UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

ABORDAGEM ÀS SOMAS DE QUADRADOS E HIPÓTESES ASSOCIADAS DO MODELO DIALÉLICO DE GARDNER E EBERHART

PAULO CÉSAR LIMA

2002

PAULO CÉSAR LIMA

ABORDAGEM ÀS SOMAS DE QUADRADOS E HIPÓTESES ASSOCIADAS DO MODELO DIALÉLICO DE GARDNER E EBERHART

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Agronomia, área de concentração em Genética e Melhoramento de Plantas, para obtenção do título de "Doutor".

Orientador

Prof. Dr. Daniel Furtado Ferreira

LAVRAS

MINAS GERAIS - BRASIL

2002

Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da UFLA

Lima, Paulo César

Abordagem às somas de quadrados e hipóteses associadas do modelo dialélico de Gardner e Eberhart / Paulo César Lima. -- Lavras : UFLA, 2002.

88 p. : il.

[redacted]

Ori[redacted] Furtado Ferreira.

Tese [redacted]

Bib[redacted]

[redacted]o de Gardner e Eberhart. 4. Dialelo completo. 5. Dialelo parcial. I. [redacted] Federal de Lavras. II. Título.

CDD-575.1

-631.523

PAULO CÉSAR LIMA

ABORDAGEM ÀS SOMAS DE QUADRADOS E HIPÓTESES ASSOCIADAS DO MODELO DIALÉLICO DE GARDNER E EBERHART

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Agronomia, área de concentração em Genética e Melhoramento de Plantas, para obtenção do título de "Doutor".

APROVADA em 27 de Fevereiro de 2002

Prof.Dr. Antônio Carlos de Oliveira	EMBRAPA
Prof.Dr. Augusto Ramalho de Moraes	DEX - UFLA
Profa.Dra. Elaine Aparecida de Souza	DBI – UFLA
Prof.Dr. Júlio Sílvio de Souza Bueno Filho	DEX - UFLA

Daniel Furtado Ferreira

Prof.Dr. Daniel Furtado Ferreira

DEX - UFLA

(Orientador)

LAVRAS

MINAS GERAIS - BRASIL

Às mulheres de minha vida:

D.Aída, Magali, Graziella, Rafaella e Ludimilla,

DEDICO

SUMÁRIO

RESUMO

LIMA, Paulo César. **Abordagem às Somas de Quadrados e Hipóteses Associadas do Modelo Dialélico de Gardner e Eberhart.** Lavras: UFLA, 2002. 88p. (Tese - Doutor em Agronomia - Genética e Melhoramento de Plantas)*

O modelo de análise dialélica proposto por Gardner e Eberhart (1966) tem sido bastante empregado na avaliação e seleção de material para programas de melhoramento e no estudo da herança gênica dos caracteres. No entanto, a não-ortogonalidade inerente desse modelo, admitida pelos autores ou provocada por perdas de médias de genótipos, pode acarretar a interpretação errônea das hipóteses testadas, pois quando o modelo não é ortogonal ou nos casos de desbalanceamento, existem diferentes critérios para a formulação de hipóteses que geram diferentes valores para as somas de quadrados. Objetivou-se com este estudo determinar de que forma são afetadas as somas de quadrados dos efeitos do modelo e suas hipóteses associadas, inclusive em casos de perdas de médias. Foram utilizados exemplos de dialelos completos e parciais, obtendo-se as somas de quadrados do tipo I por meio de reduções sucessivas do modelo superparametrizado, conforme o procedimento utilizado pelo SAS, que foram comparadas com as somas de quadrados do tipo III, obtidas com o algoritmo inversa-de-parte-da-inversa. As hipóteses associadas a essas somas de quadrados também foram comparadas, sendo as do tipo I obtidas pelas funções estimáveis conforme o GLM do SAS, e as do tipo III, por meio do procedimento descrito por Searle (1987), que corresponde à obtenção da solução de $W_r\beta = W\beta$. Pelos resultados, verificou-se que a análise dos dialelos completos e parciais, com ou sem perdas de médias, foi afetada de maneira análoga nas somas de quadrados e hipóteses associadas. Também verificou-se que as perdas de cruzamentos provocaram variação nas somas de quadrados tipos I e III e hipóteses associadas da maioria dos efeitos, e que as hipóteses sobre a heterose não foram afetadas por perda de médias de genitores. Os dialelos completos e parciais, sem perdas de médias, apresentaram variação entre as somas de quadrados e hipóteses associadas tipos I e III apenas para genitores, confirmando tratar-se de modelo naturalmente não-ortogonal. Considerando-se essas diferenças entre os tipos I e III, sugere-se o uso da análise tipo III, cujas somas de quadrados e hipóteses associadas são livres dos efeitos de outros parâmetros do modelo.

---

* Comitê Orientador: Daniel Furtado Ferreira - UFLA (Orientador), Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho - UFLA, Magno Antônio Patto Ramalho - UFLA.

ABSTRACT

LIMA, Paulo César. **Some insights into the sums of square and associated hypotheses of the Gardner and Eberhart diallel model.** LAVRAS: UFLA, 2002. 88p. (Thesis - Agronomy - Genetics and Plant Breeding)*

The diallel analysis model proposed by Gardner and Eberhart (1966) has been used to evaluate and select superior genotypes in plant breeding programs and to study the genetic inheritance of several characters. However, the diallel model is non orthogonal as pointed out by the authors. Dependencies can also be generated by losses of genotypes' means that can lead to erroneous interpretation of the tested hypotheses because when the model is non orthogonal or unbalanced there are different approaches to the proposed hypotheses that generate different values for the sums of squares. This work intends to determine how the sums of squares of the diallel model and their associated hypotheses are affected, including the situations of losses of genotype means. Examples of complete and partial diallels were used and the type I sums of squares were determined by means of successive reductions of the unrestricted model according to the procedure used by the SAS and they were compared with the type III sums of squares, obtained through the inverse of part of inverse algorithm. The associated hypotheses were also compared. The type I was obtained through the estimable functions reported in the GLM procedure of SAS system and the type III was obtained through Searle's (1987) procedure that corresponds to obtain the solution of $W_r\dot{\beta} = W\beta$. The analysis of the complete and partial diallel models, with or without losses of means, was affected in a way similar to the sums of squares and associated hypotheses. It was verified that the losses of crossing means affected in different ways the type I and III sums of squares and the associated hypotheses. Heterosis was not affected by losses of parents' means. The complete and partial diallel, without losses of means, presented differences between the sums of squares and associated type I and III hypotheses for parents, supporting the natural non-orthogonality of the adopted model. Considering theses differences between the type I and III sums of squares and associated hypotheses, we suggest the use of type III analysis because the sum os squares are free from the effects of the other model's parameters.

---

* Guidance Committee: Daniel Furtado Ferreira - UFLA (Major Professor), Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho - UFLA, Magno Antônio Patto Ramalho - UFLA.

1 INTRODUÇÃO

Os cruzamentos dialélicos são freqüentemente utilizados pelos melhoristas para a avaliação e seleção de material promissor a ser introduzido em programas de melhoramento e, pelos geneticistas, para a obtenção de informações da natureza gênica dos caracteres. Para a análise das médias obtidas nos cruzamentos dialélicos, foram propostas várias metodologias que fornecem estimativas de parâmetros úteis para a escolha de genitores, cruzamentos e para o conhecimento da herança genética.

Entre essas metodologias, a proposta de Gardner & Eberhart (1966) é muito utilizada no estudo de cruzamentos dialélicos entre variedades, tanto para os dialelos completos quanto para tabelas dialélicas parciais. Esses autores propuseram um modelo estatístico de efeitos fixos e a correspondente análise de variância em que as somas de quadrados para os efeitos do modelo são obtidas pela utilização de restrições Σ, e os estimadores, pelo ajuste de modelos reduzidos seqüencialmente.

Quando o modelo estatístico adotado contém efeitos fixos, o teste de F na análise de variância é importante como resultado analítico, mas, se não existir ortogonalidade entre os subespaços dos parâmetros do modelo, o teste de F provavelmente não estará testando as hipóteses planejadas pelo pesquisador, mas outras, geralmente de sentido mais complexo e de difícil interpretação prática.

A não-ortogonalidade inerente ao modelo ou provocada pela perda de médias das tabelas dialélicas não dificulta a análise de variância, principalmente com o uso de computadores; porém, a utilização indiscriminada das análises desenvolvidas pelos pacotes estatísticos para computadores poderá acarretar interpretações equivocadas das hipóteses associadas às somas de quadrados da análise de variância.

Com este trabalho, visou-se a determinar como as somas de quadrados e as respectivas hipóteses associadas das análises dialélicas são afetadas pela não-ortogonalidade genética parcial do modelo de Gardner & Eberhart (1966) e pelo desbalanceamento provocado pela perda de médias dos genitores e dos cruzamentos nos dialelos completos e nos dialelos parciais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Cruzamentos Dialélicos

A expressão Cruzamentos Dialélicos atualmente é empregada de modo bastante amplo, significando todos os possíveis acasalamentos tomados 2 a 2 em um grupo de genitores. Podem ser considerados, além dos híbridos, os próprios pais, os híbridos recíprocos e outras gerações, tais como F_2 e retrocruzamentos. As primeiras referências ao termo são de Schmidt, citado por Hinkelmann (1968), que assim designa o acasalamento de p_1 animais fêmeas, cada uma com um grupo de p_2 machos. Outros pesquisadores como Hayman (1954a) e Griffing (1956) conceituaram cruzamentos dialélicos como o resultado do acasalamento apenas entre linhagens puras. O conceito começa a ser mais genérico com Kempthorne & Curnow (1961), que aplicaram a expressão para designar o cruzamento de linhagens com qualquer grau de endogamia. Após Gardner (1965), os cruzamentos dialélicos passaram a incluir também as variedades e as populações geradas por seus cruzamentos.

A tabela dialélica é o conjunto das médias obtidas nos cruzamentos dialélicos realizados em um ou vários experimentos preliminares. Alguns autores, como Huber et al. (1991), consideram a tabela dialélica como um esquema fatorial alterado, porque os indivíduos são usados como níveis de um fator e, também, como níveis do segundo fator, isto é, são usados como pais e como mães nos cruzamentos. A tabela dialélica completa para p genitores contém p^2 médias, sendo $p(p-1)/2$ híbridos, $p(p-1)/2$ híbridos recíprocos e p médias dos pais (Tabela 2.1). São consideradas tabelas dialélicas modificadas quando não são tomadas todas as p^2 médias possíveis dos cruzamentos de p genitores, mas só os híbridos ou híbridos e recíprocos ou híbridos e pais.

Tabela 2.1. Tabela Dialélica Completa para Cinco Genitores.

Genitores	a	b	c	A	B
a	o	x	x	x	x
b	#	o	x	x	x
c	#	#	o	x	x
A	#	#	#	o	x
B	#	#	#	#	o

o : médias dos pais x : médias dos híbridos # : médias dos híbridos recíprocos

Admitindo-se a ausência de efeitos recíprocos, algumas tabelas são compostas apenas com as médias dos híbridos e com as médias dos pais. A tabela dialélica com esse grupo de médias é denominada meia tabela dialélica. Essas tabelas completas ou meias tabelas, constituídas por médias obtidas com o mesmo número de repetições, são denominadas Dialelos Completos. Outro tipo comum de tabela dialélica, denominada Dialelo Parcial, é empregada quando o interesse do pesquisador está apenas nos cruzamentos possíveis entre dois grupos distintos de genitores, não interessando os cruzamentos dentro de cada grupo.

Conforme ressaltado por Kempthorne & Curnow (1961), o número de cruzamentos possíveis aumenta consideravelmente com o aumento do número de genitores, podendo chegar a inviabilizar a pesquisa. As limitações são de ordem prática, tais como dificuldades nas polinizações manuais e nas avaliações dos cruzamentos, acarretando aumento do erro experimental. Esses autores discutiram um critério empregado para a seleção de apenas uma parte dos possíveis cruzamentos, denominando-o dialelos Circulantes. Na Tabela 2.2 são apresentadas ilustrações para os dialelos completos, dialelos parciais e dialelos circulantes, sem os híbridos recíprocos.

Tabela 2.2. Exemplo de Dialelo Completo (a), Dialelo Parcial (b) e Dialelo Circulante (c) para 5 genitores e grupos de 3 e 2 genitores, sem os híbridos recíprocos.

(a)

	a	b	c	A	B
a	o	x	x	x	x
b		o	x	x	x
c			o	x	x
A				o	x
B					o

(b)

	a	b	c	A	B
a	o			x	x
b		o		x	x
c			o	x	x
A				o	
B					o

(c)

	a	b	c	A	B
a	o		x	x	
b		o		x	x
c			o		x
A				o	
B					o

o : médias dos pais
x : médias dos cruzamentos

2.2 Modelos de Análise Dialélica

Há vários modelos propostos para a análise dos diferentes tipos de tabelas dialélicas. O trabalho de Sprague & Tatum (1942) foi uma das pesquisas fundamentais encontradas na literatura que propõe um modelo de análise para os cruzamentos dialélicos. Neste trabalho foram empregadas linhas puras de milho para a obtenção da tabela dialélica contendo apenas os cruzamentos F_1 . Os autores utilizaram as expressões Capacidade Geral de Combinação (cgc) e Capacidade Específica de Combinação (cec) para designar características devidas aos efeitos genéticos aditivos (cgc) e aos efeitos dominantes e epistáticos (cec), respectivamente. Assim, a cgc indicaria o comportamento médio do genitor nos cruzamentos e a cec indicaria a performance das combinações híbridas. Assumindo os parâmetros do modelo como variáveis aleatórias, esses autores estimaram as variâncias correspondentes à cgc e à cec para cada linhagem. Na discussão dos resultados, empregaram-se as estimativas obtidas para inferir sobre os efeitos genéticos aditivos e não aditivos, mas sem apresentar testes estatísticos sobre as variâncias estimadas.

Com o aprofundamento dos estudos teóricos sobre os cruzamentos dialélicos, surgiram propostas de análise, como a de Hull (1945), que empregou modelos de regressão para o estudo do efeito da interação alélica de dominância para os genes relacionados à produção de sementes, a de Yates (1947), que apresentou um modelo de análise de variância para uma tabela dialélica com perda de alguns híbridos, e a de Jinks & Hayman (1953), que definiram um modelo fixo com cinco parâmetros genéticos para expressar a variação em uma tabela dialélica com as médias de um grupo de linhagens selecionadas, em vez de amostradas de uma população.

Os primeiros trabalhos nos quais se discutiu a teoria fundamental relativa aos cruzamentos dialélicos, apresentando metodologias de análise e testes de hipóteses, foram desenvolvidos por Hayman (1954a, 1954b). Nesses casos, foi utilizado o modelo fixo de Jinks & Hayman (1953) e proposta uma análise de variância para tabelas dialélicas completas, seguindo o modelo proposto por Yates (1947).

A metodologia proposta por Hayman (1954b) fornece muitas informações genéticas sobre os genitores e sobre os cruzamentos, porém, além de as condições exigidas por essa metodologia serem muito rigorosas, foi criticada por Kempthorne (1956), Gilbert (1958) e outros autores, por empregar um modelo inerentemente não-ortogonal. Walters & Gale (1977) e Walters & Morton (1978) discutiram formas de remover os efeitos dessa não-ortogonalidade do modelo de Hayman (1954b). Mesmo assim, essa metodologia não tem sido muito empregada pelos pesquisadores.

Um outro modelo baseado no modelo de Sprague & Tatum (1942) foi proposto por Griffing (1956), empregando quatro modelos estatísticos diferentes, dependendo do tipo de tabela dialélica a ser analisada:

. Método 1 – para tabelas dialélicas com as p^2 possíveis médias, isto é, p médias dos pais, p(p-1)/2 dos híbridos e p(p-1)/2 dos híbridos recíprocos;

. Método 2 – para tabelas dialélicas com as médias dos genitores e dos híbridos;

. Método 3 – para tabelas dialélicas com as médias dos híbridos e híbridos recíprocos;

. Método 4 – para tabelas dialélicas com apenas as médias dos híbridos.

Os modelos propostos até então só utilizavam linhas puras e seus cruzamentos. Os estudos com populações existentes nessa época sobre a natureza da ação gênica em caracteres quantitativos, sobre a heterose e outros, utilizavam parâmetros genéticos estimados como funções lineares de variâncias e covariâncias. Gardner (1965) destacou os inconvenientes dessas estimativas que, geralmente, estavam associadas a elevados erros experimentais. Para o aumento da confiabilidade, seriam necessários ensaios muito grandes com conseqüentes problemas de ordem prática para os experimentadores.

Nesse trabalho, Gardner (1965) apresentou uma teoria estatística aplicável aos cruzamentos dialélicos intervarietais. Foram discutidos os fundamentos para o estudo genético de populações por meio das médias obtidas dos cruzamentos em vez das estimativas de variâncias. As vantagens do uso das médias estão, principalmente, na facilidade de estimação e no menor erro associado às estimativas. Uma discussão mais aprofundada sobre essa teoria é desenvolvida por Gardner & Eberhart (1966). Esses autores propuseram um modelo de análise dialélica que viria a ser um dos mais empregados pelos geneticistas e melhoristas para a análise dos cruzamentos entre variedades.

Para os modelos mais utilizados, dois pesquisadores desenvolveram adaptações das metodologias propostas para os dialelos completos para serem utilizadas na análise dos dialelos parciais. Miranda Filho & Geraldi (1984) adaptaram o modelo de Gardner & Eberhart (1966) e Geraldi & Miranda Filho (1988) apresentam as adaptações para a metodologia de Griffing (1956), métodos 2 e 4.

2.3 Modelos Mais Utilizados – Dialelos Completos

Conforme Vencovsky (1970), os modelos de Griffing (1956), Hayman (1954b) e de Sprague & Tatum (1942), assim como o modelo de Gardner & Eberhart (1966), também podem ser empregados para a análise de médias dos cruzamentos dialélicos envolvendo populações. No entanto, verifica-se que os modelos de Griffing e o de Gardner & Eberhart (1966) são os mais utilizados para a análise das tabelas dialélicas provenientes dos cruzamentos intervarietais. No caso da metodologia de Griffing (1956), preferencialmente os métodos 2 e 4 têm sido utilizados pelos melhoristas.

