



MATHEUS BERNARDES ROZENTAL DE OLIVEIRA

**AJUSTE DE MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO
ACÚMULO DE MICRONUTRIENTES DO FEIJOEIRO
CULTIVAR OURO VERMELHO**

LAVRAS – MG

2018

MATHEUS BERNARDES ROZENTAL DE OLIVEIRA

**AJUSTE DE MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DE
MICRONUTRIENTES DO FEIJOEIRO CULTIVAR OURO VERMELHO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Augusto Ramalho de Moraes
Orientador

LAVRAS – MG
2018

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Oliveira, Matheus Bernardes Rozental de.

*AJUSTE DE MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO
DO ACÚMULO DE MICRONUTRIENTES DO
FEIJOEIRO CULTIVAR OURO VERMELHO* / Matheus Bernardes
Rozental de Oliveira. - 2018.

63 p.

Orientador(a): Augusto Ramalho de Moraes.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de
Lavras, 2018.

Bibliografia.

1. Regressão não linear. 2. Feijão. 3. Acúmulo de
micronutrientes. I. Moraes, Augusto Ramalho de. . II. Título.

MATHEUS BERNARDES ROZENTAL DE OLIVEIRA

**AJUSTE DE MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DE
MICRONUTRIENTES DO FEJJOEIRO CULTIVAR OURO VERMELHO
ADJUSTMENT OF NONLINEAR MODELS IN THE DESCRIPTION OF THE
MICRONUTRIENT ACCUMULATION OF THE COMMON BEAN OURO
VERMELHO CULTIVAR**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 29/10/2018.

Joel Augusto Muniz UFLA
Tales Jesus Fernandes UFLA
Alessandra Querino da Silva UFGD

Prof. Dr. Augusto Ramalho de Moraes
Orientador

**LAVRAS – MG
2018**

Dedico este trabalho aos meus pais, Lécio e Lucia.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus, por me conceder sabedoria e discernimento para que eu conseguisse alcançar mais essa conquista.

Ao professor Dr. Augusto Ramalho de Moraes, pela atenção, incentivo e orientação no decorrer desse curso.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas (DEX), em especial ao professor Daniel Furtado Ferreira e João Domingo Scalon.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao Departamento de Ciências Exatas (DEX), pela oportunidade de realizar o mestrado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudos.

A minha banca, Tales de Jesus Fernandes, Joel Augusto Muniz e Alessandra Querino, pela atenção e disposição.

Aos amigos, Andre Winter, Kelly, Michael Cristian e Thiago.

A minha família, Lécio, Lucia, Sarah, Léo, Raphael e Arthur pelo amor incondicional, apoio e dedicação, que me levaram a concluir mais essa etapa da vida.

Muito obrigada a todos! .

RESUMO

O estudo sobre análise de crescimento do feijoeiro, por meio do acúmulo de massa seca e de micronutrientes, ao longo do ciclo vegetativo, é importante ferramenta informativa para o auxílio do manejo adequado e, possivelmente, detecção de fatores que afetam diretamente no desenvolvimento da planta. Desta maneira, a modelagem do crescimento pode subsidiar um melhor conhecimento e aplicação das práticas agrícolas. Desta forma, este trabalho teve como objetivo analisar curvas de crescimento da matéria seca e dos micronutrientes boro, cobre, ferro, manganês e zinco na parte aérea da cultivar de feijoeiro Ouro Vermelho, em diferentes densidades de semeadura (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas ha^{-1}), por meio do ajuste dos modelos não lineares logístico, Gompertz e von Bertalanffy, em função das idades de avaliação das plantas. O experimento foi realizado na Universidade Federal de Lavras, no delineamento em bloco casualizado, com três repetições, com os tratamentos dispostos no esquema fatorial 5 x 8, sendo que são cinco densidade de semeadura (75,145,215,285,355 mil planta por hectares) e oito épocas de avaliação (13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83 dias após emergência). O método de estimação usado foi o iterativo de Gauss Newton. Além disso, todas as análises do trabalho foram usando o software livre R. Os modelos não lineares Gompertz, logístico e von Bertalanffy mostraram-se adequados à descrição do crescimento do feijoeiro, possibilitando a estimação do peso assintótico máximo dos micronutrientes, época de ocorrência de maior acúmulo. O modelo logístico apresentou melhores propriedades de ajuste e o acúmulo de micronutrientes é realizado por meio de trajetória sigmoideal.

Palavras-chave: Feijão. Regressão não linear. Curva de crescimento. Modelo logístico

ABSTRACT

The study of analysis of common bean growth through the accumulation of dry mass and micronutrients along the vegetative cycle is an important information tool for the aid of appropriate management, and possibly, detection of factors that directly affect in the plant's development. For this reason, the modeling of growth can aid a better knowledge and application of agricultural practices. Therefore, the aim of this study was to analyze growth curves of dry matter and micronutrients such as boron, copper, iron, manganese and zinc in the aerial part of the common bean Ouro Vermelho cultivar, considering different seeding densities (75, 145, 215, 285 and 355 thousand plant ha⁻¹), by adjusting nonlinear models, Logistic, Gompertz and von Bertalanffy, in the evaluation ages of the plants. The experiment was conducted at Universidade Federal de Lavras, in a randomized block design, with three replicates, in a 5 x 8 factorial scheme, being five seeding densities (75, 145, 215, 285 and 355 thousand plant ha⁻¹) and eight evaluation period (13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83 days after emergence). The method of estimation used was the Gauss Newton. Besides that, all analyzes of the work were conducted using the R open-source software environment. The nonlinear models Gompertz, Logistic, and von Bertalanffy were suitable to describe the common bean growth, making possible a classification of the antibiotic weight of the micronutrients and the period of occurrence of the greater accumulation. The Logistic model presented better adjustment properties and the accumulation of micronutrients was carried out through a sigmoidal trajectory.

Keywords: Bean. Nonlinear regression. Growth curve. Logistic model

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de matéria seca no feijoeiro cv ouro vermelho	31
Figura 4.2 – Representação gráfica do acúmulo da matéria e ajuste do modelo logístico, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura	33
Figura 4.3 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo do boro, em cinco densidades de semeadura no feijoeiro cv Ouro Vermelho, em função dos dias após a emergência das plantas.	35
Figura 4.4 – Representação gráfica do acúmulo de boro no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura	37
Figura 4.5 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de cobre no total, em função dos dias após a emergência (DAE) das plantas, para cinco densidades de semeadura do feijoeiro cv Ouro Vermelho.	38
Figura 4.6 – Representação gráfica do acúmulo de cobre no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura	40
Figura 4.7 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de Ferro no Total no feijoeiro cv Ouro Vermelho	41
Figura 4.8 – Representação gráfica do acúmulo de Ferro no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura	43
Figura 4.9 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de Manganês no Total no feijoeiro cv Ouro Vermelho	44
Figura 4.10 – Representação gráfica do acúmulo de manganês no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para todas as densidades de semeadura.	46
Figura 4.11 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de Zinco no Total no feijoeiro cv ouro vermelho	47

Figura 4.12 – Representação gráfica do acúmulo de zinco no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura 49

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Análise de variância contendo as fontes de variação (FV), números de graus de liberdade (GL), valores de quadrados médios e respectivas significâncias do teste F (*), para as variáveis massa seca total (MS), de boro (B), cobre (Cu), zinco (Zn), ferro (Fe) e manganês(Mn) no feijoeiro cv Ouro Vermelho	29
Tabela 4.2 – Estimativas e respectivo valor - p dos testes de normalidade (Shapiro -Wilk), homogeneidade de variância (Levene) e independência (Durbin-Watson) para acúmulo de matéria seca feijoeiro cv. ouro vermelho.	30
Tabela 4.3 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação ajustado(R^2_{α}) dos modelos Logístico , Gompertz e von Bertalanffy, para a descrição do acúmulo de matéria seca total do feijoeiro cv. ouro vermelho nas cinco densidades de semeadura (DS).	32
Tabela 4.4 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos logístico , Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de boro no total do feijoeiro cv. ouro Ouro Vermelho, nas diferentes densidades (DS).	36
Tabela 4.5 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico , Gompertz e von Bertalanffy ajustados para o acúmulo de cobre no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).	39
Tabela 4.6 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico , Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de ferro no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).	42
Tabela 4.7 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico , Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de manganês no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).	45
Tabela 4.8 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico , Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de zinco no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).	48

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	Feijão	12
2.1.1	Cultivar ouro vermelho	13
2.1.2	Micronutrientes	14
2.2	Análise de crescimento vegetativo	15
2.2.1	Análise de crescimento no feijoeiro	16
2.3	Modelos não lineares	17
2.3.1	Alguns modelos não lineares	19
2.3.2	Modelos não lineares para o feijoeiro	20
2.3.3	Métodos de estimação	21
2.3.4	Método iterativo de Gauss-Newton	22
2.4	Seleção de Modelos	23
2.4.1	Coefficiente de determinação Ajustado	23
2.4.2	Crítério de informação de Akaike - AIC	24
3	MATERIAL E MÉTODOS	25
3.1	Métodos	26
3.1.1	Análise de variância e pressupostos	26
3.1.2	Modelos não lineares utilizados	27
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	29
4.1	Análise de variância	29
4.2	Matéria seca total	30
4.3	Boro	34
4.4	Cobre	37
4.5	Ferro	40
4.6	Manganês	43
4.7	Zinco	46
5	CONCLUSÃO	50
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

No Brasil, a cultura do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris L.*) constitui-se uma das mais utilizadas nas explorações agrícolas, não só pela área de cultivo, como também pelo valor da produção. Trata-se de um componente importante na alimentação básica da população nacional, tendo como base nutrientes como proteínas, ferro, cálcio, vitaminas, carboidratos e fibras. Em especial, o feijão é produzido e comercializado em grande escala em Minas Gerais. Alguns destes grãos ostentam algumas disfunções na produção. Portanto a prosperidade da fundamentação científica e tecnológica do desenvolvimento da produção de feijão é essencial para um manejo adequado da lavoura e à detecção de possíveis problemas.

Para mensurar os efeitos sobre a planta, a análise de crescimento do vegetal é fundamental. O termo curva de crescimento usualmente evoca a imagem de curvas sigmoidais, as quais representam de modo adequado o crescimento do vegetal em função do tempo.

A matéria seca da parte aérea do feijoeiro é um parâmetro importante para o crescimento vegetal e está associado significativamente com a produtividade de grãos (FAGERIA; BALIGAR, 2005). Além disso, a produtividade da matéria seca está relacionada com a acumulação de nutrientes pela cultura. Desse modo, é importante conhecer a acumulação de matéria seca durante o ciclo da cultura.

A absorção de nutrientes, em função do estado fenológico, estuda os fenômenos periódicos dos seres vivos e suas relações com as condições do ambiente, proporcionando informações de grande relevância, pois permite conhecer as quantidades de nutrientes absorvidas e a intensidade relativa de absorção. A análise de crescimento gera conhecimentos de valor prático e informações referentes ao crescimento e comportamento dos genótipos (ABREU; BIAVA, 2005).

A curva de acúmulo da quantidade de micronutrientes, presentes na matéria seca do vegetal, é essencial, para obter informações a respeito do manejo da adubação, tendo em vista que a taxa de crescimento do vegetal varia, em função de diferentes (ALVES et al., 2009). Para a descrição do crescimento que possui um comportamento sigmoidal, os modelos de regressão não linear são os mais adequados para descrever estas curvas, uma vez que seus parâmetros possuem interpretação biológica e têm se mostrado úteis nas diversas áreas de pesquisa, trazendo informações, como as de avaliar o desenvolvimento final da planta e estimar causas de variação no crescimento das plantas.

Desse modo, o objetivo deste trabalho é analisar curvas de crescimento dos micronutrientes (zinco, manganês, ferro, cobre e boro) e da matéria seca da cultivar de feijoeiro Ouro Vermelho, em diferentes densidades de semeadura (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas ha^{-1}), por meio do ajuste dos modelos não lineares logístico, Gompertz e von Bertalanffy, aos dados de acúmulo de massa seca dos micronutrientes em função das idades de avaliação das plantas.

A presente dissertação é composta de 5 capítulos e este é o primeiro em que se apresenta a introdução. No segundo capítulo, realiza-se uma revisão bibliográfica sobre o feijão, cultivar ouro vermelho, micronutrientes, análise de crescimento, modelos não linear, método de estimação e seleção do modelo. No terceiro capítulo apresenta-se a metodologia usada para realização do experimento e análise dos dados. No quarto capítulo, apresentam-se os resultados estatísticos e discussões sobre os modelos não lineares usados, para a análise dos micronutrientes no feijoeiro cultivar ouro vermelho. No quinto capítulo encontra-se a conclusão.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo trata de uma revisão bibliográfica, contemplando as seguintes abordagens referentes ao feijão, ao cultivar ouro vermelho, análise de crescimento vegetal, aos modelos não lineares e seleção de modelos, as quais servirão, posteriormente, de subsídios à discussão dos capítulos subsequentes, bem como da metodologia empregada no experimento.

2.1 Feijão

Uma das principais culturas produzidas, mundialmente, o feijão é caracterizado por possuir propriedades técnicas que se destacam pela sua boa adaptação a climas, sendo assim, facilmente difundido pelo mundo, além de ser muito explorado na agricultura por pequenos produtores. Seguido pela Índia, China e México, o Brasil é o maior produtor e consumidor mundial de feijão com produção média anual de 3,3 milhões de toneladas, com consumo per capita de, aproximadamente, 17 kg.ano^{-1} ((MINISTÉRIO DA AGRICULTURA, PECUÁRIA E ABASTECIMENTO – MAPA, 2017)

A produção do feijão, em sua totalidade, é voltada ao mercado interno, visto que os principais países produtores são também grandes consumidores, sendo este o motivo pelo qual o comércio internacional é tão restrito. Outro fator que compromete sua exportação é a ampla variedade de tipos de feijão e, também, podem-se citar os hábitos alimentares entre os países.

Segundo a Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB, 2016), o consumo interno per capita de feijão vem se reduzindo, como resultado da urbanização que acentuou as mudanças nos hábitos alimentares, com maior procura por produtos de preparo rápido. Saiu da média de 19 kg/ha/ano, em meados dos anos 90, para os atuais 15 kg/hab/ano. Nos anos 60, o consumo girava em torno de 26 kg/hab/ano.

No Brasil, segundo a Conab em 2017/2018, a primeira safra de feijão já chegou a uma produção de 1,28 milhão de toneladas, o resultado mostra uma queda de 5,9% em relação ao 2016/2017. Já a segunda safra deve ter um aumento de 10,9% na mesma comparação, totalizando 1,33 milhão de toneladas. Na terceira, os técnicos estimam uma redução de 13,6%, com a colheita estimada em 721,7 mil toneladas de feijão de cores, caupi e preto. A produção de feijão total pode chegar a 3,33 milhões de toneladas.

