



**ESTUDO DA FORMA DO FUSTE DE *Eucalyptus*  
*grandis* e *Eucalyptus cloeziana***

**SEBASTIÃO OSWALDO FERREIRA**

**1999**

**SEBASTIÃO OSWALDO FERREIRA**

**ESTUDO DA FORMA DO FUSTE DE *Eucalyptus*  
*grandis* e *Eucalyptus cloeziana***

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, para a obtenção do título de “Mestre”.

Orientador

Prof. Sebastião do Amaral Machado

LAVRAS

MINAS GERAIS - BRASIL

1999

**Ficha Catalográfica preparada pela Divisão de Processos Técnicos da  
Biblioteca Central da UFLA**

Ferreira, Sebastião Oswaldo

Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana* /  
Sebastião Oswaldo Ferreira. – Lavras: UFLA, 1999.  
132p. : il.

Orientador: Sebastião Amaral Machado.

Dissertação (Mestrado) - UFLA.

Bibliografia.

1. *Eucalyptus grandis*. 2. *Eucalyptus cloeziana*. 3. Plantação. 4. Fator de  
forma. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD-634.97342

**SEBASTIÃO OSWALDO FERREIRA**

**ESTUDO DA FORMA DO FUSTE DE *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, para a obtenção do título de "Mestre".

**APROVADA em 26 de fevereiro de 1999**

**Prof. José Roberto Soares Scolforo UFLA**

**Prof. José Márcio de Mello UFLA**

*Sebastião do Amaral Machado*  
**Prof. Sebastião do Amaral Machado**

**UFLA**

**(Orientador)**

**LAVRAS**  
**MINAS GERAIS - BRASIL**

**OFEREÇO**

Aos meus pais Wilson e Maura

A todos os meus irmãos

A Pedro Félix, Idalina Alves, Angela e Aldo

A minha esposa Andréa e ao nosso filho

Pedro Otávio

**DEDICO**

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, pela minha existência e pela força dada nos momentos difíceis;

À Universidade Federal de Lavras, à coordenadoria de Pós-Graduação e ao Departamento de Ciências Florestais pela oportunidade de realização do curso;

Ao CNPq, pela concessão da bolsa de estudo.

A FAPEMIG/FIEMG, pela concessão de parte da bolsa de estudo.

À Empresa Mannesmann e Duratex, pela concessão dos dados.

Aos professores Sebastião Amaral Machado e José Roberto Soares Scolforo, pelos ensinamentos transmitidos durante o curso, pelo apoio e lição de vida repassados durante nossa convivência;

Aos professores José Márcio de Mello e Fausto Weimar Acerbi Júnior pela ajuda durante o curso e pelas sugestões;

À todos os professores e funcionários do Departamento de Ciências Florestais, pelos conhecimentos transmitidos e colaboração;

À Lilian, Chica, Josélia, Claret, Zé Carlos e Hernani.

Aos companheiros do curso de pós-graduação pelo convívio durante este período: Frederico Pulz, Tuca, Mauro, Samurai, Rubens Kolosky, Sybelle, Vivette, Rubens Rondon, Fred, Tabai, Adelson, Valter, Anabel, Karen, Thaís, Beth, Márcia, José Hortêncio e Paulo Márcio pela amizade e companheirismo a mim dispensados;

Em especial a Andréa, Adriana e Sérgio Teixeira pela imensa ajuda nos momentos mais necessários.

A todos que participaram anonimamente na realização deste trabalho.

## **BIOGRAFIA DO AUTOR**

**SEBASTIÃO OSWALDO FERREIRA**, filho de Wilson Ferreira Diniz e Maura Miranda Ferreira, nasceu em Ingai Estado de Minas Gerais, no dia 20 de Março de 1967.

Em setembro de 1991 ingressou na Universidade Federal de Lavras, Minas Gerais, graduando-se em Setembro de 1996.

Em setembro de 1996, iniciou o curso de mestrado em Engenharia Florestal, área de concentração Produção Florestal, na UFLA. Concluindo o referido curso em 26 de fevereiro de 1999.

*"O Senhor é meu Pastor  
nada me Faltará....."*

## SUMÁRIO

	Página
<b>RESUMO.....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>iii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO GERAL.....</b>	<b>01</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>03</b>
2.1 Considerações sobre a forma do fuste de árvores.....	03
2.2 Métodos usados para expressar a forma do fuste das árvores.....	07
2.2.1 Fator de forma.....	08
2.2.1.1 Fator de forma absoluto ( $f_{1,3}$ ).....	09
2.2.1.2 Fator de forma natural ou de Hohenadl ( $f_{0,1}$ ).....	13
2.2.2 Quociente de forma.....	16
2.2.2.1 Quociente de forma de Schiffel ( $Q_s$ ).....	16
2.2.2.2 Quociente de forma de Johnson ( $Q_j$ ).....	17
2.2.2.3 Quociente de forma de Girard ( $Q_g$ ).....	18
2.2.2.4 Quociente de forma de Hohenadl ( $Q_h$ ).....	18
2.2.3 Funções de afilamento.....	20
2.2.3.1 Razão de volume.....	27
2.2.3.2 Polinômios não segmentados.....	32
2.2.3.3 Modelos polinomiais segmentados.....	36
<b>3 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>42</b>
<b>CAPÍTULO 1: COMPORTAMENTO DOS FATORES DE FORMA NATURAL E ABSOLUTO EM RELAÇÃO À IDADE E CLASSES DE DIÂMETRO PARA <i>Eucalyptus grandis</i> .....</b>	<b>49</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>50</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>51</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>52</b>

<b>2 MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>54</b>
<b>2.1 Caracterização e localização da área em estudo.....</b>	<b>54</b>
<b>2.2 Coleta de dados .....</b>	<b>54</b>
<b>2.3 Distribuição diamétrica.....</b>	<b>55</b>
<b>2.4 Obtenção dos volumes.....</b>	<b>55</b>
<b>2.4.1 Volume real.....</b>	<b>55</b>
<b>2.4.2 Volume do cilindro.....</b>	<b>56</b>
<b>2.5 Determinação dos fatores de forma.....</b>	<b>56</b>
<b>2.5.1 Fator de forma absoluto com e sem casca (<math>f_{1,3}</math>).....</b>	<b>56</b>
<b>2.5.2 Fator de forma natural com e sem casca (<math>f_{0,1}</math>).....</b>	<b>57</b>
<b>2.6 Estudo de comportamento dos fatores de forma.....</b>	<b>58</b>
<b>3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>59</b>
<b>3.1 Obtenção dos fatores de forma.....</b>	<b>59</b>
<b>3.2 Efeito da idade e das classes de diâmetro sobre os fatores de forma.....</b>	<b>63</b>
<b>3.2.1 Fator de forma absoluto (<math>f_{1,3}</math>).....</b>	<b>63</b>
<b>3.2.2 Fator de forma natural (<math>f_{0,1}</math>).....</b>	<b>66</b>
<b>4 CONCLUSÕES.....</b>	<b>71</b>
<b>5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>72</b>
<b>CAPÍTULO 2:ACURACIDADE DOS MODELOS DE AFILAMENTO SEGMENTADOS E NÃO SEGMENTADOS, PARA DESCREVER O PERFIL DO FUSTE DE <i>Eucalyptus cloeziana</i>.....</b>	<b>74</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>75</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>76</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>78</b>
<b>2 MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>80</b>
<b>2.1Caracterização da área de estudo e a base de dados.....</b>	<b>80</b>
<b>2.2 Coleta de dados e cubagem rigorosa das árvores amostradas.....</b>	<b>80</b>

2.3 Estruturação dos dados.....	82
2.4 Análise dos dados.....	83
2.4.1 Razão entre volume de Clutter.....	83
2.4.2 Razão entre volume de Amateis e Burkhart.....	85
2.4.3 Polinômio de quinto grau.....	86
2.4.4 Polinômio de potência fracionária.....	86
2.4.5 Polinômio de 2º grau ou modelo de Kozak <i>et al.</i> (1969).....	87
2.4.6 Polinômio segmentado de Max e Burkhart (1976) .....	88
2.4.7 Polinômio segmentado de Parresol <i>et al.</i> (1987).....	88
2.4.8 Polinômio segmentado de Clark <i>et al.</i> (1991).....	89
2.5 Acuracidade dos modelos de afilamento.....	90
<b>3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>92</b>
3.1 Ajuste dos modelos para a forma da árvore por classe de diâmetro e para o total .....	92
3.2 Acuracidade das equações de afilamento.....	96
3.2.1 Razões de volume.....	96
3.2.2 Polinômios não segmentados.....	97
3.2.3 Polinômios segmentados.....	98
<b>4 CONCLUSÕES.....</b>	<b>105</b>
<b>5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>107</b>
<b>6 ANEXOS.....</b>	<b>113</b>

## RESUMO

**FERREIRA, Sebastião Oswaldo. Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *E. cloeziana*. Lavras: UFLA, 1999.p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal)**

Os objetivos desta pesquisa foram: estudar o comportamento dos fatores de forma absoluto e natural com e sem casca, em relação às classes de diâmetro e idade para *Eucalyptus grandis* e verificar a acuracidade dos modelos segmentados e não segmentados para descrever o perfil do fuste de *Eucalyptus cloeziana* na região de Paraopeba, estado de Minas Gerais. Os dados de *Eucalyptus grandis* foram obtidos da empresa Duratex, localizada em Agudos, estado de São Paulo. O volume real e do cilindro foram calculados para 362 árvores, aos 4,5; 6,1; 7,5 e 9,0 anos de idade, plantadas no espaçamento 3,0 x 1,5m, para que os fatores de forma absoluto e natural pudessem ser calculados. Utilizou-se o delineamento experimental em blocos casualizados em esquema fatorial (4x2), afim de verificar o comportamento dos fatores de forma em relação às classes de diâmetro e idades. As análises estatísticas evidenciaram que não existem diferenças significativas entre fatores de forma com e sem casca, tanto para o absoluto quanto para o natural. Tanto o fator de forma natural quanto o absoluto são altamente afetados pela idade e pelas dimensões das árvores. No segundo capítulo, o objetivo foi de avaliar o desempenho dos modelos polinomiais segmentados e não segmentados e das razões de volume, para estimativa do perfil do fuste em três classes diamétricas e sem o controle das mesmas. A espécie estudada foi *E. cloeziana*, na região de Paraopeba, MG. Os modelos tiveram sua acuracidade avaliada através das seguintes estatísticas: coeficiente de determinação, erro padrão residual, o desvio dos diâmetros em cada iésima posição no fuste; o desvio padrão das diferenças dos diâmetros; soma do quadrado do resíduo relativo; porcentagem dos resíduos dos diâmetros e análise gráfica do perfil médio do fuste, a partir das quais foi elaborado um "ranking" para cada posição do fuste, por classe diamétrica e total. Como principais resultados obtidos, pode-se citar: o modelo mais acurado dentre os estudados foi o de Clark *et al.* (1991), o qual apresentou estimativas acuradas do diâmetro ao longo de todo o perfil do fuste, para todas as classes diamétricas avaliadas e também para quando o ajuste foi realizado sem o controle desta.

---

**Comitê Orientador:** Sebastião do Amaral Machado – UFLA, José Roberto Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA e Fausto Weimar Acerbi Jr. - UFLA

Devido aos bons resultados apresentados e à sua flexibilidade, foi o indicado para estimar o perfil do fuste da espécie estudada. O modelo segmentado de Max e Burkhart (1976) e o polinômio de potência fracionária podem ser sugeridos como uma segunda opção e o polinômio de 5º grau e o modelo de Amateis e Burkhart são sugeridos como uma terceira opção de uso. O modelo segmentado de Parressol *et al.* (1987), o modelo de Clutter e o modelo de Kozak *et al.* (1969) não apresentaram estimativas acuradas do diâmetro ao longo do fuste de *Eucalyptus cloeziana* em nenhuma das classes diamétricas estudadas. Não houve evidências claras de melhoria na estimativa dos diâmetros com o controle das classes de diâmetro em relação ao ajuste total sem o controle destas, uma vez que as estimativas foram bastante próximas. Mas, de forma prática, recomenda-se o ajuste por classe de diâmetro como uma forma de reduzir fontes de variabilidade.

**Palavras-chave:** Forma do fuste, Modelos de afilamento do fuste, *Eucalyptus grandis*, *E. cloeziana*, Plantação

## ABSTRACT

FERREIRA, Sebastião Oswaldo. Study of the stem form of *Eucalyptus grandis* and *E. cloziana*. Lavras: UFLA, 1999.p. (Master of Science Dissertation in Forest Engineering)

The objectives of this research were: to study the behavior of the absolute form factor and natural form factor with and without bark, in relations to the diameter classes and age for *Eucalyptus grandis* and to verify the accuracy of the segmented and not segmented models to describe the stem profile of *Eucalyptus cloziana*. The data from Eulayptus grandis were obtained from the company Duratex located in Agudos, State of São Paulo. The true volume and the volume of the cylinder were calculated for 362 trees, at ages of 4,5; 6,1; 7,5 and 9,0 years old, planted in the spacing 3,0 x 1,5m, so that the absolute and natural form factors could be calculated. The used experimental design was random blocks in factorial frame (4x2), aiming to verify the behavior of the form factors in relations to the diameter classes and ages. The statistic analysis evidenced that significant differences don't exist among form factors with and without bark, as for the absolute as for the natural form factor. As the natural factor the absolute form factor are highly affected by the age and by the dimensions of trees. The objective of the second chapter was to evaluated the performance of the segmented and not segmented polynomial models and the volume ration models, for estimative of the profile of the stem in three diameter classes and for the grouped data set. The studied especies was *Eucalyptus cloziana*, in the region of Paraopeba, MG. The models had its accuracy evaluated through the following statistics: coefficient of determination; residual standard error; the deviation of the diameters in each iesima position along the stem; the standard deviation of the differences of the diameters; sum of squares of the relative residuals; percentage of the residuals of the diameters, and residual graphic analysis. From these statistics it was elaborated a ranking for each position of the stem, by diameter class and by the total. As main results it can be pointed out: the most accurated model, among the studied ones was that from Clark *et al.* (1991), which presented accurated estimates of the diameter along the whole profile of the stem, for all evaluated diameter classes and also for when the adjustment was accomplished without the control of this.

---

Guidance Committee: Sebastião Amaral Machado – UFLA, José Roberto S. Scolforo – UFLA, José Márcio de Mello – UFLA e Fausto Weimar Acerbi Jr. – UFLA

Due to the good presented results and its flexibility the Clark's model was indicated to estimate the profile of the stem of the studied species. The segmented model from Max and Burkhart and the fractiomaire polynomial can be suggested as second option and the polynomial of fifth degree and the model from Amateis and Burkhart are suggested as a third use option. The segmented model from Parressol, the model from Clutter and the model from Kozak, didn't present accurated estimates of the diameter along the stem of *Eucalyptus cloeziana* in any of the studied diameter classes. There was not clear evidences of improvement in the estimative of the diameters with the control of the diameter classes in relation to the total adjustment without the control of these, once the estimates were quite close. But in a practical way it was reccomended the adjustment by diameter class as a form of reducing variability sources.

**Key word:** Stem form, Taper models, *Eucalyptus grandis*, *E. cloeziana*, Plantation

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente o Brasil possui uma área com aproximadamente 4 milhões de hectares do gênero *Eucalyptus*, os quais estão parcialmente ligados a empreendimentos verticalizados, não apresentando ainda um uso que proporcione uma agregação mais rentável, com exceção das empresas de celulose.

O crescente desenvolvimento e demanda do mercado por produtos madeiráveis de qualidade e especificidade tem-se tornado fato real atualmente. Informações mais detalhadas, rápidas e acuradas, tornam-se de extrema importância para a determinação das estimativas volumétricas da madeira, em função dos seus vários usos.

Há alguns anos, a madeira proveniente dos empreendimentos florestais, era exclusivamente voltada para a produção de matéria prima para celulose, carvão vegetal, postes e mourões. Atualmente, com a grande quantidade de madeira disponível, devido à grandes áreas florestadas e a disponibilidade bastante acessível para as fábricas de celulose e com a substituição do carvão vegetal pelo mineral, algumas empresas do setor florestal estão diversificando sua produção.

Uma alternativa que vem despontando e está em franco crescimento no momento, entre os empresários do setor, é a utilização da madeira desses reflorestamentos para a indústria de serraria. Nesse sentido, algumas empresas já estão trabalhando e novas unidades de produção estão sendo instaladas com técnicas modernas e arrojadas, ou seja, automatizadas.

Em tempos modernos, é difícil para uma empresa manter-se no mercado se não procurar adequar-se às técnicas a que ele exige. Nesse sentido, é preciso

que o produto seja otimizado e maximizado, para que possa obter o máximo rendimento possível, que será transformado em lucro no final do processo.

Uma forma de conseguir é através do sortimento, que permite a destinação de cada parte da tora a seu uso mais rentável, haja visto que a madeira serrada possui um valor agregado maior do que a madeira para celulose ou energia. O interessante nesse sistema de utilização da matéria prima é que de um mesmo fuste de uma árvore consegue-se extrair madeira para laminação, serraria, celulose e energia, sendo essa a melhor possibilidade de remuneração do produto advindo de povoamentos florestais.

Um método alternativo para atender a este objetivo é o emprego das equações de afilamento. Essas funções caracterizam-se por sua grande flexibilidade e dinâmica; quando comparada a uma função de volume. A função de afilamento, uma vez desenvolvida para todo o fuste, pode ser usada para estimar volumes para diversos fins, ou seja, volume para laminação, para serraria, celulose e energia. As funções de afilamento também permitem a estimativa do diâmetro a qualquer altura ou da altura até qualquer diâmetro especificado. É um método que ainda não satisfez os pesquisadores da área de manejo florestal, no que diz respeito ao seu estado da arte, e vários estudos estão sendo desenvolvidos nesse sentido, razão pela qual o estudo proposto se reveste de importância, pois, de certa forma, através dele, podem surgir vários benefícios e contribuições para o setor florestal.

Nesse contexto, o presente estudo foi desenvolvido com os objetivos de comparar a eficiência dos fatores de forma naturais e absolutos com e sem casca para *Eucalyptus grandis* e avaliar a acuracidade de oito modelos de afilamento para representar o perfil dos fustes de *Eucalyptus cloeziana*.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 - Considerações Sobre a Forma do Fuste de Árvores**

O estudo sobre o comportamento da forma do fuste de árvores a cada dia vêm-se tornando mais útil e de extrema importância, pois, além de afetar o volume total, a forma do fuste influência também na qualidade e quantidade dos diversos produtos extraídos da árvore.

Os fustes de árvores apresentam formas bastante variáveis, mudando de espécie para espécie dentro da mesma espécie. A forma varia de indivíduo para indivíduo. Conforme as condições edafoclimáticas, os tratamentos silviculturais e a posição particular em que cada árvore se desenvolve. A forma também varia ao longo da idade, quer como um fenômeno evolutivo, quer como resultado das várias fases de dependência relativamente aos seus pares (outras árvores vizinhas) pelas quais ela passa ao longo de sua vida em maciços, estratégia de crescimento (espécies pioneiras, secundárias iniciais e tardias), habitat (ecossistema), posição sociológica (localização no estrato), tamanho da copa e da sapopema quando existir, (Gomes, 1957; Larson, 1963; Finger *et al.*, 1995)

Os fustes ou troncos de árvores podem assumir diversas formas, desde a perfeitamente assimilável a um tipo geométrico bem definido, até aquelas formas irregulares que não se assemelham a nenhum sólido geométrico; isso acarreta grandes dificuldades quando se propõe estudar as formas dos fustes como por exemplo, modelar seu perfil externo através de funções de afilamento, (Loetsch *et al.* 1973).

Segundo Larson (1963), citado por Friedl (1989), a forma do tronco das árvores pode ser considerada sobre a ótica dos conceitos dendrométricos e biológicos.

Segundo Assmann (1961) e Larson (1970), vários estudos foram propostos na tentativa de explicar a forma funcional das árvores. Neste contexto, várias teorias foram desenvolvidas. Do ponto de vista biológico, várias hipóteses foram propostas para explicar a forma dos fustes, como a teoria nutricional da condução de água, a mecanística e a teoria hormonal. Tais hipóteses contribuíram de forma incontestável na tentativa de explicar os fatos relacionados com a forma dos fustes de árvores. Mas, no entanto, nenhuma delas trouxe uma solução definitiva para o problema, pois, essas hipóteses consideram somente uma das funções biológicas.

Segundo Borges (1981), citado por Friedl (1989), do ponto de vista dendrométrico, a forma do fuste de árvores genericamente é a sua configuração externa que, a rigor, não se identifica com a forma de um sólido geométrico específico, mas sim com vários, segundo a porção do tronco considerada. De uma maneira mais restrita, a forma do fuste pode ser associada ao termo afilamento que representa a diminuição do diâmetro com o aumento da altura, tendência natural que ocorre na maioria das espécies e como tal pode ser expressa por uma função matemática que descreve a tendência dessa variação. O afilamento do tronco ou “taper” tem sido definido como o decréscimo em diâmetro da base para sua extremidade superior (ápice).

Assmann (1970), Loetsch, Zöhrer e Haller (1973) mencionaram que os fustes tanto de coníferas como de folhosas até a base da copa podem assumir características, a saber:

a) A base do tronco é convexa ao eixo longitudinal, com um ponto de inflexão variável em função da espécie, o qual assemelha-se a um sólido geométrico do tipo neilóide;

b) A partir desse ponto de inflexão até a base da copa, compreendendo a seção mediana do fuste, o perfil externo apresenta-se côncavo ao referido eixo. Em coníferas, essa porção do tronco poderia ser descrita por um parabolóide, enquanto que nas folhosas, uma parte dessa seção seria parabolóide e a parte terminal até a base da copa por um tronco de cone;

c) a parte terminal das coníferas que vai da base da copa até o ápice, apresenta perfil levemente côncavo ao eixo da árvore, podendo ser representada por um parabolóide quadrático ou cone.

Árvores individuais podem assumir uma infinidade de formas e, deste modo, uma definição analítica explícita não deve ser generalizada, devendo as funções de afilamento restringirem-se a pequenas populações (Grosenbaugh, 1966).

Segundo Husch, Miller e Beers (1982), normalmente os fustes de árvores se assemelham a sólidos geométricos do tipo neiloide, parabolóide ou cones. Contudo, ao considerar o fuste de árvore como um todo, raramente eles apresentam algumas dessas formas geométricas em seu todo. Conseqüentemente, é mais realístico considerar que o fuste de qualquer árvore é composto de mais de um sólido geométrico. Desta maneira, esses autores consideraram que o fuste no sentido base-topo é constituído por uma seqüência de diferentes sólidos geométricos: cilindro, tronco de neiloide, tronco de parabolóide e cone.

Os pontos de transição ou limites desses sólidos são de difícil determinação nos troncos, sendo, pois, de pouca importância prática. No entanto, desempenham um grande valor teórico na definição de expressões matemáticas que descrevem a forma do fuste (Figueiredo Filho, 1991).

Segundo Sterba (1980), os trabalhos científicos, realizados até então; sobre a forma do tronco de árvores, estavam relacionados com a formulação matemático/estatístico da função de afilamento; com as possíveis aplicações das

curvas de forma, as quais foram apontadas como um assunto para futuras pesquisas e com a explanação das formas dos troncos descritas pelas curvas de afilamento, mas somente uma pequena parte das publicações atentou para estes aspectos. Este mesmo autor comenta que alguns trabalhos examinaram as diferenças nas formas dos troncos, devido às diferenças de sítio, as relações entre o formato da curva de afilamento e a posição sociológica dos fustes e as suas copas no povoamento e as relações entre as curvas de afilamento e os tratamentos silviculturais (fertilização, desbastes e poda).

Larson (1963), no intuito de descrever e discutir detalhadamente os aspectos relacionados à forma dos troncos, desde as teorias propostas como também os fatores que podem determinar alterações nos fustes das árvores quanto à forma, elaborou uma extensa e minuciosa revisão bibliográfica a este respeito. Estes temas, na sua maior parte são de grande importância para a silvicultura e manejo. Dentre os tópicos abordados, a maioria deles estão estreitamente ligados ao comprimento da copa, dentre os quais destacam-se: herdabilidade, idade, capacidade produtiva do local, posição sociológica e tratamentos silviculturais. De maneira geral, as árvores não apresentam uma forma homogênea, mas assumem diversas formas geométricas.

Independente das irregularidades das seções transversais dos troncos, as árvores possuem determinado tipo de forma de tronco, que varia em função de vários fatores como sítio, a densidade do povoamento, a intensidade do vento que age sobre a copa das árvores e as intervenções silviculturais aplicadas aos povoamentos, como os desbastes e a poda (Schneider, 1993)

Segundo Finger (1992), o desenvolvimento de modelos dendrométricos tem por objetivo utilizar recursos matemáticos para analisar cubagens de árvores, de modo que estas tenham suas formas naturais comparadas a sólidos geométricos de revolução para que seus volumes sejam determinados. Tais sólidos são denominados “protótipos dendrométricos” ou sólidos padrões, sendo

comparáveis com a forma do tronco ou parte deste. O autor citado acrescenta que o estudo matemático dos volumes das árvores considera suas seções circulares (embora sabe-se que elas não são perfeitamente circulares). Assim, parte-se do pressuposto que as figuras geométricas relacionadas aos troncos sofrem uma rotação em torno de seu eixo principal, originando os sólidos de revolução correspondentes. Estes, por sua vez, tem seu volume obtido através da integração da área basal sobre o comprimento do tronco.

## **2.2 - Métodos Usados Para Expressar a Forma dos Fustes de Árvores**

Em seus estudos sobre a forma do fuste de árvores, os pesquisadores florestais, especificamente da área de biometria e mensuração, têm procurado concentrar esforços na tentativa de expressar a forma do tronco através de expressões puras que sejam independentes do diâmetro e da altura. Porém, tais expressões não têm sido encontradas, sendo utilizadas mais freqüentemente funções empíricas. Todavia, os métodos que foram desenvolvidos para o estudo da forma de fustes tem sido úteis (Jorge, 1982).

Dentre as alternativas existentes para quantificar ou expressar a forma do fuste de árvore, pode-se considerar: o quociente de forma, o fator de forma, as funções de afilamento ou “Taper”, as funções Spline e as curvas de forma de Preussner.(Acerbi Jr, 1995; Scolforo *et al.* 1998)

Segundo Rios (1997), atualmente, vários são os modelos e metodologias utilizadas, na área florestal por pesquisadores Americanos, Europeus e, mais recente, os da América Latina, para descrever o perfil de árvores. Destacam-se, dentre as técnicas estatísticas os modelos polinomiais, sigmodais, os modelos segmentados, os modelos definidos através de análise multivariada e as razões de volume e, dentre os métodos baseados em aproximação numérica, predominam as funções Splines cúbicas e quadráticas. Mais recentemente,

Samson, Brindzi e Kamoso (1996) desenvolveram um modelo que se alicerça em princípios geométricos.

Dentre os métodos existentes para expressar a forma dos fustes de árvores, os quocientes e fatores de forma se caracterizam pela simplicidade e facilidade de aplicação. Segundo Campos *et al.*(1993), citados por Moura (1994), a forma do tronco (fuste) pode ser expressa por quocientes ou por fatores de forma. Os quocientes exprimem a relação entre diâmetros, enquanto que os fatores expressam a relação entre volumes.

### 2.2.1 Fator de Forma (f)

Husch *et al.* (1972), entre vários outros pesquisadores da área de mensuração florestal, mencionaram o fator de forma como sendo uma das alternativas usadas para identificar a forma do fustes de árvores, sendo definido como uma relação entre volumes, ou seja, o volume real da árvore determinado por uma das fórmulas de cubagem disponíveis e o volume de um sólido geométrico, normalmente determinado como sendo o volume do cilindro com o mesmo diâmetro da árvore. A função do fator de forma é corrigir o volume cilíndrico para o volume real da árvore.

Segundo Peichl (1985), o fator de forma, até algum tempo atrás, era um elemento bastante importante e indispensável no cálculo do volume individual de árvores ou de um povoamento. Atualmente, o fator de forma é usado como um componente na construção de tabelas de volume, ou seja, ele pode ser utilizado como uma terceira variável independente em modelos matemáticos de equações volumétricas.

O fator de forma é um coeficiente de redução, pelo qual o produto da área transversal vezes a altura (volume cilíndrico de referência ) deve ser

multiplicado para obter o volume da árvore, como mostrado nas seguintes expressões.

$$V = \frac{\pi}{4} * d^2 * h * f = g * h * f \quad \text{ou} \quad f = \frac{V}{g * h}$$

Onde:

v = volume da árvore,

d = diâmetro à altura do peito,

h = altura total,

g = área seccional,

f = fator de forma,

O fator de forma é influenciado pela espécie, sítio, espaçamento, desbaste, idade, etc. Além disso, ele varia de acordo com o ponto onde é calculada a área seccional (g). Para estar de acordo com os sólidos geométricos, o diâmetro deveria ser tomado na base da árvore. No entanto, pela praticidade e pela irregularidade da seção, causada pelo sistema radicular, é sempre quantificado ao nível do DAP.

### 2.2.1.1 Fator de Forma Absoluto ( $f_{1,3}$ )

Este fator de forma é também denominado de falso ou artificial, porque possui a propriedade em que dois troncos com um mesmo fator de forma não têm, necessariamente, a mesma forma; ou dois troncos de mesma forma não têm, necessariamente, o mesmo fator de forma. Este efeito é causado pela influência das bases das mesmas, que em árvores velhas e grandes excede a região do diâmetro à altura do peito, o que ocorre principalmente com espécies tropicais, Loetsch *et al.* (1975). Em consequência, é preciso definir um fator de

forma para cada classe de diâmetro, segundo Caille (1980), citado por Campos *et al.*(1993).

Por outro lado, a própria posição fixa da base do cilindro, sempre a 1,30 m a partir do colo da árvore, induz a erros, principalmente em árvores baixas, podendo inclusive o volume real ser maior que o volume do cilindro, resultando, portanto, um  $f_{1,3}$  (fator de forma absoluto) maior que 1. Isto é uma irreabilidade induzida pela fórmula de cálculo do ( $f_{1,3}$ ), do qual resulta o termo fator de forma falso ou artificial.

Este fator de forma é obtido pela razão do volume real sobre o volume cilíndrico, sendo expresso por  $f_{1,3} = \frac{v}{vcil}$ , em que (v) é o volume total ou comercial do tronco até qualquer diâmetro e (vcil) é o volume do cilindro de diâmetro igual ao DAP e altura igual a altura total ou comercial da árvore. Dentre os fatores de forma, o fator de forma artificial é o mais divulgado (Campos *et al.*,1993).

Peichl (1985), estudando o fator de forma absoluto com casca ( $f_{1,3}$ ), em algumas equações de volume para *Araucaria*, *Pinus spp* e *Eucalyptus spp* no Sul do Brasil, verificou que o fator de forma absoluto com casca por classe de diâmetro e altura total (ht) diminuía regularmente segundo o aumento do DAP, fato esperado e conhecido. Entre esses três gêneros, o *Eucalyptus* apresentou fatores de forma mais baixos, com médias em torno de 0,45.

Scolforo *et al.* (1994), selecionando e testando a precisão e eficiência de equações de volume e do fator de forma absoluto com casca, para estimativa do volume de Pindaíba (*Xylopia brasiliensis*), Canela sassafrás (*Ocotea odorifera*), Copaíba (*Copaifera langsdorffii*), Miscelânea ( composta de espécies em que não há interesse particular) e para o grupo todo (Canela, Pindaíba, Copaíba e Miscelânea), chegou aos seguintes resultados: De maneira geral, tanto para Pindaíba como para Canela, Copaíba, Miscelânea e o grupo todo, os fatores de

forma absoluto com casca são maiores para as menores classes de circunferência. Este fato é explicado pela menor copa das árvores e arbustos que formam o contigente das árvores dominadas e codominantes. Eles também concluíram, com este trabalho, que o uso do fator de forma absoluto com casca propicia a estimativa, com segurança, do volume de espécies nativas e que tanto faz utilizar um fator de forma gerado para a espécie em particular ou para o grupo que compõe a floresta.

11

Campos *et al.* (1993), estudando a variação da forma do tronco de clones de eucaliptos, em duas regiões do estado do Espírito Santo, concluíram, a respeito do fator de forma absoluto com casca e sem casca, que pode ser uma boa alternativa para calcular o volume de parcelas experimentais em substituição ao “volume cilíndrico” ou tabelas de volume, desde que sejam identificados corretamente o clone, as classes de diâmetro da árvore e o fator de forma correspondente.

Yared *et al.* (1993), pesquisando a respeito do comportamento do fator de forma absoluto com casca da espécie Morototó (*Didymopanax morototoni*ii Aubl. Decne. et Planch.), em quatro espaçamentos diferentes (3x2, 3x3, 3x4 e 4x4m), em Belterra, Estado do Pará, após procederem teste de variância e posterior, teste de médias de Scott & Knott, constataram a igualdade entre os fatores de forma absoluto com casca para os espaçamentos 3x2, 3x3, 3x4 e 4x4m. Trabalhando com dois grupos de espaçamentos(3x2 + 3x3 e 3x4 +4x4m), testaram a possibilidade de utilizarem um fator de forma comum para todas as classes de diâmetro. Para o espaçamento 3x4 e 4x4m, a análise mostrou que um mesmo fator de forma absoluto, com casca igual a 0,575, pode ser usado para todas as classes de diâmetro. Por outro lado para os espaçamentos 3x2 e 3x3m, decidiu-se, após realizado o teste de médias, pelo emprego de dois fatores de forma; 0,548 para classes de DAP  $\geq$  25,0cm e 0,482 para classes de DAP  $\leq$  23,0cm. Os fatores de forma obtidos neste estudo servem para uma

comparação preliminar do efeito do espaçamento sobre a produção individual. A priori o maior fator de forma obtido para os espaçamentos 3x4 e 4x4m indica que as árvores possuem forma mais cilíndrica quando comparadas com as árvores dos espaçamentos 3x2 e 3x3m, os quais, por esta razão, podem ser inicialmente recomendados.

Souza e Jesus (1991) estudaram a eficiência do fator de forma e equações de volume, na estimativa de volume do fuste de *Cariniana legalis* (Mart.) O. Ktze, *Cordia trichotoma* Vell, *Bowdichia virgilioides* HBK. e *Joannesia princeps* Vell, ocorrentes na reserva Florestal da Cia Vale do Rio Doce, em Linhares, Estado do Espírito Santo, e encontraram que as estimativas volumétricas propiciadas pelos dois métodos não diferiram estatisticamente ao nível de 5% de probabilidade de acerto. Com relação ao fator de forma por espécie, concluíram que eles diferem de espécie para espécie e, a 5% de probabilidade, as espécies *Cordia trichotoma* Vell e *Cariniana legalis* (Mart.), possuem iguais fatores de forma, sendo estes, entretanto, diferentes para as espécies *Bowdichia virgilioides* HBK. e *Joannesia princeps* Vell, que são iguais entre si.

Moura (1994), estudando a forma do fuste e comparando métodos de estimativa de volume de espécies florestais da Amazônia Brasileira, chegou aos seguintes resultados: para todas as espécies estudadas, as estimativas do volume obtidos pelo uso do fator de forma absoluto por classe diamétrica mostraram-se como as melhores, comparadas com os outros métodos estudados. O uso do fator de forma absoluto médio da espécie favorece uma estimativa volumétrica com menos precisão, tanto para mais como para menos, se comparado com o fator de forma absoluto por classe diamétrica. Em média, o fator de forma apresentou uma variação entre 0,62 a 0,79 para as espécies estudadas e, considerando o total de árvores cubadas, o fator de forma absoluto médio foi de 0,75.

### **2.2.1.2 Fator de Forma Natural ou de Hohenadl ( $f_{0,1}$ )**

A inconveniência do fator de forma absoluto ( $f_{1,3}$ ) foi superada com o fator de forma de Hohenadl ( $f_{0,1}$ ) que, todavia, requer medições de diâmetros ao longo do tronco em alturas relativas, o que dificulta o seu emprego (Campos *et al.*, 1993). Este fator de forma foi conceituado e introduzido por Hohenadl em 1924.

Prodan (1964), citado por Moura (1994), observou que Hohenadl conseguiu expressar, no fator de forma natural, a série de medidas relativas tomadas ao longo do tronco por um único valor ou fator.

O fator de forma natural é aquele em que o diâmetro de referência é locado a uma altura relativa, sendo este mensurado a 1/10 ou eventualmente 1/20 da altura total da árvore, conceito este introduzido por Hohenadl.

