

**CUBAGEM DE ÁRVORES EM PÉ PELO
MÉTODO DA ALTURA RELATIVA**

VALDIR CARLOS LIMA DE ANDRADE

2006

VALDIR CARLOS LIMA DE ANDRAD

**CUBAGEM DE ÁRVORES EM PÉ PELO MÉTODO DA
ALTURA RELATIVA**

Tese apresentada à universidade federal de lavras, como parte das exigências do curso de doutorado em engenharia florestal, área de concentração em floresta de produção, para obtenção do título de "doutor".

Orientador

Prof. PhD. Natalino Calegario

**LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL
2006**

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da UFLA**

Andrade, Valdir Carlos Lima de.

Cubagem de árvores em pé pelo método da altura relativa / Valdir
Carlos Lima de Andrade. – Lavras : UFLA, 2006.

152 p. : il.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2008.

Orientador: Natalino Calegario.

Bibliografia.

1. Mensuração florestal. 2. Inventário florestal. 3. Método da altura
relativa. 4. Cubagem rigorosa. I. Universidade Federal de Lavras. II.
Título.

CDD – 634.9285

O Conteúdo deste trabalho destina-se ao uso pessoal ou científico desde que citada a fonte com os devidos créditos, sem Equívocos. Está proibida a comercialização de qualquer espécie sem autorização prévia do autor“.

VALDIR CARLOS LIMA DE ANDRADE

**CUBAGEM DE ÁRVORES EM PÉ PELO MÉTODO DA
ALTURA RELATIVA**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Doutorado em Engenharia Florestal, área de concentração em Floresta de Produção, para obtenção do título de "Doutor".

APROVADA em 20 de dezembro de 2006.

Prof. Dr. Agostinho Lopes de Souza - UFV

Prof. Dr. Paulo Fernando Trugilho - UFLA

Prof. PhD. José Luiz Pereira de Rezende - UFLA

Prof. PhD. Sebastião Carlos da Silva Rosado - UFLA

Prof. Dr. José Reinaldo Moreira da Silva - UFLA

Prof. PhD. Natalino Calegario
UFLA
(Orientador)

LAVRAS
MINAS GERAIS – BRASIL

Ofereço a Jeová Deus,

Por ter criado todas as coisas e ter me dado talento para trabalhar
com floresta;

OFEREÇO

À minha esposa Eliana pelo amor, carinho e compreensão diante de
muitas dificuldades para me ajudar à conquistar este meu sonho de ser
docente pesquisador na área florestal;

DEDICO

AGRADECIMENTOS

A Jeová Deus, único Deus verdadeiro e pai de Jesus Cristo, por meio do qual nos permitiu ter esperança de viver eternamente, seja no céu ou num paraíso na terra cheio de florestas (ISAÍAS 45:18; JOÃO 3:16; MATEUS 12:50, PROVÉRBIOS 37:10 e 11; REVELAÇÃO OU APOCALIPSE 14:1 e 3).

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), que por meio da coordenação do curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal me aceitou para o curso de doutorado. Também, a Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos.

Ao professor orientador e amigo Natalino Calegario, um exemplo de pessoa e de profissionalismo na orientação de trabalhos de pesquisa, por me orientar até o final do doutorado, especialmente, pela ajuda, conselhos e conhecimentos a mim dirigidos que muito serão utilizados em minha nova carreira profissional.

Aos professores: Agostinho Paula de Souza, Paulo Trugilho, José Luiz Pereira de Rezende, Sebastião Carlos da Silva Rosado e José Reinaldo pelas considerações e sugestões que muito melhoraram este trabalho.

Às secretárias e funcionários do Departamento de Ciências Florestais da UFLA pelo apoio e por tornar a vida de pós-graduando mais fácil, especialmente, a Roseane.

Aos meus professores do ensino de 1º e 2º graus, que me ensinaram a escrever e a entender minha participação na sociedade, sendo importantes para minha chegada até aqui.

Aos demais professores que também muito me ajudaram durante minha graduação e mestrado na UFV, professores: Laércio Couto, João Carlos Chagas Campos, Helio Garcia Leite, Agostinho Lopes de Souza, Sebastião Renato Valverde, Sebastião Venâncio Martins e José Franklim Chichorro (UFES).

A todos os meus amigos, especialmente, ao Engenheiro Florestal José Antonio Rezende pelo incentivo e apoio dispensados.

Aos colegas de pós-graduação na UFV e UFLA: Gilciano (UFV), Aderbal (UFV), Tuca (UFV), Pedro (UFV), Elpidio (UFV), Luciano (UFV), Emilio (UFV), Pedro (UFLA), Breno (UFLA), Israel (UFLA), Leonardo (UFLA), Luciano (UFLA), professor Daniel (UFLA) e outros que não foram citados, mas de alguma forma serão lembrados.

Aos amigos de Lavras e irmãos Testemunhas de Jeová: Tia Maria, Joana e Fabiano, Renatinho, Estér e filhos, Cleber e Rosemeire, Renatinha, Jeovani e Nicolas, Soninha, Devanir e filhos, Rodrigo, Nair e filhos, Fábio e Vanessa, Solange e Andréia, Jadir e Renatona, Ciro (zeloso), Fátima, Júlio e Kênia, Renato e Gisele, Dona Romilda e Jassiara, Jackson, Cristina e Teteu, Alessandro, Bete e grande família, Dona Nazaré, Heloísa e Luzía, Adelson, Carla, Ana e filhos, Beto, Carol e Carlinhos, Raimunda e Jefersson.

Aos meus amigos feitos no Nortão: Rubens, Leila e irmãos Testemunhas de Jeová, especialmente ao Rubens por me emprestar o PC.

Ao “seu” Sérgio Camargo e cunhados, especialmente, ao Guto por me ajudar nos desenhos neste trabalho e ao Nieu por me emprestar o PC.

A todos os meus sobrinhos, especialmente, a Victória pelas lembranças de minhas vitórias.

À minha família, tios, primos, especialmente, a minha mãe, ao gordo e ao Adilson.

À Cantina do Saulo, nas pessoas de Saulo Fidélis e Maria Angélica pela confiança e distrações proporcionadas.

A todos os que participaram, direta ou indiretamente, deste trabalho, especialmente, à minha esposa Eliana que sempre esteve ao meu lado, compartilhando todas as alegrias, tristezas e dificuldades e a Tuquinha pelas alegrias proporcionadas.

SUMÁRIO

	página
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
CAPÍTULO 1	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Referencial Teórico.....	5
1.2.1 Forma do Tronco das Árvores	5
1.2.2 Quantificação do Volume do Tronco das Árvores	8
1.2.3 O Método da Altura Relativa	9
1.3 Referências Bibliográficas	22
CAPÍTULO 2: USO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA RECONSTITUIR A FORMA DO TRONCO DE ÁRVORES EM PÉ	22
Resumo	30
Abstract	31
2.1 Introdução	32
2.2 Material e Métodos	35
2.3 Resultados e Discussão.....	46
2.3.1 Análise das <i>Hipóteses 1 e 2</i> Empregando Dados Reais de Cubagem da Porção Mediana do Tronco	46
2.3.2 Análise das <i>Hipóteses 3 e 4</i> Empregando Dados de Cubagem Simulados Pelo Cone na Porção Mediana do Tronco	61
2.3.3 Análise do $PD_{otimizado}$ nas Porções do Tronco Superior, Apical e Basal Empregando Dados de Cubagem Simulados Pelo Cone	67
2.3.3.1 Porção superior do tronco.....	67
2.3.3.2 Porção apical do tronco	68
2.3.3.3 Porção basal do tronco	71

2.3.4 Análise da <i>Hipótese 5</i> - Aplicando as Equações Otimizadas e Confiáveis de Forma do Tronco Geradas Com uma Cubagem Feita Pelo Cone	75
2.4 Conclusões	82
2.5 Referências Bibliográficas	84
CAPÍTULO 3: DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA VINCULAR PROTÓTIPOS DENDROMÉTRICOS Á FORMA DO TRONCO DE ÁRVORES A PARTIR DA MEDIÇÃO DE QUATRO DIÂMETROS.....	84
Resumo	86
Abstract	87
3.1 Introdução.....	88
3.2 Material e Métodos.....	91
3.2.1 Definição do $PD_{otimizado}$ em Diferentes Partes do Tronco	93
3.2.1.1 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção basal do tronco	95
3.2.1.2 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção mediana do tronco	106
3.2.1.3 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção superior do tronco	114
3.2.1.4 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção apical do tronco	118
3.2.2 Métodos Utilizados para Vincular um Protótipo Dendrométrico Otimizado a Medição de Dois Diâmetros do Tronco	119
3.2.2.1 Método da simulação de $PD_{otimizados}$ com medição de dois diâmetros do tronco ($SPDOCM2D$)	121
3.2.2.2 Método da simulação de $PD_{otimizado}$ com medição de dois diâmetros do tronco usando o vértice hv ($SPDOCM2Dhv$)	122
3.2.2.3 Método da simulação de $PD_{otimizado}$ com medição de dois diâmetros do tronco usando índice r médio ($SPDOCM2Dr_c$)	126
3.2.3 Avaliação das Equações Otimizadas de Forma do tronco	128

3.3 Resultados e Discussão	130
3.3.1 Uso dos Dados de 1297 Árvores Cubadas do Híbrido Entre <i>Eucalyptus Grandis</i> e <i>Eucalyptus Urophylla</i>	130
3.3.1.1 Equações locais, <i>calibradas</i> e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método <i>SPDOSMD</i>	133
3.3.1.2 Equações locais, <i>calibradas</i> e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método <i>SPDOCM2D</i>	135
3.3.1.3 Equações locais, <i>calibradas</i> e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método <i>SPDOCM2Dhv</i>	138
3.3.1.4 Equações locais, <i>calibradas</i> e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método <i>SPDOCM2Drc</i>	140
3.3.2 Avaliação da Forma do Tronco Obtida Com os Métodos Desenvolvidos e Método da Altura Relativa	142
3.3.3 Avaliação da Predição da Forma do Tronco e do Volume Comercial	149
3.4 Conclusões	159
3.5 Referências Bibliográficas	161

ÍNDICE DE TABELAS

	página
TABELA 2.1 - Distribuição de freqüência das 188 árvores-amostra cubadas após o abate por classe de diâmetro e de altura total	35
TABELA 2.2 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (28) e (32)	50
TABELA 2.3 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (33), (34) e (35)	59
TABELA 2.4 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (36)	59
TABELA 2.5 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (37)	63
TABELA 2.6 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (40) e (43)	65
TABELA 2.7 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (44) e (45)	68
TABELA 2.8 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (46)	70
TABELA 2.9 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (51)	72
TABELA 2.10 – Resultados obtidos por Andrade et al. (2006) para prever $CAR_{i,b}$ nas equações de (18) a (21); em que: $X = d_{1,3}(0,5h - 1)$; $\hat{\beta}_i$ = parâmetros estimados; ε = erro aleatório; Ln = logaritmo neperiano; \bar{R}^2 = coeficiente de determinação ajustado	76
TABELA 2.11 Estatísticas adotadas para avaliar a acurácia do <i>Uso de PD e Análise de Regressão</i> em um teste de aplicação com 128 árvores-amostra	77
TABELA 3.1 - Distribuição das 1297 árvores cubadas por classe de $d_{1,3}$ e h	130
TABELA 3.2 - Distribuição das 1297 árvores cubadas por classe de $d_{1,3}$ e porção do tronco analisada	131

TABELA 3.3 - Tabela local de forma do tronco representada pelos $PD_{otimizados}$ obtidos para cada porção do tronco e classe de $d_{1,3}$	132
TABELA 3.4 – Estatísticas obtidas dos $PD_{otimizados}$ selecionados para cada porção do tronco das 1297 árvores empregando-se o método $SPDOC2Dhv$	138
TABELA 3.5 – Estatísticas em percentagem, obtidas para avaliar a acurácia dos métodos desenvolvidos empregando as 1297 árvores; em que: ^a primeiro lugar, ^b segundo lugar e ^c terceiro lugar	143
TABELA 3.6 – Métodos $M1$ e $M2$ organizados com a classificação dos métodos desenvolvidos a partir do estudo das quatro porções do tronco das 1297 árvores	144
TABELA 3.7 – Estatísticas, em percentagem, obtidas para avaliar a acurácia dos métodos $M1$ e $M2$ na descrição da forma do tronco das 1297 árvores	147
TABELA 3.8 – Estatísticas em percentagem obtidas com a aplicação dos métodos $hr1D$ e $hr2D$ na predição da forma do tronco e dos volumes vt e $v4$ de 128 árvores do híbrido entre <i>Eucalyptus grandis</i> e <i>Eucalyptus urophylla</i>	150
TABELA 3.9 - Estatísticas em percentagem adotadas para avaliar a acurácia do método <i>Análise de Regressão</i> selecionado no capítulo 2	157

ÍNDICE DE FIGURAS

	página
FIGURA 1.1 – Sólidos geométricos que mais se assemelham a forma do tronco de árvores; adaptado de Gomes (1957)	7
FIGURA 1.2 – Desenho esquemático da formação de um cone pela rotação da reta s em torno do eixo X	11
FIGURA 1.3 – Feixe de retas obtidas para gerar cones com o vértice fixo na altura total de árvores	13
FIGURA 1.4 - Tronco de uma árvore tendo um cone gerado a partir da reta s que passa por hr e h , tendo o vértice fixo em h	14
FIGURA 1.5 - Feixe de retas obtidas para gerar cones com um ponto fixo em 1,3 m e em diferentes alturas assumidas como hr , tendo o vértice variável	16
FIGURA 1.6 - Desenho esquemático da formação de um cone a partir de uma reta s que passam por 1,3 m e hr , tendo o vértice hv variável	18
FIGURA 1.7 – Informações mensuradas com a árvore em pé exigidas para se desenvolver o método da altura	21
FIGURA 1.8 – Informações necessárias ao método da altura relativa para gerar as equações de forma do tronco a empregar entre hr_1 e h	22
FIGURA 2.1 - Tronco real de uma árvore tendo um protótipo dendrométrico, virtualmente, inserido entre os limites do tronco fixados em hv e hb	39
FIGURA 2.2 - <i>Total Percentual</i> em relação à ponta do <i>PD</i> empregando a equação (9) nos dados reais da porção mediana do tronco das 60 árvores, para $hb=1,3$ e $db=d_{1,3}$, gerando-se as equações de (22) a (27)	47
FIGURA 2.3 – Resultados obtidos pelas equações de (22) a (27) para se determinar o $PD_{otimizado}$ representado pela equação (28) que, em média, é mais adequado à porção mediana do tronco das 60 árvores	48
FIGURA 2.4 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores, empregando-se a equação (28)	52
FIGURA 2.5 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (32)	53

FIGURA 2.6 - <i>Total percentual</i> obtido variando r nas equações (12), (13) e (14) com $db=d_{1,3}$, $hb=1,3$ m para a porção mediana do tronco das 60 árvores, respectivamente, gerando-se as equações (33), (34) e (35)	55
FIGURA 2.7 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (33)	56
FIGURA 2.8 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (34)	57
FIGURA 2.9 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (35)	58
FIGURA 2.10 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a média entre as equações (28) e (34), resultando na equação (36)	60
FIGURA 2.11 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (37)	63
FIGURA 2.12 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se as equações (40) e (43)	66
FIGURA 2.13 – Esquema dos cinco números obtidos para as equações otimizadas de forma do tronco (28), (36), (37) e (40;43)	67
FIGURA 2.14 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção superior do tronco das 60 árvores-amostra empregando-se as equações (44) e (45)	69
FIGURA 2.15 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção apical do tronco das 60 árvores-amostra empregando-se a equação (46) ...	70
FIGURA 2.16 - Distribuição dos <i>desvios</i> absolutos obtidos na porção basal do tronco das 60 árvores-amostra empregando-se a equação (51) ...	73
FIGURA 2.17 – Esquema dos cinco números obtidos para as equações otimizadas de forma do tronco	74
FIGURA 2.18 - Protótipos Dendrométricos definidos em diferentes partes do tronco a partir das equações 43 e 44 (porção mediana), equações 44 e 45 (porção superior), equação 46 (porção apical) e equação 51 (porção basal), as quais foram geradas empregando-se dados de cubagem obtidos por meio do cone	74
FIGURA 2.19 - Desvios obtidos para diâmetros do tronco das 128 árvores empregando <i>Uso de PD e Análise de Regressão</i>	79

FIGURA 2.20 - Desvios obtidos para v_t empregando-se <i>Uso de PD e Análise de Regressão</i> em uma cubagem simulada pelo método de Smalian; $n=128$	80
FIGURA 2.21 - Desvios obtidos para v_4 empregando-se <i>Uso de PD e Análise de Regressão</i> em uma cubagem simulada pelo método de Smalian	81
FIGURA 3.1 - Tronco real de uma árvore tendo um protótipo dendrométrico, virtualmente, fixado entre os limites h_v e h_b	95
FIGURA 3.2 – Distribuição dos desvios obtidos empregando-se o método <i>M1</i> nos dados das 1297 árvores-amostra	145
FIGURA 3.3 – Distribuição dos desvios obtidos empregando-se o método <i>M2</i> nos dados das 1297 árvores-amostra	146
FIGURA 3.4 – Distribuição dos desvios obtidos na predição da forma do tronco aplicando-se os métodos <i>hr1D</i> e <i>hr2D</i> em 128 árvores do híbrido entre <i>Eucalyptus grandis</i> e <i>Eucalyptus urophylla</i>	151
FIGURA 3.5 - Distribuição dos desvios obtidos na predição do volume v_t aplicando-se os métodos <i>hr1D</i> e <i>hr2D</i> em 128 árvores do híbrido entre <i>Eucalyptus grandis</i> e <i>Eucalyptus urophylla</i>	152
FIGURA 3.6 - Distribuição dos desvios obtidos na predição do volume v_4 aplicando-se os métodos <i>hr1D</i> e <i>hr2D</i> em 128 árvores do híbrido entre <i>Eucalyptus grandis</i> e <i>Eucalyptus urophylla</i>	153
FIGURA 3.7 – Esquema de uma cubagem empregando-se o método usual (a), o método <i>hr1D</i> (b) e o método <i>hr2D</i> (c)	155
FIGURA 3.8 – Distribuição dos desvios obtidos na predição da forma do tronco aplicando-se o método <i>Análise de Regressão</i> selecionado no capítulo 2	157
FIGURA 3.9 – Distribuição dos desvios obtidos na predição do volume, aplicando-se o método <i>Análise de Regressão</i> selecionado no capítulo 2 ...	158

RESUMO

ANDRADE, Valdir Carlos Lima de. **Cubagem de árvores em pé pelo método da altura relativa**. 2006. 152 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.*

Na quantificação de multiprodutos da madeira, além da medição do DAP e da altura total das árvores localizadas dentro das parcelas de inventário, é preciso contar com equações de volume ou de forma do tronco obtidas a partir de dados de cubagem de árvores-amostra, geralmente, abatidas em diferentes locais da área florestal inventariada. Isto pode incorrer em vícios no inventário, porque a forma do tronco é muito variável até mesmo de árvore a árvore. Uma possível solução para reduzir este vício, é contar com metodologias que vinculem a cubagem de árvores à medição das parcelas de inventário, pois, devido a estas serem distribuídas na área inventariada, tem-se dados sobre a forma do tronco de árvores melhor representativos do que a cubagem usual permitindo, dessa forma, gerar equações mais confiáveis. Desenvolver uma metodologia coerente e confiável com esta proposta, empregando-se diferentes sólidos geométricos para caracterizar a forma do tronco de árvores em pé a partir da medição de poucos diâmetros, foi o objetivo deste trabalho. Como estudo de caso, utilizou-se dados da cubagem de árvores abatidas em plantios do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla* localizados na região Nordeste do Estado da Bahia. Os procedimentos desenvolvidos podem ser adotados na simulação da cubagem de árvores em pé, preferencialmente, localizadas dentro das parcelas de inventário exigindo apenas a medição de dois diâmetros situados entre 1,3 m e a altura total. Isto deu nome a nova metodologia desenvolvida como: método da altura relativa com dois diâmetros, a qual expressou melhores predições tanto da forma do tronco como do volume comercial em comparação com a versão atual do método da altura relativa.

* Orientador: Natalino Calegario - UFLA.

ABSTRACT

ANDRADE, Valdir Carlos Lima de. **Upper diameter measurement of standing trees using relative height method.** 2006. 152p. PhD Thesis (In Forest Engineering) – Federal University of Lavras, Lavras.*

In order to quantify wood multiproducts, besides measuring DAP and total height of inventory parcels, it is necessary to count on volume equations or stem form obtained from data of sample of upper stem diameter measurement. The trees are usually, abated at different places of the inventoried forest area. This may cause inventory bias, because stem form varies markedly even among trees. A possible solution to this problem is to use methodologies that link the upper stem diameter measurement to the measurement of the inventoried parcels. This happens because, given that the trees are distributed in the inventoried area it is possible to obtain stem form of trees better representative than the usual upper stem diameter measurement allowing, therefore, the generation of more reliable equations. The objective of this work was to develop a coherent and reliable methodology for this purpose, using different geometric solids to characterize the stem form of standing trees, measuring only few diameters. As a case study, it was used data of the upper stem diameter measurement of abated trees of a *Eucalyptus grandis x Eucalyptus urophylla* hybrid plantation located in Northeast of Bahia State. The developed procedures can be adopted in the simulation of the upper stem diameter measurement of standing trees, mainly if the trees are located inside the inventory parcels, requiring only the measurement of two diameters between 1,3 m and the total height. This developed procedure is a completely new methodology and may be called “method of the relative height with two diameters”. The use of this methodology allowed better predictions of stem form and commercial volume if compared to the current version of the method of the relative height.

* Advisor: Natalino Calegario - UFLA.

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUÇÃO

O volume de madeira é uma informação básica para fundamentar os processos de gestão de empreendimentos florestais. Decisões relacionando os diferentes sistemas de colheita e transporte florestal, as técnicas silviculturais e de manejo florestal sempre são fundamentadas no conhecimento atual ou nas prognoses da produção volumétrica de madeira. São decisões essenciais à organização das atividades florestais visando abastecer as indústrias consumidoras sem exaurir o recurso florestal.

Nota-se que é fundamental conhecer o volume do tronco das árvores em diferentes partes ou em sua totalidade confiavelmente. Para isto, é indispensável se alicerçar em métodos quantitativos que disponibilizem informações tendo um mínimo possível de *vício*, pois, quantificar inadequadamente a distribuição do volume de madeira pode gerar um ordenamento florestal fora do padrão desejado e, conseqüentemente, resultar em decisões equivocadas, levando a um planejamento das atividades florestais falsamente otimizado.