2.3.1 Modelo de Griffing (1956) – Método 2

O modelo estatístico relativo ao método 2 é caracterizado como:

$$y_{ij} = \mu + g_i + g_j + s_{ij} + \bar{e}_{ij}$$

em que:

y_{ij} é a média para o cruzamento i, j ($i \neq j$) ou para o genitor i ($i = j$), com $i = 1, 2, ..., p$ e $j = 1, 2, ..., p$, sendo p o número de genitores;

μ representa uma constante comum a todas as médias;

g_i é a capacidade geral de combinação (cgc) do genitor i;

s_{ij} é a capacidade específica de combinação (cec) do cruzamento i, j;

$\bar{e}_{ij}$ é o erro experimental médio suposto $\overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

A análise de variância correspondente, considerando-se o modelo fixo, é apresentada na Tabela 2.3. As expressões das somas de quadrados, obtidas pelo método dos quadrados mínimos, são:

$$SQCGC = \frac{1}{p+2}\left[\sum_{i}^{p}(y_{ii} + y_{i.})^2 - \frac{4}{p}y_{..}^2\right]$$

$$SQCEC = \sum_{i \leq j}^{p} y_{ij}^2 - \frac{1}{p+2}\left[\sum_{i}^{p}(y_{ii} + y_{i.})^2\right] + \frac{2}{(p+1)(p+2)}y_{..}^2$$

em que $y_{i.} = \sum_{j}^{p} y_{ij}$ e $y_{..} = \sum_{i,j}^{p} y_{ij}$.

As restrições paramétricas utilizadas para a obtenção dos efeitos são:

$$\sum_{i}^{p} g_i = 0;$$

$$\sum_{i=1 \leq}^{p} \sum_{i'=1}^{p} s_{ii'} = 0 \quad \text{e}$$

$$s_{ii} + \sum_{i'}^{p} s_{ii'} = 0 \quad \text{para todo i.}$$

Tabela 2.3. Modelo da Análise de Variância para o Método 2 de Griffing (1956), para os dialelos completos com p Genitores .

Fontes de Variação	GL	SQ	QM	E(QM) (modelo fixo)
CGC	p-1	SQCGC	QMCGC	$\sigma^2 + \frac{p+2}{p-1}\sum_{i}^{p} g_i^2$
CEC	p(p-1)/2	SQCEC	QMCEC	$\sigma^2 + \frac{2}{p(p-1)}\sum_{i \le j}^{p} s_{ij}^2$
Resíduo	f		QMR	σ^2

f : graus de liberdade do resíduo médio

Das análises dos experimentos preliminares que forneceram as médias dos cruzamentos (y_{ij}), são obtidos o número de graus de liberdade do resíduo médio (f) e o quadrado médio do resíduo (QMR) já dividido pelo número de observações relativas às médias da tabela dialélica.

2.3.2 Modelo de Griffing (1956) – Método 4

O método 4 proposto por Griffing (1956) é destinado a tabelas dialélicas com os híbridos apenas. O modelo estatístico é idêntico ao modelo relativo ao método 2, considerando-se apenas que y_{ij} é a média para o cruzamento i, j, já que não são consideradas as médias dos pais. Na Tabela 2.4 é apresentada a análise de variância correspondente. As expressões para as somas de quadrados são:

$$SQCGC = \frac{1}{p-2}\sum_{i}^{p} y_{i.}^2 - \frac{4}{p(p-2)} y_{..}^2$$

$$SQCEC = \sum_{i<j}^{p} y_{ij}^2 - \frac{1}{p-2}\sum_{i}^{p} y_{i.}^2 + \frac{2}{(p-1)(p-2)} y_{..}^2$$

em que $y_{..} = \sum_{i<j}^{p} y_{ij}$; $y_{i.} = \sum_{j}^{p} y_{ij}$ para $i \neq j$ e $\sum_{i}^{p} y_{i.} = 2y_{..}$.

As restrições paramétricas utilizadas para a obtenção dos efeitos são:

$$\sum_{i}^{p} g_i = 0 \quad \text{e}$$

$$\sum_{j}^{p} s_{ij} = 0 \quad \text{para todo i .}$$

Tabela 2.4. Modelo de Análise de Variância para o Método 4 de Griffing (1956) para os Dialelos Completos com p Genitores.

Fontes de Variação	GL	SQ	QM	E(QM) (modelo fixo)
CGC	p-1	SQCGC	QMCGC	$\sigma^2 + \frac{p-2}{p-1}\sum_{i}^{p} g_i^2$
CEC	p(p-3)/2	SQCEC	QMCEC	$\sigma^2 + \frac{2}{p(p-3)}\sum_{i<j}^{p} s_{ij}^2$
Resíduo	f		QMR	σ^2

f : graus de liberdade do resíduo médio

2.3.3 Modelo de Gardner & Eberhat (1966)

O modelo de Gardner & Eberhart (1966) inclui p genitores e p(p-1)/2 cruzamentos entre estes pais e pode ser representado por:

$$y_{ij} = \mu + \frac{1}{2}(v_i + v_j) + \theta(hm + h_i + h_j + s_{ij}) + \bar{e}_{ij} \qquad \text{(I)}$$

em que y_{ij} é a média para o cruzamento $(i \neq j)$ ou para um genitor $(i = j)$, com $i = 1, 2, ..., p$ e $j = 1, 2, ..., p$;

μ representa uma constante inerente a todas as médias;

v_i representa o efeito do pai i;

v_j representa o efeito do pai j;

hm é o efeito da heterose média;

h_i representa o efeito da heterose do pai i;

h_j representa o efeito da heterose do pai j;

s_{ij} representa o efeito da heterose específica;

$\bar{e}_{ij}$ é o erro experimental médio suposto $\overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

Neste modelo, θ é uma variável indicadora que assume o valor 0 quando $i = j$ e o valor 1, para $i \neq j$. Admite-se que $s_{ij} = s_{ji}$ e, assim sendo, emprega-se apenas meia tabela dialélica para efetuar-se a análise de variância (Tabela 2.5).

Tabela 2.5. Modelo de Análise de Variância do Modelo de Gardner & Eberhart (1966) para os Dialelos Completos com p Genitores.

Fontes de Variação	GL	SQ	QM
Pais	p-1	SQV	QMV
Heterose	p(p-1)/2	SQH	QMH
Heterose Média	1	SQHm	QMHm
Heterose dos Pais	p-1	SQHv	QMHv
Heterose Específica	p(p-3)/2	SQHe	QMHe
Resíduo	f		QMR

f : graus de liberdade do resíduo médio

Gardner (1967) apresenta as expressões para o cálculo das somas de quadrados dos efeitos dos parâmetros, pelo método dos quadrados mínimos:

$$SQV = \frac{1}{p+2}\left[\sum_{i}^{p}(y_{ii} + y_{i.})^2 - \frac{4}{p}y_{..}^2\right]$$

$$SQHm = \frac{1}{p}y_V^2 + \frac{2}{p(p-1)}y_H^2 - \frac{2}{p(p+1)}y_{..}^2$$

$$SQHv = \sum_{i}^{p}y_{ii}^2 - \frac{1}{p}y_V^2 + \frac{1}{p-2}\left(\sum_{i}^{p}y_{hi}^2 - \frac{4}{p}y_H^2\right) - SQV$$

$$SQHe = \sum_{i<j}^{p}y_{ij}^2 - \frac{1}{p-2}\sum_{i}^{p}y_{hi}^2 + \frac{2}{(p-1)(p-2)}y_H^2$$

nas quais $y_{hi} = y_{i.} - y_{ii}$; $y_H = y_{..} - \sum_i^p y_{ii}$; $y_V = \sum_i^p y_{ii}$;

$$y_{..} = \frac{1}{2}\sum_i^p (y_{ii} + y_{i.}); \quad y_{i.} = \sum_j^p y_{ij}.$$

Admitiu que $\bar{e}_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ e foram utilizadas as seguintes restrições paramétricas:

$$\sum_i^p v_i = 0; \quad \sum_i^p h_i = 0; \quad \sum_j^p s_{ij} = 0 \text{ para todo i} \quad \text{e} \quad \sum_i^p s_{ij} = 0 \text{ para todo j}.$$

2.4 Modelos Mais Utilizados – Dialelos Parciais

Para os dialelos parciais, cujas tabelas dialélicas contêm as médias dos cruzamentos entre um grupo com I genitores e outro grupo com J genitores, incluindo os próprios genitores, são propostas 3 metodologias adaptadas dos modelos mais utilizados nas análises dos dialelos completos.

2.4.1 Modelo de Griffing adaptado – Métodos 2 e 4

Geraldi & Miranda Filho (1988) apresentaram metodologias de análise adaptadas para dialelos parciais utilizando o modelo de Griffing (1956), métodos 2 e 4. O modelo adaptado de Griffing (1956) - Método 2 é apropriado para dialelos parciais quando estão incluídos os híbridos e os genitores:

$$y_{ij} = \mu + \frac{1}{2}\left[d_{(1)} + d_{(2)}\right] + g_i + g_j + s_{ij} + \bar{e}_{ij}$$

em que y_{ij} é a média do cruzamento entre o i-ésimo genitor do grupo 1 e o j-ésimo genitor do grupo 2; $d_{(1)}$ e $d_{(2)}$ representam as diferenças entre as médias dos grupos 1 e 2 e a média geral, respectivamente. Para as médias dos genitores do grupo 1 (y_{ii}), $d_{(2)}$ deve ser substituído por $d_{(1)}$ e, para as médias do grupo 2 (y_{jj}), substitui-se $d_{(1)}$ por $d_{(2)}$. Já os efeitos g_i e g_j representam as cgc dos genitores dos grupos 1 e 2, respectivamente, e os outros parâmetros são definidos como no modelo de Griffing (1956) - Método 2 para os dialelos completos. O modelo de Griffing (1956) – Método 4, adaptado para os dialelos parciais, pode ser representado, conforme Geraldi & Miranda Filho (1988), por:

$$y_{ij} = \mu + v_i + v_j + g_i + g_j + s_{ij} + \bar{e}_{ij}$$

em que v_i e v_j são os feitos dos genitores dos grupos 1 e 2, respectivamente.

As expressões apropriadas para as somas de quadrados dos métodos 2 e 4 são apresentadas nas Tabelas 2.6 e 2.7, respectivamente. Nessas tabelas são adotadas as seguintes notações:

$$y_{i.} = \sum_{j}^{J} y_{ij}, \quad y_{.j} = \sum_{i}^{I} y_{ij}, \quad y_H = \sum_{i \neq j}^{IJ} y_{ij}, \quad \bar{y}_H = \frac{1}{IJ} y_H,$$

$$y_{(1)} = \sum_{i}^{I} y_{ii}, \quad \bar{y}_{(1)} = \frac{1}{I} y_{(1)}, \quad y_{(2)} = \sum_{j}^{J} y_{jj}, \quad \bar{y}_{(2)} = \frac{1}{J} y_{(2)},$$

$$y_T = y_{(1)} + y_{(2)} + y_H,$$

$A = I+4, \quad B = J+4, \quad C = I+J+4$ e $D = I+J+IJ$.

$$Z1 = \sum_{i}^{I} y_{ii}^2 + \sum_{j}^{J} y_{jj}^2 + \sum_{ij}^{IJ} y_{ij}^2 - \frac{1}{B}\sum_{i}^{I}(2y_{ii} + y_{i.})^2 - \frac{1}{A}\sum_{j}^{J}(2y_{jj} + y_{.j})^2$$

$$Z2 = -\frac{1}{B} y_{(1)}^2 - \frac{1}{A} y_{(2)}^2 + \frac{1}{AB} y_H^2 + \frac{1}{ABC}\left[Ay_{(1)} + By_{(2)} + 2y_H\right]^2$$

Tabela 2.6. Modelo de Análise de Variância para o Modelo de Griffing (1956) – Método 2, adaptado para os Dialelos Parciais, segundo Geraldi & Miranda Filho (1988).

FV	GL	SQ
Populações	D-1	$\sum_{i}^{I} y_{ii}^2 + \sum_{j}^{J} y_{jj}^2 + \sum_{ij}^{IJ} y_{ij}^2 - \frac{1}{D} y_T^2$
Grupos	1	$\frac{IJ}{CD}\left[(I+2)\bar{y}_{(1)} - (J+2)\bar{y}_{(2)} + (J-I)\bar{y}_H\right]^2$
CGC – grupo 1	I-1	$\frac{4}{B}\sum_{i}^{I}\left[y_{ii} - \bar{y}_{(1)} + \frac{1}{2}(y_{i.} - J\bar{y}_H)\right]^2$
CGC – grupo 2	J-1	$\frac{4}{A}\sum_{j}^{J}\left[y_{jj} - \bar{y}_{(2)} + \frac{1}{2}(y_{.j} - I\bar{y}_H)\right]^2$
CEC	IJ	Z1+Z2
Resíduo	f	

f : graus de liberdade do resíduo médio

Tabela 2.7. Modelo de Análise de Variância para o Modelo de Griffing (1956) – Método 4, adaptado para os Dialelos Parciais, segundo Geraldi & Miranda Filho (1988).

FV	GL	SQ
Populações	D-1	$\sum_{i}^{I} y_{ii}^2 + \sum_{j}^{J} y_{jj}^2 + \sum_{ij}^{IJ} y_{ij}^2 - \frac{1}{D} y_T^2$
Genitores do Grupo 1	I-1	$\sum_{i}^{I} y_{ii}^2 - \frac{1}{I} y_{(1)}^2$
Genitores do Grupo 2	J-1	$\sum_{j}^{J} y_{jj}^2 - \frac{1}{J} y_{(2)}^2$
Genitores 1 vs Genitores 2	1	$\frac{1}{I} y_{(1)}^2 + \frac{1}{J} y_{(2)}^2 - \frac{1}{(I+J)} [y_{(1)} + y_{(2)}]^2$
Genitores vs Híbridos	1	$\frac{1}{(I+J)} [y_{(1)} + y_{(2)}]^2 + \frac{1}{IJ} y_H^2 - \frac{1}{D} y_T^2$
Híbridos	IJ-1	$\sum_{ij}^{IJ} y_{ij}^2 - \frac{1}{IJ} y_H^2$
CGC grupo 1	I-1	$\frac{1}{J} \sum_{i}^{I} y_{i.}^2 - \frac{1}{IJ} y_H^2$
CGC grupo 2	J-1	$\frac{1}{I} \sum_{j}^{J} y_{.j}^2 - \frac{1}{IJ} y_H^2$
CEC	(I-1)(J-1)	$\sum_{ij}^{IJ} y_{ij}^2 - \frac{1}{J} \sum_{i}^{I} y_{i.}^2 - \frac{1}{I} \sum_{j}^{J} y_{.j}^2 + \frac{1}{IJ} y_H^2$
Resíduo	f	

f : graus de liberdade do resíduo médio

2.4.2 Modelo Gardner e Eberhart adaptado

Miranda Filho & Geraldi (1984) propuseram uma adaptação do modelo de Gardner & Eberhart (1966) para ser usada com tabelas dialélicas parciais. O modelo proposto é:

$$y_{ij} = \mu + \alpha d + \frac{1}{2}(v_i + v_j) + \theta(hm + h_i + h_j + s_{ij}) + \bar{e}_{ij} \qquad \text{(II)}$$

que corresponde a uma alteração do modelo de Gardner & Eberhart (1966) (I), sendo y_{ij} a média do cruzamento entre o i-ésimo pai do grupo 1 (i = 1, 2, ..., I) com o j-ésimo genitor do grupo 2 (j = 1, 2, ..., J). A variável indicadora α assume o valor 1 para médias dos genitores do grupo 1, -1 para genitores do grupo 2, o valor 0 para as médias dos cruzamentos e d representa a diferença entre as médias dos grupos de pais. A análise de variância correspondente é apresentada na Tabela 2.8.

Tabela 2.8. Esquema de Análise de Variância para Dialelos Parciais segundo o Modelo de Gardner & Eberhart (1966), adaptado por Miranda Filho & Geraldi (1984).