O fator de forma natural é obtido pela razão entre o volume real e o volume cilíndrico, sendo que a base do cilindro é fornecida pelo diâmetro tomado a 1/10 da altura total da árvore ( $d_{0,1}$ ).

$$f_{0,1} = \frac{V}{g_{0,1} * h}$$

Onde:

$f_{0,1}$ = fator de forma de Hohenadl ou Natural,

$V$ = volume real do tronco,

$g_{0,1}$ = área da seção transversal do tronco tomada a 1/10 da altura total da árvore,

$h$ = altura total da árvore,

Segundo Moura (1994), na prática, o fator de forma natural é calculado normalmente aplicando-se a fórmula de volume de Huber a dados decorrentes de uma série de medições, tomadas em alturas relativas fixas, segundo a seguinte fórmula final:

$$f_{0,1} = 0,2 * \left[ 1 + \left( \frac{d_{0,3}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left( \frac{d_{0,5}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left( \frac{d_{0,7}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left( \frac{d_{0,9}}{d_{0,1}} \right)^2 \right]$$

Onde:

$f_{0,1}$  = fator de forma natural ou de Hohenadl,

$d_i$  = diâmetro do fuste medido na altura correspondente à fração “i” da altura total ( $0,1 \leq i \leq 0,9$ ).

Através deste fator de forma, árvores de diferentes alturas, mas que apresentam formas similares poderão ser comparadas, pois os diâmetros das séries são medidos a uma mesma distância relativa vinculada a um diâmetro situado à mesma altura relativa (Friedl, 1989).

Segundo Machado *et al.* (1991), o fator de forma natural ou de Hohenadl é consideravelmente uma quantidade mais eficiente e real para descrever a forma do fuste de árvores. Além disso, diâmetros mensurados em posições relativas são mais altamente correlacionados com o volume, comparado com o DAP. Esses mesmos autores prescreveram que o DAP é uma informação pobre sobre a árvore, tendo em vista que ele está quase sempre a uma altura afetada por sapopemas, ou situado na região em que a árvore ainda tem forma de neilóide. Como a maior parte da árvore tem forma do sólido parabólico, a medida do DAP, numa região de forma neiloidal, traz problemas, notadamente para cálculos de fatores de forma e de quocientes de forma.

Apenas para ilustração, sabe-se que:

$$\text{volume do parabolóide}, \dots \dots \dots V_p = \frac{\pi}{4} d^2 * \frac{h}{2},$$

$$\text{volume do cilindro}, \dots \dots \dots V_{cil} = \frac{\pi}{4} d^2 * h,$$

volume do cone,..... $V_{cone} = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{4} * d^2 * h \right),$

volume do neiloide,..... $V_n = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{4} * d^2 * h \right),$

fator de forma do parabolóide,..... $F_p = \frac{\frac{\pi d^2}{4} * \frac{h}{2}}{\frac{\pi d^2}{4} * h} = 0,50,$

fator de forma do corpo cônico,..... $F_c = \frac{\frac{\pi d^2}{4} * \frac{h}{3}}{\frac{\pi d^2}{4} * h} = 0,33,$

fator de forma do neilóide,..... $F_n = \frac{\frac{\pi d^2}{4} * \frac{h}{4}}{\frac{\pi d^2}{4} * h} = 0,25.$

Machado *et al.* (1991), estudando o comportamento do fator de forma em plantações de *Pinus taeda* L., no Estado do Paraná, verificaram que existe uma tendência do fator de forma natural crescer com o aumento das alturas dentro das classes de DAP, enquanto que o fator de forma artificial tende a decrescer. Chegaram à conclusão de que o fator de forma artificial induz a um fator irreal de correção do volume cilíndrico para o volume da árvore, notadamente para árvores jovens e baixas. Já o fator de forma natural traduz com maior fidelidade a real forma da árvore, independente de suas dimensões e sua idade.

Segundo Scolforo (1998), o fator de forma de Hohenadl ( $f_{0,1}$ ) é mais eficiente que o fator de forma artificial ou absoluto ( $f_{1,3}$ ), já que as árvores com diferentes alturas, mas com mesma conicidade apresentam diferentes valores, o que não ocorre com o fator de forma absoluto. Porém o fator de forma artificial

ou absoluto ( $f_{1,3}$ ) é muito mais simples de ser aplicado a nível de campo, haja visto que nas parcelas dos inventários é mais fácil de medir o DAP do que o diâmetro a 10% da altura.

### 2.2.2 Quociente de Forma (Q)

Quociente de forma significa a relação entre diâmetros e também possui a função de corrigir o volume cilíndrico para o volume sólido da árvore. O uso deste vai resultar numa medida menos precisa que o fator de forma, porém, mais fácil de ser obtida, já que não é necessário abater as árvores. Por isso, os quocientes de forma têm sido mais usados como uma terceira variável, independente no desenvolvimento de equações de volume, por ser mais fácil de ser obtido do que o fator de forma. Os quocientes de forma são bons indicadores da forma das árvores servindo, ainda como variáveis independentes, no ajuste de equações para estimar o afilamento (Loetsch *et al.* 1975).

Segundo Anuchin (1960), geralmente os quocientes de forma decrescem ligeiramente com o crescimento dos diâmetros dos troncos.

#### 2.2.2.1- Quociente de Forma de Schiffel (Q<sub>s</sub>)

Schiffel (1899), citado por Scolforo (1998), foi quem definiu o primeiro dos quocientes de forma conhecidos, o qual consiste na razão entre o diâmetro tomado na metade da altura da árvore e o diâmetro à altura do peito (DAP), ou seja;

$$Q_s = \frac{d(0,5h)}{DAP}$$

Onde:

$Q_s$ = quociente de forma de Schiffel

$d(0.5h)$ = diâmetro medido na metade da altura total do fuste

DAP= diâmetro à altura do peito

Prodan (1965) denominou o quociente de forma, na metade do tronco, como quociente de forma não verdadeiro.

Este quociente acarreta certos inconvenientes para árvores de pequenas alturas. Por exemplo, árvores com 2,6 metros de altura apresentam  $Q_s=1$  e árvores com alturas inferiores a 2,6 metros apresentam  $Q_s>1$ .

#### 2.2.2.2 Quociente de Forma de Johnson ( $Q_j$ )

No intuito de eliminar esse inconveniente, Johnson (1910), desenvolveu um quociente de forma, que é uma adaptação do quociente de Schiffel, no qual a razão entre os diâmetros é obtida pela divisão do diâmetro na posição equivalente à metade da altura da árvore mais 1,30 metros pelo DAP, conforme a razão apresentada a seguir:

$$Q_j = \frac{D \left[ \frac{1}{2} (H + 1.3) \right]}{\text{DAP}}$$

Este é o quociente de forma absoluto.

Onde:

$Q_j$ = quociente de forma de Johnson

$d \left[ \frac{1}{2} (H + 1,3) \right]$ = diâmetro medido na metade da altura da árvore

mais 1,3 metros

### **2.2.2.3 Quociente de Forma de Girard ( $Q_g$ )**

Girard desenvolveu, em 1933, um quociente de forma que é obtido pela razão entre o diâmetro medido a 5,2 metros de altura e o DAP, cuja expressão é dada por:

$$Q_g = \frac{d_{5,2}}{\text{DAP}}$$

Onde:

$Q_g$  = quociente de Girard

$d_{5,2}$  = diâmetro medido a 5,2 metros de altura da árvore

Este quociente de forma foi desenvolvido para ser usado como variável independente na confecção de tabelas de volume. O emprego prático desse quociente de forma implica na sua expressão percentual, conhecida como sendo a classe de forma de Girard. A origem desse quociente de forma é que o comprimento da primeira tora de árvores abatidas no Oeste dos Estados Unidos tinha comprimento padrão de 17 pés (5,2 m) e, portanto, facilitava a medição de diâmetros a essa posição após o abate e traçamento de toras.

### **2.2.2.4 Quociente de Forma de Hohenadl ( $Q_h$ )**

Os três quocientes de forma apresentados anteriormente são denominados de quocientes de forma artificiais. Os quocientes de forma denominados de verdadeiros ou naturais foram apresentados por Hohenadl, em 1936, sendo definidos como as razões entre os diâmetros mensurados a 10, 30, 50, 70 e 90 porcento da altura total e o diâmetro de Hohenadl, medido a 10 % da altura total.

Esses quocientes são expressos pela relação:

$$Q_i = \frac{d_{0,i}h}{d_{0,1h}}$$

Onde:

$Q_i$ = quociente de Hohenadl

$d_{0,i}h$ = diâmetros medidos a 10, 30, 50, 70 e 90 % da altura da árvore,

$d_{0,1h}$ = diâmetro medido a 10 % da altura da árvore

Assim por exemplo:

$$Q_{0,1} = \frac{d_{0,1h}}{d_{0,1h}} = 1; Q_{0,3} = \frac{d_{0,3h}}{d_{0,1h}}; Q_{0,5} = \frac{d_{0,5h}}{d_{0,1h}}; Q_{0,7} = \frac{d_{0,7h}}{d_{0,1h}}; Q_{0,9} = \frac{d_{0,9h}}{d_{0,1h}};$$

Obtendo-se, assim, uma série relativa de quocientes de forma.

Tais quocientes apresentam a grande vantagem de serem comparáveis mesmo entre árvores de diferentes dimensões. A desvantagem prática que apresentam é a necessidade de se conhecer previamente a altura total das árvores, assim como a medição dos diâmetros a diferentes alturas.

Assmann (1970) verificou que as mudanças na forma do tronco de Abeto, com o aumento da idade e altura, são devido principalmente ao aumento da base da árvore. A pressão estática nas seções transversais do tronco perto do solo, que cresce com o aumento da altura da árvore, resulta em um engrossamento contínuo da base do tronco, com o qual o ponto de inflexão da curva do tronco perto do solo não é captado pela série de quocientes naturais desenvolvida por Hohenadl, tornando-se necessária a tomada de medidas adicionais, como a 0,025h e 0,125h, ou seja, a 2,5% e 12,5% e da altura total a partir do solo.

### **2.2.3 Funções de Afilamento**

O afilamento é o decréscimo do diâmetro de um fuste da base para o topo, ou seja, é o despontamento ou adelgaçamento do fuste e como tal pode ser expresso por uma função matemática que descreve a tendência dessa variação (Husch *et al.*, 1982; Borges, 1981).

As funções de afilamento, também denominadas de funções de forma ou funções do perfil do tronco, são modelos matemáticos que servem para ajustar a linha externa de um fuste de árvore (perfil do fuste) em toda sua extensão ou apenas para um seguimento. Em outras palavras, função de afilamento é uma descrição matemática do perfil longitudinal de um fuste.

Lima (1986), citado por Assis (1998), define “taper” como a taxa de decréscimo em diâmetro exibida ao longo dos troncos das árvores, sendo, portanto, a principal causa da variação da forma e do volume das mesmas.

São funções consideradas dinâmicas porque servem para estimar o diâmetro ( $d_i$ ) de uma dada altura ( $h_i$ ) e altura a qualquer diâmetro especificado, como também para fazer sortimento e estudar a evolução da forma da árvore ao longo de sua vida (Kozak *et al.*, 1969; Machado, 1998<sup>\*</sup>).

Sua utilidade caracteriza-se por apresentar uma enorme flexibilidade porque ela nos permite estimar: a altura até qualquer diâmetro especificado; o diâmetro a qualquer altura; o volume total ou parcial da árvore com e sem casca, ou seja, estimar o volume em qualquer segmento ao longo da árvore (sortimento) pela integração da função; serve para estudar a evolução da forma de árvores ao longo de sua vida, especialmente quando se tem dados de análise de tronco; (Machado, 1998<sup>\*</sup>).

---

<sup>\*</sup>Machado, S.A., Comunicação pessoal. 1998.(Departamento de Ciências Florestais, Lavras, MG. Brasil).

Já há algum tempo, vários pesquisadores florestais, no intuito de aprimorar seus conhecimentos de forma mais acurada, se interessaram por este tema, devido a sua importância na quantificação do volume total do fuste, como dos diversos usos (sortimento) de uma mesma árvore (Machado, 1997).

De acordo com Fischer (1997), a equação de afilamento ou “taper”, dentre as alternativas existentes para retratar a forma de árvore, é a mais divulgada.

Uma função de afilamento ou “taper” é uma maneira de descrever matematicamente o perfil longitudinal de um tronco. No entanto, a seção transversal, em qualquer ponto ao longo do tronco, é considerada circular e seu volume pode ser obtido por integração da função. Assim, em termos geométricos, o tronco é tratado como um sólido de revolução. Uma vez definido um modelo matemático para forma, pode-se determinar o volume de madeira entre quaisquer pontos ao longo do tronco. (Ahrens e Holbert, 1981; Ahrens, 1982; citados por Fischer, 1997 e Assis, 1998).

Segundo Kozak *et al.*(1969), citados por Friedl (1989), as funções de forma, adequadamente ajustadas, permitem resolver os três problemas seguintes do inventário florestal: estimar o diâmetro do fuste a uma altura dada, estimar a altura na qual se produz um diâmetro determinado e calcular os volumes totais e parciais, pela integração da função.

De acordo com Friedl (1989), as funções de forma ou de conicidade são funções matemático-estatísticas que definem e descrevem o perfil vertical do fuste de uma árvore ou amostra delas. Como quaisquer funções matemáticas ou estatísticas, podem ser definidas de três maneiras diferentes: por uma equação, por uma tabela e por uma curva (gráfico).

Conforme Jorge (1982), uma das possibilidades de que se dispõe para expressar a forma média do tronco de uma espécie florestal é através da construção ou ajuste de uma curva modelo do tronco com o perfil característico

da espécie em questão. Tomando-se então medições de diâmetros em pontos sucessivos ao longo do tronco das árvores, pode-se tentar ajustar modelos matemáticos que fornecem um bom retrato da forma do tronco. O propósito final é sempre obter uma ou mais equações que descrevam o perfil do tronco, da espécie ou das espécies em estudo, para que se possa usá-las na estimativa do volume.

Demaerschalk (1973) sugere que seja criado um sistema para forma e volume que possibilite estimar:

- O volume total por árvore com e sem casca;
- O volume comercial para vários critérios de utilização;
- O volume para qualquer porção definida do tronco;
- A altura para um determinado diâmetro;
- O diâmetro para uma determinada altura.

O mesmo autor afirma que o sistema ideal deve ser simples, preciso e suficientemente flexível para permitir as estimativas de forma e volume de uma árvore baseando-se somente no seu diâmetro à altura do peito (DAP) e altura total (h).

Ahrens (1982), analisando a conceituação e a utilidade das funções de forma, enfatiza que a crescente valorização da madeira e a integração vertical dos processos de produção das indústrias florestais induzem à adoção de procedimentos que envolvam a estimativa do volume da matéria-prima em função da diversificação de seu uso (citado por Rosot, 1989).

Hosokawa (1980) afirmou que a simulação do traçamento do fuste oferece maior flexibilidade na classificação do povoamento em diversos sortimentos. Ahrens (1982) acrescenta ainda que, através dessa simulação, pode-se testar novas alternativas no que se refere à comercialização, traçamento e corte, visando à otimização no aproveitamento da árvore e por conseguinte, de todo o povoamento florestal.(citados por Rosot, 1989).

Trata-se de uma modalidade um pouco mais complexa que as equações de volume, mas que oferece um leque maior de informações a serem obtidas. Com isso, é possível encontrar, dentre outras informações, qualquer volume desejado total ou comercial, para uma mesma árvore, com ou sem casca (Scolforo, 1998). Nessas estimativas, o grau de precisão normalmente varia dependendo do modelo utilizado e da forma do tronco (Scolforo, 1998; Assis, 1998).

Muitos pesquisadores Europeus estudaram a possibilidade de retratar a forma do fuste de árvores através de uma fórmula matemática. Porém, todos os trabalhos antecedentes ao de Höjer tentavam usar a equação de algum sólido de revolução conhecido, tais como: parabolóide, neilóide, cone ou alguma forma intermediária para explicar o perfil de árvores. As dificuldades encontradas eram devido ao fato de que a porção do fuste, dentro da copa principalmente, conformava-se a diferentes corpos sólidos de revolução, enquanto que a parte abaixo da copa, embora mais homogênea, pode também apresentar corpos sólidos diferentes, especialmente na base do tronco (Machado, 1997<sup>\*</sup>).

A primeira tentativa no sentido de expressar a forma média do tronco através de equação matemática conhecida foi desenvolvida por Höjer, em 1903, em árvores de *Picea abies* (L.) Karst. Ele conduziu o estudo da forma da árvore de maneira analítica e, pelo uso do cálculo integral, desenvolveu sua equação para ajustar dados reais de medição ao longo do fuste (Rosot, 1989; Moura, 1994; Machado, 1998<sup>\*</sup>).

---

<sup>\*</sup>Machado, S.A., Comunicação pessoal. 1998.(Departamento de Ciências Florestais, Lavras, MG. Brasil).

Seguindo a idéia de Höjer (1903), vários pesquisadores também desenvolveram funções de afilamento, podendo-se mencionar os trabalhos de Johnson (1911), Behre (1923), L. Tirén (1922), W. Hohenadl (1924), H. Pettersson (1926), C. E. Behre (1927); I. Heijbel (1928), H. E. Wolff V. Wulting (1930, 1933); V. Edgren e P. Nylander (1949), Prodán (1965), Kozak, Munro, Smith (1969), (Loetsch, Zöher, Haller, 1973; citados por Fischer, 1997).

No Brasil, como na América Latina em geral, ainda há poucos estudos, destacando-se, entre eles, Ahrens, Holbert (1981); Kirchner *et al.* (1989); Rosot (1989); Friedl (1989); Guimarães, Leite (1992); Finger et al. (1995); Leite, Guimarães, Campos (1995); Figueiredo Filho, Borders, Hitch (1996); Fischer (1997); Rios (1997); Assis (1998), Scolforo *et al.* (1998) entre outros. Na sequência, são apresentados alguns destes trabalhos pioneiros na sua forma de aplicação.

Höjer expressou a forma média através da seguinte equação matemática:

$$Y_i = \beta_0 \log \left[ \frac{(\beta_1 + \chi_i)}{\beta_2} \right]$$

Onde:

$$Y_i = \frac{d_i}{d_{1,3}}$$

$d_i$ = diâmetro na altura  $h_i$

$d_{1,3}$ = DAP

$$X_i = \text{altura relativa}, \left[ \frac{(h - h_i)}{(h - 1,3)} \right]$$

$h$ = altura total

$\beta_i$ = constantes

Johnson (1910), com a mesma fórmula desenvolvida por Höjer, adicionando a esta apenas uma constante biológica, a fim de evitar uma diminuição acentuada do diâmetro na parte superior, a apresentou com a seguinte configuração;

$$Y_i = \beta_0 \log \left[ \frac{(\beta_1 + \chi_i - 2,5)}{\beta_2} \right]$$

Onde:

$$Y_i = \frac{d_i}{d_{1,3}}$$

$d_i$ = diâmetro do fuste medido a diversas alturas  $h_i$

$d_{1,3}$ = DAP

2,5= constante biológica

$$X_i = \text{altura relativa, } \left[ \frac{(h - h_i)}{(h - 1,3)} \right]$$

$h$ = altura total

$\beta_i$ = constantes

De acordo com Jonhson, melhores resultados foram alcançados na época com esse modelo do que com o modelo de Höjer.

Behre (1923), através de métodos de análise gráfica, desenvolveu o modelo que se assemelha à equação da hipérbole e obteve melhores resultados do que os obtidos com o modelo de Höjer para *Pinus amarelo* (Ahrens *et al.* 1981).

A expressão proposta por Behre tem a seguinte forma:

$$\frac{d}{D} = \frac{\chi_i}{\beta_0 + \beta_1 \chi_i}$$

Onde:

$$D = DAP$$

$d =$  diâmetro à distância  $h_i$  do topo

$X_i =$  distância do topo para a base, expressa como uma porcentagem da altura total considerada do DAP para cima

$\beta_i =$  constantes

Em 1949, Matte, estudando a forma do fuste de *Pinus taeda* L., testou diversos modelos, dentre os quais uma expressão polinomial para expressar a forma da árvore (Moura, 1994).

$$Y_i = \beta_1 X_i^2 + \beta_2 X_i^3 + \beta_3 X_i^4$$

Onde:

$$Y_i = \frac{d_i}{d_{1,3}}$$

$d_i =$  diâmetro do fuste medido a diversas alturas  $h_i$

$d_{1,3} =$  DAP

$$X_i = \text{altura relativa, } \left[ \frac{(h - h_i)}{(h - 1,3)} \right]$$

$h =$  altura total

$\beta_i =$  constantes

Gray (1956) apresentou uma resolução bastante simples e de fácil aplicação, onde o afilamento do fuste ou a redução da área transversal está em função da altura (Moura, 1994).

$$d_i = \beta_0 (h - h_i)^{1/2}$$

Onde:

$d_i =$  diâmetro do fuste medido à diversas alturas  $h_i$

$h$ = altura total

$\beta_i$ = constantes

Estes são alguns dos trabalhos inéditos, realizados a partir do início deste século, graças aos pesquisadores florestais da área de biometria e mensuração, que procuraram desenvolver técnicas, buscando uma solução prática que permitia resolver algumas necessidades peculiares dos povoamentos florestais.

Várias alterações foram feitas nestas equações e inúmeras outras funções matemáticas de ajustes simples e até mais complexos têm sido testados para retratar a forma do tronco inteiro de árvores de várias espécies ou regiões, levando-se em consideração os princípios fundamentais de crescimento e que o tronco principal deva assemelhar-se com certos sólidos de revolução (Liu, 1980) citado por Figueiredo Filho, (1991).

#### **2.2.3.1 Razão de Volume**

As razões de volume são modelos de forma compatíveis com equações de volume, ou seja, integrando-se a equação de volume, obtém-se a função de forma. Desta maneira, a exatidão das estimativas volumétricas obtidas da equação de afilamento dependem do grau de exatidão proporcionado pela equação de volume (Fischer, 1997).

De acordo com Fischer (1997), foi na década de 70 e 80 que foram desenvolvidos os modelos de afilamento baseados em razões de volume, como os de Demaerschalk (1972), Cao *et al.*(1980), Clutter (1980), Amateis e Burkhart (1987), dentre outros.

Segundo Rios (1997), diversos outros pesquisadores também usaram esta metodologia, podendo-se citar, dentre outros: Honner (1967), Goulding e

Murray (1976), Burkhart (1977), Gordon (1983), Bailey (1994), Broad e Wak (1995).

Conforme Rios (1997), existem lacunas de informações sobre como estes modelos se comportariam em relação às condições de crescimento de espécies no Brasil, pois as condições em que foram testadas, em sua maioria, se diferenciam da realidade desse País. Trabalhos como o de Mctague, Batista e Steiner (1989), Campos e Ribeiro (1982) e Figueiredo Filho *et al.*(1993) são significativos para um melhor posicionamento das vantagens e limitações destes modelos, em termos de estimativa de volume e descrição do perfil da árvore.

Modelos de razão de volume são precisos quando apenas um diâmetro mínimo é definido por árvore, mas quando mais de um diâmetro mínimo é requerido, não geram uma boa estimativa de volume devido à exigência do ajuste de uma equação para cada diâmetro mínimo, conforme Leite *et al.*,(1995), citados por (Rios, 1997; Fischer, 1997 e Assis, 1998).

Demaerschalk (1972), citado por Fischer (1997), considera que estimativas compatíveis de volume são obtidas ao se converter uma equação de volume numa função que represente o perfil do fuste. Numa série de trabalhos, Demaerschalk (1972, 1973) e Munro e Demaerschalk (1974) citados por Friedl (1989), introduziram as equações de forma compatíveis, as quais, quando integradas, fornecem, para determinada árvore, um volume total igual ao estimado por uma equação de volume total existente.

As propriedades de uma função de forma compatível são ideais para o seu uso em procedimentos de otimização de corte de toras ou no cálculo de proporções de volume em várias categorias de utilização, como as requeridas no inventário florestal, segundo Goulding e Murray (1976). Segundo estes mesmos autores, as equações desenvolvidas por Demaerschalk foram não-lineares e têm várias propriedades desejáveis, as quais podem ser vistas em Friedl (1989). Os

erros padrões das estimativas dos diâmetros ao longo do fustes são pequenos e tão bons, senão melhores, do que aqueles obtidos com outras funções não compatíveis, as quais não apresentam tais propriedades.

Para Demaerschalk (1973), a maior vantagem dos sistemas compatíveis é a obtenção de resultados consistentes. O autor acrescentou que a precisão dos modelos de afilamento é função da precisão da equação de volume da qual o modelo foi derivado. Apesar disso, uma função que seja melhor para estimar “taper” não é necessariamente melhor para estimar volume, conforme citado por (Lima, 1986; Fischer, 1997).

Demaerschalk (1973), citado por Assis (1998), definiu a compatibilidade de um sistema forma-volume quando o volume total obtido pela integração da função é semelhante ao volume obtido pela equação de volume ou então quando a soma dos volumes parciais das (n) seções obtidos pela função de forma correspondem ao volume estimado pela equação de volume.

Segundo Munro e Demaerschalk (1974), há várias maneiras de se obter um sistema compatível de forma e volume, porém dois são mais importantes, sendo o primeiro denominado de sistema baseado na forma e o outro, baseado no volume. No sistema com base na forma, o primeiro passo é ajustar uma função de afilamento e, através desta, obter a estimativa do volume. Assim, este sistema é constituído basicamente por uma função de forma. Para o sistema baseado no volume, é necessário o ajuste da equação de volume e posterior substituição de seus coeficientes na função de afilamento compatível com a equação volumétrica. Este procedimento possui a premissa de que a estimativa do volume total pela integração da função de afilamento deve ser igual à estimativa proporcionada pela equação de volume.

Segundo Fischer (1997), existem vários estudos utilizando razão de volume para estimar o perfil e o volume comercial de árvores, como os trabalhos de Munro e Demaerschalk (1974), Demaerschalk (1972), Cao, Burkhart, Max

(1980), Clutter (1980), Amateis e Burkhart (1987), Bailey (1994), Broad e Wake (1995), dentre outros.

Campos e Ribeiro (1982) ajustaram a equação de afilamento de Kozak (1968) e a de Demaerschalk (1972) para estimar os sortimentos de *Pinus patula*. Os resultados, indicaram que o modelo de Demaerschalk (1972) propiciou estimativas dos sortimentos mais próximas do real, além de uma estimativa precisa do perfil do fuste, excetuando-se na porção inferior do tronco. (citado por Fischer, 1997).

Clutter (1980), citado por (Scolforo 1993 e Acerbi Jr. 1995), utilizou uma equação de volume, pressupondo que qualquer equação de volume comercial de topo variável, define implicitamente, uma associada função de forma. Este caminho é inverso ao tradicionalmente trilhado para obter as funções de forma.

Clutter (1980), citado por Rios (1997), utilizando o mesmo princípio de Demaerschalk (1972), desenvolveu uma nova função de forma, apresentando uma equação de forma compatível com uma equação de volume comercial, admitindo que o termo compatibilidade usado por Demaerschalk, significa que a integração de uma função de forma nos limites zero e altura total da árvore produzirá uma equação de volume.

Amateis e Burkhart (1987) apresentaram dois modelos para estimar volume total e comercial. Um em função da altura total e comercial e outro em função do diâmetro à altura do peito e comercial. Os modelos podem ser usados para derivar indiretamente duas funções implícitas de forma de tronco que propiciam estimativas do diâmetro a qualquer altura e vice-versa. As vantagens desses modelos é que a mesma equação pode ser utilizada para determinar o volume disponível para qualquer diâmetro superior desejado, citados por (Acerbi Jr., 1995; Fischer, 1997).

Figueiredo Filho *et al* (1993) utilizaram a metodologia desenvolvida por Demaerschalk (1973), que é um sistema compatível volume-forma a partir da equação de volume de Spurr e da equação de volume de Schumacher para *Pinus elliottii*. Os resultados mostraram-se eficientes e compatíveis para as estimativas dos sortimentos e do perfil do fuste das árvores.

Bailey (1994), citado por Fischer (1997), examinou o modelo de Schumacher e Hall (1933) e derivou equações de afilamento para *Pinus elliottii*, tendo observado resultados eficientes na estimativa dos volumes e diâmetros na parte superior do tronco, quando comparou-o com o trabalho de McTague e Bailey (1987).

Leite *et al.* (1995), citados por Fischer (1997), estudando a forma do fuste de *Pinus oocarpa*, desenvolveram um modelo volumétrico a partir da transformação do modelo de Schumacher e Hall (1933), gerando um modelo único para estimar o volume total e comercial, com e sem casca, mantendo a propriedade de compatibilidade entre o volume total e as demais partes componentes do mesmo. O resultado deste modelo único foi comparado com o obtido pela razão de volume desenvolvida por Honner (1967), citado por eles, concluindo que o modelo estima com precisão os volumes totais e comerciais para diferentes diâmetros comerciais, de maneira simples e compatível.

Lima (1986), citado por Assis (1998), avaliou a eficiência dos modelos propostos por Biging (1984), Demaerschalk (1973), Kozak *et al.* (1969) e Ormerod (1973), em árvores de *Pinus elliottii*. Os modelos foram avaliados quanto à estimativa de volume total e comercial e de diâmetros e alturas comerciais. Concluíram que o modelo mais preciso foi de Kozak *et al.* e o menos preciso foi o de Ormerod. O modelo de Demaerschalk mostrou-se satisfatório para estimar todas as variáveis, exceto o volume total. Para esta variável, o modelo de Biging mostrou-se mais adequado.

Silva *et al.*(1996) testaram e compararam três alternativas para estimar volume total e comercial para um mesmo conjunto de dados provenientes de plantações de *Eucalyptus grandis*: um modelo de razão de volume (Amateis & Burkhart 1987); um modelo de “taper”( Kozak *et al.*, 1968); um modelo de volume total ( Schumacher & Hall, 1933) e o modelo para estimar múltiplos volumes ( Leite *et al.*, 1995 modificado). Concluíram que todos os modelos observados foram igualmente precisos na estimativa dos volumes totais e comerciais e que as estimativas de volumes comerciais pelos três métodos apresentaram maior semelhança nas classes diamétricas intermediárias.

### **2.2.3.2 Polinômios Não Segmentados**

Os modelos polinomiais, freqüentemente utilizados no meio florestal, caracterizam-se por um ajuste de regressão que relaciona vários diâmetros tomados ao longo do tronco e respectivas alturas, com o DAP e altura total das árvores. Dentre eles, destacam-se o polinômio do quinto grau e o modelo espelhado na função parabólica de Kozak, Munro e Smith (1960).

Embora amplamente usado para descrever a forma do fuste, os modelos polinomiais não explicam de maneira acurada as deformações existentes na base do tronco de determinadas espécies de árvores. Essa deficiência foi atribuída ao fato de haver mais irregularidade e sinuosidade nesta região do tronco do que nas porções superiores ( Fischer, 1997; Assis, 1998).

Hradetzky, em um trabalho minucioso, pesquisando sobre as potências mais apropriadas para descrever a forma do fuste de árvores, apontou como sugestão a construção do modelo pelo método “Stepwise”, para expoentes variando de 0,005 a 25. Assim, uma boa representação do tronco através de polinômios exige uma combinação apropriada de potências e que as mesmas

sejam submetidas ao processo de seleção da regressão “passo a passo”, (Citado por Rosot, 1989).

Rosot (1989) utilizou da sugestão recomendada por Hradetzky, ou seja, o processo “stepwise”, para construir modelos por classe de diâmetro. De acordo com Hradetzky, verificou também que os modelos construídos pelo processo “stepwise” foram sempre mais precisos que os polinômios de quinto grau. Esta autora observou, ainda, uma grande variação dos modelos nas diferentes classes diamétricas, o que a levou a sugerir o ajuste por classes de diâmetro.

Penman (1988), citado por Rios (1997), que também utilizou o modelo polinomial, somente conseguiu explicar as variações na base da árvore quando foi adotada uma potência elevada no modelo  $(h/H)^{90}$ . Para representar bem o perfil do tronco através dos polinômios, é necessário que haja uma combinação apropriada de potências e que estas sejam submetidas ao processo de seleção da regressão “passo a passo” (stepwise).

Segundo Ângelo *et al.* (1997), no Brasil, o uso de modelo polinomiais para descrever o perfil dos troncos de árvores foi recomendado por Hosokawa (1986), pela sua simplicidade e pelo fato de se tratar de um caso da análise de regressão múltipla.

Borges (1982) desenvolveu uma metodologia para estimar o volume de toras para serraria e o volume de madeira serrada para *Pinus taeda*, com base em funções de forma, utilizando o polinômio do quinto grau. Os dados foram agrupados em classes de fator de forma natural, ajustando-se uma função para cada classe em vez de se definir uma única função de forma. O objetivo deste foi de aumentar a precisão das estimativas do diâmetro ao longo do fuste e do cálculo do volume individual por integração.

Silva (1982) ressaltou que a maioria dos esforços para definir a forma do tronco das árvores procuram demonstrar como obter diâmetros a partir das alturas relativas. Estudando a eficiência das funções de forma para povoamentos

de *Pinus taeda*, *Picea excelsa*, *Abies alba* e *Pinus silvestris*, obteve resultados precisos com o modelo  $(d_i/D)^2 = a_0 + a_1(h_i/H) + (h_i/H)^2$ , exceto para *Pinus taeda*, onde foi melhor ajustado pelo modelo  $\ln(h_i - 1,3)/(H - 1,3) = b_1 \ln(D - d_i)/D + b_2[\ln(D - d_i)/D]^2$ .

Gordon (1983), trabalhando com *Larix decidua* e *Pinus radiata*, propôs a utilização do seguinte modelo para estimar diâmetros a qualquer altura:

$d^2 = V/K^*H(b_1 Z + b_2 Z^2 + b_3 Z^3 + b_4 Z^4 + b_5 Z^5 + b_6 Z^6)$ . Na verdade, este é o polinômio de quinto grau proposto por Goulding e Murray (1976), apenas acrescido do termo de potência mais alta, onde o expoente (P) assume valores inteiros de 8 a 40. Quando comparou-se este modelo com o polinômio de quinto grau original, pôde-se concluir que o segundo fornecia melhores estimativas tanto do diâmetro a uma altura qualquer como dos volumes comerciais e de toras, apesar de uma ligeira tendência na estimativa dos diâmetros que variava com a altura relativa.

Onde:

V = volume total estimado com casca;

K =  $\pi/40000$

Z =  $(H-h)/H$

D = Diâmetro à altura do peito;

$d_i$  = diâmetro mensurado à altura relativa ( $h_i$ );

H = altura total;

$h_i$  = alturas de medição dos  $d_i$ ;

Scheneider (1986), estudando a representação matemática da forma do fuste de *Pinus elliottii*, testou seis modelos, dentre os quais o polinômio do quinto grau, que apresentou as melhores medidas de precisão e estimativas mais precisas, tanto para os sortimentos como para o perfil. Então, este modelo foi ajustado por estrato e classe de diâmetro, com intervalo de 10 cm. Com isso, observou-se um aumento na precisão desta equação, citado por Fischer (1997).

Gál e Bella (1994) estudaram o desempenho das funções de afilamento, propostas por Kozak *et al.*(1977), Kozak (1988) e Hilt (1980); para estimativa de sortimentos de oito espécies de árvores. Como resultados, observaram que a equação de afilamento mais eficiente foi a de Kozak (1988), através da análise do erro padrão médio e do desvio dos volumes estimados.

Schneider *et al.*(1996) testaram seis modelos polinomiais, nos quais os diâmetros relativos ( $d_i/D$ ) foram a variável dependente e as variáveis independentes foram as alturas relativas ( $h_i/H$ ), elevadas a diversas potências inteiros. Concluíram que o polinômio do quinto grau foi o modelo que apresentou os melhores parâmetros estatísticos e propiciou as melhores estimativas dos sortimentos de *Eucalyptus grandis*.

Rios (1997) ressaltou que apesar destes trabalhos, é necessário verificar qual é a relação destes coeficientes com a forma da árvore, para espécies com outras características de desenvolvimento, crescendo em locais com outras condições de sítio, constatando se existe uma tendência das potências por classes de diâmetro se manterem em outras condições, ou mudarem.

Existem vários trabalhos utilizando as funções de afilamento para expressar o perfil do fuste e estimar os volumes de muitas espécies de árvores. Neste contexto, pode-se citar uma série de estudos que contemplam a comparação entre muitos modelos de afilamento, relacionados com várias espécies, nas mais diversas condições possível.

Pode-se citar, dentre outros, os trabalhos de Thomas, Parresol e Lê (1995); Trincado, Gordon e Tewari (1996); Mcague, Batista e Steiner (1989); Matney (1992); Finger *et al.*(1995); Kahler (1993) e Guimarães e Leite (1992). Nestes estudos, o que se pode notar é que não existe um modelo genérico, ou seja, aquele modelo que consegue descrever o perfil do fuste ou estimar os volumes de várias espécies. O que se verifica é uma leve tendência de alguns modelos sobressaírem em relação a outros, para determinada espécies, haja visto

o padrão de comportamento e desenvolvimento de cada espécie e as condições de crescimento entre outros fatores anteriormente citados.