É essencial não se preocupar apenas com o sistema de inventário conduzido nos povoamentos florestais de forma a ter o mínimo de *vício* possível. Deve-se atentar, também, com o nível de representatividade e confiabilidade das equações de multiprodutos da madeira que serão geradas, porque, tradicionalmente, são equações obtidas a partir de dados de cubagem de árvores abatidas em locais diferentes daqueles amostrados pelas parcelas do inventário. Isto pode acarretar em uma ineficiente representatividade de árvores cubadas e, conseqüente, levar ao aumento do *vício* do inventário volumétrico de madeira.

Portanto, deve-se preferir um inventário florestal conduzido por meio de metodologias que permitam cubicar árvores de forma simultânea às medições das parcelas e que envolvam menor quantidade de diâmetros medidos no tronco para gerar as equações. O método da altura relativa é indicado nesse caso, porque exclui a cubagem de árvores com abate e permite simulá-la medindo-se apenas os diâmetros do tronco situados apenas em 0,3 m e em $hr = (h - 2)/2$ m com a árvore em pé, considerando também 1,3 m e a altura total, conforme feito por Leite & Andrade (2002). Por meio desta metodologia, se reconstitui a forma do tronco para cada árvore e em cada local que a mesma estiver localizada, o que permite reduzir o *vício* do inventário, pois o volume de madeira é uma variável influenciada pelo local, idade e, também, pela dependência entre árvores.

Diante disso, objetivando contribuir para o desenvolvimento de metodologias que disponibilizem predições da distribuição volumétrica dos povoamentos florestais com um mínimo de *vício* possível e, por conseguinte, possibilitar a geração de um planejamento florestal com grandes chances de ser verdadeiramente otimizado, estudou-se o método da altura relativa para aprimorá-lo no sentido de gerar equações otimizadas de forma do tronco a partir da simulação de diferentes sólidos geométricos ao longo do tronco das árvores segmentado em quatro partes. Assim, tendo em vista o exposto, os objetivos específicos foram os de avaliar as seguintes hipóteses teóricas, enunciadas previamente:

Hipótese 1:

A equação que representa um sólido de geométrico, o qual, em média, minimiza o desvio entre diâmetro deste e diâmetro real ao longo do tronco de árvores, pode ser considerada como sendo uma equação de forma do tronco.

Hipótese 2:

A equação que representa um único sólido geométrico, obtido para um determinado segmento do tronco, tem o mesmo nível de acurácia que a equação que representa um sólido geométrico obtido para cada altura do segmento do tronco considerado.

Hipótese 3:

A divisão do tronco de árvores em maior número de segmentos, para se decidir por um sólido geométrico, melhora o nível de acurácia das equações de forma do tronco.

Hipótese 4:

Equações de forma do tronco, geradas a partir da simulação de sólidos geométricos com dados reais de cubagem, apresentam o mesmo nível de acurácia que equações geradas com dados de cubagem simulados pelo sólido geométrico cone.

Hipótese 5:

Equações de forma do tronco, geradas a partir de um sólido geométrico que mais se assemelha aos dados de uma cubagem simulada através de geometria analítica, têm o mesmo nível de acurácia que o uso de equações geradas por meio de análise de regressão feita no coeficiente angular da reta.

Hipótese 6:

Se existe um sólido geométrico diferente do cone que, em média, minimiza o desvio entre seus diâmetros e os diâmetros reais do tronco de árvores de modo confiável, não se deve empregar somente o cone para simular a cubagem do tronco segmentado de árvores em pé.

Hipótese 7:

Se a equação que representa um sólido geométrico otimizado representa também uma equação otimizada e confiável de forma do tronco, esta é adequada para simular a cubagem de árvores em pé a fim de quantificar, confiavelmente, os multiprodutos da madeira nas árvores localizadas dentro das parcelas de inventário.

Hipótese 8:

Se é possível determinar um sólido geométrico otimizado a partir da medição de poucos diâmetros no tronco de árvores em pé, então, não é precisoubar árvores abatidas sempre que se necessitar de equações de forma do tronco geradas pela equação que representa um sólido geométrico otimizado, ou outro método tradicionalmente empregado para tal objetivo.

1.2 REFERENCIAL TEÓRICO

1.2.1 Forma do Tronco das Árvores

A forma do tronco das árvores se define pela característica natural de decréscimo do seu diâmetro no sentido base-topo e exerce os efeitos de maior contribuição na variação do volume de madeira destas, pois existe uma variação com a idade e grau de participação na dinâmica sucessional dos indivíduos de um povoamento florestal. Por isso, segundo Gomes (1957), a forma do tronco é a característica mais complexa de se estudar.

Segundo Gomes (1957) e Machado & Figueiredo-Filho (2003), há unanimidade de que a forma do tronco é sensível a diferentes técnicas silviculturais e de manejo, em plantios consorciados, desrama artificial e desbastes. Além disso, a forma do tronco é sensível quanto aos tipos de solo, *site* e material genético.

Conhecer o comportamento da forma do tronco das árvores é essencial para avaliar os diferentes usos em que é possível destinar a madeira produzida nos maciços florestais. Para isto, usam-se equações geradas por meio da análise de regressão feita em dados reais obtidos pelo emprego de um dos métodos de cubagem existentes, dos quais, conforme Gomes (1957), Husch et al. (1972), Campos & Leite (2002), Machado & Figueiredo-Filho (2003), dentre outros, se destacam os métodos de Hohenadl, Smalian, Huber e de Newton.

Exemplos de equações geradas através da análise de regressão, já muito estudados e, ou, potenciais para quantificar multiprodutos da madeira nos povoamentos florestais brasileiros, referem-se aos trabalhos de: Schoepfer (1966), Demaerschalk (1973), Hradetzky (1976), Max & Burkhart (1976), Amateis & Burkhart (1987), Clark III et al. (1991), Leite et al. (1995), Huang et al. (1999), Andrade & Leite (2001) e Calegario (2002).

Os dados de cubagem também podem ser empregados no estudo de formas geométricas que se assemelham ao tronco das árvores. Segundo Machado & Figueiredo-Filho (2003), muitos destes estudos relacionaram os sólidos de revolução às formas naturais das árvores, sendo denominados de Protótipos Dendrométricos (*PD*) por Gomes (1957), que apresenta a seguinte equação para obtê-los:

$$y = \pm b x^r \quad (1).$$

em que:

y = raio da base de um determinado sólido geométrico considerado como *PD*;

x = comprimento total de um determinado sólido geométrico considerado como *PD*;

r = índice que descreve um determinado sólido geométrico considerado como *PD*; e

b = coeficiente real.

Gomes (1957) faz um importante detalhamento sobre os sólidos geométricos e sugere que só podem ser aplicados a um caso real, com o prévio conhecimento do tipo que melhor traduza o perfil da formação lenhosa estudada. Para isso, usa-se a equação (1) variando-se o índice r e rotacionando a curva y em torno do eixo x , o que permite obter um *PD* cilindro para $r = 0$, um *PD* quadrático para $r = 1/2$, um *PD* cúbico para $r = 1/3$, um *PD* semi-cúbico para $r = 2/3$, um *PD* cone para $r = 1$ e um *PD* neilóide para $r = 3/2$, conforme são ilustrados na Figura 1.1.

Devido ao tronco das árvores assumirem muitas formas, não é fácil decidir por um *PD* como é o caso de árvores com troncos tortuosos, típicos da formação florestal de cerrado brasileiro. Por outro lado, há situações de árvores com troncos de forma facilmente assimilável a determinado *PD*, o que ocorre

com as coníferas e com a maioria das espécies de eucalipto (Gomes, 1957; Machado & Figueiredo-Filho, 2003).

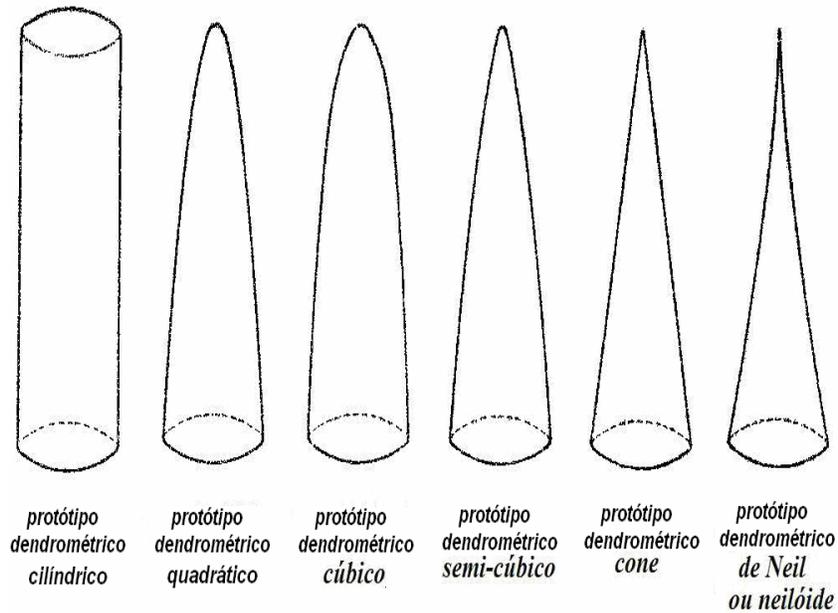


FIGURA 1.1 – Sólidos geométricos que mais se assemelham a forma do tronco de árvores; adaptado de Gomes (1957).

Além do *PD*, é importante também identificar a ocorrência deste no tronco das árvores dividido em segmentos. Como exemplo, Patrone (1941), citado por Gomes (1957) sugere a divisão do tronco em três partes, denominando-as de segmento basal, médio e superior do tronco. Já Machado & Figueiredo-Filho (2003) citam vários trabalhos sobre o uso de *PD* para representar a forma geométrica do tronco das árvores segmentado no sentido base-topo.

1.2.2 Quantificação do Volume do Tronco das Árvores

Considerando o uso do tronco das árvores de um povoamento florestal para um único diâmetro comercial, podem-se utilizar modelos volumétricos locais ou regionais para prever o volume de madeira em parcelas de inventário.

Os modelos locais são de uso mais restrito porque relacionam o volume somente em função do diâmetro medido a 1,3 m do terreno ($d_{1,3}$) na forma funcional: $v=f(d_{1,3})$. É recomendável para uso em pequenas áreas florestais e, ou, onde não há condições operacionais de se mensurar a altura total das árvores, geralmente, em povoamentos florestais inequiâneos.

Já os modelos regionais, também conhecidos como modelos de dupla entrada, geram equações em função de $d_{1,3}$ e da altura total (h) das árvores na forma funcional: $v=f(d_{1,3}; h)$. Apresentam melhor nível de acurácia que os modelos locais, além de maior extensão florestal na sua aplicabilidade.

Alguns dos mais testados e utilizados modelos locais e regionais, por exemplo, podem ser vistos em: Loetsch et al. (1975), Paula Neto et al. (1983), Souza & Jesus (1991) e Campos & Leite (2002).

O emprego de equações volumétricas para um único diâmetro comercial, também pode ser feito empregando o método da razão volumétrica (RV), como exemplo, há seguinte modelo:

$$\left(\frac{vc}{vt}\right) = \beta_0 + \beta_1\left(\frac{dc}{d_{1,3}}\right) + \beta_2\left(\frac{dc}{d_{1,3}}\right)^2 + \varepsilon.$$

em que:

vc = volume obtido até um diâmetro comercial desejado, m^3 ;

vt = volume total, m^3 obtido na forma funcional: $vt = f(d_{1,3}; h)$;

dc = diâmetro comercial desejado, cm ;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parâmetros de regressão a serem estimados;

ε = erro aleatório.

Considerando o método *RV*, Burkhart (1977) propôs um modelo para estimativas de diferentes diâmetros comerciais com diferentes comprimentos de toragens. Conforme Amateis & Burkhart (1987), é ajustado um modelo para diferentes diâmetros comerciais e outro modelo para diferentes alturas no tronco. Por meio de transformações algébricas, geram-se as equações para se fazer o sortimento referente a um ou mais diâmetros comerciais, bem como para testar diferentes comprimentos de toragens.

Uma alternativa para quantificar o volume do tronco das árvores amostradas em parcelas de inventário, adotando-se diferentes diâmetros comerciais e sortimentos, é simular uma cubagem com a equação de forma do tronco obtida, ou, utilizar a integral desta entre o limite inferior (*cepa*) e o limite superior aproveitável na árvore, conforme apresentado em Demaerschalk (1973), Andrade (2001) e Calegário (2002).

1.2.3 O Método da Altura Relativa

Descrever a forma do tronco, empregando-se equações geradas a partir da medição de poucos diâmetros do tronco de árvores em pé, foi o objetivo principal de um estudo que culminou no desenvolvimento do método da altura relativa. Conforme Andrade & Leite (2001), este método consiste em aplicar procedimentos de geometria analítica para gerar equações segmentadas de forma do tronco, as quais se originam de retas que passam entre dois pontos no tronco com o menor desvio possível na descrição do perfil deste baseando-se em que existe um determinado ponto entre o dap e a altura total de uma árvore que a divide em dois intervalos, onde se permite minimizar os erros da estimativa do **taper** da mesma, pois, em relação ao dap, o perfil do tronco de uma árvore é o

resultado da interseção de várias retas com coeficientes angulares, em determinados intervalos, aproximadamente iguais e essas retas se encontram no ponto coincidente com a altura total da árvore.

Thiersch et al. (2006), equivocadamente, atribuem a Gomes (1957) a autoria do postulado apresentado acima. Contudo, sustenta-se que a sua autoria é de Andrade & Leite (2001), pois é um dos primeiros resultados de um estudo que teve como produto uma seqüência de procedimentos que constituem, exclusivamente, no método da altura relativa.

Na realidade, para complementar o postulado de Andrade & Leite (2001), o método da altura relativa considera o tronco das árvores como sendo o resultado de uma seqüência de segmentos de troncos de cones, pois, segundo Gomes (1957) e a Figura 1.2a, um cone é formado por duas retas simétricas que passam pela origem com um ângulo θ entre si e um ângulo α , sendo a bissetriz de θ , se referindo a inclinação da reta s variando de 0^0 a 90^0 no sentido anti-horário, cuja reta s , ao ser rotacionada em torno do eixo X , gera um cone.

Na Figura 1.2b observa-se que Δy é o cateto oposto e Δx o cateto adjacente a α , o que permite fazer: $tg(\alpha) = \Delta y / \Delta x$. Este resultado representa o coeficiente angular da reta s , a qual, após rotação no eixo X utilizando-se dados do tronco de árvores, gera um cone tendo o vértice fixo na altura total e um diâmetro, exatamente, igual ao diâmetro do tronco da árvore em determinada posição denominada de altura relativa. Diante disso, obtém-se que $\Delta y = dr/2$ e $\Delta x = h - hr$ resultando na seguinte equação:

$$CAR_s = \frac{dr/2}{h - hr} \quad (2).$$

em que:

CAR_s = coeficiente angular da reta s que passa por hr e h ;

h = altura total;

hr = altura do tronco utilizada com hr ; e

dr = diâmetro do tronco referente a hr .

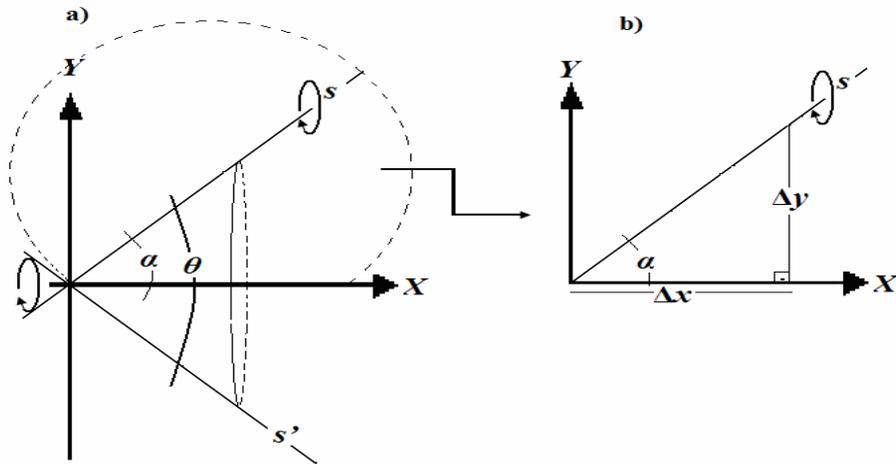


FIGURA 1.2 – Desenho esquemático da formação de um cone pela rotação da reta s em torno do eixo X .

Conforme mostra a Figura 1.3, o emprego da equação (2) utilizando hr iguais a: 1,3 m, 2 m, 4 m e, sucessivamente, até a última altura no tronco antes de h , gera tantos cones quantas forem as retas que passam por h e hr . Ao se realizar transformações algébricas nesta equação, empregando-se procedimentos sobre equação da reta, obtem-se várias equações de cones tendo a seguinte forma:

$$d_c = dr \left(\frac{h - h_c}{h - hr} \right) \quad (3).$$

em que:

d_c = diâmetro em diferentes partes do cone;

h_c = altura ao longo do cone referente a d_c ; e

Demais variáveis já foram definidas anteriormente.

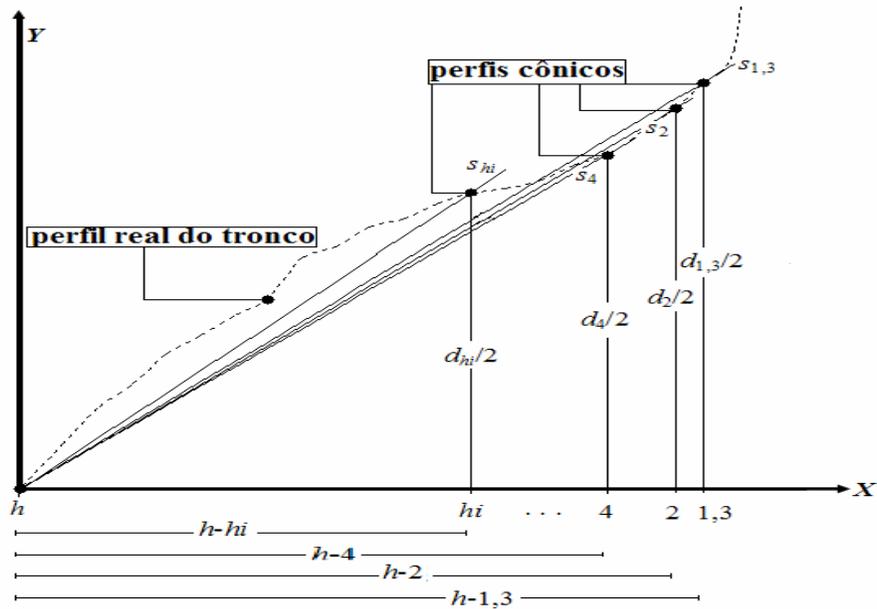


FIGURA 1.3 – Feixe de retas obtidas para gerar cones com o vértice fixo na altura total de árvores; em que:

- $d_{1,3}/2$ = raio medido a 1,3 m;
- $d_2/2$ = raio medido a 2 m;
- $d_4/2$ = raio medido a 4 m;
- $d_{hi}/2$ = raio medido a hi m.

No uso da equação (3), os diâmetros do cone, estatisticamente, são assumidos como diâmetros do tronco de árvores até um limite que resulte em níveis de desvio aceitáveis. Isto faz a equação (3) ter a forma de um modelo estatístico, que é o seguinte:

$$d_i = dr \left(\frac{h - h_i}{h - hr} \right) + desvio \quad (4).$$

em que:

d_i = diâmetro do tronco da árvore referente a altura h_i ; e
 h_i = altura ao longo do tronco da árvore.
 Demais já foram definidas anteriormente.

Dentre as várias equações de cone que são geradas a partir de (4), é preciso selecionar a que minimiza o desvio médio entre diâmetros do cone e diâmetros reais do tronco de árvores até um limite acima de 1,3 m, que não ultrapasse o desvio de 5%, 10% ou 15%. O resultado é a uma equação de cone que, estatisticamente, pode ser assumida como sendo a seguinte equação otimizada de forma do tronco:

$$\hat{d}_i = dr \left(\frac{h - h_i}{h - hr} \right) \quad (5).$$

A Figura 1.4 mostra que a equação (5) gera diâmetros do tronco de árvores apenas entre 0,0 m e um limite definido como ponto hr_1 , cujo intervalo se refere à parte do cone que melhor caracteriza a forma do tronco de árvores dentre um nível de desvio desejado, isto é, corresponde ao uso de um tronco de cone (TC). É somente dentro deste TC que a equação (5) pode ser considerada uma equação otimizada de forma do tronco.

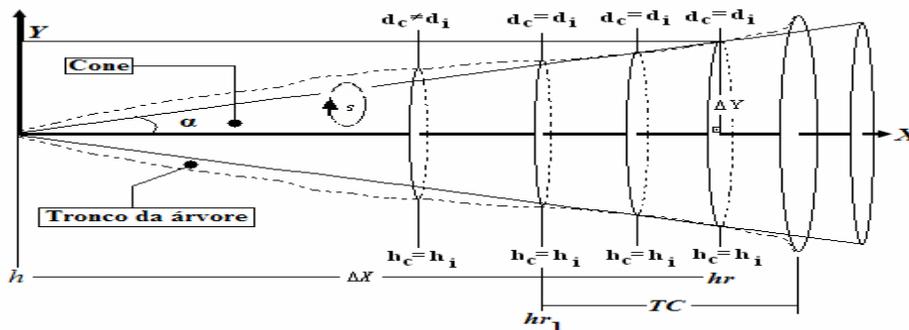


FIGURA 1.4 - Tronco de uma árvore tendo um cone gerado a partir da reta s que passa por hr e h , tendo o vértice fixo em h ; em que:

A equação (5) se originou de uma reta s que passa entre dois pontos no tronco de árvores, os quais se referem a h e hr obedecendo ao postulado de Andrade & Leite (2001). Por outro lado, esta mesma equação também pode ser obtida a partir da equação (1) fazendo $r = 1$ resultando na seguinte equação:

$$y = \pm b x \quad (6).$$

De acordo com a Figura 1.2, obtem-se que $b = \frac{y}{x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Esta, ao ser aplicada na equação (6) após rotação em torno do eixo x_i , gera uma equação que representa o sólido geométrico cone tendo a seguinte forma:

$$y_i = \pm \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) x_i \quad (7).$$

em que:

y_i = raio em qualquer i -ésima posição x_i do cone.

A equação (7), adaptada a dados do tronco de árvores, gera um cone com o vértice fixo na altura total desta e um diâmetro, exatamente, igual ao diâmetro do tronco em hr . Isto faz com que: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dr/2}{h-hr}$, $y_i = d_i/2$ e $x_i = (h-h_i)$. Após substituições na equação (7) e realização de transformações algébricas, o resultado é a equação (5).