Fontes de Variação	GL	SQ	QM
Genitores do Grupo 1	I-1	SQV_{g1}	QMV_{g1}
Genitores do Grupo 2	J-1	SQV_{g2}	QMV_{g2}
Entre Grupos de Genitores	1	SQG	QMG
Heterose Média	1	SQHm	QMHm
Heterose de Genitores do Grupo 1	I-1	$SQHV_{g1}$	$QMHV_{g1}$
Heterose de Genitores do Grupo 2	J-1	$SQHV_{g2}$	$QMHV_{g2}$
Heterose Específica	(I-1)(J-1)	SQHe	QMHe
Resíduo	f		QMR

f : graus de liberdade do resíduo médio

Para a obtenção dos efeitos dos parâmetros, são utilizadas as restrições paramétricas:

$$\sum_i^I v_i = \sum_j^J v_j = \sum_i^I h_i = \sum_j^J h_j = 0;$$

$$\sum_i^I s_{ij} = 0 \text{ para todo j} \quad \text{e} \quad \sum_j^J s_{ij} = 0 \text{ para todo i.}$$

As expressões apropriadas para as somas de quadrados são:

$$SQV_{g1} = \frac{4}{4+J}\sum_i^I\left[y_{ii} - \overline{y}_{(1)} + \frac{1}{2}(y_{i.} - J\overline{y}_H)\right]^2$$

$$SQVg_2 = \frac{4}{4+I}\sum_j^J\left[y_{jj} - \overline{y}_{(2)} + \frac{1}{2}(y_{.j} - I\overline{y}_H)\right]^2$$

$$SQG = \frac{IJ}{D(4+I+J)}\left[(I+2)\overline{y}_{(1)} - (J+2)\overline{y}_{(2)} + (J-I)\overline{y}_H\right]^2$$

$$SQHm = \frac{IJ}{4+I+J}\left[\overline{y}_{(1)} + \overline{y}_{(2)} - 2\overline{y}_H\right]^2$$

$$SQHV_{g1} = \frac{J}{4+J}\sum_i^I\left[y_{ii} - \overline{y}_{(1)} - 2(\overline{y}_{i.} - \overline{y}_H)\right]^2$$

$$SQHV_{g2} = \frac{I}{4+I}\sum_j^J\left[y_{jj} - \overline{y}_{(2)} - 2(\overline{y}_{.j} - \overline{y}_H)\right]^2$$

$$SQHe = \sum_{ij}^{IJ} y_{ij}^2 - \frac{1}{J}\sum_{i}^{I} y_{i.}^2 - \frac{1}{I}\sum_{j}^{J} y_{.j}^2 + \frac{1}{IJ} y_H^2$$

sendo

$$\bar{y}_{(1)} = \frac{1}{I}\sum_{i}^{I} y_{ii} \;; \qquad \bar{y}_{(2)} = \frac{1}{J}\sum_{j}^{J} y_{jj} \;;$$

$$\bar{y}_{i.} = \frac{1}{J} y_{i.} = \frac{1}{J}\sum_{j}^{J} y_{ij} \;; \qquad \bar{y}_{.j} = \frac{1}{I} y_{.j} = \frac{1}{I}\sum_{i}^{I} y_{ij} \;;$$

$$\bar{y}_H = \frac{1}{IJ} y_H = \frac{1}{IJ}\sum_{ij}^{IJ} y_{ij} \quad \text{e}$$

$$D = I + J + IJ.$$

2.5 Comparações entre os modelos de análise dialélica

Comparações entre os modelos de análise dialélica mostraram as semelhanças entre os mesmos, considerando os parâmetros genéticos definidos nos modelos estatísticos e as relações entre eles. As diferenças entre as metodologias existem porque alguns modelos são mais informativos que outros, como o modelo de Gardner & Eberhart (1966), considerado mais vantajoso por particionar a heterose em heterose média, heterose de variedades e heterose específica.

Alguns autores compararam os modelos propostos para as análises dialélicas, destacando as relações existentes com o modelo de Gardner & Eberhart (1966). O modelo proposto por Sprague & Tatum (1942) é:

$$\begin{cases} y_{ii} = \mu_0 + v_i + \overline{e}_{ii} \\ y_{ij} = \mu_c + g_i + g_j + s_{ij} + \overline{e}_{ij} \end{cases}$$

sendo y_{ii} é a média para o genitor i ;

μ_0 é a média dos genitores;

v_i é o efeito do genitor i;

y_{ij} é a média para os cruzamentos dos pais i e j;

μ_c é a média dos cruzamentos;

g_i é o efeito da cgc do pai i;

g_j é o efeito da cgc do pai j;

s_{ij} é o efeito da cec do cruzamento i,j ;

$\overline{e}_{ij}$ e $\overline{e}_{ii}$ são erros experimentais médios, supostos $\overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

Nessa metodologia, a soma de quadrados para a cec é equivalente à soma de quadrados para a heterose específica obtida no modelo de Gardner & Eberhart (1966). O modelo de Gardner & Eberhart (1966) é mais informativo porque permite a avaliação do comportamento "per se" da heterose dos pais; mas nessa metodologia, a cgc é devida tanto ao comportamento "per se" quanto ao comportamento dos genitores em combinações híbridas (Cruz & Vencovsky, 1989).

[redacted]

Baker (1978), citando M. J. Sokol, apresentou algumas alterações nas relações desenvolvidas por esse autor para a comparação de metodologias de análise dialélica, entre eles os modelos de Gardner & Eberhart (1966), Sprague & Tatum (1942) e Griffing (1956). Entre os modelos de Gardner & Eberhart (1966) e de Sprague & Tatum (1942), verificaram-se as relações $\mu_c = \mu + hm$ e $g_i = h_i + ½\, v_i$, em que μ, hm, h_i e v_i são os parâmetros do modelo de Gardner & Eberhart (1966) (I). O mesmo é válido para o modelo de Griffing (1956) - método 4, que é equivalente ao modelo de Sprague & Tatum (1942). Neste artigo, o autor mostra que os parâmetros definidos no modelo de Griffing (1956) - método 2 são funções lineares dos parâmetros do modelo de Gardner & Eberhart (1966). As relações são:

$$\mu^{*} = \frac{1}{p+1}[(p-1)(hm+\mu)+2\mu]$$

$$g_i^{*} = \frac{1}{p+2}[(p-2)(h_i+\frac{v_i}{2})+2v_i]$$

$$s_{ij}^{*} = s_{ij} + \frac{4}{p+2}(h_i+h_j)+\frac{2}{p+1}hm$$

em que μ^{*}, g_i^{*} e s_{ij}^{*} são os parâmetros do modelo de Griffing (1956) - método 2; μ, v_i, hm, h_i e h_j são parâmetros do modelo de Gardner & Eberhart (1966) e p é o número de genitores no dialelo.

O método 2 de Griffing (1956) é criticado por Gardner (1967) por incluir no modelo um efeito para a capacidade específica de combinação do genitor quando cruzado com ele mesmo (s_{jj}). O mesmo é comentado por Geraldi & Miranda Filho (1988), no caso da metodologia proposta para a análise de dialelos parciais, adaptando o modelo de Griffing (1956) – método 2. No entanto, Cruz & Vencovsky (1989) mostraram que s_{ij} pode ser importante como uma medida da heterose de um genitor.

No trabalho de Singh & Singh (1984), são discutidas as relações existentes entre os métodos 2 e 4 de Griffing (1956) e o modelo de Gardner & Eberhart (1966). Consideraram o modelo de Gardner & Eberhart (1966) vantajoso por particionar a heterose em heterose média, heterose do genitor e heterose específica. Já Cruz & Vencovsky (1989) apresentaram uma discussão genética mais aprofundada sobre as relações entre esses três modelos de análise, concluindo que, mesmo sendo o modelo de Gardner & Eberhart (1966) mais parametrizado que o método 2 de Griffing (1956), ambos têm a mesma eficiência em termos de informações fornecidas pelas estimativas. O método 4 de Griffing (1956), mesmo sendo menos informativo, apresenta o fato de não incluir as médias dos pais, o que pode tornar-se vantagem em alguns casos.

Comparando as metodologias de análise para os dialelos parciais adaptadas dos modelos de Gardner & Eberhart (1966) e de Griffing (1956) – método 2, Geraldi & Miranda Filho (1988) verificaram que existem as mesmas relações que foram observadas para os dialelos completos, conforme Tabela 2.9.

Deve ser salientado que, enquanto nos modelos de Gardner & Eberhart (1966) e Griffing (1956) – método 4, os conceitos de cec e de heterose específica se referem à mesma fonte de variação, tal não ocorre no modelo de Griffing (1956) – método 2, o que também é verificado nos modelos adaptados para as análises dos dialelos parciais. Isso demonstra que esses conceitos vêm sendo utilizados de maneira imprecisa, conforme citado por Kempthorne (1966).

Tabela 2.9 Equivalências entre as Somas de Quadrados dos Modelos de Gardner & Eberhart (1966) e Griffing (1956) – método 2.

Modelo para os Dialelos Completos		
Gardner e Eberhart		**Griffing**
SQGenitores	=	SQCGC
SQHeterose	=	SQCEC
Modelo para os Dialelos Parciais (Modelos Adaptados)		
Gardner e Eberhart		**Griffing**
SQGenitores do Grupo 1	=	SQCGC do Grupo 1
SQGenitores do Grupo 2	=	SQCGC do Grupo 2
SQHeterose	=	SQCEC

Conforme comentado por Vencovsky (1970), o modelo de Gardner & Eberhart (1966) tem aplicações mais amplas do que, unicamente, para a análise de cruzamentos dialélicos. Cita-se aqui uma aplicação diferenciada do modelo de Gardner & Eberhart (1966) adaptado para a análise dos dialelos parciais, proposta por Geraldi (1983), para a avaliação da capacidade de competição de diferentes espécies em consórcio. Para avaliar o consórcio entre cultivares de milho e feijão, por exemplo, o modelo estatístico adotado é:

$$y_{ij} = \mu + \alpha d + \frac{1}{2}(a_i + b_j) + \theta(\bar{c} + c_i + c_j + f_{ij}) + \bar{e}_{ij}$$

em que y_{ij} é a produção equivalente de milho obtida como: $y_{ij} = A_{ij} + tB_{ij}$, sendo A_{ij} a média para o milho, B_{ij} a média para o feijão e t a relação de preços entre o milho e o feijão. Neste modelo, os parâmetros são definidos como:

μ : média das cultivares de milho e feijão em monocultivo;

d : diferença entre as médias das espécies;

a_i : efeito do cultivar i de milho;

b_j : efeito do cultivar j de feijão;

$\bar{c}$: efeito médio de consórcio;

c_i : efeito de consórcio do cultivar i de milho nas combinações em que participa;

c_j : efeito de consórcio do cultivar j de feijão nas combinações em que participa;

f_{ij} : efeito específico de consórcio devido à combinação entre os cultivares i,j;

$\bar{e}_{ij}$: erro experimental médio.

As constantes α e θ têm as mesmas definições como no modelo proposto por Miranda Filho & Geraldi (1984). Uma generalização desse modelo para múltiplos ambientes foi apresentada por Rezende & Ramalho (1994).

Outro exemplo de aplicação do modelo de Gardner & Eberhart (1966) foi apresentada por Miranda Filho & Chaves (1996) na análise de dialelos com médias da geração F_2, quando não havia sementes suficientes em F_1. O modelo utilizado foi:

$$y_{ij} = \mu + \frac{1}{2}(v_i + v_j) + \frac{1}{2}\theta(hm + h_i + h_j + s_{ij}) + \bar{e}_{ij}$$

considerando que a heterose (H_{ij}) é, por definição, a diferença entre a média dos híbridos e a média dos pais, $H_{ij} = y_{ij} - ½\,(y_{ii} + y_{jj})$ e que a heterose total reduz pela metade para a geração F_2.

2.6 Gardner e Eberhart – o Modelo Genético

O modelo proposto por Gardner & Eberhart (1966) representa a média de um caráter quantitativo como a soma de parâmetros que podem ser definidos como funções de efeitos genotípicos e freqüências gênicas. Os valores paramétricos dos componentes deste modelo podem ser apresentados considerando-se n populações (j = 1, 2, ..., n) não-endogâmicas e em equilíbrio de Hardy-Weinberg. Com dois alelos por loco, sendo **B** o alelo favorável e b o não-favorável, os genótipos, as freqüências e os valores genotípicos para o loco i são:

Genótipo	Frequência	Valor Genotípico
BB	p_{ij}^2	$m_i + \alpha_i$
Bb	$2p_{ij}(1-p_{ij})$	$m_i + \delta_i$
bb	$(1-p_{ij})^2$	$m_i - \alpha_i$

sendo p_{ij} a freqüência na população j do loco i com $i = 1, 2, ..., K$ genes; m_i é a média dos valores genotípicos dos homozigotos relativa ao loco i; α_i é o efeito aditivo relativo ao loco i e δ_i o desvio de dominância relativo ao loco i.

Admitindo-se a ausência de epistasia, a média genotípica para a população j (P_j) é:

$$P_j = \sum_{i=1}^{K} m_i + \sum_{i=1}^{K} (2p_{ij} - 1)\alpha_i + 2\sum_{i=1}^{K} (p_{ij} - p_{ij}^2)\delta_i$$

Designando $a_j = \sum_{i=1}^{K}(2p_{ij} - 1)\alpha_i$ e $d_j = 2\sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij}^2)\delta_i$

pode-se escrever:

$$P_j = m + a_j + d_j$$

$$P_j = m + v_j$$

em que m é uma constante e v_j é o efeito da população j, a_j é a contribuição dos locos em homozigose e d_j, a contribuição dos locos em heterozigose. A média genotípica para os híbridos do cruzamento entre as populações j e j' ($C_{jj'}$) pode ser expressa por:

$$C_{jj'} = \sum_{i=1}^{K} m_i + \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} + p_{ij'} - 1)\alpha_i + \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij}^2 + p_{ij'} - p_{ij'}^2)\delta_i +$$
$$+ \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij'})^2\delta_i$$

ou

$$C_{jj'} = m + \frac{1}{2}(a_j + d_j) + \frac{1}{2}(a_{j'} + d_{j'}) + \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij'})^2\delta_i$$

$$C_{jj'} = m + \frac{1}{2}v_j + \frac{1}{2}v_{j'} + \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij'})^2\delta_i$$

$$C_{jj'} = m + \frac{1}{2}(v_j + v_{j'}) + H_{jj'}$$

Verifica-se que:

$$H_{jj'} = C_{jj'} - m - \frac{1}{2}(v_j + v_{j'}) = \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij'})^2 \delta_i$$

isto é, $H_{jj'}$ é a heterose em F_1, medida pela diferença entre a médias dos híbridos e a média dos genitores. No trabalho de Gardner (1965), Eberhart sugere que a heterose seja subdividida em:

$$H_{jj'} = hm + h_j + h_{j'} + s_{jj'}$$

em que hm representa a heterose média, h_j e $h_{j'}$ representam as heteroses das populações j e j' e seus cruzamentos e $s_{jj'}$ representa a heterose específica do cruzamento das populações j e j'.

A heterose de uma população genitora j (h_j) pode ser obtida como a esperança matemática de $H_{jj'}$, com j fixo:

$$h_j = E(H_{jj'})_{j\ \text{fixo}} = \sum_{i=1}^{K}\left(p_{ij}^2 - 2p_{ij}\overline{p}_{i.(j)} + \overline{p}_{i.(j)}^2\right)\delta_i$$

em que $\overline{p}_{i.(j)}$ é a freqüência média para o loco i dos genitores, exceto do genitor j, e $\overline{p}^2_{i.(j)}$ é a freqüência genotípica média do homozigoto favorável relativo ao loco i dos genitores, exceto do genitor j . A heterose média (hm) é:

$$hm = E(H_{jj'}) = E(h_j) = \sum_{i=1}^{K}(2\overline{p}_i^2 - \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}\overline{p}^2_{i.(j)})\delta_i$$

sendo que $\overline{p}_i^2$ é a freqüência genotípica média do homozigoto favorável relativo ao loco i dos genitores. Conforme Viana (2000), pode-se escrever:

$$hm + h_j + h_{j'} = \sum_{i=1}^{K}(p_{ij} - p_{ij'})^2\delta_i - \sum_{i=1}^{K}[\ -2\overline{p}_i^2 + \frac{2}{n(n-1)}\sum_{j<j'}^{n} 2p_{ij}p_{ij'} +$$
$$+\ 2p_{ij}\overline{p}_{i.(j)} - \overline{p}^2_{i.(j)} + 2p_{ij'}\overline{p}_{i.(j')} - \overline{p}^2_{i.(j')} - 2p_{ij}p_{ij'}\ ]\delta_i$$

$$hm + h_j + h_{j'} = H_{jj'} - s_{jj'}$$

então:

$$C_{jj'} = m + \frac{1}{2}v_j + \frac{1}{2}v_{j'} + hm + h_j + h_{j'} + s_{jj'}$$

Para as tabelas dialélicas contendo as médias dos genitores e seus cruzamentos, não é possível estimar α_i e δ_i separadamente. Gardner & Eberhart (1966) definem as médias fenotípicas nos cruzamentos dialélicos como:

$$Y_{jj} = \mu + v_j + \bar{e}_{jj} \qquad \text{(média do genitor j)}$$

$$Y_{jj'} = \mu + \frac{1}{2}(v_j + v_{j'}) + H_{jj'} + \bar{e}_{jj'} \qquad \text{(média do híbrido j, j')}$$

em que $\bar{e}_{jj}$ e $\bar{e}_{jj'}$ são os erros experimentais e:

$$\mu = m + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_j + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} d_j = m + \bar{a} + \bar{d}$$

$$v_j = (a_j - \bar{a}) + (d_j - \bar{d}).$$

Quando $n \geq 4$, a média fenotípica para os híbridos pode ser representada por:

$$Y_{jj'} = \mu + \frac{1}{2}(v_j + v_{j'}) + hm + h_j + h_{j'} + s_{jj'} + \bar{e}_{jj'}.$$

O modelo de Gardner & Eberhart (1966) é freqüentemente apresentado da forma

$$Y_{jj'} = \mu + \frac{1}{2}(v_j + v_{j'}) + \theta\,(hm + h_j + h_{j'} + s_{jj'}) + \bar{e}_{jj'}$$

em que θ assume o valor 0 quando $j = j'$ e o valor 1 quando $j \neq j'$. A análise de variância correspondente, para p genitores, pode ser encontrada na Tabela 2.5.

2.7 Gardner e Eberhart - o Modelo Estatístico

O modelo de Gardner & Eberhart (1966) pode ser representado na forma matricial como:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

em que Y é um vetor de dimensões n,1 contendo as médias da tabela dialélica;

X é uma matriz com os coeficientes relacionados aos parâmetros do modelo, de dimensões n e m, sendo m o número de parâmetros de efeitos fixos do modelo;

β é o vetor de dimensões m,1 de parâmetros do modelo;

ε é o vetor n,1 de erros, admitindo-se a estrutura de Gauss-Markov: $\varepsilon \sim N(\phi, I\sigma^2)$.

Para os dialelos completos com p pais, têm-se que: $n = p\,(p + 1)/2$ e $m = 1 + (p+1)(p+2)/2$ e, para os dialelos parciais com J pais no Grupo 1 e J' pais no Grupo 2, as dimensões serão: $n = (J+1)(J'+1) - 1$ e $m = (J+2)(J'+2)-1$.