### **2.2.3.3 - Modelos Polinomiais Segmentados**

As bases teóricas dessa técnica foram amplamente discutidas por Gallant (1975) e Gallant e Fuller (1975). Após aplicarem essa técnica em árvores de *Pinus taeda* L., concluíram que, devido à flexibilidade dos polinômios segmentados, pode-se obter resultados superiores àqueles obtidos com o uso de modelos quadráticos simples.

Conforme Max e Burkhart (1976), o fuste de árvores normalmente divide-se em três seções, cada uma assumindo formas geométricas definidas. Assim sendo, recomendaram o emprego de três modelos de funções para expressar o afilamento do tronco. Esses três modelos podem ser reunidos em um único, o qual pode ser analisado pelas técnicas de regressão.

A aplicação da regressão segmentada foi apresentada, no meio florestal, como uma alternativa de modelagem do fuste de árvores, por Max e Burkhart, na década de 70. Eles geraram a curva de cada segmento através dos mínimos quadrados e concluíram que os pontos de cada ligação entre os segmentos são necessariamente harmonizados, ou seja, sem ruptura.

Conforme Kirchner *et al.*(1989), a utilização da técnica de regressão segmentada, representando cada parte do tronco por uma função polinomial, surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função matemática capaz de descrever todo o perfil do tronco, uma vez que cada parte do tronco assemelha-se a uma diferente forma geométrica. Assim, utilizando-se a técnica da regressão segmentada, a curva de cada segmento é gerada pelo método dos mínimos quadrados e os pontos de união de cada segmento são necessariamente harmonizados.

Uma demonstração e explicação mais detalhada da teoria deste procedimento pode ser acompanhada nos trabalhos de Clark III, Souter e Schaegele (1991) e de Flewelling e Raynes (1993).

Segundo Rios (1997), caracterizar o perfil por vários polinômios poderá ser uma medida de risco, pois para cada ponto de ligação deverá haver uma equação com um alto grau de precisão, sendo recomendado um estudo prévio da relação entre os diâmetros, nas diferentes posições relativas ao longo do fuste e a variável DAP para as árvores em estudo. Desta forma, estimativas ruins naturalmente implicariam em curvas distorcidas, ocasionando erros até maiores que os intrínsecos da metodologia.

Flewelling e Rynes (1993), citados por Fischer (1997), estudaram a representação matemática do tronco de *Tsuga heterophylla*, dividindo o tronco das árvores em três segmentos. Cada segmento teve uma única equação de afilamento e um ajuste para cada intervalo, com resultados próximos do real.

Maguire e Batista (1996) trabalharam com Douglas-fir com o objetivo de representar o perfil do alburno. Estes autores testaram os seguintes modelos: de Bennett-Swindell (1972), o modelo polinomial segmentado quadrático de Walters-Hann (1986), o modelo de Max e Burkhart (1976), o de expoente variável de Kozak (1988) e o modelo trigonométrico de Thomas e Parresol (1991). Todos os modelos listados apresentaram uma boa "performance", com destaque para o modelo de Kozak (1988).

Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996), num estudo recente, compararam o desempenho de três modelos segmentados com outros dois não segmentados, na estimativa de diâmetros ao longo do fuste e volumes, em *Pinus taeda* L. Os parâmetros estatísticos utilizados evidenciaram a boa "performance" dos modelos segmentados para as estimativas consideradas. Dentro deste procedimento, destacam-se os modelos desenvolvidos por Demaerschalk e Kozak (1972), Parresol, Hotvedt e Cao (1987).

A aproximação numérica é outra maneira de representar o perfil da árvore. O fuste, neste caso, é dividido em subintervalos e cada um destes segmentos é representado por uma função linear, podendo ser quadrática ou cúbica. A aproximação numérica é que faz a união destes polinômios, transformando-os numa função contínua (Rios, 1997).

A aproximação “Spline” é uma interpolação da função em classes de coordenadas que pode ser descrita como uma série de polinômios segmentados cúbicos, ou seja, em vez de se interpolar uma função  $f(x)$  que descreve um intervalo  $(a, b)$  através de um único polinômio, pode-se subdividir  $(a, b)$  em subintervalos  $(a, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_{n-1}, b)$  e aproximar  $f(x)$  por um polinômio diferente, em cada subintervalo. (Liu 1980, citado por Friedl 1989 e Kirchner *et al.* 1989).

Friedl (1989) mencionou que um novo conceito sobre a aplicação deste processo foi desenvolvido por Preussner, citado por Pellico Neto (1982). Esse método constitui em subdividir a curva de forma em quatro partes distintas, sendo cada parte equacionada como uma parábola e sua série diamétrica tomada como função do diâmetro na metade da altura ( $d_{0,5} h$ ). Esse método é muito preciso e mantém esta precisão de mais ou menos 1% ao longo de todo o fuste.

Segundo Ângelo *et al.* (1997), no campo da investigação florestal, a evolução no uso dos polinômios segmentados foi um dos passos para se chegar à utilização das funções interpoladoras “spline”.

Liu (1980) fez a aplicação desta metodologia, em que se utiliza da função “spline” cúbica para estimar o volume de árvores. Obteve resultados acurados, mostrando a viabilidade da utilização desta técnica.

Este mesmo autor afirmou que a mais racional aproximação para expressar o perfil do tronco é produzida pela técnica numérica capaz de assumir várias formas funcionais, dependendo da distribuição dos pontos medidos. E

acrescentou que tal técnica pode ser desenvolvida pelo uso da aproximação spline cúbica, (citado por Acerbi Jr. 1995 e Rios 1997).

Liu (1980), citado por Fischer (1997), enfatizou que os procedimentos numéricos tradicionais na análise de tronco com freqüência falham na estimativa do comportamento do crescimento em altura.

No Brasil, esta técnica foi introduzida através do trabalho realizado por Kirchner *et al.* (1989), que se utilizaram da função spline cúbica para estimativas de volume para diferentes sortimentos ( laminação, serraria e celulose), obtendo estimativas acuradas quando comparadas aos volumes calculados pelo método de Smalian.

Fischer (1997), comentou que os modelos segmentados não têm sido muito usados, no Brasil, para representar o perfil de árvores e estimar os seus volumes totais e comerciais, mas destacou os trabalhos de Kirchner *et al.*(1989), Figueiredo Filho *et al.* (1992) e Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996). Além desses, destacam-se também os trabalhos de Rios (1997) e Ângelo *et al.* (1997), utilizando a função “spline” cúbica para modelar a forma do tronco de árvores.

Saborowski *et al.*(1981), citado por Kirchner *et al.*(1989), utilizaram “spline” cúbica para expressar o perfil de árvores e tentaram reduzir o número de pontos a serem medidos ao longo do tronco, como forma de obter um número mínimo de medições que torne viável a aplicação dessa técnica em árvores em pé.

Smaltschinski (1983) também utilizou “spline” cúbica para expressar a forma do tronco de árvores, estabelecendo que, para ter uma boa representatividade de todo perfil; seriam necessárias medições em seis pontos ao longo do tronco. Escolheu o diâmetro à altura do peito (DAP), o diâmetro à 10% da altura da árvore ( $d_{0,1}h$ ) e a altura total como posições básicas e procedeu testes a fim de identificar as demais posições, realizando várias combinações. A melhor delas foi aquela em que usou as medições a 0,2 h e 0,74 h, com erros

inferiores a 1,5% no volume e 3% na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste.

Pietro Rodrigues e Tolosana Esterban (1991) citados por Rios (1997), obtiveram êxito em suas estimativas, recomendando seu uso para estimar o volume total e comercial para *Pinus pinaster*.

Figueiredo Filho, Borders e Hitch (1996) Lahtinen (1988 e 1993) e Goulding (1979) observaram que o perfil do fuste só é bem representado quando muitos diâmetros ao longo do fuste são considerados, ou seja, o perfil da árvore deverá ser representado por mais de três polinômios. Este pode ser um fator limitante para a difusão e implementação desta metodologia, visto que os subintervalos apresentam uma distância muito pequena, tornando-a pouco operacional na obtenção das estimativas de volume e/ou diâmetros.

Figueiredo Filho *et al.*(1996) pesquisaram o número de pontos ideais ao longo do fuste para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda* L., através de spline cúbica, utilizando várias combinações e números de pontos interpolados. O fuste foi dividido em subintervalos, os quais foram representados por uma função linear cúbica e a união destes polinômios se dá por aproximação numérica, transformando-os numa função contínua. Verificou-se que mais ou menos 10 pontos foram ideais para estimar o perfil do fuste e o volume comercial.

Rios (1997) avaliou o desempenho dos modelos polinomiais, de razões de volume e de função spline cúbica para estimar volumes para três classes diamétricas, até três diâmetros mínimos pré estabelecidos para *Pinus elliottii*. Observou que os modelos polinomiais proporcionaram estimativas mais acuradas na descrição dos perfis das árvores, ficando as razões de volume em segundo lugar e a função spline cúbica em terceiro. Este autor sugere a utilização de vários modelos para estimar os diferentes produtos na árvore, os

quais podem resultar em estimativas mais acuradas do que a aplicação de um único modelo de forma.

Ângelo *et al.* (1997) utilizaram técnicas de análise de componentes principais e função "spline" para definir a forma do tronco de *Pinus tropicais*. Chegaram à conclusão de que tal procedimento produziu estimativas satisfatórias da forma do fuste de *Pinus Tropicais*. Segundo esses autores, a partir da combinação de técnicas de análise de componentes principais e função "spline", o manejador florestal estará apto a fazer as projeções volumétricas e os sortimentos da produção madeireira.

Vários pesquisadores têm concentrado esforços na tentativa de solucionar o problema da forma da árvore e muitas alternativas têm sido testadas. Valendo ressaltar o trabalho realizado por Ahrens e Holbert (1981), que utilizaram técnicas de análise de componentes principais (PCA) para definir uma expressão matemática para a estrutura multidimensional de forma do fuste, obtendo resultados com estimativas de volumes totais considerados adequados, citados por Rios (1997).

Outras possibilidades de modelagem do perfil da árvore podem ser observadas em Lappi (1986), com os modelos lineares mistos (Pellico Neto, 1982), cujo objeto de pesquisa foi o uso das séries absolutas e relativas contínuas de forma para estimativas volumétricas; Pellico Neto (1994), no emprego das curvas relativas de forma de Preussner, na quantificação volumétrica de sortimentos; Guimarães (1982), com o emprego de curvas de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma; Kahler (1993) e Thomas *et al.* (1995), com o uso da função trigonométrica.

Segundo Ângelo *et al.* (1997), as razões desta busca incansável de novos modelos justifica-se pela necessidade de melhor estimar os parâmetros das toras e também pelas vantagens econômicas proporcionadas pelos sortimentos volumétricos na otimização da renda do produto madeireiro.

### **3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ACERBI Jr, F.W. Estimativa dos múltiplos produtos para *Eucalyptus grandis*. Lavras: UFLA 1995. 64p. Monografia.
- AHRENS, S. O uso de equações de forma de tronco em inventários florestais. In: II Simpósio sobre inventário florestal, USP, Piracicaba, 1984, p.155-120.
- AHRENS, S. Função de forma: sua conceituação e utilidades. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, Anais... Curitiba: EMBRAPA, 1982. p.7-14 (Documento, 9). Curitiba, 1982.
- AHRENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L., Unidade Regional de Pesquisa Florestal Centro-Sul, EMBRAPA, 03, 1981. p.37-68. (Boletim de pesquisa florestal, 3)
- ANGELO, H.; CASTRO, L.H.R.; HOSOKAWA, R.T *et al.* Análise de componentes principais e função Spline para definir a forma do tronco de *Pinus tropicais*. Floresta, Curitiba, v.25, n.1-2, p.55-67. jun./dez. 1995.
- ASSIS, A.L. de. Acuracidade na estimativa de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus Urophylla*. Lavras: UFLA, 1998. 183p. Monografia.
- ASSMANN, E.L. The principles of forest yield study. New York: Pergamon Press, 1970. 506p.
- BORGES, J.F. Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através de função de forma polinomial. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1981. 81p. (Tese - Mestrado em Engenharia Florestal).
- CAMPOS, J.C.C.; LEITE, H.G.; OLIVEIRA, I.A. Variação da forma do tronco de clones de *Eucalyptus*. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7.; CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., 1993, Curitiba, Anais... Curitiba: SBS/SBEF, 1993. v.2, p.559-565.

CAMPOS, J.C.C.; RIBEIRO, J.C. Avaliação de dois modelos de taper em árvores de *Pinus patula*, Revista Árvore, Viçosa, v.6, n.2, p.140-149, jul./dez.1982.

DEMAERSHALK, J.P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. Canadian Forest Reseearch, v.3, n.1: p.90-94, 1973.

FIGUEIREDO FILHO, A. A influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliotti*. Engelm. var. *elliotti* e sua avaliação econômica. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1991. 138p. (Tese - Doutorado em Engenharia Florestal).

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Taper equations for *Pinus taeda* in Southern Brasil. Forest Ecology and Management, Amsterdam, v.83, p.39-46, 1996.

FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, C.G. de; MOURA, J.B. de; et al. Conversão de equações de volume em equações de forma compatíveis para *Pinus elliotti*. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7.; CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., 1993, Curitiba. Anais... Curitiba: SBS/SBEF, 1993. v.2, p. 501-503.

FINGER, C.A.G.; ZANON, M.L.B.; SCHINEIDER, P.R; et al. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden, implantados na depressão central e encosta sudeste do Rio Grande do Sul. Ciência Rural, Santa Maria, v.25, n.3, p.399-403, 1995.

FISCHER, F. Eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda*. Lavras: UFLA 1997. 167p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal).

FRIEDL, R.A. Dinâmica de forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucária angustifolia* (Bert) O. Ktze. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1989. 166p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

GÁL, J.; BELLA, I.E. New stem taper functions for 12 Saskatchewan timber species. Edmonton: Canadian Forest Service, 1994. 25p. (Information Report NOR-X-338).

GALLANT, A.R. The theory of nonlinear regression as it relates to segmented polynomial regression with estimated points. Inst. Stat. Mimeograph Series. N.925, p.1-25, 1975.

- GALLANT, A.R.; FULLER, W.A. Fitting segmented polynomial regression models whose join points have to be estimated. *J. Am. Stat. Assoc.* v.70, p. 927-932, 1975.
- GOLFARI, L; CASER, R.L.; MOURA, V.P.G. Zoneamento ecológico esquemático para florestamento no Brasil. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1978. 66p.
- GOMES, A.M.A. Medição dos arvoredos. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1957. 413p.
- GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. *New Zealand Journal of Forest Science*, v.13, n.2, p.146-155, 1983.
- GOULDING, C.J. Cubic spline curves and calculation of volume sectionally measured trees. *New Zealand Journal of Forest Science*, v.9, n.1, p.89-99, 1979.
- GOULDING, C.J.; MURRAY, J.C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. *New Zealand Journal of Forest Science*, v.5, n.3, p.313-322, fev. 1976.
- GROSENBAUGH, L.R. Tree form: definition, interpolation, extrapolation. *The Forestry Chronicle*. v.42, n.4, p.444-457, 1966.
- GUIMARÃES, D.P. Uso de curva de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma para espécies florestais. Brasília: EMBRAPA-CPAC, 1982. 24p. (Boletim de Pesquisa, 14).
- GUIMARÃES, D.P.; LEITE, H.G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. *Revista Árvore*, Viçosa, v.16, n.2, p.170-180, maio/ago. 1992.
- HOHENADL, W. Der aufbau der baumschfte Fw.Cb. (S.l.: s.n.), 1924.
- HÖJER, A.G. Tallers och granenes tillräxt. Biran till Fr. Loven. Om vara barrskogar. Stocklan, 1903.
- HRADETZKY, J. Analyse und interpretation statistisher abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten). Baden - Württemberg Mitteilungen der FVA, Helf 76, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B.; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. **Forest mensuration.** 2 ed. New York: Ronald Press, 1972. 410p.

JONHSON, T. Taxatariska undersökringar om skogsträdens form. skgsvardsföreningens tiedskrifte. Häfte, v.9, n.10, p.285-329, 1911.

JORGE, L.A.B. Utilização de curvas de forma em séries relativas transformadas nas estimativas de volume totais e parciais de árvores de *Pinus taeda* L. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1982. 91p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

KAHLER, C.G. Determinacion de una función de ahusamiento para renovales de roble y raulí. **Ciencia e Investigación Agraria**, Santiago, v.7, n.1, p.117-133, 1993.

KIRCHNER, F.F.; FIGUEIREDO FILHO, A.F.; SCOLFORO, J.R.S. *et al.* O uso de funções spline no cálculo de volumes de árvores. **Floresta**, Curitiba, v.19, n.1 e 2, p.116-122, 1989.

KOZAK, A.; MUNRO, D.D.; SMITH, J.H.G. Taper functions and their application in forest inventory. **The Forestry Chronicle**, v.45, n.4, p. 278-283, 1969.

LAHTINEN, A. On the construction of monotony preserving taper curves. **Acta Forestalia Fennica**, Helsinki, n.203, p.5-31, May 1998.

LAHTINEN, A. On the construction of shape preserving taper curves. **Silva Fennica**, Helsinki, n.1, p.29-45, 1993.

LAPPI, J. Mixed linear models for analyzing and predicting stem form variation of scots pine. **Comunicationes Instituti Forestalis Ferniae**, Helsinki, n. 134, p.1-69, 1986.

LARSON, P.R. Stem form development of forest tree. **Forest Science Monographs**, Washington, p. 1-41, 1963.

LEITE, H.G.; GUIMARÃES, D.P. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 16, n.2, p.170-180, maio/ago. 1992.

- LEITE, H.G.; GUIMARÃES, D.P.; CAMPOS, J.C.C. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. *Revista Árvore*, Viçosa, v.19, n.1, p.65-79, jan./ mar. 1995.
- LIMA, F.S. Análise de funções de "taper" destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii*. Viçosa: UFV, 1986. 79 p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- LIU, C.J. Log volume estimation with spline approximation. *Forest science*. v.26,n.3, p.361-369, 1980.
- LOETSCH, F.; ZOHER, F.; HALLER, K.E. *Forest inventory*. Berlim: BLV, 1973. v.2; p.469p.
- MACHADO, S.A.; BEVILAQUA, V.G.B.; GANTZEL, O.L. Contribuição ao estudo do comportamento do fator de forma em plantações de *Pinus taeda* no Estado do Paraná. CONGRESSO FLORESTAL E DO MEIO AMBIENTE DO PARANÁ, 3., Curitiba. Anais... Curitiba: Associação Paranaense de Engenheiros Florestais, 1991. p. 125-140.
- MACHADO, S. A.; SCHOPFER, W. Estimativa volumétrica de madeira serrada como instrumento de apoio às tomadas de decisões de investimento na utilização de plantações de Pinus. In; CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 4., 1980, Belo Horizonte. Anais... 1980. p.657-660.
- MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.
- MATNEY,T. Profile equations for several hardwood species to variable top diameter limits. *South African Forestry Journal*, Mississippi, v.16, p.75-78, 1992.
- McTAGUE, J.P.; BATISTA, J.L.F.; STEINER, L.H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de Eucalyptus nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. IPEF, Piracicaba, v.41/42, p.56-63, 1989.
- MOURA, J.B. Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativa volumétrica de espécies florestais da Amazônia Brasileira. Curitiba: UFPR, 1994. 114p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

- MUNRO, D.D.; DEMAERSCHALK, J.P. Taper based versus volume based compatible estimating systems. *The Forestry Chronicle*, Ottawa, v.50, n.3, p.197-199, June 1974.
- PEICHL, B. O fator de forma ( $F_{1,3}$ ) em algumas equações de volume para *Araucaria angustifolia*, *Pinus spp.* e *Eucalyptus spp.* No Sul do Brasil. *Paraná Florestal*, v.2, n.6, p. 15-20, 1985.
- PELLICO NETO, S. As curvas relativas contínuas de forma de Preussner para o sortimento dos fustes de espécies florestais, *Cerne*, Lavras, v.1, n.1, p.17-27, 1994.
- PELLICO NETO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais. Síntese teórica. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5, Curitiba, 1982. Anais...Curitiba: EMBRAPA, 1982, p.15-27 (Documentos, 9).
- PRODAN, M. *Holzmesslehre*. Frankfurt am mains J.D. Souerlanders Verlag, 1965. 644p.
- RIOS, M. S. A eficiência das funções polinomiais, da função Spline cúbica e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii*. Lavras: UFLA, 1997. 116p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal).
- ROSOT, M.A.D. Estudo comparativo de métodos para avaliação volumétrica por unidade de área em povoamento de *Pinus taeda* L. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1989. 163p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- SAMZON, M.; BINDZI, I.; KAMOSO, L.M. Représente mathématique des noudes dans le tronc des arbres. *Canadian Journal of Forest Reserch*, Ottawa, v.26, p. 159-165, 1996.
- SCHNEIDER, P.R. Introdução ao manejo florestal. Santa Maria: UFSM/FATEC, 1993. 348p.
- SCOLFORO, J.R.S.; FIGUEIREDO FILHO, A. Biometria florestal: medição e volumetria de árvores. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 310p.

- SCOLFORO, J.R.S.; MELLO, J.M.; LIMA, C.S.A. Obtenção de relações quantitativas para estimativa de volume do fuste em floresta estacional semidecidual montana. *Revista Cerne*, Lavras, v.1, n.3, p.123-134, 1994.
- SCOLFORO, J.R.S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A.D. de; et al. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. *Revista Cerne*, Lavras. v.4 , n.1 p.100-122 1998.
- SILVA, G.F.; CAMPOS, J.C.C.C.; LEITE, H.G. Alternativas para estimar o volume comercial em árvores de Eucalipto. *Revista Árvore*, Viçosa, v.20, n.4, p.467-481, 1996.
- SILVA, J.A. Funções de forma dos troncos de (*Pinus taeda*, *Picea exelsa*, *Abies alba* e *Pinus silvestris*). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5, Curitiba, 1982. Anais... Curitiba, EMBRAPA, 1982. p.29-45. (Documento 9).
- SOARES, J.B. Otimização do sortimento de produtos florestais a partir de funções de distribuição diamétrica e funções de forma, Viçosa: UFV, 1993. 105p. (Tese - Mestrado em Engenharia Florestal).
- SOUZA, A.L.; JESUS, R.M. Equações de volume comercial e fator de forma para espécies da Mata Atlântica ocorrentes na Reserva Florestal da Companhia Vale do Rio Doce, Linhares, ES. *Revista Árvore*, Viçosa, v. 15, n.3. p. 257-273. 1991.
- THOMAS, C.E.; PARRESOL, B.R.; LÈ, K.H.N. Biomass and taper for trees in thinned and unthinned longleaf Pine plantations. *South African Forestry Journal*, Pretoria, v.19, n.17, p.29-35, Feb. 1995.
- TRINCADO, G.; GORDON, K.V.; TEWARI, V.P. Comparison of three stem profile equations for *Quercus robur* L. *South African Forestry Journal*, Pretória, v.4, n.17, p.23-29, Nov. 1996.
- YARED, J.A.G.; LEITE, H.G.; SILVA, R.R.F. Volumetria e fator de forma de Morotó (*Didymopanax morototoni* Aubl. Decne. Et Planch.) sob diferentes espaçamentos. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7.; CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., 1993. Curitiba, Anais... Curitiba: SBS/SBEF, 1993. v.2, p.570-573.

## **CAPÍTULO 1**

**COMPORTAMENTO DOS FATORES DE FORMA  
NATURAL E ABSOLUTO EM RELAÇÃO AS CLASSES  
DIAMÉTRICAS E IDADE PARA *Eucalyptus grandis* HILL EX  
MAIDEN**

## **RESUMO**

**FERREIRA, Sebastião Oswaldo.** Comportamento dos fatores de forma natural e absoluto em relação as classes de diâmetro e idade para *Eucalyptus grandis* Hill ex. Maiden. Lavras: UFLA, 1999. 132p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal).

Os objetivos específicos deste trabalho foram: verificar a influência das dimensões das árvores (classes de diâmetro) e idade sobre os fatores de forma absoluto e natural com e sem casca, e verificar qual dos fatores de forma, expressa melhor o afilamento do fuste. Os dados utilizados para desenvolver este estudo foram obtidos da empresa Duratex S.A, situada na região sudoeste do estado de São Paulo, no município de Agudos. Foram selecionadas 362 árvores nas seguintes idades: 4,5; 6,1; 7,5 e 9,0 anos plantadas no espaçamento 3,0 x 1,5 m, onde coletou-se os dados de DAP com casca, os diâmetros das seções com e sem casca e a altura total de cada árvore. Utilizou-se o delineamento experimental em blocos casualizados, em esquema fatorial (4x2), a fim de verificar o comportamento dos fatores de forma absoluto e natural com e sem casca, em relação às classes de diâmetro e nas diferentes idades. O fator idade foi formado por 4 níveis (4,5; 6,1; 7,5 e 9,0 anos) e o fator de forma com e sem casca por dois níveis. As classes de diâmetro formaram os blocos (6 blocos). A característica avaliada foi fator de forma. Como principais resultados, pode-se citar: O fator de forma absoluto decresce dentro de uma mesma idade e decresce das menores para as maiores classes diamétricas. Na mesma classe diamétrica, este fator aumenta com a idade. O fator de forma natural é menor que o fator de forma absoluto na menor classe diamétrica, já que nestas a altura das árvores é menor que 13m. Isto implicou na tomada do diâmetro a 10% da altura, em uma altura inferior a 1,3m, que é a base de cálculo do volume do cilindro para o método absoluto. Já nas alturas superiores, a 13m, o comportamento se inverte. Detectou-se que não existem diferenças significativas entre os fatores de forma absoluto com e sem casca. Este mesmo resultado foi encontrado para o fator de forma natural. Devido a este comportamento, os volumes com e sem casca poderão ser determinados por um único fator de forma. Tanto o fator de forma natural quanto o absoluto são altamente afetados pela idade e pelas dimensões das árvores. Sendo assim, é aconselhável trabalhar com fator de forma por idade e por classe de diâmetro para estimar volume e estudar a forma.

**Palavras-chave:** Fator de forma natural, Fator de forma absoluto, *Eucalyptus grandis*, Plantação.

## ABSTRACT

FERREIRA, Sebastião Oswaldo. Behavior of natural and absolutes form factors in relation to diameter classes and age for *Eucalyptus grandis* Hill ex. Maiden. Lavras:UFLA,1999.132p.(M.Sc. Dissertation in Forest Engineering).

The specific objectives of this work were: to verify the influences of the tree dimensions (diameter classes) and age on the absolute and natural form factors with and without bark, and to verify which of the form factors, expressed better the stem taper. The data used to develop this study, were obtained from the company Duratex S.A, placed in the Southwestern area of São Paulo state, in Agudos. They were selected 362 trees in the following ages: 4,5; 6,1; 7,5 and 9,0 years planted in the spacing 3,0 x 1,5 m, where it was collected the data of DAP with bark, the diameters of the sections with and without bark and the total height of each tree. The experimental used design was random blocks in fatorial (4x2), frame in order to verify the behavior of the absolute and natural form factors with and without bark, in relation to the diameter classes and in the different ages. The age factor was formed by 4 levels (4,5; 6, 1; 7,5 and 9,0 years) and the factor of form with and without bark for two levels. The diameter classes formed the blocks (6 blocks). The evaluated characteristic was form factor. As main results can be cited: The absolute form factor decreases in to a same age from the smallest to the largest diameter class. In the same diameter class this factor increases with the age. The natural is smaller than the absolute form factor in the smallest diameter class since in this class the heights of the trees are smaller than 13m. This implied on the measurement of the diameter at 10% of the height, in an height below 1,3m which is the base of calculation of the volume of the cylinder for the absolute method. In trees with heights above 13m its behavior was inverted. It was detected that doesn't exist significant differences among the absolute factors with and without bark. This same result was found for the natural factor. Due to this behavior the volumes with and without bark can be obtained by using a single form factor. As the natural as the absolute form factors are highly affected by the age and by the dimensions of the trees. Then it is, advisable to work with form factor by age and by diameter class to estimate volume and to study the form.

Key word: Natural form factor, Absolute form factor, *Eucalyptus grandis*, Plantation.

## 1 INTRODUÇÃO

Considerando os métodos que são utilizados para quantificar volume e expressar o afilamento do fuste de árvores, pode-se considerar que os fatores de forma absoluto e natural são os mais simples e de fácil aplicação, Gomes (1957); Anuchin (1960); Campos *et al.*(1993); Scolforo *et al.* (1994); Acerbi Jr. (1995) e Scolforo e Mello (1997). A partir da utilização desses procedimentos é que foi possível o surgimento e evolução de novos métodos para que pudesse ser pesquisado o afilamento dos fustes de árvores.

Para se chegar ao patamar onde se encontram as pesquisas do setor florestal em relação à modelagem e funções utilizadas para expressar a forma dos fustes de árvores "taper", alguns pesquisadores como Loetsch *et al.* (1973); Husch *et al.* (1982); Peichl (1985) e Machado *et al.* (1991) citam o fator de forma, seja absoluto ou natural, como uma das técnicas passadas utilizadas para estimar o volume de árvores, assim como para expressar o afilamento.

Vários são os trabalhos que tratam sobre a utilização do fator de forma como uma alternativa de obter volumes de árvores, tanto em floresta nativa como em plantadas, dentre os quais pode-se citar: Figueiredo Filho *et al.*(1982); Peichl (1985); Souza e Jesus (1991); Machado *et al.*(1991); Yared *et al.* (1993); Scolforo *et al.* (1994); Moura (1994); Campos, Leite e Oliveira (1993); etc.

A utilização dos fatores de forma para estimativa de volume tem importância, em função da facilidade de aplicação, principalmente para pequenas empresas e na extensão florestal. O uso do fator de forma correto é uma ferramenta para o produtor florestal obter informações mais precisas e seguras sobre o estoque de sua floresta. Estas informações acuradas são importantes para que eles possam tomar decisões corretas sobre a venda do produto florestal. Nesse intuito, essa pesquisa se justifica pela simplicidade,

facilidade e aplicabilidade do método, direcionado a pequenas empresas e produtores rurais que teriam dificuldades em usar técnicas mais avançadas.

Neste contexto, os objetivos específicos deste trabalho foram: verificar a influência das dimensões das árvores (classes de diâmetro) e idade sobre os fatores de forma absoluto e natural com e sem casca e verificar qual dos fatores de forma expressa melhor o afilamento do fuste.

## **2 MATERIAL E MÉTODOS**

### **2.1 Caracterização e Localização da Área em Estudo**

Os dados utilizados para desenvolver este estudo foram obtidos da empresa Duratex S.A, situada na região sudoeste do estado de São Paulo, no município de Agudos.

Conforme Golfari, Caser e Moura (1978), esta região apresenta como características básicas a periodicidade de chuvas, os invernos são secos, com deficiência hídrica, a precipitação anual está entre 1100 e 1400 mm, as geadas ocorrem com pouca freqüência; a temperatura média anual está entre 16 e 19 °C, o tipo de clima é submontano ou subtropical moderado úmido; o tipo de vegetação é floresta ombrófila pluvial e campos submontanos e a altitude é de aproximadamente 900 metros.

### **2.2 Coleta dos Dados**

Foram selecionadas 362 árvores nas seguintes idades: 4,5; 6,1; 7,5 e 9,0 anos plantadas no espaçamento 3,0 x 1,5 m, onde coletou-se os dados de DAP com casca, os diâmetros das seções com e sem casca e a altura total de cada árvore; os instrumentos usados para a medição foram a suta e trena. Os comprimentos das seções, o DAP máximo e mínimo, o espaçamento e as idades são apresentados na Tabela 1.

**TABELA 1:** Dados dos tratamentos implementados na área em estudo.

Espaçamento (m)	Idade (anos)	DAP (cm)		Comprimento das seções (m)
		Mínimo	Máximo	
3,0 x 1,5	4,5	4,5	24,0	1,25
3,0 x 1,5	6,1	4,9	25,0	1,25
3,0 x 1,5	7,5	5,3	35,9	1,25
3,0 x 1,5	9,0	4,9	37,0	1,25

Em todas as seções ao longo do fuste com exceção do DAP, foram mensurados os diâmetros com casca e sem casca.

### 2.3 Distribuição Diamétrica

A Tabela 2 apresenta as freqüências das árvores cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, por espaçamento, idade e classe de diâmetro.

**TABELA 2:** Distribuição das árvores por classe de diâmetro, espaçamento e idade.

Idade (anos)	Espaçamento (m)	Classes de Diâmetro						Total
		2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	
4,5	3,0 x 1,5	3	27	25	23	17	0	95
6,1	3,0 x 1,5	1	27	23	25	23	1	100
7,5	3,0 x 1,5	0	19	12	18	13	18	80
9,0	3,0 x 1,5	1	19	15	17	18	17	87
<b>Total</b>		<b>5</b>	<b>92</b>	<b>75</b>	<b>83</b>	<b>71</b>	<b>36</b>	<b>362</b>

### 2.4 Obtenção dos Volumes

#### 2.4.1 Volume Real

Para obtenção do volume real individual das árvores, foi aplicado o método de cubagem rigorosa de Smalian, descrito por Loetsch *et al.*(1973) e

Husch *et al.*(1982). Calculou-se o volume de cada árvore com e sem casca, dentro de cada classe diamétrica e nas respectivas idades.

## 2.4.2 Volume do Cilindro

Para o cálculo do volume do cilindro com e sem casca, utilizaram-se de duas metodologias, devido ao cálculo dos fatores de forma absoluta ( $f_{1,3}$ ) e natural ( $f_{0,1}$ ). A primeira delas toma como base, para o cálculo do volume, o diâmetro mensurado a 1,3 metros de altura (DAP). A segunda metodologia toma como base o diâmetro mensurado a 10% da altura total. Para o cálculo do fator de forma natural ou de Hohenadl ( $f_{0,1}$ ), os diâmetros devem ser mensurados a alturas relativas, conceito este introduzido por Hohenadl, em 1924.

Como não se havia mensurado os diâmetros nas várias alturas relativas, foi necessária a determinação dos mesmos, por interpolação matemática.

## 2.5 Determinação dos Fatores de Forma

### 2.5.1 Fator de Forma Absoluto com e sem casca ( $f_{1,3}$ )

De posse dos volumes reais (Smalian) e dos volumes do cilindro de cada árvore, os fatores de forma absoluta com e sem casca foram determinados dividindo-se os respectivos volumes reais pelos volumes do cilindro, permitindo posteriormente obter-se os fatores de forma médios por classe de diâmetro e idade.

$$f_{1,3} = \frac{V_r}{V_{cil}}$$

Onde:

$f_{1,3}$  = fator de forma absoluto,

$V_r$  = volume real (usando a fórmula de cubagem de Smalian),

$V_{cil}$  = volume do cilindro,

$$V_{cil} = \frac{\pi}{4} * (d_{1,3})^2 * ht$$

$d_{1,3}$  = diâmetro mensurado com casca a altura de 1,3m,

$ht$  = altura total.

## 2.5.2 Fator de Forma Natural com e sem casca ( $f_{0,1}$ )

O fator de forma natural, também denominado de Hohenadl ou verdadeiro ( $f_{0,1}$ ), com e sem casca, foi determinado da mesma forma que o fator de forma absoluto. Lembrando-se que, para o cálculo da área seccional do volume do cilindro; o diâmetro foi mensurado a 10% da altura total.

$$f_{0,1} = \frac{V_r}{V_{cil}}$$

Onde:

$f_{0,1}$  = fator de forma natural,

$V_r$  = volume real (usando a fórmula de cubagem de Smalian),

$V_{cil}$  = volume do cilindro,

$$V_{cil} = \frac{\pi}{4} * (d_{0,1})^2 * ht$$

$d_{0,1}$  = diâmetro mensurado com casca a 10% da altura total da

árvore,

$ht$  = altura total.

## **2.6 Estudo do comportamento dos fatores de forma**

Utilizou-se o delineamento experimental em blocos casualizados, em esquema fatorial (4x2), a fim de verificar o comportamento dos fatores de forma absoluto e natural com e sem casca, em relação às classes de diâmetro e nas diferentes idades. O fator idade foi formado por 4 níveis (4,5; 6,1; 7,5 e 9,0 anos) e o fator de forma por dois níveis com e sem casca. As classes de diâmetro formaram os blocos (6 blocos). A característica avaliada foi fator de forma.

Os dados dos 2 experimentos, fator de forma absoluto e natural, foram submetidos ao teste de normalidade de Bartlett, a fim de verificar se os mesmos possuíam ou não distribuição normal (Banzato e Kronka, 1989).

Na Tabela 3, está apresentado o quadro de análise de variância. Quando forem detectadas diferenças significativas na análise de variância, utilizar-se-á a análise de regressão para caracterizar o comportamento do fator de forma em relação à idade e às classes de diâmetro (bloco).

**TABELA 3:** Análise de variância com delineamento em blocos casualizados, em esquema fatorial.

FV	Graus de Liberdade
Idade	3
Fator de forma com e sem casca	1
Idade x fator de forma com e sem casca	3
Bloco	5
Erro	31
Total	43

Os dados foram analisados pelo sistema de análise estatística “The Sas System”.