Para obter as demais equações otimizadas e segmentadas de forma do tronco a usar até h , deve-se repetir os procedimentos que levaram à equação (5) se selecionando outras alturas no tronco como hr e hr_1 , respectivamente. Estes detalhes, serão explicados com a situação em que o cone é obtido por meio de uma reta s que passa entre determinada altura do tronco assumida como hr e

1,3 m, gerando um cone com o vértice variável e tendo um ponto fixo em 1,3 m e em hr , cujo diâmetro do cone, conforme mostra a Figura 1.5, é exatamente igual a $d_{1,3}$ e a dr .

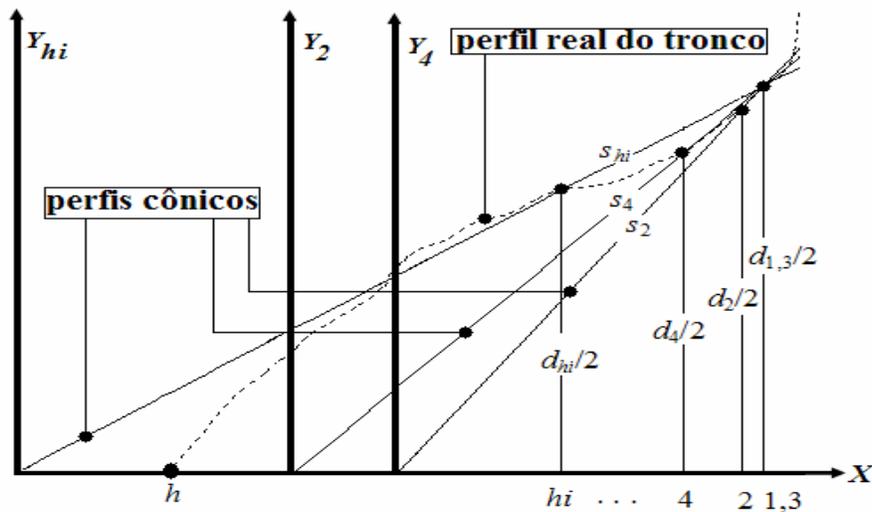


FIGURA 1.5 - Feixe de retas obtidas para gerar cones com um ponto fixo em 1,3 m e em diferentes alturas assumidas como hr , tendo o vértice variável.

Como o método da altura relativa foi criado para a condição de árvores em pé, é preciso apresentar nesta situação os procedimentos que geram as equações otimizadas e segmentadas de forma do tronco. Antes, porém, ressalta-se que é oportuno apresentar a versão do postulado de Andrade & Leite (2001) adaptada a esta situação, que é a seguinte existe um determinado ponto entre o dap e a altura total de uma árvore que a divide em dois intervalos, permitindo-se obter troncos de cones que minimizam os desvios na reconstituição da forma do tronco segmentado dessa árvore.

O cone, conforme o postulado acima, é gerado a partir da rotação da reta s que passa entre 1,3 m do terreno e determinada altura hr no tronco de árvores em pé, como se mostra na Figura 1.6. Nota-se que o ângulo β é obtuso, conferindo um valor negativo ao coeficiente angular da reta s onde $\Delta y = 1,3 - hr$ e $\Delta x = (d_{1,3} - dr) / 2$, o que resulta na seguinte equação:

$$CAR_s = \frac{(2,6 - 2hr)}{(d_{1,3} - dr)} \quad (8).$$

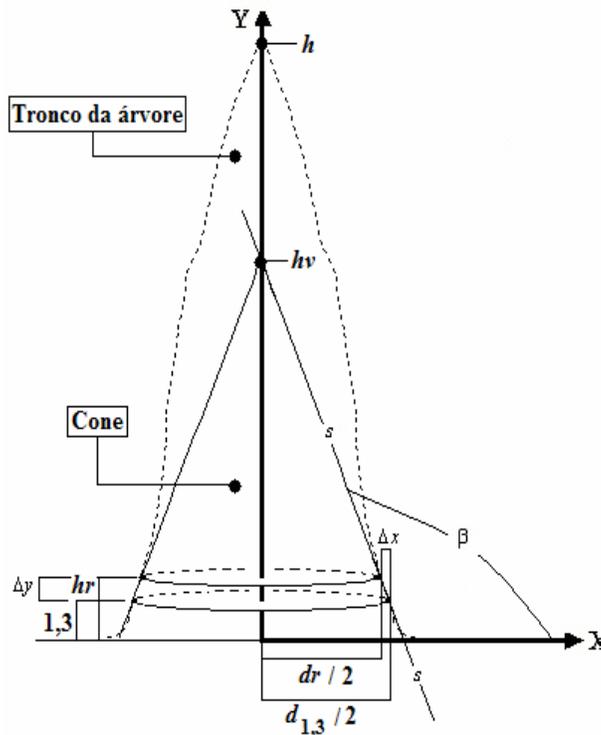


FIGURA 1.6 - Desenho esquemático da formação de um cone a partir de uma reta s que passa por 1,3 m e hr , tendo o vértice hv variável.

Os cones gerados em cada altura do tronco considerada como hr , são obtidos a partir de transformações algébricas da equação (8) substituindo hr e dr por h_i e d_i , respectivamente, conforme Andrade (2001) e Andrade et al. (2006). Com isto, geram-se várias equações tendo a seguinte forma:

$$\hat{d}_i = \frac{(2h_i - 2,6)}{CAR_s} + d_{1,3} \quad (9).$$

Dentre as várias equações (9), deve-se selecionar a que minimiza os desvios entre \hat{d}_i do cone e os diâmetros reais do tronco e, que ao mesmo tempo, também maximiza TC . Portanto, são delimitados dois intervalos no tronco de árvores em pé, sendo um intervalo delimitado entre 1,3 m e hr utilizado para obter CAR_s , aplicando-se a equação (8). O outro limite se refere ao TC , cujo intervalo permite assumir diâmetros do cone, estatisticamente, iguais aos diâmetros do tronco das árvores a um nível de desvio pré-estabelecido, conforme já explicado anteriormente. Dessa forma, a equação (9) é gerada com a árvore em pé a partir da medição de diâmetros situados apenas em 1,3 m e em hr .

Ressalta-se que a equação (9) também pode ser obtida a partir da equação (1) com $r = 1$ que, neste caso, resulta em: $b = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ fazendo a equação

$$(7) \text{ ser: } x_i = \pm \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right) y_i, \text{ onde } x_i \text{ é o raio em qualquer posição } y_i \text{ ao longo do cone,}$$

pois se trata de árvores em pé como mostra a Figura 1.6. Este resultado, adaptado aos dados do tronco de árvores em pé, fazendo $dr = d_i$ e $hr = h_i$, faz

com que: $\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{d_{1,3}/2}{hv - 1,3}$, $x_i = d_i/2$ e $y_i = (hv - h_i)$ resultando na seguinte

equação:

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left(\frac{hv - h_i}{hv - 1,3} \right) \quad (10).$$

Na equação (9), fazendo $\hat{d}_i = 0$ e $h_i = hv$, obtem-se que:
 $0 = \frac{(2hv - 2,6)}{CAR_s} + d_{1,3}$, que após realizar transformações algébricas, resulta em:

$$hv = 1,3 - \left(\frac{d_{1,3} CAR_s}{2} \right). \quad \text{Ao aplicar este resultado na equação (10),}$$

algebricamente, obtem-se uma forma reduzida igual à equação (9). Assim, demonstra-se que o método da altura relativa é baseado na simulação de cones ao longo do tronco de árvores em pé para gerar equações de forma do tronco, as quais são usadas num intervalo compreendido por um *TC*.

No trabalho de Andrade & Leite (2001) observa-se que os limites *hr* e *hr*₁ foram obtidos por meio de: $hr = h - 0,545673d_{1,3}$ e $hr_1 = h - 0,570109d_{1,3}$, respectivamente. Já, para obter diâmetros do tronco entre *hr*₁ e *h*, os autores utilizaram a seguinte equação algebricamente demonstrada por Andrade (2001):

$$\hat{d}_{(hr_1 < h_i \leq h)} = \frac{(h_i - 1,3)}{CAR_{(1,3-hr)}} + \frac{(h_i - h)}{CAR_{(hr-h)}} + \frac{d_{1,3}}{2} \quad (11).$$

Em um outro estudo, Leite & Andrade (2002) testaram o método da altura relativa em parcelas de inventário com os limites *hr* e *hr*₁ sendo obtidos por meio de análise de regressão. Nota-se que para se determinar *hr* e *hr*₁, ainda é preciso analisar, preliminarmente, dados de cubagem de árvores-amostra abatidas, o que foge à proposta fundamental que é cubar árvores em pé por meio de equações de forma do tronco geradas com a medição de poucos diâmetros.

A solução para desvincular o método da altura relativa da análise preliminar feita em dados de cubagem de árvores abatidas, foi desenvolver uma fórmula para obter *hr* somente em relação de *h*, pois não há influência do diâmetro. Conforme Leite & Andrade (2004), obteve-se que: $hr = \frac{(h - 2)}{2}$.

Outro problema, que foi solucionado por Andrade (2001), é referente ao nível de acurácia em descrever a forma do tronco em posições abaixo de 1,3 m e acima de hr_1 . O tronco de uma árvore é mais bem descrito ao se calcular o coeficiente angular da reta s que passa por: 0,3 m e 1,3 m (intervalo I), 1,3 m e $hr = (h-2)/2$ (Intervalo II), hr e h (Intervalo III), $hr_1 = (h-1,7)/1,7$ e $hr_2 = (h-1,4)/1,4$ (Intervalo IV) e por $hr_3 = (h-1,1)/1,1$ e h (intervalo V), cujos intervalos são ilustrados nas Figuras 1.7 e 1.8.

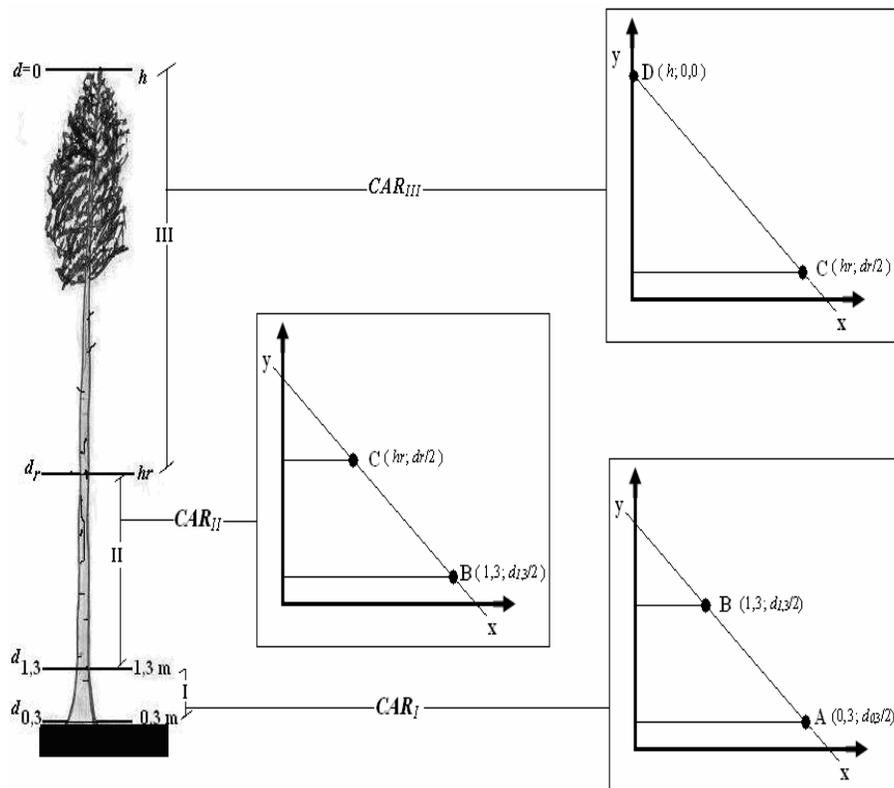


FIGURA 1.7 – Informações mensuradas com a árvore em pé exigidas para se desenvolver o método da altura.

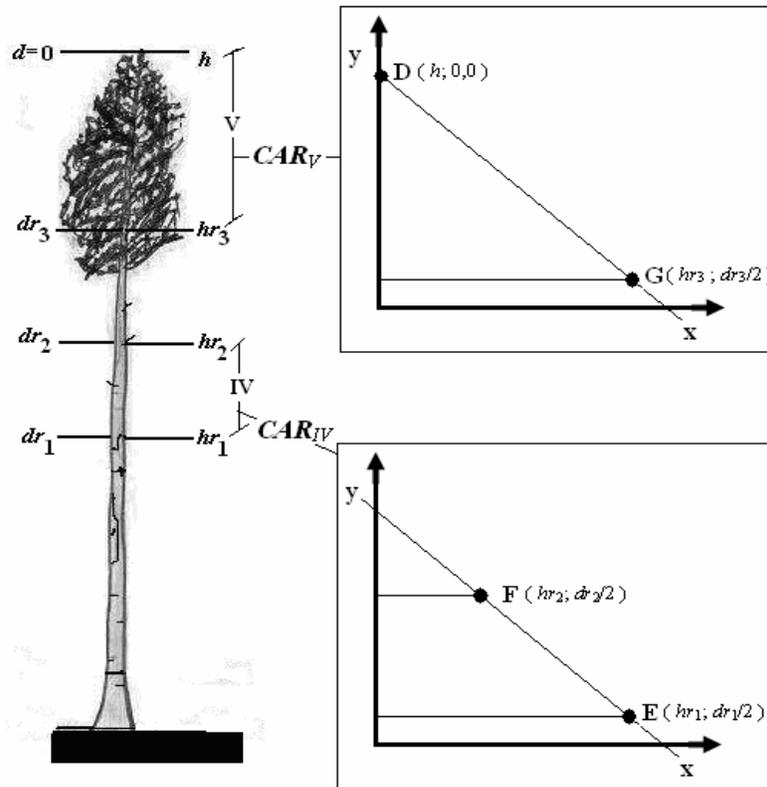


FIGURA 1.8 – Informações necessárias ao método da altura relativa para gerar as equações de forma do tronco a empregar entre hr_1 e h .

Ressalta-se que, mesmo com estes cinco intervalos formados no tronco de árvores em pé, para desenvolver o método da altura relativa, é preciso apenas medir o diâmetro em 0,3 m e em $hr = (h-2)/2$, dividindo a árvore nos três segmentos definidos pelos intervalos I, II e III mostrados na Figura 7. Em seguida, deve-se calcular o coeficiente angular real da reta s que passa por estes intervalos, respectivamente, empregando-se as seguintes equações:

$$(CAR_I) = \frac{(2,6 - 2h_{0,0})}{(d_{1,3} - d_{0,0})} \quad (12);$$

$$(CAR_{II}) = \frac{(2,6 - 2hr)}{(d_{1,3} - dr)} \quad (13); \text{ e}$$

$$(CAR_{III}) = \frac{(2hr - 2h)}{dr} \quad (14).$$

em que:

CAR_k = coeficiente angular real da reta que passa pelo k -ésimo intervalo delimitado em cada árvore, sendo $k = I, II$ e III ;

$h_{0,0}$ = altura referente a 0,3 m, m;

$d_{0,0}$ = diâmetro medido em 0,3 m $h_{0,0}$, cm;

Demais variáveis já foram definidas anteriormente.

A partir de transformações algébricas feitas nas equações (12), (13) e (14), obtêm-se as seguintes equações de forma do tronco:

$$(d_I) = \frac{(2h_i - 2,6)}{CAR_I} + d_{1,3} \quad (15);$$

$$(d_{II}) = \frac{(2h_i - 2,6)}{CAR_{II}} + d_{1,3} \quad (16); \text{ e}$$

$$(d_{III})_j = \frac{(2h_i - 2h)}{CAR_{III}} \quad (17).$$

As equações (15), (16) e (17) são utilizadas de forma segmentada ao longo do tronco das árvores simulando métodos de cubagem. No segmento entre 0,0 m a 1,3 m, denominado de porção basal do tronco, utiliza-se a equação (15) e no segmento entre 1,3 m a $hr_1 = (h - 1,7)/1,7$, denominado de porção mediana do tronco, utiliza-se a equação (16).

Para se gerar as equações de forma do tronco a empregar entre hr_1 e h (Figura 8), inicialmente, deve-se calcular os diâmetros dr_1 e dr_2 situados, respectivamente, em $hr_1 = (h-1,7)/1,7$ e em $hr_2 = (h-1,4)/1,4$ empregando-se:

$$dr_1 = \frac{(2hr_1 - 2,6)}{CAR_{II}} + d_{1,3} \quad (18); \text{ e}$$

$$dr_2 = \frac{(hr_2 - 1,3)}{CAR_{II}} + \frac{(hr_2 - h)}{CAR_{III}} + d_{1,3} \quad (19).$$

Segundo Andrade (2001), os diâmetros dr_1 e dr_2 são obtidos pelas equações (18) e (19) e depois utilizados no cálculo do coeficiente angular real da reta s que passa por hr_1 e hr_2 empregando-se a seguinte equação:

$$CAR_{IV} = \frac{(2hr_1 - 2hr_2)}{(dr_1 - dr_2)} \quad (20).$$

A equação (20), após transformações algébricas para isolar dr_2 , conforme apresentado em Andrade (2001), resulta na seguinte equação:

$$d_{IV} = \frac{(2h_i - 2hr_1)}{CAR_{IV}} + \frac{(2hr_1 - 2,6)}{CAR_{II}} + d_{1,3} \quad (21).$$

A média entre as equações (16) e (21) resulta na equação de forma do tronco que deve ser utilizada no segmento entre hr_1 e $hr_3 = (h-1,1)/1,1$, denominado de porção superior do tronco, cuja forma reduzida é a seguinte:

$$d_{(hr_1 < h_i \leq hr_3)} = (hr_1 - hr_2)^{-1} \left[\frac{hr_1(hr_2 - 2hr_1 + 2h_i + 1,3) - h_i(hr_2 + 1,3)}{2CAR_{II}} + \frac{(hr_2 - Ht)(hr_1 - h_i)}{2CAR_{III}} + \frac{dap(h_i - hr_1)}{4} \right] + \frac{(h_i + hr_1 - 2,6)}{CAR_{II}} + d_{1,3} \quad (22).$$

Como a equação (22) é utilizada até hr_3 , então, empregando-se esta, calcula-se o diâmetro em dr_3 e, em seguida, calcula-se o coeficiente angular real da reta s que passa entre hr_3 e h por meio da seguinte equação:

$$CAR_V = \frac{(2hr_3 - 2h)}{dr_3} \quad (23).$$

A equação (23), após transformações algébricas para se isolar dr_3 , conforme apresentado em Andrade (2001), resulta em uma equação de forma do tronco a ser utilizada no segmento entre hr_3 e h , denominado de porção terminal ou apical do tronco, que é a seguinte:

$$d_{(hr_3 < h_i \leq h)} = \left[\frac{(h_i - h)}{(h_5 - h)} \right] \{ (h_1 - h_2)^{-1} \left[\frac{h_1(h_2 - 2h_1 + 2h_2 + 1,3) - h_2(h_2 + 1,3)}{2CAR_I} + \frac{(h_2 - h)(h_1 - h_2)}{2CAR_{II}} + \frac{d_{1,3}(h_2 - h_1)}{4} \right] + \frac{(h_5 + h_1 - 2,6)_j}{CAR_I} + d_{1,3} \} \quad (24).$$

As equações (15), (16), (22) e (24) constituem o método da altura relativa e são geradas tantas quantas forem o número de árvores amostradas, medindo-se diâmetros situados apenas a 0,3 m e a $hr = (h - 2)/2$ metros de altura de árvores em pé. Com isto, é possível caracterizar a forma do tronco em cada árvore individualmente, sem precisar de equações geradas com dados de cubagem feita em árvores-amostra abatidas.

1.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 11, n. 4, p. 190-192, 1987.

ANDRADE, V. C. L. **Um método para descrever o perfil do tronco em árvores de eucalipto utilizando geometria analítica**. 2001. 74 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

ANDRADE, V. C. L.; CALEGÁRIO, N.; SCOLFORO, J. R. S. Análise de algumas alternativas para obter o coeficiente angular da reta no método da altura relativa. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 3, p. 303-317, 2006.

ANDRADE, V. C. L.; LEITE, H. G. Uso da geometria analítica para descrever o taper e quantificar o volume de árvores individuais. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 25, n. 4, p. 481-486, 2001.

BURKHART, H. E. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 1, n. 2, p. 7-9, 1977.

CALEGARIO, N. **Modeling eucalyptus stand growth based on linear and nonlinear mixed-effects models**. 2002. 109 f. Tese (Doctor of Philosophy) – University of Georgia, Athens.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. Viçosa, MG: UFV, 2002. 402 p.

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGEL, B. E. **Stem profile equations for southern tree species**. Washington, DC: Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113 p. (Research paper, SE 282).

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree form do tronco and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 3, n. 1, p. 90-94, 1973.

GOMES, A. M. A. **Medição dos árvoredos**. Lisboa: Monumental, 1957. 413 p.

HUANG, S.; TITUS, S. J.; PRICE, D.; MORGAN, D. Validation of ecoregion-based forma do tronco equations for white spruce in Alberta. **The Forestry Chronicle**, v. 75, p. 281292, 1999.

HUSCH, B.; MILLER, C. L.; BEERS, T. E. **Forest mensuration**. 3. ed. New York: Ronald, 1972. 410 p.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abranger keiten (Biometrische Beitrage zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Wurttenberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Um método para condução de inventários florestais sem o uso de equações volumétricas. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 26, n. 3, p. 321-328, 2002.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Uso do método da altura relativa em inventário florestal de um povoamento de pinus. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 6, p. 865-873, 2004.

LEITE, H. G.; GUIMARÃES, D. P.; CAMPOS, J. C. C. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 19, n. 1, p. 65-79, 1995.

LOETSCH, F.; ZOHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest inventory**. Munchen: BLV Verlagsgesellschaft, 1975. v. 2, 469 p.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO-FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba: [s.n.], 2003. 309 p.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Amsterdam, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L.; QUINTAES, P. C. G.; SOARES, V. P. Análise de equações volumétricas para *Eucalyptus spp.* segundo o método de regeneração na região de José de Melo. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 7, n. 1, p. 56-70, 1983.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung dès massen, sorten und wertberechnung stenender waldbestande schriftenreihe bad**. [S.l.]: Wurt-Forstl, 1966. Not page.

SOUZA, A. L.; JESUS, R. M. Equações de volume comercial e fator de forma para espécies da Mata Atlântica ocorrentes na reserva florestal da Companhia Vale do Rio Doce, Linhares-ES. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 15, n. 3, p. 257-273, 1991.

THIERSCH, C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MAESTRI, R.; DEHON, G. Acurácia dos métodos para estimativa do volume comercial de clones de *Eucalytus* sp. **Revista Cerne**, Lavras, v. 12, n. 2, p. 167-181, 2006.