Os parâmetros do modelo de Gardner & Eberhart (1966) para os dialelos completos e do modelo adaptado para os dialelos parciais são, respectivamente:

$$\beta_{(I)} = \begin{bmatrix} \mu \\ \underline{v} \\ hm \\ \underline{h} \\ \underline{s} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \beta_{(II)} = \begin{bmatrix} \mu \\ d \\ \underline{v}_{g1} \\ \underline{v}_{g2} \\ hm \\ \underline{h}_{g1} \\ \underline{h}_{g2} \\ \underline{s} \end{bmatrix}.$$

Esse sistema é inconsistente, mas as soluções do sistema de equações normais, $X'X\beta = X'Y$, são soluções aproximadas de quadrados mínimos para o mesmo. No modelo de Gardner & Eberhart (1966), a matriz X não tem posto coluna completo [$rank(X) < m$] e, portanto, a matriz $X'X$ é singular. Assim, o sistema de equações normais é indeterminado. As soluções podem ser obtidas com a utilização de uma inversa generalizada qualquer $(X'X)^g$ ou reparametrizando-se o modelo e obtendo uma matriz X_r, de posto coluna completo.

Gardner & Eberhart (1966) utilizaram as restrições paramétricas do tipo soma-igual-a-zero, que reduzem o número de parâmetros do modelo por fazer com que alguns deles sejam combinações lineares dos outros. Por exemplo, as restrições para o dialelo completo são:

i. $v_1 + v_2 + \ldots + v_p = 0$

ii. $h_1 + h_2 + \ldots + h_p = 0$

iii. $$\begin{cases} s_{12} + s_{13} + \cdots + s_{1p} = 0 \\ s_{21} + s_{23} + \cdots + s_{2p} = 0 \\ \ldots \\ s_{p1} + s_{p2} + \cdots + s_{p-1,p} = 0 \end{cases}$$

iv. $$\begin{cases} s_{21} + s_{31} + \cdots + s_{p1} = 0 \\ s_{12} + s_{32} + \cdots + s_{p2} = 0 \\ \ldots \\ s_{1p} + s_{2p} + \cdots + s_{p-1,p} = 0 \end{cases}$$

Nesse caso, o sistema de equações normais $X_r'X_r\dot{\beta} = X_r'Y$, relativo ao modelo restrito Σ: $Y = X_r\beta + \varepsilon$, tem solução única $\dot{\beta} = (X_r'X_r)^{-1}X_r'Y$. Na prática, a reparametrização é mais interessante por permitir a obtenção de estimadores com significado biológico, comparáveis entre si e, portanto, de maior interesse para os geneticistas. Geralmente são utilizadas restrições paramétricas que, fazendo parte do modelo, ampliam seu conjunto de funções estimáveis, permitindo interpretações mais apropriadas das hipóteses formuladas (Cruz & Regazzi, 1994).

As somas de quadrados da análise de variância apresentada na Tabela 2.5 são obtidas partindo-se da forma matricial do modelo superparametrizado e determinando-se as somas de quadrados dos parâmetros por meio de ajustes em seqüência. Assim, essas somas de quadrados são dependentes da ordem de entrada no modelo do parâmetro considerado. São equivalentes às somas de quadrados do Tipo I, do procedimento General Linear Models - GLM, do sistema de programas computacionais para análises estatísticas – SAS (1995).

2.8 Somas de Quadrados Tipos I, II, III e IV

Quando os dados são balanceados, existe um consenso sobre o tipo de análise de variância adequada para os modelos de efeitos fixos (Speed et al. 1978; Searle, 1987). Se os dados são desbalanceados, existem várias possibilidades de análise de variância que resultam em diferentes valores para as somas de quadrados (Hocking et al. 1980). Dentre as várias possibilidades, o SAS propõe quatro grupos de somas de quadrados designadas como somas de quadrados dos tipos I, II, III e IV.

A cada grupo de somas de quadrados estão associadas diferentes hipóteses sobre os parâmetros do modelo estatístico, isto é, os quatro tipos de somas de quadrados referem-se a diferentes combinações lineares dos parâmetros do modelo. A soma de quadrados relativa a uma hipótese qualquer sobre os parâmetros de um modelo H_0: $L'\beta = 0$, em que L tem posto completo e $L'\beta$ é estimável, pode ser obtida por (Searle, 1987):

$$SQ\,(H_0: L'\beta) = (L'\beta^0)'[L'(X'X)^G L]^{-1}(L'\beta^0)$$

em que $\beta^0 = (X'X)^G X'Y$ é uma solução do sistema de equações normais $X'X\beta = X'Y$. Historicamente, o pesquisador procura testar hipóteses do tipo:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_q$$

ou seja, testar a igualdade entre os q níveis de um parâmetro (α) do modelo. Mas, no caso de dados desbalanceados ou de modelos com interação, por exemplo, determinadas funções lineares paramétricas, como essas, não são estimáveis e, portanto, não são testáveis.

Para ilustrar os quatro tipos de hipóteses associadas às somas de quadrados fornecidas pelo SAS, seja um modelo estatístico para dois fatores A e B e interação C, definido como:

$$y_{ijk} = m + a_i + b_j + c_{ij} + e_{ijk}$$

em que:

m é uma constante comum às observações y_{ijk}, com i = 1, 2, ..., I; j = 1, 2, ..., J e k = 1, 2, ..., r_{ij};

a_i representa o nível i do fator A;

b_j representa o nível j do fator B;

c_{ij} representa a interação entre os níveis i e j dos fatores A e B;

e_{ijk} é o erro experimental na parcela i, j, k.

Na Tabela 2.10 estão representados os resultados de um experimento em que foi admitido este modelo.

Tabela 2.10 Representação das Observações de Um Experimento com Dois Fatores e Número Variável de Repetições.

Fator A	Fator B		
	b_1	**b_2**	**b_3**
a_1	y_{111} y_{112} y_{113} y_{114}	y_{121} y_{122}	y_{131} y_{132} y_{133}
a_2	y_{211} y_{212} y_{213}	y_{221} y_{222} y_{223}	y_{231} y_{232}

Para facilitar a visualização das hipóteses sobre os efeitos do modelo, seja o modelo de Médias de Caselas, representado por:

$$y_{ijk} = \mu_{ij} + e_{ijk}$$

em que μ_{ij} é a média da casela i, j :

$$\mu_{ij} = m + a_i + b_j + c_{ij} .$$

As médias de caselas são representadas na Tabela 2.11.

Tabela 2.11 Médias de Caselas e Números de Repetições de Um Experimento com Dois Fatores.

	Fator B		
Fator A	**b_1**	**b_2**	**b_3**
a_1	μ_{11} (4)	μ_{12} (2)	μ_{13} (3)
a_2	μ_{21} (3)	μ_{22} (3)	μ_{23} (2)

2.8.1 Hipóteses do Tipo I

São hipóteses sobre a igualdade das médias ponderadas dos níveis do fator. Tomando o exemplo da Tabela 2.10 e utilizando as médias de caselas (Tabela 2.11), a hipótese sobre o efeito do fator A é:

$$H_0^{I-A}: \frac{4\mu_{11} + 2\mu_{12} + 3\mu_{13}}{9} = \frac{3\mu_{21} + 3\mu_{22} + 2\mu_{23}}{8}$$

ou

$$H_0^{I-A}: \frac{4\mu_{11} + 2\mu_{12} + 3\mu_{13}}{9} - \frac{3\mu_{21} + 3\mu_{22} + 2\mu_{23}}{8} = 0$$

e, na forma matricial, pode ser definida como $H_0: L'\mu = 0$, sendo:

$L' = [4/9 \;\; 2/9 \;\; 3/9 \;\; -3/8 \;\; -3/8 \;\; -2/8]$ e $\mu' = [\mu_{11} \;\; \mu_{12} \;\; \mu_{12} \;\; \mu_{21} \;\; \mu_{22} \;\; \mu_{23}]$.

No modelo superparametrizado, essa hipótese é definida como:

$$H_0^{I-A}: \; 1/9\,[\,4(a_1 + b_1 + c_{11}) + 2(a_1 + b_2 + c_{12}) + 3(a_1 + b_3 + c_{13})] -$$
$$- 1/8[3(a_2 + b_1 + c_{21}) + 3(a_2 + b_2 + c_{22}) + 2(a_2 + b_3 + c_{23})] = 0$$

ou seja:

$$H_0^{I-A}: \; a_1 - a_2 + (0{,}0694b_1 - 1{,}5714b_2 + 0{,}0833b_3 + 0{,}4444c_{11} + 0{,}2222c_{12} +$$
$$+ 0{,}3333c_{13} - 0{,}3750c_{21} - 0{,}3750c_{22} - 0{,}2500c_{23}) = 0.$$

A soma de quadrados relativa a essa hipótese pode ser representada na notação R(.) como $SQ(H_0^{I-A}) = R(A/m)$.

A hipótese sobre a igualdade das médias ponderadas dos efeitos do fator B é:

$$H_0^{I-B}: \frac{4\mu_{11} + 3\mu_{21}}{7} = \frac{2\mu_{12} + 3\mu_{22}}{5} = \frac{3\mu_{13} + 2\mu_{23}}{5}$$

Como são dois graus de liberdade para o fator B, as hipóteses podem ser:

$$H_0^{I-B}: \begin{cases} \dfrac{4\mu_{11} + 3\mu_{21}}{7} - \dfrac{2\mu_{12} + 3\mu_{22}}{5} = 0 \\ \dfrac{4\mu_{11} + 3\mu_{21}}{7} - \dfrac{3\mu_{13} + 2\mu_{23}}{5} = 0 \end{cases}$$

e a soma de quadrados refere-se a: $SQ(H_0^{I-B}) = R(B/m, A)$.

2.8.2 Hipóteses do Tipo II

Estas hipóteses referem-se à igualdade entre as médias ponderadas dos níveis de um fator ajustado para o outro fator. Searle (1987) define a fórmula geral para as hipóteses do tipo II por:

$$\sum_j r_{ij}\mu_{ij} = \sum_{i'}\sum_j \frac{r_{ij}r_{i'j}\mu_{i'j}}{r_{.j}}$$

em que r_{ij} é o número de observações na casela i, j. Essas hipóteses também podem ser obtidas pelo método prático, com base nas hipóteses do tipo I, conforme Iemma (1995). Para o exemplo, a hipótese tipo II para o efeito de A é:

$$H_0^{II-A}: \frac{4\mu_{11} + 2\mu_{12} + 3\mu_{13}}{9} = \frac{4\overline{C}_1 + 2\overline{C}_2 + 3\overline{C}_3}{9}$$

em que:

$$\overline{C}_1 = \frac{4\mu_{11} + 3\mu_{21}}{7}; \quad \overline{C}_2 = \frac{2\mu_{12} + 3\mu_{22}}{5} \quad \text{e} \quad \overline{C}_3 = \frac{3\mu_{13} + 2\mu_{23}}{5}.$$

Tem-se que $SQ(H_0^{II-A}) = R(A/m, B)$. Para os níveis do fator B, ajustado para o fator A, as hipóteses do tipo II podem ser:

$$H_0^{II-B}: \begin{cases} \dfrac{4\mu_{11} + 3\mu_{21}}{7} = \dfrac{4\overline{L}_1 + 3\overline{L}_2}{7} = 0 \\[2ex] \dfrac{2\mu_{12} + 3\mu_{22}}{5} = \dfrac{2\overline{L}_1 + 3\overline{L}_2}{5} = 0 \end{cases}$$

em que $\overline{L}_1 = \dfrac{4\mu_{11} + 2\mu_{12} + 3\mu_{13}}{9}$ e $\overline{L}_2 = \dfrac{3\mu_{21} + 3\mu_{22} + 2\mu_{23}}{8}$

sendo: $SQ(H_0^{II-B}) = R(B/m, A)$.

2.8.3 Hipóteses do Tipo III

São as hipóteses sobre a igualdade de médias não ponderadas para os níveis do fator. Para o fator A, no exemplo 2.10, tem-se:

$$H_0^{III-A}: \frac{\mu_{11}+\mu_{12}+\mu_{13}}{3} = \frac{\mu_{21}+\mu_{22}+\mu_{23}}{3}$$

e, para o fator B, entre outras funções lineares equivalentes, tem-se:

$$H_0^{III-B}: \begin{cases} \dfrac{\mu_{11}+\mu_{21}}{2} = \dfrac{\mu_{12}+\mu_{22}}{2} \\ \dfrac{\mu_{11}+\mu_{21}+\mu_{12}+\mu_{22}}{4} = \dfrac{\mu_{13}+\mu_{23}}{2} \end{cases}$$

Para as somas de quadrados relativas a essas hipóteses, têm-se: $SQ(H_0^{III-A}) = R(\dot{A}/\dot{m},\dot{B},\dot{C})$ e $SQ(H_0^{III-B}) = R(\dot{B}/\dot{m},\dot{A},\dot{C})$, em que $\dot{m}$, $\dot{A}$, $\dot{B}$ e $\dot{C}$ são os parâmetros do modelo restrito Σ.

2.8.4 Hipóteses do Tipo IV

As hipóteses do Tipo IV são idênticas às hipóteses do tipo III quando não existem caselas vazias. Estas hipóteses dependem do padrão de caselas completas e, mesmo assim, não são únicas. Elas são determinadas pela própria rotina GLM do SAS.

2.8.5 Hipóteses sobre a interação

Quando todas as caselas estão ocupadas, as hipóteses sobre a interação são idênticas para os tipos I, II, III e IV. Podem ser obtidas, de uma maneira geral, por $H_0 : \Delta_{ij,i'j'} = 0$ para todo $i < i'$ e todo $j < j'$, em que $\Delta_{ij,i'j'}$ representa uma medida da interação entre os níveis i e i' de um fator com os níveis j e j' do outro fator, que é equivalente a $H_0 : \mu_{ij} - \mu_{ij'} - \mu_{i'j} + \mu_{i'j'} = 0$. Para o exemplo, uma hipótese possível para a interação é:

$$H_0 : \mu_{11} - \mu_{12} - \mu_{21} + \mu_{22} = 0$$

ou, considerando o modelo superparametrizado, chega-se a:

$$H_0 : c_{11} - c_{12} - c_{21} + c_{22} = 0.$$

Para a soma de quadrados dessa hipótese, tem-se a relação:

$$SQ(H_0^{I-C}) = SQ(H_0^{II-C}) = SQ(H_0^{III-C}) = SQ(H_0^{IV-C}) = R(C/m, A, B, C) = R(\dot{C} / \dot{m}, \dot{A}, \dot{B})$$

Para dados balanceados, as somas de quadrados dos tipos I, II, III e IV se eqüivalem, assim como são equivalentes as hipóteses associadas. Tomando o exemplo da Tabela 2.10, mas considerando agora todas as caselas com 4 observações, as hipóteses dos tipos I, II, III e IV para o fator A, por exemplo, são idênticas a:

$$H_0: \frac{\mu_{11} + \mu_{12} + \mu_{13}}{3} = \frac{\mu_{21} + \mu_{22} + \mu_{23}}{3}$$

ou ainda, considerando o modelo superparametrizado:

$$H_0: a_1 - a_2 + 1/3\,(c_{11} + c_{12} + c_{13} - c_{21} - c_{22} - c_{23}) = 0.$$

Além do desbalanceamento ocasionado por perdas de médias das tabelas dialélicas, a não-ortogonalidade do modelo estatístico pode provocar problemas na interpretação de hipóteses associadas às somas de quadrados da análise de variância, quer seja em decorrência de hipóteses muito complexas ou do desconhecimento do tipo de hipótese que está sendo testada.

Segundo Eberhart & Gardner (1966), os parâmetros do modelo proposto por eles exibem uma não-ortogonalidade genética parcial. Discutindo o modelo de Hayman (1954b), Kempthorne (1956) destaca que as estimativas dos parâmetros foram obtidas por meio de uma análise de variância não-ortogonal, mesmo não apresentando o método de estimação utilizado. A análise desse modelo foi feita utilizando-se o ajuste seqüencial dos parâmetros do modelo, e uma vez que o modelo de Hayman (1954b) é não-ortogonal, o ajuste seqüencial dos parâmetros distorce o significado genético dos parâmetros e não satisfaz os princípios estatísticos (Walters & Morton, 1978).

Para os sistemas computacionais que incluem análise de variância, o desbalanceamento ou a não-ortogonalidade do modelo estatístico não causam dificuldades e podem ser geradas diferentes tabelas de análises de variância. Sendo assim, para um pesquisador não atento, pode ocorrer de se testar uma hipótese julgando estar testando outra.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Foi estudada a metodologia proposta por Gardner & Eberhart (1966) para a análise dos dialelos completos e dos dialelos parciais. Para os dialelos parciais, utilizou-se a adaptação proposta por Miranda Filho & Geraldi (1984) do modelo de Gardner & Eberhart (1966). Na Tabela 3.1 estão esquematizados um dialelo completo com 5 pais e um dialelo parcial com um grupo de 3 e outro grupo de 2 pais.

Para a análise dos dialelos completos, o modelo proposto por Gardner & Eberhart (1966), conforme definido em **I**, é:

$$Y_{ij} = \mu + \tfrac{1}{2}(v_i + v_j) + \theta(hm + h_i + h_j + s_{ij}) + \bar{e}_{ij}$$

e, para os dialelos parciais, a adaptação do modelo de Gardner & Eberhart (1966) proposta por Miranda Filho & Geraldi (1984), conforme definido em **II**, é:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha d + \tfrac{1}{2}(v_i + v_j) + \theta(hm + h_i + h_j + s_{ij}) + \bar{e}_{ij}$$

sendo μ uma constante inerente a todas as caselas da tabela dialélica,

d representando a diferença entre as médias dos grupos 1 e 2 de pais,

v_i e v_j representando os efeitos dos genitores i e j,

hm a heterose média,

h_i e h_j os efeitos das heteroses dos genitores i e j e

s_{ij} a heterose específica do cruzamento i,j .

Tabela 3.1 Dialelos Completos e Parciais sem os Híbridos Recíprocos.

