

**Leonardo Vieira da Costa**

**Uma Proposta Matemática para o Corte de Toras de *Eucaliptus***

Monografia de Graduação apresentada ao Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Lavras como parte das exigências da disciplina Projeto Orientado para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador  
Prof. Jones Oliveira de Albuquerque

Lavras  
Minas Gerais - Brasil  
2001



**Leonardo Vieira da Costa**

**Uma Proposta Matemática para o Corte de Toras de *Eucalyptus***

Monografia de Graduação apresentada ao Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Lavras como parte das exigências da disciplina Projeto Orientado para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

*Aprovada em 29 de Junho de 2001*

---

Prof. Renata Couto Moreira (Co-orientadora)

---

Prof. Jones Oliveira de Albuquerque  
(Orientador)

Lavras  
Minas Gerais - Brasil



*Dedico em especial  
a Deus e à minha mãe  
por todas as orações feitas.*



## **Agradecimentos**

Agradeço aos meus pais pelo esforço sem medidas, ao meu irmão e minha irmã que sempre me apoiaram, aos meus parentes que sempre me ajudaram, à família Duarte pelo seu grande amor, aos amigos de república pelo companherismo, a todos os amigos que contribuíram para essa realização e ao professor e amigo Jones que me socorreu neste trabalho.





# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Por que Trabalhar com Resíduos Florestais? . . . . .	2
1.1.1	Conceitos . . . . .	3
1.1.2	Perspectiva de Utilização de Resíduos . . . . .	4
1.1.3	Obstáculos Obtidos no Tratamento da Madeira . . . . .	4
1.1.4	Minimização de Resíduos . . . . .	5
1.2	Porque Utilizar Programação Linear? . . . . .	6
1.2.1	Conceitos de Modelagem . . . . .	6
1.2.2	Processo de Modelagem . . . . .	7
1.2.3	Modelagem Matemática . . . . .	8
1.2.4	Programação Linear . . . . .	10
1.2.5	Soluções Heurísticas . . . . .	10
1.2.6	Descrição . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Estado-da-Arte</b>	<b>13</b>
2.1	Uma Heurística O(NM) Para O Corte Bidimensional Guilhotinado	13
2.2	Teoria Geométrica de Duas Dimensões para Minimização do Corte de Toras em Tábuas . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Objetivos</b>	<b>19</b>
3.1	Caracterização do Problema . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Modelagem</b>	<b>23</b>
4.1	Primeiro Problema . . . . .	24
4.2	Segundo Problema . . . . .	25
4.3	Terceiro Problema . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>27</b>



# Lista de Figuras

1.1	Minimização de resíduos . . . . .	6
1.2	O processo de construção de modelos . . . . .	8
2.1	Exemplo de layout de corte para uma chapa retangular ( $L \times H$ ) . . . . .	14
2.2	Tipo de corte: (a) corte principal vertical e (b) corte principal horizontal. . . . .	15
2.3	Forma circular com um quadrado inscrito na circunferência . . . . .	16
2.4	Número de tábuas a serem cortadas . . . . .	17
3.1	Tora de Eucalipto em Forma de um Cilindro Geométrico . . . . .	20
3.2	Dimensões de Tábuas . . . . .	20
3.3	Eliminação das Costaneiras . . . . .	21
3.4	Eliminação do Centro da Circunferência . . . . .	21
4.1	Área a ser cortada . . . . .	24



# **Lista de Tabelas**

# Capítulo 1

## Introdução

Resíduos Florestais são definidos neste trabalho como os subprodutos não utilizáveis decorrentes do uso da madeira e do desdobro primário e secundário de material florestal. Serão considerados resíduos oriundos de produção de madeira serrada de *Eucalyptus* tais como casca, costaneira, pontas, lascas, nós, pó-de-serra e navalhas.

O Brasil é considerado o maior consumidor mundial de madeira tropical serrada com uma produção de 22,5 milhões de toneladas de madeira serrada. Contudo, nossa indústria madeireira, com uma inexpressiva eficiência de 50 %, gera nada menos que outros 22,5 milhões de toneladas de resíduos [Sou97]. Resíduos não só representam um problema econômico mas também um sério problema ambiental. Ainda, a crescente demanda de madeira dura evidencia o uso de eucalipto como principal fonte de abastecimento mundial. Entretanto, como o eucalipto no Brasil foi pesquisado e plantado principalmente para atender as demandas dos setores de polpa, papel e carvão vegetal, informações consistentes ainda são indisponíveis sobre produtos sólidos desse material.

Embora diversas técnicas para aproveitamento de resíduo sejam apresentadas na literatura [CMG94] pouco se tem produzido com relação à otimização de corte de toras de madeira apesar deste problema ainda não possuir solução comprovadamente eficiente [LBG00]. Entretanto algumas empresas clamam eficiência de 75 a 80 % em suas máquinas de refilo baseadas em barreiras de lasers e multi-serras, mas tais informações não estão comprovadas quando utilizados clones de eucalipto.

Por outro lado, a área de otimização tem evoluído constantemente possibilitando a solução de problemas cada vez mais complexos. O ferramental matemático

disponível tem fornecido subsídios para modelagens cada vez mais realistas e consequentemente mais eficientes. Uma dessas ferramentas matemáticas é a Programação Linear [GL00]. Uma de suas vantagens está na extraordinária eficiência dos algoritmos de solução hoje existentes, disponibilizando alta capacidade de cálculo e podendo ser facilmente implementados.

## **1.1 Por que Trabalhar com Resíduos Florestais?**

O crescimento da população tem representado um fator adicional na expansão do mercado consumidor de madeira, tornando necessário e urgente que se busquem técnicas que conduzam ao aproveitamento do material lenhoso, tornando as atividades de exploração e beneficiamento mais racionais. Diante do crescimento de demanda de materiais lenhosos para fins industriais e energéticos, tornou-se necessária a utilização não somente de madeira convencional, mas também dos resíduos de exploração e de serrarias.

No processo de aproveitamento de madeira, há muita perda de material lenhoso durante a exploração de uma floresta. Segundo [J.M83] somente 1/3 das florestas do mundo são realmente aproveitadas racionalmente. Relatam que aproximadamente a metade do peso total das árvores abatidas nas florestas mistas do Canadá permanece com resíduos de exploração.