CAPÍTULO 2

USO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA RECONSTITUIR A FORMA DO TRONCO DE ÁRVORES EM PÉ

RESUMO

ANDRADE, Valdir Carlos Lima de. Uso de sólidos geométricos para reconstituir a forma do tronco de árvores em pé. In: _____. **Cubagem de árvores em pé pelo método da altura relativa**. 2006. Cap. 2, p.27-79. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.*

Neste trabalho foram estudados os diferentes sólidos geométricos que mais se assemelham à forma do tronco de árvores. O objetivo foi gerar equações de forma do tronco a partir do sólido geométrico que, em média, minimiza os desvios entre diâmetros deste e diâmetros do tronco, sendo definido como Protótipo Dendrométrico Otimizado (PDotimizado). Para se decidir pelo PDotimizado, analisou-se o ponto de mínimo dos desvios em relação aos índices que representam sólidos geométricos e ao posicionamento destes ao longo do tronco segmentado das árvores. Foram utilizados dados obtidos em uma cubagem de 188 árvores-amostra abatidas e também dados obtidos pela simulação da cubagem empregando-se o método da altura relativa supondo-se as 188 árvores-amostra em pé. De maneira geral, concluiu-se que o PDotimizado depende do seu comprimento e do posicionamento considerado no tronco da árvore e que, para emprego do método da altura relativa em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , o PDotimizado propicia melhor nível de acurácia na quantificação dos multiprodutos da madeira que o uso da análise de regressão para estimar coeficientes angulares da reta.

* Orientador: Natalino Calegario - UFLA.

USE OF GEOMETRIC SOLIDS TO RECONSTITUTE THE FORM OF STANDING TREES TRUNK

ABSTRACT

ANDRADE, Valdir Carlos Lima de. **Use of geometric solids to reconstitute the form of standing trees trunk.** In:___; Upper diameter measurement of standing trees using relative height method. 2006. Cap2, p.27-79. PhD Thesis (In Forest Engineering) – Federal University of Lavras, Lavras.*

This work studied the different geometric solids that best resemble the form of standing trees trunk. The objective was to generate equations of the trunk form starting from the geometric solid that, on average, minimizes the deviations between diameters of this and diameters of the log, being defined as Dendrometric Optimized Prototype (PD optimized). To decide for PD optimized, the point of minimum of the deviations was analyzed in relation to the indexes that represent geometric solids and to the positioning of these along the segmented log of the trees. The data used were obtained in a cubage of 188 tree-sample abated and data also obtained by the simulation of the cubage being used the method of the relative height, supposing that the 188 tree-sample were standing. In a general way, it was ended that Pdotimized depends of the length and of the positioning considered in the log of the tree and that, for employment of the method of the relative height in trees where it was just measured $d_{1,3}$ and h , Pdotimized propitiates better acuracy level in the quantification of the multiproducts of the wood that the use of the regression analysis to estimate angular coefficients of the straight line.

* Advisor: Natalino Calegario - UFLA.

2.1 INTRODUÇÃO

Equações de forma do tronco são geradas a partir de dados de cubagem, geralmente feita em árvores-amostra abatidas à parte das árvores que são amostradas nas parcelas de inventário. Esta situação pode fazer com que a cubagem seja mal conduzida, principalmente, quando se visa rapidez na coleta dos dados e reduções de custos, o que compromete a representatividade da forma do tronco das árvores que constituem os diferentes cenários encontrados nas populações florestais. Em consequência disso, o sortimento dos multiprodutos da madeira fornece informações que comprometem a tomada de decisões quanto à otimização dos recursos madeireiros disponíveis nos maciços florestais.

É essencial conduzir uma cubagem se preocupando também em ter a melhor caracterização possível da forma real do tronco, que é uma característica muito variável entre árvores. Pode-se conseguir isto, fazendo a cubagem simultaneamente com as medições das parcelas de inventário, pois tem-se o aproveitamento da representatividade proporcionada pelas parcelas distribuídas na área, além de proporcionar compatibilidade entre árvores amostradas pelo inventário e árvores amostradas para cubagem. Isso tem de ser aliado à medição de poucos diâmetros do tronco de árvores em pé, de forma que resulte em níveis aceitáveis de confiabilidade, similar ao emprego bem conduzido de um dos métodos tradicionais de cubagem feita em árvores-amostra abatidas.

Diante dessa situação, Andrade & Leite (2001) desenvolveram o método da altura relativa que se adequou bem como um simulador da cubagem de árvores localizadas dentro das parcelas de inventário, conforme se pode ver nos trabalhos de Leite & Andrade (2002) e Thiersch et al. (2006). Nesta metodologia, a partir da medição de apenas três diâmetros do tronco de árvores em pé (Capítulo 1), geram-se equações segmentadas de forma do tronco por

meio do cone aplicado em quatro porções do tronco de árvores. A simulação de uma cubagem, empregando-se um dos métodos detalhados em Gomes (1957), Husch et al. (1972) e Machado & Figueiredo-Filho (2006), gera diferentes sortimentos para se quantificar os multiprodutos da madeira de forma confiável.

No emprego do método da altura relativa, aconselha-se medir todas as árvores, sem o abate localizadas dentro das parcelas de inventário. Como isto se torna oneroso, dado o grande número de árvores amostradas pelo inventário, se recomenda medir apenas parte das árvores considerando-as como amostra para gerar equações de forma do tronco, visando emprego no restante, nas quais se mediu apenas o diâmetro situado a 1,3 m do solo ($d_{1,3}$) e a altura total (h).

Nas árvores onde se mediu $d_{1,3}$ e h , conforme Andrade (2001), pode-se utilizar o coeficiente angular médio da reta, os parâmetros estimados, ou ainda, equações para estimar os diâmetros em 0,3 m, e em $hr = (h-2)/2$. Uma alternativa é o uso da equação que representa um sólido geométrico assumindo que esta representa também uma equação de forma do tronco, desde que se refira ao sólido geométrico que mais se assemelha à forma do tronco de árvores.

Tendo em vista o exposto, desenvolveu-se este estudo com o objetivo de gerar equações de forma do tronco a partir do sólido geométrico que, em média, minimiza os desvios entre diâmetros deste e diâmetros do cone como alternativa para emprego do método da altura relativa em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h . Diante disso, foram enunciadas as seguintes hipóteses teóricas:

Hipótese 1:

A equação que representa um sólido geométrico, o qual, em média, minimiza o desvio entre diâmetro deste e diâmetro real ao longo do tronco de árvores, pode ser considerada como sendo uma equação de forma do tronco.

Hipótese 2:

A equação que representa um único sólido geométrico, obtido para um determinado segmento do tronco, tem o mesmo nível de acurácia que a equação que representa um sólido geométrico obtido para cada altura do segmento do tronco considerado.

Hipótese 3:

A divisão do tronco de árvores em maior número de segmentos, para se decidir por um sólido geométrico, melhora o nível de acurácia das equações de forma do tronco.

Hipótese 4:

Equações de forma do tronco, geradas a partir da simulação de sólidos geométricos com dados reais de cubagem, apresentam o mesmo nível de acurácia que equações geradas com dados de cubagem simulados pelo sólido geométrico cone.

Hipótese 5:

Equações de forma do tronco, geradas a partir de um sólido geométrico que mais se assemelha aos dados de uma cubagem simulada através de geometria analítica, tem o mesmo nível de acurácia que o uso de equações geradas por meio de análise de regressão feita no coeficiente angular da reta.

2.2 MATERIAL E MÉTODOS

A metodologia que foi desenvolvida é apresentada por meio de um estudo de caso feito com 188 árvores-amostra abatidas de eucalipto e cubadas a 0,1 m, 0,3 m, 0,7 m, 1,3 m, 2 m e a cada metro até, aproximadamente, 1 cm de diâmetro com casca. Estes dados de árvores-amostra abatidas foram utilizados para se ter um padrão de comparação com a cubagem destas supondo-as em pé, onde se empregou a equação de forma do tronco gerada pela equação que representa diferentes sólidos geométricos e o cone.

Do total de árvores-amostra utilizadas, dados de 128 árvores foram reservados para um teste de aplicação das equações de forma do tronco, geradas a partir da simulação de diferentes sólidos geométricos ao longo do tronco do restante de 60 árvores (Tabela 2.1). Neste teste, avaliou-se a predição de diâmetros do tronco, do volume total (v_t) e do volume comercial até o diâmetro de 4 cm com casca (v_4).

TABELA 2.1 - Distribuição de frequência das 188 árvores-amostra cubadas após o abate por classe de diâmetro e de altura total

Centro de Classe													
diâmetro $d_{1,3}$ (cm)	altura total h (m)											Total	
	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31		33
6,5	2 (1)	6 (7)	2 (8)										10 (16)
9,5		1 (1)	3 (5)	5 (8)	1 (12)	0 (1)							10 (27)
12,5				1 (1)	4 (8)	4 (10)	1 (3)	0 (2)					10 (24)
15,5					2 (5)	2 (15)	3 (10)	2 (3)					10 (33)
18,5					2 (1)	2 (1)	4 (10)	3 (6)		0 (1)	0 (1)		10 (20)
21,5						0 (1)		5 (4)	1 (0)				6 (5)
24,5									1 (0)	0 (1)	1 (2)	2 (0)	4 (3)
Total	2 (1)	7 (8)	5 (13)	6 (9)	9 (26)	8 (28)	8 (23)	10 (15)	2 (0)	0 (2)	1 (3)	2 (0)	60 (128)

Valores entre parênteses foram utilizados no teste de aplicação.

Todas as análises estatísticas foram feitas por meio de gráficos de desvios e de um *total percentual* acumulado, obtido por meio de:

$$T_{\%} = |MD| + |Bias| + [100 - r(y_i \hat{y}_i)] + s(y_i \hat{y}_i) + P.$$

onde:

$$DPM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right) 100,$$

$$Bias = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i - \sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sum_{i=1}^n y_i} 100,$$

$$r(y_i \hat{y}_i) = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i \right)}{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}} 100,$$

$$s(y_i \hat{y}_i) = \pm \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-2)}}{\bar{y}} 100; \text{ e}$$

$$P = \pm \sqrt{\frac{(196)^2}{\chi_n^2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right)^2}.$$

em que:

DPM = desvio percentual médio;

\hat{y}_i e y_i = valor estimado, ou, predito e real da variável avaliada (diâmetro, vt , ou, $v4$);

n = número de pares de \hat{y}_i e y_i ;

\bar{y} = valor real médio;

$r(y_i \hat{y}_i)$ = correlação linear e entre \hat{y}_i e y_i ;

$s(y_i \hat{y}_i)$ = erro padrão residual entre \hat{y}_i e y_i ;

P = exatidão obtida pela estatística Qui-quadrado (Freese, 1960, citado por Paula Neto et al., 1983); e

χ_n^2 = valor tabelado do qui-quadrado para n graus de liberdade a 5%.

Utilizando os dados obtidos na cubagem de 60 árvores, separadamente, em cada segmento do tronco definido entre 0,0 m a 1,3 m (porção inferior ou basal), entre 1,3 m a $hr_1 = (h-1,7)/1,7$ (porção mediana), entre hr_1 a $hr_3 = (h-1,1)/1,1$ (porção superior) e entre hr_3 a h (porção apical), estudou-se a forma do tronco simulando diferentes sólidos geométricos aplicando-se a seguinte equação:

$$y = \pm b x^r \quad (1).$$

em que:

y = raio da base de um determinado sólido geométrico;

x = comprimento total de um determinado sólido geométrico;

r = índice que descreve um determinado sólido geométrico; e

b = constante.

Na equação (1), ao se variar o índice r da parábola, assumindo valores iguais a: 0 , $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$, respectivamente, obtem-se um cilindro, uma parábola cúbica, uma parábola ordinária ou de Apollonius, uma parábola semi-cúbica, um cone e um neilóide. Estes sólidos geométricos são os que mais bem se adequam à forma de diferentes partes do tronco das árvores, os quais,

conforme Gomes (1957) foram definidos como sendo Protótipos Dendrométricos.

O uso de diferentes protótipos dendrométricos (*PD*) para caracterizar a forma do tronco de árvores, exigiu algumas adaptações na equação (1) quanto aos limites inferior (*hb*) e superior (*hv*) que delimitam um determinado *PD* no tronco de árvores, cujo diâmetro é exatamente igual ao diâmetro do tronco em *hb* (Figura 2.1). Nesta situação, *y* da equação (1) passou a se referir ao raio em *hb* (*db/2*) e *x* passou a ser o comprimento do *PD* (*hv-hb*), virtualmente, inserido no tronco de árvores, resultando em:

$$\frac{db}{2} = \pm b (hv - hb)^r ;$$

sendo *b* obtido por meio de:

$$b = \frac{\frac{db}{2}}{(hv - hb)^r} \quad (2).$$

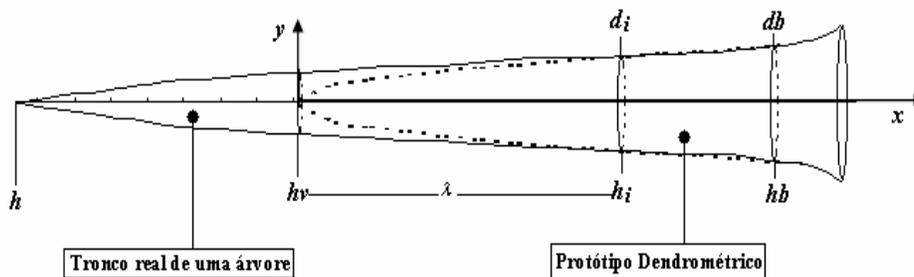


FIGURA 2.1 - Tronco real de uma árvore tendo um protótipo dendrométrico, virtualmente, inserido entre os limites do tronco fixados em *hv* e *hb*.

Ao se aplicar a equação (2) na equação (1) para substituir b , variando x para representar diferentes raios y_i em i -ésimas partes x_i ao longo do PD , obteve-se a seguinte equação:

$$y_i = \pm \frac{\frac{db}{2}}{(hv-hb)^r} x_i^r \quad (3).$$

Considerando que um determinado PD , em média, pode ser assumido como similar à forma do tronco de árvores, então, y_i passou a ser o raio ao longo do PD ($d_i/2$) e x_i passou a ser o comprimento em diferentes partes ao longo deste ($hv-h_i$), o que fez a equação (3) ser a seguinte:

$$\frac{d_i}{2} = \frac{\frac{db}{2}}{(hv-hb)^r} (hv-h_i)^r ;$$

resultando em:

$$d_i = db \left(\frac{hv-h_i}{hv-hb} \right)^r \quad (4).$$

em que:

d_i = diâmetro de um determinado PD que, em média, pode ser assumido como o diâmetro do tronco da árvore na i -ésima altura ao longo deste;

db = diâmetro fixo no tronco de árvores referente a hb ;

demais já foram definidos.

É importante ressaltar que a equação (4) é similar à de Ormerod (1973), na qual o índice r da parábola é substituído por um parâmetro θ_1 a ser estimado por análise de regressão, hv é substituído por h , db por $d_{1,3}$ e hb por 1,3.

Ao se considerar h_v distante λ metros da h_i -ésima altura no tronco, desejada para se saber o diâmetro, denominando-se λ de ponta do *PD* utilizado (Figura 1), obteve-se outra equação para representar diferentes *PD*'s tendo a seguinte forma:

$$d_i = db \left(\frac{h_i + \lambda - h_i}{h_i + \lambda - hb} \right)^r ;$$

resultando em:

$$d_i = db \left(\frac{\lambda}{h_i + \lambda - hb} \right)^r \quad (5).$$

As equações (4) e (5), podem caracterizar a forma do tronco de árvores considerando que, em média, seus diâmetros são iguais aos diâmetros ao longo de um determinado *PD*. Para isto, deve-se assumir um nível de acurácia que resulte em desvios da forma real do tronco distribuídos confiavelmente, o que impõe a estas equações as seguintes formas, respectivamente:

$$d_i = db \left(\frac{h_v - h_i}{h_v - hb} \right)^r + desvio \quad (6); e$$

$$d_i = db \left(\frac{\lambda}{h_i + \lambda - hb} \right)^r + desvio \quad (7).$$

Nas equações (6) e (7), cujas formas são similares a um modelo estatístico, o *desvio* se refere a quanto a forma prevista do tronco se distancia da sua forma real assumindo-se a equação que representa um determinado sólido geométrico como sendo uma equação de forma do tronco. Neste caso, o desvio é expresso por meio de:

$$desvio = d_i - \hat{d}_i .$$

Os *desvios* obtidos com o uso das equações (6) e (7), permitem definir o *PD* que, em média, pode ter seus diâmetros assumidos como diâmetros ao longo do tronco de árvores, desde que resulte no mínimo possível de *desvio*. Desta forma, as equações (6) e (7), após serem definidas quanto ao melhor *PD* para representar, tendo um mínimo de *desvio* e distribuição o mais uniforme possível em torno de zero, assumem as seguintes formas:

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{hv - h_i}{hv - hb} \right)^r \quad (8); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{\lambda}{h_i + \lambda - hb} \right)^r \quad (9).$$

Aplicando-se a equação (9), separadamente, em cada um dos segmentos do tronco das 60 árvores e assumindo-se diferentes valores de λ para um mesmo r , obteve-se um valor que minimizou o *total percentual* entre o diâmetro de cada *PD* testado e o diâmetro do tronco, sendo denotado de $\lambda_{\text{ótimo}}$. Este procedimento resultou em seis equações tendo a seguinte forma:

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{\lambda_{\text{ótimo}}}{h_i + \lambda_{\text{ótimo}} - hb} \right)^r \quad (10).$$

As seis equações da forma (10) foram obtidas para cada *PD* testado, representados pelos índices r iguais a: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$. Assim, para se gerar uma única equação em cada porção do tronco, obteve-se o *total percentual* referente a cada uma das seis equações. Em seguida, visando decidir sobre o *PD* que, em média, mais se assemelha à forma do tronco, separadamente, em sua porção basal, mediana, superior e apical, obteve-se um valor de r com o mínimo de *total percentual*, sendo definido como $PD_{\text{otimizado}}$ e

representado por um $r_{\acute{o}t\imath mo}$ com respectivo valor de $\lambda_{\acute{o}t\imath mo}$, sendo denotado de $\lambda_{\acute{o}t\imath mo}a$. Obteve-se, ent\~{a}o, uma \u00fanica equa\~{c}\~{a}o tendo a seguinte forma:

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{\lambda_{\acute{o}t\imath mo} a}{h_i + \lambda_{\acute{o}t\imath mo} a - hb} \right)^{r_{\acute{o}t\imath mo}} \quad (11).$$

O procedimento adotado na equa\~{c}\~{a}o (9), o qual gerou a equa\~{c}\~{a}o (11) para cada por\~{c}\~{a}o do tronco das 60 \u00e1rvores-amostra, tamb\u00e9m foi adotado na equa\~{c}\~{a}o (8), por\u00e9m, tendo $h\nu$ fixo em: $hr_2 = (h-1,4)/1,4$, $hr_3 = (h-1,1)/1,1$ e em h , o que resultou em 18 equa\~{c}\~{a}o\u00e7es, tendo as seguintes formas:

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{hr_2 - h_i}{hr_2 - hb} \right)^r \quad (12);$$

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - hb} \right)^r \quad (13); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{h - h_i}{h - hb} \right)^r \quad (14).$$

As 18 equa\~{c}\~{a}o\u00e7es das formas (12), (13) e (14) se referem aos seis \u00edndices r testados iguais a: $1/4$, $1/3$, $1/2$, $2/3$, 1 e $3/2$. Assim, similar ao que foi feito para se gerar a equa\~{c}\~{a}o (11), obteve-se um valor otimizado de r para cada equa\~{c}\~{a}o das formas (12), (13) e (14), sendo denotados de $r_{\acute{o}t\imath mo}a$, $r_{\acute{o}t\imath mo}b$ e $r_{\acute{o}t\imath mo}c$, respectivamente. Os resultados permitiram gerar tr\u00eas equa\~{c}\~{a}o\u00e7es tendo as seguintes formas:

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{hr_2 - h_i}{hr_2 - hb} \right)^{r_{\acute{o}t\imath mo}^a} \quad (15);$$

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - hb} \right)^{r_{\acute{o}t\imath mo}^b} \quad (16); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{h-h_i}{h-hb} \right)^{r_{\acute{o}timo}c} \quad (17).$$

Quantificar multiprodutos da madeira em árvores onde se tem apenas valores de $d_{1,3}$ e h , utilizando-se equações geradas a partir de dados reais de cubagem, obtidos em árvores-amostra abatidas ou em pé, pode não resultar em contribuição científica, dado à grande quantidade já disponível de modelos estatísticos que expressam a forma do tronco, notadamente, os desenvolvidos por: Demaerschalk (1973), Ormerod (1973), Max & Burkhart (1976), Newnham (1988), Baldwin Junior & Feducia (1991) e Clark et al. (1991).

Para evitar a cubagem em árvores-amostra abatidas, ou em pé, e simular um cenário de uso do método da altura relativa em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , obteve-se $\lambda_{\acute{o}timo}a$ e $r_{\acute{o}timo}$ para a equação (11) e, respectivamente, $r_{\acute{o}timo}a$, $r_{\acute{o}timo}b$ e $r_{\acute{o}timo}c$ para as equações (15), (16) e (17), assumindo como reais uma cubagem feita pelas equações segmentadas de forma do tronco obtidas por Andrade et al. (2006), as quais representam o uso do cone e são as seguintes:

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = d_{1,3} \left(1 - \frac{1,3-h_i}{CAR_I b} \right) \quad (18);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h\eta_1)} = d_{1,3} \left(1 - \frac{1,3-h_i}{CAR_{II} b} \right) \quad (19);$$

$$\hat{d}_{(h\eta_1 < h_i \leq h\eta_2)} = \left(\frac{h_i - h\eta_1}{h\eta_1 - h\eta_2} \right) \left[\left(\frac{d_{1,3}}{4} \right) \left(\frac{2h\eta_1 - h\eta_2 - 1,3}{CAR_I b} + \frac{h - h\eta_2}{CAR_{II} b} + 1 \right) \right] + d_{1,3} \left(\frac{h\eta_1 + h_i - 2,6}{2CAR_I b} + 1 \right) \quad (20); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(h\eta_2 < h_i \leq h)} = \left(\frac{h_i - h}{h\eta_2 - h} \right) \left\{ \left(\frac{h\eta_2 - h\eta_1}{h\eta_1 - h\eta_2} \right) \left[\left(\frac{d_{1,3}}{4} \right) \left(\frac{2h\eta_1 - h\eta_2 - 1,3}{CAR_{II} b} + \frac{h - h\eta_2}{CAR_{II} b} + 1 \right) \right] + d_{1,3} \left(\frac{h\eta_2 + h\eta_1 - 2,6}{2CAR_{II} b} + 1 \right) \right\} \quad (21).$$

em que:

$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq h)}$ = diâmetro do cone assumido como diâmetro real do tronco na i -ésima altura ao longo deste; e
 $CAR_k b$ = coeficiente angular real da reta, sendo $k=I, II$ e III .