### **3 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### **3.1 Obtenção dos fatores de forma**

Nas Tabelas 4, 5, 6 e 7 estão apresentados os resultados dos fatores de forma absoluto ( $f_{1,3}$ ) e natural ( $f_{0,1}$ ) médios com e sem casca, calculados por classe de DAP com casca aos 4,5; 6,1; 7,5 e 9,0 anos de idade. Analisando os resultados expostos nas Tabelas 4 e 5, verifica-se que os fatores de forma absoluto ( $f_{1,3}$ ) com e sem casca apresentaram tendência de diminuir com o aumento das dimensões das árvores (classe de DAP) dentro de cada idade. Este fato ocorre porque as árvores de menor dimensão apresentam um crescimento proporcionalmente maior na sua porção superior face a sua copa ser de tamanho reduzido. Considerando agora cada classe diamétrica, pode-se observar que quanto maior a idade da árvore maiores fatores de forma são esperados. Neste estudo, não é nítido este acréscimo do fator de forma, principalmente dentro das menores classes diamétricas observadas na Tabela 4. Nas maiores classes diamétricas (Tabela 4) e na Tabela 5, pode-se notar mais claramente a tendência das árvores em reduzir a conicidade com o tempo.

O fator de forma natural ( $f_{0,1}$ ) tem comportamento diferenciado do fator de forma absoluto ( $f_{1,3}$ ). Na Tabela 6 e 7 este fato pode ser visualizado. É natural que nas árvores acima de 13 m de altura o fator de forma natural ( $f_{0,1}$ ) apresente maiores valores que o forma absoluto ( $f_{1,3}$ ). Já nas árvores menores que 13 m, ocorre o contrário. O motivo é que, em árvores com menos que 13 m de altura, o diâmetro ( $D_{0,1}$ ) será coletado abaixo de 1,3 m, que é o ponto de medição padrão quando se trabalha com fator de forma absoluto. Este fato afetará o cálculo do volume do cilindro usado como denominador nas fórmulas de cálculo do fator de forma natural e absoluto. Quando a altura da árvore for superior a 13 m, então o ( $D_{0,1}$ ) será inferior ao 1,3m. Se confrontados estes valores para as árvores da

classe de diâmetro 0 a 5 cm da Tabela 4 e da Tabela 6, verifica-se que o  $f_{1,3} \geq f_{0,1}$ . Neste caso, é porque as árvores que propiciaram este valor têm altura inferior a 13 m. Já nas demais classes diamétricas, o  $f_{0,1} \geq f_{1,3}$ , indicando que as árvores tem mais que 13 m de altura. Dentro de cada classe diamétrica, pode-se também constatar que, com o passar do tempo ou aumento da idade, as árvores crescem proporcionalmente mais em altura, e o  $f_{0,1}$  tende a se igualar ao  $f_{1,3}$  na menor classe diamétrica e a superá-lo nas demais classes diamétricas.

Um fato interessante, observado nas Tabelas 6 e 7, é que o  $f_{0,1}$  dentro da idade aumenta até a classe diamétrica 10 a 15 cm no caso de 4,5 anos, até 15 a 20 cm nas idades de 6,1 e 7,5 anos e até a classe de 20 a 25 cm na idade de 9,0 anos, para então decrescer. Este fato pode ser justificado pela mudança de comportamento na relação H/D. A partir do momento em que houve a diminuição do fator de forma natural ( $f_{0,1}$ ), esta muito provavelmente é devida ao fato de que o diâmetro passou a apresentar um crescimento superior ao que vinha apresentado anteriormente, ou porque também a altura passou a ter um crescimento superior ao que vinha apresentando anteriormente. Por ocasião desta mudança, não houve a correspondência em crescimento da outra variável.

Os fatores de forma absoluto médios com e sem casca, encontrados para esse povoamento estudado, foram 0,4759 e 0,4790, respectivamente. Já os fatores de forma natural médios com e sem casca foram de 0,5004 e 0,5041, respectivamente. Estes resultados induzem à afirmativa de que a forma dos fustes de *Eucalyptus grandis* na região estudada, em média, se aproxima bastante da forma do corpo geométrico de parábola ordinária, o qual apresenta fator de forma igual a 0,50.

Nesta pesquisa, obteve-se o fator de forma absoluto com casca variando de 0,4281 a 0,5426 e o fator de forma absoluto sem casca de 0,4362 a 0,5214. Verificou-se, ainda, que o fator de forma natural com casca variou de 0,4628 a

0,5326 e o fator de forma natural sem casca de 0,4454 a 0,5337, sendo portanto muito mais regular do que o fator de forma absoluto.

**TABELA 4:** Fatores de forma absolutos ( $F_{1,3}$ ) médios com casca, agrupados por classe de DAP e idade, para *Eucalyptus grandis*.

Classe de DAP	Idade (anos)				Média
	4,5	6,1	7,5	9,0	
0   5	0,5426(03)	0,5341(01)	-	0,5264(01)	0,5377
5   10	0,4763(27)	0,4794(27)	0,5180(19)	0,4940(19)	0,4895
10   15	0,4958(25)	0,4568(23)	0,4828(12)	0,4747(15)	0,4775
15   20	0,4603(23)	0,4579(25)	0,4805(18)	0,4610(17)	0,4641
20   25	0,4281(17)	0,4471(23)	0,4597(13)	0,4655(18)	0,4495
25   30	-	0,4427(01)	0,4347(18)	0,4517(17)	0,4430
Média	0,4710	0,4616	0,4761	0,4704	

( ) número de observações usadas para cálculo do fator de forma em cada classe de diâmetro.

**TABELA 5:** Fatores de forma absolutos ( $F_{1,3}$ ) médios sem casca, agrupados por classe de DAP e idade, para *Eucalyptus grandis*.

Classe de DAP	Idade (anos)				Média
	4,5	6,1	7,5	9,0	
0   5	0,4726(03)	0,5019(01)	-	0,5131(01)	0,4866
5   10	0,4810(27)	0,4733(27)	0,5214(19)	0,5083(19)	0,4927
10   15	0,4998(25)	0,4567(23)	0,4972(12)	0,4906(15)	0,4843
15   20	0,4631(23)	0,4574(25)	0,4997(18)	0,4735(17)	0,4715
20   25	0,4362(17)	0,4496(23)	0,4798(13)	0,4814(18)	0,4599
25   30	-	0,4525(01)	0,4573(18)	0,4720(17)	0,4641
Média	0,4733	0,4601	0,4917	0,4858	

( ) número de observações usadas para cálculo do fator de forma em cada classe de diâmetro.

**TABELA 6:** Fatores de forma naturais ( $F_{0,1}$ ) médios com casca, agrupados por classe de DAP e idade, para *Eucalyptus grandis*.

Classe de DAP	Idade (anos)				Média
	4,5	6,1	7,5	9,0	
0   5	0,4628(03)	0,5063(01)	-	0,4893(01)	0,4768
5   10	0,4834(27)	0,4868(27)	0,5189(19)	0,5092(19)	0,4971
10   15	0,5250(25)	0,5018(23)	0,5178(12)	0,5126(15)	0,5143
15   20	0,5011(23)	0,5024(25)	0,5326(18)	0,5134(17)	0,5108
20   25	0,4844(17)	0,5010(23)	0,5170(13)	0,5170(18)	0,5040
25   30	-	0,4864(01)	0,5072(18)	0,5080(17)	0,5070
Média	0,4982	0,4976	0,5189	0,5118	

( ) número de observações usadas para cálculo do fator de forma em cada classe de diâmetro.

**TABELA 7:** Fatores de forma naturais ( $F_{0,1}$ ) médios sem casca, agrupados por classe de DAP e idade, para *Eucalyptus grandis*.

Classe de DAP	Idade (anos)				Média
	4,5	6,1	7,5	9,0	
0   5	0,4454(03)	0,5044(01)	-	0,4992(01)	0,4679
5   10	0,4881(27)	0,4847(27)	0,5245(19)	0,5168(19)	0,5005
10   15	0,5224(25)	0,4982(23)	0,5218(12)	0,5128(15)	0,5133
15   20	0,5026(23)	0,5064(25)	0,5337(18)	0,5180(17)	0,5136
20   25	0,4769(17)	0,5012(23)	0,5181(13)	0,5199(18)	0,5032
25   30	-	0,4772(01)	0,5052(18)	0,5136(17)	0,5084
Média	0,4973	0,4971	0,5208	0,5162	

( ) número de observações usadas para cálculo do fator de forma em cada classe de diâmetro.

### **3.2 - Efeito da idade e das classes de diâmetro sobre o fator de forma**

#### **3.2.1 Fator de forma Absoluto**

Realizou-se uma análise de variância em esquema fatorial para verificar o comportamento do fator de forma em relação à idade e às classes diamétricas. Este estudo foi realizado comparando as idades dentro de um único espaçamento ( $3,0 \times 1,5$  m). A seguir, será apresentado, na Tabela 8, a análise de variância para o fator de forma absoluto.

**TABELA 8:** Análise de variância para o fator de forma absoluto.

FV	GL	QM
Idade	3	0,0006678*
Fator de forma com e sem casca	1	0,0001042 <sup>NS</sup>
Idade x fator de forma com e sem casca	3	0,0004003 <sup>NS</sup>
Bloco	5	0,0044539*
Erro	31	0,00020361

NS = Não significativo, \* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

O coeficiente de variação foi de 2,98% para a variável fator de forma. De acordo com a Tabela 8, verificou-se que a interação entre idade e fator de forma com e sem casca não foi significativa. Sendo assim, não existe a necessidade de proceder o desdobramento e, portanto, os fatores foram tratados independentemente um do outro.

Um dos fatores de forma com e sem casca não foi significativo. Este resultado mostrou que não houve diferença significativa entre o fator de forma médio absoluto com e sem casca. Para a situação estudada, os volumes com e sem casca podem ser obtidos por um único fator de forma médio. Já o fator idade apresentou significância ao nível de 5% de probabilidade, mostrando que a idade influencia o fator de forma.

Como se trata de variável quantitativa, foi utilizado o estudo de regressão entre idade e fator de forma, a fim de verificar o comportamento do fator de forma em função da idade.

**TABELA 9:** Análise de variância da regressão para o fator idade.

FV	GL	QM
Equação Linear	1	0,0013092*
Desvio da regressão	2	0,00027275 <sup>NS</sup>
Erro	31	0,0002036

NS = Não significativo, \* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Pelo exposto na Tabela 9, verificou-se que a equação linear foi significativa, sendo assim, utilizada para representar as mudanças ocorridas no fator de forma absoluto com ou sem casca em função da idade.

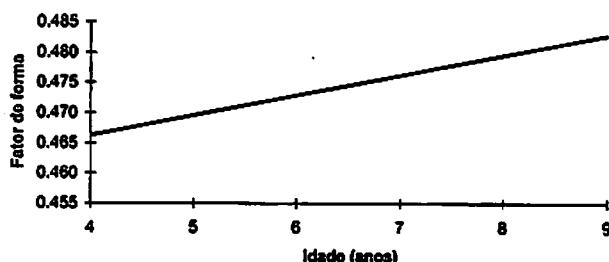
Onde:

$$F_{1,3} = 0,452922 + 0,00333 * I$$

$F_{1,3}$  = fator de forma absoluto

I = idade (anos)

$$R^2 = 57,8\%$$



**FIGURA 1:** Variação do fator de forma absoluto em relação a idade.

Através da Figura 1, observou-se que o fator de forma aumenta a medida que as árvores vão ficando mais velhas. Logo, o uso indiscriminado de um único fator de forma absoluto para estimativa volumétrica, em qualquer idade, pode gerar erros consideráveis na estimativa volumétrica e no estudo da forma das árvores.

Como considerado na Tabela 8, o efeito de bloco, que no presente trabalho são as classes diamétricas, também foi significativo. Este fato mostra que o fator de forma absoluto varia com o aumento ou diminuição das dimensões das árvores. Resultados similares a este foram encontrados por Campos *et al.* (1993), ao estudar a variação da forma e do tronco de clones de Eucaliptos, em duas regiões.

**TABELA 10:** Análise de variância da regressão para as classes de diâmetro (bloco).

FV	GL	QM
Equação Linear	1	0,0018730*
Desvio da regressão	4	0,000530 <sup>NS</sup>
Erro	31	0,0002036

NS = Não significativo, \* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Verifica-se, pela Tabela 10, que a equação linear foi altamente significativa, sendo utilizada para expressar o comportamento do fator de forma absoluto com e sem casca em relação às classes de tamanho das árvores.

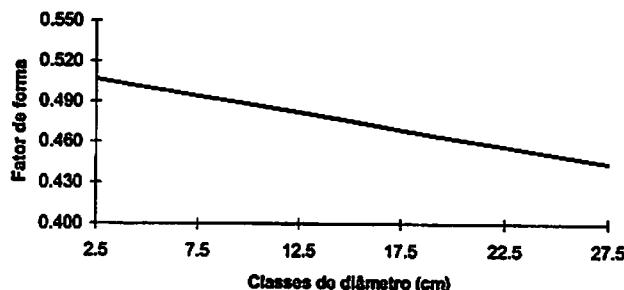
Onde:

$$F_{1,3} = 0,512966 - 0,002497 \cdot CL$$

$F_{1,3}$  = fator de forma absoluto

CL = Valor central das classes de diâmetro (cm)

$$R^2 = 86,7\%$$



**FIGURA 2:** comportamento do fator de forma absoluto em relação às classes de diâmetro.

A Figura 2 mostra que o comportamento do fator de forma, em relação às classes de diâmetro, é diminuir com o aumento das dimensões das árvores. Este comportamento observado está de acordo com os resultados encontrado por Peichl (1985), quando estudou o fator de forma absoluto para Araucária, *Pinus* spp e *Eucalyptus* spp no Sul do Brasil e Machado *et al.*(1991), ao estudar o comportamento do fator de forma para *Pinus taeda* no estado do Paraná.

Este comportamento indica que é mais coerente usar o fator de forma absoluto, específico de cada classe de diâmetro, nos processos de estimativas volumétricas e nos estudos de forma das árvores.

### 3.2.2 - Fator de forma Natural

Do mesmo modo que para o fator de forma absoluto, realizou-se uma análise de variância em esquema fatorial para estudar o comportamento do fator de forma natural em relação à idade e às classes diamétricas. A seguir é apresentada, na Tabela 11, a análise de variância para o fator de forma natural.

**TABELA 11:** Análise de variância para o fator de forma natural.

FV	GL	QM
Idade	3	0,00176927*
Fator de forma com e sem casca	1	0,00000037 <sup>NS</sup>
Idade x fator de forma com e sem casca	3	0,00004875 <sup>NS</sup>
Bloco	5	0,00068301*
Erro	31	0,00014994

NS = Não significativo, \* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

O coeficiente de variação para a variável fator de forma foi de 2,43%. Verifica-se, na Tabela 11, que não existiu interação significativa entre a relação idade e fator de forma com e sem casca. Com isso, não é preciso fazer o desdobramento pois, os fatores serão testados independentemente um do outro.

O fator de forma com e sem casca não foi significativo, sendo que este resultado indicou que não houve diferenças significativas entre o fator de forma natural com e sem casca. Sendo assim, os volumes com e sem casca podem ser obtidos por um único fator de forma médio. No caso do fator idade ao nível de significância de 5% de probabilidade, mostrou que este fator afeta o cálculo do fator de forma.

Sendo esta uma variável quantitativa, foi realizado um estudo de regressão entre a idade e o fator de forma natural, a fim de examinar o comportamento do referido fator de forma em função da idade. Na Tabela 12, é apresentado o resultado desta análise.

**TABELA 12 :** Análise de variância da regressão para o fator idade.

FV	GL	QM
Equação Linear	1	0,004431*
Desvio da regressão	2	0,0007085 <sup>NS</sup>
Erro	31	0,00014994

NS = Não significativo, \* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Verifica-se, na Tabela 12, que a equação linear foi significativa sendo pois, utilizada para representar as mudanças ocorridas com o fator de forma natural com e sem casca em função da idade. A seguir, é apresentada a equação selecionada e o gráfico para representar essa variação do fator de forma natural em função da idade.

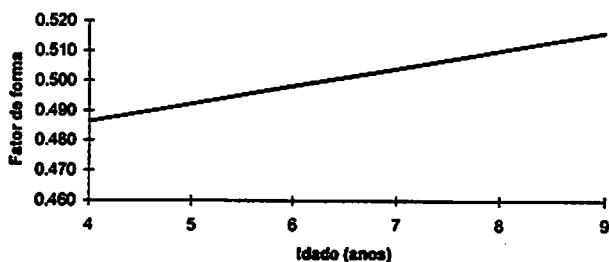
Onde:

$$F_{0,1} = 0,461947 + 0,006048 * I$$

$F_{0,1}$  = fator de forma natural

I = Idade (anos)

$$R^2 = 63,12\%$$



**FIGURA 3:** Variação do fator de forma natural em relação a idade.

Observa-se, na Figura 3, que o fator de forma natural teve o comportamento semelhante ao fator de forma absoluto, isto é, cresce com o aumento da idade. Este comportamento indica que é mais seguro, para a estimativa do volume, usar o fator de forma natural referente a cada idade, para diminuir a margem de erros na obtenção do volume. Piennar (1965) observou esse mesmo comportamento ao caracterizar a evolução do fator de forma natural em função da idade.

O efeito das classes de diâmetro (blocos) também foi significativo, como pode ser observado na Tabela 11. Sendo assim, pode-se considerar que o fator de forma natural varia com o aumento ou diminuição das dimensões das árvores.

Na seqüência,, é apresentada, na Tabela 13, a análise de variância da regressão para as classes diamétricas.

**TABELA 13:** Análise de variância da regressão para as classes de diâmetro.

FV	GL	QM
Equação Linear	1	0,00011673 <sup>NS</sup>
Equação quadrática	1	0,0032242*
Desvio da regressão	3	0,00003931 <sup>NS</sup>
Erro	31	0,00014994

NS = Não significativo, \* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Nota-se, na Tabela 13, que a equação quadrática foi altamente significativa, sendo, portanto, usada para expressar o comportamento do fator de forma natural com e sem casca em relação às classes de diâmetro das árvores, onde a equação selecionada apresenta a seguinte forma.

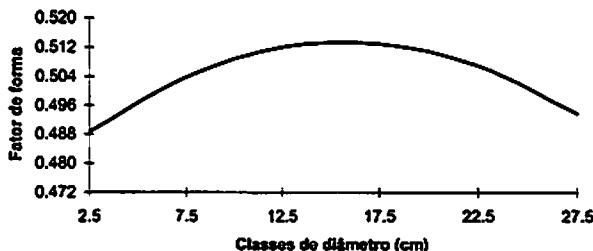
Onde:

$$F_{0,1} = 0,478372 + 0,004456 * CL - 0,000142 * CL^2$$

$F_{0,1}$  = fator de forma natural

CL = Classe de diâmetro (cm)

$R^2 = 94,3\%$



**FIGURA 4:** Comportamento do fator de forma natural em relação a classes diamétricas.

Através da Figura 4, pode-se constatar que o fator de forma natural em relação às classes diamétricas, tende a crescer até a classe de diâmetro de 15,0 a 20,0 cm, decrescendo nas duas últimas classes. Comportamento semelhante a este foi encontrado por Machado *et al.* (1991), ao estudar o comportamento do fator de forma em *Pinus taeda* no Estado do Paraná.

Deste modo, esta tendência, apresentada pelo fator de forma natural, realça ainda mais que é mais coerente e seguro usar o fator de forma específico de cada classe diamétrica, para que se possa reduzir a margem de erros na estimativa volumétrica.

## 4 CONCLUSÕES

O fator de forma absoluto decresce dentro de uma mesma idade e decresce das menores para as maiores classes diamétricas. Na mesma classe diamétrica, este fator de forma aumenta com a idade.

O fator de forma natural é menor que o fator de forma absoluto na menor classe diamétrica, já que nestas a altura das árvores é menor que 13m. Isto implicou na tomada do diâmetro a 10% da altura, em uma altura inferior a 1,3m, que é a base de cálculo do volume do cilindro para o método absoluto. Já nas alturas superiores a 13m, o comportamento se inverte.

Detectou-se que não existem diferenças significativas entre os fatores de forma absoluto com e sem casca. Este mesmo resultado foi encontrado para o fator de forma natural. Devido a este comportamento, os volumes com e sem casca poderão ser determinados por um único fator de forma.

Tanto o fator de forma natural quanto o absoluto são altamente afetados pela idade e pelas dimensões das árvores. Sendo assim, é aconselhável trabalhar com fator de forma por idade e por classe de diâmetro para estimar volume e estudar a forma.

## 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACERBI Jr, F.W. *Estimativa dos múltiplos produtos para Eucalyptus grandis*. Lavras: UFLA, 1995. 64p. Monografia.
- ANUCHIN, N.P. *Forest mensuration*. Moskva-Leningrado, 1960. 454p.
- ASSMANN, E.L. *The principles of forest yield study*. New York, Pergamon Press, 1970. 506p.
- BANZATO, D.A.; KRONKA, S.N. *Experimentação Agrícola*. Jaboticabal: FUNEP, 1989, 247p.
- CAILLIEZ, F. *Forest volume estimation and yield prediction Volume estimation*. Roma: FAO, 1980. v.1, 98p. (FAO Forestry Paper 22/1).
- CAMPOS, J.C.C.; LEITE, H.G.; OLIVEIRA, I.A. Variação da forma do tronco de clones de *Eucalyptus*. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7.; CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., 1993. Curitiba, Anais... Curitiba: SBS/SBEF, 1993. v.2, p.559-565.
- FIGUEIREDO, A.F.; MACHADO, S.A.; ROSOT, M.C. Estimativas volumétricas por unidade de área em florestas naturais. *Silvicultura*. São Paulo, V. 16, n.1, 491-504. Set. 1982. (Anais do Congresso Brasileiro sobre Essências Nativas).
- FRIEDEL, R.A. *Dinâmica da forma dos fustes em povoamentos plantados de Araucária angustifolia* (Bert) O. Ktze. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1989. 166p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- GOLFARI, L.; CASER, R.L.; MOURA, V.P.G. Zoneamento ecológico esquemático para florestamento no Brasil. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1978. 66p.
- GOMES, A.M.A. *Medição dos arvoredos*. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1957. 413p.
- HOHENADL, W. *Der aufban der baumschafte Fw.Cb.* (S.L.: s.n.), 1924.
- HUSCH, B.; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. *Forest mensuration*. 3 ed. New York: Ronald Press, 1982. 410p.

LOETSCH, F.; ZOHER, F.; HALLER, K.E. Forest inventory. Berlim: BLV, 1973. v. p.2-369p.

MACHADO, S.A.; BEVILAQUA, V.G.B.; GANTZEL, O.L. Contribuição ao estudo do comportamento do fator de forma em plantações de *Pinus taeda* no Estado do Paraná. CONGRESSO FLORESTAL E DO MEIO AMBIENTE DO PARANÁ, 3., 1991, Curitiba. Anais... P.125-140, Curitiba, Associação Paranaense de Engenheiros Florestais. 1991. 376p.

MOURA, J.B. Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativa volumétrica de espécies florestais da Amazônia Brasileira. Curitiba: UFPR, 1994. 114p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

PEICHL, B. O fator de forma ( $F_{1,3}$ ) em algumas equações de volume para *Araucaria angustifolia*, *Pinus spp.* e *Eucalyptus spp.* No Sul do Brasil. Paraná Florestal, v. 2, n.6, p.15-20, 1985.

PIENNAR, L.V. Quantitative theory of forest growth. Washington, 1965, 167p. Tese Phd. University of Washington.

SCOLFORO, J.R.S.; MELLO, J.M.; LIMA, C.S.A. Obtenção de relações quantitativas para estimativa de volume do fuste em floresta estacional semidecidual montana. Revista Cerne, Lavras, v.1, n.3, p.123-134, 1994.

SCOLFORO, J.R.S.; MELLO, J.M. Inventário Florestal. Lavras: UFLA-FAEPE, 1997. 341 p.

SOUZA, A.L.; JESUS, R.M. Equações de volume comercial e fator de forma para espécies da Mata Atlântica ocorrentes na Reserva Florestal da Companhia Vale do Rio Doce, Linhares, ES. Revista Árvore, Viçosa, vol v.15, n.3. p. 257-273. 1991.

YARED, J.A..G.; LEITE, H.G.; SILVA, R.R.F. Volumetria e fator de forma de Morototó (*Didymopanax morototoni* Aubl. Decne. Et Planch.) sob diferentes espaçamentos. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7.; CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., 1993. Curitiba, Anais... Curitiba: SBS/SBEF, 1993. v.2, p.570-573.

## **CAPÍTULO 2**

**ACURACIDADE DOS MODELOS DE AFILAMENTO SEGMENTADOS E NÃO  
SEGMENTADOS PARA DESCREVER O PERFIL DO FUSTE DE *Eucalyptus***

*cloeziana*

## RESUMO

**FERREIRA, Sebastião Oswaldo. Acuracidade dos modelos de afilamento segmentados e não segmentados para descrever o perfil do fuste de *Eucalyptus cloeziana*. Lavras: UFLA, 1999. 132 p.(Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal)**

Este estudo teve como objetivo avaliar a acuracidade de dois modelos matemáticos baseados nas razões entre volume: Clutter (1980) e Amateis e Burkhart (1987), três modelos polinomiais não segmentados: polinômio de potência fracionária, polinômio de Quinto grau e o modelo de Kozak *et al.*(1969) e três segmentados: modelo de Clark *et al.*(1991), Max e Burkhart (1976) e Parresol *et al.* (1987), na estimativa do diâmetro ao longo do fuste, com e sem controle das classes de diâmetro. A área em estudo é de propriedade da Empresa Mannesmann Florestal S/A, na fazenda Itapoã, localizada no Município de Paraopeba, Estado de Minas Gerais. Foram cubadas rigorosamente 466 árvores de *Eucalyptus cloeziana* na idade de 7,0 anos, plantadas no espaçamento 3,0 x 2,0 m. Os oito modelos testados tiveram sua acuracidade em estimar o diâmetro ao longo do perfil do tronco avaliada através das seguintes estatísticas: coeficiente de determinação; erro padrão residual; o desvio dos diâmetros em cada iésima posição no fuste; o desvio padrão das diferenças dos diâmetros; soma do quadrado do resíduo relativo; porcentagem dos resíduos dos diâmetros e análise gráfica do perfil médio do fuste. A partir destas estatísticas, foi elaborado um ranking para cada posição absoluta de medição por ocasião da cubagem rigorosa por classe de diâmetro e para o total. Como principais resultados, pode-se citar: o modelo mais acurado dentre os estudados foi o de Clark *et al.* (1991), o qual apresentou estimativas acuradas do diâmetro ao longo de todo o perfil do fuste, para todas as classes diamétricas avaliadas e também para quando o ajuste foi realizado sem o controle desta. Devido aos bons resultados apresentados e à sua flexibilidade, foi o indicado para estimar o perfil do fuste da espécie estudada. O modelo segmentado de Max e Burkhart (1976) e o polinômio de potência fracionária podem ser sugeridos como uma segunda opção se, por acaso, o modelo de Clark não estiver disponível. Estes apresentam estimativas acuradas do diâmetro ao longo do perfil do fuste. No entanto, não têm um comportamento estável à medida que mudam as classes diamétricas. O polinômio de 5º grau e o modelo de Amateis e Burkhart são sugeridos como uma terceira opção de uso, já que apresentam estimativas acuradas do diâmetro na porção intermediária da árvore. No entanto, apresentam estimativas tendenciosas nos extremos destas. O modelo segmentado de Parressol *et al.* (1987), o modelo de Clutter e o modelo de Kozak *et al.* (1969)

não apresentaram estimativas acuradas do diâmetro ao longo do fuste de *Eucalyptus cloeziana* em nenhuma das classes diamétricas estudadas. Não houve evidências claras de melhoria na estimativa dos diâmetros com o controle das classes de diâmetro em relação ao ajuste total sem o controle destas, uma vez que as estimativas foram bastante próximas. Mas, de forma prática, recomenda-se o ajuste por classe de diâmetro como uma forma de reduzir fontes de variabilidade.

**Palavras-chave:** Modelos de afilamento, acuracidade, Comparação, *Eucalyptus cloeziana*

## **ABSTRACT**

**FERREIRA, Sebastião Oswaldo. Accuracy of segmented and non segmented taper models to describe the stem profile of *Eucalyptus cloeziana*.  
Lavras: UFLA, 1999. 132p.(Master of Science Dissertation in Forest Engineering)**

This study had as objective to evaluate the accuracy of two matematic models based on volume ratio: Clutter (1980), Amateis and Burkhart (1987), three non segmented polynomial models: fractionnaire power polynomial, fifth degree polynomial and the model from Kozak et al.(1969) and three segmented polynomials: model Clark et al. (1991), Max and Burkhart (1976) and Parresol et al. (1987), in the estimative of the diameter along the stem, with and without control of the diameter classes. The area in study, belong to Mannesmann enterprise, farm Itapoã, located in Paraopeba, State of Minas Gerais. They were cubed 466 trees of *Eucalyptus cloeziana* with 7,0 years of age, planted in the spacing 3,0 x 2,0 m. The 8 tested models had its accuracy in estimating the diameter along the stem, evaluated through the following statistics: coefficient determination; residual standard error deviation; deviation of the diameters in each position along the stem; standard deviations of the differences of the diameters; sum of square of the relative residue; percentage of the residues of the diameters and graphic analysis of the medium profile of the stem. Starting from these statistics they were elaborated a ranking for each

absolute position of mensurement by occasion of the rigorous cubage by diameter class and per the total. As main results it can be mentioned: The most accurated model among the tested ones was the Clark *et al.* (1991), which presented accurated diameter estimates along the stem for all evaluated diameters classes and for when the adjustment was accomplished without the control of then. The segmented model from Max and Burkhart (1976), and the fractionaire power polynomial can be suggested as second option. These polynomials prented accurated estimates of the diameter along the profile of the stem, meanwhile they do not have a stable behavior with the change of diameter classes. The polynomial of fifth degree and the model from Amateis and Burkhart are suggested as a third option of use, since they presented accurated estimates of the diameter in the intermediate portion of the tree. However they presented biased estimates in the ends of the stems. The segmented model from of Parressol *et al.* (1987), the model from Clutter and the model from Kozak *et al.* (1969) did not present accurated estimates of the diameter along the stem of *Eucalyptus cloeziana* in any one of the studied diameters classes. There was not clear evidencies of improvement in the estimative of the diameters with the control of the diameter classes in relation to the fitting for the total, once the estimates were quite close. For practical purposes it is recomended the fitting by diameter class as a form of reducing variability sources.

**Key word:** Taper models, Accuracy, Comparison, *Eucalyptus cloeziana*

## **1 INTRODUÇÃO**

Embora o Brasil apresente uma série de vantagens competitivas em relação aos seus concorrentes na produção de madeira de rápido crescimento, seja ela destinada à fabricação de celulose e papel, energia ou outros fins, os grandes investidores do setor florestal têm procurado ampliar as possibilidades de uso da madeira, visando a estabelecer um mix de produção que garanta a rentabilidade momentânea da atividade florestal em casos de oscilações do mercado do produto principal.

Toda vez que essa opção é adotada, a estimativa dos múltiplos produtos da madeira através das funções de afilamento passa a ser um importante componente das atividades de inventário e planejamento. Tais funções, são expressões matemáticas que descrevem o perfil do tronco, ou seja, permitem a estimativa dos diâmetros a qualquer altura do tronco, ou a estimativa das alturas correspondentes a qualquer diâmetro pré-estabelecido. Assim, a descrição dos perfis dos troncos permite a quantificação do número de toras destinadas a cada uso, o que é fundamental no planejamento da produção.

Trata-se, portanto, de uma opção que teve seu desenvolvimento garantido graças aos avanços na área da informática, e propicia um detalhamento nos relatórios de resultados do inventário sem alterar os custos no trabalho de campo. Além disso, ao possibilitar o planejamento do uso diversificado dos povoamentos florestais, as funções de afilamento garantem fontes alternativas de renda e promovem uma maior agregação de valor ao destinar a madeira de maiores dimensões para usos mais nobres.

Tendo em vista as vantagens proporcionadas pela utilização múltipla da madeira dentro de uma empresa florestal e a importância das funções de afilamento, o presente estudo foi desenvolvido com os objetivos de: verificar a

acuracidade de oito modelos de afilamento para representar o perfil do fuste de *Eucalyptus cloeziana* na região de Paraopeba - MG e verificar se o controle das classes diamétricas é significativo na precisão dos ajustes.

## **2 MATERIAL E MÉTODOS**

### **2.1 Caracterização da área em estudo e a base de dados**

A área em estudo é de propriedade da Empresa Mannesmann Florestal S/A, na fazenda Itapoã, localizada no Município de Paraopeba, Estado de Minas Gerais, situado a Oeste e Norte da Serra do Espinhaço, com altitude variando entre 600 e 1500 m. A topografia compreende os chapadões baixos e colinas, com relevo ondulado suave a ondulado forte.

O clima da região é o subtropical úmido subúmido, com temperatura média anual variando de 19° a 22° C, sendo que a do mês mais frio fica entre 15,5° a 18,5° C e a do mês mais quente entre 21° a 24° C, não ocorrendo geadas.

A precipitação média anual varia de 1150 a 1450 mm, seu regime e distribuição é periódico predomina no período mais quente, com evapotranspiração potencial anual que varia entre 900 e 1100 mm.

O solo predominante é o latossolo vermelho escuro, fase cerrado, álico distrófico.

A vegetação original é o cerrado com suas diferentes formações, desde cerradões a campos, com pequenas ocorrências de matas semicaducifólias e caducifólias, especialmente nos afloramentos de calcário. (Segundo Golfari, 1975).

### **2.2 Coleta dos dados e cubagem rigorosa das árvores amostradas**

Foram cubadas rigorosamente 466 árvores de *Eucalyptus cloeziana* na idade de 7,0 anos, plantadas no espaçamento 3,0 x 2,0 m, as quais foram cortadas e derrubadas. Mediram-se os diâmetros a 0,10; 1,00; 1,90; 2,80 m de

altura; ....24,40 m; ou seja , de 0,90 m em 0,90 m, até um diâmetro mínimo de 3,0 cm com casca, além do diâmetro à 1,30 m do solo e a altura total de todas as árvores. Os diâmetros foram mensurados com sutas e a altura total com trena.

Das 466 árvores de *E. cloeziana* cubadas rigorosamente pela fórmula de Smalian, foram selecionadas 255 árvores ao acaso para serem utilizadas no ajuste dos modelos, sendo que o restante destas foram usadas como dados independentes no teste de consistência dos modelos. Todas as árvores com altura total menor que 5,2 metros foram eliminadas, porque elas não podem ser usadas para ajustar o modelo de Clark *et al.*(1991). Para o ajuste deste modelo também foi necessário interpolar os diâmetros a 5,2 metros de altura (classe de altura do quociente de forma de Girard).

Através da análise de distribuição de frequência das árvores, foram definidas três classes de diâmetro. Os modelos de afilamento foram ajustados por classe de diâmetro e para o total. Já os modelos baseados na razão entre volumes foram ajustados para o total. Na Tabela 2.1, é apresentado um resumo da distribuição das árvores selecionadas para o ajuste e para o teste de consistência por classe de diâmetro.

**TABELA 2.1** Distribuição das árvores selecionadas para o ajuste dos modelos e para o teste de consistência por classe de diâmetro e total.

Classes de diâmetro	Frequência das árvores p/ o ajuste	Frequência das árvores p/ validação	Total
≤ 10,0	85	41	126
10,1 a 15,0	85	85	170
15,1 a 20,0	85	85	170
Total	255	211	466

### **2.3 Estruturação dos dados**

Foram estruturados dois arquivos de dados; um que possibilitou o ajuste por classe de diâmetro dos modelos de afilamento e outro arquivo para ajuste das razões de volume. Os dados da cubagem rigorosa foram processados em programas específicos. O VOLMAN1.BAS foi desenvolvido especialmente para calcular o volume total com casca para cada árvore e os respectivos volumes comerciais. Os valores pré estabelecidos de diâmetro mínimo com casca e os respectivos comprimentos dos produtos podem ser vistos na Tabela 2.2.

**TABELA 2.2 Relação dos produtos, seus respectivos diâmetros mínimos e comprimento especificados para serem utilizados no ajuste das razões de volume.**

Produtos	D <sub>min</sub> com casca (cm)	Comprimento (m)
Carvão	3,0	1,80
Moirões	8,5	2,20
Moirões	11,5	2,20
Moirões	16,5	4,00
Pontaletes	11,5	2,80
Postes	16,5	10,00
Serraria	22,0	2,80

O outro programa desenvolvido foi o ORDPOL.BAS, que possibilitou a organização dos dados para que os modelos de afilamento pudessem ser ajustados. Estes dois programas desenvolvidos pelo professor José Roberto Scolforo, do Departamento de Ciências Florestais da UFLA, foram usados no ajuste dos modelos segmentados e não segmentados. As razões de volume foram ajustadas pelo Software Statgraphics 6.0 e os demais modelos foram processados pelo Software SAS.