A produção de feijão acontece em três etapas, a primeira é a etapa da safra das águas, pois é favorecida pelo alto índice de chuvas, ocorre entre os meses de agosto e dezembro, nas regiões do Centro Sul e, nos meses de outubro a fevereiro no Nordeste. Na segunda safra,

ocorre menor índice de chuva no país, sendo conhecida como safra da seca, ocorre nos meses entre dezembro e março. A última etapa é conhecida irrigação, já que nessa etapa a produção é irrigada ocorre nos meses entre abril e junho. A diferença entre essas etapas pode ser notada pelos diferentes climas encontrados em cada época da produção (MAPA, 2017). Portanto nota-se que os elementos climáticos exercem uma influência na produção do feijão. Temperaturas altas e baixa prejudicam a produção. As altas temperaturas afetam o florescimento e a frutificação do feijoeiro, e as baixas temperaturas são capazes de provocar a carência das flores, baixando assim o rendimento da produção. De igual modo, índices pluviométricos elevados ou escassos lesam a produção agrícola do feijoeiro. Essas alterações climáticas também norteiam o preço da produção, geralmente, se a 1ª safra tem baixa remuneração, que leva à redução de plantio para a próxima safra.

O feijoeiro é plantado como uma agricultura secundária relacionada à outra cultura em consórcio, esta leguminosa é considerada uma planta exigente em nutrientes em decorrência do sistema radicular superficial e do ciclo curto (ABREU; BIAVA, 2005). Então, estudar os efeitos dos micronutrientes na planta é de suma importância para verificar e comparar a saúde do vegetal.

2.1.1 Cultivar ouro vermelho

Na maior parte do estado de Minas Gerais, predomina o cultivo do feijão de cores, principalmente, do grupo carioquinha (CONAB, 2016). Entretanto a inserção de novas cultivares, no mercado, pode ser considerada um ganho econômico extra que pode agregar valor ao produto em questão para os produtores de pequeno e médio porte.

A ouro vermelho é cultivada em menor escala pelos meios tradicionais, no entanto constituem oportunidade para a produção de grãos, principalmente na região da Zona da Mata, com a possibilidade de produzir e proporcionar a geração de emprego e renda. Essa cultivar de feijão representa uma forma de obter lucro, comercializar um produto diferenciado e inserir novos nichos de mercado em seus negócios, apenas com a escolha de uma nova cultivar para semeadura (ALVES et al., 2009).

A Ouro Vermelho é proveniente do cruzamento das cultivares AN9022180 e Vermelhinho (CARNEIRO et al., 2006), apresenta flores brancas e vermelhas, vagens da cor rosa, quando atinge a maturidade fisiológica e cor marron ou púrpura, na época da colheita, com grãos elípticos, vermelhos e brilhantes. Possui hábito de crescimento indeterminado do tipo

II/III, porte semiereto, média floração e ciclo precoce a normal (entre 80 e 90 dias) (ALVES et al., 2009).

2.1.2 Micronutrientes

Conforme Vieira et al. (2015), dezessete elementos são designados de nutrientes e são essências para o crescimento e o desenvolvimento vegetal. Ainda, verifica-se que 14 nutrientes são obtidos no solo pela raiz, ou absorvidos por meio da folha, e esses nutrientes são classificados com referência à sua concentração. Os nutrientes podem ser classificados como macronutrientes, quando ocorre concentração em maiores quantidades e micronutrientes, quando a concentração é em menores quantidades.

Existe uma escala de absorção das concentrações de macronutrientes e micronutrientes. Segundo Vieira et al. (2015), essa escala de adsorção dos macronutrientes pelo feijão é dada por Nitrogênio (N) > Potássio (K) > Cálcio (Ca) > Magnésio (Mg) > Enxofre (S) > Fósforo (P) e a dos micronutrientes são Cloro (Cl) > Ferro (Fe) > Manganês (Mn) > Zinco (Zn) > Boro (B) > Cobre (Cu) > Molibdênio (Mo).

Os elementos químicos B, Cl, Cu, Fe, Mn, Mo e Zn são denominados de micronutrientes. Distinto dos macronutrientes, que são exigidos em alta concentração tanto no feijoeiro como para qualquer cultivar, são necessários em menores quantidades.

Os micronutrientes são de suma importância para a nutrição e o crescimento das plantas. Além disso, alguns fatores, possivelmente, influenciam o aparecimento de deficiências ou toxicidade de micronutrientes e têm significativa importância para o manejo da adubação do feijoeiro. Outro fator, a pobreza no solo, pode ser a principal causa da deficiência dos mais diversos micronutrientes. Absorção de micronutrientes pelo feijoeiro pode ser afetada, também, pela presença de outros nutrientes na solução do solo (EPSTEIN, 1972).

De acordo com Vieira et al. (2015), quando as terras são cultivadas por um longo tempo são propensas à deficiência de micronutrientes. Então, as análises de solo podem conter informações de como os teores de Zn, Mn, Fe, Cu e B são úteis para decidir sobre a necessidade ou não de incluir os micronutrientes na adubação, pois estão associados aos efeitos do pH, efeitos da matéria orgânica, efeito de textura no solo. Também Vieira et al. (2008) concluíram que existe uma forte influência do ciclo natural do feijoeiro sobre o acúmulo de micronutrientes.

Por isso, estudar o acúmulo de matéria seca e dos micronutrientes Zn, Mn, Fe, Cu e B no feijão do cultivar ouro vermelho pode ser determinante, para favorecer o crescimento e,

principalmente, detectar uma possível deficiência do solo. Assim, uma ferramenta muito usada para analisar o crescimento tanto vegetal como animal é análise de crescimento.

2.2 Análise de crescimento vegetativo

A análise quantitativa do crescimento é o primeiro passo na análise de produção vegetal e, além disso, fornece informações importantes tais como a quantidade de material contido na planta inteira e em suas partes e o tamanho do aparelho fotossintetizante sem o eventual uso de equipamento sofisticado. A análise de crescimento é uma ferramenta que permite conhecer a planta como entidade biológica e contribuir no manejo das espécies cultivadas para determinar seu potencial de produção. De modo geral, o início do crescimento do vegetal é lento, seguido de uma fase de crescimento mais acelerado até a planta atingir um tamanho definitivo, e, nesse momento, a planta paralisa a produção de matéria orgânica (fase de senescência) até que, finalmente, ocorre um decréscimo nessa produção pela perda de água (MAGALHÃES, 1986).

A análise de crescimento é uma das metodologias mais acessíveis e altamente precisas que permite avaliar e inferir acerca do crescimento vegetal, além de descrever as mudanças na produção vegetal em função do tempo (URCHEI; RODRIGUES; STONE, 2000).

Com base em dados de crescimento, as suas causas podem ser estimadas o que possibilita avaliar o desenvolvimento vegetal e inferir sobre a contribuição de diferentes processos fisiológicos nos diferentes estádios do ciclo das culturas (BENINCASA, 2003).

Para se obter uma curva de crescimento, não se necessita de dados complexos e nem equipamentos sofisticados, apresentando vantagens em relação a outros tipos de análise. A área foliar e/ou o acúmulo de massa seca da planta ou de qualquer de seus componentes são as informações mais utilizadas e apropriadas para medir o crescimento e possibilitar a sua análise (TAIZ; ZEIGER, 2004). A análise de crescimento a qual está fundamentada no fato de que, em média, 90% da matéria seca acumulada plantas, ao longo de seu crescimento, resultam da atividade fotossintética e o restante resulta da absorção de nutrientes do solo (BENINCASA, 2003).

Para realizar uma análise de crescimento de maneira eficiente, vários tipos de modelos estatísticos podem ser usados, com o intuito de facilitar a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal, dentre os quais se destacam os modelos de crescimento lineares e não lineares.

2.2.1 Análise de crescimento no feijoeiro

Na área de produção vegetal, os fenômenos são descritos por modelos não lineares, como, por exemplo, o ajuste de curvas para dinâmica e disponibilização de nutrientes no sistema solo-planta, modelos de crescimento de espécies vegetais, bem como de sementes e frutos.

Urchei, Rodrigues e Stone (2000) verificaram que a taxa de crescimento da cultura (TCC) do feijoeiro evidenciou maior acúmulo e produção de matéria seca no plantio direto, sendo, no plantio direto, consideravelmente, mais baixo. Nos dois sistemas, verificou-se que as curvas da TCC apresentaram comportamento semelhante ao do índice de área foliar e da matéria seca total. A maior taxa de produção de matéria seca se manifestou, aos 58 dias após emergência, durante o período reprodutivo decrescendo a partir dessa coleta.

Trabalhando com quatro cultivares de feijoeiro irrigado e sequeiro, Gomes et al. (2000) observaram que o maior acúmulo de biomassa ocorreu, aos 56 dias após a semeadura, para cultivo de sequeiro e, aos 63 dias após a semeadura, para o irrigado, sendo a maior redução na TCC ocorrida no final do ciclo, em virtude da translocação de fotos assimilada.

Lemos et al. (2004) avaliaram o comportamento de 29 genótipos de feijão do grupo carioca, utilizando regressão linear de segundo grau (parábola) visando à estimação do tempo para que a máxima hidratação dos grãos ocorresse.

Com a finalidade de estudar variações no comportamento de algumas características fisiológicas no feijoeiro comum, cultivar tipo III (Pérola), na safrinha, em quatro populações de plantas, utilizando-se da análise de crescimento, Jauer et al. (2004) verificaram aumentos na matéria seca em todas as quatro densidades de semeadura. E, com a finalidade de caracterizar o crescimento e a produção de grãos do feijoeiro, Andrade et al. (2005) constataram que a cultivar Ouro Negro apresentou maiores valores de acúmulo de matéria seca total e da taxa de crescimento absoluto do que a cultivar Talismã, e maior taxa de crescimento relativo ocorreu no cultivar Talismã. Vieira et al. (2008) avaliando a evolução da altura das plantas do feijoeiro, cultivares Talismã e Ouro negro, constataram que, em plantio direto, menores alturas foram observadas no cultivar Talismã e que o cultivar Ouro Negro teve uma estabilização de crescimento aos 50 dias após emergência. Fidelis Filho et al. (2005) avaliaram o índice de massa foliar e biomassa aérea na cultura do feijoeiro irrigado.

Comparando as curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro, Martins Filho et al. (2008) utilizaram o modelo não linear logístico e a abordagem bayesiana para estimação dos parâmetros e concluíram que, por essa metodologia, permite-se comparar as curvas de cresci-

mento de forma eficiente, sem uso de teoria assintótica. De modo geral, o feijoeiro apresenta uma fase inicial de crescimento relativamente lento até os 20 dias após emergência (DAE), uma fase intermediária, em que ocorrem as maiores taxas de crescimento e uma fase final em que há diminuição desse crescimento.

O comportamento da altura das plantas, em função de diferentes épocas de amostragem, foi estudado por Vieira et al. (2008), em experimento comparando as cultivares BRS-Talismã e Ouro Negro, em sistema de plantio direto e convencional, os quais observaram que houve bom ajuste do modelo regressão. No plantio direto, as cultivares Ouro negro e BRS-Talismã apresentaram incrementos significativos na altura de planta até aos 50 dias após emergência (DAE), quando apresentaram certa estabilidade. A cultivar Ouro Negro apresentou altura máxima de 109 cm e a cv. BRS - Talismã de 100 cm. Já no sistema convencional, a cultivar Ouro Negro alcançou a altura máxima de 73 centímetros aos 40 DAE e, a partir desse período, estabilizou-se. Neste mesmo sistema, a cultivar BRS-Talismã somente atingiu a altura máxima, de 110 cm, aos 72 DAE, apresentando ligeiro decréscimo após esse período.

Desta forma, como é mostrado nos estudos citados anteriormente, o crescimento de frutos e vegetais tem uma larga aplicação na pesquisa agrícola, pois possibilita comparar o comportamento de uma planta ou de suas partes, em diversas situações ou manejos empregados. Vários modelos têm sido utilizados para descrever curvas de crescimento das mais variadas espécies. A diversidade de modelos e a necessidade de se comparar curvas originadas de diferentes tratamentos fazem com que pesquisas, nesta área, tenham grande demanda de métodos estatísticos.

Com relação aos micronutrientes, estudos que mostrem o acúmulo e a mancha de absorção, durante o ciclo vegetativo, são muitos escassos na cultura do feijoeiro. Braga (1972) avaliou a aplicação de boro e molibdênio, Corrêa et al. (1990) e Junqueira Netto et al. (1977) fizeram estudos com molibdênio e cobalto; Batista, Brune e Braga (1975) verificaram que o cobre e o boro foram absorvidos, durante todos os ciclo vegetativo, enquanto o zinco e manganês, foram absorvidos até, aproximadamente, 40 dias.

2.3 Modelos não lineares

Francis Galton (1822-1911) foi o autor do livro *Natural Inheritance*, publicado em 1889, no qual a palavra, regressão foi utilizada pela primeira vez e foi proposta a lei de Regressão universal. Em seus estudos os fenômenos de hereditariedade mostrou que quando casais altos

ou baixos tem filhos, as alturas dessas crianças tendem a regredir ou reverter para a altura. É uma das medidas mais típicas de pessoas do mesmo sexo (VIEIRA et al., 2005). A regressão uma palavra integrada à estatística por Pearson para referenciar a expressão de uma ou mais variáveis da função.

Os modelos de regressão são funções que expressam a relação entre duas ou mais variáveis, sendo que podem ser classificados em relação aos seus parâmetros, como lineares, não lineares e linearizáveis (DRAPER; SMITH, 1998). Os modelos classificados como lineares são aqueles em que as derivadas parciais com relação aos parâmetros do modelo não dependem de nenhum parâmetro. Já, os modelos não lineares são aqueles em que pelo menos uma de suas derivadas parciais, em relação aos parâmetros, depende de ao menos um dos parâmetro do modelo. Por sua vez, o modelo de regressão é linearizável, quando ele é não linear em sua forma inicial, mas com alguma transformação pode-se tornar linear.

Para obter os estimadores dos parâmetros com o objetivo de minimizar a soma dos quadrados residual, um bom método a ser aplicado é o Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Este método, para regressão não linear, ao contrário do método, para a regressão linear, não apresenta expressões explícitas. Logo se faz necessária a utilização de um método iterativo, para obter tais estimativas, segundo Ratkowsky (1983). Quanto melhor o modelo estiver ajustado aos dados mais eficiente a função vai descrever o experimento, gerando menores erros. Na literatura, existem vários métodos iterativos e, segundo Bates e Watts (1988), os mais empregados são: o Gauss-Newton, o método de Marquardt e o método de Steepest-Descent.

Com relação aos parâmetros dos modelos lineares, os estimadores de mínimos quadrados ordinários apresentam propriedades ótimas são estimadores e não viesados e com variância mínima dentre qualquer outro conjunto de estimadores. Essas propriedades são consideradas como as melhores que uma classe de estimadores pode apresentar (SEARLE, 1971).