Os dados de cubagem, obtidos pela aplicação das equações de (18) a (21) nas 60 árvores, foram considerados como valores reais para se decidir sobre o $PD_{otimizado}$ nas quatro porções do tronco. Sendo assim, como estas equações caracterizam a forma do tronco através do cone, neste caso, determinou-se o $PD_{otimizado}$ que, em média, minimiza o *desvio* entre seus diâmetros e os diâmetros do cone para serem assumidos como diâmetros do tronco das árvores.

Ressalta-se que, nas análises das equações de forma do tronco geradas, o *total percentual* foi obtido empregando-se o *desvio* obtido entre a estimativa da forma do tronco e a forma real deste nas 60 árvores. Apenas para gerar as equações de forma do tronco é que foram empregados os dados obtidos pelo cone, aqui representados pelas equações de (18) a (21) com os valores reais de $CAR_k b$ (Andrade et al., 2006).

2.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para se inferir sobre as *Hipóteses 1, 2, 3 e 4*, inicialmente, são apresentados os resultados obtidos utilizando-se os dados de cubagem das 60 árvores e, posteriormente, são apresentados os resultados obtidos para o tronco inteiro, utilizando o teste de aplicação feito com as restantes 128 árvores.

2.3.1. Análise das *Hipóteses 1 e 2* Empregando Dados Reais de Cubagem da Porção Mediana do Tronco

Visando ao melhor entendimento do problema, empregaram-se os dados reais da cubagem das 60 árvores para se inferir sobre as *Hipóteses 1 e 2*, considerando somente a porção mediana do tronco.

O λ que minimizou o *total percentual* entre diâmetros dos diferentes *PD's* testados e diâmetros reais ao longo da porção mediana do tronco das 60 árvores-amostra, foi obtido na equação (9) para cada índice r testado igual a: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$. Os resultados foram $\lambda_{\text{ótimo}}$ iguais à: 3 m, 4,8 m, 8 m, 12 m, 19,1 m e 30 m, respectivamente, sendo $db = d_{1,3}$ e $hb = 1,3$ (Figura 2.2).

Os resultados obtidos permitiram gerar seis equações que representam *PD's*, as quais podem, também, representar a forma do tronco em sua porção mediana (*Hipótese 1*). Por exemplo, ao substituir $r=1/4$ e $\lambda_{\text{ótimo}}=3$ m na equação (10), com $db=d_{1,3}$ e $hb=1,3$, gerou-se a seguinte equação de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h r_1)} = d_{1,3} \left(\frac{3}{h_i + 3 - 1,3} \right)^{(1/4)} ;$$

resultando em:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h r_1)} = 1,31607 d_{1,3} (h_i + 1,7)^{(-0,25)} \quad (22).$$

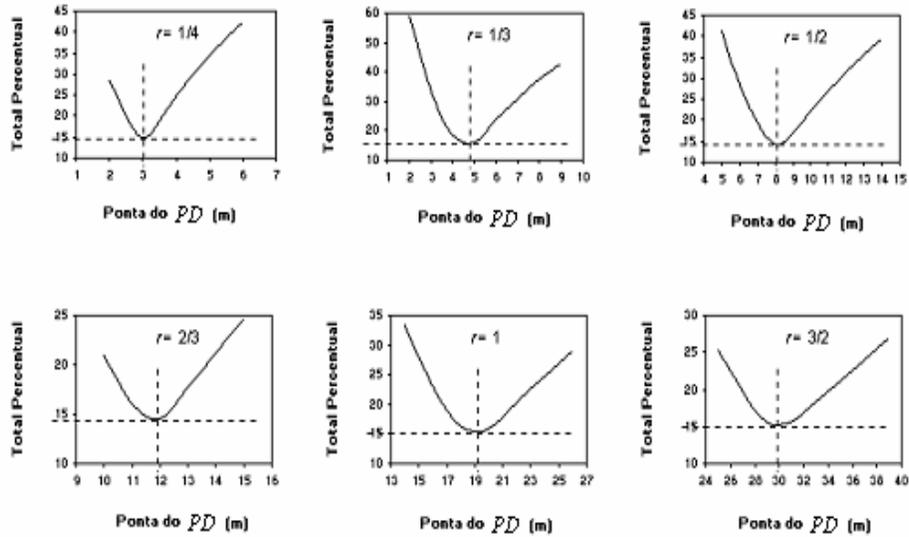


FIGURA 2.2 - Total Percentual em relação à ponta do PD empregando a equação (9) nos dados reais da porção mediana do tronco das 60 árvores, para $hb=1,3$ e $db=d_{1,3}$, gerando-se as equações de (22) a (27).

O procedimento empregado para gerar a equação (22) foi adotado nos demais resultados obtidos, gerando-se as seguintes equações de forma do tronco referentes a cada um dos demais PD's testados:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq sh_1)} = 1,68687 d_{1,3} (h_i + 3,5)^{(-0,33333)} \quad (23);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq sh_1)} = 2,82843 d_{1,3} (h_i + 6,7)^{(-0,5)} \quad (24);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq sh_1)} = 5,24148 d_{1,3} (h_i + 10,7)^{(-0,66667)} \quad (25);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq sh_1)} = 19,4 d_{1,3} (h_i + 17,8)^{(-1)} \quad (26); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq sh_1)} = 164,31677 d_{1,3} (h_i + 28,7)^{(-1,5)} \quad (27).$$

As seis equações de forma do tronco, equações de (22) a (27), foram aplicadas nos dados das 60 árvores para, novamente, se obter o *total percentual* e, em seguida, definir o valor de $r_{\text{ótimo}}=0,53$ (Figura 2.3a) e seu respectivo $\lambda_{\text{ótimo}}=8,5$ m (Figura 2.3b), cujos valores foram aplicados na equação (11) resultando na seguinte equação otimizada de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h_n)} = 3,10879 d_{1,3} (h_i + 7,2)^{(-0,53)} \quad (28).$$

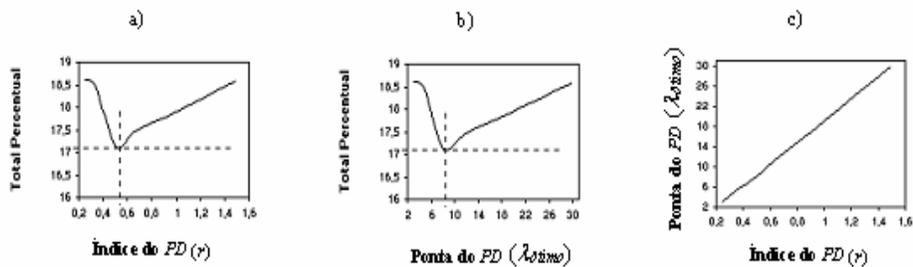


FIGURA 2.3 – Resultados obtidos pelas equações de (22) a (27) para se determinar o $PD_{\text{otimizado}}$ representado pela equação (28) que, em média, é mais adequado à porção mediana do tronco das 60 árvores.

De todos os PD 's testados, o que é representado pela equação (28) com $r = 0,53$, é o que resultou no melhor nível de acurácia possível e, portanto, em média, é o que mais se assemelha a forma do tronco em sua porção mediana. Assim, pôde-se decidir pela aceitação da *Hipótese 1* e, conseqüentemente, deduzir que a equação (28), a qual representa um $PD_{\text{otimizado}}$, representa também uma equação otimizada de forma do tronco.

Da Figura 2.3, ainda pôde-se inferir que o *total percentual* relacionado com r (Figuras 2.3a) tem o mesmo comportamento ao se relacionar com $\lambda_{\text{ótimo}}$ (Figuras 2.3b). Então, há uma forte relação linear de $\lambda_{\text{ótimo}}$ com r (Figura 2.3c), pois o aumento de r implica no aumento linear e crescente de $\lambda_{\text{ótimo}}$.

Quanto maior o índice da parábola, maior será o comprimento de um determinado $PD_{otimizado}$ para que seus diâmetros, em média, sejam considerados como sendo diâmetros do tronco, tendo o mínimo de *desvio* possível. Diante disso, utilizando-se os dados da Figura 3.c no modelo linear clássico, estimou-se a seguinte equação da reta:

$$\hat{\lambda}_{ótimo} = -2,51797 + 21,64890(r), \text{ com } R^2=99,97\% \quad (29).$$

A equação (29) é adequada para obter $\lambda_{ótimo}$ usando $db=d_{1,3}$ e qualquer índice r na equação (10), principalmente, valores variando entre $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{2}$. Segundo Gomes (1957), é neste intervalo que se encontra o valor ideal para representar a forma do tronco segmentado das árvores e, assim, gerar valores para uso na equação (11).

Todavia, supondo não ser adequado usar na equação (11) um valor constante de $r_{ótimo}$ e de $\lambda_{ótimo}a$ para toda a extensão da porção mediana do tronco (*Hipótese 2*), obteve-se um $r_{ótimo}$ para cada i -ésima altura, adotando-se a estatística $DPM \pm 1\%$ proporcionadas pelo uso das equações de (23) a (27). Em seguida, utilizando-se o modelo linear clássico, estimou-se a seguinte equação:

$$\hat{r}_{ótimo} = 0,18632Ln(h_i) + 0,73114(1/h_i), \text{ com } R^2=97,3\% \quad (30).$$

A equação (30) permitiu obter um $PD_{otimizado}$ para cada i -ésima altura da porção mediana do tronco, sendo a equação (29) empregada para obter o respectivo $\lambda_{ótimo}a$. Ao substituir (30) em (29), gerou-se a seguinte equação:

$$\hat{\lambda}_{ótimo} a = -2,51797 + 4,03362Ln(h_i) + 15,82838(1/h_i) \quad (31).$$

A substituição das equações (30) e (31) na equação (11), respectivamente, para obter $r_{ótimo}$ e $\lambda_{ótimo}a$, gerou outra equação otimizada de

forma do tronco, mas representando um $PD_{otimizado}$ adequado à cada i -ésima altura do tronco em sua porção mediana, sendo a seguinte:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h_1)} = d_{1,3} \left[\frac{4,03362 \ln(h_i) + 15,82838 (1/h_i) - 2,51797}{4,03362 \ln(h_i) + 15,82838 (1/h_i) + h_i - 3,81797} \right]^{[0,18632 \ln(h_i) + 0,73114 (1/h_i)]} \quad (32).$$

Na Tabela 2.2 estão às estatísticas que foram englobadas no *total percentual*, indicando a equação (32) como a melhor (menor T). Entretanto, considerando a exatidão (P), pode-se inferir que as equações (28) e (32) estão estimando a mesma forma real do tronco com uma diferença de 10,49% e de 10,69%, respectivamente, ao nível de probabilidade de 0,05.

TABELA 2.2 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (28) e (32)

Equação	Bias	DPM	$r(y_i \hat{y}_i)$	$s(y_i \hat{y}_i)$	P	T
(28)	-0,952	-0,174	97,903	4,973	10,489	18,684
(32)	-0,125	0,671	97,980	4,881	10,690	18,386

Pela estatística $s(y_i \hat{y}_i)$, em média, os diâmetros reais do tronco estão variando em torno dos diâmetros estimados com, aproximadamente, 4,97% para a equação (28) e 4,88% para a equação (32). Assim, com base nas estatísticas apresentadas na Tabela 2.2, cujos valores evidenciam pequenas oscilações, pode-se inferir que as equações (28) e (32) têm o mesmo nível de acurácia na caracterização da forma do tronco em sua porção mediana.

As Figuras 2.4 e 2.5 mostram os *desvios* obtidos com o emprego das equações (28) e (32) ao longo da porção mediana do tronco das 60 árvores-amostra. De maneira geral, obteve-se o mesmo comportamento para as duas

equações e, portanto, o mesmo nível de acurácia, pois ambas apresentam tendência à superestimativa (*desvios* positivos) para árvores com $d_{1,3}$, aproximadamente, menor que 11 cm e subestimativa de forma bem expressiva à medida que $d_{1,3}$ aumenta a partir de 18 cm, aproximadamente. Entre este intervalo ($11 < d_{1,3} \leq 18$), os *desvios* apresentam uma distribuição de modo aceitável (Figuras 2.4b e 2.5b). Já, pela análise das Figuras 2.4a e 2.5a, observa-se uma distribuição equilibrada dos *desvios* para diâmetro inferior a 14 cm, aproximadamente. Acima deste, há tendência expressiva de subestimativa.

Nas Figuras 2.4d e 2.5d, pode-se ver que os diâmetros, aproximadamente, situados abaixo de 14 cm, estão equilibrados de modo aceitável em torno da reta com 45° . Já acima de 14 cm, quase todos os pontos estão localizados no lado superior desta reta, o que demonstra tendência de subestimativa de diâmetros do tronco em sua porção mediana. Pode-se observar, também, que a distribuição dos *desvios* se aproxima bem de uma normal, em sua grande maioria, oscilando em torno de $\pm 0,5$ cm (Figuras 2.4e, 2.5e, 2.4f e 2.5f).

Considerando que o aumento da altura no tronco diminui o diâmetro, então, as estimativas desejáveis de diâmetros menores que 14 cm (Figura 2.4a e 2.5a; 2.4d e 2.5d), se devem as árvores com $d_{1,3}$, aproximadamente, entre 11 cm e 18 cm (Figura 2.4b e 2.5b), pois, conforme se observa nas Figura 2.4c e 2.5c, em média, para alturas no tronco inferiores a 10 m, onde os diâmetros são maiores, há um comportamento desejável dos *desvios* com expressiva tendência de subestimativa à medida que se aumenta a altura no tronco. Portanto, pode-se deduzir que estudos sobre a forma do tronco devem ser feitos, separadamente, por classe de $d_{1,3}$ em pelo menos três extratos, com valores próximos da média, na extremidade inferior e na extremidade superior.

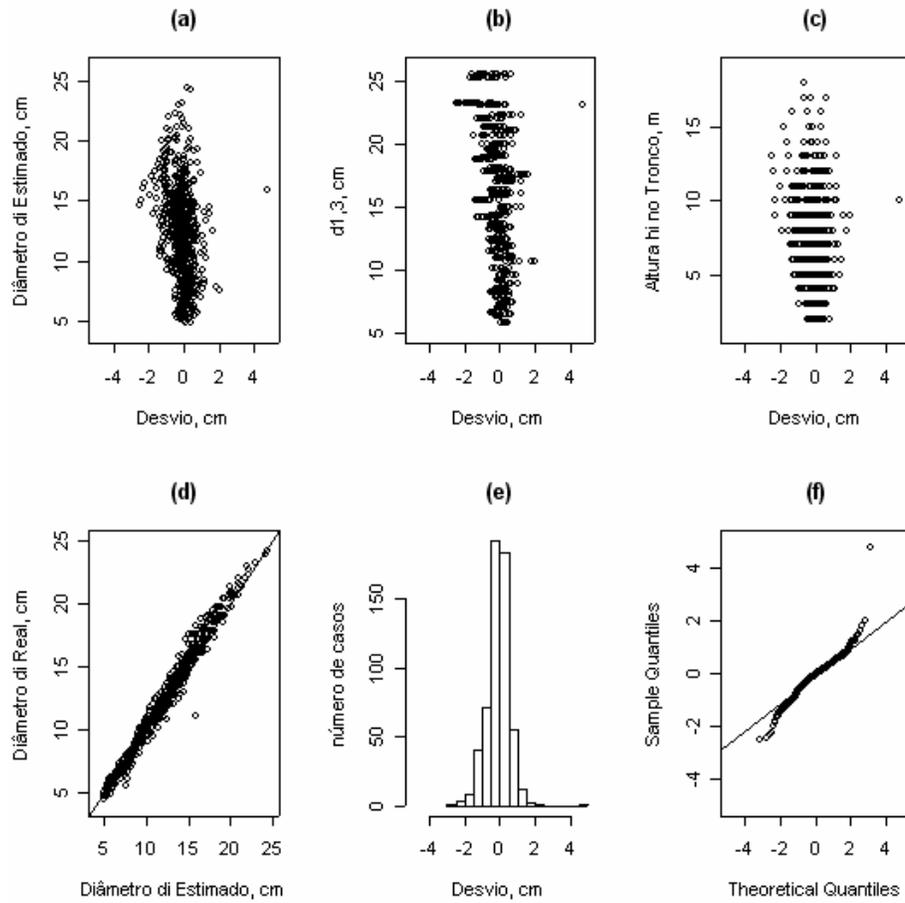


FIGURA 2.4 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (28); $n=569$.

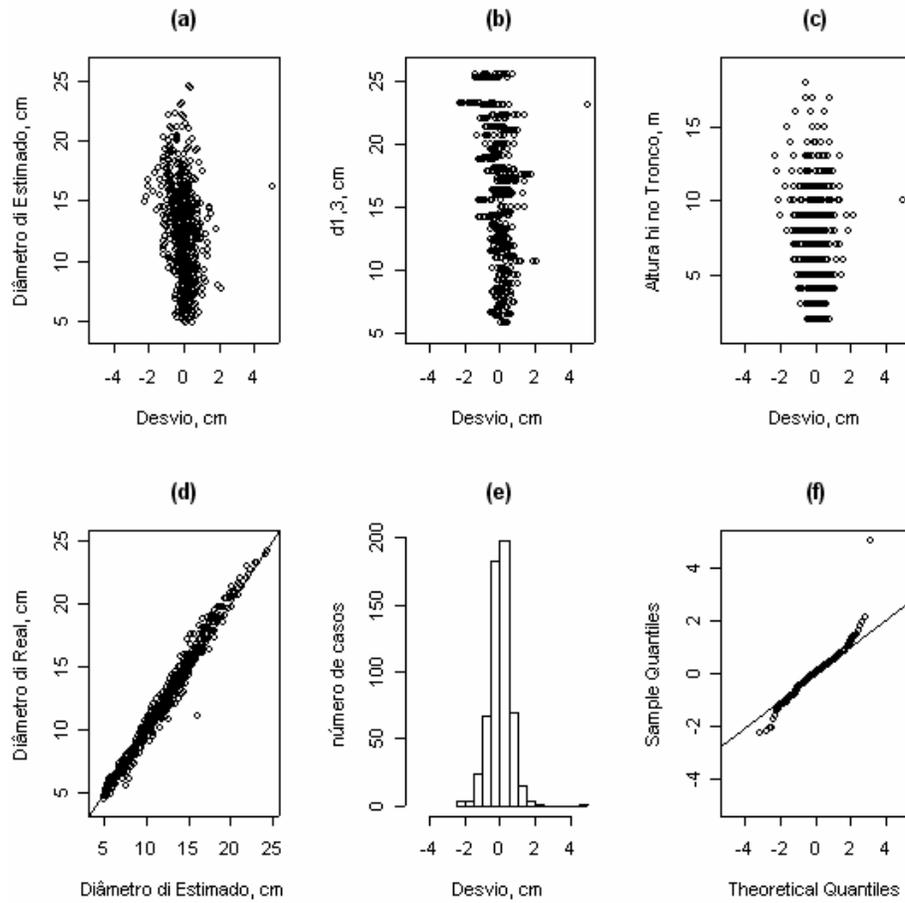


FIGURA 2.5 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (32); $n=569$.

Diante dessas análises (Tabela 2.2 e Figuras 2.4 e 2.5), pode-se ver que a equação (32) apresenta *desvios* com comportamento bem próximo dos *desvios* da equação (28). Isto, aliado ao fato da demora do processo de se obter um $PD_{otimizado}$ a cada *i*-ésima altura do tronco para se gerar a equação (32), levou à decisão pelo uso da equação (28) que define um $PD_{otimizado}$ constante para toda a extensão da porção mediana.

A decisão pela equação (28) implicou em assumir que, aproximadamente, esta equação resulta na mesma forma do tronco que a equação (32), implicando também, na aceitação da *Hipótese 2* e, conseqüentemente, deduzir que não há necessidade de se gerar uma equação otimizada de forma do tronco a cada *i*-ésima altura deste.

Utilizando-se as equações (12), (13) e (14), com diferentes índices da parábola e tendo $db=d_{1,3}$ e $hb=1,3$ m, obteve-se o $PD_{otimizado}$ representado por $r_{ótimoa}$, $r_{ótimo b}$ e $r_{ótimo c}$ nas equações (15), (16) e (17), respectivamente, cujos resultados são valores iguais a 0,39, 0,60 e 0,69 (Figura 2.6). Estes permitiram gerar as seguintes equações otimizadas de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h_1)} = d_{1,3} \left(\frac{hr_2 - h_i}{hr_2 - 1,3} \right)^{0,39} \quad (33);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h_1)} = d_{1,3} \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - 1,3} \right)^{0,60} \quad (34); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h_1)} = d_{1,3} \left(\frac{h - h_i}{h - 1,3} \right)^{0,69} \quad (35).$$

A aplicação das equações (33), (34) e (35) nos dados reais da porção mediana das 60 árvores resultou no comportamento dos *desvios* apresentados nas Figuras 2.7, 2.8 e 2.9. De maneira geral, pode-se ver que nenhuma das equações apresenta *desvios* distribuídos de forma aceitável, pois tem tendência de subestimativa na medida em que se diminui o diâmetro e de superestimativa

com aumento deste. Evidencia-se um comportamento contrário ao da equação (28), onde houve tendência a subestimativa para valores maiores. Diante destes resultados, a pior equação foi a (33) e a equação (34) a de melhor desempenho (Tabela 2.3 e Figuras 2.7, 2.8 e 2.9).

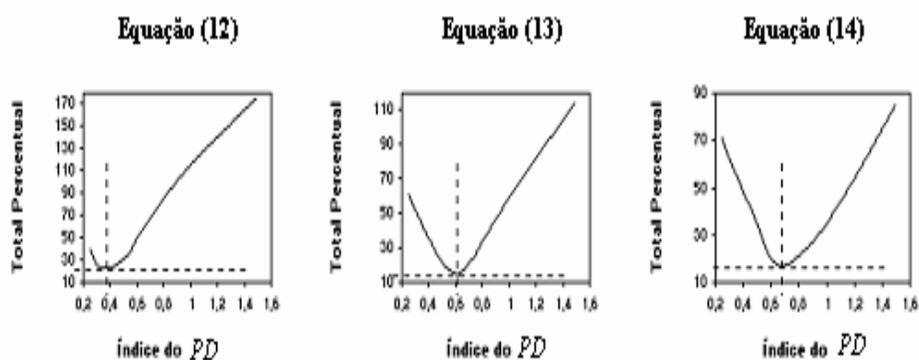


FIGURA 2.6 - Total percentual obtido variando r nas equações (12), (13) e (14) com $db=d_{1,3}$, $hb=1,3$ m para a porção mediana do tronco das 60 árvores, respectivamente, gerando-se as equações (33), (34) e (35).