Resíduos florestais representam não só um problema econômico através da dependência como também um sério problema ambiental. No Brasil são gerados segundo [Sou97] aproximadamente 23 milhões de toneladas de resíduos florestais somente nas serrarias. Ainda, de acordo com esse autor, a eficiência em rendimentos está em torno de 35-45% e os resíduos gerados são na forma de costaneiras, cascas, navalhas, serragem, pontas, lascas e maravalhas.

Nas condições atuais de beneficiamento e exploração de madeira, tem ocorrido muito desperdício do material lenhoso, surgindo daí a necessidade de racionalização dessas atividades.

O Brasil caracteriza-se pelo seu enorme potencial madeireiro, seja em florestas nativas, seja em florestas plantadas, mas o aproveitamento deste potencial em alguns casos é baixo com uma geração muito alta de resíduos e estes muitas vezes não são aproveitados, ou seu aproveitamento não é utilizado de forma racional.

### 1.1.1 Conceitos

Resíduos Florestais segundo [Mar00] é aquele proveniente após a geração de colheita das árvores na floresta. Este material representa uma significativa parte do total removido de uma floresta, é composto por: parte quebrada de uma árvore, toras que não atingiram dimensões mínimas de uso, parte superior da árvore (ponta), ou outras partes da árvore de valor isuficiente que justifique sua remoção.

Resíduos Florestais são definidos como os subprodutos não utilizáveis decorrente do desdobro primário e secundário como também da utilização da madeira. Serão considerados resíduos as cascas, as costaneiras, as pontas, as lascas, os nós, o pó-de-serra e as navalhas [Sou97] , dividindo-se em dois grupos:

1. os que apresentam certas dimensões como costaneiras pontas, raspas;
2. aqueles com dimensões muito reduzida, serragem e cavacos.

Na maior parte das operações de uma serraria, cerca de dois terços dos resíduos são da primeira categoria, e estes são também os que mais facilmente podem ser aproveitados com algum tipo de matéria-prima, como por exemplo, para queima de caldeiras ou fontes de partículas para produção de chapas de aglomerados. De acordo com [Mar00], existem também os resíduos resultantes da colheita, normalmente constituídos de folhas, galhos e cascas, que funcionam como coberturas mortas. Estes resíduos são fontes importantes de nutrientes para as árvores de rotação seguinte.

Resíduos primários são os originados por operações de transformação de madeira. Resíduos secundários são compostos por paletes, caixaria de construção civil e outro rejeito. Resíduos oriundos do desdobro é a diferença entre o volume da madeira em toras que entra na serraria e o volume de madeira serrada produzida, sendo alguns desses motivos:

- mudança geométrica do produto;
- falta de medida de proteção da tora;
- liberação de tensão durante o desdobro;
- espessura do corte da serra;
- decisões inadequadas do operador;
- secagem de forma inadequada da madeira serrada.



### 1.1.2 Perspectiva de Utilização de Resíduos

Segundo [J.O93], aproximadamente 40% de todo o suprimento mundial de toras para serrarias é transformado em resíduo por ocasião do corte das mesmas. Até pouco tempo esta substancial quantidade de matéria-prima era deixada no abandono nas próprias serrarias ou, na melhor das hipóteses, utilizadas como combustível.

Os resíduos de exploração podem ser utilizados para gerar energia para fins industriais e construções rurais. Há a possibilidade de movimentar automóveis com a energia de gasogênio, produzido na queima de resíduo, iluminação pública, indústria, construção cozimento doméstico.

Segundo [Sou97] existem outras utilizações de resíduos como:

- fabricação de pequenos objetos e utensílios tais como brinquedos;
- produção de chapas de partículas de diferentes composições;
- compostagem para adubação e complemento orgânico para o solo;
- produção de fibras para chapas, isolante térmico acústico, papel, papelão;
- produção de pacotes para contenção de encostas;
- energia de diversas formas tais como a queima direta, briquetes de madeira, casca;
- matéria prima para a indústria de tintas, vernizes, corante, adesivos, alimentício;
- Produção de enchimentos de embalagens;

### 1.1.3 Obstáculos Obtidos no Tratamento da Madeira

Há uma série de características que alteram as propriedades normais da madeira que podem ocorrer nos *Eucalyptus*. Essas características apesar de serem geradas pela própria natureza e de não serem exclusivas dos eucaliptos, causam dificuldades no processamento e no uso da madeira. A seguir estão apresentadas e discutidas as principais características que de alguma maneira dificultam o processamento e o uso do eucalipto.

**Tensões de Crescimento:** Trata-se de um mecanismo apresentado pelas folhosas arbóreas para que permaneçam eretas.

Existe uma tendência de se atribuir as tensões de crescimento e suas consequências nos eucaliptos às grandes taxas de crescimento, todavia, não está provado que as taxas maiores de crescimento induzem a mais tensões de crescimento.

Os efeitos das tensões de crescimento podem ser controlados de várias maneiras: anelamento do tronco da árvore, de modo que essa morra e continue em pé no mínimo seis meses.

A solução mais simples é o corte simultâneo de duas costaneiras através de serras duplas sejam de fitas ou circulares. Em seguida o bloco restante é desdobrado em uma serra múltipla em vários cortes simultâneos.

**Colapso:** Trata-se de uma tendência manifestada por alguma espécie ou por indivíduos de alguma espécie de deformarem anormalmente durante a secagem, prejudicando a qualidade e o rendimento da madeira beneficiada.

**Nós :** O nó é a base de um galho que está encaixado no tronco de uma árvore ou de um galho maior. O nó tem início na medula e cresce de dentro para a periferia.

Nos eucaliptos, quando as florestas não são adequadamente formadas e manejadas, normalmente os nós são muito numerosos.

**Empenamento:** Ocorre na madeira durante o desdobro e secagem. O desdobro provoca encurvamento das peças em virtude das tensões de crescimento. Durante a secagem podem surgir vários outros tipos de empenamentos, em algumas espécies são comuns o encanoamento, devido a grande diferença entre a contração radial e contração tangencial. O torcimento é outro tipo de empenamento encontrado na secagem do eucalipto.