Entretanto os modelos não lineares são preferidos para o ajuste de curvas de crescimento, pois permitem resumir, em poucos parâmetros, as características de crescimento da população em estudo, de modo que parâmetros possuem interpretação biológica, permitindo avaliar o comportamento dos tratamentos, ao longo do tempo, estudar as interações entre fatores e identificar, em uma população, os melhores tratamentos (FREITAS, 2005). A explicação do crescimento biológico, por meio de modelos não lineares, contribui para o desenvolvimento de teorias a respeito de algum fenômeno de interesse; na ciência agrária, são evidentes as vantagens econômi-

cas e de manejo cultural, permitindo conhecer como a produção de massa cresce, o quão rápido a planta se desenvolve e como estes fatores reagem a condições de tratamentos aplicados.

Dentre os vários modelos não lineares disponíveis, os modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy são utilizados para descrever vários processos biológicos por meio da curva de crescimento dada pela equação do modelo. Esses modelos apresentam comportamento sigmoidal(é uma curva em forma de "S"), na qual a curva cresce lentamente, no início do desenvolvimento, passa por um ponto de inflexão, no qual apresenta sua maior taxa de crescimento e atinge um máximo em uma assíntota superior.

Para modelos não lineares, as propriedades ótimas dos estimadores, para modelos lineares, são válidas somente assintoticamente, ou seja, somente quando a amostra apresenta um tamanho suficientemente grande e, em amostras consideradas pequenas, normalmente, tais propriedades não são satisfeitas. Isso ocorre, porque essas estimativas para os modelos não lineares são obtidas por meio de métodos iterativos.

2.3.1 Alguns modelos não lineares

- **Modelo Logístico** O ajuste de um modelo não linear tem a vantagem de se trabalhar com um conjunto de parâmetros biologicamente interpretáveis (LÔBO et al., 2006). Com a observação da natureza, foram criados basicamente dois grandes modelos de crescimento populacional, há alguns séculos, por matemáticos e naturalistas: o modelo logístico e o modelo exponencial. O modelo Logístico foi utilizado para estudar o crescimento da população humana. Fernandes et al. (2015) mostraram que algumas parametrizações são mais adequadas que as demais, pois possuem menores medidas de não linearidade. A parametrização do modelo logístico é dada por:

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{[k(\gamma - x_i)]}} + \varepsilon_i$$

em que Y_i é a i -ésima observação da variável resposta, α é o valor assintótico que pode ser interpretado como peso máximo, γ é o ponto de inflexão da curva do modelo, k indica a taxa de maturidade ou crescimento, x_i são as variáveis independentes, o ε_i é o erro aleatório associado à i -ésima observação, em que $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Este modelo apresenta forma sigmoidal.

- **Modelo de Gompertz**

Benjamin Gompertz era membro da Sociedade Real de Londres e uma de suas maiores contribuições foi nos estudos sobre a mortalidade do século XIX em que apresentou uma lei descrevia o crescimento de uma população. O modelo de Gompertz é dada por:

$$Y_i = \alpha e^{-e^{[k(\gamma-x_i)]}} + \varepsilon_i$$

em que tem-se Y_i é a i -ésima observação da variável resposta, α é o valor assintótico que pode ser interpretado como peso máximo da planta, γ é o ponto de inflexão, k é a taxa de crescimento ou maturidade; x_i são as variáveis independentes, o ε_i é o erro aleatório associado à i -ésima observação.

- **Modelo von Bertalanffy**

O modelo von Bertalanffy foi proposto por Ludwing von Bertalanffy em 1957, é um modelo não linear que apresenta um comportamento sigmoidal não simétrico em relação ao ponto de inflexão. A parametrização usada é

$$Y_i = \alpha \left(1 - \frac{e^{[k(\gamma-x_i)]}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$$

em que tem-se Y_i é a i -ésima observação da variável resposta, α é o valor assintótico que pode ser interpretado como peso máximo da planta, γ é o ponto de inflexão, k é a taxa de crescimento ou maturidade; x_i são as variáveis independentes, o ε_i é o erro aleatório associado à i -ésima observação.

2.3.2 Modelos não lineares para o feijoeiro

Os modelos não lineares podem ser usados ao estudo de crescimento do feijoeiro, como podem ser vistos em alguns trabalhos a seguir. Silva et al. (2018) modelaram o acúmulo do macronutriente de cálcio, na cultivar do feijoeiro Jalo, por meio de modelos não lineares de Gompertz e Verhulst. Além disso, concluíram que o modelo não linear de Verhulst apresentou um melhor ajuste, em todas as densidades de semeadura e foi o mais adequado para descrever o acúmulo do macronutriente cálcio.

Lima et al. (2017) ajustaram os modelos não lineares Logístico e von Bertalanffy para analisar o acúmulo do micronutriente boro no feijoeiro cv Jalo e concluíram que o modelo Logístico apresentou melhores propriedades de ajuste.

Moura et al. (2011) analisaram o desempenho dos modelos de crescimento Expolinear, Logístico e de Gompertz, com relação ao acúmulo de fitomassa seca das culturas do feijão-caupi e do milho, submetidos a dois tipos de sistemas de plantio como exclusivo e consorciado, nas condições climáticas do semiárido brasileiro e mostraram que os modelos apresentam bom desempenho e que os parâmetros biológicos gerados pelo modelo expolinear sugeriram o sistema de plantio exclusivo mais adequado para o cultivo de feijão-caupi e milho.

Resende, Ferreira e Almeida (2010) utilizaram diferentes modelos matemáticos aos dados experimentais da secagem do feijão adzuki e concluíram que, dentre os modelos analisados, Midilli, Henderson e Pabis Modificado apresentaram os melhores ajustes para a descrição cinética de secagem do feijão.

Teixeira et al. (2009) selecionaram não lineares, para a quantidade remanescente dos macronutrientes de dois tipos de palhadas (milheto e milheto+feijão-de-porco) e esses modelos estão associados às taxas de decomposição e de liberação de macronutrientes das palhadas. No final do estudo, determinaram que, com o modelo exponencial dupla, a matéria seca e os nutrientes dos dois tipos de palhadas diminuem exponencialmente a taxas constantes.

Almeida et al. (2009) usaram modelos não lineares, para a secagem do feijão adzuki, no caso para a difusão líquida e a relação entre o coeficiente de difusão e a temperatura de secagem pode ser descrita pela equação de Arrhenius.

Em estudos, envolvendo a estabilidade fenotípica da produtividade de grãos de feijão, utilizando modelo não linear, Rosse e Vencovsky (2000) concluíram que o modelo foi usado para classificação dos materiais genéticos, segundo suas produtividades e seus padrões de resposta.

2.3.3 Métodos de estimação

A estimação dos parâmetros em modelos de regressão não linear, em geral, é realizada com a utilização do método de mínimos quadrados, por meio de processo iterativo (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002) e, dentre os processos mais utilizados, está o método de Gauss-Newton modificado (BATES; WATTS, 1988).

O método de Gauss-Newton, aplicado aos modelos não lineares, constitui uma generalização do método de mínimos quadrados, já que este permite obter estimativas dos parâmetros de maneira a minimizar a soma dos quadrados dos desvios (PIERINI; AVELAR, 2013). Nesse processo, a partir de um vetor solução inicial, é obtida uma sequência de vetores solução, de

modo que, com o último deles, ocorra a minimização da soma de quadrados dos erros. Neste caso, considera-se que houve convergência do método de estimação, o que nem sempre ocorre, e a convergência do método de Gauss Newton constitui uma desvantagem de seu uso. Assim, ao utilizar processos iterativos, a verificação da sua convergência é vital, pois a não convergência impossibilita a obtenção das estimativas dos parâmetros do modelo não linear em questão, o que impede a caracterização do fenômeno com maior eficiência, como a curva de crescimento de uma cultivar.

Para a obtenção dos parâmetros, podem-se usar diversos métodos, entre eles, o método de estimação entre eles tem-se o método dos mínimos quadrados ou método da máxima verossimilhança. O método dos mínimos quadrados não requer qualquer suposição sobre a distribuição sobre os y 's como no método da máxima verossimilhança que supõe que esse distribuição é uma normal (RENCHE; SCHAALJE, 2008). Na abordagem de mínimos quadrados, buscam-se estimadores para β_0 e β_1 que minimizem a soma de quadrados dos desvios $y_i - \hat{y}_i$, entre os n valores y_i observados e seus valores preditos. Considerando um modelo linear simples, tem-se que $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$:

$$\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad (2.1)$$

Note que \hat{y}_i estima $E(y_i)$ e não y_i , pois tem-se que $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$, então, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ assim a $E(y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 x_i) + E(\varepsilon_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$. Isto é, estima $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$ e não $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$. Para encontrar os valores de $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$, que minimizem $\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}$, diferencia-se 2.1 em relação a $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ e iguala-se a zero e obtém-se a solução. Porém o modelo proposto não é um modelo linear, portanto não possui solução explícita e assim faz-se necessário o uso de métodos iterativos para a estimação dos nossos parâmetros (DRAPER; SMITH, 1998).

2.3.4 Método iterativo de Gauss-Newton

O método iterativo de Gauss-Newton se baseia em aproximações lineares, para a função $f(X; \theta)$, que é uma forma funcional conhecida do modelo, a cada passo, da seguinte forma: tomando-se $\hat{\theta} \approx \theta^{(a)}$ tem-se que a expansão em série de Taylor de primeira ordem de $f(X; \theta)$, para $\hat{\theta}$, em torno de $\theta^{(a)}$, no caso considerando que $\theta^{(a)}$ é um valor inicial, é dada por

$$f(X; \theta) \approx f(X; \theta^{(a)}) + \frac{\partial f(X; \theta)}{\partial \theta_j} (\theta - \theta^{(a)}) \quad (2.2)$$

Seja $F(\theta^{(a)}) = \frac{\partial f(X_i; \theta)}{\partial \theta_j}$ a matriz com as derivadas da função não linear, em relação a cada um dos parâmetros e sejam $r(\theta) = Y - f(X; \theta)$, os resíduos ordinários de θ . Assim, de forma análoga, esse resíduo pode ser aproximado por:

$$r(\theta) \approx r(\theta^{(a)}) - F(\theta^{(a)})(\theta - \theta^{(a)}) \quad (2.3)$$

Como o objetivo é minimizar a $SQR_{es} = r(\theta)'r(\theta)$ pelo método de mínimos quadrados, tem-se:

$$(\theta - \theta^{(a)}) = [F(\theta^{(a)})'F(\theta^{(a)})]^{-1}F(\theta^{(a)})'r(\theta) \quad (2.4)$$

A cada iteração é gerada uma nova aproximação $\theta^{(a+1)}$, para o vetor de parâmetros $\theta^{(a)}$, por meio de:

$$\theta^{(a+1)} = \theta^{(a)} + [F(\theta^{(a)})'F(\theta^{(a)})]^{-1}F(\theta^{(a)})'r(\theta) \quad (2.5)$$

O método de Gauss - Newton pode apresentar convergência bastante lenta, quando uma precisão grande for exigida, convergir para um máximo local em vez do máximo global ou mesmo não convergir. O critério de parada é estabelecido pelo pesquisador.

2.4 Seleção de Modelos

É necessário ter em mente que não existem modelos que são verdadeiros, ou seja, que fidedignos à realidade. Tem-se apenas modelos que se aproximam da realidade. Portanto se faz necessário o uso de algum critério, para selecionar o melhor modelo dentre os que foram ajustados, para explicar o fenômeno em estudo. Em geral, busca-se o modelo mais parcimonioso, isto é, o modelo que envolva o mínimo de parâmetros possíveis a serem estimados e que explique bem o comportamento da variável resposta. Entre as estatísticas usadas, para avaliar a qualidade de ajuste, destacam-se o coeficiente de determinação ajustado e o critério de Akaike.

2.4.1 Coeficiente de determinação Ajustado

O coeficiente de determinação ajustado, conforme Draper e Smith (1998), é dado pela equação:

$$R_{ajus}^2 = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - i)}{n - p}$$

O coeficiente de determinação é usado para escolher o melhor modelo ajustado (RATKOWSKY, 1983) sendo que n é o número de observações, p é o número de parâmetros, i é relacionado ao intercepto, para $i=1$ há intercepto e $i=0$ não temos intercepto.

Com isso, para valores maiores, o coeficiente representa um modelo que teve melhor ajuste do que outro modelo com menor valor.

2.4.2 Critério de informação de Akaike - AIC

O critério de informação de Akaike (AIC), desenvolvida por Hirotugu Akaike sob o nome de “um critério de informação”, em 1971 e proposto em Akaike (1974), é uma medida relativa da qualidade de ajuste de um modelo estatístico estimado. Akaike (1974) mostrou que o viés é dado assintoticamente por p , em que p é o número de parâmetros a serem estimados no modelo e definiu seu critério de informação como:

$$AIC = -2\ln(L(\hat{\theta})) + 2p$$

$L(\hat{\theta})$ é a função de máxima verossimilhança. Quanto menor o valor do critério de informação de Akaike, melhor será o modelo. Portanto fica evidente que o AIC é penalizado pelo número de parâmetros.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste trabalho são originados de experimento realizado na área experimental do Departamento de Agricultura (DAG), Setor de Grandes Culturas da Universidade Federal de Lavras (UFLA), Lavras, MG, o qual faz parte do projeto conduzido pelo professor Messias José Bastos de Andrade e sua equipe. O município de Lavras está situado na região Sul de Minas Gerais, a uma altitude média de 918 metros, nas coordenadas 21°14' de latitude S e 45°00' de longitude W, sendo que o clima da região de Lavras segundo a classificação climática de Köppen, classificado como do tipo CWA (invernos secos), subtropical, temperado chuvoso (mesotérmico) com inverno seco e verão chuvoso e temperatura média do mês mais quente maior que 22 °C (DANTAS; CARVALHO; FERREIRA, 2007).

O experimento foi conduzido, em sistema de plantio convencional, com semeadura realizada, na terceira semana de novembro de 2015 e o preparo do solo constou de uma aração e duas gradagens. Além disso, o solo é do tipo latossolo vermelho distrófico típico. O experimento foi instalado no delineamento em blocos casualizados, com três repetições e os tratamentos foram dispostos em esquema fatorial 5x8, envolvendo cinco densidades de semeadura: 75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas por hectare e por oito períodos de avaliação 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73 e 83 dias após a emergência (DAE). Foi utilizada a cultivar de porte semiereto, hábito de crescimento indeterminado, do tipo II, de ciclo de 80 a 90 DAE, grãos coloração vermelha brilhante e peso de 100 sementes de 25g (CARNEIRO et al., 2006; PAULA JÚNIOR et al., 2010).

A parcela experimental foi constituída por oito linhas de cinco metros, espaçadas entre si por meio metro. A semeadura foi realizada manualmente, considerando a densidade de semeadura ideal para alcançar as densidades desejadas. Todas as parcelas receberam adubação idêntica, de acordo com a interpretação da análise do solo, e os tratamentos culturais foram os normalmente utilizados na cultura dessa região e o experimento não recebeu irrigação.

Para estudar o progresso de acúmulo de massa seca, ao longo do ciclo da cultivar Ouro Vermelho, cinco plantas foram amostradas de modo aleatório, em uma das oito linhas, por meio de corte a um centímetro do solo, sendo este material seco em estufa com circulação forçada de ar a 65-70 °C até peso constante. Após a secagem do material, foi pesado em balança de precisão, determinando-se o peso de massa seca da parte aérea da planta, transformando em acúmulo de massa seca por hectare.