TABELA 2.3 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (33), (34) e (35)

Equação	Bias	DPM	$r(\hat{y}_i, y_i)$	$s(\hat{y}_i, y_i)$	P	T
(33)	2,147	1,072	98,163	4,655	12,570	22,281
(34)	1,517	0,628	98,595	4,071	10,626	18,247
(35)	2,829	2,205	98,738	3,858	10,291	20,445

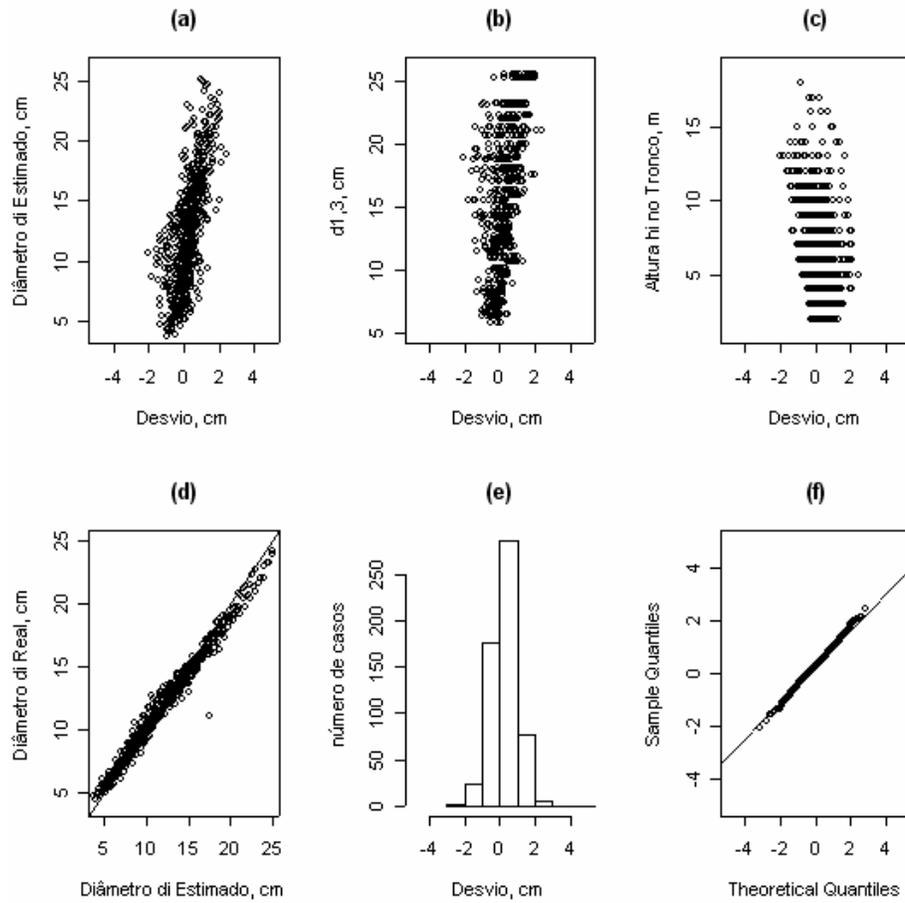


FIGURA 2.7 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (33); $n=569$.

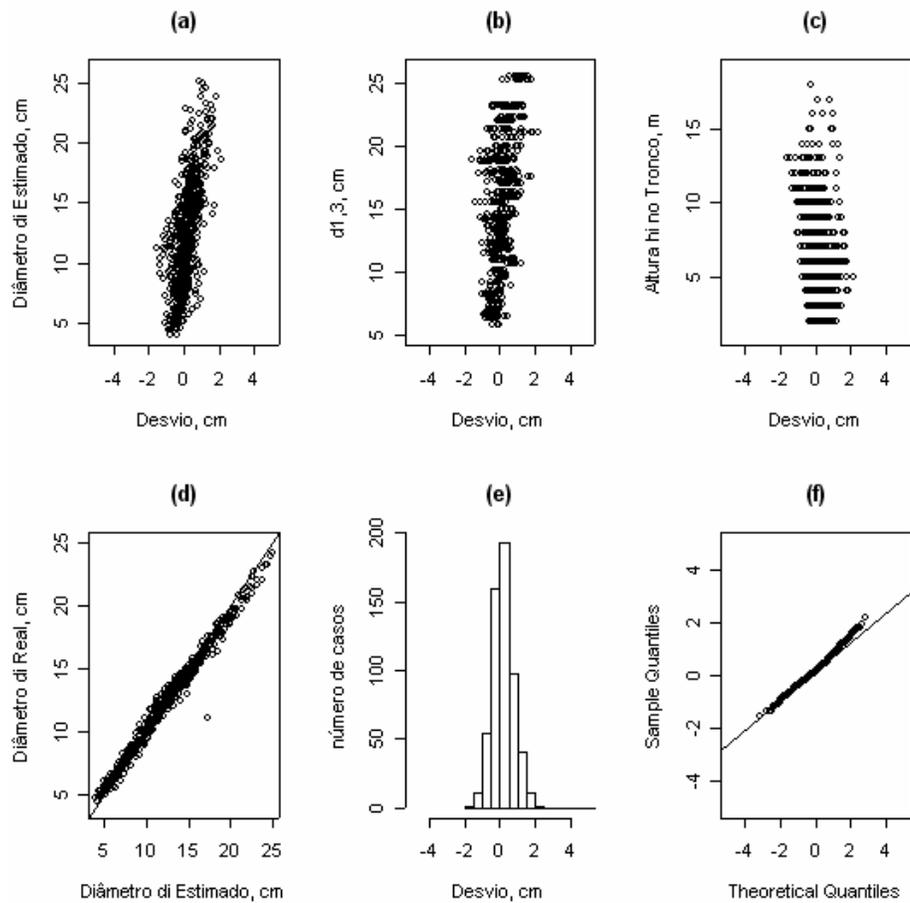


FIGURA 2.8 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (34); $n=569$.

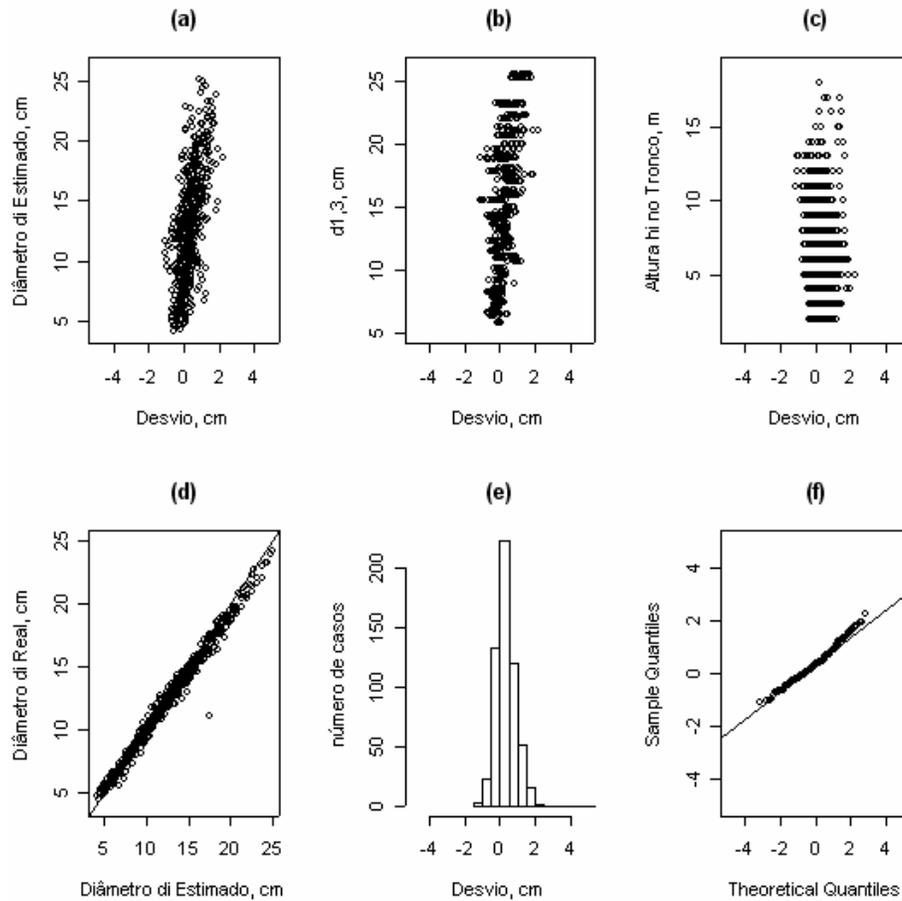


FIGURA 2.9 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (35); $n=569$.

Considerando que as equações (28) e (34) apresentaram distribuição dos *desvios* com tendência inversa, isto é, enquanto uma subestimou a outra superestimou, ao se calcular a média aritmética destas, obteve-se expressiva redução no *total percentual* (Tabela 2.4) e expressiva melhora na distribuição dos *desvios* (Figura 2.10). O resultado foi a seguinte equação otimizada e confiável de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq h_1)} = 0,5d_{1,3} \left[3,10879 (h_i + 7,2)^{(-0,53)} + (hr_3 - h_i)^{0,60} (hr_3 - 1,3)^{(-0,60)} \right] \quad (36).$$

TABELA 2.4 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (36)

Equação	Bias	DPM	$r(y_i; \hat{y}_i)$	$s(y_i; \hat{y}_i)$	P	T
(36)	0,282	0,227	98,645	3,998	8,518	14,381

A equação (36), dentre todas as geradas para a porção mediana do tronco das 60 árvores, foi a que melhor resultado apresentou sendo, então, considerada uma equação otimizada e confiável de forma do tronco. Por isso é que as equações (28), (32), (33), (34) e (35) são apenas equações otimizadas de forma do tronco, se transformando em equações confiáveis apenas quando se aplica a média entre as equações geradas a partir de (8) e (9).

Considerando que gerar a equação (36), empregando-se dados de uma cubagem simulada pelo método da altura relativa pode facilitar o emprego deste método em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , então, procedeu-se a definição do $PD_{otimizado}$ para o tronco inteiro, considerando como reais os dados obtidos por uma cubagem simulada pelo cone nas 60 árvores-amostra, cujos procedimentos são apresentados a seguir.

Ressalta-se que a análise das *Hipóteses 3 e 4* foram feitas empregando-se somente os dados da porção mediana para se fazer comparações com o item anterior e as demais porções do tronco tiveram equações de forma do tronco desenvolvidas para aplicar o método da altura relativa nas 128 árvores restantes simulando ter medido apenas $d_{1,3}$ e h .

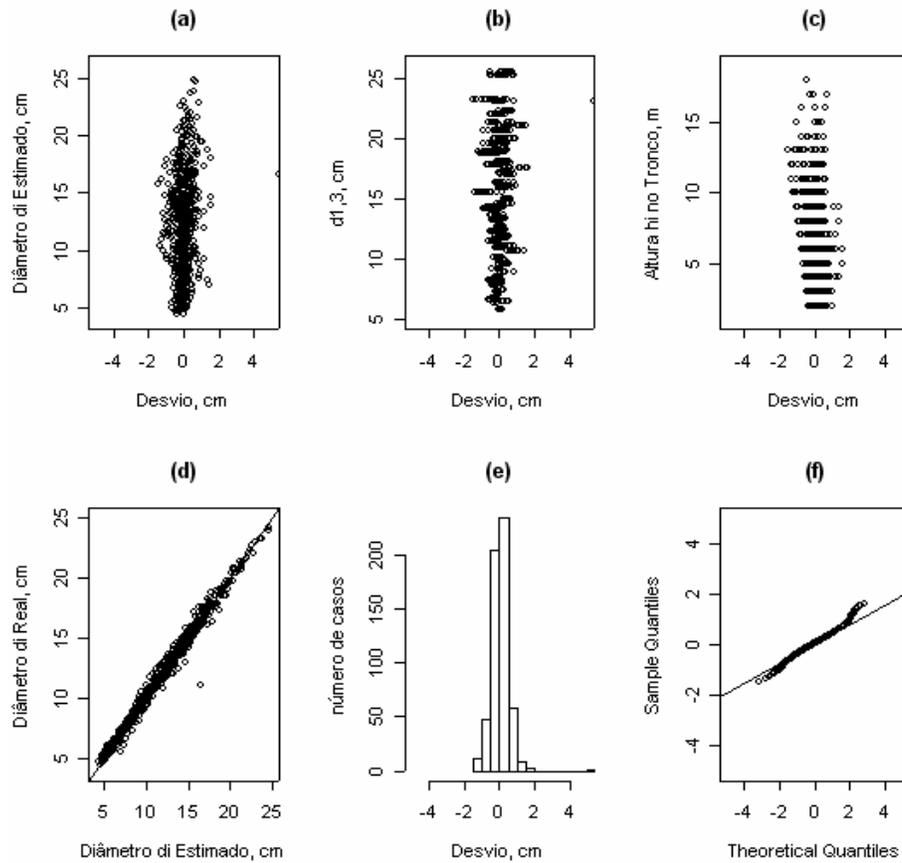


FIGURA 2.10 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a média entre as equações (28) e (34), resultando na equação (36); $n=569$.

2.3.2 Análise das *Hipóteses 3 e 4* Empregando Dados de Cubagem Simulados Pelo Cone na Porção Mediana do Tronco

Aplicando-se as equações de (18) a (21) com $CAR_k b$ reais, ao longo da porção mediana do tronco das 60 árvores, obteve-se os diâmetros do cone para serem considerados como os diâmetros reais. Em seguida, empregando-se os

mesmos procedimentos que resultaram na equação (36), obteve-se a seguinte equação otimizada e confiável de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(1,3 \leq h_i \leq hr_1)} = 0,5d_{1,3} \left[16,31694(h_i + 17,6)^{(-0,95)} + (hr_3 - h_i)^{0,6025}(hr_3 - 1,3)^{(-0,6025)} \right] \quad (37).$$

Na Tabela 2.5 e Figura 2.11 são apresentadas as estatísticas e visualizados os *desvios* obtidos pelo uso da equação (37) nos dados reais das 60 árvores-amostra, onde nota-se uma inferioridade com a relação aos *desvios* obtidos com a equação (36).

Visando melhorar o nível de acurácia da equação (37), procedeu-se a divisão da porção mediana do tronco em dois novos intervalos, definidos entre 1,3 m a $hr_1(a) = \theta(hr_1 - 1,3) + 1,3$ e entre $hr_1(a)$ a $hr_1 = (h - 1,7) / 1,7$, conforme foi pressuposto na *Hipótese 3*.

No intervalo entre 1,3 m a $hr_1(a)$, adotando-se diferentes valores de θ para cada índice r testado, procedeu-se a análise das equações (8) e (9) para obter o $PD_{otimizado}$, similar ao que foi feito para se achar $\lambda_{ótimoa}$ e $r_{ótimo}$ na equação (11), resultando em $\theta_{ótimoa} = 0,5$. Obteve-se, com isto, $r_{ótimo} = 0,4231$ e $\lambda_{ótimoa} = 8,9233$ m para a equação (11) e $r_{ótimo} = 0,6185$ para a equação (16), gerando-se as seguintes equações otimizadas de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(1,3 \leq h_i \leq hr_1(a))} = d_{1,3} \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - 1,3} \right)^{0,6185} \quad (38); e$$

$$\hat{d}_{(1,3 \leq h_i \leq hr_1(a))} = d_{1,3} \left(\frac{8,9233}{(h_i + 7,6233)} \right)^{0,4231} \quad (39).$$

sendo:

$$hr_1(a) = 0,5(hr_1 - 1,3) + 1,3.$$

TABELA 2.5 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (37)

Equação	Bias	DPM	$r(y_i, \hat{y}_i)$	$s(y_i, \hat{y}_i)$	P	T
(37)	0,984	0,953	98,588	4,081	8,858	16,289

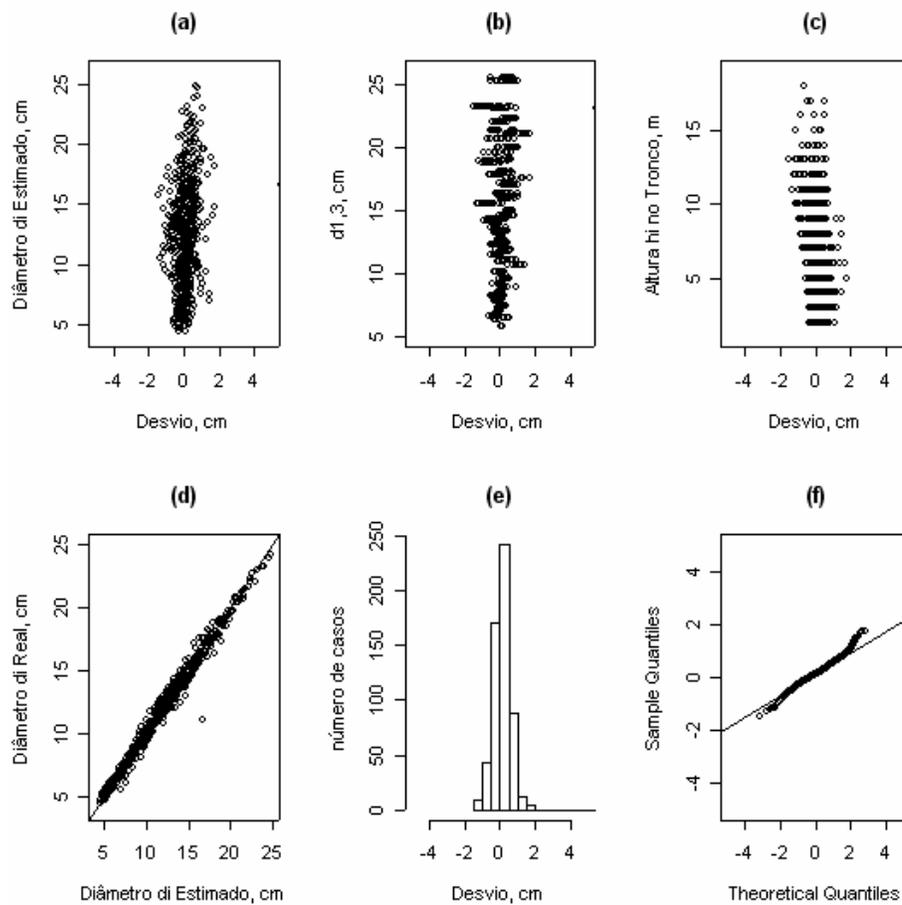


FIGURA 2.11 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se a equação (37); $n=569$.

Devido a se realizar a média entre as equações (38) e (39), foi preciso *calibrá-la* variando-se, separadamente, $r_{\acute{o}timo}$ e $\lambda_{\acute{o}timo}a$. O resultado foi um novo valor de $r_{\acute{o}timo}$ na equação (38) igual a 0,7285, gerando-se a seguinte equação otimizada e confiável de forma do tronco, similar a equação (37):

$$\hat{d}_{(1,3 \leq h_i \leq h_{\eta a})} = 0,5d_{1,3} \left[2,52445 (h_i + 7,6233)^{-0,4321} + (hr_3 - h_i)^{0,7285} (hr_3 - 1,3)^{-0,7285} \right] \quad (40).$$

Dentre as várias equações geradas para se caracterizar a forma do tronco entre hr_1a e hr_1 , adotando-se os mesmos procedimentos relatados anteriormente, foram selecionadas as seguintes:

$$\hat{d}_{(h_{\eta a} < h_i \leq h_{\eta 1})} = d_{hr_1} \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - hr_1} \right)^{0,4695} \quad (41); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(h_{\eta a} < h_i \leq h_{\eta 1})} = d_{1,3} \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - 1,3} \right)^{0,57} \quad (42).$$

A média entre as equações (41) e (42) resultou em uma equação otimizada e confiável de forma do tronco para uso entre $hr_1(a) = 0,5(hr_1 - 1,3) + 1,3$ e $hr_1 = (h - 1,7) / 1,7$, sendo a seguinte:

$$\hat{d}_{(h_{\eta a} < h_i \leq h_{\eta 1})} = \left(\frac{d_{1,3}}{2} \right) \left(\frac{hr_3 - h_i}{hr_3 - 1,3} \right)^{0,57} + \left(\frac{d_{hr_1}}{2} \right) \left(\frac{hr_3 + 0,3 - h_i}{hr_3 + 0,3 - hr_1} \right)^{0,4695} \quad (43).$$

Visto que se realizava média entre as equações (41) e (42), foi preciso *calibrá-la* variando-se $r_{\acute{o}timo}$ e acréscimos a hr_3 , resultando em um valor de 0,3 m somados a hr_3 da equação (41). Assim, para se empregar o método da altura relativa na caracterização da forma do tronco em sua porção mediana em árvores nas quais se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , deve-se aplicar a equação (40) até o limite $hr_1(a)$ e a equação (43) a partir deste até hr_1 .

Na Tabela 2.6 e Figura 2.12 são apresentadas as estatísticas e visualizados os *desvios* obtidos pelo uso das equações (40) e (43) nos dados reais da porção mediana das 60 árvores-amostra. Nota-se que há melhor semelhança com a equação (36), resultando em melhor nível de acurácia que a equação (37). Assim, se aceita a *Hipótese 3*, o que induz considerar que o aumento do número de segmentos do tronco caracterizados por um $PD_{otimizado}$, melhora o nível de acurácia das equações otimizadas e confiáveis de forma do tronco.

A aceitação da *Hipótese 3*, levou também, à aceitação da *Hipótese 4*, o que induz considerar que, somente quando se divide o tronco em maior número de segmentos que o uso de dados reais de cubagem, para um mesmo nível de acurácia desejado, é que se pode usar o método da altura relativa para se gerar equações otimizadas e confiáveis de forma do tronco a partir de um $PD_{otimizado}$.

A aceitação da *Hipótese 3* induziu a aceitação da *Hipótese 4*, permitindo inferir que se tem o mesmo nível de acurácia no uso de dados de cubagem gerados por meio de geometria analítica, somente quando se divide o tronco em um número de 2 segmentos em comparação com o uso de dados reais de cubagem, para um mesmo nível de acurácia desejado.

Ressalta-se que os *desvios* foram obtidos comparando-se as estimativas da forma do tronco com os respectivos dados reais das 60 árvores. Apenas para gerar as equações (37) e (40;43), é que foram empregados os dados de cubagem obtidos pelo cone, aqui representados pelas equações de (18) a (21) com os valores reais de $CAR_k b$ (Andrade et al., 2006).

Na Figura 2.13 é apresentado o esquema dos cinco números, obtidos com os *desvios* absolutos, os quais representam os valores máximo, mínimo, primeiro, segundo (mediana) e terceiro quantis. Nota-se que o uso da equação (36) apresentou a menor variação dos *desvios*, junto com as equações (40;43).