**Retrabilidade:** Exprime a intensidade do recolhimento da madeira durante a secagem, a perda de água das paredes da fibra faz com que elas diminuam de secção, isto provoca contrações na madeira.

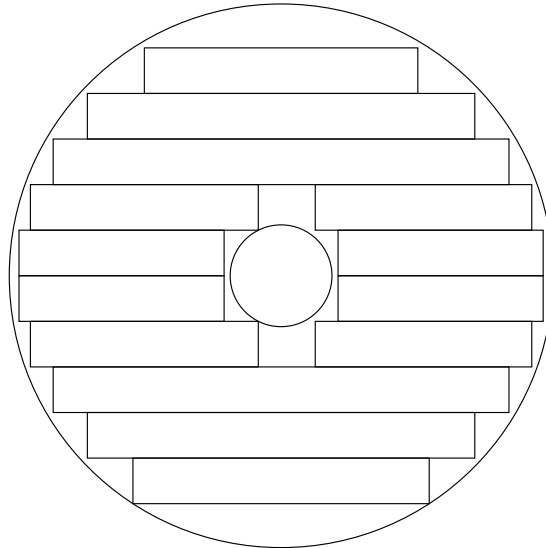
#### **1.1.4 Minimização de Resíduos**

Como foi apresentado anteriormente existe hoje a preocupação em grande parte com o aproveitamento de resíduos a partir do momento em que ele já foi gerado.

O objetivo desse trabalho não é recuperar o resíduo gerado através do corte da madeira e sim minimizar esse resíduo para que se aproveite o máximo possível de uma tora. Para que isso aconteça nós precisamos utilizar o processo de otimização

no corte de toras de eucaliptos para obtermos a menor quantidade de resíduo possível. Uma das áreas da otimização é a Programação Linear utilizada nesse trabalho devido a sua eficiência, sua fácil implementação e sua alta capacidade de cálculo.

Trata-se neste trabalho as toras de eucaliptos em sua forma circular, e objetivamos o corte da madeira para que ocorra o mínimo de resíduo possível como mostrado na Figura 1.1:



**Figura 1.1:** Minimização de resíduos

Em nossa proposta matemática não consideraremos o problema apresentado na seção 1.11, nem os obstáculos da seção 1.13.

## **1.2 Porque Utilizar Programação Linear?**

### **1.2.1 Conceitos de Modelagem**

Uma das primeiras necessidades da humanidade foi conquistar o domínio do seu meio ambiente. Vários fatores como a busca de alimentação e segurança contra predadores, despertaram os primeiros questionamentos do homem. À medida que as necessidades humanas foram se tornando mais complexas, cresce a carência em aperfeiçoar o processo de compreensão do mundo. Na impossibilidade de lidar

diretamente com a complexidade do mundo, o homem tem se mostrado cada vez mais hábil na criação de metáforas para a representação e solução de sua relação com esse mesmo mundo.

A modelagem é o processo de busca de uma visão bem estruturada da realidade. Modelo como representação substitutiva da realidade, distingue-se do verbo modelar. O verbo introduz a idéia de simulação da realidade, que é mais ampla que a simples representação. Uma modelagem pode ser vista com os devidos cuidados como uma representação substitutiva da realidade.

O conceito de modelagem como uma representação substitutiva da realidade possui um alcance limitado. O aspecto da eficiência é fundamental, para que isso ocorra são consideradas pelo menos três habilidades:

**Foco Holístico:** Quando estamos procurando solucionar um problema. Na maioria das ocasiões a preocupação com a concatenação e o manejo dos vários impactos de nossa solução sobre o contexto é significativa;

**Tratamento Eclético da Dimensão da Análise:** Os métodos de solução a serem utilizados devem ser o mais livremente disposto. A construção de modelos é um processo que possui duas faces: o rosto que articula a teoria e a face que representa a validade da dedução na prática;

**Tradução Adequada:** Um bom modelo exige uma tradução conveniente contextual.

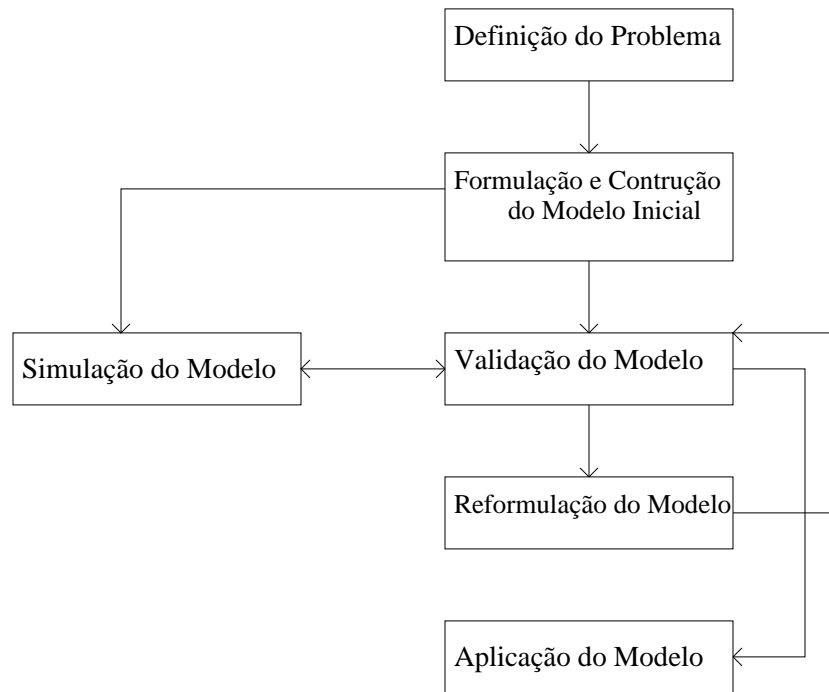
### 1.2.2 Processo de Modelagem

É possível, de uma forma bastante geral, resumir o processo de modelagem, pelos passos sugeridos no fluxograma da Figura 1.2.

A definição do problema é uma das fases mais importantes do processo e compreende a clara percepção do desafio colocado. O problema deve englobar:

- objetivos;
- variáveis de Decisão de Controle;
- níveis de detalhe.