## **2.4 Análise dos dados**

Para este estudo, foram escolhidos oito modelos que expressam o afilamento do fuste, sendo cinco destes modelos não segmentados, e três segmentados.

Dentre os modelos não segmentados, trabalhou-se com os modelos que expressam a razão entre volumes e que, por sua vez, geram as funções de afilamento, como é o caso dos modelos desenvolvidos por Clutter (1980) e Amateis Burkhart (1987).

Utilizaram-se também as funções de afilamento polinomiais, como os modelos de Prodán, Peters e Schöepfer (1966), Hradetzky (1976) e Kozak *et al.*(1969).

Dentre os modelos segmentados, trabalhou-se com os modelos propostos por Max e Burkhart (1976), Parresol *et al.* (1987) e Clark *et al.* (1991). A seguir são listadas as funções que foram utilizadas neste trabalho, assim como a forma de trabalho das mesmas.

### **2.4.1 Razão entre volume de Clutter**

Para o modelo de Clutter (1980), utiliza-se um modelo de volume total e outro de volume comercial (ou razão de volume). Através da integral e derivada destes, pode-se obter o modelo de afilamento para estimar o diâmetro a qualquer altura e/ou a altura a qualquer diâmetro previamente definidos.

Modelo de predição de volume total:  $V = \beta_1 D^{\beta_2} H^{\beta_3} + \varepsilon_i$

em que:

- $V$  = Volume total estimado pelo modelo em ( $m^3$ );
- $D$  = Diâmetro à 1,30 m de altura (cm);
- $H$  = Altura total (m);
- $\beta_{is}$  = Parâmetros do modelo a serem estimados;
- $\varepsilon_i$  = erro de estimativa;

Modelo de predição do volume comercial:  $V_c = V \left(1 - \alpha_0 d_i^{\alpha_1} D^{\alpha_2}\right) + \varepsilon_i$   
em que:

- $V_c$  = Volume comercial com casca ( $m^3$ ), até um diâmetro mínimo comercial ( $d_i$ );
- $d_i$  = Diâmetro do fuste medido à uma altura  $h_i$  ao longo do fuste (cm);
- $\alpha_{is}$  = Parâmetros do modelo a serem estimados;
- $V$ ,  $D$  e  $\varepsilon_i$ : já definidos anteriormente.

Para a obtenção do modelo de afilamento, é necessário considerar, também, que uma função de volume comercial de topo variável define uma função de afilamento a ela associada. Aplicando-se o conceito de integral e derivada, obtém-se as expressões de função de forma que permitem estimar a altura comercial em função do diâmetro e os diâmetros em função das alturas comerciais. Portanto, o afilamento do fuste da árvore pode ser definido através dos seguintes modelos:

Modelo de predição da altura comercial em função do diâmetro:

$$h_i = H - \left[ d^{\alpha_2-2} K^{-1} \beta_i D^{\beta_1} H^{\beta_2} \alpha_1 D^{\alpha_1} \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - 2} \right) \right]$$

Modelo de predição do diâmetro comercial em função da altura:

$$d_i = \left\{ \frac{1}{\beta_1 D^{\beta_1} H^{\beta_2}} \frac{1}{\alpha_1} D^{-\alpha_1} \left[ \frac{\alpha_2 - 2}{\alpha_2} \right] (H - h) \right\}^{\frac{1}{(\alpha_2 - 2)}}$$

em que:

$$K = \pi / 40.000$$

$V$ ,  $D$ ,  $d_i$ ,  $H$ ,  $h_i$ , ,  $\alpha_{is}$ ,  $\beta_{is}$  e  $\varepsilon_i$ : já definidos anteriormente;

## 2.4.2 Razão entre volume de Amateis e Burkhart

Amateis e Burkhart (1987) apresentaram dois modelos para estimar o volume comercial até qualquer diâmetro ou altura comercial, como seguem:

Volume comercial até qualquer diâmetro superior:

$$V_c = V \left( 1 - \alpha_0 \frac{d^{\alpha_1}}{D^{\alpha_2}} \right) + \varepsilon_i \quad (1)$$

Volume comercial até qualquer altura comercial:

$$V_c = V \left( 1 - \gamma_0 \frac{(H-h)^{\gamma_1}}{H^{\gamma_2}} \right) + \varepsilon_i \quad (2)$$

em que:

V, D, H, Vc, di, hi ,  $\alpha_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\varepsilon_i$ : já definidos anteriormente

Igualando as funções (1) e (2), obtém-se, de maneira fácil, os modelos de afilamento que propiciam a estimativa do diâmetro correspondente a qualquer altura, ou vice-versa, conforme segue:

$$\alpha_0 \frac{d^{\alpha_1}}{D^{\alpha_2}} = \gamma_0 \frac{(H-h)^{\gamma_1}}{H^{\gamma_2}} \quad (3)$$

Resolvendo (3) em função do diâmetro (d), é obtido o modelo para estimar diâmetros ao longo do fuste da árvore.

$$d = \left[ \frac{\gamma_0 D^{\alpha_2} (H-h)^{\gamma_1}}{\alpha_0 H^{\gamma_2}} \right]^{\frac{1}{\alpha_1}}$$

Resolvendo (3) em relação à altura comercial (h), pode-se obter a função de altura.

$$h = H - \left[ \frac{\alpha_0 H^{\gamma_2} d^{\alpha_1}}{\gamma_0 \cdot D^{\alpha_2}} \right]^{\frac{1}{\gamma_1}}$$

#### 2.4.3 Polinômio de 5º grau ou de Prodan, Schöepfer e Peters (1965)

Ao contrário das razões entre volume e polinômio de quinto grau, foi ajustado por classe diamétrica e possui a forma para predição do diâmetro comercial ( $d_i$ ), como segue abaixo:

$$\frac{d_i}{D} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_i}{H} \right)^5 + \varepsilon_i$$

em que:

$D$ ,  $d_i$ ,  $H$ ,  $h_i$ ,  $\beta_i$ s e  $\varepsilon_i$ : já foram definidos anteriormente.

Isolando ( $d_i$ ), obtém-se a função de afilamento através da qual pode-se estimar o diâmetro correspondente a qualquer altura na árvore, desde que seja fornecido o DAP e a altura total da árvore.

$$d_i = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h}{H} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h}{H} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h}{H} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h}{H} \right)^5 \right]$$

#### 2.4.4 Polinômio de potência fracionária ou modelo de Hradetzky (1976)

Conforme já constatado por Schöepfer e Prodan (1966), o polinômio do quinto grau, embora represente bem o perfil da árvore como um todo, não o representa tão bem na porção inferior, já que há mais irregularidade da forma e sinuosidade na base da árvore do que nas partes superiores.

Hradetzky (1976) sugere um mix de potências inteiras e fracionárias como tentativa de melhor representar o perfil de árvores

As potências a serem testadas para fins de construir o modelo para cada classe de diâmetro e total através do procedimento de “Stepwise” foram as seguintes: 0.005; 0.09; 0.08; 0.07; 0.06; 0.05; 0.04; 0.03; 0.02; 0.01; 0.9; 0.8; 0.7; 0.6; 0.5; 0.4; 0.3; 0.2; 0.1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20 e 25.

A expectativa é que as potências de grandeza de dezenas representam melhor a base da árvore; as potências unitárias, a região intermediária e as potências fracionárias, o topo da árvore (Fischer, 1997).

A forma geral dos polinômios a serem construídos são:

$$d_i = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H}^{p1} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H}^{p2} \right) + \dots + \beta_n \left( \frac{h_i}{H}^{pn} \right) + \varepsilon_i$$

em que:

$d_i$ ,  $D$ ,  $h_i$ ,  $H$ ,  $\beta_i$ , e  $\varepsilon_i$ : já foram mencionados anteriormente;

$p_i$  = expoentes variando entre 0,005 e 25.

Isolando  $d_i$ , obtém-se a função de afilamento:

$$d_i = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{p1} + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{p2} + \dots + \beta_n \left( \frac{h_i}{H} \right)^{pn} \right]$$

#### 2.4.5 Polinomio do 2º grau ou modelo de Kozak *et al.* (1969)

$$\frac{d_i}{D} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^2} + \varepsilon_i$$

em que:

$d_i$ ,  $D$ ,  $h_i$ ,  $H$ ,  $\beta_i$ ,  $\varepsilon_i$ : já foram definidos anteriormente.

Isolando  $d_i$ , obtém-se a função de afilamento:

$$d_i = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^2 \right]^{0.5}$$

#### 2.4.6 Modelo Segmentado de Max e Burkhart (1976)

Modelo para predição do diâmetro comercial ( $d_i$ ):

$$d_i = D \left[ \beta_1(X - 1) + \beta_2(X^2 - 1) + \beta_3(a_1 - X)^2 \cdot I_1 + \beta_4(a_2 - X)^2 \cdot I_2 \right]^{0.5}$$

em que:

$a_1$  e  $a_2$  = são pontos de ligação dos polinômios;

$i = 1, 2$ ;

$X = h_i/H$ ;

$$I_i = \begin{cases} 1 & \text{se } X \leq a_i \\ 0 & \text{se } X > a_i \end{cases}$$

$D, d_i, h_i, H$  e  $\beta_i$ : já foram definidos anteriormente.

#### 2.4.7 Modelo segmentado de Parresol et al. (1987)

Modelo para predição do diâmetro comercial ( $d_i$ ):

$$d_i = D \left[ Z^2 (\beta_1 + \beta_2 \cdot Z) + (Z - a)^2 \{ \beta_3 + \beta_4 (Z + 2a) \} \cdot I \right]^{0.5}$$

em que:

$Z = (H - h_i) / H$ ;

$a$  = ponto de ligação do polinômio;

$$I_i = \begin{cases} 1 & \text{se } Z \geq a \\ 0 & \text{se } Z < a \end{cases}$$

$D$ ,  $d_i$ ,  $H$ ,  $h_i$  e  $\beta_{is}$ : já definidos anteriormente.

#### 2.4.8 Modelo segmentado de Clark *et al.* (1991)

Modelo para predição do diâmetro comercial ( $d_i$ ):

$$d_i = \left[ I_S \left\{ D^2 \left( 1 + \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) \left( \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\alpha_3} - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_3} \right) \right) \right\} + \right. \\ \left. + I_B \left\{ D^2 \left( D^2 - F^2 \right) \left( \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\beta_1} \right) \right) \right\} + \\ \left. + I_T \left\{ F^2 \left( \gamma_2 \left( \left( \frac{h_i - 5,2}{H - 5,2} \right) - 1 \right)^2 + I_M \left( \frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) \left( \gamma_1 - \left( \frac{h_i - 5,2}{H - 5,2} \right) \right)^2 \right) \right\} \right]^{0,5}$$

em que:

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  = Parâmetros a serem estimados para seção do tronco abaixo de 1,30 (m);

$\beta_1$  = Parâmetros a serem estimados para seção do tronco entre 1,30m e 5,2 (m);

$\gamma_1, \gamma_2$  = Parâmetros a serem estimados para seção do tronco acima de 5,2 (m);

$F$  = Diâmetro com casca (cm) a 5,2 m de altura,(Classe de altura do quociente de forma de Girard);

$I_S = \begin{cases} 1 & \text{se } h_i < 1,3 \text{ m;} \\ 0 & \text{se diferente da condição acima;} \end{cases}$

$I_B = \begin{cases} 1 & \text{se } 1,3 \text{ m} \leq h_i \leq 5,2 \text{ m;} \\ 0 & \text{se diferente da condição acima;} \end{cases}$

$$I_T \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i > 5,2 \text{ m;} \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

$$I_M \begin{cases} = 1 \text{ se } h_i < (5,2 + a(h - 5,2)); \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{cases}$$

D,  $d_i$ , H e  $h_i$ : já foram definidos anteriormente.

## 2.5 Acuracidade dos modelos de Afilamento

Os oito modelos tiveram sua acuracidade avaliada através de várias estatísticas. o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), erro padrão de estimativa ( $S_{yx}$ ), o exame da distribuição gráfica dos resíduos e pela visualização do perfil estimado sobre o perfil verdadeiro das árvores. Adicionalmente, para complementar a escolha do melhor modelo, foram utilizadas estatísticas como aquelas utilizadas por Parresol *et al.*(1987), Figueiredo Filho *et al.*(1996), Rios (1997), Assis (1998) e Scolforo *et al.* (1998), as quais foram calculadas conforme mostra a Tabela 2.3. A variável avaliada foi o diâmetro nas diferentes posições absolutas: 0,10m; 1,00m; 1,30m; 1,90m; 2,80m; .....24,40 m; até o diâmetro mínimo de 3,0 cm. A avaliação foi feita para as classes de diâmetro  $\leq 10,0$  cm; de 10,1 a 15,0 cm e de 15,1 a 20,0 cm.

Também foi avaliada a acuracidade das equações ajustadas para o total dos dados sem agrupamento em classes de diâmetro.

**TABELA 2.3 Estatísticas utilizadas para avaliar os diâmetros estimados.**

Desvio (D)	$(\sum \text{Diff}_i)/N$
Desvio padrão das diferenças (SD)	$[\sum (\text{Diff}_i - D)^2 / (N-1)]^{0.5}$
Soma do Quadrado do resíduo relativo (SSRR)	$\sum (\text{Diff}_i / d_i)^2$
Percentagem dos resíduos (RP)	$\sum (\text{Diff}_i / d_i) 100/N$

em que:

$\text{Diff}_i = (d_i - \hat{d}_i)$  é o desvio dos diâmetros em cada iésima posição no fuste ( 0,10; 1,00; 1,30; 1,90; 2,80;.....24,4 metros)

$d_i$  = diâmetro da árvore, na posição i no fuste

$\hat{d}_i$  = diâmetro estimado para a posição i no fuste

N = número de árvores

A partir destas estatísticas, foi elaborado um “ranking” para expressar de forma resumida a acuracidade dos oito modelos de afilamento ajustados. Este “ranking” foi feito para cada posição absoluta em que se efetuou a cubagem rigorosa e também por classe de diâmetro e para o total, sem o controle das classes diamétricas, considerando as quatro estatísticas da tabela 2.3. Foi atribuída a nota 1 à equação que apresentou maior acuracidade e assim sucessivamente, até a nota 8 para a equação que apresentou menor acuracidade. No caso de mesmo valor em qualquer das estatística para diferentes equações, estas receberam a mesma nota.

### **3 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### **3.1 Ajuste dos modelos de afilamento do fuste por classe de diâmetro e para o total**

As estimativas dos coeficientes dos modelos ajustados e as medidas de ajuste e precisão das equações estão dispostas de forma resumida por classe de diâmetro e para o total nas Tabelas 2.4, 2.5 e 2.6. Nota-se que todas as equações apresentaram boa precisão estatística com coeficientes de determinação bem próximos de 100%.

As equações baseadas nas razões de volume apresentaram coeficiente de determinação bem próximos de 100% e erro padrão da estimativa tendendo a zero. Esta alta correlação obtida se dá em função dos modelos considerarem como variável dependente os volumes comerciais e como parte das independentes o volume total. Em qualquer circunstância, a correlação entre o volume total e o parcial para uma mesma árvore sempre será muito forte, devido ao controle implícito das fontes de variação que afetam tais variáveis.

Estas medidas de precisão não podem ser comparadas àquelas obtidas pelos demais modelos polinomiais já que, nestes, os ajustes foram feitos por classe de diâmetro e também devido ao fato de que as variáveis dependentes destas duas categorias de equações serem diferentes.

Quanto à predição dos modelos polinomiais não segmentados, verificou-se uma leve superioridade do coeficiente de determinação do polinômio de quinto grau em relação ao polinômio de 2º grau e polinômio de potência fracionária, em todas as classes de diâmetro e para o total. Em contrapartida, o erro padrão de estimativa do polinômio de potência fracionária é inferior aos dos outros dois modelos.

Este fato deve-se ao uso das potências fracionárias que melhor se adequam para representar a curvatura mediana e superior da árvore e das potências de valores elevados, que melhor expressam a porção inicial do fuste. Assim, a combinação destes expoentes em modelos construídos tende a representar melhor o perfil da árvore em relação aos modelos polinomiais tradicionais.

Com relação aos modelos polinomiais segmentados, pode-se verificar, na Tabela 2.6, através dos coeficientes de determinação e erro padrão de estimativa, que o modelo segmentado de Clark *et al.*(1991) apresentou uma ligeira superioridade em relação às equações de Max e Burkhart (1976) e Parresol *et al.* (1987), em todas classes de diâmetro e total.

De uma maneira geral, há uma sensível melhora das medidas de precisão entre os modelos segmentados e não segmentados à medida que aumentam as dimensões das árvores.

Comparando-se os resultados das medidas de precisão proporcionados por cada modelo por classe de diâmetro com aqueles propiciados sem o controle das classes de diâmetro denominado de total, verificou-se, para todos os modelos polinomiais segmentados e não segmentados, que não existe diferença aparente entre esses resultados, pois os valores sempre se mostraram muito próximos (Tabelas 2.5 e 2.6).

**TABELA 2.4** Estimativas dos parâmetros e medidas de precisão dos modelos de razão de volume.

Modelos	Variável	Parâmetros estimados		Medidas de precisão	
				R <sup>2</sup> (%)	S <sub>yx</sub>
Amateis e diâmetro	$\hat{\alpha}_0$	0,67896203		99,55	0,00447214
	$\hat{\alpha}_1$	3,09680271			
	$\hat{\alpha}_2$	3,01010584			
Burkhart altura	$\hat{\gamma}_0$	0,88816352		99,92	0,00000000
	$\hat{\gamma}_1$	2,44401543			
	$\hat{\gamma}_2$	2,41454702			
Clutter diâmetro	$\hat{\beta}_1$	0,00002608		99,11	0,00836660
	$\hat{\beta}_2$	1,75940418			
	$\hat{\beta}_3$	1,28487822			
altura	$\hat{\alpha}_1$	0,66185762		99,55	0,00447214
	$\hat{\alpha}_2$	3,08569212			
	$\hat{\alpha}_3$	-2,99118078			

**TABELA 2.5** Parâmetros estimados e medidas de precisão do polinômio de potência fracionária por classe de diâmetro e para o total.

Parâme- tros	Classes de diâmetro						Total	Potênci a
	≤ 10,0	Potênci a	10,1 a 15,0	Potênci a	15,1 a 20,0	Potênci a		
$\hat{\beta}_0$	-84999,752303	-	-242227,070692	-	10,704109	-	-31295,553716	-
$\hat{\beta}_1$	111562,389368	0,005	286107,644690	0,005	-9,818929	0,005	39511,459677	0,005
$\hat{\beta}_2$	4723,964238	0,09	-51879,197924	0,05	-0,479863	1	-8583,794699	0,03
$\hat{\beta}_3$	-31114,367628	0,03	1029,944035	0,6	-0,287827	2	-100,463430	0,8
$\hat{\beta}_4$	-173,176955	0,3	-4172,430343	0,4	-0,116842	10	408,972805	0,2
$\hat{\beta}_5$	2,084368	2	11150,150660	0,2	-	-	60,772834	1
$\hat{\beta}_6$	-1,002633	3	-9,141285	2	-	-	-1,364637	3
$\hat{\beta}_7$	-0,138218	20	0,101239	10	-	-	-0,028529	25
R <sup>2</sup> (%)	98,24		98,93		99,24		98,71	
S <sub>yx</sub>	0,040217		0,029723		0,025228		0,033204	

**TABELA 2.6** Parâmetros estimados e medidas de precisão dos modelos polinomiais segmentados e não segmentados por classe de diâmetro e para o total.

Modelos	Parâmetros Estimados	Classes de diâmetro				
		≤ 10,0	10,1 a 15,0	15,1 a 20,0	Total	
Polinômio de 5º grau	$\hat{\beta}_0$	1,248385	1,148474	1,130830	1,147054	
	$\hat{\beta}_1$	-3,896227	-2,730670	-2,508088	-2,688707	
	$\hat{\beta}_2$	15,602199	10,165417	8,501002	9,515923	
	$\hat{\beta}_3$	-35,538216	-23,598527	-18,742291	-21,291938	
	$\hat{\beta}_4$	37,042689	24,661366	18,795782	21,644618	
	$\hat{\beta}_5$	-14,459301	-9,648542	-7,180746	-8,390732	
	R <sup>2</sup> (%) S <sub>vx</sub>	99,74 0,318898	99,80 0,417576	99,84 0,457701	99,80 0,438418	
Polinômio de 2º grau	$\hat{\beta}_1$	-2,088397	-1,9240014	-1,9142581	-1,9347987	
	$\hat{\beta}_2$	0,872435	0,7867553	0,7956146	0,8009592	
	R <sup>2</sup> (%) S <sub>vx</sub>	99,47 0,469784	99,72 0,506656	99,76 0,572713	99,71 0,540018	
	Max & Burkhardt (1976)	$\hat{a}_1$ $\hat{a}_2$ $\hat{\beta}_1$ $\hat{\beta}_2$ $\hat{\beta}_3$ $\hat{\beta}_4$	0,096754 0,700000 -1,215718 0,329602 51,426284 0,491618	0,078214 0,900000 -3,740011 1,753941 52,197151 -1,129090	0,079782 0,860338 -3,746594 1,795312 49,590791 -1,227831	0,077480 0,888708 -4,226451 2,033949 56,148922 -1,433689
	R <sup>2</sup> (%) S <sub>vx</sub>	99,75 0,319207	99,82 0,405524	99,86 0,435040	99,82 0,424464	
	Parresol <i>et al.</i> (1987)	$\hat{a}$ $\hat{\beta}_1$ $\hat{\beta}_2$ $\hat{\beta}_3$ $\hat{\beta}_4$	0,755810 2,515849 -1,741215 -95,666737 43,326049	0,763632 2,395654 -1,596740 -75,574067 33,702662	0,753041 2,771511 -2,170654 -206,172426 87,818826	0,737320 2,396990 -1,635491 -55,309783 25,632666
	R <sup>2</sup> (%) S <sub>vx</sub>	99,64 0,384977	99,72 0,513449	99,60 0,739926	99,73 0,520615	
Clark <i>et al.</i> (1991)	$\hat{\gamma}_1$ $\hat{\gamma}_2$ $\hat{\alpha}_1$ $\hat{\alpha}_2$ $\hat{\beta}_1$ $\hat{\alpha}_3$	0,98719024 21,75473688 0,52061195 44,46943218 2,49476541 13,15235108	0,9508148 5,1662259 0,3412691 123,1363541 4,9927359 16,6193192	0,9040116 3,0794838 0,2712540 479,5003975 6,9757749 26,9827314	0,9152994 3,4131659 0,3508250 109,9353603 3,9517364 19,155792	
	R <sup>2</sup> (%) S <sub>vx</sub>	99,85 0,248775	99,88 0,331119	99,91 0,349041	99,89 0,332430	

### **3.2 Acuracidade das equações de afilamento**

Na Tabela 2.7 são apresentadas<sup>^</sup>, para as oito equações estudadas, as estatísticas; desvio (D), desvio padrão das diferenças (SD), soma do quadrado das diferenças (SSRR) e percentagem dos resíduos (RP) por altura absoluta para as árvores da classe de diâmetro: 10,1 a 15,0 cm. Das estatísticas apresentadas nesta Tabela e nas Tabelas 1, 2 e 3 apresentadas no anexo A, para a classe diamétrica  $\leq 10,0$  cm; 15,1 a 20,0 cm; e para o total dos dados foi obtido o “ranking”, para cada posição absoluta ao longo do fuste, por classe de diâmetro e para o total, conforme mostrado na Tabela 2.8. As estatísticas dos dados utilizados no teste de consistência são apresentadas nas Tabelas 1B, 2B, 3B e 4B do Anexo B. O “ranking” dos dados utilizados no teste de consistência é apresentado na Tabela 5B do anexo B.

#### **3.2.1 Razões de volume**

Analisando o “ranking” mostrado na Tabela 2.8, pode-se verificar que, dentre os modelos de afilamento baseados na razão de volume, a equação de Clutter (1980) não proporcionou estimativas acuradas do diâmetro, independente da altura do fuste, da classe de diâmetro e total. Comportamento similar a este pode ser também observado, na Tabela 5B do anexo B, com os dados do teste de consistência. A falta de acuracidade da equação de Clutter (1980) para estimar o diâmetro ao longo do perfil do fuste de *Eucalyptus cloeziana* é reforçada ainda mais pela análise gráfica do perfil médio do fuste nas Figuras 1C, 2C, 3C e 4C, do anexo C, que exibem uma tendência de subestimá-lo em todas as classes diamétricas e para o conjunto total dos dados, mostrando que as estimativas proporcionadas por esta equação não a credenciam para ser utilizada com segurança para a espécie em questão, na região de estudo. Resultados similares a

este foram encontrados por Scolforo *et al.* (1998), estudando a acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*; Assis (1998), estudando a acuracidade na estimativa de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla* e Fischer (1997), estudando a eficiência de equações de afilamento para representar o perfil dos troncos de *Pinus taeda*.

Quanto à equação proposta por Amateis e Burkhart (1987), pode-se observar, nas Tabelas 2.7, e 1A, 2A e 3A do anexo A, e mais claramente na Tabela 2.8, que para todas as classes de diâmetro e para o total, foi detectada uma baixa acuracidade na estimativa dos diâmetros correspondentes à base, abaixo de 1,90 m com subestimativa dos diâmetros. No topo da árvore, esta subestimativa tende a diminuir ligeiramente com o aumento das dimensões das árvores, fato que é realçado nos gráficos dos perfis médios por classe de diâmetro e para o conjunto total dos dados nas Figuras 1C, 2C, 3C e 4C, apresentadas no anexo C, o que também está de acordo com os trabalhos de Fischer (1997), Scolforo *et al.* (1998) e Assis (1998).

De maneira geral, para árvores com maiores dimensões, a equação de afilamento proposta por Amateis e Burkhart apresenta estimativas razoáveis do diâmetro nas posições do tronco para as quais se faz de fato importante efetuar tais estimativas. Estas posições normalmente correspondem à altura de pelo menos uma tora padrão, de 2,2 a 2,4 m de comprimento.

### 3.2.2 Polinômios Não Segmentados

Dentre os modelos polinomiais não segmentados, pode-se verificar, através das estatísticas apresentadas na Tabela 2.7, Tabelas 1A, 2A, 3A do anexo A e mais claramente na Tabela 2.8, que tanto o polinômio de potência fracionária quanto o polinômio do quinto grau apresentaram estimativas

semelhantes dos diâmetros ao longo do fuste. O mesmo não se observa para o polinômio de 2º grau, cujas estimativas são ligeiramente inferiores.

Independente da classe de diâmetro ou total, verifica-se que o desempenho do polinômio de potência fracionária é superior aos demais polinômios não-segmentados na estimativa dos diâmetros na base do fuste. Este fato pode ser devido ao uso de potências elevadas que proporcionam um melhor ajuste deste polinômio para esta parte do fuste. Este fato pode ser visualizado também nas Figuras 1C, 2C, 3C e 4C do anexo C. Este mesmo efeito foi notado por Penman (1993), quando acrescentou ao modelo polinomial a potência igual a 90.

Quanto ao uso de potências fracionárias no modelo, estas pouco influenciaram nas estimativas de diâmetro na porção superior do fuste, haja visto que, ao serem comparadas à do polinômio do quinto grau, apresentaram acuracidade algumas vezes semelhantes ou inferiores a estas dependendo da classe de diâmetro. Já na porção mediana do fuste, nota-se uma semelhança da estimativa dos diâmetros entre os polinômios de potência fracionária e do quinto grau.

De maneira geral, tais resultados credenciam o polinômio de potência fracionária dentre os três modelos não-segmentados, como de maior acuracidade na estimativa do diâmetro ao longo do perfil do fuste, seguido de perto pelo polinômio de quinto grau e por último o polinômio de 2º grau.

### **3.2.3 Polinômios Segmentados**

Considerando os resultados estatísticos apresentados na Tabela 2.7 e Tabelas 1A, 2A, e 3A do Anexo A, as estimativas proporcionadas pela equação de Clark *et al* (1991) foram superiores às estimativas das equações de Max e Burkhart (1976) e Parresol *et al.* (1987), para todas classes de diâmetro e também para o total, elegendo-o, dentre os modelos segmentados, como o de

maior acuracidade para representar o perfil do fuste, quase que na totalidade das posições, como pode ser visto na Tabela 2.8.

A equação de Parressol *et al* (1987) apresentou baixa acuracidade na estimativa do diâmetro, já que existiu uma tendência visível desta equação em subestimar os diâmetros na base e no topo da árvore. Já nas equações de Clark *et al.* (1991) e Max e Burkhart (1976), esta subestimativa ocorre em alguns casos no topo da árvore. Este fato pode ser também visualizado ao observar as Figuras 1C, 2C, 3C, e 4C do anexo C. Tal situação não afeta de forma prática os modelos, uma vez que a parte do fuste em questão não apresenta valores representativos em termos volumétricos. Resultados semelhantes foram observados por Figueiredo Filho (1996), estudando *Pinus taeda*.

Na Tabela 2.9, são apresentadas os códigos correspondentes às equações que tiveram estimativas mais acuradas dos diâmetros nas diferentes posições do fuste, de 0,10 a 24,40 metros de altura, por classe diamétrica e para a situação em que não houve o controle por classe de diâmetro.

A equação segmentada de Clark *et al.* (1991), apresentou estimativas mais acuradas na maioria dos casos, para todas classes de diâmetro e total. A equação de Max e Burkhart (1976) foi a segunda mais acurada nas classes  $\leq 10,0$  cm; 10,1 a 15,0 cm e a terceira no total.

O polinômio de potência fracionária foi o segundo mais acurado na classe de 15,1 a 20,0 cm e no total. Tanto o polinômio de quinto grau como a equação de Amateis e Burkhart (1976) aparecem de formas isoladas, em algumas posições específicas no fuste, como mais acuradas, mas não interferindo de forma concreta nos resultados obtidos. Já a equação de Clutter (1980), Kozak *et al.*(1969) e Parresol *et al.* (1987) não apareceram em nenhuma vez, sendo pois, consideradas como menos acuradas entre os modelos ajustados.

É perceptível a hegemonia da equação de Clark *et al.* (1991) em relação às demais equações estudadas. Nota-se que há maior uniformidade na estimativa

proporcionada por esta equação em todas classes de diâmetro e para o conjunto total dos dados. Esta predominância ocorre também nas posições ao longo do fuste, exceção feita somente para o ápice da árvore.

A equação segmentada de Max e Burkhart (1976) apresenta-se como uma segunda opção na estimativa dos diâmetros ao longo fuste para as classes diamétricas; 10,1 a 15,0 cm e 15,1 a 20,0 cm, principalmente quando se deseja melhores estimativas do ápice da árvore. Ainda na classe de 15,1 a 20,0 cm, a equação de potência fracionária aparece com destaque na posição mediana do fuste, apresentando comportamento semelhante para o conjunto total dos dados.

estimativas segmentadas mostram que a equação

de potência fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de

estimativas segmentadas, quando se considera a equação de potência

fracionária para a estimativa das classes de 10,1 a 15,0 cm.

As estimativas segmentadas mostram que a equação de potência

fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de potência

fracionária para a estimativa das classes de 15,1 a 20,0 cm.

As estimativas segmentadas mostram que a equação de potência

fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de potência

fracionária para a estimativa das classes de 10,1 a 15,0 cm.

As estimativas segmentadas mostram que a equação de potência

fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de potência

fracionária para a estimativa das classes de 15,1 a 20,0 cm.

As estimativas segmentadas mostram que a equação de potência

fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de potência

fracionária para a estimativa das classes de 10,1 a 15,0 cm.

As estimativas segmentadas mostram que a equação de potência

fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de potência

fracionária para a estimativa das classes de 15,1 a 20,0 cm.

As estimativas segmentadas mostram que a equação de potência

fracionária é a que mais se aproxima das estimativas de potência

fracionária para a estimativa das classes de 10,1 a 15,0 cm.