TABELA 2.6 – Estatísticas em porcentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (40) e (43)

Equação	Bias	DPM	$r(y_i, \hat{y}_i)$	$s(y_i, \hat{y}_i)$	P	T
(40) e (43)	0,666	0,389	98,785	3,785	8,424	14,479

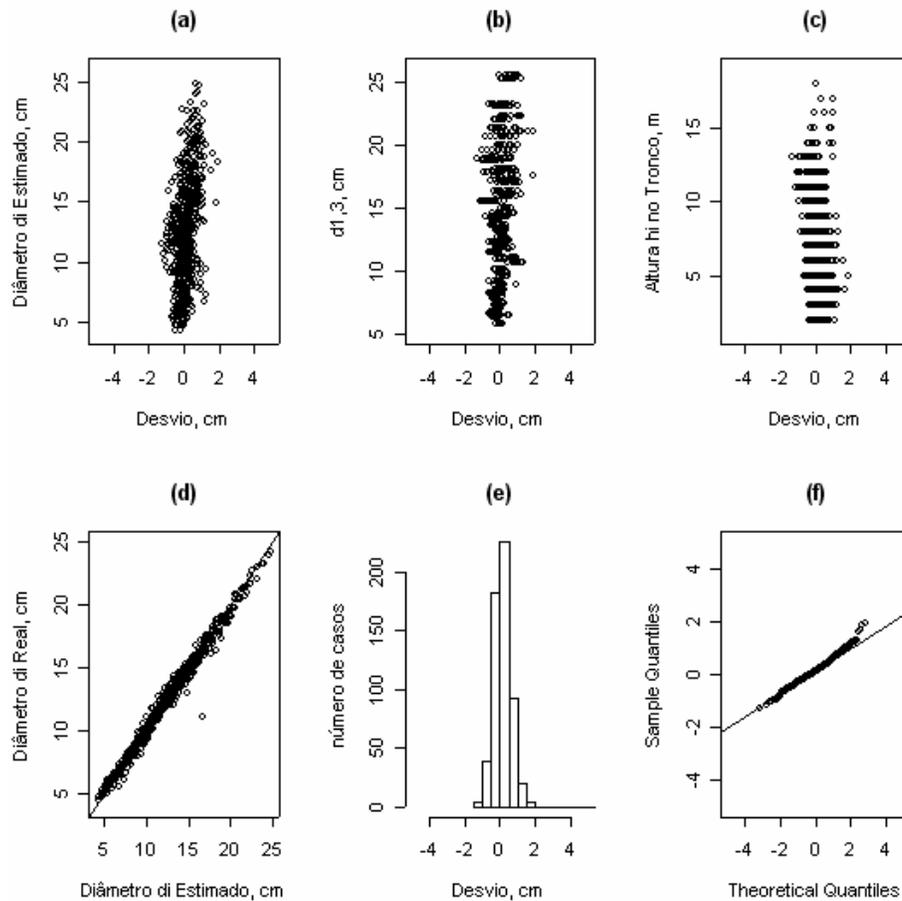


FIGURA 2.12 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção mediana do tronco das 60 árvores empregando-se as equações (40) e (43); $n=569$.

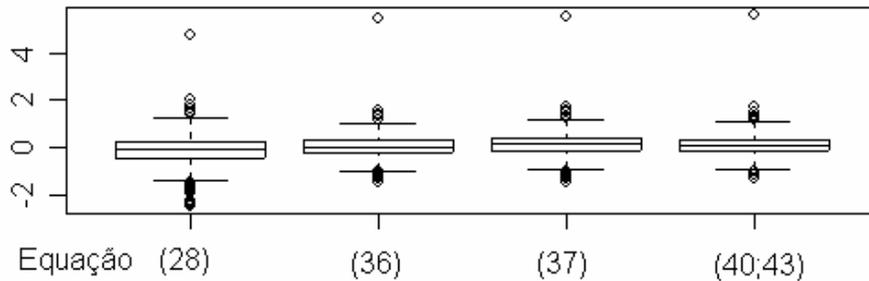


FIGURA 2.13 – Esquema dos cinco números obtidos para as equações otimizadas de forma do tronco (28), (36), (37) e (40;43); $n=569$.

2.3.3 Análise do $PD_{otimizado}$ nas Porções do Tronco Superior, Apical e Basal Empregando Dados de Cubagem Simulados Pelo Cone

2.3.3.1 Porção superior do tronco

Na análise da porção superior do tronco, intervalo delimitado entre hr_1 a hr_3 , adotaram-se os mesmos procedimentos empregados para se desenvolver as equações (40) e (43). O resultado foi a obtenção das seguintes equações otimizadas e confiáveis de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(hr_1 < h_i \leq hr_2 a)} = \left(\frac{d_{hr_1}}{2} \right) \left[\left(\frac{h - h_i}{h - hr_1} \right)^{0.731} + \left(\frac{hr_3 + 2,28 - h_i}{hr_3 + 2,28 - hr_1} \right)^{(2/3)} \right] \quad (44); e$$

$$\hat{d}_{(hr_2 a < h_i \leq hr_3 a)} = \left(\frac{d_{hr_2}}{2} \right) \left[\left(\frac{h - h_i}{h - hr_2} \right)^{0.2825} + \left(\frac{hr_2 a + 25,1 - h_i}{hr_2 a + 25,1 - hr_2} \right)^{1,0} \right] \quad (45).$$

onde:

$$hr_2 a = 0,6(hr_3 - hr_1) + hr_1 ; e$$

$$hr_3 a = hr_2 a + 0,8(hr_3 - hr_2 a) .$$

Diante desses resultados, para se empregar o método da altura relativa na caracterização da forma do tronco em sua porção superior, em árvores onde se

mediu apenas $d_{1,3}$ e h , deve-se aplicar a equação (44) até hr_2a e a equação (45) a partir deste até hr_3a .

Na Tabela 2.7 e Figura 2.14, são apresentadas as estatísticas e visualizados os *desvios* obtidos pelo uso das equações (44;45) nos dados reais da porção superior das 60 árvores-amostra.

2.3.3.2 Porção apical do tronco

Na análise da porção apical do tronco, intervalo delimitado entre hr_3 a h , adotaram-se os mesmos procedimentos relatados anteriormente, obtendo-se a seguinte equação otimizada e confiável de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(hr_3a < h_i \leq h)} = 0,5d_{hr_3a}^{(-0,8)} h \left(\frac{h-h_i}{h-hr_3a} \right)^{1,0} + 0,5d_{hr_3a} \left(\frac{h-h_i}{h-hr_3a} \right)^{0,938} \quad (46).$$

Diante desse resultado, para se empregar o método da altura relativa na caracterização da forma do tronco em sua porção apical, em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , deve-se aplicar a equação (46) de hr_3a até h .

Na Tabela 2.8 e Figura 2.15, são apresentadas as estatísticas e visualizados os *desvios* obtidos pelo uso equação (46) nos dados reais da porção apical das 60 árvores-amostra.

TABELA 2.7 – Estatísticas em porcentagem, adotadas para avaliar a acurácia das equações (44) e (45)

Equação	Bias	DPM	$r(\hat{y}_i, y_i)$	$s(\hat{y}_i, y_i)$	P	T
(44) e (45)	-4,801	-4,405	92,712	8,123	17,510	42,127

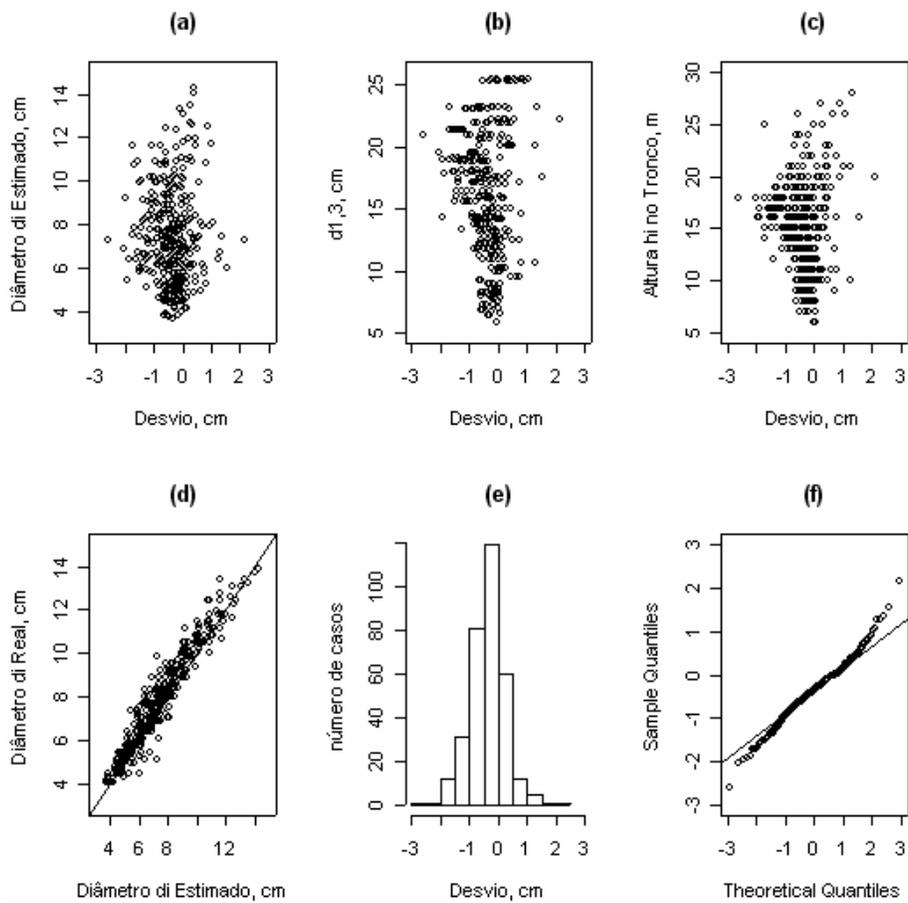


FIGURA 2.14 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção superior do tronco das 60 árvores-amostra empregando-se as equações (44) e (45); $n=324$.

TABELA 2.8 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (46)

Equação	Bias	DPM	$r(y_i, \hat{y}_i)$	$s(y_i, \hat{y}_i)$	P	T
(46)	1,332	2,183	35,101	11,394	20,029	99,837

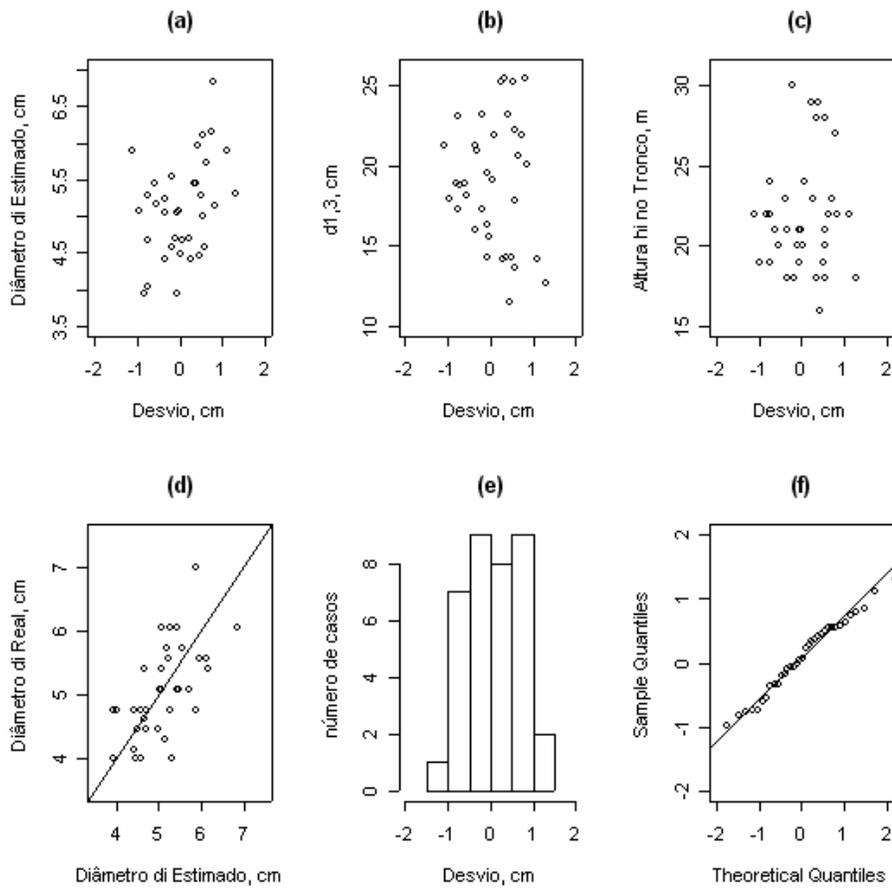


FIGURA 2.15 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção apical do tronco das 60 árvores-amostra empregando-se a equação (46); $n=36$.

2.3.3.3 Porção basal do tronco

Analisando a porção basal do tronco, variando λ maior que 2 m, com $hb = 1,3$ m e $hb = 0,1$ m, encontrou-se para a equação (11) os valores de $\lambda_{\text{ótimo}}$ e $r_{\text{ótimo}}$ que geraram as seguintes equações otimizadas de forma do tronco, similar ao que foi feito para se obter a equação (28):

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = d_{1,3} \left(\frac{12,2}{h_i + 10,9} \right)^{1,8158} \quad (47); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = d_{0,1} \left(\frac{11}{h_i + 10,9} \right)^{1,82} \quad (48).$$

A partir da equação (8), adotando-se os mesmos procedimentos que resultaram nas equações (33), (34) e (35), porém, com diferentes valores de h_v maior que 2 m em cada índice r , geraram-se as seguintes equações otimizadas de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = d_{1,3} \left(\frac{6,5 - h_i}{5,2} \right)^{0,89} \quad (49); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = d_{0,1} \left(\frac{8,9 - h_i}{8,8} \right)^{1,359} \quad (50).$$

em que:

$d_{0,1}$ = diâmetro medido a 0,1 m do solo.

As equações de (47) a (50) foram analisadas quanto às diferentes opções que se tem para descrever a forma do tronco em sua porção basal empregando-se PD 's, sendo decidido por uma equação resultado da média entre as equações (47), (48) e (50). Gerou-se, então, a seguinte equação otimizada e confiável de forma do tronco:

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = 31,29615d_{1,3} (h_i + 10,9)^{(-1,8158)} + 26,19470d_{0,1} (h_i + 10,9)^{(-1,82)} + 0,01735d_{0,1} (8,9 - h_i)^{1,359} \quad (51).$$

Diante desse resultado, para se empregar o método da altura relativa na caracterização da forma do tronco em sua porção basal, em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , deve-se aplicar a equação (51) de 0,0 m até 1,3 m.

Na Tabela 2.9 e Figura 2.16, são apresentadas as estatísticas e visualizados os *desvios* obtidos pelo uso da equação (51) nos dados reais da porção basal das 60 árvores-amostra. Já, na Figura 2.17, está o esquema dos cinco números mostrando a variação dos *desvios* obtidos com as equações selecionadas nas porções do tronco superior, apical e basal.

Analisando as equações otimizadas e confiáveis de forma do tronco, obtidas para os seis segmentos do tronco, representados pelas equações (40;43), (44;45), (46) e (51), pôde-se verificar que, em média, na porção basal é mais adequado utilizar um neilóide ($r=3/2$). Enquanto na porção mediana oscila-se entre um *PD* semi-cúbico ($r=2/3$) e de Apollonius ($r=1/2$), na porção superior deve variar entre os *PD*'s semi-cúbico e cone ($r=1$). Por último, na porção apical, deve ser utilizado o *PD* cone (Figura 2.18). Nota-se que, para se gerar as equações, utilizam-se apenas os diâmetros situados a 0,3 m, 1,3 m e $hr = (h-2)/2$ de árvores em pé, excluindo-se a necessidade de cubar árvores, viabilizando amostrar árvores localizadas dentro das parcelas de inventário.

De maneira geral, considerando as diferentes porções do tronco, observa-se que, no sentido base-topo, aumenta a dificuldade em se definir uma equação otimizada e confiável de forma do tronco, resultando em pior nível de acurácia. Segundo Bruce & Schumacher (1950), isto ocorre porque a conicidade próxima do ápice do tronco é muito variável. Por outro lado, observou-se que abaixo de hr_1 foi mais fácil definir o *PD*_{otimizado}.

TABELA 2.9 – Estatísticas em percentagem, adotadas para avaliar a acurácia da equação (51)

Equação	Bias	DPM	$r(y_i, \hat{y}_i)$	$s(y_i, \hat{y}_i)$	P	T
(51)	-0,452	-0,148	98,654	4,158	7,708	13,811

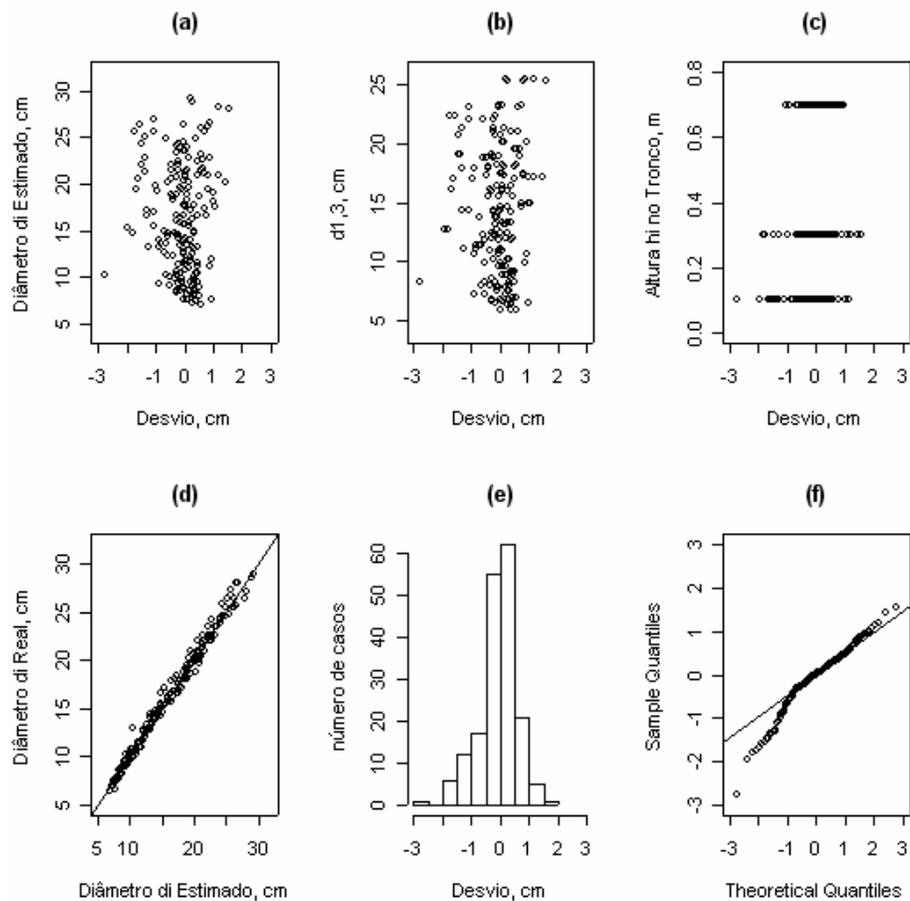


FIGURA 2.16 - Distribuição dos *desvios* absolutos obtidos na porção basal do tronco das 60 árvores–amostra empregando-se a equação (51); $n=180$.

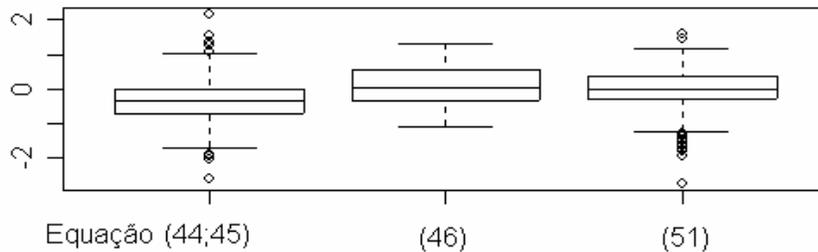


FIGURA 2.17 – Esquema dos cinco números obtidos para as equações otimizadas de forma do tronco (44;45), (46) e (51).

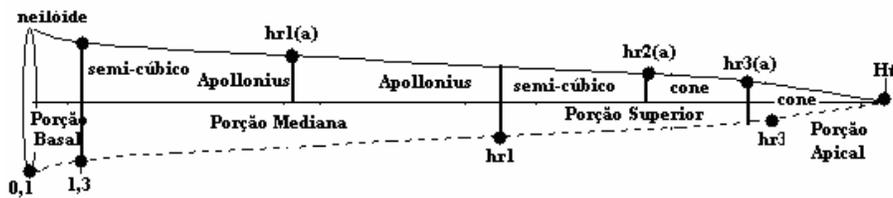


FIGURA 2.18 - Protótipos Dendrométricos definidos em diferentes partes do tronco a partir das equações 43 e 44 (porção mediana), equações 44 e 45 (porção superior), equação 46 (porção apical) e equação 51 (porção basal), as quais foram geradas empregando-se dados de cubagem obtidos por meio do cone.

Considerando que, para uso do método da altura relativa em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h , usa-se análise de regressão no $CAR_{k,b}$, logo, é preciso comparar ao uso de equações de forma do tronco geradas por meio de diferentes $PD_{otimizadas}$, o que é apresentado a seguir.

2.3.4 Análise da Hipótese 5 Aplicando as Equações Otimizadas e Confiáveis de Forma do Tronco Geradas Com uma Cubagem Feita Pelo Cone

Visando a fazer inferências acerca da Hipótese 5, utilizaram-se os dados das 128 árvores restantes como um teste de aplicação do método da altura relativa, simulando o seu uso em árvores onde se mediu apenas $d_{1,3}$ e h . Assim,

por meio da cubagem pelo método de Smalian, aplicaram-se as equações (40;43), (44;45), (46) e (51) ao longo do tronco das 128 árvores-amostra, as quais foram denominadas: *Uso de PD*. Para comparação, utilizou-se as equações de regressão apresentadas na Tabela 2.10 para estimar $CAR_k b$ nas equações de (18) a (21), denominadas: *Análise de Regressão*.

TABELA 2.10 – Resultados obtidos por Andrade et al. (2006) para prever $CAR_k b$ nas equações de (18) a (21); em que: $X = d_{1,3}(0,5h - 1)$; $\hat{\beta}_i$ = parâmetros estimados; ε = erro aleatório; Ln = logaritmo neperiano; \bar{R}^2 = coeficiente de determinação ajustado

Equações utilizadas:

$$(CAR_I b) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(X) + \hat{\beta}_2(d_{1,3})$$

$$(CAR_{II} b) = (-1) \exp \left[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(X) + \hat{\beta}_2(1/d_{1,3}) + \hat{\beta}_3 Ln(h) \right]$$

$$(CAR_{III} b) = (-1) \exp \left[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(h) + \hat{\beta}_2(1/X) \right]$$

Estatísticas obtidas para as equações utilizadas:

	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	\bar{R}^2
$CAR_I b$	-7,96654	-0,07957	0,90010		62,76
$CAR_{II} b$	-1,79737	-0,00057	4,46034	1,58547	81,24
$CAR_{III} b$	2,16512	0,03594	-13,57630		97,63

Observação: em Andrade et al. (2006) $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_3$ estavam trocados em $CAR_{II} b$. Deve-se obter $CAR_I b$, $CAR_{II} b$ e $CAR_{III} b$ sempre menores que zero.