O segredo do modelo de otimização depende de sua formulação. O próprio termo "formular" é empregado para exprimir o processo de otimização. Por outro lado, a adequação pretendida depende também dos elementos que escapam do



**Figura 1.2:** O processo de construção de modelos

conteúdo estritamente técnico, envolvendo a percepção do elaborador do modelo. O processo de criação de fórmulas ou equações é obtido através do processo pouco rigoroso ou conhecido envolvendo:

- intuição;
- experiência;
- criatividade;
- poder de síntese.

### 1.2.3 Modelagem Matemática

As técnicas apresentadas destinam-se a estruturar e solucionar os modelos quantitativos que podem se expressos matematicamente, destacando assim a Pesquisa

Operacional (PO), uma tradicional disciplina que congrega diversas das mais consagradas técnicas da modelagem matemática. Os modelos de PO são estruturados de forma lógica e amparados no ferramental matemático de representações, objetivando claramente a determinação das melhores condições de funcionamento para os sistemas representados. Os principais modelos de PO são denominados de Programação Matemática e constituem uma das mais importantes variedades dos modelos quantitativos.

O campo de Programação Matemática é enorme e suas técnicas consagraram a sua grande utilização na solução de problemas de otimização. O processo de modelagem matemática em si pouco varia, contudo as técnicas de solução acabaram agrupadas em várias subáreas como:

**Programação Linear:** Um caso particular dos modelos de programação em que as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto em relação às restrições como à função objetiva;

**Programação Não Linear:** Um modelo de otimização constitui um problema não linear se exibir qualquer tipo de não linearidade, seja na função objetiva ou em qualquer de suas restrições;

**Programação Inteira:** Um problema de otimização constitui um problema de programação inteira se qualquer variável não puder assumir valores contínuos, ficando condicionadas a assumir valores discretos.

A tomada de decisão é um tema de grande importância não só na matemática como em qualquer área. A tomada de decisão caracteriza-se pelo ato de selecionar, dentre as várias decisões possíveis, a mais adequada para o alcance de certo objetivo. Precede a essa escolha, um processo elaborado de:

- representação adequada das variáveis e restrições do problema;
- levantamento das alternativas viáveis;
- estabelecimento de critérios de avaliação dessas alternativas;
- comparação das alternativas;
- análise de impacto da tomada de decisão.

Os passos citados não são facilmente executados, uma vez que existem muitas razões e empecilhos que obstruem o processo. Talvez o primeiro obstáculo seja a própria deficiência de informações a respeito do ambiente e as incertezas em relação ao futuro.

### 1.2.4 Programação Linear

O modelo de Programação Linear é básico para a compreensão de todos os outros modelos de Programação Matemática. Uma outra vantagem está na extraordinária eficiência dos algoritmos de solução hoje existentes, disponibilizando alta capacidade de cálculo e podendo ser facilmente implementado.

Os modelos de Programação Linear são um tipo especial de modelo de otimização. A seguir estão algumas características seguidas por um modelo de PL.

**Proporcionalidade:** a quantidade de recursos consumidos por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final do problema. Além disso, o custo da atividade é proporcional ao nível da operação da atividade.

**Não negatividade:** deve ser sempre possível desenvolver dada atividade em qualquer nível não negativo e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado.

**Separabilidade:** pode se identificar de forma separada o custo específico de cada operação realizada.

Um modelo de Programação Linear é um modelo matemático de otimização no qual todas as funções são lineares. Contudo, o problema do corte de toras, objetivo deste trabalho, é considerado NP-Completo [GL00]. Desta forma torna-se necessário o uso de heurísticas.

### 1.2.5 Soluções Heurísticas

Enquanto os problemas lineares contínuos possuem no simplex [GL00] um algoritmo muito eficiente para a solução exata, os problemas lineares discretos, salvo alguns casos particulares, normalmente carecem da mesma sorte. O estudo de Garey e Johnson [GL00] é um marco para o entendimento dos obstáculos que se interpõem entre uma possível solução teórica para um problema de programação discreta e sua implementação prática através dos instrumentos computacionais da atualidade. O cerne da dificuldade da abordagem exata dos problemas denominados NP-difíceis está na explosão combinatória dos métodos enumerativos. Em virtude dessa realidade, nos últimos anos tem se verificado o surgimento de um significativo conjunto de técnicas de algoritmos computacionalmente muito eficientes mas que não garantem a solução ótima do problema de programação linear inteira. Esses algoritmos são denominados de Heurísticos ou aproximativos.

O termo Heurística é derivado do grego *heuriskein*, que significa descobrir ou achar. Podemos dizer que uma heurística, no sentido dado ao termo, refere-se ao método de busca de soluções em que não exista qualquer garantia de sucesso. O sucesso do método pode ser expresso quantitativa ou qualitativamente. Em um problema de otimização o sucesso pode ser representado pela obtenção da solução ótima.

### **1.2.6 Descrição**

No Capítulo 2 descreveremos dois artigos sobre a minimização do corte de toras de madeira e suas devidas resoluções, um deles utilizando heurística.. No Capítulo 3 mostraremos quais são as variáveis do problema e suas devidas dimensões. No Capítulo 4 está a nossa modelagem visando três problemas distintos, e para finalizar no Capítulo 5 temos a conclusão.





## Capítulo 2

# Estado-da-Arte

A produção de madeira serrada implica no corte de toras para a indústria madeireira. Esta operação é necessária pois valoriza a matéria prima. Contudo, a modelagem realista de tal operação ainda é um problema em aberto do ponto de vista matemático. Na última década a revista *Wood and Fiber Science* editada pela Society of Wood Science and technology publicou apenas cinco trabalhos [Zhe89, Sam93, CMG94, Gro98, LBG00] nesta direção, apesar deste problema ainda não possuir solução comprovadamente eficiente [Gro98, CW00].

Tradicionalmente, heurísticas têm sido utilizadas para a solução desse problema. Publicações neste sentido são comuns e até recentes, apesar de ser um problema bastante estudado na literatura.