(a) Completos

Genitores	a	b	c	A	B
a	o	x	x	x	x
b		o	x	x	x
c			o	x	x
A				o	x
B					o

(b) Parciais

Genitores	a	b	c	A	B
a	o			x	x
b		o		x	x
c			o	x	x
A				o	
B					o

x : médias dos híbridos
o : médias dos genitores

O erro experimental médio é representado por $\bar{e}_{ij}$, obtido dos experimentos individuais e admite-se que tenha distribuição Normal com média zero e variância σ^2, independentemente e identicamente distribuídos. Já y_{ij} representa a média da tabela dialélica e corresponde à média de um cruzamento, quando $i \neq j$ ou de um genitor se $i = j$. Para o modelo II, y_{ij} representa a média do híbrido entre o genitor i do grupo 1 e o genitor j do grupo 2, quando $i \neq j$ e a média de um dos genitores quando $i = j$.

Nesses modelos, α e θ são variáveis indicadoras: α assume o valor 1 para pais do grupo 1; -1 para pais do grupo 2 e 0 para os cruzamentos. Se $i \neq j$, $\theta = 1$ senão, $\theta = 0$.

Para os dialelos completos, foram utilizados exemplos de dialelos com 4 pais (Cruz & Regazzi, 1994), com 5 pais (Vencovsky & Barriga, 1992) e outros casos com diferentes números de pais. Para os dialelos parciais, foram utilizados exemplos como os seguintes: 3x2, 3x3, 4x4, 5x3, 5x4, 6x3.

Tabela 3.2 Dialelo Completo com 4 Genitores. Médias do Grau de Infecção Por Helmintosporiose. Cruz & Regazzi (1994).

Genitores	1	2	3	4
1	1,0430	2,3825	1,8885	1,1935
2		4,5250	3,4960	2,6415
3			3,0000	1,7110
4				2,0900

Tabela 3.3 Dialelo Completo com 5 Genitores. Médias da Área da Folha Bandeira (cm^2) de Cinco Cultivares de Trigo. Vencovsky & Barriga (1992).

Genitores	1	2	3	4	5
1	27,57	23,50	26,13	26,60	23,59
2		23,22	28,44	30,80	18,99
3			34,95	32,86	28,37
4				28,71	26,53
5					17,45

Além das análises desses exemplos balanceados, foram simuladas perdas de médias em todos esses casos, com números diferentes de médias perdidas e em diferentes situações, considerando-se a perda de médias de híbridos e de pais. Para todos os casos foram calculadas as somas de quadrados do Tipo I, as somas de quadrados do Tipo III e obtidas as hipóteses associadas a essas somas de quadrados.

3.1 Somas de Quadrados

As somas de quadrados do Tipo I foram obtidas por reduções sucessivas do modelo geral de forma equivalente ao procedimento utilizado pelo GLM do programa SAS. Os modelos I e II foram expressos na forma matricial por:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

em que Y é o vetor contendo as médias da tabela dialélica,

X é a matriz do modelo,

β é o vetor de parâmetros do modelo,

ε é o vetor contendo os erros médios.

Com as partições apropriadas da matriz X e de β, determinaram-se os modelos reduzidos sucessivamente. Para o dialelo completo, a matriz X do modelo superparametrizado foi particionada da forma $[X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4 \vdots X_5]$, com:

X_1 contendo o vetor coluna de X correspondente ao parâmetro μ;

X_2 contendo as colunas de X relativas aos efeitos dos genitores;

X_3 contendo a coluna referente à heterose média;

X_4 contendo as colunas relativas aos efeitos de heterose dos genitores;

X_5 contendo as colunas relativas aos efeitos de heterose específica.

Foram tomadas as matrizes $X_{12} = [X_1 \vdots X_2]$; $X_{13} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3]$; $X_{14} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4]$ e calculadas as somas de quadrados que, de acordo com a notação R(.), discutida por Speed & Hocking (1976), podem ser expressas da seguinte forma:

$$R(\mu) = \beta_1' X_1' Y$$

$$R(\mu, v) = \beta_2' X_{12}' Y$$

$$R(\mu, v, hm) = \beta_3' X_{13}' Y$$

$$R(\mu, v, hm, h) = \beta_4' X_{14}' Y$$

$$R(\mu, v, hm, h, s) = \beta' X' Y$$

sendo:

$$\beta_1' = [\mu],$$

$$\beta_2' = [\mu, v_1, \ldots, v_p],$$

$$\beta_3' = [\mu, v_1, \ldots, v_p, hm],$$

$$\beta_4' = [\mu, v_1, \ldots, v_p, hm, h_1, \ldots, h_p] \text{ e}$$

$$\beta' = [\mu, v_1, \ldots, v_p, hm, h_1, \ldots, h_p, s_{12}, \ldots, s_{p-1,p}].$$

A soma de quadrados de um efeito ajustada para os efeitos dos parâmetros anteriores no modelo foi calculada pela diferença entre as somas de quadrados dos parâmetros dos dois modelos sucessivos correspondentes:

$$\text{SQGenitores} = R(v/\mu) = R(\mu, v) - R(\mu)$$

$$\text{SQHeterose Média} = R(hm/\mu, v) = R(\mu, v, hm) - R(\mu, v)$$

$$\text{SQHeterose de Genitor} = R(h/\mu, v, hm) = R(\mu, v, hm, h) - R(\mu, v, hm)$$

$$\text{SQHeterose Específica} = R(s/\mu, v, hm, h) = R(\mu, v, hm, h, s) - R(\mu, v, hm, h)$$

Analogamente, para o modelo II relativo ao dialelo parcial com J pais no grupo 1 e J' pais no grupo 2, as partições da matriz X foram: $[X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4 \vdots X_5 \vdots X_6 \vdots X_7 \vdots X_8]$, em que:

X_1 contém o vetor coluna de X correspondente ao parâmetro μ;
X_2 contém a coluna de X relativa a d;
X_3 contém as colunas de X relativas aos efeitos dos genitores do grupo 1;
X_4 contém as colunas de X relativas aos efeitos dos genitores do grupo 2;
X_5 contém a coluna referente à heterose média;
X_6 contém as colunas relativas aos efeitos de heterose dos genitores do grupo 1;
X_7 contém as colunas relativas aos efeitos de heterose dos genitores do grupo 2;
X_8 contém as colunas relativas aos efeitos da heterose específica;

e para o vetor β:

$$\beta_1' = [\mu];$$
$$\beta_2' = [\mu, d];$$
$$\beta_3' = [\mu, d, v_1, ..., v_J];$$
$$\beta_4' = [\mu, d, v_1, ..., v_J, v_{1'}, ..., v_{J'}],$$
$$\beta_5' = [\mu, d, v_1, ..., v_J, v_{1'}, ..., v_{J'}, hm];$$
$$\beta_6' = [\mu, d, v_1, ..., v_J, v_{1'}, ..., v_{J'}, hm, h_1, ..., h_J];$$
$$\beta_7' = [\mu, d, v_1, ..., v_J, v_{1'}, ..., v_{J'}, hm, h_1, ..., h_J, h_{1'}, ..., h_{J'}];$$

sendo $\beta' = [\mu, d, v_1, ..., v_J, v_{1'}, ..., v_{J'}, hm, h_1, ..., h_J, h_{1'}, ..., h_{J'}, s_{11'}, s_{12'}, ..., s_{JJ'}]$.

Tomando-se as matrizes

$$X_{12} = [X_1 \vdots X_2];$$

$$X_{13} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3];$$

$$X_{14} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4];$$

$$X_{15} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4 \vdots X_5];$$

$$X_{16} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4 \vdots X_5 \vdots X_6];$$

$$X_{17} = [X_1 \vdots X_2 \vdots X_3 \vdots X_4 \vdots X_5 \vdots X_6 \vdots X_7];$$

foram calculadas as seguintes somas de quadrados:

$$\begin{aligned}
R(\mu) &= \beta_1' X_1' Y \\
R(\mu, d) &= \beta_2' X_{12}' Y \\
R(\mu, d, v_{g1}) &= \beta_3' X_{13}' Y \\
R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}) &= \beta_4' X_{14}' Y \\
R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm) &= \beta_5' X_{15}' Y \\
R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}) &= \beta_6' X_{16}' Y \\
R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}, h_{g2}) &= \beta_7' X_{17}' Y \\
R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}, h_{g2}, s) &= \beta' X' Y
\end{aligned}$$

e as somas de quadrados de um efeito ajustada para os efeitos dos parâmetros anteriores no modelo:

$$SQGenitores\ (Grupo\ 1) = R(\mu, d, v_{g1}) - R(\mu, d)$$

$$SQGenitores\ (Grupo\ 2) = R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}) - R(\mu, d, v_{g1})$$

$$SQHeterose\ Média = R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm) - R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2})$$

SQH.Genitor (Grupo 1) = $R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}) - R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm)$

SQH.Genitor (Grupo 2) = $R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}, h_{g2}) - R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1})$

SQH. Específica = $R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}, h_{g2}, s) - R(\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}, h_{g2})$

As somas de quadrados do Tipo III foram obtidas utilizando-se o algoritmo proposto por Searle (1987), denominado de inversa-de-parte-da-inversa. Tomando-se o modelo restrito obtido por meio de restrições do tipo soma-igual-a-zero (modelo Σ), tem-se:

$$\hat{\beta} = (X_r'X_r)^{-1}X_r'Y$$

em que $\hat{\beta}$ é o vetor dos estimadores dos parâmetros e X_r é a matriz do modelo sob restrição. A matriz X_r é obtida substituindo-se em X as colunas linearmente dependentes pelas combinações lineares correspondentes. Como exemplo, seja o dialelo completo com 4 pais da Tabela 3.2. Tomando-se o modelo matricial $Y = X\beta + \varepsilon$ para as médias do dialelo, têm-se:

$Y' = [1{,}0430 \;\; 2{,}3825 \;\; \ldots \;\; 2{,}0900]$

$\beta' = [\mu \;\; v_1 \;\; v_2 \;\; v_3 \;\; v_4 \;\; hm \;\; h_1 \;\; h_2 \;\; h_3 \;\; h_4 \;\; s_{12} \;\; s_{13} \;\; s_{14} \;\; s_{23} \;\; s_{24} \;\; s_{34}]$

$$
X = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

Com as restrições $\sum_{i}^{4} v_i = 0$; $\sum_{i}^{4} h_i = 0$; $\sum_{i}^{4} s_{ij} = 0$ para todo j e $\sum_{j}^{4} s_{ij} = 0$ para todo i, obtêm-se as relações:

i. $v_4 = -v_1 - v_2 - v_3$ ii. $h_4 = -h_1 - h_2 - h_3$ iii. $s_{14} = -s_{12} - s_{13}$

iv. $s_{23} = -s_{12} - s_{13}$ v. $s_{24} = s_{13}$ vi. $s_{34} = s_{12}$

A matriz X_r será formada pela eliminação das colunas relativas aos parâmetros v_4, h_4, s_{14}, s_{23}, s_{24}, s_{34} e empregando-se as relações anteriores:

$$
X_r = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\
1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

Por meio de partições apropriadas de $\hat{\beta}$ e de $(X_r'X_r)^{-1}$, tem-se que a soma de quadrados referente ao parâmetro k é dada por:

$$\text{SQ Parâmetro k} = \hat{\beta}_k' \tau_k^{-1} \hat{\beta}_k$$

em que τ_k é a partição de $(X_r'X_r)^{-1}$ concernente ao parâmetro k. Para o exemplo, têm-se:

$$(X_r'X_r)^{-1} = \left[\begin{array}{c|ccc|c|ccc|cc}
1/4 & 0 & 0 & 0 & -1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 3/4 & -1/4 & -1/4 & 0 & -3/8 & 1/8 & 1/8 & 0 & 0 \\
0 & -1/4 & 3/4 & -1/4 & 0 & 1/8 & -3/8 & 1/8 & 0 & 0 \\
0 & -1/4 & -1/4 & 3/4 & 0 & 1/8 & 1/8 & -3/8 & 0 & 0 \\
\hline
-1/4 & 0 & 0 & 0 & 5/12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & -3/8 & 1/8 & 1/8 & 0 & 9/16 & -3/16 & -3/16 & 0 & 0 \\
0 & 1/8 & -3/8 & 1/8 & 0 & -3/16 & 9/16 & -3/16 & 0 & 0 \\
0 & 1/8 & 1/8 & -3/8 & 0 & -3/16 & -3/16 & 9/16 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & -1/6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/6 & 1/3
\end{array}\right]$$

$$\hat{\beta} = \left[\begin{array}{c}
2,6645 \\
\hline
-1,6215 \\
1,8605 \\
0,3355 \\
\hline
-0,4457 \\
\hline
0,2147 \\
0,0015 \\
0,0517 \\
\hline
-0,1721 \\
0,0462
\end{array}\right]$$

Para a heterose média, por exemplo, tem-se:

$$SQH.M. = R(\dot{h}m / \dot{\mu}, \dot{v}, \dot{h}, \dot{s}) = \hat{\beta}_3' X_{33}^{-1} \hat{\beta}_3 = (-0,4457)(5/12)^{-1}(-0,4457) = 0,4767$$

Para o modelo (I), referente aos dialelos completos, definiram-se as partições:

$$(X_r'X_r)^{-1} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & X_{35} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} & X_{45} \\ X_{51} & X_{52} & X_{53} & X_{54} & X_{55} \end{bmatrix}$$

sendo que:

X_{11} está associada ao parâmetro $\dot{\mu}$;

X_{22} está associada ao parâmetro $\dot{v}_i$;

X_{33} está associada ao parâmetro $\dot{h}m$;

X_{44} está associada ao parâmetro $\dot{h}_i$;

X_{55} está associada ao parâmetro $\dot{s}_{ij}$.

As somas de quadrados para cada efeito, ajustada para todos os outros, foram :

$$SQGenitores = R(\dot{v}/\dot{\mu},\dot{h}m,\dot{h},\dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_2' X_{22}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_2$$

$$SQHeterose\ Média = R(\dot{h}m/\dot{\mu},\dot{v},\dot{h},\dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_3' X_{33}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_3$$

$$SQHeterose\ de\ Genitor = R(\dot{h}/\dot{\mu},\dot{v},\dot{h}m,\dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_4' X_{44}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_4$$

$$SQHeterose\ Específica = R(\dot{s}/\dot{\mu},\dot{v},\dot{h}m,\dot{h}) = \hat{\dot{\beta}}_5' X_{55}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_5$$

em que :

$$\hat{\dot{\beta}}_2' = \begin{bmatrix} \hat{\dot{v}}_1 & \hat{\dot{v}}_2 \cdots \hat{\dot{v}}_p \end{bmatrix}$$

$$\hat{\dot{\beta}}_3' = \begin{bmatrix} \hat{\dot{h}}m \end{bmatrix}$$

$$\hat{\dot{\beta}}_4' = \begin{bmatrix} \hat{\dot{h}}_1 & \hat{\dot{h}}_2 \cdots \hat{\dot{h}}_p \end{bmatrix}$$

$$\hat{\dot{\beta}}_5' = \begin{bmatrix} \hat{\dot{s}}_{12} & \hat{\dot{s}}_{13} \cdots \hat{\dot{s}}_{p-1,p} \end{bmatrix}$$

Para o modelo II, as partições de $(X_r'X_r)^{-1}$ foram:

$$(X_r'X_r)^{-1} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & X_{16} & X_{17} & X_{18} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & X_{26} & X_{27} & X_{28} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & X_{35} & X_{36} & X_{37} & X_{38} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} & X_{45} & X_{46} & X_{47} & X_{48} \\ X_{51} & X_{52} & X_{53} & X_{54} & X_{55} & X_{56} & X_{57} & X_{58} \\ X_{61} & X_{62} & X_{63} & X_{64} & X_{65} & X_{66} & X_{67} & X_{68} \\ X_{71} & X_{72} & X_{73} & X_{74} & X_{75} & X_{76} & X_{77} & X_{78} \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & X_{84} & X_{85} & X_{86} & X_{87} & X_{88} \end{bmatrix}$$

em que:

X_{11} está associada ao parâmetro $\dot{\mu}$;

X_{22} está associada ao parâmetro $\dot{d}$;

X_{33} está associada ao parâmetro $\dot{v}_j$;

X_{44} está associada ao parâmetro $\dot{v}_{j'}$;

X_{55} está associada ao parâmetro $\dot{h}m$;

X_{66} está associada ao parâmetro $\dot{h}_j$;

X_{77} está associada ao parâmetro $\dot{h}_{j'}$;

X_{88} está associada ao parâmetro $\dot{s}_{ij}$.

As somas de quadrados para cada parâmetro, ajustada para todos os outros, foram :

SQGenitores Grupo 1 = $R(\dot{v}_{g1}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}m, \dot{h}_{g1}, \dot{h}_{g2}, \dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_3' X_{33}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_3$

SQGenitores Grupo 2 = $R(\dot{v}_{g2}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{h}m, \dot{h}_{g1}, \dot{h}_{g2}, \dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_4' X_{44}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_4$

SQHeterose Média = $R(\dot{h}m/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}_{g1}, \dot{h}_{g2}, \dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_5' X_{55}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_5$

SQH. Genitores Grupo 1 = $R(\dot{h}_{g1}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}m, \dot{h}_{g2}, \dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_6' X_{66}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_6$

SQH. Genitores Grupo 2 = $R(\dot{h}_{g2}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}m, \dot{h}_{g1}, \dot{s}) = \hat{\dot{\beta}}_7' X_{77}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_7$

SQH. Específica = $R(\dot{s}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}m, \dot{h}_{g1}, \dot{h}_{g2}) = \hat{\dot{\beta}}_8' X_{88}^{-1} \hat{\dot{\beta}}_8$

em que:

$$\hat{\beta}'_3 = \begin{bmatrix} \hat{v}_1 & \hat{v}_2 \cdots \hat{v}_J \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta}'_4 = \begin{bmatrix} \hat{v}_{1'} & \hat{v}_{2'} \cdots \hat{v}_{J'} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta}'_5 = \begin{bmatrix} \hat{h}m \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta}'_6 = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 & \hat{h}_2 \cdots \hat{h}_J \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta}'_7 = \begin{bmatrix} \hat{h}_{1'} & \hat{h}_{2'} \cdots \hat{h}_{J'} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta}'_8 = \begin{bmatrix} \hat{s}_{11'} & \hat{s}_{12'} \cdots \hat{s}_{JJ'} \end{bmatrix}.$$

Essas somas de quadrados são denominadas do Tipo III, conforme o GLM do SAS e testam hipóteses da igualdade a zero, de cada parâmetro sob restrição. Obtidas essas somas de quadrados, foram feitas as comparações com as somas de quadrados do tipo I, observando-se as diferenças numéricas entre elas, para todos os efeitos dos parâmetros dos modelos correspondentes.