**TABELA 2.7** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* na classe de diâmetro 10,1 a 15,0 cm , para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

Mod	Est.	Alturas absolutas (m)																											
		0,1	1,0	1,3	1,9	2,8	3,7	4,6	5,5	6,4	7,3	8,2	9,1	10,0	10,9	11,8	12,7	13,6	14,5	15,4	16,3	17,2	18,1	19,0	19,9	20,8	21,7	22,6	
(1)	D	0,02	0,19	0,19	-0,01	-0,29	-0,29	-0,12	-0,02	0,06	0,15	0,16	0,15	0,16	0,10	0,05	-0,05	-0,13	-0,12	-0,16	-0,15	-0,13	-0,06	0,09	0,14	0,25	0,28	0,35	
	SD	1,31	0,32	0,05	0,28	0,32	0,32	0,34	0,38	0,41	0,38	0,43	0,43	0,40	0,42	0,45	0,40	0,42	0,41	0,46	0,46	0,52	0,51	0,41	0,46	0,39	0,40	0,46	
	SSRR	0,65	0,07	0,02	0,04	0,11	0,12	0,08	0,11	0,13	0,14	0,19	0,20	0,21	0,23	0,30	0,31	0,42	0,46	0,81	0,98	2,52	1,40	0,77	1,04	1,13	0,86	0,31	
	RP	-0,68	1,47	1,46	-0,15	-2,38	-2,48	-1,05	-0,28	0,46	1,37	1,55	1,48	1,58	0,93	0,13	-1,11	-2,38	-2,30	-3,05	-2,84	-3,71	-2,24	2,11	3,08	6,82	9,61	14,31	
(2)	D	0,34	-0,20	-0,28	-0,14	0,03	0,14	0,22	0,13	0,03	-0,03	-0,09	-0,12	-0,07	-0,04	0,01	0,02	0,02	0,09	0,06	0,05	0,00	-0,01	0,00	-0,06	-0,07	-0,09	-0,02	
	SD	0,62	0,32	0,13	0,30	0,31	0,34	0,37	0,40	0,37	0,42	0,42	0,39	0,42	0,44	0,39	0,41	0,41	0,45	0,44	0,50	0,50	0,39	0,43	0,38	0,38	0,48		
	SSRR	0,17	0,06	0,04	0,06	0,06	0,07	0,10	0,12	0,14	0,13	0,19	0,21	0,20	0,23	0,30	0,28	0,35	0,41	0,66	0,74	2,27	1,28	0,67	0,95	1,12	0,74	0,23	
	RP	2,14	-1,45	-2,02	-1,07	0,25	1,15	1,81	1,03	0,07	-0,43	-1,12	-1,43	-0,89	-0,60	-0,09	0,10	0,11	1,01	0,39	0,09	-1,67	-1,65	-0,77	-2,73	-3,55	-4,58	-2,07	
(3)	D	1,33	0,05	-0,19	-0,30	-0,33	-0,27	-0,15	-0,16	-0,16	-0,12	-0,12	-0,09	-0,09	-0,01	0,02	0,06	0,07	0,06	0,13	0,11	0,10	0,08	0,09	0,10	0,02	-0,05	-0,16	-0,21
	SD	0,62	0,30	0,07	0,29	0,32	0,32	0,33	0,36	0,39	0,37	0,42	0,42	0,39	0,41	0,44	0,39	0,41	0,41	0,45	0,43	0,50	0,50	0,39	0,43	0,38	0,37	0,40	
	SSRR	0,73	0,04	0,02	0,09	0,12	0,11	0,09	0,13	0,16	0,14	0,19	0,21	0,19	0,22	0,29	0,28	0,35	0,42	0,66	0,73	2,13	1,21	0,67	0,88	1,11	0,88	0,23	
	RP	8,52	0,38	-1,41	-2,36	-2,70	-2,31	-1,40	-1,53	-1,66	-1,33	-1,31	-1,10	-0,28	0,11	0,59	0,71	0,70	1,69	1,32	1,29	-0,09	0,45	1,33	-0,77	-3,13	-7,61	-10,78	
(4)	D	1,61	0,29	0,04	-0,10	-0,15	-0,12	-0,03	-0,05	-0,08	-0,05	-0,05	-0,05	-0,03	0,05	0,09	0,14	0,17	0,19	0,28	0,30	0,34	0,36	0,41	0,48	0,46	0,46	0,39	0,37
	SD	0,63	0,30	0,03	0,28	0,31	0,31	0,33	0,36	0,39	0,37	0,41	0,41	0,39	0,41	0,44	0,39	0,41	0,41	0,45	0,44	0,50	0,50	0,39	0,43	0,38	0,36	0,43	
	SSRR	1,02	0,07	0,00	0,05	0,07	0,07	0,08	0,11	0,14	0,13	0,18	0,19	0,18	0,22	0,31	0,30	0,41	0,55	0,85	1,06	2,22	1,52	1,39	1,48	1,58	1,00	0,29	
	RP	10,32	2,13	0,30	-0,80	-1,32	-1,12	-0,39	-0,67	-0,91	-0,66	-0,69	-0,48	-0,40	0,93	1,64	2,11	2,62	4,31	4,97	6,12	6,00	7,75	11,11	11,30	12,88	13,21	15,33	
(5)	D	2,68	1,40	1,16	1,04	1,01	1,07	1,18	1,18	1,17	1,21	1,22	1,24	1,32	1,36	1,41	1,41	1,41	1,48	1,46	1,44	1,47	1,46	1,40	1,30	1,15	1,05		
	SD	0,67	0,35	0,14	0,32	0,36	0,36	0,39	0,42	0,43	0,41	0,44	0,43	0,42	0,43	0,46	0,42	0,43	0,43	0,48	0,47	0,53	0,53	0,43	0,44	0,39	0,35	0,39	
	SSRR	2,65	0,93	0,66	0,60	0,63	0,74	0,95	1,04	1,14	1,30	1,48	1,70	2,07	2,44	2,92	3,33	3,89	4,85	5,75	6,63	7,34	7,31	8,61	7,94	8,12	5,42	1,29	
	RP	17,32	10,26	8,75	8,10	8,16	8,91	10,15	10,52	10,95	11,84	12,53	13,46	15,02	16,31	17,81	19,18	20,63	23,15	24,91	27,09	28,21	30,64	34,82	36,30	39,33	41,52	44,99	
(6)	D	0,02	0,02	0,01	0,03	-0,04	-0,02	0,06	0,02	-0,02	-0,01	-0,04	-0,05	0,00	0,01	0,03	0,01	-0,01	0,04	0,02	0,01	-0,01	0,01	0,04	-0,01	-0,02	-0,07	-0,07	
	SD	0,63	0,31	0,10	0,28	0,31	0,31	0,33	0,36	0,39	0,37	0,42	0,41	0,39	0,41	0,44	0,39	0,41	0,41	0,45	0,43	0,50	0,50	0,39	0,43	0,38	0,38	0,43	
	SSRR	0,14	0,05	0,01	0,04	0,06	0,06	0,08	0,11	0,13	0,13	0,18	0,20	0,19	0,22	0,29	0,28	0,36	0,40	0,66	0,75	2,25	1,27	0,65	0,90	1,04	0,71	0,19	
	RP	0,03	0,23	0,14	0,19	-0,35	-0,20	0,46	0,07	-0,32	-0,26	-0,53	-0,63	-0,11	-0,04	0,12	-0,09	-0,40	0,33	-0,24	-0,35	-1,78	-1,26	0,22	-1,33	-2,06	-3,96	-4,23	
(7)	D	0,25	-0,20	-0,24	-0,03	0,21	0,32	0,32	0,13	-0,05	-0,16	-0,26	-0,31	-0,28	-0,26	-0,21	-0,17	-0,11	0,04	0,12	0,23	0,31	0,44	0,59	0,64	0,70	0,68	0,69	
	SD	0,62	0,32	0,14	0,30	0,31	0,32	0,35	0,38	0,40	0,37	0,42	0,42	0,40	0,42	0,45	0,40	0,44	0,43	0,48	0,46	0,52	0,51	0,40	0,45	0,38	0,37	0,44	
	SSRR	0,16	0,06	0,03	0,05	0,08	0,12	0,13	0,12	0,15	0,16	0,26	0,31	0,29	0,33	0,38	0,43	0,43	0,49	0,85	1,16	2,33	1,72	2,05	2,33	2,84	2,20	0,66	
	RP	1,55	-1,46	-1,73	-0,18	1,72	2,59	2,63	0,98	-0,72	-1,75	-2,87	-3,56	-3,34	-3,27	-2,79	-2,31	-1,53	0,80	2,37	4,65	5,66	8,59	14,23	16,26	20,81	24,24	29,32	
(8)	D	0,00	0,00	0,00	-0,03	0,00	0,05	0,09	-0,01	-0,04	-0,03	-0,04	-0,04	0,02	0,03	0,06	0,05	0,03	0,09	0,06	0,05	0,03	0,04	0,06	0,00	-0,03	-0,09	-0,18	
	SD	0,62	0,30	0,00	0,25	0,23	0,20	0,14	0,08	0,24	0,23	0,29	0,28	0,27	0,31	0,34	0,31	0,34	0,36	0,38	0,39	0,45	0,46	0,37	0,42	0,39	0,37	0,71	
	SSRR	0,13	0,04	0,00	0,03	0,03	0,03	0,02	0,01	0,04	0,04	0,08	0,09	0,09	0,13	0,17	0,16	0,24	0,30	0,48	0,58	1,82	1,01	0,56	0,82	1,05	0,73	0,51	
	RP	-0,16	-0,04	0,00	-0,27	0,01	0,43	0,77	-0,12	-0,42	-0,27	-0,44	-0,42	0,20	0,38	0,68	0,57	0,37	1,19	0,74	0,61	-0,84	-0,47	0,70	-1,07	-2,56	-4,68	-9,23	

- (1) Polinômio de potência fracionária (2) polinômio de quinto grau (3) Kozak *et al.* (4) Amateis e Burkhart (5) Cluter  
 (6) Max e Burkhart (7) Parresol *et al.* (8) Clark *et al.*

**TABELA 2.8** Ranking para as equações de afilamento dos dados usados no ajuste por classe de diâmetro e total. 1 = classe de diâmetro  $\leq 10,0$  cm; 2 = classe de diâmetro 10,1 a 15,0 cm; 3 = classe de diâmetro 15,1 a 20,0 cm e T = total.

Alt. (m)	Polinômio de potência fracionária				Polinômio do quinto grau				Kozak et al.(1969)			Amateis e Burkhart			Clutter (1980)			Max e Burkhart (1976)			Parresol et al.(1987)			Clark et al. (1991)									
	Classe diamétricas																																
1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T						
0,10	6	19	8	7	21	16	15	20	18	21	23	19	25	27	27	24	32	31	31	32	16	10	9	16	18	15	19	18	8	5	6	8	
1,00	15	23	11	15	17	17	26	17	11	11	10	13	23	23	21	18	31	32	32	30	22	12	18	21	21	22	22	22	4	4	4	8	
1,30	14	17	10	15	22	27	27	25	20	17	21	14	17	10	15	13	29	32	32	30	18	12	15	19	20	25	20	24	4	4	4	4	
1,90	14	7	11	11	19	23	22	19	28	26	23	24	6	16	14	12	12	32	32	32	31	11	12	11	18	23	18	27	20	11	10	4	8
2,80	15	25	18	16	17	11	13	18	26	27	25	27	11	14	18	13	31	32	29	32	13	13	8	11	20	18	26	22	4	4	7	5	
3,70	15	26	8	15	17	14	14	17	28	20	23	25	13	12	19	15	32	32	28	32	9	8	9	23	26	30	24	7	6	8	7		
4,60	17	17	12	11	7	25	18	19	28	17	24	23	16	10	14	12	31	30	32	32	11	8	9	8	19	29	28	25	15	8	7	14	
5,50	8	13	12	11	13	21	22	20	29	23	22	22	17	15	18	15	30	32	32	32	15	12	10	14	25	23	28	26	7	5	4	4	
6,40	10	18	8	14	14	12	18	17	24	25	26	25	19	19	18	20	29	32	32	32	10	9	10	11	28	21	24	18	5	8	8	7	
7,30	12	24	12	12	18	14	16	16	24	21	27	25	18	13	20	16	31	32	32	32	6	7	11	13	29	26	21	26	6	7	5	4	
8,20	14	23	9	9	13	17	13	14	18	21	19	19	24	10	19	15	30	32	32	31	12	9	15	15	28	27	28	26	5	5	9	8	
9,10	20	23	9	13	12	20	18	21	11	18	18	20	22	7	20	11	31	32	32	32	12	12	13	14	27	27	28	28	9	5	6	5	
10,0	22	25	9	9	13	20	25	17	17	13	14	17	23	12	17	20	32	32	32	32	31	15	8	17	13	15	27	27	29	7	7	4	8
10,9	13	23	19	6	11	19	24	13	20	11	8	20	23	16	10	22	32	32	32	32	31	12	7	17	11	23	28	28	28	10	8	6	13
11,8	18	18	15	7	15	12	22	13	15	15	18	21	23	20	12	23	30	32	31	31	13	9	9	14	22	27	27	24	8	11	7	11	
12,7	15	20	15	9	13	13	19	15	17	14	20	20	24	20	14	22	30	32	32	31	10	9	9	15	28	27	28	21	9	9	7	11	
13,6	14	24	15	9	15	11	10	14	17	14	19	19	24	21	19	23	31	31	32	31	10	12	11	15	24	25	28	22	9	6	10	11	
14,5	15	22	13	12	17	15	10	13	17	18	19	19	26	25	20	23	29	31	32	31	8	7	12	14	27	17	28	20	5	9	10	12	
15,4	12	22	13	18	18	12	10	11	19	13	21	21	20	21	20	20	32	30	32	31	12	9	10	10	24	24	28	23	7	7	10	10	
16,3	11	21	6	15	28	10	14	12	15	12	20	16	21	25	21	23	25	32	31	32	9	10	9	11	27	26	27	25	8	8	10	10	
17,2	14	25	8	20	32	11	16	11	15	9	24	14	21	24	23	23	22	31	32	32	5	13	12	11	15	24	19	25	10	7	10	8	
18,8	22	8	21		14	17	13		12	25	16		24	23	22		29	32	32		9	11	10		28	9	22		7	19	8		
19,0	20	10	18		9	17	10		17	25	20		21	27	20		31	32	32		8	10	10		26	11	25		7	13	9		
19,9	23	16	22		14	18	17		9	20	14		24	25	20		29	32	32		12	7	11		28	14	24		5	12	4		
20,8	22	10	17		16	16	18		14	23	17		19	22	19		32	32	30		6	6	10		23	23	23		12	12	7		
21,7	22	9	17		15	12	19		16	23	19		20	18	19		25	31	28		10	5	12		25	25	22		11	14	8		
22,6	21	15	17		11	21	21		13	21	22		19	13	14		25	27	25		9	11	12		26	26	24		20	10	9		
23,5	9	13			15	19			20	22			15	14			27	25			8	13			24	23			20	15			
24,4	16	17			23	24			24	25			4	6			25	25			21	21			16	12			14	14			

**TABELA 2.9** Números das equações com estimativas mais acuradas do diâmetro ao longo do fuste por classe de diâmetro e total, considerando as árvores usadas no ajuste dos modelos.

Alturas (m)	Classes de diâmetro			Total
	≤ 10,0	10,1 a 15,0	15,1 a 20,0	
0,10	1	8	8	1
1,00	8	8	8	8
1,30	8	8	8	8
1,90	4	1	8	8
2,80	8	8	8	8
3,70	8	8	8/1	8
4,60	2	8/6	8	6
5,50	8	8	8	8
6,40	8	8	8/1	8
7,30	8/6	8/6	8	8
8,20	8	8	8/1	8
9,10	8	8	8	8
10,00	8	8	8	8
10,90	8	6	8	1
11,80	8	6	8	1
12,70	8	8/6	8	1
13,60	8	8	8/2	1
14,50	8	6	8/2	8/1
15,40	8	8	8/2	8/6
16,30	8	8	1	8
17,20	6	8	1	8
18,10	-	8	1	8
19,00	-	8	1/6	8
19,90	-	8	6	8
20,80	-	6	6	8
21,70	-	6	6	8
22,60	-	6	8	8
23,50	-	-	6	1/6
24,40	-	-	4	4
<hr/>				
1(1)	1(1)	1(7)	1(7)	
2(1)	6(9)	2(3)	4(1)	
4(1)	8(20)	4(1)	6(3)	
6(2)		6(5)	8(21)	
8(17)		8(20)		

Valores entre parênteses referem ao número de vezes em que a referida equação apareceu em primeiro lugar no ranking (mais acurada) por classe de diâmetro e para o total

1 = Polinômio de potência fracionária; 2 = Polinômio de quinto grau;  
 3 = Kozak *et al.*; 4 = Amateis e Burkhart; 5 = Clutter; 6 = Max e Burkhart;  
 7 = Parresol *et al.*; 8 = Clark *et al.*

De acordo com a Tabela 2.9, as medidas mais acuradas do diâmetro ao longo do fuste foram propiciadas pela equação de Clark *et al.* (1991). Dos 88 casos (100%) mais acurados, 57 (64,77%) foram da equação segmentada de Clark *et al.* (1991); 17 (18,18%) para a equação de Max e Burkhart (1976); 9 (10,23%) do polinômio de potência fracionária; 4 (4,55%) do polinômio de Quinto grau e 2 (2,27%) da equação de Amateis e Burkhart.

Com relação aos dados ajustados sem controle das classes de diâmetro (total), pode-se observar também que a equação segmentada de Clark *et al.* (1991) foi a que apresentou as medidas mais acuradas do diâmetro ao longo do fuste; dos 32 casos (100%) mais acurados, 21 (65,63) foram da equação de Clark *et al.* (1991); 7 (21,88%) do polinômio de potência fracionária; 3 (9,38%) do modelo de Max e Burkhart (1976) e 1 (3,13%) para Amateis e Burkhart.

Seja para as razões entre volumes, os polinômios não segmentados de 2º grau, 5º grau e de potência fracionária e os segmentados de Clark *et al.* (1991), de Max e Burkhart (1976) e Parresol *et al.* (1987) as mesmas tendências foram observadas nas Tabelas 1B, 2B, 3B, 4B, 5B e 6B do anexo B. Nestas, este mesmo comportamento foi identificado a partir do conjunto de árvores que não participaram do ajuste destas equações.

#### **4 CONCLUSÕES**

O modelo mais acurado dentre os estudados foi o de Clark *et al.* (1991), o qual apresentou estimativas acuradas do diâmetro ao longo de todo o perfil do fuste, para todas as classes diamétricas avaliadas e também para quando o ajuste foi realizado sem o controle desta. Devido aos bons resultados apresentados e à sua flexibilidade, foi o indicado para estimar o perfil do fuste da espécie estudada.

O modelo segmentado de Max e Burkhart (1976) e o polinômio de potência fracionária podem ser sugeridos como uma segunda opção se por acaso o modelo de Clark não estiver disponível. Estes apresentam estimativas acuradas do diâmetro ao longo do perfil do fuste. No entanto, não tem um comportamento estável à medida que mudam as classes diamétricas.

O polinômio de 5º grau e o modelo de Amateis e Burkhart são sugeridos como uma terceira opção de uso, já que apresentam estimativas acuradas do diâmetro na porção intermediária da árvore. No entanto, apresentam estimativas tendenciosas nos extremos destas.

O modelo segmentado de Parressol *et al.* (1987), o modelo de Clutter e o modelo de Kozak *et al.* (1969) não apresentaram estimativas acuradas do diâmetro ao longo do fuste de *Eucalyptus cloeziana* em nenhuma das classes diamétricas estudadas.

Não houve evidências claras de melhoria na estimativa dos diâmetros com o controle das classes de diâmetro em relação ao ajuste total sem o controle destas, uma vez que as estimativas foram bastante próximas. Mas, de forma prática, recomenda-se o ajuste por classe de diâmetro como uma forma de reduzir fontes de variabilidade.

## 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACERBI Jr, F.W. Estimativa dos múltiplos produtos para *Eucalyptus grandis*. Lavras: UFLA 1995. 64p. Monografia.
- AHRENS, S. Função de forma: sua conceituação e utilidades. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, Anais... 1982. Curitiba: EMBRAPA, 1982.p.7-14 (Documento, 9).
- ARHENS, S. O uso de equações de forma de tronco em inventários florestais. In: SIMPÓSIO SOBRE INVENTÁRIO FLORESTAL, 2., 1984, Piracicaba. p.155-120.
- AHRENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. Unidade Regional de Pesquisa Florestal Centro-Sul, EMBRAPA, 03, 1981. p.37-68. (Boletim de pesquisa florestal, 03)
- AMATEIS, R.L.; BURKHART, H.E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in Cutover site-prepared plantations. Southern Journal of Applied Forestry, Washington, v.11 n.4, p. 190-192. 1987.
- ANGELO,H.; CASTRO, L.H.R.; HOSOKAWA, R.T. et al. Análise de componentes principais e função Spline para definir a forma do tronco de *Pinus tropicales*. Floresta, Curitiba, v.25, n.1-2, p.55-67. jun./dez. 1995.
- ASSIS, A.L. de. Acuracidade na estimativa de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus Urophylla*. Lavras: UFLA, 1998. 183p. Monografia.
- ASSMANN, E.L. The principles of forest yield study. New York: Pergamon Press, 1970. 506p.
- BARTELS, R.H.; BEATTY, J.C.; BARSKY, B.A. An introduction to splines for use in computer graphies and geometric modeling. California: Morgan Kaufmann, 1987. 476p.
- BORGES, J.F. Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através de função de forma polinomial. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1981. 81p. ( Tese - Mestrado em Engenharia Florestal).

- CAILLIEZ, F. Forest volume estimation and yield prediction Volume estimation. Roma: FAO, 1980. v.1, 98p. (FAO Forestry Paper 22/1).
- CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGAL, B.E. Stem profile equations for Southern tree species. USDA - Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113p. (Research Paper, SE - 282).
- CLUTER, J.L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *Forest Science*, Washington, v.26, n.1, p. 117-120, 1980.
- DEMAERSHALK, J.P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. *Canadian Forestry Research*, v.3,n.1: p.90-94, 1973.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH,K.L. Number of diameter required to represent stem profiles using interpolated cubic splines. *Canadian Journal of Forest Reserch*, Ottawa, v.26, p.1113-1121, 1996.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH,K.L. Taper equations for *Pinus taeda* in Southern Brazil. *Forest Ecology and Management*, Amsterdam, v.83, p.39-46, 1996.
- FIGUEIREDO FILHO, A. A influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliotti*. Engelm. var. *elliotti* e sua avaliação econômica. Curitiba, Setor de Ciências Agrárias, UFPR, 1991, 138p. (Tese - Doutorado em Engenharia Florestal).
- FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, C.G. de; MOURA, J.B. de; *et al.* Conversão de equações de volume em equações de forma compatíveis para *Pinus elliotti*. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7.; E CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., 1993, Curitiba. Anais... Curitiba: SBS/SBEF, 1993. v.2, p. 501-503.
- FISCHER, F. Eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda*. Lavras: UFLA, 1997. 167p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal).
- FRIEDL, R.A. Dinâmica de forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucária angustifolia* (Bert) O. Ktze. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1989, 166p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

- GOLFARI, L. Zoneamento ecológico do Estado de Minas Gerais para reflorestamento. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1975. 65p. (Série técnica, 3).
- GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. *New Zealand Journal of Forestry Science*, v.13, n.2, p.146-155, 1983.
- GOULDING, C.J.; MURRAY, J.C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. *New Zealand Journal of Forest Science*, v.5, n.3, p.313-322, Feb. 1976.
- GUIMARÃES, D.P. Uso de curva de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma para espécies florestais. Brasília: EMBRAPA-CPAC, 1982. 24p. (Boletim de Pesquisa, 14).
- HOHENALD, W. Der aufbau der baumschäfte Fw.Cb. (S.L.: s.n.), 1924.
- HÖJER, A.G. Tallers och granenes tillräxt. Biran till Fr. Loven. Om vara barrskogar. Stocklan, 1903.
- HRADETZKY, J. Analyse und interpretation statistisher abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten). Baden - Württemberg Mitteilungen der FVA, Helf 76, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).
- HUSCH, B.; MILLER, C.L.; BEERS, T.E. Forest mensuration. 2. ed. New York: Ronald Press, 1972. 410p.
- JOHNSON, T. Taxatariska undersökringar om skogsträdens form. skgsvardsföreningens tiedskrifte. Häfte, v.9, n.10, p.285-329, 1911.
- JORGE, L.A.B. Utilização de curvas de forma em séries relativas transformadas nas estimativas de volume totais e parciais de árvores de *Pinus taeda* L. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1982. 91p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).
- JORGE, L.A.B.; VEIGA, R.A.A.; PONTINHAS, A.A.S. A função WEIBULL no estudo de distribuição diamétrica em povoamentos de *Pinus elliotti* na estação experimental de Itapeva. IPEF, Piracicaba, v.43/44), p.54-60, 1990.

KIRCHNER, F.F.; FIGUEIREDO FILHO, A.F.; SCOLFORO, J.R.S. *et al.* O uso de funções spline no cálculo de volumes de árvores. **Floresta**, Curitiba, v.19, n.1-2, p.116-122, 1991.

KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J.H.G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forest Chronicle**, Toronto, v.45, n. 4, p.278-283, 1969.

LARSON, P.R. Stern form development of forest tree. **Forest Science Monograph**, Washington, p. 1-41, 1963.

LEITE, H.G.; GUIMARÃES, D.P. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 16, n.2, p.170-180, maio/ago. 1992.

LEITE, H.G.; GUIMARÃES, D.P.; CAMPOS, J.C.C. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v.19, n.1, p.65-79, jan./ mar., 1995.

LIU, C.J. Log volume estimation with spline approximation. **Forest Science**. v.26, n.3, p.361-369, 1980.

LOETSH, F.; ZOHER, F; HALLER, K.E. **Forest inventory**. Berlim: BLV, 1975. v.2, 469p.

MACHADO, S. A.; SCHOPFER, W. Estimativa volumétrica de madeira serrada como instrumento de apoio às tomadas de decisões de investimento na utilização de plantações de Pinus. In; CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 4., 1980, Belo Horizonte. Anais... 1980. p.657-660.

MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.

McTAGUE, J.P.; BATISTA, J.L.F.; STEINER, L.H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de Eucalyptus nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. IPEF, Piracicaba, v.41/42, p.56-63, 1989.

PELLICO NETO, S. As curvas relativas contínuas de forma de Preussner para o sortimento dos fustes de espécies florestais, **Revista Cerne**, Lavras, v.1, n.1, p.17-27, 1984.

PELLICO NETO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais. Síntese teórica. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba, Anais...Curitiba: EMBRAPA, 1982, p.15-27 (Documentos, 9).

PARRESOL, B.R.; HOTVEDT, J.E.; CAO, Q.V. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Canadian Journal of Forest Research*, Ottawa, v. 17, p. 250-259, 1987.

PETERS, R. Konstruktion eirnes massentafemodells dargestellt am beispiel der baumart *Araucaria araucana* (MOL) C. koch. Freiburg, 1971. 95f. (Tese - Doutorado Albert-Ludwigs Universität.).

PRODAN, M. Holzmesslehre. Frankfurt am mains J.D. Souerlanders Verlag, 1965. 644p.

RIOS, M. S. A eficiência das funções polinomiais, da função Spline cúbica e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii*. Lavras: UFLA, 1997. 116p. (Dissertação – Mestrado em Engenharia Florestal).

ROSOT, M.A.D. Estudo comparativo de métodos para avaliação volumétrica por unidade de área em povoamento de *Pinus taeda* L. Curitiba: UFPR - Setor de Ciências Agrárias, 1989. 163p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

SABOROWSKI, J.; SLOBODA, B.; JUNGE, A. Darstellung von schaftformen durch kubische spline - interpolation und reduktion der stützstellenanzahl. *Forstarchiv*, Helf, n.4, p.127-130, 1981.

SCOLFORO, J.R.S.; FIGUEIREDO FILHO, A. Biometria florestal: medição e volumetria de árvores. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 310p.

SCOLFORO, J.R.S. Manejo florestal. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997. 438p.

SCOLFORO, J.R.S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A.D. de; et al. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. *Revista Cerne*, Lavras. v.4 , n.1 p.100-122 1998.

SILVA, J.A. Funções de forma dos troncos de (*Pinus taeda*, *Picea exelsa*, *Abies alba* e *Pinus silvestris*). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudo de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba, Anais... Curitiba: EMBRAPA, 1982. p.29-45. (Documento, 9).

SOARES, J.B. Otimização do sortimento de produtos florestais a partir de funções de distribuição diamétrica e funções de forma, Viçosa: UFV, 1993. 105p. (Tese - Mestrado em Engenharia Florestal).

SPURR, S.H. Forest inventory. New York, Ronald Press, 1951. 476p.

## **ANEXOS**

### **ANEXO A**

<b>TABELA 1 A</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> na classe de diâmetro $\leq 10,0$ cm.....	<b>114</b>
<b>TABELA 2 A</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> na classe de diâmetro 15,1 a 20,0 cm.....	<b>115</b>
<b>TABELA 3 A</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> desconsiderando as classes de diâmetro.....	<b>116</b>

Anexos (...Continua...)

**TABELA 1A** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* na classe de diâmetro  $\leq 10,0$  cm , para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

		Alturas absoluta (m)																				
Mod	Est.	0,10	1,00	1,30	1,90	2,80	3,70	4,60	5,50	6,40	7,30	8,20	9,10	10,00	10,90	11,80	12,70	13,60	14,50	15,40	16,30	17,20
(1)	D	-0,01	0,05	-0,03	-0,05	-0,02	-0,03	-0,05	0,00	-0,01	-0,03	-0,02	-0,05	-0,04	-0,01	-0,04	-0,03	-0,03	-0,05	-0,02	-0,05	0,28
	SD	0,44	0,28	0,18	0,27	0,30	0,34	0,35	0,33	0,35	0,29	0,27	0,32	0,32	0,30	0,30	0,28	0,31	0,35	0,30	0,37	0,34
	SSRR	0,16	0,12	0,06	0,13	0,21	0,52	0,38	0,39	0,63	0,26	0,30	0,45	0,49	0,30	0,37	0,28	0,31	0,30	0,15	0,23	0,03
	RP	-0,09	1,03	0,07	-0,28	0,06	-0,35	-0,47	0,36	-0,04	-0,47	-0,30	-1,31	-1,54	-0,75	-1,83	-1,54	-1,66	-2,39	-1,58	-3,58	10,06
(2)	D	0,18	-0,06	-0,08	0,03	0,14	0,10	0,01	0,01	-0,03	-0,04	-0,01	-0,01	0,02	0,05	0,02	0,02	0,01	-0,03	-0,04	-0,60	-2,58
	SD	0,48	0,31	0,25	0,28	0,28	0,33	0,35	0,34	0,35	0,29	0,28	0,31	0,32	0,30	0,31	0,29	0,32	0,35	0,30	1,62	4,38
	SSRR	0,24	0,14	0,11	0,16	0,23	0,53	0,38	0,40	0,63	0,28	0,30	0,42	0,45	0,29	0,36	0,27	0,31	0,31	0,15	2,65	4,45
	RP	2,08	-0,18	-0,40	0,89	2,21	1,38	0,41	0,50	-0,19	-0,53	0,15	-0,30	-0,18	0,69	-0,37	-0,33	-0,89	-2,14	-2,11	-21,45	-95,75
(3)	D	1,17	0,03	-0,16	-0,26	-0,24	-0,22	-0,21	-0,13	-0,10	-0,08	-0,02	0,00	0,06	0,12	0,15	0,21	0,24	0,25	0,30	0,28	0,59
	SD	0,43	0,23	0,15	0,29	0,33	0,37	0,38	0,37	0,38	0,30	0,29	0,32	0,31	0,29	0,28	0,28	0,30	0,35	0,30	0,36	0,31
	SSRR	1,42	0,08	0,06	0,22	0,30	0,65	0,51	0,49	0,74	0,32	0,37	0,43	0,45	0,33	0,35	0,36	0,37	0,36	0,24	0,24	0,10
	RP	12,18	0,57	-1,76	-3,15	-2,98	-3,19	-2,95	-1,64	-1,35	-1,18	0,06	0,22	1,26	2,80	3,57	5,34	6,24	6,76	8,85	8,80	21,38
(4)	D	1,53	0,34	0,13	0,01	-0,01	-0,03	-0,05	0,01	0,03	0,04	0,10	0,13	0,20	0,26	0,32	0,40	0,46	0,49	0,57	0,58	0,92
	SD	0,45	0,22	0,08	0,24	0,29	0,33	0,35	0,34	0,36	0,29	0,28	0,30	0,31	0,29	0,28	0,28	0,30	0,35	0,30	0,37	0,34
	SSRR	2,26	0,21	0,05	0,11	0,19	0,52	0,40	0,44	0,73	0,31	0,41	0,47	0,56	0,53	0,61	0,75	0,77	0,73	0,58	0,52	0,24
	RP	15,80	4,26	1,89	0,28	0,08	-0,44	-0,44	0,69	0,95	1,10	2,50	2,99	4,52	6,21	8,16	10,95	12,54	14,19	17,36	20,38	33,46
(5)	D	2,00	0,85	0,65	0,55	0,57	0,58	0,59	0,67	0,71	0,75	0,81	0,85	0,93	0,95	1,06	1,16	1,18	1,21	1,26	1,20	1,50
	SD	0,55	0,32	0,18	0,32	0,36	0,39	0,37	0,35	0,37	0,31	0,29	0,32	0,34	0,32	0,30	0,29	0,31	0,35	0,30	0,36	0,28
	SSRR	3,65	0,95	0,60	0,58	0,76	1,14	1,16	1,55	2,06	1,90	2,54	2,88	3,31	3,58	3,92	4,16	3,89	3,21	2,55	1,80	0,60
	RP	20,36	10,20	8,27	7,32	8,04	8,55	9,68	11,82	13,25	14,54	17,05	18,75	21,33	22,44	26,96	31,09	33,13	35,68	39,48	43,73	54,40
(6)	D	0,06	0,11	0,06	0,01	0,01	-0,01	-0,03	0,02	0,01	0,00	0,02	0,00	0,01	0,04	0,01	0,01	0,01	-0,02	0,00	-0,05	0,25
	SD	0,49	0,29	0,16	0,25	0,30	0,34	0,35	0,33	0,35	0,28	0,27	0,31	0,32	0,30	0,29	0,31	0,35	0,30	0,36	0,31	
	SSRR	0,22	0,15	0,06	0,12	0,21	0,52	0,39	0,40	0,62	0,26	0,30	0,42	0,46	0,29	0,35	0,27	0,29	0,29	0,14	0,23	0,03
	RP	0,93	1,76	1,19	0,44	0,43	-0	-0,1	0,78	0,51	0,23	0,6	-0,23	-0,37	0,36	-0,66	-0,47	-0,78	-1,73	-1,02	-3,72	9,12
(7)	D	0,16	-0,06	-0,05	0,11	0,22	0,11	-0,04	-0,08	-0,14	-0,18	-0,14	-0,10	-0,01	0,09	0,18	0,31	0,40	0,49	0,61	0,70	1,08
	SD	0,48	0,33	0,27	0,27	0,34	0,35	0,36	0,39	0,32	0,34	0,34	0,31	0,30	0,31	0,31	0,37	0,30	0,38	0,37		
	SSRR	0,24	0,16	0,13	0,19	0,26	0,54	0,39	0,47	0,87	0,42	0,49	0,52	0,52	0,40	0,48	0,69	0,74	0,80	0,66	0,70	0,32
	RP	1,89	-0,15	0,06	2,03	3,30	1,43	-0,62	-1,20	-2,27	-3,08	-2,14	-1,78	0,04	2,50	4,99	8,78	11,40	14,26	18,83	24,72	38,96
(8)	D	0,01	0,00	0,00	-0,06	-0,01	0,01	0,01	0,00	-0,02	0,00	-0,01	0,01	0,06	0,04	0,05	0,06	0,02	0,04	-0,01	0,27	
	SD	0,44	0,21	0,00	0,23	0,23	0,26	0,24	0,07	0,22	0,21	0,23	0,28	0,27	0,23	0,25	0,25	0,26	0,31	0,28	0,37	0,34
	SSRR	0,18	0,05	0,00	0,10	0,14	0,40	0,52	0,02	0,28	0,14	0,21	0,38	0,37	0,18	0,22	0,22	0,20	0,23	0,11	0,22	0,03
	RP	-0,13	-0,06	0,00	-0,83	0,05	0,39	0,71	0,28	-0,14	-0,42	0,13	-0,38	-0,05	1,24	0,88	1,24	1,17	0,01	0,63	-1,92	9,84

(1) Polinômio de potência fracionária (2) polinômio de quinto grau (3) Kozak *et al*, (4) Amateis e Burkhart (5) Cluter (6) Max e Burkhart (7) Parresol *et al*, (8) Clark *et al*,

**TABELA 2A** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* na classe de diâmetro 15,1 a 20,0 cm, para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSSR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