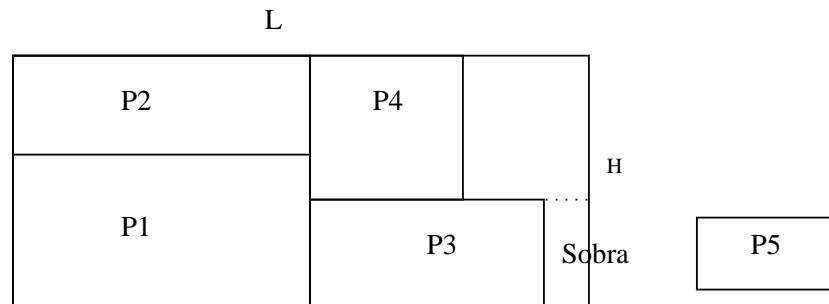
### 2.1 Uma Heurística $O(NM)$ Para O Corte Bidimensional Guilhotinado

[HHD00] propôs a definição de um *layout* indicando como cortar uma lista de peças retangulares em chapas de tamanho padrão, também regulares, de um certo produto (vidro, madeira, tecido, papel, etc.), de forma a reduzir a quantidade de chapas a ser utilizada, minimizando o desperdício do material, ou, equivalentemente, maximizando o seu aproveitamento. Este problema é uma generalização do problema de corte uni-dimendional, o qual é NP-Difícil, como observado em [GL00]. Outras definições atribuem um valor de utilidade para cada peça e procuram maximizar o valor de utilidade total, sem restrições e com restrições no número de peças produzidas.

[HHD00] Abordou uma variante desse problema conhecido como corte guilhotinado, para o qual o *layout* é formado por cortes ortogonais de um lado a outro de uma chapa em uso.

Assim sendo, sejam  $L$  e  $H$  a largura e altura da chapa padrão de corte, respectivamente; seja também  $p_1, \dots, p_m$  uma lista de  $m$  pedidos de peças de dimensões  $(l_i \times h_i)$  e em quantidade  $q_i$ , a serem cortadas sobre a chapa, com  $l_i \leq L$ ,  $h_i \leq H$  e  $q_i > 0$ , para  $i=1, \dots, m$ . Denomina-se pedaço disponível, ou simplesmente pedaço, a região da chapa plana aproveitável para o corte. O pedaço inicial para processamento é definido como sendo as dimensões da chapa  $(L \times H)$ , podendo dar origem a novos pedaços menores quando cortadas. Denomina-se ainda sobra, o pedaço da chapa que não pode ser aproveitado para o corte. Admite-se que a espessura da linha do corte é nula.

Na Figura 2.1 a região no canto inferior direito da chapa caracteriza-se obrigatoriamente uma sobra, uma vez que não pode ser aproveitada para o corte da peça ainda não posicionada,  $p_5$ . A peça  $p_5$ , pode, no entanto, ser cortada no pedaço da chapa no canto superior direito, gerando sobras adicionais.

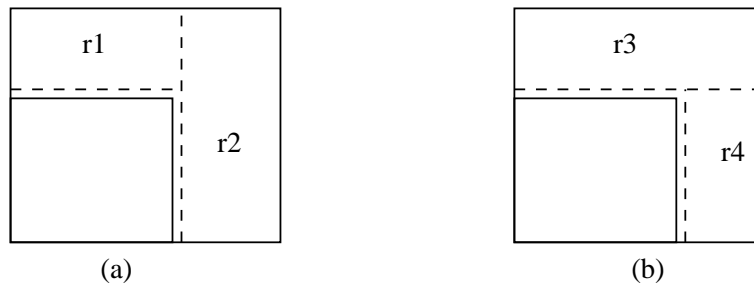


**Figura 2.1:** Exemplo de layout de corte para uma chapa retangular  $(L \times H)$

A heurística de corte desenvolvida baseia-se em três regras principais:

1. cortar a maior peça cuja dimensão caiba no menor pedaço possível;
2. cortar uma peça sempre no canto inferior esquerdo de uma chapa ou pedaço disponível da mesma, devendo o corte ser processado de forma guilhotinada a fim de que a peça possa ser imediatamente destacada. Basicamente, dois tipos de corte são disponíveis: corte principal vertical e corte principal horizontal; se a dimensão da peça a ser cortada for menor que o pedaço de chapa disponível, então o corte origina um ou dois pedaços restantes; e

3. escolher o tipo de corte (vertical ou horizontal) a ser realizado com base em algumas estratégias simples que definimos como, por exemplo, maximizar o maior pedaço restante. A orientação das peças também deve ser considerada na escolha do tipo do corte, caso seja possível rotacioná-las.



**Figura 2.2:** Tipo de corte: (a) corte principal vertical e (b) corte principal horizontal.

Essas três regras determinam diretamente a ordem e a forma como as peças devem ser cortadas sobre uma chapa.

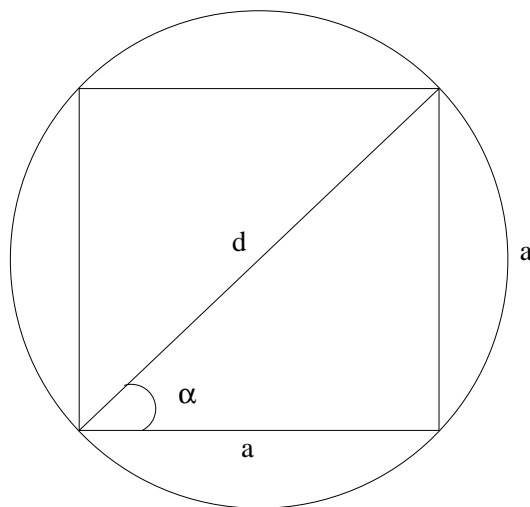
A geração de um *layout* pela heurística é realizada definindo-se uma lista de pedaços disponíveis para o corte para atender os pedidos (i.e., as peças retangulares menores) contendo inicialmente um único pedaço de dimensão igual à da chapa ( $L \times H$ ); essa lista é mantida ordenada do menor para o maior pedaço. O corte é feito retirando-se o menor pedaço da lista e escolhendo-se a maior peça ainda não cortada, cuja dimensão caiba nesse pedaço (regra 1); em seguida, essa peça é cortada conforme as regras 2 e 3, e os pedaços restantes são inseridos na lista; se não há peças que possam ser cortadas em um determinado pedaço  $r$ , então  $r$  é considerado como sobra. Esses passos são repetidos para uma lista de pedaços até que ela fique vazia, quando então um *layout* está completo; nesse momento, se ainda houver peças a serem cortadas, a lista de pedaços é reiniciada com um novo pedaço de dimensão ( $L \times H$ ), e o processo é repetido visando obter um novo *layout* para a nova chapa. A heurística termina quando não há mais peças a serem cortadas.