3.2 Hipóteses Associadas às Somas de Quadrados

Para o estudo das hipóteses associadas às somas de quadrados do Tipo I, foram obtidas as funções estimáveis conforme o procedimento utilizado pelo GLM do SAS. Considerando um modelo com p parâmetros, excetuando-se a constante μ, as funções estimáveis do Tipo I relativas ao parâmetro k podem ser obtidas por:

$$G_k^* = (X_k' M_{k-1} X_k)^- G_k$$

sendo:

$$M_k = M_{k-1} - M_{k-1} X_k (X_k' M_{k-1} X_k)^- X_k' M_{k-1} ,$$

$$M_0 = I ,$$

$$G_k = [\underbrace{\phi \mid \phi \mid \ldots \mid \phi}_{\text{k-1 partições}} \mid X_k' M_{k-1} X_k \mid X_k' M_{k-1} X_{k+1} \mid \ldots \mid X_k' M_{k-1} X_p]$$

As matrizes X_k são partições da matriz X, cada qual contendo as colunas de X relativas ao parâmetro k. Para os modelos I e II, as matrizes são:

$$G_1 = [X_1' X_1 \mid X_1' X_2 \mid X_1' X_3 \mid X_1' X_4]$$

$$G_2 = [\phi \mid X_2' M_1 X_2 \mid X_2' M_1 X_3 \mid X_2' M_1 X_4]$$

$$M_1 = I - X_1 (X_1' X_1)^- X_1'$$

$$G_3 = [\phi \mid \phi \mid X_3' M_2 X_3 \mid X_3' M_2 X_4]$$

$$M_2 = M_1 - M_1 X_2 (X_2' M_1 X_2)^- X_2' M_1$$

$$G_4 = [\phi \mid \phi \mid \phi \mid X_4' M_3 X_4]$$

$$M_3 = M_2 - M_2 X_3 (X_3' M_2 X_3)^- X_3' M_2$$

e

$$G_1 = [X_1'X_1 \mid X_1'X_2 \mid X_1'X_3 \mid X_1'X_4 \mid X_1'X_5 \mid X_1'X_6 \mid X_1'X_7]$$

$$G_2 = [\phi \mid X_2'M_1X_2 \mid X_2'M_1X_3 \mid X_2'M_1X_4 \mid X_2'M_1X_5 \mid X_2'M_1X_6 \mid X_2'M_1$$

$$M_1 = I - X_1(X_1'X_1)^{-}X_1'$$

$$G_3 = [\phi \mid \phi \mid X_3'M_2X_3 \mid X_3'M_2X_4 \mid X_3'M_2X_5 \mid X_3'M_2X_6 \mid X_3'M_2X_7]$$

$$M_2 = M_1 - M_1X_2(X_2'M_1X_2)^{-}X_2'M_1$$

$$G_4 = [\phi \mid \phi \mid \phi \mid X_4'M_3X_4 \mid X_4'M_3X_5 \mid X_4'M_3X_6 \mid X_4'M_3X_7]$$

$$M_3 = M_2 - M_2X_3(X_3'M_2X_3)^{-}X_3'M_2$$

$$G_5 = [\phi \mid \phi \mid \phi \mid \phi \mid X_5'M_4X_5 \mid X_5'M_4X_6 \mid X_5'M_4X_7]$$

$$M_4 = M_3 - M_3X_4(X_4'M_3X_4)^{-}X_4'M_3$$

$$G_6 = [\phi \mid \phi \mid \phi \mid \phi \mid \phi \mid X_6'M_5X_6 \mid X_6'M_5X_7]$$

$$M_5 = M_5 - M_5X_6(X_6'M_5X_6)^{-}X_6'M_5$$

$$G_7 = [\phi \mid \phi \mid \phi \mid \phi \mid \phi \mid \phi \mid X_7'M_6X_7]$$

$$M_6 = M_6 - M_6X_7(X_7'M_6X_7)^{-}X_7'M_6 \; .$$

Para as hipóteses associadas às somas de quadrados do Tipo III, foi utilizado o procedimento descrito por Searle (1987):

$$W_r\dot{\beta} = W\beta$$

sendo W_r e W matrizes com as r linhas não-colineares de X_r e X; respectivamente, X_r corresponde ao modelo restrito e X, ao modelo superparametrizado de Gardner & Eberhart (1966) ou ao modelo adaptado aos dialelos parciais; $\dot{\beta}$ e β são os vetores de parâmetros dos modelos restrito e superparametrizado, respectivamente. Logo, tem-se que: $\dot{\beta} = W_r^{-1} W \beta$.

As hipóteses relativas às somas de quadrados do Tipo I foram comparadas com as hipóteses associadas às somas de quadrados do Tipo III, também para cada dialelo analisado, para verificar a existência de diferenças entre elas, tanto com relação aos parâmetros envolvidos em cada função linear quanto com seus coeficientes nessas funções.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados apresentados a seguir são uma síntese das análises realizadas com vários exemplos de tabelas dialélicas, reais e simuladas, utilizando o modelo de Gardner & Eberhart (1966) para os dialelos completos e o modelo adaptado por Miranda Filho & Geraldi (1984) para os dialelos parciais. Inicialmente são comparadas as somas de quadrados tipos I e III e, em seguida, discutidas as hipóteses associadas a essas somas de quadrados. São apresentados resultados para exemplos em que foram simuladas diferentes combinações de perda de médias referentes a cruzamentos e a genitores, visando a gerar todo tipo possível de perdas de genótipos. Os resultados apresentados referem-se aos casos mais representativos do conjunto estudado, cuja validade das extrapolações das observações e conclusões foram verificadas.

4.1 Somas de Quadrados - Dialelos Completos

As somas de quadrados tipos I e III obtidas utilizando o modelo de Gardner & Eberhart (1966) para os dialelos completos apresentaram valores diferentes apenas para o efeito de Genitores. Nas Tabelas 4.1 e 4.2 são apresentadas as somas de quadrados obtidas para os dialelos completos com 4 e com 5 pais, respectivamente. Resultados semelhantes foram verificados para outros dialelos completos com diferentes números de pais, observando-se que, independentemente do número de pais, as somas de quadrados dos tipos I e III para o efeito de Genitores não são correspondentes. No entanto, para a heterose média, a heterose de genitores e para a heterose específica, as somas de quadrados tipos I e III foram sempre equivalentes. Pelos resultados obtidos, admite-se que Eberhart & Gardner (1966) tinham razão quando afirmaram que esse modelo de análise apresenta uma "não-ortogonalidade parcial dos parâmetros genéticos", embora não tivessem indicado como a análise dialélica seria afetada.

Tabela 4.1 Somas de Quadrados Tipos I e III para o Dialelo Completo com 4 Pais e Sem Perdas de Médias.

Efeitos	GL	SQ do TIPO I	SQ do TIPO III
Pais	3	9,5322	6,5333
Heterose Média	1	0,4767	0,4767
Heterose de Pais	3	0,1608	0,1608
Heterose Específica	2	0,0952	0,0952

Fonte: Cruz & Regazzi, 1994.

Tabela 4.2 Somas de Quadrados Tipos I e III para o Dialelo Completo com 5 Pais e Sem Perdas de Médias.

Efeitos	GL	SQ do TIPO I	SQ doTIPO III
Pais	4	255,2048	170,0204
Heterose Média	1	0,1347	0,1347
Heterose de Pais	4	28,4672	28,4672
Heterose Específica	5	26,4988	26,4988

Fonte: Vencovsky & Barriga, 1992.

Nos casos em que foram perdidas médias de pais, também foram observadas diferenças entre as somas de quadrados tipos I e III apenas para o efeito de Genitores, como nos casos em que não ocorreram perdas. Nas Tabelas 4.3 e 4.4 estão apresentados alguns dos resultados obtidos para dialelos completos com apenas perdas de médias de pais.

Tabela 4.3 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para os Dialelos Completos com 4 Pais e Perdas de Médias de Genitores.

Efeitos	**4 Pais (1 perda)**		**4 Pais (3 perdas)**	
	SQ I	**SQ III**	**SQ I**	**SQ III**
Pais	9,9249	6,9154	3,6389	3,1597
Heterose Média	0,1069	0,1069	0,0439	0,0439
Heterose de Pais	0,0331	0,0331	-	-
Heterose Específica	0,0952	0,0952	0,0952	0,0952

Tabela 4.4 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para os Dialelos Completos com 5 Pais e Perdas de Médias de Genitores.

Efeitos	**5 Pais (1 perda)**		**5 Pais (2 perdas)**	
	SQ I	**SQ III**	**SQ I**	**SQ III**
Pais	180,4071	115,6287	157,7729	84,7387
Heterose Média	1,4015	1,4015	1,1623	1,1623
Heterose de Pais	25,7488	25,7487	23,1173	23,1173
Heterose Específica	26,4988	26,4988	26,4988	26,4988

Comparando-se os valores obtidos para as somas de quadrados da heterose específica nas Tabelas 4.1 e 4.3, verifica-se que são idênticos, mesmo nos casos de parcelas perdidas de médias de pais. Conforme comentado, a soma de quadrados da heterose específica do modelo de Gardner & Eberhart (1966) equivale à capacidade específica de combinação do modelo de Griffing (1956), método 4, no qual não são consideradas as médias dos pais.

Quando ocorreram perdas de médias não só de genitores, mas também de cruzamentos, verificaram-se variações nas somas de quadrados tipos I e III para Genitores e também para o efeito da Heterose Média. Foram testados diferentes padrões de perdas envolvendo pelo menos uma média de cruzamento e sempre foram observados resultados semelhantes. Os valores obtidos para alguns exemplos estão apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para os Dialelos Completos com Perda de pelo menos uma Média de Cruzamento.

Efeitos	**5 Pais (1 F_1)**		**5 Pais (1 F_1 e 1 p)**		**5 Pais (2 F_1)**	
	SQ I	**SQ III**	**SQ I**	**SQ III**	**SQ I**	**SQ III**
Pais	272,0298	170,0204	235,8574	160,6175	277,0203	170,0204
H.Média	1,5794	0,0748	0,06160	0,5986	3,4378	2,9127
H.de Pais	14,1963	14,1963	34,5446	34,5446	14,4905	14,4905
H.Específica	22,3420	22,3420	17,4676	17,4676	15,1953	15,1953

p : média de genitor perdida
F_1 : média de cruzamento perdida

Pode-se pensar que os efeitos de heterose são estimados por combinações lineares apenas de médias de cruzamentos, pois as somas de quadrados tipos I e III para os efeitos de Heterose Média, Heterose de Genitores e Heterose Específica são sempre equivalentes, até mesmo quando existem perdas de médias de genitores.

Comparando-se os resultados obtidos para as somas de quadrados de Genitores e da Heterose Média, alguns dos quais são apresentados nas Tabelas 4.1 a 4.5, pode-se verificar que, em muitos casos, existem diferenças marcantes entre os valores obtidos para as somas de quadrados dos tipos I e III para esses efeitos. Essas diferenças, principalmente para o efeito de Genitores, podem afetar os testes de significância, conduzindo à rejeição ou não de hipóteses sobre o efeito, dependendo do modelo de análise considerada.

4.2 Somas de Quadrados - Dialelos Parciais

Para os dialelos parciais, os resultados obtidos com as comparações entre as somas de quadrados tipos I e III foram semelhantes àqueles obtidos para os dialelos completos. Como pode ser observado nos exemplos da Tabela 4.6, apenas as somas de quadrados para os efeitos de Genitores do grupo 1 e de Genitores do grupo 2 não foram equivalentes para os tipos I e III, de maneira análoga ao que foi observado para os dialelos completos.

Tabela 4.6 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para Dialelos Parciais Sem Perdas de Médias.

Efeitos	4 e 4 Pais		4 e 5 Pais	
	SQ I	SQ III	SQ I	SQ III
Pais do Grupo 1	0,3918	0,0442	0,3922	0,0442
Pais do Grupo 2	5,0662	4,2552	5,5713	4,6494
Heterose Média	3,4551	3,4551	3,7138	3,7138
Heterose de Pais do Grupo 1	0,2574	0,2574	0,2444	0,2444
Heterose de Pais do Grupo 2	1,2163	1,2163	1,2477	1,2477
Heterose Específica	0,5435	0,5435	0,6450	0,6450

Quando as médias perdidas correspondem apenas a genitores, não importando se apenas de um dos grupos ou se de ambos, diferenças entre as somas de quadrados tipos I e III foram observadas apenas para os efeitos dos Genitores do grupo 1 e Genitores do grupo 2, em consonância com os resultados observados para os dialelos completos com perda de médias de pais. Na Tabela 4.7 estão apresentados exemplos que mostram a tendência verificada nestes casos.

Tabela 4.7 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para Dialelos Parciais com uma Média de Genitor Perdida.

Efeitos	3 e 2 Pais		3 e 3 Pais	
	SQ I	SQ III	SQ I	SQ III
Pais Grupo 1	1,0161	0,0370	120,5985	103,6865
Pais Grupo 2	0,3234	0,4994	96,8913	5,2442
Heterose Média	0,1848	0,1848	0,2978	0,2978
Heterose de Pais do Grupo 1	2,5193	2,5193	0,0304	0,0304
Heterose de Pais do Grupo 2	-	-	63,0792	63,0792
Heterose Específica	3,2644	3,2644	17,3268	17,3268

[redacted]

A perda de médias de cruzamentos tem maior influência nas diferenças entre as somas de quadrados tipos I e III, afetando um maior número de efeitos do modelo. Quando as médias perdidas são referentes a cruzamentos, foram diferentes as somas de quadrados para os efeitos de Genitores do grupo 1, Genitores do grupo 2, Heterose Média e Heterose de Genitores do grupo 1. Esses resultados foram verificados em todos os casos de dialelos parciais, com perdas de uma ou mais médias de cruzamentos, inclusive para diferentes padrões de perdas, como, por exemplo, considerando cruzamentos com pais comuns ou não. Novamente, têm-se resultados semelhantes para os dialelos parciais e os dialelos completos, considerando que, nos casos de médias perdidas de cruzamentos, todos os efeitos, exceto os dois últimos do modelo, apresentaram somas de quadrados tipos I e III não-concordantes. Na Tabela 4.8 são apresentados as somas de quadrados tipos I e III para dois exemplos.

Tabela 4.8 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para Dialelos Parciais com uma Média de Cruzamento Perdida.

Efeitos	3 e 2 Pais		3 e 3 Pais	
	SQ I	SQ III	SQ I	SQ III
Pais Grupo 1	1,6571	0,0377	25,8384	8,5185
Pais Grupo 2	0,0254	0,1171	104,6493	11,9894
Heterose Média	0,2913	0,6405	7,0361	4,8711
Heterose de Pais do Grupo 1	5,2329	5,1582	52,8586	44,8419
Heterose de Pais do Grupo 2	0,0068	0,0068	46,5924	46,5924
Heterose Específica	0,0014	0,0014	61,3644	61,3644

Para a Heterose Específica, que é sempre o último efeito do modelo, as somas de quadrados tipos I e III são sempre equivalentes, pois essas somas de quadrados são ajustadas para todos os outros parâmetros dos modelos dos dialelos completos e parciais. Assim, para os dialelos completos, tem-se:

$$R(\dot{s}/\dot{\mu}, \dot{v}, \dot{h}m, \dot{h}) = R(s/\mu, v, hm, h)$$

e para os dialelos parciais:

$$R(\dot{s}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}m, \dot{h}_{g1}, \dot{h}_{g2}) = R(s/\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}, h_{g2}).$$

No entanto, a Heterose de Genitores nos dialelos completos e a Heterose de Genitores do Grupo 2 nos dialelos parciais, que também sempre apresentam resultados idênticos para os tipos I e III, têm as somas de quadrados tipos I e III definidas como: $R(h/\mu, v, hm)$ e $R(\dot{h}/\dot{\mu}, \dot{v}, \dot{h}m, \dot{s})$ para os dialelos completos, respectivamente, e para os dialelos parciais, definidas como: $R(h_{g2}/\mu, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1})$ e $R(\dot{h}_{g2}/\dot{\mu}, \dot{d}, \dot{v}_{g1}, \dot{v}_{g2}, \dot{h}m, \dot{h}_{g1}, \dot{s})$.

Ferreira (2001) demonstra que, para modelos com dois fatores α e β e a interação δ entre eles, a soma de quadrados tipo II de um dos efeitos é equivalente à soma de quadrados daquele efeito ajustado para todos ou outros, sob restrição paramétrica ponderada (modelo W). Searle et al. (1981) mostram que, em algumas situações especiais, existe equivalência entre as somas de quadrados do tipo II e do tipo III. Segundo Mondardo (1984), isso geralmente acontece porque os efeitos do último parâmetro do modelo têm soma zero e não participam das hipóteses sobre o efeito do fator anterior a ele. No caso dos dialelos completos, a soma de quadrados do tipo I para a Heterose de Genitores é equivalente à do tipo II e, para os dialelos parciais, a soma de quadrados do tipo I para a Heterose de Genitores do Grupo 2 é equivalente à do tipo II. Considerando-se o que é apresentado por Ferreira (2001), Mondardo (1984) e Searle et al. (1981), têm-se $R(\dot{h}/\dot{\mu},\dot{v},\dot{hm},\dot{s})$ = R(h/μ, v, hm) e $R(\dot{h}_{g2}/\dot{\mu},\dot{d},\dot{v}_{g1},\dot{v}_{g2},\dot{hm},\dot{h}_{g1},\dot{s})$ = R(h_{g2}/μ, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g1}), isto é, verificam-se as igualdades entre as somas de quadrados dos tipos I e III para a Heterose de Genitores nos dialelos completos e para a Heterose de Genitores do Grupo 2 nos dialelos parciais.