Para obter o progresso de acúmulo de micronutrientes na parte aérea, ao longo do ciclo da cultura, as amostras da massa seca foram trituradas e encaminhadas ao laboratório de Análise Foliar do Departamento de Ciência do Solo, da UFLA, no qual foi obtido o teor de micronutrientes boro (B), cobre (Cu), ferro (Fe), manganês (Mn) e zinco (Zn). Com base nesse teor e no acúmulo de massa seca, em cada período de coleta e, em cada parcela, foram obtidos os valores observados de acúmulo de boro, cobre, zinco, manganês e ferro, as quais foram expressos em $g.ha^{-1}$.

As variáveis utilizadas foram: o peso de massa seca total na parte aérea da planta ($kg.ha^{-1}$) e o peso ou acúmulo dos micronutrientes boro, cobre, ferro, manganês e zinco, na parte aérea da planta (em $g.ha^{-1}$) da cultivar de feijão Ouro Vermelho.

3.1 Métodos

3.1.1 Análise de variância e pressupostos

Os valores observados de massa seca das variáveis mensuradas foram inicialmente submetidos à análise de variância (ANOVA) cujo modelo linear adotado, de acordo com Searle (1971), foi:

$$Y_{ijk} = \mu + b_j + \alpha_i + \beta_{k(i)} + \varepsilon_{ijk}$$

em que: Y_{ijk} : é o valor do peso de massa seca observado no i-ésimo nível do fator densidade de semeadura, j-ésimo nível do fator bloco e no k-ésimo nível do período de avaliação;

μ : é o efeito de uma constante inerente a todas as observações;

b_j : é o efeito do j-ésimo bloco;

α_i : é o efeito do i-ésimo nível do fator densidade de semeadura;

$\beta_{k(i)}$: é o efeito do nível k-ésimo nível do fator período de avaliação dentro do i-ésimo nível do fator densidade de semeadura;

ε_{ijk} : é o erro experimental associado à observação Y_{ijk} , considerado independente e identicamente distribuído com normal de média zero e variância constante, isto é, $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

Após a análise de variância, foram verificados os pressupostos da ANOVA, por meio de testes estatísticos. Para testar a normalidade dos resíduos, foi usado o teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965), já testar a homogeneidade de variância dos resíduos foi utilizado o

teste Levene (LEVENE, 1960) e para testar a independência dos resíduos foi realizado um teste de Durbin-Watson (TILLMAN, 1975).

Precedeu-se à modelagem das variáveis mensuradas, ao longo do ciclo do feijoeiro, avaliando o comportamento do acúmulo dos micronutrientes em função das épocas de avaliação em cada densidade de semeadura. Foram ajustados os modelos não lineares Logístico, Gompertz e von Bertalanffy aos dados. Esses modelos foram ajustados aos dados com relação à idade da planta, em dias após a emergência, para cada densidade de semeadura.

3.1.2 Modelos não lineares utilizados

Os modelos não lineares utilizados na análise de regressão, para descrever o comportamento dos acúmulos de massa seca total na parte aérea e dos micronutrientes boro, zinco, cobre, manganês e ferro no feijoeiro cv Ouro Vermelho, em função do período de avaliação, para cada densidade de semeadura, foram os modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy.

Para o modelo logístico, foi utilizada a seguinte parametrização:

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{[k(\gamma - x_i)]}} + \varepsilon_i$$

A parametrização do modelo Gompertz foi:

$$Y_i = \alpha e^{-e^{[k(\gamma - x_i)]}} + \varepsilon_i$$

A parametrização do modelo von Bertalanffy foi:

$$Y_i = \alpha \left(1 - \frac{e^{[k(\gamma - x_i)]}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i$$

em que Y_i representa o acúmulo dos micronutrientes na i -ésima época de avaliação, α é o acúmulo máximo, γ é o ponto de inflexão, ou seja, o valor de x_i em que a curvatura do modelo ajustado muda de sinal. na prática, isso corresponde aos valores de DAE, em que a taxa de acúmulo diário, ainda que positiva, passa a descender; k é a taxa de maturidade e $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ é o erro aleatório associado à variável resposta Y_i , i representa as épocas de avaliação, em dias após a emergência das plantas (13 a 83), medida de 10 em 10.

O critério de Akaike (AIC) foi utilizado para a seleção do modelo, ou seja, para a comparação e avaliação do ajuste do modelo. É considerado modelo adequado aquele que apresentar o menor valor para AIC. Além disso, usa-se a informação complementar do coeficiente

de determinação ajustado (R^2_{ajus}), para a comparação do modelo, considerando que o melhor modelo aquele que possuiu o maior valor. Outra informação importante para a seleção do modelo usando neste trabalho foi a superestimação do parâmetro assintótico α , considerando que foi usando o máximo valor observado.

Para efetuar a análise de variância, análise de regressão e o ajuste dos modelos de regressão não lineares, foram utilizadas rotinas específicas desenvolvidas no software livre R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2018). O mesmo software foi usado na obtenção dos gráficos referentes às variáveis estudadas e para os testes estatísticos usados para verificar as pressuposições da análise de variância. As rotinas específicas realizadas, no software livre R, utilizadas no desenvolvimento do trabalho estão disponibilizadas, no anexo, ao final do texto.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, foi realizada uma análise de variância, para avaliar o efeito dos fatores densidade semeadura e período de avaliação e avaliação dos pressupostos da análise de variância. e uma análise gráfica para observação do comportamento da matéria seca e dos micronutrientes em cada subseção.

4.1 Análise de variância

A análise de variância do acúmulo de matéria seca do total e dos acúmulos do boro, cobre e zinco, na Tabela 4.1, indica efeito significativo de densidade de semeadura e de dias após emergência (DAE) em cada densidade de semeadura. Esse fato sugere que se deve estudar o comportamento dessas variáveis, em função das avaliações em DAE, para cada DS com a utilização de algum modelo de regressão.

Tabela 4.1 – Análise de variância contendo as fontes de variação (FV), números de graus de liberdade (GL), valores de quadrados médios e respectivas significâncias do teste F (*), para as variáveis massa seca total (MS), de boro (B), cobre (Cu), zinco (Zn), ferro (Fe) e manganês(Mn) no feijoeiro cv Ouro Vermelho

FV	Gl	Variáveis					
		MS	B	Cu	Zn	Fe	Mn
Bloco	2	1780949,78 *	0,3338*	584,64*	8465,38*	92765805,56*	20086,94*
DS	4	3179602,51*	3,2817*	516,42*	8463,49*	33225067,79*	16043,45*
DAE(DS)	35	3765064,56*	5,2769*	775,68*	5353,85*	54420742,08*	9445,48*
Residuo	78	176814,27	0,0892	51,76	704,50	6196029,26	1456,47

Fonte: Dados do autor (2018)

A verificação dos pressupostos da análise de variância relativos à normalidade, homogeneidade de variância e independência dos erros pode ser vista na Tabela 4.2, respectivamente, pelas estimativas dos teste de Shapiro-Wilk, Levene e Durbin-Watson. Pelos valores p observou-se-se que Zn e Mn obtiveram valores $p < 0,05$, para o teste de Durbin-Watson, pois de uma avaliação para outra, a amostragem é feita em parcelas distintas; e em experimentos desse tipos as amostras são destrutivas. Com relação aos demais valores p, observou-se que em nenhum caso se verificou a violação dos pressupostos, pois as estimativas foram maiores que $p > 0,05$. No caso, para a variável boro, usou-se uma transformação, pois a variável teve problema de normalidade, na escala log, para estabilizar a normalidade.

Com os pressupostos da ANOVA, foram atendidos, as análises da variância são consideradas corretas, podendo dar sequência ao estudo do efeito do fator DAE dentro de cada

Tabela 4.2 – Estimativas e respectivo valor - p dos testes de normalidade (Shapiro -Wilk), homogeneidade de variância (Levene) e independência (Durbin-Watson) para acúmulo de matéria seca feijoeiro cv. ouro vermelho.

Variável	Teste					
	Shapiro-Wilk		Levene		Durbin-Watson	
	w	valor-p	F	valor-p	DW	valor-p
MS	0,979	0,054	0,999	0,489	1,682	0,057
log(B)	0,991	0,606	0,504	0,990	2,028	0,505
Cu	0,984	0,174	1,027	0,449	1,796	0,146
Zn	0,981	0,089	0,773	0,811	1,295	<0,001
Fe	0,983	0,121	0,859	0,696	1,686	0,059
Mn	0,986	0,235	0,913	0,616	1,429	<0,001

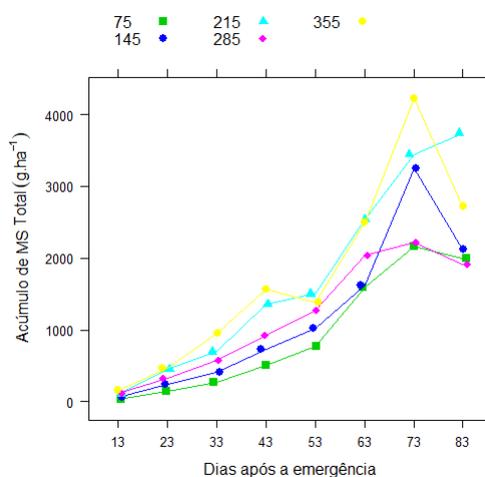
Fonte: Dados do autor (2018)

densidade de semeadura. E, com a análise desse desdobramento, é possível a caracterização do acúmulo de seca total e dos acúmulos dos micronutrientes, quanto ao crescimento da planta, em dias após a emergência e a sua modelagem.

4.2 Matéria seca total

O comportamento do acúmulo da matéria seca total, ao longo dos dias após emergência (DAE) e, nas cinco densidades de semeadura (DS), pode ser visualizado na Figura 4.1. Pode-se verificar um comportamento sigmoidal do acúmulo de matéria seca (MS) em relação aos dias após à emergência, dando indicativo para o uso de um modelo não linear, como o logístico, Gompertz ou von Bertalanffy, com a finalidade de estimar, por exemplo, o acúmulo máximo ou a taxa de crescimento.

Figura 4.1 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de matéria seca no feijoeiro cv ouro vermelho



Fonte: Dados do autor (2018)

Com a finalidade de avaliar o crescimento do feijoeiro cv. Ouro Vermelho, em acúmulo de matéria seca total, procedeu-se à análise do efeito de DAE, em cada densidade de semeadura, aplicando-se os modelos não lineares logístico, Gompertz e von Bertalanffy.

As estimativas dos parâmetros dos modelos logístico, Gompertz e von Bertalanffy e das medidas de qualidade de ajuste, critério de informação de Akaike (AIC) e do coeficiente de determinação ajustado (R^2_{ajus}) estão apresentadas na Tabela 4.3, para os dados de acúmulos de matéria seca no total nas cinco densidades de semeadura.

Tabela 4.3 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação ajustado (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy, para a descrição do acúmulo de matéria seca total do feijoeiro cv. ouro vermelho nas cinco densidades de semeadura (DS).

Parâmetros	Densidade				
	75	145	215	285	355
logístico					
α	2260,49	2782,97	4791,48	2203,94	3699,51
γ	55,87	55,34	61,17	45,58	50,76
k	0,11	0,10	0,06	0,09	0,08
AIC	107,58	125,92	110,95	110,40	130,92
R^2_{ajus}	0,98	0,86	0,99	0,96	0,82
Gompertz					
α	2602,77	3175,63	7504,80	2409,42	4298,94
γ	52,12	50,80	66,73	39,77	45,45
k	0,05	0,05	0,02	0,05	0,03
AIC	111,39	126,94	112,07	112,89	131,37
R^2_{ajus}	0,96	0,84	0,98	0,95	0,81
von Bertalanffy					
α	3247,47	3698,75	12769,20	2582,01	4898,32
γ	51,83	48,97	81,53	36,42	42,78
k	0,03	0,03	0,01	0,03	0,02
AIC	112,82	127,33	112,58	113,90	131,53
R^2_{ajus}	0,95	0,83	0,98	0,94	0,81

Fonte: Dados do autor (2018)

Pela Tabela 4.3 verificou-se a ocorrência de superestimação dos valores do acúmulo assintótico máximo da matéria seca na densidade 215, no caso do modelo von Bertalanffy e Gompertz desta forma sugerindo por essa razão que as estimativas tornam-se não confiáveis, pois sabe-se que os valores máximo observados são 2159,85; 3250,00; 3743,747; 2214,16 e 4226,17, respectivamente, para 75, 145, 215, 285 e 355.

Para o parâmetro γ que representa o ponto de inflexão, em que a concavidade da curva muda a sua trajetória de crescimento acentuado para um crescimento menos acentuado, neste ponto, a curva apresenta sua maior taxa de crescimento. Ressalta-se que, nas maiores densidades, ocorreram as menores estimativas do ponto de inflexão, em todos os três modelos; e maiores pontos de inflexão foram observadas na densidade de 215. O ponto de inflexão é uma importante característica a ser analisada, pois ocorre, quando pelo modelo logístico, o acúmulo máximo atingiu 50%, ou seja, ocorreu no tempo em que o peso da matéria seca é de 50% do seu

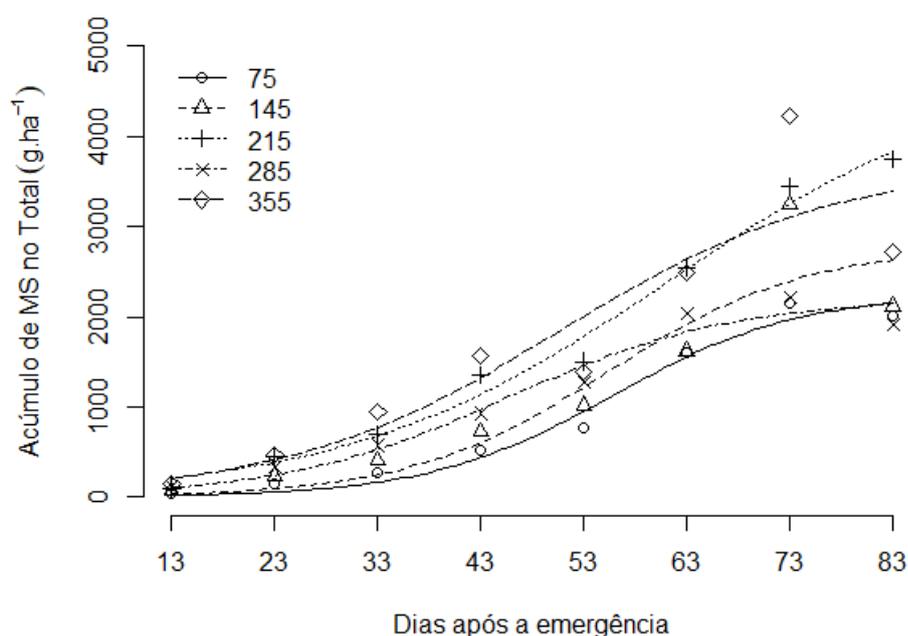
acúmulo máximo. De acordo com Vieira et al. (2008), para as cultivares Ouro Negro e Talismã, as quais determinam que o acúmulo máximo de matérias secas ocorreu entre 56 e 71 DAE, com média de 66 DAE, um pouco menor encontrado por Batista, Brune e Braga (1975) que haviam determinado o acúmulo de 40 a 60 DAE. Desta maneira, os resultados obtidos para γ que estão entre 36,42 e 81, 3 DAE, foi confirmado com os resultados obtidos em Batista, Brune e Braga (1975) e Vieira et al. (2008).