**Versão Recursiva da Heurística:** A heurística proposta tem uma estrutura intrinsecamente recursiva. A recursividade decorre do fato de cada pedaço obtido a partir do corte de uma peça sobre uma chapa inicial pode ser analisado com uma nova chapa de tamanho menor. Essa característica permite uma versão recursiva do algoritmo.

Observar-se que neste trabalho os autores não tiveram a preocupação com a espessura da lâmina em uso e o corte é feito em uma peça retangular. No corte de madeira nós não podemos desprezar a espessura da lâmina pois ela influencia na determinação do número de peças a serem cortadas, o corte em peça retangular não é interessante para o corte de madeira pois esse último é realizado em formas elípticas ou circulares.

## 2.2 Teoria Geométrica de Duas Dimensões para Minimização do Corte de Toras em Tábuas

[Zhe89] propôs a minimização do corte de toras em duas aproximações, sendo elas a circular e a elíptica. Alguns fatores como o tamanho da tora, a forma, tamanho da tábua e as decisões do operador para o corte foram abordadas neste trabalho. Abordaremos nesse trabalho apenas a aproximação na forma circular onde temos um quadrado inscrito na circunferência como visto na Figura 2.3.



**Figura 2.3:** Forma circular com um quadrado inscrito na circunferência

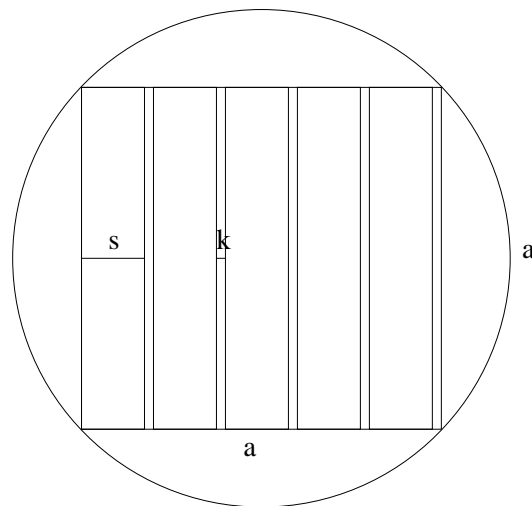
O maior lado do quadrado está inscrito na circunferência. Como tem-se a diagonal do quadrado que é igual ao diâmetro da circunferência é fácil calcular o lado sendo

- $a = d \cos \alpha = d \cos 45^\circ$

- $a = 0,707d$

onde:

- $d$  = diâmetro da tora;
- $a$  = tamanho de cada lado do quadrado;
- $\alpha$  = o ângulo de 45 graus formado entre a diagonal e o lado do quadrado inscrito na circunferência.



**Figura 2.4:** Número de tábuas a serem cortadas

O número de madeiras serradas a serem cortadas depende do tamanho do maior quadrado inscrito na circunferência, tamanho de cada madeira serrada e distância do corte entre as madeiras, como mostrado na Figura 2.4.

- $N = (a + k)/(s + k)$

onde:

- $N$  = número de madeiras serradas cortadas;
- $a$  = tamanho do lado do quadrado;

- $s$  = tamanho de cada tábuas;
- $k$  = distância entre os cortes das tábuas.

A equação mostra o número máximo de madeira serrada cortadas (ver Figura 2.4).

Apesar desse artigo mencionar essa fórmula, observa-se que existe uma falha ao somar a distância do corte ao tamanho das madeiras serradas, resultando então:

- $N = a/(s + k)$ .

Observa-se que nesse trabalho o autor ao cortar o maior quadrado dentro da circunferência desperdiça o que fica na parte de fora do quadrado como visto na Figura 2.3. Como a proposta aqui é minimizar o número de resíduos, não se utiliza o maior quadrado e sim corta-se de forma a utilizar a maior parte da tora possível como visto na Figura 1.1.

Diante do exposto, percebe-se que a literatura recente ainda não resolveu completamente o problema de minimização de resíduos no corte de toras. Este trabalho se propõe a formular uma proposta matemática para resolver o problema de minimização de resíduos no corte de toras. Observa-se, contudo, que o problema ainda não estará completamente resolvido, pois esse trabalho visa uma modelagem matemática para a resolução do problema. E como um modelo, apenas representa uma visão da realidade.

## Capítulo 3

# Objetivos

O estudo do problema de minimização de resíduos no corte de toras e produção de tábuas de *Eucalyptus* é o principal objetivo desse trabalho, visando a formação e capacitação em processamento de utilização da madeira. O trabalho tem dois objetivos principais:

- investigar os métodos de corte e aproveitamento de resíduos em toras de eucalipto;
- modelar matematicamente um sistema capaz de obter repostas sobre problema de minimização de resíduos no corte de toras de eucalipto.

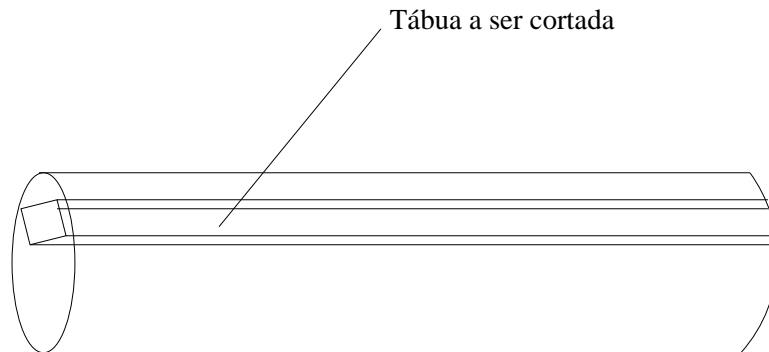
A relevância dos resultados a serem gerados por este trabalho para a sociedade brasileira decorre de sua vasta área de atuação, pois apresenta benefícios diretamente para a indústria madeireira, indústria moveleira, setores de reflorestamento e afins. Por outro lado, estar-se-á contribuindo para a Ciência da Computação com o estudo de teorias que suportem o objetivo desse trabalho.