Para o efeito da Heterose de Genitores do Grupo 1, nos dialelos parciais, isso não se verifica, pois a soma de quadrados do tipo I, R(h_{g1}/μ, d, v_{g1}, v_{g2}, hm) não é equivalente à do tipo II, R(h_{g1}/μ, d, v_{g1}, v_{g2}, hm, h_{g2}). Salienta-se que a definição de grupo 1 e grupo 2 é arbitrária, mas a diferença entre as somas de quadrados tipos I e III sempre ocorre para o efeito de Genitores que compõem o grupo 1.

Em alguns casos, quando além da perda de médias de cruzamentos ocorre perda de médias de genitores, essas alterações manifestam-se em um número menor de efeitos. Por exemplo, para os dialelos parciais com duas médias perdidas, em que o genitor cuja média foi perdida é pai no cruzamento perdido, apenas as somas de quadrados de genitores não se eqüivalem, como no caso de perda apenas de médias de Genitores. Dois exemplos são apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 Somas de Quadrados dos Tipos I e III para Dialelos Parciais com 5 e 4 pais nos grupos 1 e 2, respectivamente, com Perda de uma Média de Genitor e uma de Cruzamento.

Efeitos	Pai Comum		Pai não-comum	
	SQ I	SQ III	SQ I	SQ III
Pais do Grupo 1	0,7682	0,2929	0,5665	0,2929
Pais do Grupo 2	2,4752	4,2640	1,9358	4,2466
Heterose Média	3,4406	3,4406	3,6229	3,3965
Heterose de Pais do Grupo 1	0,2628	0,2628	0,4640	0,3040
Heterose de Pais do Grupo 2	1,9250	1,9250	2,4133	2,4133
Heterose Específica	2,3090	2,3090	2,1784	2,1784

Pelos resultados obtidos, verifica-se que existem variações entre as somas de quadrados do tipo I e do tipo III para os dialelos completos e parciais cujas causas são inerentes ao próprio modelo de Gardner & Eberhart (1966), e também provocadas por perdas de médias. Foram identificados dois padrões principais de variação entre as somas de quadrados dos tipos I e III:

- para os dialelos completos e parciais sem perdas de médias ou com perdas de médias apenas de genitores, apenas as somas de quadrados relativas ao efeito de Genitores não são correspondentes;

- nos casos de perdas de médias de cruzamentos, os efeitos da Heterose de Genitores nos dialelos completos, da Heterose de Genitores do Grupo 2 nos dialelos parciais e da Heterose Específica nos dois tipos de dialelos, apresentam os mesmos valores para as somas de quadrados. Os demais efeitos apresentam diferenças nos dois tipos de somas de quadrados.

Essas alterações indicam a necessidade da obtenção de uma análise dialélica que apresente somas de quadrados com efeitos de um fator ajustado para todos os outros, como as somas de quadrados do Tipo III. Essas somas de quadrados testam hipóteses relativas a um efeito livre dos efeitos dos outros parâmetros do modelo e as estimativas obtidas sob restrições paramétricas utilizadas no tipo III têm sentido biológico e são de fácil interpretação pelos melhoristas (Cruz & Vencovsky, 1989; Viana, 2000).

4.3 Hipóteses Associadas

As hipóteses associadas às somas de quadrados dos efeitos do modelo de Gardner & Eberhart (1966) definem a origem das diferenças observadas entre os resultados para as somas de quadrados dos tipos I e III nos exemplos de dialelos completos e dialelos parciais estudados.

As hipóteses associadas às somas de quadrados do tipo I são apresentadas na forma das funções estimáveis obtidas pela metodologia utilizada pelo GLM do SAS. Na Tabela 4.10 são apresentadas as funções estimáveis para o efeito de Genitores dos dialelos completos com 4 pais.

Tabela 4.10 Funções Estimáveis do Tipo I para o Efeito de Genitores para os Dialelos Completos com 4 pais e Sem Perdas de Médias.

Parâmetros	Coeficientes da Função Linear
μ	0
v_1	L1
v_2	L2
v_3	L3
v_4	- (L1+ L2 + L3)
hm	0
h_1	2/3L1
h_2	2/3L2
h_3	2/3L3
h_4	-2/3 (L1 + L2 + L3)
s_{12}	1/3 (L1 + L2)
s_{13}	1/3 (L1 + L3)
s_{14}	-1/3 (L2 + L3)
s_{23}	1/3 (L2 + L3)
s_{24}	-1/3 (L1 + L3)
s_{34}	-1/3 (L1 + L2)

Para os dialelos completos com 4 pais, o efeito de Genitores tem 3 graus de liberdade que correspondem, na notação do GLM do SAS, aos três símbolos diferentes: L1, L2 e L3 utilizados na Tabela 4.10. A forma geral das funções estimáveis pode ser expressa por:

$$L'\beta = 0$$

em que L é o vetor contendo os coeficientes da função linear e β é o vetor de parâmetros do modelo superparametrizado de Gardner & Eberhart (1966). As hipóteses do tipo I para o efeito de Genitores podem ser expressas por:

$$H_0: L'\beta = L1\, v_1 + L2\, v_2 + L3\, v_3 - (L1 + L2 + L3)v_4 + 2/3L1\, h_1 + 2/3L2\, h_2 + $$
$$+ 2/3L3\, h_3 - 2/3(L1 + L2 + L3)h_4 + 1/3(L1 + L2)s_{12} + 1/3(L1 + L3)s_{13} - $$
$$- 1/3(L2 + L3)s_{14} + 1/3(L2 + L3)s_{23} - 1/3(L1 + L3)s_{24} - 1/3(L1 + L2)s_{34} = $$
$$= 0$$

Observa-se que, para o tipo I, não é possível formular hipóteses sobre os efeitos de Genitores livres dos efeitos dos outros parâmetros do modelo. Tomando-se $L1 = 1$, $L2 = L3 = 0$, como exemplo, tem-se:

$$H_o = v_1 - v_4 + 2/3(h_1 - h_4) + 1/3(s_{12} + s_{13} - s_{24} - s_{34}) = 0$$

Portanto, não é possível testar o efeito de Genitores livre dos efeitos de outros parâmetros do modelo (heterose de genitores e heterose específica).

As relações entre os parâmetros do modelo restrito e do modelo irrestrito foram obtidas pelo procedimento descrito por Searle (1987). As relações encontradas para os efeito de Genitores nos dialelos completos com 4 pais foram:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = \ \ 3/4\, v_1 - 1/4\, v_2 - 1/4\, v_3 - 1/4\, v_4 \\ \dot{v}_2 = -\,1/4\, v_1 + 3/4\, v_2 - 1/4\, v_3 - 1/4\, v_4 \\ \dot{v}_3 = -\,1/4\, v_1 - 1/4\, v_2 + 3/4\, v_3 - 1/4\, v_4 \end{cases}$$

Para o tipo III interessa testar a igualdade de cada parâmetro (sob restrição) a zero, o que não é possível no tipo I. Por exemplo, para a hipótese H_0: $\dot{v}_1 = 0$, tem-se:

$$H_0\colon \dot{v}_1 = 0 \ \Rightarrow \ H_0\colon 3/4\, v_1 - 1/4\, v_2 - 1/4\, v_3 - 1/4\, v_4 = 0$$

Com essas relações, verificam-se que, no modelo irrestrito, as hipóteses associadas às somas de quadrados do tipo III para Genitores podem ser:

$$H_0\colon \begin{cases} 3/4\, v_1 - 1/4\, v_2 - 1/4\, v_3 - 1/4\, v_4 = 0 \\ -\,1/4\, v_1 + 3/4\, v_2 - 1/4\, v_3 - 1/4\, v_4 = 0 \\ -\,1/4\, v_1 - 1/4\, v_2 + 3/4\, v_3 - 1/4\, v_4 = 0 \end{cases}$$

Como as hipóteses relativas aos efeitos de Genitores são livres dos efeitos dos outros parâmetros, a soma de quadrados para Genitores é obtida ajustada para todos os outros efeitos, ou seja, $R(\dot{v} / \dot{\mu}, \dot{h}m, \dot{h}, \dot{s}) = SQ(H_0)$.

As funções estimáveis para o tipo I dos efeitos da Heterose Média, Heterose de Genitores e Heterose Específica estão apresentadas na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 Funções Estimáveis do Tipo I para os Efeitos de Heterose Média, Heterose de Genitores e Heterose Específica no Dialelo Completo com 4 pais e Sem Perdas de Médias.

Parâmetros	Coeficientes da Função Linear		
	H.Média	H. de Genitores	H. Específica
μ	0	0	0
v_1	0	0	0
v_2	0	0	0
v_3	0	0	0
v_4	0	0	0
hm	L4	0	0
h_1	1/2 L4	L5	0
h_2	1/2 L4	L6	0
h_3	1/2 L4	L7	0
h_4	1/2 L4	-(L5 + L6 + L7)	0
s_{12}	1/6 L4	1/2 (L5 + L6)	L8
s_{13}	1/6 L4	1/2 (L5 + L7)	L9
s_{14}	1/6 L4	-1/2 (L6 + L7)	- (L8 + L9)
s_{23}	1/6 L4	1/2 (L6 + L7)	- (L8 + L9)
s_{24}	1/6 L4	-1/2 (L5 + L7)	L9
s_{34}	1/6 L4	-1/2 (L5 + L6)	L8

Para os dialelos completos com 4 pais, as relações obtidas para modelo Σ foram:

$$\dot{hm} = hm + 1/2\,(h_1 + h_2 + h_3 + h_4) + 1/6\,(s_{12} + s_{13} + s_{14} + s_{23} + s_{24} + s_{34})$$

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = 3/4\,h_1 - 1/4\,h_2 - 1/4\,h_3 - 1/4h_4 + 1/4\,(\,s_{12} + s_{13} + s_{14} - s_{23} - s_{24} - s_{34}) \\ \dot{h}_2 = -\,1/4\,h_1 + 3/4\,h_2 - 1/4\,h_3 - 1/4h_4 + 1/4\,(\,s_{12} - s_{13} - s_{14} + s_{23} + s_{24} - s_{34}) \\ \dot{h}_3 = -\,1/4\,h_1 - 1/4\,h_2 + 3/4\,h_3 - 1/4h_4 + 1/4\,(-\,s_{12} + s_{13} - s_{14} + s_{23} - s_{24} + s_{34}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{s}_{12} = 1/6\,(\,2s_{12} - s_{13} - s_{14} - s_{23} - s_{24} + 2s_{34}) \\ \dot{s}_{13} = 1/6\,(-\,s_{12} + 2s_{13} - s_{14} - s_{23} + 2s_{24} - s_{34}) \end{cases}$$

As hipóteses tipo III são equivalentes às hipóteses do tipo I, como pode ser verificado tomando-se, por exemplo, o conjunto de coeficientes:

$$\begin{cases} L4 = 1 \\ L5 = 3/4 \\ L6 = -1/4 \\ L7 = -1/4 \\ L8 = 1/3 \\ L9 = -1/6 \end{cases}$$

e substituindo na Tabela 4.11, chegando-se a funções lineares idênticas às relações obtidas com o procedimento apresentado por Searle (1987).

Em todos os exemplos de dialelos estudados, as hipóteses associadas às somas de quadrados do tipo I para o efeito de Genitores foram sempre mais complexas, envolvendo combinações lineares de todos os outros parâmetros do modelo (pais, heterose média, heterose dos pais e heterose específica), o que dificulta sobremaneira a sua interpretação prática. As hipóteses relativas ao tipo III são funções apenas dos efeitos dos genitores. O mesmo padrão de hipóteses associadas às somas de quadrados tipos I e III, que é observado para o exemplo apresentado nas Tabelas 4.10 e 4.11, é verificado para os dialelos completos com qualquer número de pais.

Para os dialelos completos com perda de médias de genitores, as hipóteses relativas aos modelos I e III também não são equivalentes, como nos casos em que não ocorrem perdas de médias, mas, apenas nesses casos, as relações entre as hipóteses do tipo III e as hipóteses do tipo I são representadas por funções lineares complexas dos parâmetros do modelo irrestrito. Um exemplo pode ser observado na Tabela 4.12.

Tabela 4.12 Funções Estimáveis do Tipo I para os Efeitos de Genitores em um Dialelo Completo com 5 pais e Perda de Duas Médias, sendo uma de Genitor.

Parâmetros	Coeficientes
μ	0
v_1	L1
v_2	L2
v_3	L3
v_4	L4
v_5	- (L1 + L2 + L3 + L4)
hm	1/53 (52 L2 + 8 L3 + 8 L4)
h_1	1/371 (318 L1 + 124 L2 + 68 L3 + 68L4)
h_2	2L2
h_3	1/371 (28L2 + 306 L3 – 12 L4)
h_4	1/371 (28 L2 – 12 L3 + 306 L4)
h_5	1/371 (-318L1 – 194 L2 – 250 L3 – 250 L4)
s_{12}	1/371 (106 L1 + 200 L2 – 10 L3 – 10 L4)
s_{13}	1/371 (106 L1 – 38 L2 + 92 L3 – 14 L4)
s_{14}	1/371 (106 L1 – 38 L2 - 14 L3 + 92 L4)
s_{23}	1/371 (224 L2 + 116 L3 + 10 L4)
s_{24}	1/371 (224 L2 + 10 L3 + 116 L4)
s_{25}	1/371 (-106 L1 + 94 L2 – 116 L3 – 116 L4)
s_{34}	1/53 (-2 L2 + 16 L3 + 16 L4)
s_{35}	1/371 (- 106 L1 – 144 L2 - 14 L3 – 12 L4)
s_{45}	1/371 (- 106 L1 – 144 L2 - 12 L3 – 14 L4)

As relações entres os modelos restrito e superparametrizado, para o efeito de genitores, foram:

$$
\begin{cases}
\dot{v}_1 = 4/5v_1 - 1/5v_2 - 1/5v_3 - 1/5v_4 - 1/5v_5 + 1/10\,(h_1 - 4h_2 + h_3 + h_4 + h_5) + \\
\quad +1/90\,(-7s_{12} + 8s_{13} + 8s_{14} - 11s_{23} - 11s_{24} - 7s_{25} + 4s_{34} + 8s_{35} + 8s_{45}) \\
\\
\dot{v}_2 = -1/5v_1 + 4/5v_2 - 1/5v_3 - 1/5v_4 - 1/5v_5 - 1/5(2h_1 - 8h_2 + 2h_3 - 2h_4 - 2h_5) + \\
\quad +1/45(14s_{12} - 16s_{13} - 16s_{14} + 22s_{23} + 22s_{24} + 14s_{25} - 8s_{34} - 16s_{35} - 16s_{45}) \\
\\
\dot{v}_3 = -1/5\,v_1 - 1/5\,v_2 + 4/5\,v_3 - 1/5\,v_4 - 1/5\,v_5 + 1/10\,(h_1 - 4h_2 + h_3 + h_4 + h_5) + \\
\quad +1/90\,(-7s_{12} + 8s_{13} + 8s_{14} - 11s_{23} - 11s_{24} - 7s_{25} + 4s_{34} + 8s_{35} + 8s_{45}) \\
\\
\dot{v}_4 = -1/5\,v_1 - 1/5\,v_2 + 3/5\,v_3 + 4/5\,v_4 - 1/5\,v_5 + 1/10\,(h_1 - 4h_2 + h_3 + h_4 + h_5) + \\
\quad +1/90\,(-7s_{12} + 8s_{13} + 8s_{14} - 11s_{23} - 11s_{24} - 7s_{25} + 4s_{34} + 8s_{35} + 8s_{45})
\end{cases}
$$

Para os dialelos completos com perda de médias, sendo, no mínimo, uma média de cruzamento, as diferenças entre as hipóteses associadas às somas de quadrados dos tipos I e III foram observadas para o efeito de Genitores e o efeito da Heterose Média. A Tabela 4.13 contém os resultados para um exemplo das funções estimáveis do tipo I para esses efeitos. Na Tabela 4.14 apresentam-se as funções estimáveis para os efeitos da Heterose de Genitores e Heterose Específica, cujas hipóteses tipos I e III são equivalentes, para esse mesmo exemplo de dialelo completo com 5 pais e duas médias de cruzamentos perdidas.

Tabela 4.13 Funções Estimáveis do Tipo I para os Efeitos de Genitores e da Heterose Média em um Dialelo Completo com 5 pais e Perda de Duas Médias de Cruzamentos.

Parâmetros	Coeficientes	
	Genitores	Heterose Média
μ	0	0
v_1	L1	0
v_2	L2	0
v_3	L3	0
v_4	L4	0
v_5	- (L1+L2+L3+L4)	0
hm	-1/7(2L1+L3+L4)	L5
h_1	1/49(22L1-10L3-10L4)	14/49 L5
h_2	1/49(4L1+42L2+2L3+2L4)	10/21 L5
h_3	-8/49L1+100/147L3+20/147L4	8/21 L5
h_4	-8/49L1+20/147L3+100/147L4	8/21 L5
h_5	38/49L1-6/7L2-40/49L3-40/49L4	10/21 L5
s_{12}	18/49L1+14/49L2+2/49L3+2/49L4	1/7 L5
s_{15}	4/49L1-14/49L2-12/49L3-12/49L4	1/7 L5
s_{23}	1/49L1+14/49L2+47/147L3-20/147L4	5/42 L5
s_{24}	1/49L1+14/49L2-2/147L3-20/147L4	5/42 L5
s_{25}	-16/49L1-15/49L3-15/49L4	4/42 L5
s_{34}	4/49L1+16/49L3+16/49L4	1/7 L5
s_{35}	-13/49L1-14/49L2+5/147L3-14/147L4	5/42 L5
s_{45}	-13/49L1-14/49L2-44/147L3-5/147L4	5/42 L5

As relações determinadas para o modelo restrito foram:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = 4/5\, v_1 - 1/5\, v_2 - 1/5\, v_3 - 1/5\, v_4 - 1/5\, v_5 \\ \dot{v}_2 = -1/5\, v_1 + 4/5\, v_2 - 1/5\, v_3 - 1/5\, v_4 - 1/5\, v_5 \\ \dot{v}_3 = -1/5\, v_1 - 1/5\, v_2 + 4/5\, v_3 - 1/5\, v_4 - 1/5\, v_5 \\ \dot{v}_4 = -1/5\, v_1 - 1/5\, v_2 - 1/5\, v_3 + 4/5\, v_4 - 1/5\, v_5 \end{cases}$$

$$\dot{hm} = hm + 2/5(h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5) + 1/10(2s_{12} + 2s_{15} + s_{23} + s_{24} + 2s_{34} + s_{35} + s_{45})$$

Por meio dessas relações, verifica-se que as hipóteses do tipo I, relativas aos efeitos de Genitores, possuem participação de outros efeitos do modelo, bem como para o efeito da Heterose Média, o que não se verifica para o tipo III.