Alturas absolutas (m)																													
Med.	Est.	0.10	1.30	1.90	2.80	3.70	4.60	5.50	6.40	7.30	8.20	9.10	10.0	10.9	11.8	12.7	13.6	14.5	15.4	16.3	17.2	18.1	19.0	19.9	20.8	21.7	22.6	23.5	24.40
D	0.003	-0.04	-0.09	-0.06	0.01	0.08	0.11	0.04	0.05	-0.02	-0.13	-0.09	-0.05	-0.01	0.00	-0.02	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.02	-0.02	0.01	0.02	-0.21	
(1) SD	0.01	0.25	0.40	0.48	0.47	0.49	0.51	0.46	0.47	0.44	0.44	0.43	0.44	0.40	0.42	0.39	0.40	0.43	0.41	0.42	0.43	0.41	0.42	0.43	0.42	0.48	0.38	0.33	
SSRR	0.09	0.02	0.09	0.10	0.06	0.09	0.11	0.11	0.12	0.12	0.14	0.14	0.15	0.17	0.16	0.19	0.20	0.22	0.27	0.41	0.56	0.93	1.19	2.56	0.15	0.15	0.15		
RP	4.03	0.17	-0.23	-0.56	-0.46	-0.03	0.51	0.68	0.18	0.09	-0.26	-1.21	-0.87	-0.60	-0.25	-0.38	-0.22	-0.25	-0.49	0.16	0.29	0.11	0.01	-1.47	-1.65	-1.62	-1.03	0.74	-8.79
D	0.49	-0.31	-0.33	-0.23	-0.03	0.14	0.24	0.25	0.13	0.09	-0.03	-0.17	-0.15	-0.12	-0.07	-0.05	-0.01	0.03	0.10	0.12	0.10	0.08	-0.01	-0.05	-0.06	-0.04	-0.03	-0.26	
(2) SD	0.61	0.26	0.08	0.41	0.47	0.47	0.49	0.51	0.46	0.48	0.45	0.44	0.44	0.40	0.42	0.39	0.39	0.43	0.41	0.42	0.43	0.42	0.48	0.39	0.33	0.33			
SSRR	0.13	0.05	0.13	0.08	0.10	0.12	0.13	0.12	0.14	0.12	0.17	0.15	0.15	0.16	0.18	0.15	0.19	0.19	0.22	0.23	0.42	0.38	0.97	0.97	1.26	2.68	0.77		
RP	2.30	-1.83	-1.94	-1.45	-0.24	0.84	1.92	1.66	0.86	0.69	-0.34	-1.63	-1.43	-1.20	-0.74	-0.64	-0.18	0.12	0.19	0.20	0.17	1.29	1.58	-1.44	-2.22	-2.89	-1.18	-1.10	
D	1.62	0.04	-0.17	-0.36	-0.43	-0.37	-0.26	-0.19	-0.21	-0.13	-0.14	-0.19	-0.09	-0.01	0.08	0.11	0.15	0.18	0.18	0.23	0.24	0.21	0.17	0.03	-0.07	-0.18	-0.29	-0.39	-0.68
(3) SD	0.62	0.25	0.04	0.40	0.49	0.48	0.49	0.51	0.46	0.47	0.45	0.43	0.44	0.40	0.42	0.39	0.40	0.44	0.42	0.44	0.44	0.44	0.44	0.46	0.33	0.29			
SSRR	0.66	0.02	0.10	0.16	0.15	0.14	0.13	0.14	0.15	0.14	0.17	0.14	0.15	0.17	0.17	0.17	0.21	0.22	0.27	0.34	0.47	0.64	1.02	1.12	1.77	3.80	1.49	0.65	
RP	5.31	0.21	-0.58	-2.26	-2.78	-1.85	-1.44	-1.61	-1.10	-0.23	-1.73	-0.92	-0.19	-0.62	-0.24	-1.32	-1.86	1.25	2.22	3.04	2.71	2.04	-2.32	-3.92	-4.74	-12.1	-16.4	-30.3	
D	1.92	0.30	0.08	-0.15	-0.26	-0.24	-0.17	-0.17	-0.11	-0.14	-0.20	-0.12	-0.03	0.06	0.16	0.21	0.24	0.34	0.39	0.41	0.37	0.34	0.30	0.25	0.21	0.03			
(4) SD	0.63	0.25	0.04	0.39	0.47	0.47	0.48	0.51	0.45	0.47	0.44	0.43	0.43	0.44	0.42	0.38	0.39	0.42	0.42	0.41	0.42	0.43	0.42	0.45	0.34	0.28			
SSRR	0.90	0.04	0.00	0.06	0.12	0.12	0.12	0.11	0.13	0.15	0.13	0.17	0.14	0.15	0.17	0.17	0.22	0.24	0.34	0.46	0.64	0.85	1.08	1.14	1.35	2.39	0.74	0.68	
RP	9.90	1.70	-0.46	-0.96	-1.71	-1.64	-1.22	-1.00	-1.35	-0.99	-1.26	-1.86	-1.11	-0.40	-0.44	0.86	1.61	2.24	2.74	4.17	5.18	5.95	6.32	6.33	6.81	7.09	7.16	7.85	-1.20
D	1.25	1.05	0.09	1.04	1.15	1.21	1.29	1.28	1.21	1.21	1.24	1.24	1.31	1.33	1.35	1.36	1.36	1.36	1.36	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	
(5) SD	0.72	0.33	0.18	0.44	0.52	0.50	0.53	0.54	0.54	0.51	0.51	0.47	0.47	0.48	0.48	0.45	0.46	0.45	0.47	0.46	0.47	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46	
SSRR	2.17	0.63	0.48	0.42	0.43	0.50	0.62	0.73	0.78	0.93	0.99	1.02	1.27	1.51	1.91	2.23	2.63	3.09	3.55	4.37	5.18	6.06	7.10	7.89	8.62	9.49	9.36	4.69	0.72
RP	15.7	8.48	7.48	6.48	6.29	6.87	7.79	8.55	8.81	9.75	10.14	10.28	11.64	13.00	14.49	15.67	17.18	18.64	20.05	22.30	24.28	26.19	28.33	29.66	31.78	34.1	36.43	38.85	31.54
D	0.02	-0.05	0.11	0.00	-0.01	0.04	0.05	-0.01	0.01	-0.05	-0.15	-0.09	-0.05	0.00	0.00	0.02	0.03	0.01	0.06	0.08	0.07	0.07	0.01	0.01	-0.03	-0.28			
(6) SD	0.61	0.26	0.07	0.40	0.47	0.47	0.49	0.51	0.51	0.46	0.47	0.44	0.43	0.44	0.40	0.42	0.39	0.40	0.43	0.41	0.42	0.43	0.42	0.46	0.34	0.29			
SSRR	0.99	0.02	0.05	0.05	0.09	0.10	0.10	0.11	0.12	0.14	0.12	0.14	0.14	0.15	0.17	0.15	0.19	0.22	0.27	0.41	0.56	0.89	1.15	2.45	0.63	0.18			
RP	0.05	-0.31	0.31	0.68	-0.08	-0.10	0.22	0.30	-0.20	-0.03	-0.51	-1.37	-0.93	-0.57	-0.17	0.05	0.08	-0.11	0.38	0.75	0.59	0.52	-0.89	-0.91	-0.79	-1.29	-1.53	-1.22	
D	4.58	-0.23	0.07	0.65	1.20	1.29	1.04	0.61	0.18	-0.07	-0.35	-0.62	-0.69	-0.73	-0.72	-0.67	-0.59	-0.52	-0.35	-0.20	-0.06	0.09	0.16	0.26	0.36	0.41	0.42	0.22	
(7) SD	0.62	0.27	0.11	0.41	0.47	0.48	0.51	0.50	0.51	0.47	0.49	0.46	0.45	0.46	0.42	0.43	0.39	0.40	0.39	0.41	0.40	0.41	0.44	0.43	0.47	0.38	0.29		
SSRR	0.17	0.04	0.01	0.19	0.57	0.70	0.51	0.25	0.14	0.15	0.21	0.41	0.47	0.35	0.39	0.66	0.62	0.62	0.57	0.42	0.34	0.40	0.49	0.79	1.07	1.03	3.13	1.45	0.15
RP	-3.09	-1.32	0.44	4.00	7.64	8.50	7.04	4.19	1.17	-0.69	-2.96	-5.37	-6.16	-6.76	-6.97	-7.39	-7.21	-6.89	-6.44	-6.66	-2.99	-1.20	1.17	2.73	5.57	9.17	13.02	16.85	9.95
D	0.00	0.00	-0.03	0.03	0.09	0.08	0.01	-0.04	-0.01	-0.06	-0.14	-0.08	-0.03	0.04	0.06	0.07	0.06	0.11	0.12	0.11	0.09	0.01	-0.02	-0.02	0.02	0.05	-0.12		
(8) SD	0.60	0.25	0.00	0.34	0.31	0.24	0.17	0.09	0.26	0.31	0.31	0.31	0.33	0.29	0.32	0.32	0.36	0.35	0.37	0.43	0.40	0.42	0.44	0.43	0.47	0.42	0.35		
SSRR	0.08	0.02	0.00	0.04	0.04	0.03	0.01	0.00	0.05	0.05	0.07	0.08	0.06	0.08	0.10	0.15	0.16	0.19	0.25	0.43	0.55	0.95	1.22	2.24	2.89	0.13			
RP	-4.10	0.00	-0.23	0.17	0.57	0.56	0.06	-0.36	-0.10	-0.51	-1.27	-0.74	-0.28	0.25	0.30	0.39	0.69	0.56	1.28	1.43	1.17	0.91	-0.90	-1.47	-1.63	-0.07	2.42	-4.25	

(1) Polinômio de potência fracionária (2) polinômio de quinto grau (3) Kozak et al., (4) Amateis e Burkhardt (5) Cluter (6) Max e Burkhardt (7) Parresol et al., (8) Clark et al.,

**TABELA 3A** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* desconsiderando as classes de diâmetro, para os modelos com seus respectivos parâmetros; D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

			Alturas absolutas (m)														
Med	Est.	0,10	1,00	-1,30	1,90	2,80	3,70	4,60	5,50	6,40	7,30	8,20	9,10	10,00	10,90	11,80	
D		0,00	-0,01	0,02	0,05	-0,09	0,10	0,05	0,02	-0,04	0,01	0,02	-0,06	-0,04	-0,07	-0,09	-0,05
(1) SD		0,60	0,41	0,21	0,34	0,40	0,41	0,41	0,43	0,41	0,40	0,40	0,42	0,40	0,41	0,44	0,43
SSRR		0,44	0,40	0,15	0,26	0,41	0,72	0,59	0,65	0,55	0,55	0,79	0,73	0,68	0,78	0,89	1,00
RP		0,00	0,28	0,68	0,05	-0,35	-0,50	-0,14	0,21	0,01	0,11	0,09	-0,40	-0,91	0,31	0,35	0,24
D		-0,50	-0,13	-0,18	-0,09	0,06	0,15	0,19	0,16	0,03	0,04	-0,02	-0,08	-0,05	-0,03	0,01	0,02
(2) SD		0,63	0,43	0,21	0,40	0,39	0,38	0,40	0,42	0,41	0,44	0,42	0,42	0,43	0,41	0,44	0,45
SSRR		1,22	0,38	0,25	0,37	0,46	0,74	0,63	0,69	0,55	0,57	0,68	0,83	0,76	0,85	0,93	1,00
RP		0,12	0,06	0,60	0,00	1,14	1,56	1,73	1,64	0,87	0,46	0,12	-0,52	-0,14	0,20	0,63	1,01
D		1,44	0,10	-0,11	-0,25	-0,28	-0,24	-0,16	-0,12	-0,12	-0,08	-0,07	-0,07	0,00	0,05	0,10	0,12
(3) SD		0,56	0,30	0,18	0,35	0,44	0,43	0,43	0,45	0,42	0,43	0,45	0,42	0,42	0,42	0,41	0,45
SSRR		1,44	0,26	0,19	0,35	0,53	0,82	0,66	0,73	0,62	0,63	0,73	0,75	0,77	0,87	0,91	0,92
RP		0,02	1,34	-0,40	-1,61	-1,84	-1,69	-1,11	-0,52	-0,65	-0,36	-0,15	-0,17	-0,62	1,31	1,85	2,20
D		1,69	0,31	0,68	-0,68	0,14	-0,13	-0,68	-0,05	-0,04	-0,05	-0,05	-0,03	0,09	0,15	0,22	0,28
(4) SD		0,59	0,26	0,05	0,32	0,38	0,39	0,40	0,40	0,43	0,41	0,41	0,41	0,40	0,40	0,41	0,45
SSRR		4,17	0,33	0,16	0,22	0,35	0,38	0,71	0,59	0,57	1,00	0,59	0,72	0,88	0,89	1,06	1,22
RP		1,20	2,70	0,88	-0,49	0,98	-1,07	-0,68	-0,34	-0,46	-0,23	0,09	0,05	0,99	1,84	2,68	3,36
D		2,57	1,23	1,02	0,88	0,36	0,90	0,97	1,03	1,03	1,09	1,11	1,13	1,22	1,27	1,42	1,46
(5) SD		0,75	0,42	0,30	0,42	0,46	0,48	0,51	0,49	0,50	0,48	0,46	0,46	0,43	0,45	0,44	0,46
SSRR		8,47	2,52	1,74	1,60	1,32	2,38	2,73	3,32	3,98	4,14	5,01	5,60	6,65	7,57	8,75	9,72
RP		17,79	9,65	8,16	7,30	7,50	8,11	9,21	10,28	11,97	13,90	13,50	15,54	16,71	18,65	20,13	21,28
D		0,16	0,12	0,11	0,09	0,02	0,01	0,04	0,04	0,01	-0,02	-0,05	-0,01	0,04	0,04	0,05	0,04
(6) SD		0,70	0,38	0,18	0,32	0,38	0,39	0,40	0,40	0,43	0,41	0,41	0,42	0,42	0,42	0,43	0,44
SSRR		0,98	0,47	0,20	0,28	0,40	0,59	0,58	0,66	0,56	0,67	0,80	0,81	0,73	0,85	0,93	1,01
RP		2,08	1,58	1,53	1,12	1,57	0,98	0,60	0,74	0,35	0,30	0,24	-0,22	0,26	0,70	1,08	1,02
D		0,46	0,14	0,17	0,02	0,19	0,28	0,19	0,05	-0,07	-0,16	-0,24	-0,22	-0,19	-0,15	-0,12	-0,07
(7) SD		0,64	0,44	0,13	0,40	0,38	0,38	0,42	0,44	0,41	0,42	0,46	0,45	0,47	0,48	0,48	0,45
SSRR		1,16	0,62	0,41	0,52	0,83	0,70	0,73	1,16	0,63	0,83	1,03	1,07	1,05	1,23	1,46	1,55
RP		4,05	-0,12	-0,42	0,64	2,17	2,52	2,31	1,54	0,11	-0,85	-1,50	-2,27	-1,84	-1,32	-0,69	-0,08
D		0,02	0,01	0,00	-0,05	-0,02	0,00	0,05	0,01	-0,02	-0,04	0,01	0,03	0,06	0,07	0,07	0,08
(8) SD		0,59	0,27	0,00	0,28	0,26	0,20	0,08	0,25	0,26	0,29	0,31	0,31	0,34	0,32	0,36	0,37
SSRR		0,55	0,12	0,02	0,19	0,33	0,61	0,73	0,36	0,23	0,38	0,55	0,57	0,77	0,74	0,69	0,71
RP		0,05	0,22	0,00	-0,38	0,24	0,70	0,85	0,12	-0,12	0,05	0,19	-0,08	0,55	0,92	1,29	1,55

(1) Polinômio de potência fracionária (2) polinômio de quinto grau (3) Kozak et al., (4) Amateis e Burkhardt (5) Cluter (6) Max e Burkhardt (7) Parresol et al., (8) Clark et al.,

## **ANEXO B**

<b>TABELA 1B</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> usadas no teste de consistência na classe de diâmetro $\leq 10,0$ cm.....	<b>118</b>
<b>TABELA 2B</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> usadas no teste de consistência na classe de diâmetro 10,1 a 15,0 cm.....	<b>119</b>
<b>TABELA 3B</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> usadas no teste de consistência na classe de diâmetro 15,1 a 20,0 cm.....	<b>120</b>
<b>TABELA 4B</b>	Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de <i>E. cloeziana</i> usadas no teste de consistência desconsiderando as classes de diâmetro.....	<b>121</b>
<b>TABELA 5B</b>	Ranking para as equações de afilamento dos dados usados no teste de consistência por classe de diâmetro e total.....	<b>122</b>
<b>TABELA 6B</b>	Equações com estimativas mais acuradas do diâmetro ao longo do fuste por classe de diâmetro e total, para as árvores usadas no teste de consistência dos modelos.....	<b>123</b>

**...Cont...**

**TABELA 1B** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* usadas no teste de consistência na classe de diâmetro  $\leq 10,0$  cm , para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

		Alturas absoluta (m)																		
Mod	Est.	0,10	1,00	1,30	1,90	2,80	3,70	4,60	5,50	6,40	7,30	8,20	9,10	10,00	10,90	11,80	12,70	13,60	14,50	15,40
(1)	D	0,01	0,05	-0,03	-0,03	-0,01	-0,06	-0,03	0,00	-0,01	-0,02	-0,02	0,03	0,04	0,05	0,04	0,00	0,01	0,04	0,06
	SD	0,47	0,26	0,15	0,21	0,25	0,39	0,42	0,39	0,34	0,32	0,31	0,32	0,29	0,34	0,30	0,31	0,24	0,27	0,32
	SSRR	0,09	0,05	0,02	0,04	0,05	0,15	0,21	0,21	0,18	0,17	0,16	0,20	0,13	0,19	0,18	0,21	0,10	0,11	0,12
	RP	0,17	0,94	-0,06	-0,31	-0,12	-0,80	-0,43	0,13	-0,21	-0,35	-1,03	0,00	0,59	0,30	0,38	-1,07	-0,48	0,68	2,31
(2)	D	0,20	-0,06	-0,09	0,05	0,16	0,07	0,03	0,01	-0,03	-0,03	-0,01	0,07	0,11	0,12	0,10	0,04	0,02	0,03	0,05
	SD	0,49	0,29	0,21	0,21	0,25	0,38	0,41	0,39	0,35	0,32	0,30	0,32	0,28	0,34	0,31	0,32	0,25	0,27	0,34
	SSRR	0,13	0,06	0,04	0,04	0,07	0,14	0,20	0,21	0,18	0,15	0,15	0,19	0,14	0,20	0,19	0,21	0,10	0,10	0,14
	RP	2,35	-0,35	-0,61	0,86	2,12	1,02	0,44	0,25	-0,39	-0,50	-0,62	0,96	2,11	2,03	1,83	0,00	-0,17	0,23	1,98
(3)	D	1,21	0,03	-0,17	-0,24	-0,23	-0,25	-0,20	-0,13	-0,10	-0,07	-0,03	0,08	0,14	0,20	0,25	0,25	0,30	0,36	0,37
	SD	0,43	0,23	0,13	0,22	0,26	0,40	0,44	0,40	0,36	0,33	0,30	0,31	0,28	0,33	0,29	0,30	0,25	0,28	0,30
	SSRR	1,72	0,03	0,03	0,08	0,10	0,21	0,26	0,25	0,22	0,21	0,16	0,18	0,16	0,23	0,27	0,26	0,20	0,26	0,24
	RP	12,46	0,51	-1,88	-3,19	-3,19	-3,69	-2,97	-1,89	-1,56	-1,02	-0,73	1,38	2,98	4,32	6,14	6,12	8,16	11,05	13,57
(4)	D	1,57	0,34	0,13	0,02	0,00	-0,06	-0,03	0,01	0,03	0,05	0,09	0,20	0,27	0,35	0,42	0,44	0,52	0,63	0,68
	SD	0,43	0,21	0,06	0,21	0,25	0,38	0,42	0,38	0,35	0,32	0,30	0,31	0,27	0,32	0,29	0,30	0,26	0,31	0,33
	SSRR	1,13	0,10	0,02	0,03	0,05	0,14	0,20	0,21	0,20	0,21	0,16	0,22	0,24	0,35	0,50	0,48	0,48	0,63	0,64
	RP	16,08	4,23	1,79	0,27	-0,10	-0,91	-0,47	0,41	0,69	1,26	1,68	4,07	5,95	7,99	10,82	11,77	14,90	19,86	25,28
(5)	D	2,06	0,86	0,66	0,58	0,59	0,56	0,61	0,67	0,70	0,75	0,81	0,93	1,01	1,07	1,12	1,14	1,21	1,27	1,27
	SD	0,54	0,28	0,15	0,29	0,32	0,42	0,43	0,41	0,37	0,33	0,34	0,34	0,30	0,36	0,31	0,33	0,28	0,29	0,27
	SSRR	1,85	0,47	0,29	0,27	0,33	0,42	0,58	0,75	0,86	1,01	1,12	1,43	1,66	2,07	2,54	2,38	2,29	2,22	1,81
	RP	20,80	10,39	8,38	7,49	8,04	8,25	9,68	11,58	13,01	14,72	16,34	19,52	22,36	25,51	29,32	31,40	35,29	40,65	46,55
(6)	D	0,09	0,11	0,06	0,03	0,02	-0,04	-0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,08	0,10	0,10	0,08	0,03	0,04	0,05	0,04
	SD	0,51	0,27	0,13	0,21	0,25	0,38	0,42	0,39	0,34	0,32	0,30	0,32	0,28	0,34	0,31	0,31	0,24	0,26	0,29
	SSRR	0,12	0,06	0,02	0,04	0,05	0,14	0,21	0,21	0,18	0,17	0,15	0,19	0,14	0,20	0,19	0,20	0,10	0,10	0,09
	RP	1,20	1,67	1,11	0,41	0,25	-0,47	-0,08	0,55	0,34	0,33	-0,13	1,07	1,81	1,55	1,52	-0,09	0,32	1,08	1,46
(7)	D	0,19	-0,06	-0,06	0,13	0,25	0,09	-0,02	-0,09	-0,15	-0,17	-0,15	-0,03	0,05	0,17	0,30	0,37	0,50	0,68	0,80
	SD	0,50	0,30	0,23	0,21	0,26	0,38	0,42	0,40	0,37	0,35	0,31	0,32	0,29	0,32	0,30	0,30	0,26	0,34	0,38
	SSRR	0,13	0,06	0,04	0,06	0,10	0,14	0,20	0,23	0,25	0,27	0,21	0,19	0,16	0,24	0,40	0,43	0,47	0,76	0,88
	RP	2,17	-0,35	-0,18	2,03	3,29	1,16	-0,59	-1,55	-2,58	-2,91	-3,08	-0,78	1,21	4,01	8,04	9,99	14,50	21,69	29,72
(8)	D	0,05	0,00	0,00	-0,05	-0,01	-0,04	-0,01	0,01	-0,02	-0,02	-0,02	0,05	0,05	0,08	0,10	0,09	0,09	0,11	0,13
	SD	0,45	0,21	0,00	0,21	0,27	0,21	0,14	0,06	0,17	0,22	0,20	0,18	0,17	0,26	0,22	0,26	0,20	0,28	0,35
	SSRR	0,09	0,03	0,00	0,04	0,05	0,04	0,02	0,01	0,05	0,08	0,06	0,05	0,04	0,12	0,09	0,15	0,07	0,11	0,15
	RP	0,42	0,02	0,00	-0,85	-0,46	-0,73	-0,22	0,14	-0,47	-0,47	-0,65	0,94	0,95	1,34	2,29	1,92	2,24	3,11	4,86

(1) Polinômio de potência fracionária (2) Polinômio de quinto grau (3) Kozak *et al.* (4) Amateis e Burkhart (5) Cluter (6) Max e Burkhart (7) Parresol *et al.* (8) Clark *et al.*

**TABELA 2B** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* usadas no teste de consistência na classe de diâmetro 10,1 a 15,0 cm , para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

Mod	Est.	Alturas absoluta (m)																											
		0,1	1,0	1,3	1,9	2,8	3,7	4,6	5,5	6,4	7,3	8,2	9,1	10,0	10,9	11,8	12,7	13,6	14,5	15,4	16,3	17,2	18,1	19,0	19,9	20,8	21,7	22,6	
(1)	D	-0,16	0,30	0,20	-0,05	-0,27	-0,24	-0,19	-0,06	0,02	0,10	0,10	0,11	0,11	0,08	0,04	0,04	-0,02	-0,05	-0,08	-0,04	0,04	0,09	0,20	0,22	0,31	0,51	0,58	
	SD	1,26	0,36	0,05	0,25	0,26	0,29	0,32	0,35	0,39	0,37	0,37	0,35	0,34	0,37	0,32	0,34	0,36	0,36	0,37	0,38	0,36	0,39	0,36	0,36	0,49	0,30	0,44	
	SSRR	0,71	0,11	0,02	0,04	0,08	0,10	0,10	0,11	0,13	0,13	0,15	0,15	0,16	0,19	0,16	0,21	0,27	0,35	0,51	0,53	0,49	0,69	0,77	0,86	1,40	0,89	0,47	
	RP	-1,93	2,38	1,62	-0,42	-2,27	-2,15	-1,77	-0,71	0,05	0,90	0,91	1,01	1,00	0,54	0,20	0,22	-0,63	-0,65	-1,02	-0,32	1,08	2,30	5,21	6,31	8,68	18,59	22,78	
(2)	D	0,52	-0,10	-0,24	-0,14	0,06	0,17	0,12	0,06	-0,04	-0,08	-0,15	-0,14	-0,09	-0,03	0,03	0,13	0,14	0,15	0,13	0,14	0,14	0,09	0,06	-0,02	-0,02	0,14	0,22	
	SD	0,65	0,36	0,14	0,29	0,27	0,29	0,33	0,37	0,40	0,36	0,37	0,35	0,34	0,36	0,33	0,33	0,36	0,35	0,34	0,34	0,33	0,36	0,34	0,35	0,48	0,29	0,50	
	SSRR	0,25	0,06	0,03	0,06	0,04	0,08	0,09	0,13	0,14	0,14	0,17	0,16	0,18	0,17	0,23	0,27	0,32	0,38	0,41	0,38	0,53	0,50	0,63	1,22	0,26	0,24		
	RP	3,39	-0,63	-1,75	-1,05	0,50	1,41	0,88	0,30	-0,63	-1,09	-1,81	-1,75	-1,16	-0,55	0,43	1,75	1,91	2,31	2,39	2,48	2,58	1,68	1,04	-1,46	-2,31	4,71	8,24	
(3)	D	1,48	0,14	-0,17	-0,32	-0,30	-0,23	-0,23	-0,21	-0,20	-0,16	-0,16	-0,11	-0,04	0,02	0,08	0,17	0,18	0,19	0,18	0,20	0,22	0,19	0,15	0,03	-0,02	0,03	0,04	
	SD	0,65	0,33	0,08	0,27	0,27	0,29	0,32	0,35	0,39	0,36	0,37	0,36	0,34	0,36	0,32	0,33	0,36	0,35	0,34	0,34	0,32	0,36	0,33	0,35	0,46	0,28	0,40	
	SSRR	0,92	0,06	0,02	0,09	0,10	0,10	0,13	0,16	0,18	0,16	0,17	0,16	0,15	0,17	0,17	0,25	0,30	0,36	0,41	0,45	0,45	0,55	0,52	0,62	1,12	0,22	0,14	
	RP	9,67	1,07	-1,27	-2,50	-2,52	-2,07	-2,26	-2,13	-2,20	-1,83	-1,87	-1,36	-0,52	0,15	1,10	2,38	2,57	3,07	3,29	3,75	4,30	3,80	3,07	-0,38	-2,66	0,19	1,02	
(4)	D	1,75	0,37	0,05	-0,12	-0,14	-0,09	-0,12	-0,11	-0,13	-0,10	-0,10	-0,06	-0,02	0,09	0,16	0,27	0,31	0,35	0,38	0,44	0,51	0,53	0,55	0,49	0,48	0,58	0,61	
	SD	0,65	0,32	0,04	0,25	0,26	0,29	0,32	0,36	0,39	0,36	0,37	0,35	0,34	0,36	0,33	0,34	0,36	0,36	0,35	0,35	0,33	0,36	0,33	0,35	0,46	0,27	0,41	
	SSRR	1,23	0,11	0,00	0,05	0,05	0,07	0,10	0,13	0,15	0,14	0,15	0,15	0,14	0,18	0,21	0,21	0,35	0,46	0,67	0,83	1,01	1,18	1,43	1,65	1,67	1,67	1,03	0,47
	RP	11,41	2,75	0,38	-0,98	-1,21	-0,91	-1,31	-1,33	-1,51	-1,22	-1,30	-0,76	-0,17	1,02	2,26	3,96	4,80	6,20	7,08	8,66	10,49	11,68	13,57	13,34	14,13	20,97	23,90	
(5)	D	2,77	1,42	1,11	0,96	0,97	1,05	1,04	1,07	1,07	1,11	1,12	1,17	1,25	1,31	1,38	1,47	1,48	1,49	1,50	1,53	1,56	1,53	1,48	1,36	1,30	1,30	1,28	
	SD	0,69	0,35	0,16	0,28	0,30	0,36	0,41	0,43	0,45	0,41	0,40	0,37	0,36	0,39	0,34	0,36	0,40	0,38	0,35	0,36	0,36	0,37	0,36	0,36	0,46	0,28	0,33	
	SSRR	2,89	1,00	0,63	0,54	0,60	0,74	0,80	0,93	1,02	1,19	1,33	1,60	1,99	2,44	3,05	3,90	4,61	5,66	6,18	7,12	7,92	8,46	9,52	8,62	7,06	4,58	1,60	1,60
	RP	18,09	10,59	8,59	7,70	8,06	8,90	9,16	9,79	10,30	11,27	11,96	13,22	14,86	16,49	18,47	20,91	22,71	25,05	26,76	29,24	31,88	34,05	37,12	38,57	40,60	47,39	50,55	
(6)	D	0,21	0,13	0,04	0,00	-0,02	0,02	-0,03	-0,04	-0,07	-0,06	-0,09	-0,07	-0,03	0,01	0,04	0,11	0,11	0,11	0,11	0,09	0,11	0,14	0,12	0,11	0,03	0,02	0,14	0,18
	SD	0,66	0,35	0,11	0,26	0,26	0,29	0,32	0,36	0,39	0,36	0,37	0,35	0,34	0,36	0,32	0,33	0,36	0,35	0,34	0,33	0,36	0,33	0,35	0,47	0,28	0,42		
	SSRR	0,17	0,07	0,01	0,04	0,04	0,06	0,08	0,12	0,14	0,13	0,15	0,15	0,15	0,17	0,16	0,22	0,26	0,31	0,38	0,41	0,39	0,54	0,51	0,60	1,12	0,24	0,17	
	RP	1,32	1,08	0,40	0,05	-0,19	0,05	-0,42	-0,56	-0,91	-0,83	-1,17	-0,97	-0,46	-0,11	0,52	1,49	1,41	1,71	1,75	2,11	2,65	2,30	2,22	-0,13	-1,08	4,53	6,63	
(7)	D	0,43	-0,10	-0,20	-0,03	0,23	0,34	0,20	0,05	-0,12	-0,22	-0,32	-0,34	-0,30	-0,25	-0,17	-0,03	0,05	0,15	0,22	0,35	0,49	0,58	0,68	0,69	0,74	0,87	0,92	
	SD	0,66	0,36	0,15	0,29	0,27	0,30	0,35	0,39	0,40	0,37	0,37	0,35	0,34	0,36	0,35	0,37	0,39	0,40	0,39	0,35	0,37	0,35	0,35	0,47	0,28	0,40		
	SSRR	0,22	0,06	0,03	0,05	0,08	0,13	0,12	0,14	0,17	0,20	0,27	0,28	0,27	0,27	0,24	0,28	0,37	0,65	0,84	1,08	1,38	1,86	2,59	2,70	2,89	2,22	0,91	
	RP	2,81	-0,62	-1,42	-0,12	1,98	2,78	1,58	0,11	-1,54	-2,52	-3,67	-3,97	-3,66	-3,18	-2,06	-0,17	1,12	3,31	4,76	7,47	10,58	13,32	17,48	19,66	22,63	32,13	36,21	
(8)	D	0,17	0,07	0,00	-0,05	0,05	0,13	0,06	0,00	-0,03	-0,01	0,04	0,08	0,12	0,19	0,18	0,18	0,16	0,17	0,20	0,17	0,15	0,06	0,03	0,14	0,22			
	SD	0,65	0,32	0,00	0,24	0,21	0,19	0,13	0,08	0,30	0,30	0,30	0,29	0,29	0,27	0,31	0,31	0,32	0,30	0,29	0,34	0,33	0,35	0,48	0,27	0,49			
	SSRR	0,15	0,05	0,00	0,03	0,03	0,04	0,02	0,00	0,07	0,09	0,09	0,10	0,11	0,13	0,18	0,24	0,29	0,35	0,42	0,40	0,39	0,52	0,51	0,62	1,14	0,23	0,24	
	RP	0,94	0,55	0,00	-0,35	0,45	1,15	0,53	-0,03	-0,30	-0,13	-0,35	-0,04	0,58	1,06	1,77	2,87	2,90	3,29	3,09	3,42	3,84	3,51	3,30	0,62	-0,87	4,63	7,90	

(1) Polinômio de potência fracionária (2) Polinômio de quinto grau (3) Kozak *et al.* (4) Amateis e Burkhart (5) Cluter (6) Max e Burkhart (7) Parresol *et al.* (8) Clark *et al.*

**TABELA 3B** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros dos fustes das árvores de *E. cloeziana* usadas no teste de consistência na classe de diâmetro 15,1 a 20,0 cm, para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

		Alturas observadas (m)																														
Med. Est.	D	1,0	1,3	1,9	2,3	3,7	4,6	5,5	6,4	7,3	8,2	9,1	10,0	10,9	11,8	12,7	13,6	14,5	15,4	16,3	17,2	18,1	19,0	19,9	20,8	21,7	22,6	23,5	24,4			
(1) SD	-0,08	0,04	-0,03	-0,11	-0,08	-0,01	0,01	0,05	0,01	-0,09	0,16	-0,14	-0,16	-0,19	-0,15	-0,12	-0,07	-0,05	-0,08	-0,05	-0,03	-0,05	-0,02	-0,02	-0,06	-0,08	-0,06	0,27	0,26			
(1) SSRR	0,10	0,26	0,06	0,36	0,39	0,43	0,48	0,53	0,51	0,50	0,49	0,50	0,53	0,53	0,51	0,48	0,47	0,51	0,49	0,49	0,52	0,53	0,50	0,46	0,46	0,32	0,56	0,32	0,56			
(1) RP	-0,53	0,23	0,18	-0,65	-0,65	-0,49	-0,20	0,03	0,37	0,07	-0,80	-1,41	-1,25	-1,54	-1,94	-1,61	-1,44	-0,94	-0,83	-1,32	-1,07	-0,73	-1,14	-1,04	-1,23	-1,09	-1,12	0,57	0,57			
(2) SD	0,40	-0,30	-0,31	-0,24	-0,04	0,10	0,17	0,19	0,11	-0,06	-0,18	-0,18	-0,23	-0,26	-0,20	-0,15	-0,07	-0,02	-0,02	0,04	0,01	0,01	-0,01	-0,09	-0,12	-0,11	0,22	0,22				
(2) SSRR	0,65	0,27	0,08	0,36	0,38	0,43	0,47	0,52	0,50	0,52	0,50	0,49	0,50	0,54	0,51	0,48	0,47	0,50	0,49	0,48	0,48	0,49	0,53	0,53	0,61	0,46	0,46	0,13	0,58			
(2) RP	1,97	-1,75	-1,87	-1,51	-0,23	0,70	1,13	1,16	0,74	0,52	-1,52	-1,66	-2,12	-2,54	-2,09	-1,68	-0,85	-0,40	-0,58	-0,11	0,28	-0,27	-0,53	-1,26	-1,85	-5,44	-5,58	7,88	8,77			
(3) SD	0,56	0,26	0,04	0,37	0,39	0,44	0,49	0,51	0,51	0,52	0,50	0,49	0,50	0,53	0,53	0,51	0,47	0,47	0,50	0,49	0,48	0,47	0,50	0,54	0,54	0,60	0,46	0,46	0,29	0,51		
(3) SSRR	0,60	0,02	0,01	0,69	0,12	0,13	0,14	0,15	0,15	0,19	0,19	0,17	0,20	0,20	0,23	0,23	0,22	0,24	0,27	0,36	0,41	0,47	0,53	0,54	0,61	0,61	0,66	0,74	0,72	0,35		
(3) RP	7,82	0,26	-0,93	-2,36	-2,81	-2,66	-2,32	-1,72	-1,70	-2,17	-2,36	-1,74	-1,56	-1,48	-0,68	-0,06	0,96	1,35	1,19	1,66	2,04	1,42	0,79	-0,74	-3,80	-10,3	-13,9	-3,07	-12,50			
(4) SD	1,82	0,30	0,68	-0,17	-0,27	-0,24	-0,18	-0,19	-0,23	-0,28	-0,21	-0,16	-0,14	-0,06	0,01	0,09	0,13	0,12	0,15	0,16	0,12	0,09	0,02	-0,13	-0,26	-0,24	0,20	0,20	0,46	0,38		
(4) SSRR	0,83	0,04	0,00	0,05	0,07	0,10	0,11	0,13	0,14	0,15	0,19	0,19	0,17	0,20	0,20	0,23	0,23	0,23	0,24	0,27	0,36	0,41	0,47	0,53	0,54	0,61	0,61	0,66	0,74	0,72	0,35	
(4) RP	1,24	0,26	0,25	0,05	0,33	0,37	0,42	0,47	0,50	0,51	0,49	0,48	0,49	0,52	0,52	0,50	0,47	0,47	0,46	0,47	0,47	0,47	0,53	0,54	0,61	0,61	0,66	0,74	0,72	0,35		
(5) SD	0,24	0,27	0,48	-1,74	-1,74	-1,81	-1,59	-1,59	-1,70	-1,44	-2,07	-2,39	-1,87	-1,75	-1,69	-0,85	-0,12	0,99	1,78	2,07	3,15	4,37	4,95	6,60	6,69	5,51	4,69	4,91	16,27	15,51		
(5) SSRR	0,24	1,23	1,00	0,93	0,98	1,05	1,15	1,17	1,12	1,21	1,25	1,28	1,37	1,54	1,50	1,59	1,64	1,66	1,61	1,61	1,58	1,51	1,53	1,53	1,59	1,61	1,61	1,66	1,66	1,66		
(5) RP	2,90	1,43	1,00	0,93	0,98	1,05	1,15	1,17	1,12	1,21	1,25	1,28	1,37	1,54	1,50	1,59	1,64	1,66	1,61	1,61	1,58	1,51	1,53	1,53	1,59	1,61	1,61	1,66	1,66	1,66		
(6) SD	0,68	0,28	0,14	0,42	0,44	0,47	0,52	0,56	0,53	0,53	0,51	0,50	0,54	0,53	0,51	0,48	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,53	0,53	0,57	0,57	0,57	0,45	0,41			
(6) SSRR	0,63	0,63	0,47	0,39	0,39	0,45	0,56	0,70	0,76	0,78	0,84	1,03	1,19	1,38	1,22	2,06	2,55	3,04	3,50	4,21	5,09	5,88	7,04	8,16	9,08	10,63	10,86	11,08	11,37	11,56		
(6) RP	1,54	0,81	0,39	0,39	0,27	0,24	-0,18	-0,19	-0,23	-0,28	-0,21	-0,16	-0,14	-0,10	-0,06	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
(7) SD	0,07	-0,03	0,06	0,09	-0,02	-0,04	-0,04	-0,04	-0,03	-0,13	-0,17	-0,16	-0,17	-0,19	-0,14	-0,14	-0,10	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05
(7) SSRR	0,22	0,27	0,08	0,35	0,38	0,43	0,48	0,52	0,51	0,50	0,49	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	
(7) RP	0,10	0,02	0,00	0,04	0,05	0,07	0,09	0,12	0,12	0,15	0,17	0,16	0,20	0,24	0,25	0,25	0,25	0,27	0,37	0,40	0,46	0,53	0,73	1,05	1,35	1,67	1,97	2,24	2,55			
(8) SD	0,67	0,28	0,14	0,36	0,41	0,43	0,48	0,53	0,51	0,52	0,51	0,50	0,51	0,55	0,55	0,53	0,50	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49
(8) SSRR	0,66	0,25	0,00	0,30	0,26	0,24	0,15	0,07	0,02	-0,01	-0,10	-0,15	-0,10	-0,10	-0,12	-0,06	-0,02	0,04	0,06	0,03	0,06	0,08	0,13	0,23	0,33	0,43	0,53	0,63	0,73	0,83	0,93	0,93
(8) RP	4,71	0,02	0,00	-0,28	0,28	0,63	0,91	1,13	1,10	0,83	-1,27	-0,93	-1,02	-1,21	-0,69	-0,36	-0,30	-0,24	0,19	0,51	0,26	0,40	0,31	-0,14	-2,33	-3,28	-3,16	11,43	14,75			

**TABELA 4B** Estatísticas para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores de *E. cloeziana* usadas no teste de consistência desconsiderando as classes de diâmetro, para os modelos com seus respectivos parâmetros: D = desvio; SD = desvio padrão das diferenças; SSRR = soma do quadrado das diferenças; RP = percentagem dos resíduos.