Além disso, a pesquisa no Sul de Minas e região, a qual apresenta reconhecido potencial para a produção e processamento de *Eucalyptus*, será formentada nos diversos aspectos evidenciados no trabalho.

### 3.1 Caracterização do Problema

Vamos considerar nesse trabalho um clone de eucalipto como um cilindro geométrico regular mostrado na Figura 3.1.

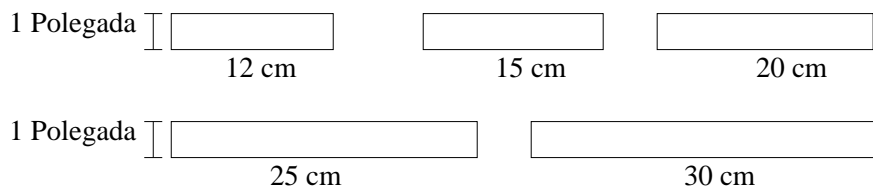




**Figura 3.1:** Tora de Eucalipto em Forma de um Cilindro Geométrico

Não será preocupação deste trabalho o comprimento do cilindro, visto que a proposta é de minimização de resíduos no corte de eucalipto em duas dimensões.

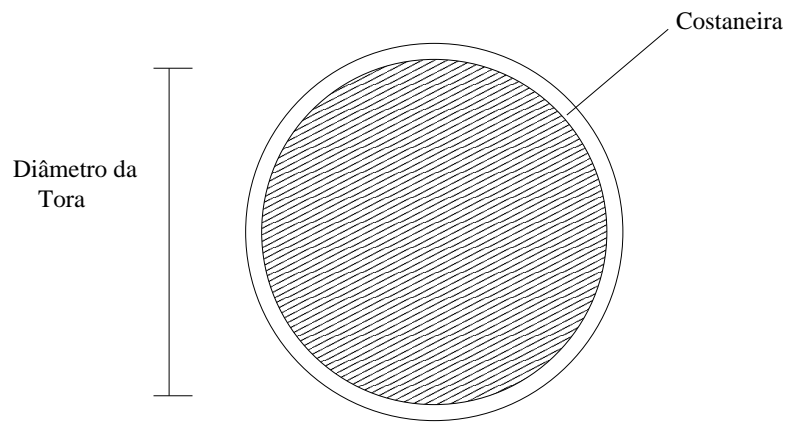
Observa-se também que as dimensões de madeiras serradas tratadas nesse trabalho são dimensões comerciais e podem ser vistas na Figura 3.2. Considera-se também que a espessura da lâmina varia entre 0,5 à 1cm.



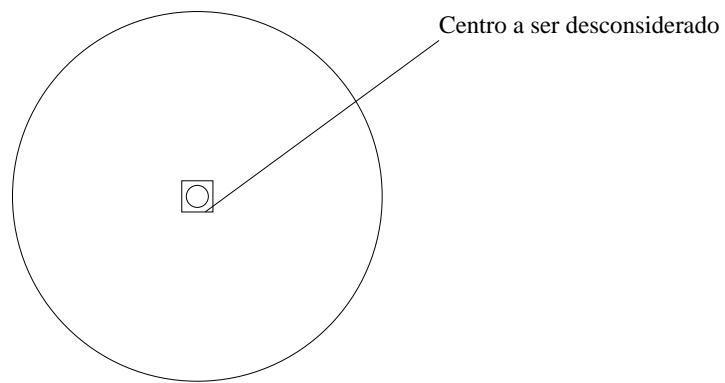
**Figura 3.2:** Dimensões de Tábuas

Nós será tratado a eliminação das costaneiras, partindo do princípio que a área a ser otimizada já está pronta para o corte, ou seja, não contém as costaneiras. Como visto na Figura 3.3, o diâmetro da tora varia de 25 à 30cm.

Como observado pelo Prof. Akira Mori (DCF/UFLA), o centro da tora de eucalipto não é interessante que faça parte do corte da madeira pois é de uma qualidade inferior ao restante, contendo rachaduras e outras deficiências. Para isso, utilizaremos um quadrado no centro da circunferência, para desprezar-se essa parte. Para uma modelagem mais fácil foi proposto um quadrado no centro da circunferência no lugar de uma circunferência menor, visto que a perda de resíduo seria mínima com aplicação do quadrado, conforme visto na Figura 3.4.



**Figura 3.3:** Eliminação das Costaneiras



**Figura 3.4:** Eliminação do Centro da Circunferência



## Capítulo 4

# Modelagem

Neste Trabalho aborda-se três diferentes problemas para os quais propõem-se possíveis soluções através de uma modelagem e uma heurística para resolvê-los.

Para a resolução dos dois primeiros problemas consideraremos toda a circunferência da tora para realizar os cortes em tábuas. A função objetiva é maximizar a área total disponível

$$\sum_{i \in P} x_i A_i.$$

Nesta modelagem utiliza-se duas restrições principais.

A primeira restrição é

$$\sum_{i \in P} x_i A_i \leq \phi r^2 - (l d c)^2,$$

onde:

- $P$  é o conjunto de padrões pré-estabelecido;
- $x_i$  é o número de peças a serem cortadas do padrão  $i$ ;
- $A_i$  é a área da tora a ser cortada do padrão  $i$ ;
- $(l d c)^2$  é a área do quadrado no centro da circunferência;
- $\phi r^2$  é a área da circunferência.

Com o objetivo de não desprezar o resíduo gerado pelo corte com a lâmina (serragem) somar-se a espessura da lâmina à largura e ao comprimento de cada peça serrada.

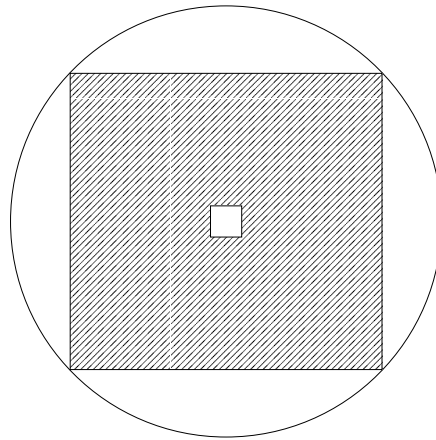
Com essa condição garante-se que a soma das áreas dos padrões vezes o número de peças desses padrões é menor ou igual à área da circunferência menos a área do quadrado central.