Quanto às estimativas da taxa de maturidade ou crescimento (k), verificou-se que os menores valores ocorreram, principalmente, quando se ajustou o modelo von Bertalanffy. Menores estimativas da taxa de maturidade indicam que as plantas demoram mais tempo, para atingir a maturação, ocorrendo, desta forma, o desenvolvimento tardio plantas que podem atingir maiores acúmulos de matéria seca. Pode-se notar, para o modelo logístico na densidade 215, que ocorreu a menor taxa de crescimento e o maior ponto de inflexão e maior acúmulo de matéria seca, em relação às outras densidades.

Desta maneira, o modelo logístico possui os menores valores de AIC, para todas as densidades de semeadura e, assim, o modelo foi selecionado, para descrever o crescimento do feijoeiro, considerando a matéria seca.

Os valores médios do acúmulo de matéria seca e as curvas ajustas desse acúmulo, em função das DAE, para cada densidade de semeadura, podem ser visualizados na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Representação gráfica do acúmulo da matéria e ajuste do ajuste do modelo logístico, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura



Fonte: Dados do autor (2018)

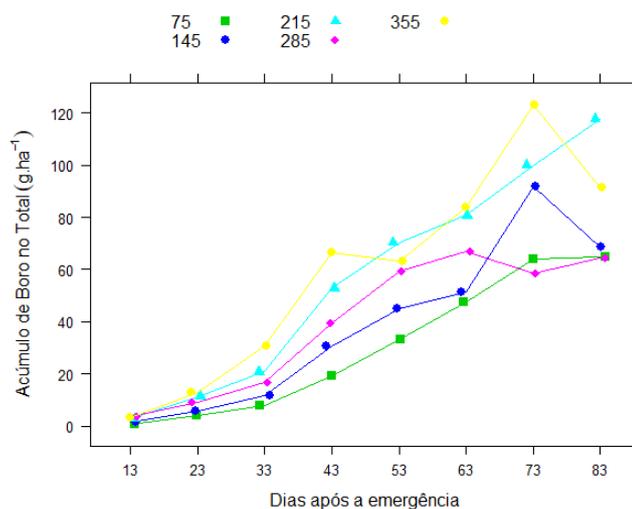
Como houve superestimação do acúmulo máximo assintótico de matéria seca no ajuste do modelo von Bertalanffy e Gompertz, o modelo logístico parece mais adequado, para o estudo dos dados de acúmulo de matéria seca do feijoeiro cv. ouro vermelho e aliado a este fato tem-se que as menores estimativas do critério de informação de Akaike (AIC) e maiores coeficientes de determinação ajustados foram obtidos com o ajuste do modelo logístico. Por essas características, o modelo logístico pareceu ser o mais razoável para o ajuste dos dados de acúmulo da matéria seca.

4.3 Boro

A falta do micronutriente boro (B) nos solos do Brasil, tem sido relacionada à perda de produção, pois o B é um elemento responsável pelo transporte de açúcares, pela estrutura da parede celular, pelo metabolismo de carboidratos, pelo metabolismo de RNA e a pela respiração. Por ser de baixa mobilidade no floema e se redistribuir pouco na planta, a deficiência nutricional do boro pode apresentar-se nos grãos mais jovens (PERUCHI et al., 2005). Essa falta é decorrente de fatores que interferem em sua disponibilidade no solo. Desta maneira, o B é um elemento que merece um estudo especial, pois está relacionado diretamente com uma série de processos fisiológicos das plantas. Além disso, é essencial para o crescimento celular, na maioria das culturas, a deficiência de B afeta principalmente o crescimento dos tecidos vegetais Bezerra Neto, Barreto e Coelho (2016).

Conforme Leal e Prado (2008), para a cultura do feijoeiro, a omissão de boro reduziu significativamente o número de folhas, a altura das plantas e na produção de matéria seca do caule e, em consequência, existe uma redução da matéria seca do total. Os valores médios do acúmulo total de boro, mostrado na Figura 4.3, sugerem visualmente um comportamento diferenciado entre as diferentes densidades de semeadura, em que a densidade de semeadura se destaca pelo pouco crescimento inicial e no final do ciclo constante. Também, pode-se verificar uma tendência sigmoideal de trajetória da curva de acúmulo de boro em relação ao dias após à emergência, fornecendo indicativo para a utilização de um modelo não linear para descrição desse comportamento.

Figura 4.3 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo do boro, em cinco densidades de semeadura no feijoeiro cv Ouro Vermelho, em função dos dias após a emergência das plantas.



Fonte: Dados do autor (2018)

As estimativas dos parâmetros dos modelos logístico, Gompertz e von Bertalanffy estão apresentadas na Tabela 4.4. Observa-se que os menores acúmulos ocorreram na densidade 285 e uma possível superestimação pelos modelos von Bertalanffy e Gompertz dos valores acumulados assintomáticos de boro pode ser vista na densidade 215.

Pela Figura 4.4 verifica-se gradativo de boro, ao longo do ciclo do feijoeiro, nas cinco densidades de semeadura e, ainda, nota-se que as densidades de 215 e 355 tiveram um maior acúmulo de B.

Como na densidade 215 houve uma superestimação do acúmulo máximo de boro, o qual ocorreu no ajuste dos modelos von Bertalanffy e Gompertz, o modelo Logístico parece ser o mais adequado para o estudo dos dados de acúmulo de B na parte aérea do feijoeiro cv ouro Ouro Vermelho. Lima et al. (2017) também verificaram melhores qualidades de ajuste com o modelo logístico, quando avaliaram o acúmulo de B no feijoeiro cv Jalo.

Tabela 4.4 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de boro no total do feijoeiro cv. ouro Ouro Vermelho, nas diferentes densidades (DS).

Parâmetros	Densidade				
	75	145	215	285	355
Logístico					
α	70,91	82,12	122,65	64,28	106,49
γ	54,09	50,87	50,62	39,18	42,76
k	0,10	0,09	0,08	0,15	0,09
AIC	37,97	65,11	57,30	48,92	70,06
R^2_{ajus}	0,99	0,91	0,98	0,98	0,90
Gompertz					
α	81,876	89,825	143,377	65,436	112,466
γ	50,03	45,41	46,09	35,09	36,48
k	0,05	0,054	0,04	0,102	0,056
AIC	42,577	65,53	53,24	53,76	69,78
R^2_{ajus}	0,99	0,91	0,98	0,97	0,91
von Bertalanffy					
α	93,184	96,795	164,451	68,365	116,989
γ	48,01	42,44	43,92	31,69	33,14
k	0,035	0,04	0,028	0,068	0,045
AIC	45,11	65,83	52,44	56,21	69,86
R^2_{ajus}	0,99	0,91	0,99	0,96	0,91

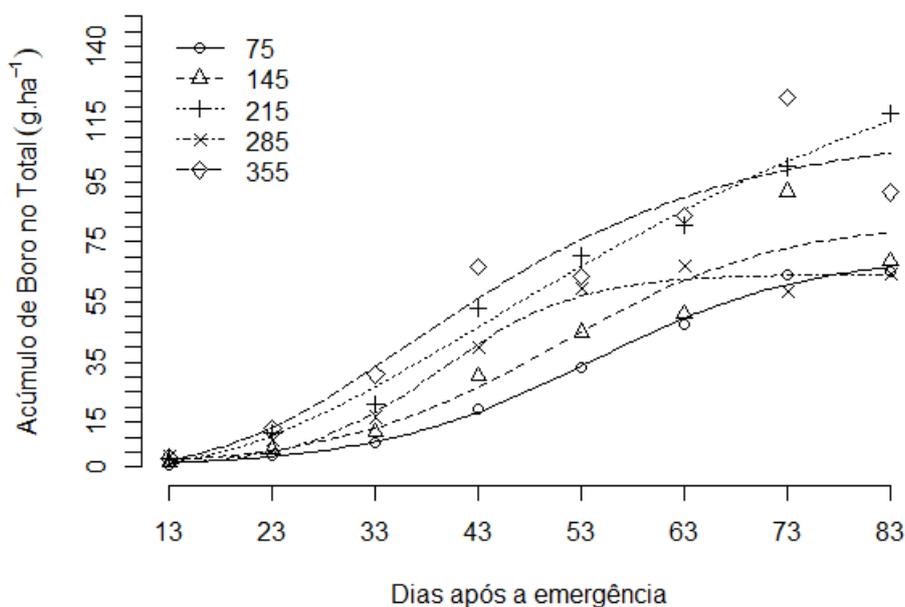
Fonte: Dados do autor (2018)

Na Tabela 4.4 tem-se, para as densidades 75, 145 e 285, que o modelo logístico apresentou estimativas para o R^2_{ajus} e menores valores para o critério de AIC, sendo selecionado como o mais adequado do que os modelos Gompertz e von Bertalanffy. Já para a densidade 215, o modelo com as melhores características foi o von Bertalanffy e, para a densidade 355, destacou-se o modelo Gompertz.

O ponto de inflexão de uma curva é importante parâmetro de interesse prático, pois ele assume, no caso do modelo logístico, quando a planta atinge metade ($\alpha/2$) do seu crescimento máximo. Observa-se, com os dados da Tabela 4.4 e Figura 4.4, que as menores estimativas do ponto de inflexão ocorreram nas maiores densidades, pois, possivelmente, nas maiores densidades existe menor competição entre as plantas as quais tendem a se desenvolver por mais tempo à campo.

Este fato pode ser visto, na densidade 285, com maiores estimativas de taxa de crescimento (k), as quais possuem, também, menor ponto de inflexão. Esta precocidade é interessante do ponto de vista prático podendo influenciar em melhor aproveitamento de área nas diferentes safras.

Figura 4.4 – Representação gráfica do acúmulo de boro no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura

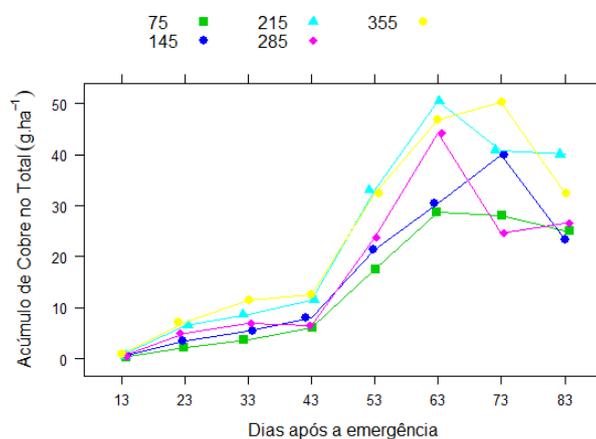


Fonte: Dados do autor (2018)

4.4 Cobre

O cobre pode ser exigido em pequenas quantidades pelas plantas e raramente pelas plantas que raramente apresentam deficiência desse nutriente (SALISBURY; ROSS, 1992). Mas, por sua utilização como fungicida, segundo Scaramuzza et al. (1999), pode vir a apresentar altas concentrações. A concentração de cobre é absorvida, na solução do solo, pois é transportado na forma de quelado com aminoácidos. Esse elemento é considerado como um elemento imóvel no floema, portanto, os sintomas de deficiência aparecem primeiro nas folhas novas. A sua principal função está ligada ao metabolismo vegetal, como ativador ou componente de enzimas que participam de reações de oxi-redução. Verifica-se que, por sua deficiência severa, as folhas do feijoeiro podem cair prematuramente (MORAES et al., 2009). Desta maneira, é importante o estudo desse elemento químico no feijoeiro. Pela Figura 4.5 pontua-se que um comportamento sigmoidal do acúmulo de cobre, quanto à avaliação, em dias após a emergência (DAE) das plantas, em todas as densidades de semeadura, justifica assim o uso de modelos não lineares.

Figura 4.5 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de cobre no total, em função dos dias após a emergência (DAE) das plantas, para cinco densidades de semeadura do feijoeiro cv Ouro Vermelho.



Fonte: Dados do autor (2018)

Pela Tabela 4.5 verificou-se que os maiores acúmulos máximos ocorreram, nas densidades 215 e 355, com estimativa máxima a 50 g.ha^{-1} de cobre.

As estimativas do ponto de inflexão entre as densidades, com valores de 36,04 a 49,27 DAE (Tabela 4.5) e a maior taxa de crescimento (k) ocorreram, na densidade 285 e nas demais densidades houve pequena variação. Assim, de modo geral, o acúmulo de cobre se processa de forma bastante similar em todas as densidades, o que se pode observar na Figura 4.6 as trajetórias sigmoidais das curvas do modelo logístico. Nota-se um acúmulo lento até os 33 DAE, após o qual a planta inicia um período de grande acúmulo até aproximadamente 55 DAE e, em seguida, tem-se uma estabilização do acúmulo de Cu.

Almeida e Soratto (2014) encontraram quantidade acumulada de cobre variando de 19 a $109 \text{ mg.planta}^{-1}$ dependendo do estágio vegetativo. E Marsola, Miyazawa e Pavan (2005) verificaram acúmulo de Cu na parte aérea do feijoeiro de 4,9 a $8,9 \text{ mg.kg}^{-1}$ sem e com adição de esterco.

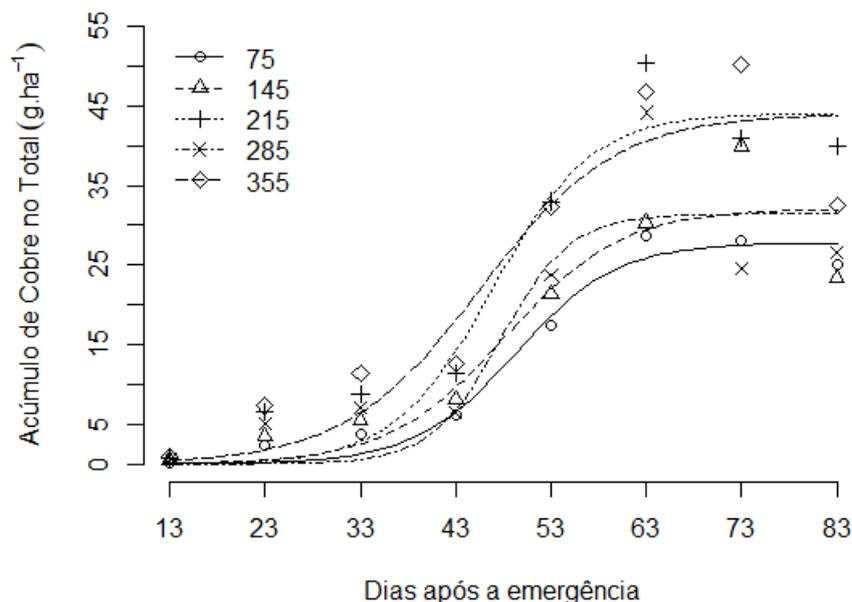
Tabela 4.5 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados para o acúmulo de cobre no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).