		Alturas absolutas (m)																													
Mod	Est.	0,10	1,00	1,30	1,90	2,80	3,70	4,60	5,50	6,40	7,30	8,20	9,10	10,0	10,9	11,8	12,7	13,6	14,5	15,4	16,3	17,2	18,1	19,0	19,9	20,8	21,7	22,6	23,5	24,4	
	D	-0,02	-0,03	-0,06	-0,09	0,12	-0,13	-0,13	-0,08	-0,08	-0,10	-0,12	-0,07	-0,06	-0,06	-0,04	-0,02	-0,02	-0,03	-0,07	-0,08	-0,06	-0,07	-0,05	-0,06	-0,09	-0,09	-0,10	0,17	0,25	
(1)	SD	0,64	0,41	0,19	0,33	0,34	0,40	0,43	0,45	0,45	0,45	0,44	0,43	0,43	0,46	0,45	0,44	0,43	0,44	0,46	0,45	0,45	0,46	0,47	0,48	0,54	0,59	0,49	0,43	0,33	0,59
	SSRR	0,37	0,25	0,07	0,15	0,18	0,31	0,42	0,47	0,47	0,49	0,49	0,52	0,51	0,65	0,67	0,73	0,72	0,91	1,24	0,95	0,99	1,28	1,51	1,92	3,46	4,08	2,17	0,31	0,31	0,31
	RP	-0,17	0,41	0,01	-0,41	-0,73	-0,89	-0,92	-0,55	-0,64	-0,75	-1,06	-0,61	-0,41	-0,44	-0,03	0,09	0,11	0,19	-0,41	-1,13	-0,82	-1,21	-0,87	-1,75	-3,61	-3,88	-5,61	5,34	5,47	
	D	0,46	-0,17	-0,24	-0,15	0,04	0,13	0,14	0,13	0,05	-0,04	-0,12	-0,11	-0,11	-0,10	-0,05	0,01	0,05	0,08	0,07	0,08	0,09	0,05	0,03	-0,02	-0,09	-0,11	-0,14	0,13	0,22	
(2)	SD	0,68	0,41	0,27	0,38	0,35	0,38	0,41	0,44	0,43	0,43	0,43	0,44	0,44	0,46	0,46	0,44	0,43	0,45	0,43	0,43	0,44	0,45	0,45	0,48	0,53	0,60	0,49	0,33	0,60	
	SSRR	0,84	0,25	0,15	0,22	0,21	0,31	0,40	0,47	0,46	0,48	0,49	0,55	0,58	0,73	0,76	0,78	0,75	0,90	1,15	0,84	0,88	1,09	1,38	1,84	3,53	4,24	2,35	0,29	0,32	
	RP	3,57	-0,99	-1,24	-0,67	0,69	1,29	1,23	1,10	0,37	-0,37	-1,13	-0,94	-0,77	-0,59	0,16	0,72	1,21	1,73	1,60	1,25	1,54	0,83	0,45	-1,23	-3,97	-4,85	-7,13	3,88	4,41	
	D	1,46	0,10	-0,15	-0,31	-0,32	-0,29	-0,25	-0,19	-0,18	-0,18	-0,18	-0,11	-0,06	-0,01	0,05	0,11	0,15	0,17	0,16	0,17	0,19	0,15	0,11	0,02	-0,10	-0,21	-0,30	-0,14	-0,21	
(3)	SD	0,61	0,31	0,15	0,36	0,38	0,42	0,45	0,46	0,46	0,46	0,46	0,45	0,45	0,46	0,46	0,45	0,43	0,42	0,44	0,43	0,42	0,44	0,44	0,47	0,53	0,57	0,48	0,29	0,53	
	SSRR	2,54	0,17	0,06	0,24	0,30	0,40	0,50	0,54	0,54	0,57	0,55	0,58	0,59	0,74	0,80	0,84	0,85	0,99	1,09	0,88	0,95	1,09	1,34	1,74	3,66	4,66	3,11	0,30	0,38	
	RP	9,86	1,09	-0,78	-2,10	-2,28	-2,12	-1,94	-1,44	-1,41	-1,38	-1,44	-0,67	-0,07	0,43	1,37	2,03	2,58	3,04	2,88	2,75	3,18	2,56	1,87	-0,59	-5,03	-8,70	-13,4	-6,47	-14,0	
	D	1,74	0,34	0,08	-0,11	-0,16	-0,16	-0,15	-0,11	-0,12	-0,13	-0,14	-0,07	-0,03	0,03	0,10	0,18	0,24	0,29	0,30	0,35	0,42	0,42	0,45	0,42	0,36	0,32	0,27	0,51	0,56	
(4)	SD	0,63	0,28	0,04	0,30	0,32	0,38	0,41	0,44	0,44	0,44	0,43	0,43	0,43	0,43	0,47	0,45	0,44	0,42	0,42	0,44	0,43	0,42	0,43	0,45	0,51	0,54	0,46	0,30	0,54	
	SSRR	3,21	0,25	0,02	0,13	0,18	0,30	0,42	0,47	0,49	0,53	0,50	0,54	0,58	0,76	0,93	1,04	1,16	1,55	1,81	1,39	1,68	1,97	2,58	2,72	3,39	3,59	1,77	0,72	0,36	
	RP	11,51	2,64	0,70	-0,77	-1,20	-1,27	-1,30	-0,97	-1,06	-1,12	-1,21	-0,42	0,25	0,92	2,13	3,09	4,05	5,12	5,47	5,81	7,24	7,99	9,34	9,35	8,29	8,31	6,95	16,27	15,51	
	D	2,69	1,32	1,07	0,91	0,89	0,93	0,96	1,03	1,05	1,06	1,07	1,15	1,22	1,27	1,34	1,43	1,49	1,53	1,54	1,59	1,62	1,58	1,54	1,46	1,33	1,23	1,14	1,35	1,41	
(5)	SD	0,73	0,38	0,26	0,38	0,39	0,46	0,49	0,51	0,50	0,47	0,45	0,44	0,43	0,46	0,44	0,44	0,44	0,43	0,43	0,44	0,43	0,43	0,44	0,48	0,52	0,52	0,44	0,30	0,56	
	SSRR	6,80	2,09	1,40	1,21	1,31	1,61	1,93	2,38	2,64	2,97	3,27	4,04	4,82	5,86	7,25	8,27	9,38	10,8	11,4	11,2	12,8	14,0	16,6	16,8	16,1	13,3	8,23	4,08	1,37	
	RP	17,43	9,67	8,06	7,08	7,29	7,85	8,50	9,49	10,15	10,85	11,55	13,02	14,4	15,86	17,81	19,5	21,18	23,1	24,1	25,2	27,5	29,4	31,9	33,5	34,5	35,8	36,43	44,6	45,93	
	D	0,09	0,10	0,08	0,05	0,00	-0,02	-0,03	-0,01	-0,04	-0,08	-0,11	-0,08	-0,06	-0,05	-0,01	0,03	0,05	0,06	0,04	0,05	0,07	0,05	0,05	0,02	-0,03	-0,06	0,17	0,19		
(6)	SD	0,74	0,38	0,16	0,30	0,33	0,38	0,42	0,44	0,44	0,44	0,44	0,43	0,43	0,47	0,45	0,45	0,43	0,43	0,45	0,44	0,45	0,45	0,47	0,53	0,58	0,47	0,31	0,54		
	SSRR	0,65	0,29	0,10	0,15	0,17	0,28	0,39	0,46	0,46	0,49	0,49	0,53	0,54	0,68	0,72	0,77	0,76	0,94	1,19	0,86	0,91	1,12	1,42	1,79	3,24	3,82	2,03	0,27	0,25	
	RP	1,27	1,39	1,07	0,68	0,21	0,05	-0,10	0,05	-0,27	-0,58	-0,99	-0,56	-0,29	-0,14	0,51	0,90	1,22	1,57	1,28	0,87	1,32	0,92	1,04	-0,16	-2,38	-3,24	-5,12	4,79	2,28	
	D	0,42	-0,18	-0,23	-0,09	0,17	0,28	0,25	0,16	0,00	-0,15	-0,27	-0,29	-0,30	-0,28	-0,22	-0,14	-0,06	0,02	0,07	0,17	0,31	0,40	0,51	0,56	0,58	0,59	0,87	0,98		
(7)	SD	0,69	0,43	0,28	0,38	0,34	0,38	0,42	0,45	0,44	0,44	0,45	0,47	0,53	0,53	0,51	0,51	0,52	0,48	0,47	0,47	0,45	0,46	0,50	0,54	0,45	0,31	0,56			
	SSRR	0,80	0,27	0,17	0,23	0,26	0,39	0,46	0,49	0,49	0,57	0,64	0,72	0,80	1,02	1,19	1,23	1,32	1,84	2,19	1,43	1,79	2,33	3,63	4,32	5,30	5,59	3,21	1,91	0,80	
	RP	3,30	-0,68	-1,12	-0,08	1,77	2,41	1,96	1,17	-0,27	-1,99	-2,76	-2,80	-2,79	-2,52	-1,46	-0,55	0,56	2,03	2,70	3,46	5,94	8,03	11,31	13,41	14,92	17,44	18,37	29,25	31,97	
	D	0,04	0,03	0,00	-0,09	-0,03	0,02	0,01	0,01	-0,04	-0,07	-0,03	-0,01	0,05	0,05	0,09	0,12	0,13	0,10	0,11	0,13	0,10	0,09	0,05	-0,01	-0,02	-0,06	0,24	0,36		
(8)	SD	0,64	0,29	0,00	0,27	0,26	0,22	0,14	0,07	0,25	0,30	0,29	0,30	0,30	0,33	0,33	0,32	0,34	0,36	0,35	0,35	0,37	0,39	0,43	0,50	0,56	0,48	0,36	0,59		
	SSRR	0,38	0,10	0,00	0,11	0,11	0,09	0,05	0,01	0,15	0,23	0,21	0,25	0,27	0,41	0,49	0,62	0,60	0,79	1,01	0,66	0,69	0,88	1,12	1,50	3,01	3,41	2,00	0,41	0,36	
	RP	0,25	0,32	0,00	-0,60	-0,09	0,32	0,21	0,09	-0,16	-0,32	-0,55	0,04	0,30	0,57	1,31	1,85	2,15	2,48	2,16	1,83	2,23	1,87	1,90	0,66	-1,64	-1,77	-3,81	7,66	10,43	

(1) Polinômio de potência fracionária (2) Polinômio de quinto grau (3) Kozak *et al.*, (4) Amateis e Burkhart (5) Cluter (6) Max e Burkhart (7) Parresol *et al.* (8) Clark *et al.*

**TABELA 5B** Ranking para as equações de afilamento dos dados usados no teste de consistência por classe de diâmetro e total, 1 = classe de diâmetro  $\leq 10,0$  cm; 2 = classe de diâmetro 10,1 a 15,0 cm; 3 = classe de diâmetro 15,1 a 20,0 cm e T = total.

Alt. (m)	MODELOS																																
	Polinômio de potênciafracionária			Polinomio de quinto grau			Kozak et al. (1969)			Amateis e Burkhart			Clutter (1980)			Max e Burkhart (1976)			Parresol et al., (1987)			Clark et al. (1991)											
	Classes de diâmetro																																
1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T	1	2	3	T						
0,10	8	17	9	7	20	18	13	20	20	19	22	19	22	24	28	23	32	31	32	31	16	12	5	17	18	17	21	18	8	6	14	9	
1,00	15	25	12	15	17	14	24	18	11	14	12	13	23	21	21	19	30	31	32	28	22	18	15	22	22	16	24	24	4	5	4	5	
1,30	13	20	10	13	22	27	25	26	23	16	19	15	16	9	14	10	29	32	30	30	16	13	15	20	21	23	21	26	4	4	4	4	
1,90	11	13	14	14	21	20	21	21	28	26	25	26	4	18	14	14	32	30	32	31	9	10	9	12	22	18	25	17	17	9	4	8	8
2,80	11	20	17	18	18	14	9	18	25	27	24	26	4	14	17	15	32	31	29	32	11	7	10	8	25	19	31	22	18	6	7	5	5
3,70	18	21	11	17	14	20	15	17	28	17	25	27	14	10	17	14	32	31	29	32	12	6	10	9	20	26	29	22	6	8	8	6	
4,60	20	18	10	17	12	15	15	13	29	24	25	27	19	16	17	17	31	32	32	32	12	4	10	9	15	24	27	24	6	6	8	5	
5,50	8	14	14	15	15	16	17	18	16	28	24	25	28	14	21	14	15	32	32	32	32	16	14	8	8	24	18	27	24	6	4	6	6
6,40	7	8	11	20	17	16	15	12	24	23	28	28	18	19	20	21	32	32	32	32	9	16	14	12	28	24	19	14	9	6	5	5	
7,30	9	17	12	18	16	17	7	8	22	21	26	25	22	15	19	20	31	32	32	32	7	11	16	14	29	27	24	23	8	4	8	4	
8,20	21	14	9	15	8	17	14	14	17	24	22	24	19	15	19	17	32	32	32	32	31	12	13	16	10	28	25	28	27	7	4	4	4
9,10	14	18	9	11	17	22	18	22	16	22	21	23	23	8	19	11	32	32	31	30	23	12	13	14	11	26	29	29	8	4	4	4	
10,00	10	23	9	13	18	20	24	23	20	15	14	17	23	7	17	12	32	32	32	32	27	16	9	16	16	18	28	28	29	7	10	4	7
10,90	9	20	19	13	18	16	23	22	21	9	10	15	23	20	10	19	32	32	32	30	26	16	7	16	13	19	27	28	29	6	13	4	7
11,80	9	8	21	8	18	12	25	17	18	16	8	19	23	24	10	23	32	31	28	26	13	9	17	12	22	28	29	28	9	16	6	11	
12,70	12	11	21	9	14	15	23	15	17	19	9	21	24	26	7	22	32	31	31	27	13	10	16	16	22	16	29	23	10	16	8	11	
13,60	9	12	22	9	11	15	16	14	20	17	15	20	27	24	16	22	32	31	28	31	10	9	14	15	25	16	29	21	10	17	4	12	
14,50	10	11	20	13	6	12	8	14	20	17	17	18	19	25	19	23	30	30	30	30	28	8	8	12	15	29	22	29	22	16	14	9	11
15,40	12	14	20	15	13	11	11	14	18	15	15	17	23	25	18	24	25	30	27	26	5	9	17	14	29	27	29	23	19	13	5	11	
16,30	14	18	17	12	9	11	16	17	18	25	20	22	22	25	20	22	30	31	29	10	12	11	27	29	26	27	27	11	10	8	10		
17,20	14	16	14	10	12	13	16	19	17	24	22	22	22	24	22	22	32	27	29	11	11	13	26	27	27	27	27	11	10	10	10		
18,80	17	19	18	9	9	10	16	18	17	21	23	20	20	23	20	30	27	27	13	15	13	28	22	29	10	8	10	8	10	10			
19,00	23	18	17	8	13	10	13	22	14	21	23	20	20	23	20	31	30	28	10	8	16	27	23	28	11	7	11	7	11	11			
19,90	22	16	23	12	18	16	12	18	10	20	23	20	20	23	20	32	30	30	5	10	12	27	21	24	14	8	9	9	14	8	9		
20,80	22	16	18	17	20	20	10	27	21	21	18	18	18	25	31	28	10	12	12	25	16	23	14	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
21,70	22	18	17	16	23	21	7	26	22	20	13	16	28	26	25	13	12	13	24	20	23	10	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
22,60	21	16	17	20	21	22	5	28	23	22	12	13	24	29	25	11	10	11	25	20	23	10	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
23,50	18	17	14	11	5	10	21	20	21	20	17	19	25	27	12	11	27	25	16	23	14	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
24,40	19	15	16	16	13	14	17	19	17	19	25	29	6	5	26	25	26	25	25	25	22	21	23	23	23	23	23	23	23	23	23		

**TABELA 6B** Equações com estimativas mais acuradas do diâmetro ao longo do fuste por classe de diâmetro e total, para as árvores usadas no teste de consistência dos modelos.

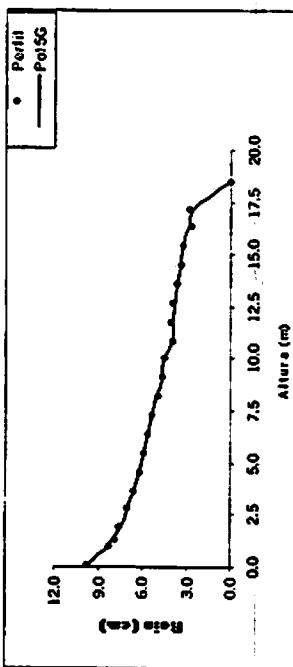
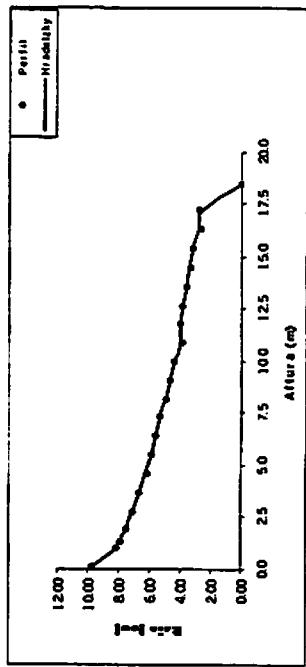
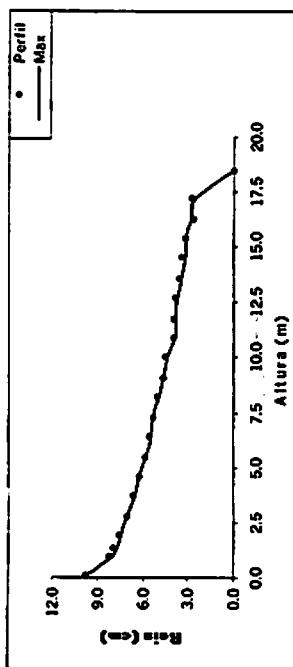
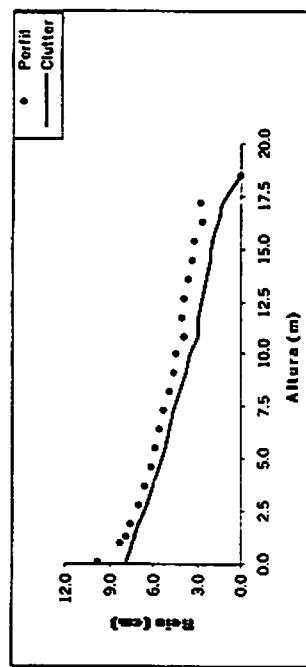
Alturas (m)	Classes de diâmetro			Total
	≤ 10,0	10,1 a 15,0	15,1 a 20,0	
0,10	1/8	8	6	1
1,00	8	8	8	8
1,30	8	8	8	8
1,90	4	8	8	8
2,80	4	8	8	8
3,70	8	6	8	8
4,60	8	8	8	8
5,50	8	8	8	8
6,40	1	8	8	8
7,30	6	8	2	8
8,20	8	8	8	8
9,10	8	8	8	8
10,00	8	4	8	8
10,90	8	6	8	8
11,80	8/1	1	8	1
12,70	8	6	4	1
13,60	1	6	8	1
14,50	2	6	2	8
15,40	6	6	8	8
16,30		8/6	8	8
17,20		2	8	8
18,10		2	8	8/2
19,00		2	8	2
19,90		6	8	8
20,80		6/3	8	8
21,70		3	8	8
22,60		3	8	8
23,50			3	3
24,40			6	6
	1(4)	1(1)	2(2)	1(4)
	2(2)	2(3)	3(1)	2(2)
	4(2)	3(3)	4(1)	3(1)
	6(2)	4(1)	6(2)	6(1)
	8(12)	6(9)	8(23)	8(22)
		8(12)		

Valores entre parênteses referem ao número de vezes em que a referida equação apareceu em primeiro lugar no ranking (mais acurada) por classe de diâmetro e para o total

- 1 = Polinômio de potência fracionária; 2 = Polinômio de quinto grau;  
 3 = Kozak *et al.*; 4 = Amateis e Burkhart; 5 = Clutter; 6 = Max e Burkhart;  
 7 = Parresol *et al.*; 8 = Clark *et al.*.

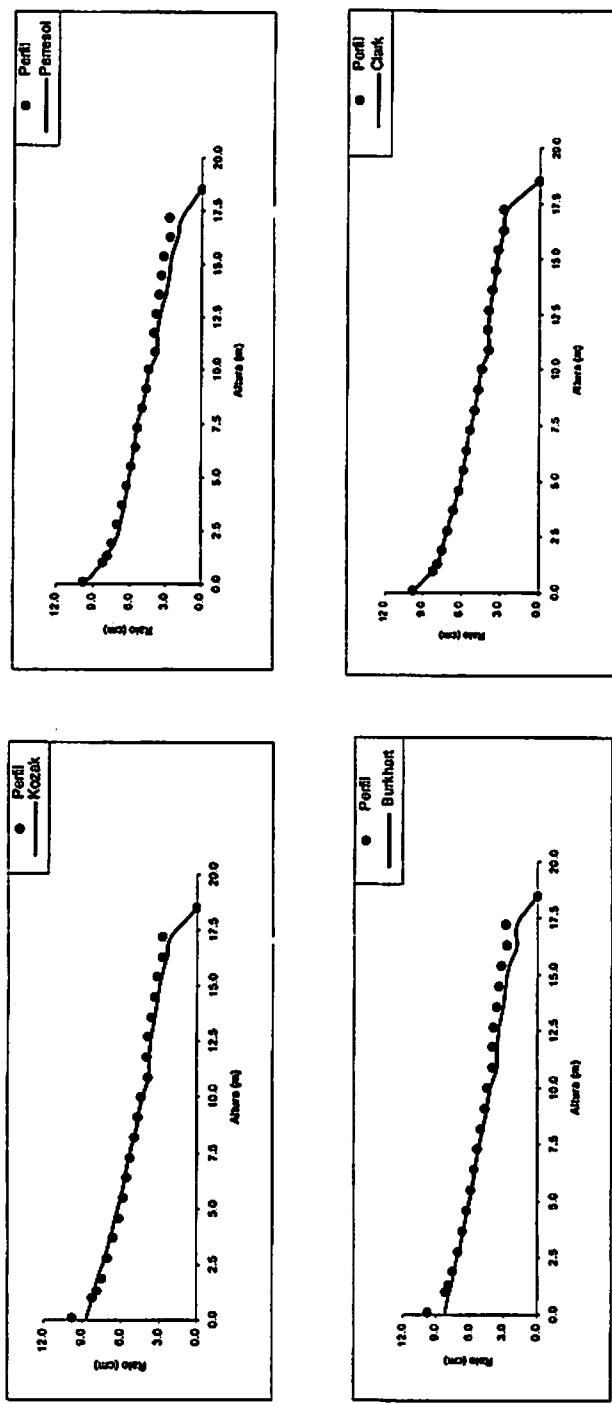
## **ANEXO C**

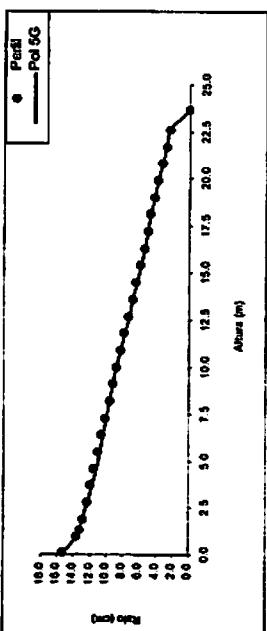
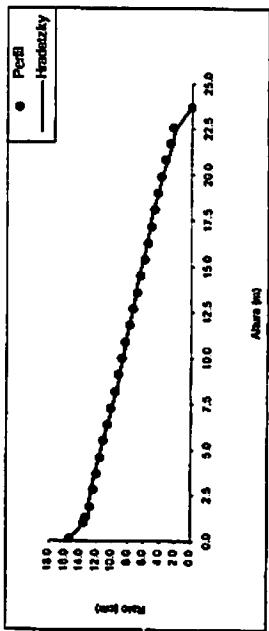
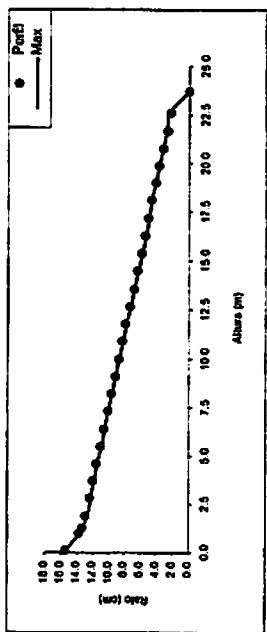
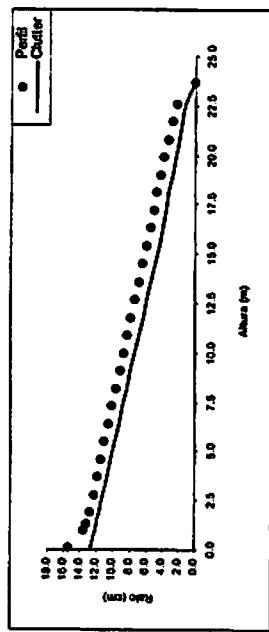
<b>FIGURA 1C</b>	Perfil médio para classe de diâmetro $\leq 10,0$ cm e suas estimativas em função dos modelos ajustados.....	125
<b>FIGURA 2C</b>	Perfil médio para a classe de diâmetro de 10,1 a 15,0 cm e suas estimativas em função dos modelos ajustados.....	127
<b>FIGURA 3C</b>	Perfil médio para a classe de diâmetro de 15,1 a 20,0 cm e suas estimativas em função dos modelos ajustados.....	129
<b>FIGURA 4C</b>	Perfil médio desconsiderando a classe de diâmetro e suas estimativas em função dos modelos ajustados.....	131



**FIGURA 1C** Perfil médio para classe de diâmetro  $\leq 10,0$  cm e suas estimativas em função dos modelos ajustados  
(...Continua...)

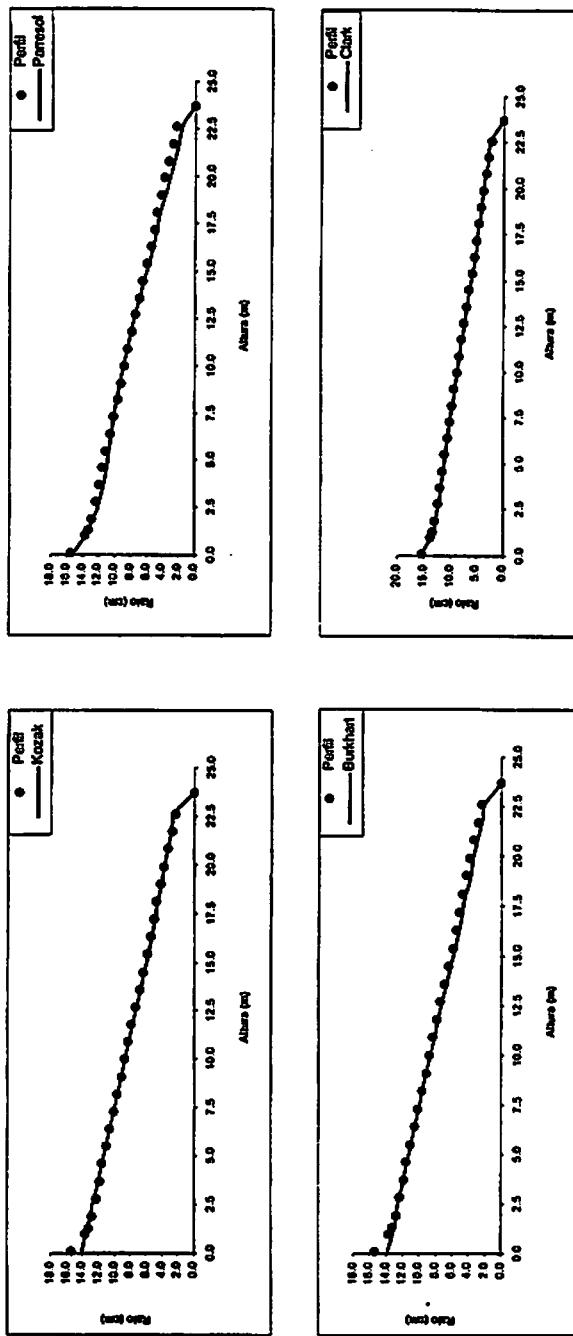
"FIGURA 1C, Cont."

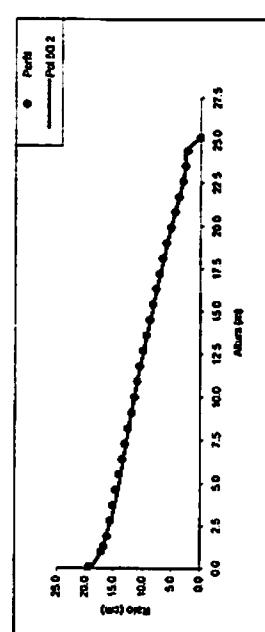
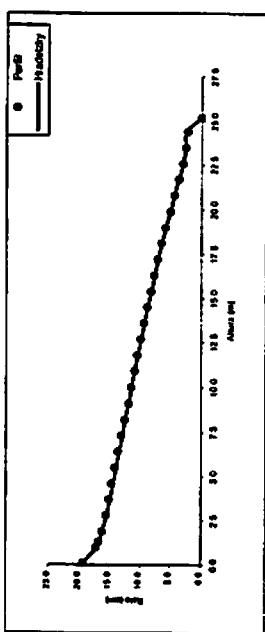
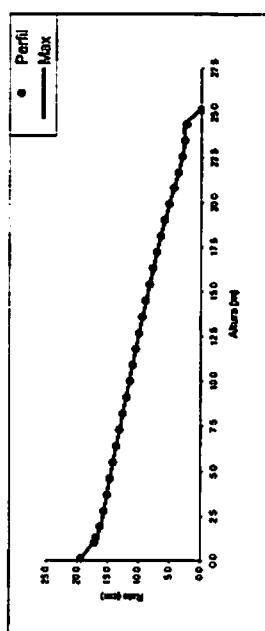
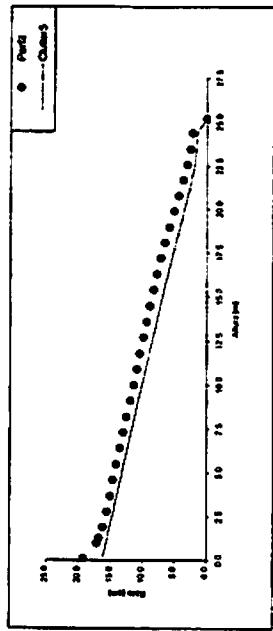




**FIGURA 2C** Perfil médio para a classe de diâmetro de 10,1 a 15,0 cm e suas estimativas em função dos modelos ajustados  
(...Continua...)

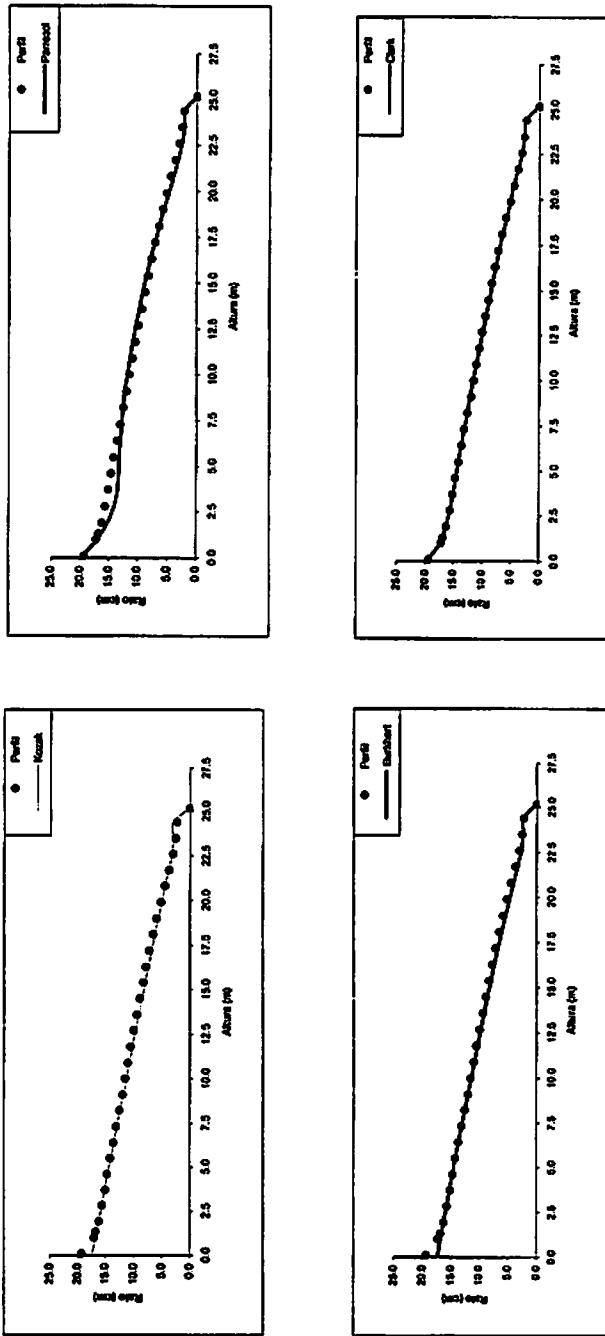
"FIGURA 2C, Cont..."

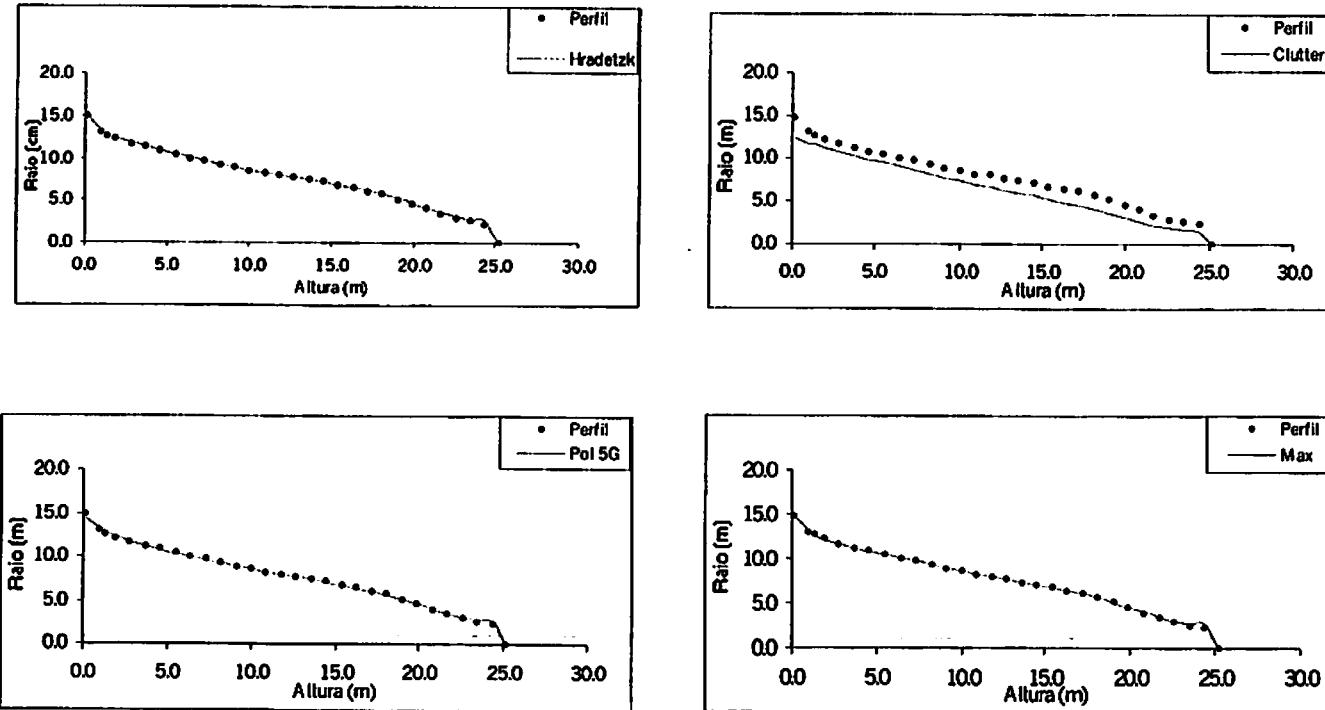




**FIGURA 3C** Perfil médio para a classe de diâmetro de 15,1 a 20,0 cm e suas estimativas em função dos modelos ajustados  
 (...Continua...)

"FIGURA 3C, Cont."





**FIGURA 4C** Perfil médio desconsiderando a classe de diâmetro e suas estimativas em função dos modelos ajustados  
(...Continua...)

"FIGURA 4C, Cont."

