + 0,1712 y(k-3) - 3,5022e^{-8}u(k-9)u(k-15)^2 + 3,7284e^{-8}u(k-1)u(k-11)^2 - 5,486 e^{-8}u(k-3)u(k-7)^2 + 0,0044y(k-12)y(k-12)^2 - 0,0191y(k-7)y(k-13)^2 + 0,0115y(k-6)y(k-13)^2 + 2,3591e^{-8}u(k-4)u(k-15)^2 - 0,0017y(k-4)y(k-12)^2 + 0,0081y(k-8)y(k-13)^2 - 0,0031y(k-10)y(k-13)^2 + 2,6602e^{-8}u(k-2)u(k-5)^2.$$

Plano:

$$y(k) = 1,6631y(k-1) - 0,9649y(k-2) + 2,1403e^{-4}u(k-1) + 0,2499y(k-3) - 1,8552e^{-4}y(k-1)y(k-1)^2 + 1,3237e^{-4}u(k-9)u(k-10) + 0,2339y(k-15) - 0,1871y(k-14) + 3,1616e^{-4}u(k-15) - 5,4722e^{-8}u(k-15)u(k-15)^2.$$

Modelos NARX com entrada RPM e aceleração robusto às variações de inclinação da via:

3 pessoas:

$$y(k) = 1,8958y(k-1) - 1,0343y(k-2) + 0,0296y(k-9) + 0,1484y(k-3) + 0,0142y(k-15) + 0,0095u(k-20)u(k-20)^2 + 0,1306y(k-6) - 0,1849y(k-8).$$

5 pessoas:

$$y(k) = 1,8739y(k-1) - 1,045y(k-2) + 0,4427u(k-1) - 0,3588u(k-2) - 0,0185y(k-14) + 0,1895y(k-3) - 0,0981u(k-15) - 0,0221u(k-1)u(k-9)^2 + 0,0722u(k-13).$$