Parâmetros	Densidade				
	75	145	215	285	355
Logístico					
α	27,82	32,10	44,08	31,44	44,02
γ	49,27	48,25	46,87	47,72	45,55
k	0,19	0,16	0,19	0,27	0,14
AIC	40,657	54,98	55,28	60,08	59,81
R^2_{ajus}	0,97	0,88	0,93	0,79	0,87
Gompertz					
α	27,834	31,89	43,55	31,11	44,96
γ	46,215	45,36	44,7	45,17	40,57
k	0,148	0,14	0,19	0,23	0,09
AIC	43,593	56,045	56,87	60,43	61,57
R^2_{ajus}	0,96	0,86	0,91	0,78	0,84
von Bertalanffy					
α	33,70	Não convergiu	49,98	34,06	47,68
γ	41,85	Não convergiu	38,02	36,47	36,04
k	0,04	Não convergiu	0,05	0,05	0,05
AIC	49,24	Não convergiu	60,094	62,952	62,36
R^2_{ajus}	0,92	Não convergiu	0,87	0,71	0,82

Fonte: Dados do autor (2018)

Com isso, selecionou-se o modelo logístico em todas as densidades de semeadura pelo critério de AIC.

Figura 4.6 – Representação gráfica do acúmulo de cobre no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura



Fonte: Dados do autor (2018)

Pode-se verificar (Figura 4.5) que o micronutriente Cu tem baixo acúmulo, no início do ciclo, que é incrementado em 40-50 dias após a emergência até a maturação. Com o micronutriente boro, ambos têm um comportamento parecido pelo fato de um acúmulo baixo inicial.

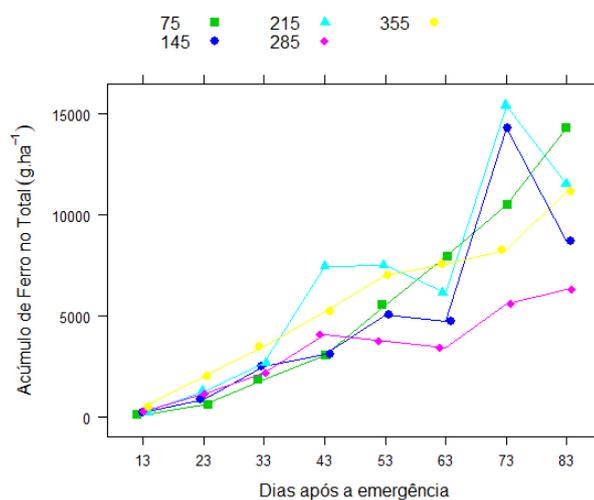
4.5 Ferro

O ferro (Fe) é essencial para o crescimento das plantas e para a produção de alimentos, embora somente em pequenas quantidades sejam exigidas, comparadas às outros nutrientes, tais como nitrogênio (N), fósforo (P) e potássio (K). Embora em pequenas quantidades, Fe deve estar disponível, para que a cultura se desenvolva normalmente e produza feijão, milho cana ou qualquer outro. Sem o Fe, os benefícios de todas as outras boas práticas de manejo terão pouco ou nenhum valor. O ferro age como catalisador na formação da clorofila e como carregador de oxigênio. Ele é essencial para a síntese de proteínas e ajuda a formar alguns sistemas respiratórios enzimáticos. Ele tem funções na respiração da planta, na fotossíntese e na transferência de energia (MALAVOLTA, 1996).

Os sintomas de deficiências de Fe aparecem primeiro, nas folhas mais novas, na parte superior da planta, na ponta dos ramos. Uma deficiência severa pode tornar a planta inteira amarelo-esbranquiçada. Considera-se que a deficiência do ferro é difícil de ser identificada porque os efeitos podem ser mascarados pela deficiência de outro nutrientes ou pelo desequilíbrio nutricional. Desta maneira, o seu estudo torna-se importante para um melhor manejo da planta (MALAVOLTA, 1996).

Pela Figura 4.7 pode-se observar um comportamento sigmoidal do acúmulo de ferro, em relação ao tempo de avaliação, em dias após a emergência (DAE) das plantas, em todas as densidades, assim motivando o uso de modelos não lineares.

Figura 4.7 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de Ferro no Total no feijoeiro cv Ouro Vermelho



Fonte: Dados do autor (2018)

Pela Tabela 4.6 analisou-se a ocorrência de superestimação dos valores acúmulos assintomáticos máximos do acúmulo de ferro na densidade 75 para os modelos Gompertz e von Bertalanffy. Desta forma, sugere-se, por esta razão, que as estimativas tornam-se não confiáveis, pois os valores máximos observados, para cada densidade, foram 14317,98; 14294,76; 15409,53; 6332,06 e 11150,40, respectivamente, 75, 145, 215, 285 e 355.

As estimativas obtidas do parâmetro α , com relação ao peso assintótico máximo do acúmulo de ferro, possibilitam aferir que, em geral, com o aumento na densidade de semeadura, ocorreu um aumento no acúmulo máximo, exceto à densidade 285, na qual o peso assintótico foi menor que na densidade 75.

Tabela 4.6 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de ferro no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).

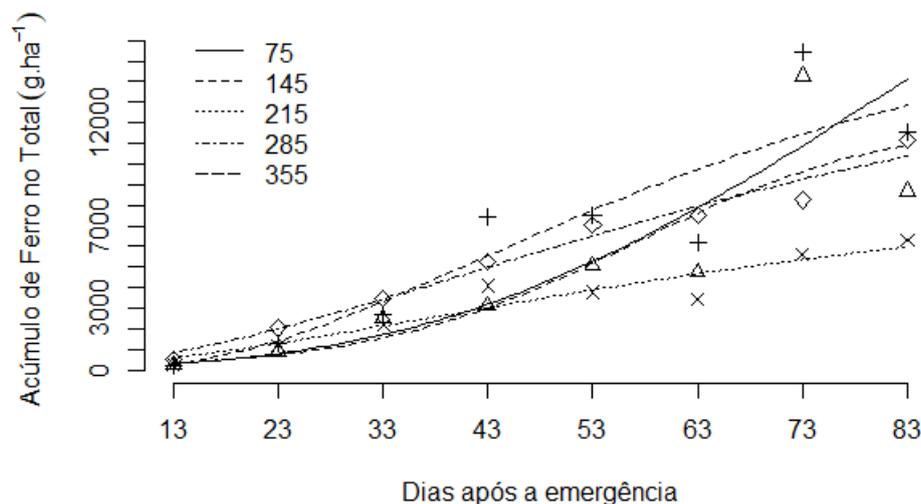
Parâmetros	Densidade				
	75	145	215	285	355
Logístico					
α	20680,77	12249,49	14257,98	7309,62	11742,49
γ	70,86	56,86	51,31	51,81	49,37
k	0,06	0,08	0,07	0,05	0,06
AIC	123,26	153,21	153,20	134,81	134,34
R^2_{α}	0,99	0,76	0,81	0,88	0,96
Gompertz					
α	41636,98	15590,69	16018,69	7974,234	13909,63
γ	86,53	54,55	44,89	42,31	44,08
k	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03
AIC	116,33	153,61	152,95	133,79	131,89
R^2_{α}	0,99	0,74	0,81	0,89	0,97
von Bertalanffy					
α	130627,20	19849,03	17794,72	8714,65	15954,46
γ	142,42	55,19	41,76	37,95	41,36
k	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
AIC	113,30	153,75	152,89	133,36	130,92
R^2_{α}	0,99	0,74	0,81	0,90	0,97

Fonte: Dados do autor (2018)

Analisou-se que, nas maiores densidades, é que ocorreram menores estimativas do ponto de inflexão, em todos os três modelos e as maiores foram na densidade 75. Quanto às estimativas da taxa de maturidade, verificou-se que os menores valores ocorreram, principalmente, quando se ajustou o modelo von Bertalanffy.

Desta maneira, o modelo logístico foi selecionado para as densidades 75, 145 e 215 e o modelo von Bertalanffy para 285 e 355.

Figura 4.8 – Representação gráfica do acúmulo de Ferro no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura



Fonte: Dados do autor (2018)

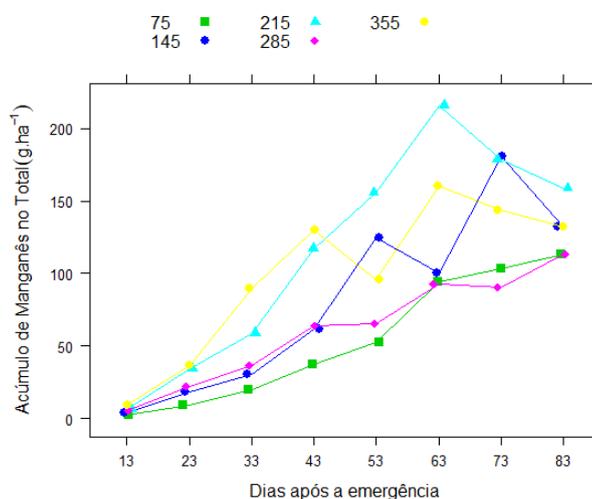
Pela Figura 4.8 pode-se observar que o incremento da densidade populacional aumenta com o acúmulo de micronutrientes pela cultura do feijoeiro, porém não ocorre para o Ferro.

4.6 Manganês

O manganês (Mn), juntamente com carbono (C), hidrogênio (H), oxigênio, nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca), magnésio (Mg), enxofre(S), boro (B), cloro (Cl), cobalto (Co), cobre (Cu), ferro (Fe), molibdênio (Mo), níquel (Ni), selênio (Se), silício (Si) e zinco(Zn) é um dos elementos essenciais para a planta. Sem ele as plantas não vivem. Faz parte da lista dos micronutrientes, ou seja, dos elementos que são exigidos em pequenas proporções. O manganês funciona principalmente como parte do sistemas enzimáticos da plantas. Funciona em vários processos importante como a fotossíntese. Sua deficiência ocorre com mais frequência em solos ricos em matéria orgânica, em solos com pH de neutro a alcalino e em solos que naturalmente contém baixo conteúdo de Mn. De acordo com Vieira et al. (2008), os micronutrientes Mn e Zn também tiveram expressivo acúmulo nas etapas iniciais do ciclo.

Os valores médios do acúmulo total de Manganês mostrado na Figura 4.9 sugerem visualmente um comportamento diferenciado entre as diferentes densidades de semeadura uma trajetória sigmoidal justificando o uso do modelo não linear para descrição desse comportamento.

Figura 4.9 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de Manganês no Total no feijoeiro cv Ouro Vermelho



Fonte: Dados do autor (2018)

Pela Tabela 4.7 observou-se a ocorrência de superestimação dos valores do acúmulo assintótico máximo da matéria seca na densidade 285 e 75, no caso do modelo von Bertalanffy e Gompertz, desta forma, sugere-se, por essa razão, que as estimativas tornam-se não confiáveis pelo fato de que os valores máximos para densidade de semeadura 75, 145, 215, 285 e 355 possuem valores observados são 113,44; 180,83; 216,07; 112,88 e 160,38, respectivamente.

Observa-se que maiores pontos de inflexão foram observadas na densidade de 75. O ponto de inflexão se constitui uma importante característica a ser analisada, pois sua ocorrência é dada, quando pelo modelo logístico o acúmulo máximo atingiu 50%, ou seja, ocorreu no tempo em que o peso da matéria seca é de 50% do seu acúmulo máximo.

Com relação às estimativas da taxa de maturidade ou crescimento (k), verificou-se que os menores valores ocorreram, principalmente, quando se ajustou o modelo von Bertalanffy. Menores estimativas da taxa de maturidade indicam que as plantas demoram mais tempo, para atingir a maturação, desta forma, o desenvolvimento tardio das plantas, podendo atingir maiores acúmulos de matéria seca.

Tabela 4.7 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de manganês no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).

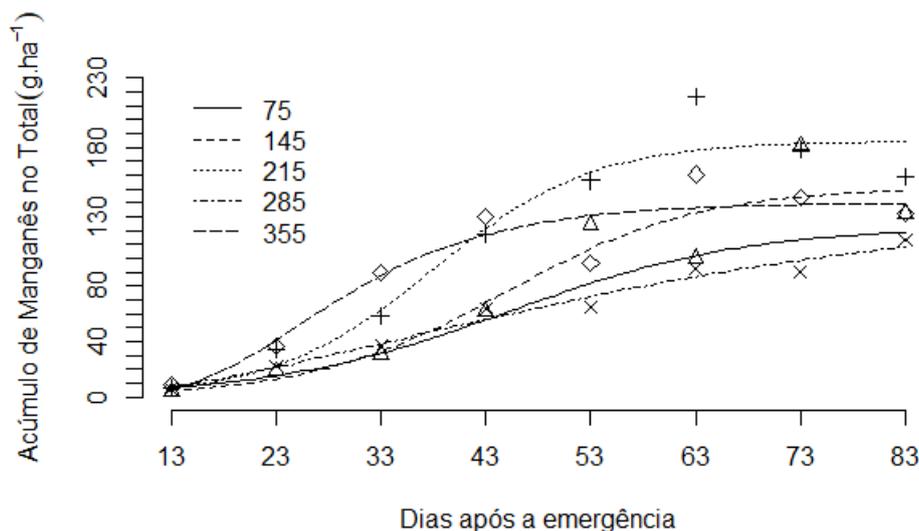
Parâmetros	Densidade				
	75	145	215	285	355
Logístico					
α	122,991	151,12	184,352	113,795	136,358
γ	53,268	44,893	38,004	44,31	29,115
k	0,088	0,108	0,132	0,067	0,152
AIC	54,335	78,254	76,122	60,865	75,352
R^2_{ajus}	0,989	0,889	0,941	0,964	0,893
Gompertz					
α	148,445	161,13	187,935	128,272	139,989
γ	50,002	39,83	32,869	38,261	25,144
k	0,043	0,065	0,087	0,039	0,096
AIC	57,423	78,639	77,937	58,882	75,113
R^2_{ajus}	0,983	0,884	0,925	0,972	0,896
von Bertalanffy					
α	174,663	169,546	190,9	140,591	141,707
γ	48,516	36,848	29,945	34,811	22,993
k	0,029	0,049	0,07	0,029	0,081
AIC	58,812	78,954	78,774	58,253	75,225
R^2_{ajus}	0,98	0,879	0,917	0,974	0,895

Fonte: Dados do autor (2018)

Pela Tabela 4.7 verificou-se que nas densidades 75 e 285 ocorreram superestimação nos três modelos. Para a escolha entre os modelos, observou-se os menores valores de AIC e maiores valores de R^2_{ajus} que indicam um bom ajuste para o modelo. Por isso, para as densidades 145 e 215, o modelo Logístico foi o selecionado pelos critérios de seleção. Já para a densidade 355 foi o modelo Gompertz.