A segunda restrição é

$$x_i \geq 0, x_i \in \mathbb{Z}$$

ou seja, não se pode ter quantidades de padrões negativos e o número de peças deve ser inteiro.

Para o terceiro problema utiliza-se uma heurística e determina-se o maior quadrado inscrito na circunferência como visto na Figura 4.1 com um quadrado menor no centro da circunferência.



**Figura 4.1:** Área a ser cortada

Utilizaremos aqui uma heurística para determinar como será o corte da tora nesse quadrado.

## 4.1 Primeiro Problema

Dados alguns padrões de madeira serrada (tábuas) e o número de peças de cada padrão que se deseja cortar, determinar se há solução para determinado diâmetro de tora. Por exemplo, podemos ter as seguintes quantidades:

- 3 peças de 1 polegada  $\times$  25 cm;

- 3 peças de 1 polegada  $\times$  20 cm;
- 4 peças de 1 polegada  $\times$  15 cm.

O problema consiste em verificar se há pelo menos uma solução que maximize a área cortada, ou seja, minimize a geração de resíduos e forneça os padrões de madeira serrada fornecidos em uma determinada tora de circunferência  $\phi r^2 - (l d c)^2$ .

## 4.2 Segundo Problema

Dados vários padrões, verificar a quantidade possível de peças por padrões a serem obtidas. Por exemplo, dado:

- toras de 1 polegada  $\times$  25 cm;
- toras de 1 polegada  $\times$  20 cm;
- toras de 1 polegada  $\times$  15 cm.

Neste caso, o problema se caracteriza por verificar quantas peças de madeira serrada de cada padrão consegue-se obter de uma circunferência  $\phi r^2 - (l d c)^2$  maximizando a área serrada.

## 4.3 Terceiro Problema

Dados padrões de madeira serrada, o problema consiste em maximizar a quantidade do maior padrão e assim sucessivamente até o menor. Como exemplo pode-se ter:

- peças de 1 polegada  $\times$  25 cm;
- peças de 1 polegada  $\times$  20 cm;
- peças de 1 polegada  $\times$  15 cm.

O problema consiste em definir qual é o maior número de peças que se consegue obter da tora para o primeiro padrão, depois para o segundo e assim sucessivamente. Para este problema específico, a heurística apresentada em [HHD00] e discutida neste trabalho fornece boas aproximações para o corte. Contudo, observa-se

que a tora deve ser aproximada por um quadrado circunscrito. Além disso, o centro do quadrado não é tratado diretamente na heurística, assim uma modificação na heurística apresentada na literatura precisa ser desenvolvida para que esta resolva o problema definido aqui.

## Capítulo 5

### Conclusões

Observamos que o problema não é de difícil compreensão, por ser geometricamente bem definido. A modelagem desse problema com o objetivo de otimização da área do corte da tora exige uma quantidade considerável de variáveis, desta forma propor uma modelagem matematicamente viável para o problema de otimização do corte de toras de eucaliptos necessita de estudos mais aprofundados. Contudo, quando impomos restrições ao problema conseguimos facilmente uma modelagem, concluímos que quanto mais forte as restrições, mais simples se torna a modelagem.

Diante disto, este trabalho apresenta soluções para três problemas distintos, dos quais dois deles nós consideramos a tora como um cilindro perfeito, por outro lado não conseguimos definir matematicamente as posições das peças a serem cortadas. Para o terceiro problema utilizando uma restrição mais forte, onde a tora é um paralelepípedo, conseguimos como solução as posições do corte além da quantidade de padrões de madeira serrada.

Computacionalmente, a solução proposta para os dois primeiros problemas recaem em um problema de Programação Linear Inteira. O terceiro problema utiliza uma heurística publicada recentemente na literatura e não testada neste trabalho.

Desta forma sugerimos como análise futura a implementação e análise de desempenho das soluções propostas neste trabalho.





# Referências Bibliográficas

- [CMG94] C. Carnieri, G. A. Mendoza, and L. Gavinho. Improvements of the dynamic programming algorithm for tree bucking. *Wood and Fiber Science*, pages 131–141, January 1994.
- [CW00] G. Cintra and Y. Wakabayashi. Uma variante do problema de corte unidimensional. In *XXXII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Viçosa, UFV*, outubro 2000.
- [GL00] M. C. Goldberg and H. P. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear*. Makron, 2000.
- [Gro98] F. Grondin. Improvements of the dynamic programming algorithm for tree bucking. *Wood and Fiber Science*, pages 91–104, July 1998.
- [HHD00] A. D. Hugo, J. L. Humberto, and J.A. Dario. Uma heurística o(nm) para o corte bidimensional guilhotinado. *SBPO*, 2000.
- [J.M83] FELFILI J.M. Avaliação do potencial florestal e dos resíduos de exploração das florestas do norte do estado do mato grosso. Technical report, UFV, Viçosa, 1983. 70 pág.
- [J.O93] Borges A.S. and Ciniglio G. and Brito J.O. Considerações energéticas e econômicas sobre resíduos de madeira processada em serraria. *Sétimo Workshop Florestal Brasileiro*, pages 603–609, 1993.
- [LBG00] H. Lemieux, M. Beaudoin, and F. Grondin. A model for the sawing and grading of lumber according to knots. *Wood and Fiber Science*, pages 179–189, April 2000.
- [Mar00] A. Maron. Resíduos primário de eucaliptus grandis: 15 anos para celulose. *Master's thesis*, 2000.

- [Sam93] M. Samson. Method for assessing the effect of knots in the conversion of logs into structural lumber. *Wood and Fiber Science*, pages 298–304, July 1993.
- [Sou97] M. R. De Souza. Tecnologias para uso alternativos de resíduos florestais. experiência do laboratório de produtos florestais - ibama na Área de utilização de resíduos florestais e agrícolas. In *Workshop Sul-Smericano sobre o Usos Alternativos de Resíduos de Origem Florestal e Urbana*, pages 49–70, setembro 1997.
- [Zhe89] Y. Zheng. Two-dimensional geometric theory for maximizing lumber yield from logs. *Wood and Fiber Science*, pages 91–100, January 1989.