Para os dialelos parciais, com ou sem perdas de médias de pais, as diferenças entre as hipótese associadas às somas de quadrados tipos I e III foram verificadas apenas para os efeitos de Genitores, tanto do grupo 1 quanto do grupo 2. Assim como observado para os dialelos completos, as hipóteses associadas às somas de quadrados do tipo III permitem testar os efeitos de Genitores livres dos efeitos da heterose.

Tabela 4.14 Funções Estimáveis relativas aos Efeitos da Heterose de Genitores e da Heterose Específica no Dialelo Completo com 5 Pais e Perda de Duas Médias de Cruzamentos.

Coeficientes Parâmetros	Heterose de Genitores	Heterose Específica
μ	0	0
v_1	0	0
v_2	0	0
v_3	0	0
v_4	0	0
v_5	0	0
hm	0	0
h_1	L6	0
h_2	L7	0
h_3	L8	0
h_4	L9	0
h_5	- (L6 + L7 + L8 + L9)	0
s_{12}	1/6 (4L6 + 2L7 + L8 + L9)	L10
s_{15}	1/6 (L6 – 2L7 – L8 – L9)	-L10
s_{23}	1/12 (4L7 + 5L8 – L9)	L11
s_{24}	1/12 (4L7 – L8 + 5L9)	L12
s_{25}	-1/2 (2/3L6 + L8 + L9)	- (L10 + L11 + L12)
s_{34}	1/2 (2/3L6 + L8 + L9)	- (L10 + L11 + L12)
s_{35}	-1/12 (4L6 + 4L7 – L8 + 5L9)	L10 + L12
s_{45}	-1/12 (4L6 + 4L7 + 5L8 – L9)	L10 + L11

Quando são perdidas médias de genitores, as relações entre as hipóteses dos efeitos de Genitores do grupo de pais que teve médias perdidas são expressas por funções muito mais complexas, geralmente envolvendo todos os outros parâmetros do modelo. As funções estimáveis para os dialelos parciais com 3 e 2 pais são apresentadas na Tabela 4.15. As funções estimáveis para os efeitos de Heterose Média, Heterose de Genitores dos Grupos 1 e 2 e Heterose Específica são equivalentes, como no caso dos dialelos completos, e são apresentadas na Tabela 4.16.

Tabela 4.15 Funções Estimáveis relativas aos Efeitos de Genitores para os Dialelos Parciais com 3 e 2 Pais.

Efeitos	**Genitores do Grupo 1 Coeficientes**		**Genitores do Grupo 2 Coeficientes**	
Parâmetros	**Tipo I**	**Tipo III**	**Tipo I**	**Tipo III**
μ	0	0	0	0
d	0	0	0	0
v_1	L1	L1	0	0
v_2	L2	L2	0	0
v_3	- L1 - L2	-L1-L2	0	0
v_1'	0	0	L3	L3
v_2'	0	0	-L3	-L3
hm	0	0	0	0
h_1	2/3 L1	0	0	0
h_2	2/3 L2	0	0	0
h_3	-2/3L1-2/3L2	0	0	0
h_1'	0	0	6/7 L3	0
h_2'	0	0	-6/7 L3	0
s_{11}'	1/3 L1	0	2/7 L3	0
s_{12}'	1/3 L1	0	-2/7 L3	0
s_{21}'	1/3 L2	0	2/7 L3	0
s_{22}'	1/3 L2	0	-2/7 L3	0
s_{31}'	-1/3L1-1/3L2	0	2/7 L3	0
s_{32}'	-1/3L1-1/3L2	0	-2/7 L3	0

Tabela 4.16 Funções Estimáveis relativas aos Efeitos de Heterose Média, Heterose de Genitores e Heterose Específica para os Dialelos Parciais com 3 e 2 Pais.

Coeficientes	Coeficientes			
Parâmetros	H. Média	H.Gen.G1	H.Gen.G2	H.Específica
μ	0	0	0	0
d	0	0	0	0
v_1	0	0	0	0
v_2	0	0	0	0
v_3	0	0	0	0
v_1'	0	0	0	0
v_2'	0	0	0	0
hm	L4	0	0	0
h_1	1/3 L4	L5	0	0
h_2	1/3 L4	L6	0	0
h_3	1/3 L4	- (L5 + L6)	0	0
h_1'	1/2 L4	0	L7	0
h_2'	1/2 L4	0	-L7	0
s_{11}'	1/6 L4	1/2 L5	1/3 L7	L8
s_{12}'	1/6 L4	1/2 L5	-1/3 L7	- L8
s_{21}'	1/6 L4	1/2 L5	1/3 L7	L9
s_{22}'	1/6 L4	1/2 L5	-1/3 L7	- L9
s_{31}'	1/6 L4	-1/2 (L5 + L6)	1/3 L7	- (L8 + L9)
s_{32}'	1/6 L4	-1/2 (L5 + L6)	- 1/3 L7	L8 + L9

As relações determinadas para os efeitos de Genitores entre o modelo Σ e o modelo superparametrizado de Gardner & Eberhart (1966) adaptado para os dialelos parciais com 3 e 2 pais foram:

$$\dot{v}_1 = 2/3\, v_1 - 1/3\, v_2 - 1/3\, v_3$$
$$\dot{v}_2 = -1/3\, v_1 + 2/3\, v_2 - 1/3\, v_3$$
$$\dot{v}_{1'} = 1/2\, v_{1'} - 1/2\, v_{2'}$$

Para os dialelos parciais com perdas de médias de cruzamentos, as hipóteses associadas às somas de quadrados dos tipos I e III são equivalentes apenas para os efeitos da Heterose de Genitores do Grupo 2 e da Heterose Específica. A Tabela 4.17 contém alguns dos resultados para um exemplo de dialelo parcial com perda de uma média de cruzamento. As relações obtidas entre os modelos irrestrito e restrito para o efeito da Heterose de Genitores do Grupo 1, neste exemplo, foram:

$$\dot{h}_1 = 2/3\, h_1 - 1/3\, h_2 - 1/3\, h_3 + 1/12\, (3\, s_{11'} + 5\, s_{12'} - 4\, s_{13'} - s_{32'})$$

$$\dot{h}_2 = -1/3\, h_1 + 2/3\, h_2 - 1/3\, h_3 + 1/3\, (-s_{12'} + 2\, s_{22'} - s_{32'})$$

$$\dot{h}_{1'} = 1/2\, h_{1'} - 1/2\, h_{2'} + 1/4\, (s_{11'} - s_{12'} + s_{31'} - s_{32'})$$

Tabela 4.17 Funções Estimáveis do Tipo I para o Efeito de Heterose de Genitores do Grupo 1 e do Grupo 2, para o Dialelo Parcial com 3 e 2 Pais e Perda de uma Média de Cruzamento.

	Coeficientes	
Parâmetros	**H. de Genitores do Grupo 1**	**H. de Genitores do Grupo 2**
μ	0	0
d	0	0
v_1	0	0
v_2	0	0
v_3	0	0
v_1'	0	0
v_2'	0	0
hm	0	0
h_1	L1	0
h_2	L2	0
h_3	- (L1 + L2)	0
h_1'	- 1/3 L2	L3
h_2'	1/3 L2	- L3
s_{11}'	1/12(6L1 + L2)	1/2 L3
s_{12}'	1/12(6L1 - L2)	- 1/2 L3
s_{22}'	L2	0
s_{31}'	-1/12(6L1 + 5L2)	1/2 L3
s_{32}'	-1/12(6L1 + 7L2)	- 1/2 L3

Facilmente verifica-se que as hipóteses tipos I e III para o efeito de Heterose de Genitores do Grupo 2 são equivalentes, tomando-se L3 = 1/2 e substituindo esse valor nas funções estimáveis correspondentes da Tabela 4.17. Já as hipóteses tipos I e III para a Heterose de Genitores do Grupo 1 não são equivalentes o que se verifica adotando, por exemplo, L1 = 2/3 e L2 = 1/3 e substituindo nas funções estimáveis do tipo I correspondentes.

As comparações entre as hipóteses associadas às somas de quadrados tipos I e III confirmam e identificam a variação detectada entre os valores das somas de quadrados dos tipos I e III:

- para os dialelos completos e parciais, sem ou com perdas de médias apenas de genitores, as hipóteses do tipo I e do tipo III para os efeitos de Genitores não são equivalentes. Para os outros efeitos, as funções estimáveis são análogas;
- quando ocorrem perdas de médias de cruzamentos nos dialelos completos e nos parciais, as hipóteses dos tipos I e III não são equivalentes para todos os efeitos do modelo, exceto para os dois últimos.

5 CONCLUSÕES

- Os dialelos completos e parciais, com ou sem perdas de genótipos, são afetados no padrão de variação das somas de quadrados e das hipóteses tipos I e III da mesma forma.

- As somas de quadrados e hipóteses associadas tipo I e tipo III nos dialelos completos e parciais sem perdas de médias só diferem para o efeito de genitores, tendo como conseqüência tratar-se de um modelo naturalmente não-ortogonal.

- As perdas de médias de genitores não afetam as somas de quadrados tipos I e III para a heterose.

- As perdas de médias de cruzamentos provocam alterações na maioria dos efeitos.

- Por causa das diferenças entre as somas de quadrados e hipóteses associadas dos tipos I e III para os dialelos, quando são consideradas perdas ou não de médias genotípicas, sugere-se o uso das somas de quadrados tipo III, cujos resultados e hipóteses associadas são livres de efeitos residuais de outros fatores.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAKER, R.J. Issues in diallel analysis. **Crop Science**, Madison, v.18, n.4, p.533-536, July/Aug., 1978.

CRUZ, C.D; REGAZZI, A.J. **Modelos Biométricos aplicados ao Melhoramento Genético.** Viçosa: UFV, 1994, 390p.

CRUZ, C.D; VENCOVSKY, R. Comparação de alguns métodos de análise dialélica. **Revista Brasileira de Genetica**, Ribeirão Preto, v.12, n.12, p.425-438, Jun., 1989.

EBERHART, S.A.; GARDNER, C.O. A general model for genetic effects. **Biometrics**, Tucson, v.22, n.4, p.864-881, Dec., 1966.

FERREIRA, D.F. **Weighted restricted models**: a new insight on sums of squares and hypotheses testing. 2001. 14p., No Prelo.

GARDNER, C.O. Teoria de Genetica Estadística aplicable a las medias de variedades, sus cruces y poblaciones afines. **Fitotecnia Latinoamericana**, San Jose, v.2, n.1/2, p.11-22, ene/dic, 1965.

GARDNER, C.O. Simplified methods for estimating constants and computing sums of squares for a diallel cross analysis. **Fitotecnia Latinoamericana**, San Jose, v.4, n.1, p.1-12, ene/dic, 1967.

GARDNER, C.O.; EBERHART, S.A. Analysis and interpretation of the variety cross diallel and related populations. **Biometrics**, Tucson, v.22, n.3, p.439-452, Sept., 1966.

GERALDI, I.O. **Método de analise estatística por combinação de cultivares em consórcio.** 1983. 120p. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba.

GERALDI, I.O; MIRANDA FILHO, J.B de. Adapted models for the analysis of combining ability of varieties in partial diallel crosses. **Revista Brasileira de Genética**, Ribeirão Preto, v.11, n.2, p.419-430, Jun., 1988.

GILBERT, N.E. Diallel cross in plant breeding. **Heredity**. Edinburgh, v.12, p.477-492, 1958.

GRIFFING, B. Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. **Australian Journal of Biological Science**, East Melbourn, v.9, n.4, p.463-493, 1956.

HAYMAN, B.I. The analysis of variance of diallel tables. **Biometrics**, New Haven, v.10, n.2, p.235-244, June, 1954a.

HAYMAN, B.I. The theory an analysis of diallel crosses. **Genetics**, Baltimore, v.39, n.6, p.789-809, 1954b.

HINKELMANN, K. Missing values in partial diallel cross experiments. **Biometrics**, Tucson, v.24, n.4, p.903-913, Dec. 1968.

HOCKING, R.R.; SPEED, F.M.; COLEMAN, A.T. Hypotheses to be tested with unbalanced data. **Communication in Statistics Theory and Methods**, New York, v.9, n.2, p.117-130, Feb. 1980.

HUBER, D.A.; WHITE, T.L.; LITTELL, R.C.; HODGE, G.R. Ordinary least squares estimation of general and specific combining abilities from half-diallel mating designs. **Silvae Genetica**, Frankfurt, v.41, p. 4-5, 1991.

HULL, F.H. Regression analysis of yields of hybrid corn an inbred parent lines. **Maize Genetics News Letter**, Ithaca, v.19, n.1, p.21-27, 1945.

IEMMA, A. F. Análise de Variância de Dados Desbalanceados. In: CONGRESSO NACIONAL DE USUÁRIOS "SAS", 4., 1995, Piracicaba. Anais do 4º Congresso Nacional de Usuários "SAS", Piracicaba: Ciagri/USP, 1995, 111p.

JINKS, J.L.; HAYMAN, B.I. The analysis of diallel crosses. **Maize Genetics Corporation News Letter**, Ithaca, v.27, n.1, p.48-54, 1953.

KEMPTHORNE, O. The theory of the diallel cross. **Genetics**, Baltimore, v.41, n.4, p.451-459, 1956.

KEMPTHORNE, O. **An Introduction to Genetic Statistics**. 3. ed., New York: John Wiley, 1966, 545p.

KEMPTHORNE, O.; CURNOW, R.N. The partial diallel cross. **Biometrics**, Oak Ridge, v.17, n.2, p.229-250, June, 1961.

MIRANDA FILHO, J.B.; CHAVES, L.J. Analysis of diallel crosses with F_2 generations. **Brazilian Jounal of Genetics**, Ribeirão Preto, v.19, n.1, p.127-132, Mar. 1996.

MIRANDA FILHO, J.B.; GERALDI, I.O. An adapted model for the analysis of partial diallel crosses. **Revista Brasileira de Genética**, Ribeirão Preto, v.14, n.3, p.677-688, Sept. 1984.

MONDARDO, M. **Estimabilidade de funções paramétricas com dados desbalanceados:** aplicações à pesquisa agropecuária. 1994. 100p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) – Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba.

REZENDE, G.D.S.; RAMALHO, M.A.P. Competitive ability of maize and common bean (Phaseolus vulgaris) cultivars intercropped in different environments. **Journal of Agricultural Science**, Cambridge, v.123, n.2, p. 185-190, Oct. 1994.

SAS INSTITUTE. **SAS Language and procedures: usage.** Version 6, 1st ed. Cary NC: SAS Institute Inc., 1995, 373 p.

SEARLE, S.R. **Linear Models for Unbalanced Data.** New York: John Wiley, 1987. 536p.

SEARLE, S.R.; SPEED, F.M.; HENDERSON, H.V. Some computational and Model Equivalences in Analyses of Variance of Unequal-subclass-numbers data. **The American Statistician**, Washington, v.35, n.1, p. 16-33, Feb. 1981.

SINGH, M.; SINGH, R.K. A comparison of different methods of half-diallel analysis. **Theoretical Applied Genetics**, Berlin, v.67, p.323-326, 1984.

SPEED, F.M.; HOCKING, R.R. The use of the R( )-Notation with unbalanced data. **The American Statistician**, Washington, v.30, n.1, p.30-33, Feb. 1976.

SPEED, F.M.; HOCKING, R.R.; HACKNEY, O.P. Methods of analysis of linear models with unbalanced data. **Journal of the American Statistical Association.** Washington, v.73, n.361, p.105-112, Mar. 1978.

SPRAGUE, G.F.; TATUM, L.A. General vs. specific combining ability in single crosses of corn. **Journal of American Society of Agronomy**, Madison, v.34, n.12, p.923-932, Dec. 1942.

VENCOVSKY, R. **Alguns aspectos teóricos e aplicados relativos a cruzamentos dialélicos.** 1970. 59p. Tese (Livre Docência em Genética e Melhoramento de Plantas) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba.

VENCOVSKY, R.; BARRIGA, P.B. **Genética Biométrica no Fitomelhoramento,** Ribeirão Preto: Sociedade Brasileira de Genética, 1992. 486 p.

VIANA, J.M.S. The parametric restrictions of the Gardner and Eberhart diallel analysis model: heterosis analysis. **Genetics and Molecular Biology**, Ribeirão Preto, v.24, n.4, p. 869-875, Dec. 2000.

YATES, F. The analysis of data from all possible reciprocal crosses between a set of parental lines. **Heredity**, Oxford, v.1, n.3, p.287-301, 1947.

WALTERS, D.E.; GALE, J.S. A note on the Hayman analysis of variance for a full diallel table. **Heredity**, Oxford, v.38, n.4, p.401-407, 1977.

WALTERS, D.E.; MORTON, J.R. On the analysis of variance of a half diallel table. **Biometrics**, Raleigh, v.34, n.1, p.91-94, Mar. 1978.