O modelo logístico possui os menores valores de AIC para todas as densidades de semeadura.

Figura 4.10 – Representação gráfica do acúmulo de manganês no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para todas as densidades de semeadura.



Fonte: Dados do autor (2018)

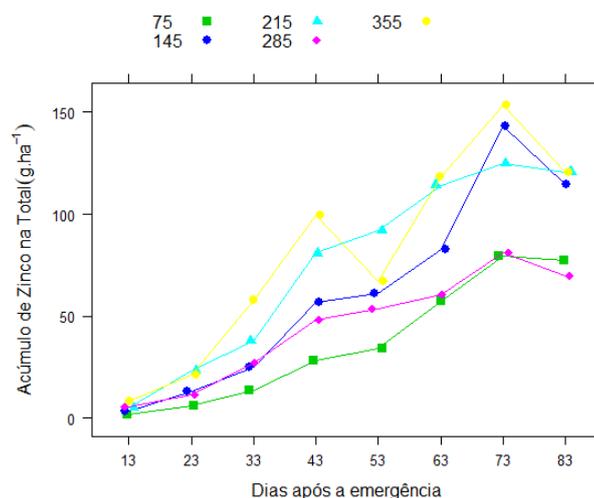
Pela Figura 4.10, apresentou-se máximo acúmulo no final do ciclo. Além disso, verificaram-se as trajetórias sigmoidais. Nota-se um acúmulo lento até os 33 DAE, após o qual a planta inicia um período de grande acúmulo até, aproximadamente, 53 DAE e, em seguida, tem-se uma estabilização do acúmulo de manganês.

4.7 Zinco

O zinco (Zn) é um dos 20 elementos que as plantas necessitam para crescer e produzir. É um micronutriente, sendo exigido em quantidade menores que outros elementos, mas é essencial. Se o Zn está deficiente ou é fornecido em pouca quantidade, as produções e os lucros diminuirão, e a utilização pela cultura de outros nutrientes, tais como nitrogênio, diminuirá. O mau uso desse nutriente, por causa de um programa de adubação desequilibrado, é preocupante ao ambiente, além disso, diminui os lucros. Os solos deficientes em zinco são muito comuns em toda a região brasileira. Ele controla a produção de importantes reguladores de crescimento que afetam o novo crescimento e desenvolvimento. Um dos principais indícios de Zn é o crescimento raquítico das plantas, resultado da diminuição dos reguladores de crescimento (MALAVOLTA, 1996).

Os valores médios do acúmulo total de Zn, mostrados na Figura 4.11, sugerem visualmente um comportamento diferenciado entre as diferentes densidades de semeadura, principalmente, na densidade 215.

Figura 4.11 – Representação gráfica dos valores médios do acúmulo de Zinco no Total no feijoeiro cv ouro vermelho



Fonte: Dados do autor (2018)

Pela Tabela 4.8 observou-se a ocorrência de superestimação dos valores do acúmulo assintótico máximo da matéria seca na densidade 145 e 355, no caso do modelo von Bertalanffy e Gompertz, desta forma, sugere-se, por essa razão, que as estimativas se tornem não confiáveis (valores de máximo 79,39 (75); 143,19 (145); 124,92 (215); 112,88 (285); 153,72 (355)).

Observa-se que, nas maiores densidades, ocorreram as menores estimativas do ponto de inflexão, em todos os três modelos maiores pontos de inflexão foram observados na densidade de 75. O ponto de inflexão se constitui uma importante característica a ser analisada, pois sua ocorrência é dada quando pelo modelo logístico o acúmulo máximo atingiu 50%, ou seja, ocorreu no tempo em que o peso da matéria seca é de 50% do seu acúmulo máximo.

Com relação às estimativas da taxa de maturidade ou crescimento (k), verificou-se que os menores valores ocorreram, principalmente, quando se ajustou o modelo von Bertalanffy.

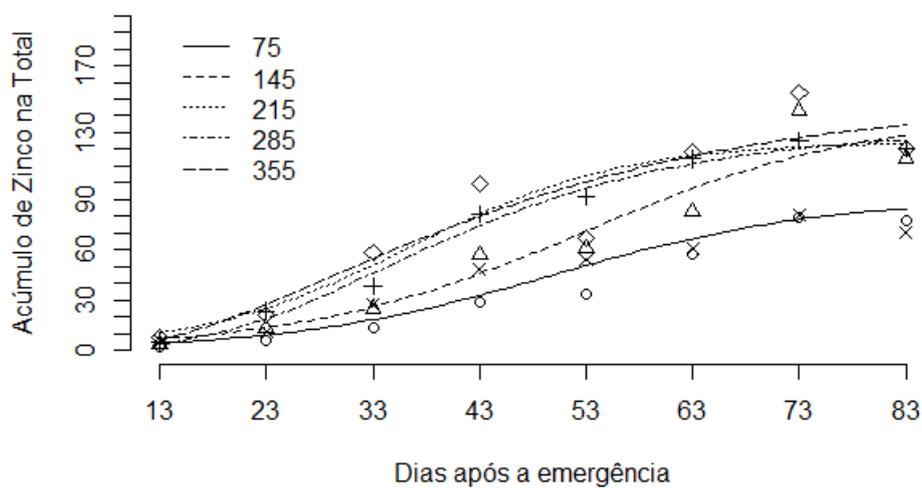
Tabela 4.8 – Estimativas dos parâmetros, critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação (R^2_{ajus}) dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados, para o acúmulo de zinco no total do feijoeiro cv. ouro Vermelho, nas diferentes densidade de semeadura (DS).

Parâmetros	Densidade				
	75	145	215	285	355
Logístico					
α	90,56	141,73	124,58	75,09	138,03
γ	55,72	53,14	39,43	39,63	40,05
k	0,08	0,07	0,10	0,06	0,07
AIC	52,82	71,77	55,62	55,88	77,11
R^2_{ajus}	0,98	0,92	0,98	0,96	0,85
Gompertz					
α	113,87	168,62	132,03	79,79	144,65
γ	53,31	48,80	33,85	33,66	32,94
k	0,03	0,03	0,061	0,05	0,05
AIC	54,65	72,12	56,55	55,363	76,65
R^2_{ajus}	0,97	0,91	0,98	0,96	0,86
von Bertalanffy					
α	140,64	197,01	137,52	83,51	150,65
γ	53,08	46,93	30,64	30,34	29,35
k	0,02	0,02	0,04	0,04	0,04
AIC	55,47	72,33	58,192	55,79	76,57
R^2_{ajus}	0,97	0,91	0,98	0,96	0,86

Fonte: Dados do autor (2018)

Para a seleção dos modelos, usaram-se os critérios de seleção com AIC e coeficiente de determinação ajustado. Para as densidades 75, 145 e 215, o modelo foi o Logístico. Já para as densidades 285 e 385 foram os modelos Gompertz e von Bertalanffy, respectivamente.

Figura 4.12 – Representação gráfica do acúmulo de zinco no total e ajuste do modelo selecionado, em função dos dias após a emergência (DAE), para cada densidade de semeadura



Fonte: Dados do autor (2018)

A Figura 4.12 mostra que o acúmulo de Zn da Ouro Vermelho destacou-se dos demais e o acúmulo máximo de zinco ficou entre 75 a 190 $g.ha^{-1}$ o qual ocorreu entre 29 a 55 DAE.

5 CONCLUSÃO

O acúmulo de micronutrientes, em função do ciclo vegetativo do feijoeiro cv Ouro Vermelho, apresenta comportamento sigmoidal, desta forma, justificando a utilização dos modelos não lineares.

Os modelos Logísticos, Gompertz e von Bertalanffy são adequados para descrever o acúmulo da matéria seca e micronutrientes nas cinco densidade de semeadura. Entretanto, o modelo Logístico apresentou melhores ajustes do que os modelos Gompertz e von Bertalanffy, por uma superestimação do parâmetro relacionado ao acúmulo máximo.

Conclui-se, além disso, que o acúmulo de Mn e Zn são bem semelhantes, pois possuem um crescimento expressivo no acúmulo nas etapas iniciais do ciclo. O boro é, gradualmente, acumulado, ao longo do ciclo de feijoeiro, e o ferro é acumulado de forma mais rápida pela cultivar. Os resultados de B e Fe apresentaram o máximo de acúmulo em população de 145, 215 e 355. O resultado obtido difere do estudo anterior, em que esta cultivar apresenta maior sensibilidade ao incremento população, provavelmente, para ter menos efeitos de competição entre os componentes do rendimento em maiores densidades de plantas.

REFERÊNCIAS

- ABREU, A. F. B.; BIAVA, M.. **Cultivo do feijão de primeira e segunda safra na região Sul de Minas Gerais**. Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão, 2005. (Sistemas de Produção, 6).
- AKAIKE, H. A. New look at statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 19, n. 6, p. 716-723, Dec. 1974.
- ALMEIDA, A. Q.; SORATTO, R. P. Teor e acúmulo de nutrientes no feijoeiro em função da aplicação de bioestimulante. **Semina: ciências agrárias**, Londrina, v. 35, n. 4, p. 2259-2272, 2014.
- ALMEIDA, D. P. et al. Cinética de secagem do feijão adzuki (*Vigna angularis*). **Global Science and Technology**, Rio Verde, v. 2, n. 1, p. 72-83, jan./abr. 2009.
- ALVES, A. F. et al. Densidades populacionais para cultivares alternativos de feijoeiro do norte de Minas Gerais. **Ciências e Agrotecnologia**, Lavras, v. 33, n. 6, p. 1495-1502, nov./dez. 2009.
- ANDRADE, C. A. B. et al. Produção de matéria seca total, taxa de crescimento absoluto e taxa de crescimento relativo de duas cultivares de feijão. In: CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA DE FEIJÃO, 8., 2005, Goiânia. **Anais...** Goiânia: Embrapa Arroz e Feijão, 2005. v. 2, p. 835-838.
- ANDRADE, M. J. B. et al. Épocas de colheita em cinco cultivares de feijoeiro. II. Efeitos sobre a qualidade da semente. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 25, n. 3, p. 683-689, maio/jun. 2001.
- BARBOSA, A. F.; GONZAGA, A. C. de O. (Ed.). **Informações técnicas para o cultivo do feijoeiro comum na Região Central-Brasileira: 2012-2014**. Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão, 2012. 247 p.
- BATES, D.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: J. Wiley & Sons, 1988. 365 p.
- BATISTA, C. D.; BRUNE, W.; BRAGA, J. M. Efeito da população de plantas e da época de plantio no crescimento do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.). V. Absorção de micronutrientes. **Experientiae**, Viçosa, v. 19, n. 3, p. 33-57, 1975.

BENINCASA, M. M. P. **Análise de crescimento de plantas (noções básicas)** . 2. ed. Jaboticabal: Funep, 2003. 41 p.

BEZERRA NETO, E. B.; BARRETO, L. P.; COELHO, J. B. M. Considerações sobre nutrição mineral e o caso do feijão Vigna. **Anais da Academia Pernambucana de Ciência Agrônômica**, Recife, v. 11/12, p. 85-120, 2016.

BOTELHO, F. J. E. et al. Desempenho fisiológico de sementes de feijão colhidas em diferente períodos do desenvolvimento. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 34, n. 4, p. 900-907, jul./ago. 2010.

BRAGA, J. M. Resposta do feijoeiro “Rico 23” à aplicação de enxofre, boro e molibdênio. **Revista Ceres**, Viçosa, v. 19, n. 103, p. 222-226, maio/jun. 1972.

BRODY, S. **Bioenergetics and growth**. New York: Reinhold, 1945. 1023 p.

BUSO, W. H. D.; SILVA, L. B. e; RIOS, A. D. F. Componentes produtivos de feijão em duas épocas de plantio na região Central de Goiás. **Revista Agrarian**, Dourados, v. 7, n. 24, p. 205-210, jan. 2014.

BUTTERFIELD, D. et al. Nutritional approaches to combat oxidative stress in Alzheimer’s disease. **The Journal of Nutritional Biochemistry**, Stoneham, v. 13, n. 8, p. 444-461, Aug. 2002.

CARNEIRO, J. E. S. et al. Ouro Vermelho: new red bean cultivar for Minas Gerais. **Annual Report of the Bean Improvement Cooperative**, Fort Collins, v. 49, p. 281-282, 2006.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO - CONAB. Observatório agrícola: safra 2015/2016. **Acompanhamento da Safra Brasileira de Grãos**, Brasília, p. 1-182, set. 2016.

CORREA, J. R. V. et al. Efeitos de Rhizobium, molibdênio e cobalto sobre o feijoeiro comum cv. carioca. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 25, n. 4, p. 513-519, abr. 1990.

DANTAS, A. A. A.; CARVALHO, L. G.; FERREIRA, E. Classificação e tendência climáticas em Lavras, MG . **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 6, p. 1862-1866, nov./dez. 2007.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3. ed. New York: J. Wiley & Sons, 1998. 706 p.

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression I. **Biometrika**, London, v. 37, n. 3/4, p. 409-428, Dec. 1950.

EPSTEIN, E. **Mineral nutrition of plants: principles and perspectives**. New York: J. Wiley & Sons, 1972. 412 p.

FERNANDES, T. J. et al. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum. Technology**, Maringá, v. 37, n. 4, p. 397-402, out./dez. 2015.

_____. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 207-215, abr./jun. 2014.

FIDELIS FILHO, J. Q. et al. Monitoramento de área foliar e biomassa do feijoeiro usando índice de vegetação por diferença normalizada. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Sete Lagoas, v. 13, n. 2, p. 212-218, 2005.

FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 3, p. 786-795, maio/jun. 2005.

GOMES A. A. et al. Acumulação da biomassa, característica fisiológica e rendimento de grãos em cultivares de feijoeiro irrigado e sob sequeiro. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 10, p. 1927-1937, out. 2000.

JAUER, A. et al. Análise de crescimento da cultivar de feijão pérola em quatro densidades de semeadura. **Revista Faculdade Zootecnia, Veterinária e Agronomia**, Uruguaiana, v. 10, n. 1, p. 101-113, 2004.

JUNQUEIRA NETTO, A. et al. Ensaio preliminares sobre a aplicação de molibdênio e de cobalto na cultura do feijão (*Phaseolus vulgaris* L.). **Revista Ceres**, Viçosa, v. 24, n. 136, p. 628-633, 1977.

KER, J. C. Latossolos do Brasil: uma revisão. **Geonomos**, Belo Horizonte, v. 5, n. 1, p. 17-40, 1997.

LANA, R. M. Q. et al. Utilização de micronutrientes na cultura do feijoeiro cultivar no sistema plantio direto. **Bioscience Journal**, Uberlândia, v. 24, n. 4, p. 58-63, out./dez. 2008.

- LEAL, R. M.; PRADO, R. de M. Desordens nutricionais no feijoeiro por deficiência de macronutrientes, boro e zinco. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, Pernambuco, v. 3, n. 4, p. 301-306, out./dez. 2008.
- LEMOS, L. B. et al. Características agronômicas de genótipos de feijão do grupo carioca. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 39, n. 4, p. 319-326, abr. 2004.
- LEVENE, H. Robust testes for equality of variances. In: OLKIN, I. (Ed.). **Contributions to probability and statistics**. Palo Alto: Stanford University Press, 1960. p. 278-292.
- LIMA, K. P. de et al. Uso de modelos não lineares na descrição do acúmulo de boro em diferentes partes do feijoeiro cultivar Jalo. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 35, n. 4, p. 834-861, dez. 2017.
- LÔBO, R. N. B. et al. Parâmetros genéticos de características estimadas da curva de crescimento de ovinos da raça Santa Inês. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 35, n. 3, p. 1012-1019, 2006.
- LOPES, F. B. et al. Ajustes de curvas de crescimento em bovinos Nelore da região norte do Brasil. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Salvador, v. 12, n. 3, p. 607-617, jul./set. 2011.
- MAGALHÃES, A. C. N. Análise quantitativa do crescimento. In: FERRI, M. G. **Fisiologia vegetal**. São Paulo: EDUSP, 1986. p. 331-350.
- MALAVOLTA, E. **Nutri-fatos**: informação agronômica sobre nutrientes para as culturas. Piracicaba: Potafos, 1996. 13 p.
- MANABE, P. M. S. et al. Efeito da competição de plantas daninhas na cultura do feijoeiro. **Bioscience Journal**, Uberlândia, v. 31, n. 2, p. 333-343, mar./abr. 2015.
- MARSOLA, T.; MIYAZAWA, M.; PAVAN, M. A. Acumulação de cobre e zinco em tecidos do feijoeiro em relação com o teor de cobre e zinco no solo. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 9, n. 1, p. 92-98, 2005.
- MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem Bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 6, p. 1516-1521, set. 2008.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA, PECUÁRIA E ABASTECIMENTO – MAPA. **Feijão**. Brasília: Mapa, 2017. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br/vegetal/culturas/feijao/saiba-mais>>. Acesso em: 15 jul. 2017.

MORAES, S. R. G. et al. Nutrição do feijoeiro e intensidade da antracnose em função da aplicação de silício e cobre. **Acta Scientiarum. Agronomy**, Maringá, v. 31, n. 2, p. 283-291, abr./jun. 2009.

MOURA, M. S. B. et al. Modelos de crescimento para o feijão-caupi e o milho, sob sistemas de plantio exclusivo e consorciado, no Semiárido brasileiro. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Sete Lagoas, v. 16, n. 3, p. 275-284, abr. 2011.

OLIVEIRA, D. P. et al. Qualidade tecnológica de grãos de cultivares de feijão comum na safra das águas. **Semina: ciências agrárias**, Londrina, v. 33, n. 5, p. 1831-1838, set./out. 2012.

PAULA JÚNIOR, T. J. et al. **Cultivares de feijão-comum para Minas Gerais**. Belo Horizonte: EPAMIG, 2010. 40 p.

PAULA, L. M. de et al. Germinação de sementes de feijoeiro “Ouro Vermelho” submetidas a diferentes períodos de exposição e concentrações de GA3. **Nucleus**, Ituverava, v. 10, n. 2, p. 257-264, out. 2013.

PIERINI, L. M.; AVELAR, F. G. Comparação da qualidade do ajuste da isoterma de Langmuir. **Sigmae**, Alfenas, v. 2, n. 2, p. 7-13, 2013.

PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de estatística experimental**. 15. ed. Piracicaba: FEALQ, 2009. 451 p.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2018.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling: a unified a practical approach**. New York: Marcel Dekker, 1983. 276 p.

RENCHER, A. C.; SCHAALJE, G. B. **Linear models in statistics**. 2. ed. New Jersey: J. Wiley & Sons, 2008. 672 p.

RESENDE, O.; FERREIRA, L. U.; ALMEIDA, D. P. Modelagem matemática para descrição da cinética de secagem do feijão Adzuki (*Vigna angularis*). **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, v. 12, n. 2, p. 171-178, 2010.

RIOS, A. O.; ABREU, C. M. P.; CORRÊA, A. D. Efeitos da época de colheita e do tempo de armazenamento no escurecimento do tegumento do feijão (*Phaseolus vulgaris*, L.) **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 26, n. 3, p. 550-558, maio/jun. 2002.

ROSOLEM, C. A.; MARUBAYASHI, O. M. Seja o doutor do seu feijoeiro. **Informações Agrônomicas**, Piracicaba, n. 68, p. 1-18, dez. 1994.

ROSSE, L. N.; VENCOVSKY, R. Modelo de regressão não-linear aplicado ao estudo da estabilidade fenotípica de genótipos de feijão no Estado do Paraná. **Bragantia**, Campinas, v. 59, n. 1, p. 99-107, 2000.

SCARAMUZZA, J. F. et al. Produtividade e teores foliares de nutrientes na cultura do feijão (*Phaseolus vulgaris* L.) em resposta à aplicação foliar de sulfato de cobre, com ou sem neutralização. **Revista Ceres**, Viçosa, v. 46, n. 267, p. 523-529, 1999. 2015.

SEARLE, S. R. **Linear models**. New York: J. Wiley & Sons, 1971. 532 p.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. Na analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, London, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, Dec. 1965.

SHIMADA, M. M.; ARF, O.; SÁ, M. E. Componentes do rendimento e desenvolvimento do feijoeiro de porte ereto sob diferentes densidades populacionais. **Bragantia**, Campinas, v. 59, n. 2, p. 181-187, 2000.

SILVA, H. F. da; BISCARO, A. de F. V.; PASSOS, J. R. S. Funções sigmóides aplicadas na determinação da atividade metanogênica específica AME. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 1, p. 141-150, 2010.

SILVA, L. M. et al. Comparison of the gompertz and verhulst models in the accumulation of calcium in common bean cultivar Jalo. **International Journal of Engineering Inventions**, Oxford, v. 1, n. 1, p. 11-14, Jan. 2018.

_____. Crescimento radicular e absorção de micronutrientes do feijoeiro em razão da calagem. **Científica**, Jaboticabal, v. 35, n. 2, p. 88-105, 2007.

SILVA, L. M. **Modelagem linear e não linear do acúmulo de macronutrientes em um cultivar de feijoeiro**. 2013. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

SOUZA, A. B. et al. Densidades de semeadura e níveis de NPK e calagem na produção do feijoeiro sob plantio convencional em Ponta Grossa, Paraná. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 38, n. 1, p. 39-43, jan./mar. 2008.

_____. Populações de plantas e doses de nitrogênio para o feijoeiro em sistema convencional. **Bioscience Journal**, Uberlândia, v. 30, n. 4, p. 998-1006, jul./ago. 2014.

SOUZA, I. F. et al. Fitting nonlinear autoregressive models to describe coffee seed germination. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 44, n. 11, p. 2016-2021, nov. 2014.

TAIZ, L.; ZEIGER, E. Fisiologia do estresse. In: SANTAREM, E. R. et al. **Fisiologia vegetal**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 613-641.

TEIXEIRA, C. M. et al. Liberação de macronutrientes das palhadas de milheto solteiro e consorciado com feijão-deporco sob cultivo de feijão. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 34, n. 2, p. 497-506, mar./abr. 2010.

TEIXEIRA, I. R. et al. Competição entre feijoeiros e plantas daninhas em função do tipo de crescimento dos cultivares. **Planta Daninha**, Viçosa, v. 27, n. 2, p. 235-240, abr./jun. 2009.

TILLMAN, J. A. The power of the Durbin-Watson test. **Econometrica**, Chicago, v. 43, n. 5/6, p. 959-974, Sept./Nov. 1975.

URCHEI, M. A.; RODRIGUES, J. D.; STONE, L. F. Análise de crescimento de duas cultivares de feijoeiro sob irrigação, em plantio direto e preparo convencional. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 3, p. 497-506, mar. 2000.

VIEIRA, N. M. B. **Acúmulo de nutrientes e desempenho agrônômico de cultivares de feijoeiro-comum, em diferentes populações e sistemas de cultivo**. 2009. 117 p. Tese (Doutorado em Agronomia/Fitotecnia) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2009.

VIEIRA, N. M. B. et al. Altura de planta do feijoeiro cvs. Talismã e Ouro negro em plantio direto e convencional. In: CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA DE FEIJÃO, 8., 2005, Goiânia. **Anais...** Goiânia: Embrapa Arroz e Feijão, 2005. v. 2, p. 761-764.

_____. Altura de planta e acúmulo de matéria seca do feijoeiro cvs. BRS MG Talismã e Ouro Negro em plantio direto e convencional. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 32, n. 6, p. 1687-1693, nov./dez. 2008.

VIEIRA, R. F. et al. Adubação. In: CARNEIRO, J.; PAULA JÚNIOR, T. J. de; BORÉ, A. (Ed.). **Feijão do plantio à colheita**. Viçosa: Ed. UFV, 2015. p. 145-172.

WINSOR, C. P. The Gompertz curve as a growth curve. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, Washington, v. 18, n. 1, p. 1-8, Jan. 1932.

Anexo

```

rm(list = ls())
require(ggplot2)
require(lattice)
require(soilphysics)
setwd("C:\\Users\\kelly\\Desktop\\Matheus\\Dados")
# lendo os dados
dados <- read.csv2("dados_orig.csv", header = T)
attach(dados)
# Convertendo os dados para fator
pop <- factor(pop)
dae <- factor(dae)
blo <- factor(blo)
# Escrevendo o modelo do materiais e metodos
require(xtable)
mod1 <- lm(ZnTot~blo+pop+dae:pop)
xtable(anova(mod1))
# Verificando os pressupostos da anova
res <- resid(mod1)
shapiro.test(res)
#bartlett.test(res~pop)
library(car)
leveneTest(lm(ZnTot~dae:pop))
library(lmtest)
dwtest(lm(ZnTot~blo+pop+dae:pop))
#===== Grafico de linha FeTot
cras <- subset(dados, cul=="Verm")
cras <- with(cras, aggregate(cbind(ZnTot),list(pop=pop, dae=dae), mean))
cras$caso <- with(cras, interaction(pop, dae))
xyplot(cras$ZnTot~as.factor(cras$dae), groups=as.factor(cras$pop),
  data=cras, jitter.x=TRUE, col=3:7, type=c("o", "l"),
  axes=F, xlab="Dias apos a emergencia",

```

```

ylab=expression(paste('Acumulo de Zinco na Total', ~~(g.ha^-1))),
  auto.key=list(columns=4),par.settings=list
  (superpose.symbol=list(pch=15:19, col=3:7, cex=1)))
# Ajustando o modelo Logistico
x <- seq(13,83,10)
# Densidade de semeadura 75
media75 <- tapply(ZnTot[pop==75], dae[pop==75], mean)
log <- nls (media75~alpha/(1+ exp(k*(gamma-x))),
star=list(alpha = max(media75),gamma=40, k=0.03))
summary(log)
# Para densidade
media145 <- tapply(ZnTot[pop==145], dae[pop==145], mean)
log145 <- nls (media145~ alpha/(1+ exp(k*(gamma-x))),
  star=list(alpha = max(media145),gamma=50, k=0.1))
summary(log145)
# Para densidade
media215 <- tapply(ZnTot[pop==215], dae[pop==215], mean)
log215 <- nls (media215~ alpha/(1+ exp(k*(gamma-x))),
star=list(alpha = max(media215),gamma=50, k=0.1))
summary(log145)
# Para densidade
media285 <- tapply(MnTot[pop==285], dae[pop==285], mean)
log285 <- nls (media285~ alpha/(1+ exp(k*(gamma-x))),
  star=list(alpha = max(media285),gamma=50, k=0.1))
summary(log285)
# Para densidade
media355 <- tapply(ZnTot[pop==355], dae[pop==355], mean)
log355 <- nls (media355~ alpha/(1+ exp(k*(gamma-x))),
star=list(alpha = max(media355),gamma=40, k=0.1))
summary(log355)
shapiro.test(resid(log))
shapiro.test(resid(log145))
shapiro.test(resid(log215))
shapiro.test(resid(log285))

```

```

shapiro.test(resid(log355))
Fh75 <- attr(log$m$fitted(), "gradient")
Fh145 <- attr(log145$m$fitted(), "gradient")
Fh215 <- attr(log215$m$fitted(), "gradient")
Fh285 <- attr(log285$m$fitted(), "gradient")
Fh355 <- attr(log355$m$fitted(), "gradient")
bptest(lm(media75~-1+Fh75))
bptest(lm(media145~-1+Fh145))
bptest(lm(media215~-1+Fh215))
bptest(lm(media285~-1+Fh285))
bptest(lm(media355~-1+Fh355))
dwtest(lm(media75~-1+Fh75))
dwtest(lm(media145~-1+Fh145))
dwtest(lm(media215~-1+Fh215))
dwtest(lm(media285~-1+Fh285))
dwtest(lm(media355~-1+Fh355))
a<- round(cbind(coef(log), coef(log145), coef(log215),
coef(log285), coef(log355)),3); a
#aic
b<-round(c(AIC(log),AIC(log145),AIC(log215),
AIC(log285),AIC(log355)),3); b
# R2 ajustado
c<-round(c(Rsq(log)$pseudo.R.squared,Rsq(log145)$pseudo.R.squared,
Rsq(log215)$pseudo.R.squared,Rsq(log285)$pseudo.R.squared,
Rsq(log355)$pseudo.R.squared),3); c
d<- rbind(a,b,c);d
write.csv2(d, file="coef.csv")
par(mar=c(5, 4.8, 4, 2) + 0.1) # Ajustar a Legenda
plot(x, media75, ylim=c(0,200), axes=F, xlab="Dias apos a emergencia",
ylab=expression(paste('Acumulo de Zinco na Total', ~~(g.ha^-1))))
points(x, media145, pch=2, lwd=1)
points(x, media215, pch=3, lwd=1)
points(x, media285, pch=4, lwd=1)
points(x, media355, pch=5, lwd=1)

```

```

axis(1, at=c(0, seq(13, 83, by=10)))
axis(2, at=seq(-10, 200, by=10))
curve(coef(log)[1]/(1+coef(log)[2]*exp(-coef(log)[3]*x)),
add=T, lty=1, lwd=1)
curve(coef(log145)[1]/(1+coef(log145)[2]*exp(-coef(log145)[3]*x)),
  add=T, lty=2, lwd=1)
curve(coef(log215)[1]/(1+coef(log215)[2]*exp(-coef(log215)[3]*x)),
add=T, lty=3, lwd=1)
curve(coef(gomp285)[1]*exp(-exp(coef(gomp285)[3]*(coef(gomp285)[2]-x))),
add=T, lty=4, lwd=1)
curve(coef(von355)[1]*(1-(exp(coef(von355)[3]*(coef(von355)[2]-x))/3))^3,
add=T, lty=5, lwd=1)
legend(13, 210, c("75", "145", "215", "285", "355"), lty=c(1, 2, 3, 4, 5),
lwd=c(1, 1, 1, 1, 1), col= c("black"), bty="n", pch=1:5)

```