Ressalta-se que, para se poder empregar as equações referentes ao *Uso de PD*, foi necessário utilizar as equações obtidas por Andrade (2001) para

estimar a base do $PD_{otimizado}$, sendo $d_{0,1}$ na equação (51), d_{hr_1} na equação (43;44) e d_{hr_2} na equação (45), as quais são: $\hat{d}_{0,1} = 2,17196d_{1,3}^{1,02831}h^{-0,21983}$; $\hat{d}_{hr_1} = 0,90289d_{1,3}^{0,78630}h^{0,07789}$; e $\hat{d}_{hr_2} = 0,72775d_{1,3}^{0,74989}h^{0,08538}$.

No emprego do *Uso de PD e Análise de Regressão*, inicialmente, por meio de uma cubagem pelo método de Smalian, foram realizadas predições de diâmetros ao longo do tronco das 128 árvores-amostra e dos volumes vt e $v4$. Em seguida, foram obtidos os *desvios* e o *total percentual*, cujas estatísticas são apresentadas na Tabela 2.11, mostrando a superioridade da *Análise de Regressão* devido ao menor *total percentual* geral de 63,033%.

TABELA 2.11 Estatísticas adotadas para avaliar a acurácia do *Uso de PD e Análise de Regressão* em um teste de aplicação com 128 árvores-amostra

Variável	Bias	MDP	$r(y_i \hat{y}_i)$	$s(y_i \hat{y}_i)$	P	T
Uso de PD:						
d_i	-1,342	-1,733	98,795	5,461	18,760	28,500
vt	-2,405	-2,422	99,132	6,661	10,868	23,224
$v4$	-2,729	-2,987	99,113	6,817	11,910	25,329
						77,054
Análise de Regressão:						
d_i	-0,370	-0,858	98,783	5,487	16,505	24,438
vt	0,533	0,337	99,062	6,923	10,276	19,007
$v4$	0,430	0,158	99,054	7,041	11,014	19,589
						63,033

A *Análise de Regressão* apresentou as melhores estatísticas tanto para caracterizar a forma do tronco ($T = 24,438\%$) como para volume ($T = 19,007\%$ para v_1 e $T = 19,589\%$ para v_4). Assim, considerando que equações de forma do tronco visam quantificar o volume de diferentes sortimentos, então, para se decidir, ou pelo *Uso de PD* ou pela *Análise de Regressão*, considerou-se a soma geral do *total percentual*, incluindo a forma do tronco e os volumes v_1 e v_4 . O resultado indicou *Análise de Regressão* como sendo melhor com *total percentual* de $63,033\%$ contra $77,054\%$.

Os *desvios* apresentados na Figura 2.19 (forma do tronco) mostram que a *Análise de Regressão* tem melhor comportamento, principalmente, quanto à distribuição normal onde os desvios oscilam de forma bem equilibrada em torno de $6,05$ cm (gráficos *g* e *h*). Este comportamento se repetiu na análise do volume (Figuras 2.20 e 2.21), onde se notam desvios com uma distribuição bem equilibrada ao longo do eixo zero, além de apresentar melhor distribuição normal dos desvios com a maioria oscilando em torno de $\pm 5\%$.

A análise feita nos resultados apresentados pela Tabela 2.11 e Figuras de 2.19 a 2.21, indicou que a *Análise de Regressão* tem melhor nível de acurácia que o *Uso de PD* levando à rejeição da *Hipótese 5*. Isto permitiu deduzir que o uso de sólidos geométricos em dados de cubagem simulados pelo cone não deve ser preferido ao uso da análise de regressão em $CAR_{i,b}$, sendo este método uma importante opção de uso do método da altura relativa em árvores onde se mediu $d_{1,3}$ e h nas parcelas de inventário.

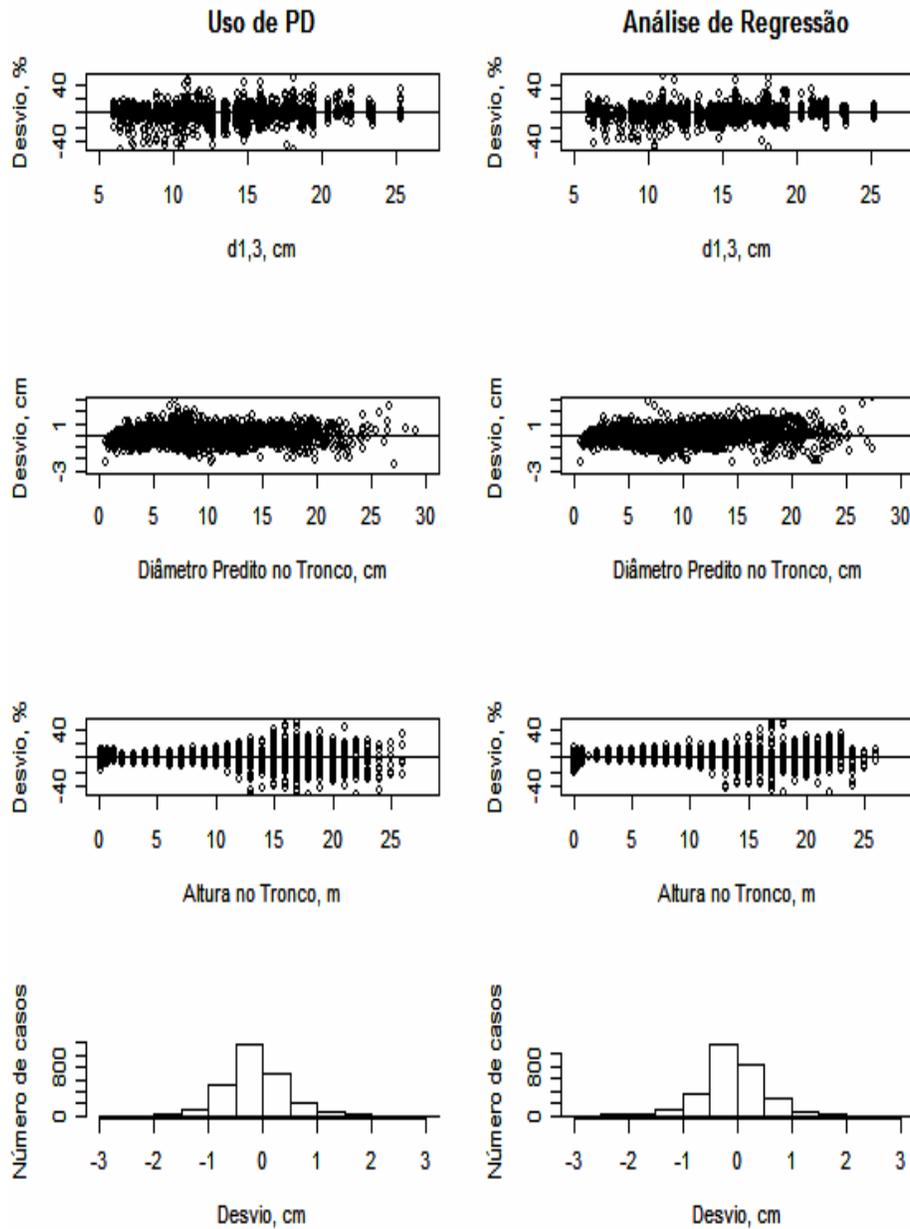


FIGURA 2.19 - Desvios obtidos para diâmetros do tronco das 128 árvores empregando *Uso de PD* e *Análise de Regressão*; $n=2811$.

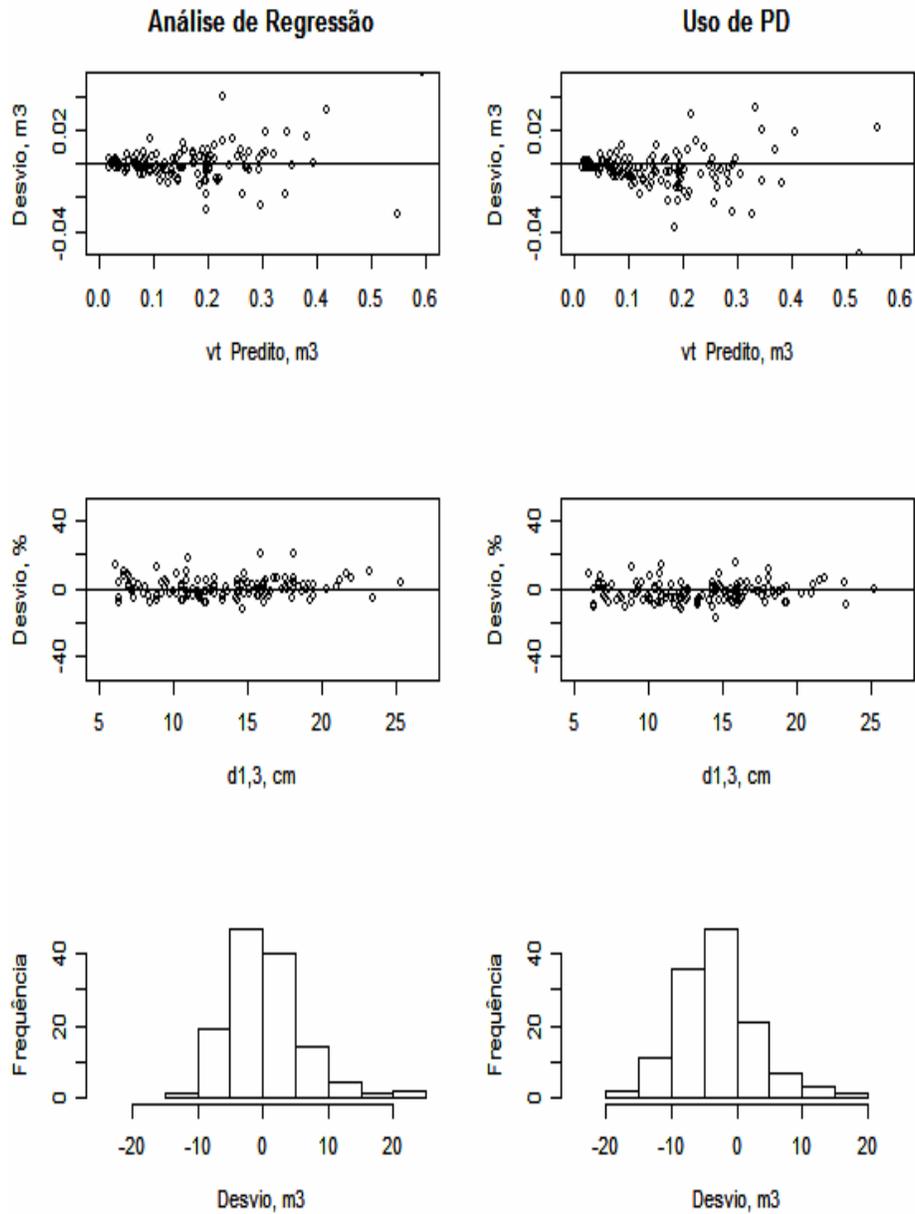


FIGURA 2.20 - Desvios obtidos para *vt* empregando-se *Uso de PD* e *Análise de Regressão* em uma cubagem simulada pelo método de Smalian; $n=128$.

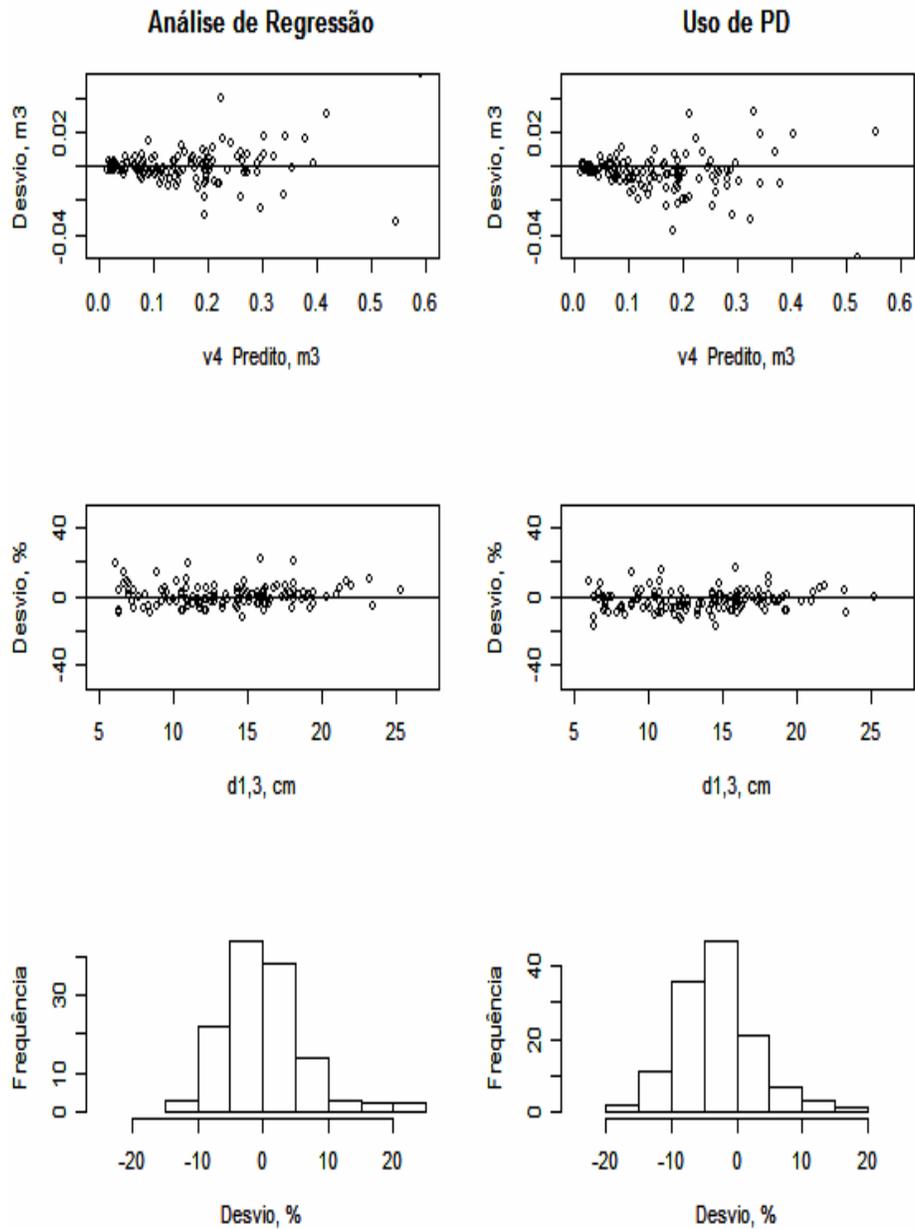


FIGURA 2.21 - Desvios obtidos para v4 empregando-se *Uso de PD* e *Análise de Regressão* em uma cubagem simulada pelo método de Smalian; $n=128$.

2.4 CONCLUSÕES

As análises feitas neste trabalho levaram à rejeição apenas da hipótese 5, permitindo, diretamente, as seguintes conclusões:

- A equação que representa um determinado $PD_{otimizado}$ para diferentes segmentos do tronco de árvores pode, também, ser considerada como sendo uma equação otimizada e confiável de forma do tronco;
- Pode-se gerar uma única equação otimizada e confiável de forma do tronco envolvendo todas as i -ésimas alturas de determinada porção do tronco;
- Quanto maior o número de segmentos do tronco das árvores, caracterizados por um $PD_{otimizado}$, melhor a acurácia das equações de forma do tronco;
- O uso de dados de cubagem obtidos pelo cone, para se definir um $PD_{otimizado}$, exige um número maior de segmentos no tronco de árvores do que o uso de dados reais de cubagem, para se atender ao mesmo nível de acurácia;
- As equações geradas a partir da *Análise de Regressão* resultam em melhor acurácia na predição da forma e do volume do tronco que o *Uso de PD*;

Ao mesmo tempo, o desenvolvimento do trabalho para se avaliar as *Hipóteses 1, 2, 3, 4 e 5*, indiretamente, permitiu concluir que:

- Para se ter o mesmo nível de acurácia de quando se usa dados reais, o emprego do método da altura relativa exigiu dividir o tronco de árvores em seis segmentos;

- Caracterizar a forma do tronco de árvores, empregando-se um sólido geométrico, depende do posicionamento deste no tronco quanto ao seu limite inferior hb e superior hv ;
- Quanto maior o índice r da parábola, que representa um determinado $PD_{otimizado}$, maior será o valor de hv e λ ;
- Acima de $hr_1 = (h-1,7)/1,7$ há maior dificuldade de se utilizar sólidos geométricos, tendo-se reduções na porção do tronco de árvores em que se pôde otimizar o uso destes para descrever sua forma;
- A equação otimizada de forma do tronco tem melhor nível de acurácia quando é resultado da média entre as equações geradas a partir das equações (8) e (9);
- O posicionamento do segmento no tronco de árvores em direção ao topo piora o nível de acurácia das equações geradas de forma do tronco;
- A forma do tronco de árvores deve ser caracterizada por equações obtidas separadamente por classe de diâmetro $d_{1,3}$;

2.5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, V. C. L. **Um método para descrever o perfil do tronco em árvores de eucalipto utilizando geometria analítica**. 2001. 74 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

ANDRADE, V. C. L.; CALEGÁRIO, N.; SCOLFORO, J. R. S. Análise de algumas alternativas para obter o coeficiente angular da reta no método da altura relativa. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 3, p. 303-317, 2006.

ANDRADE, V. C. L.; LEITE, H. G. Uso da geometria analítica para descrever o taper e quantificar o volume de árvores individuais. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 25, n. 4, p. 481-486, 2001.

BALDWIN JUNIOR, V. C.; FEDUCCIA, D. P. Compatible tree-volume and upper-stem diameter equations for plantation Loblolly Pines in the West Gulf Region. **The Southern Journal of Applied Forestry**, v. 15, n. 2, p. 92-97, 1991.

BRUCE, D.; SHUMASCHER, F. X. **Forest mensuration**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1950. 474 p.

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGEL, B. E. **Stem profile equations for southern tree species**. Washington, DC: Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113 p. (Research paper, SE 282).

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree forma do tronco and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 3, n. 1, p. 90-94, 1973.

GOMES, A. M. A. **Medição dos árvoredos**. Lisboa: Monumental, 1957. 413 p.

HUSCH, B.; MILLER, C. L.; BEERS, T. E. **Forest mensuration**. 3. ed. New York: Ronald Press, 1972. 410 p.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Um método para condução de inventários florestais sem o uso de equações volumétricas. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 26, n. 3, p. 321-328, 2002.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO-FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba: [s.n.], 2006. 309 p.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Amsterdam, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

NEWNHAM, R. M. **A variable-form taper function**: forestry Canada
Petawawa National Forestry Institute Information Report PI-X-83. Ottawa:
Petawawa National Forestry Institute, 1988. 27 p.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **The Forestry Chronicle**, v. 49, n. 3, p. 136-138, 1973.

PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L.; QUINTAES, P. C. G.; SOARES, V. P. Análise de equações volumétricas para *Eucalyptus spp.* segundo o método de regeneração na região de José de Melo. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 7, n. 1, p. 56-70, 1983.

THIERSCH, C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MAESTRI, R.; DEHON, G. Acurácia dos métodos para estimativa do volume comercial de clones de *Eucalyptus sp.* **Revista Cerne**, Lavras, v. 12, n. 2, p. 167-181, 2006.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA VINCULAR PROTÓTIPOS DENDROMÉTRICOS À FORMA DO TRONCO DE ÁRVORES A PARTIR DA MEDIÇÃO DE QUATRO DIÂMETROS

RESUMO

ANDRADE, Valdir Carlos Lima de. **Desenvolvimento de um método para vincular protótipos dendrométricos à forma do tronco de árvores a partir da medição de quatro diâmetros.** In:___; Cubagem de árvores em pé pelo método da altura relativa. 2006. Cap3, p.80-152. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras*

Neste estudo, empregando a equação: $y = \pm b x^r$, objetivou-se gerar equações otimizadas de forma do tronco por meio da simulação de diferentes sólidos geométricos que, em média, podem ser assumidos como compatíveis às formas geométricas de ocorrência no tronco das árvores. A metodologia foi desenvolvida a partir do software Excel e R versão 2.5.0 ambiente Windows, utilizando dados reais de 1297 árvores cubadas do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, com idade variando entre 5 a 8 anos. Dados de outras 128 árvores cubadas foram utilizados como um teste de aplicação para se inferir sobre a confiabilidade da metodologia desenvolvida na quantificação de multiprodutos da madeira. Todas as decisões tomadas neste trabalho foram baseadas nos critérios estatísticos de: desvio percentual, desvio percentual médio, erro padrão residual entre valor real e estimado, ou, predito, teste F e exatidão obtida pelo teste de qui-quadrado, além da análise gráfica dos desvios. Concluiu-se que, a partir de equações otimizadas de forma do tronco, geradas por meio de um sólido geométrico otimizado, é possível simular a cubagem de árvores em pé a partir da medição de diâmetros do tronco situados em apenas 0,3 m, 1,3 m, $hr_a = (h-2)/2$ e em $hr_b = (h-1,25)/1,25$, além de se considerar a altura total h, cujos procedimentos foram incluídos em uma metodologia denominada de: Método da Altura Relativa com Dois Diâmetros.

* Orientador: Natalino Calegario - UFLA.

DEVELOPMENT OF A METHOD TO LINK DENDROMETRIC PROTOTYPES TO TRUNK FORMS OF TREES STARTING FROM THE MEASUREMENT OF FOUR DIAMETERS

ABSTRACT

ANDRADE, Valdir Carlos Lima de. **Development of a method to link dendrometric prototypes to trunk forms of trees starting from the measurement of four diameters.** In:___; Upper diameter measurement of standing trees using relative height method. 2006. Cap3, p.80-152. PhD Thesis (In Forest Engineering) – Federal University of Lavras, Lavras *

This study, using the equation: $y = \pm b x^r$, aimed at generating optimized equations of the trunk form through the simulation of different geometric solids that, on average, can be assumed as compatible to the geometric forms of occurrence in the trunk of the trees. The methodology was developed starting from the software Excel and R version 2.5.0, using real data of 1297 cubed trees of *Eucalyptus grandis* x *Eucalytus urophylla* hybrid with age varying from 5 to 8 years. Data of other 128 cubed trees were used as an application test to infer on the reliability of the methodology developed in the quantification of wood multiproducts. All the decisions taken in this work were based on the statistical criteria of: percent deviation, average percent deviation, residual standard deviation between real and estimated values, or, predicted, F test and accuracy obtained by the qui-square test, besides, the graphic analysis of the deviations. It was concluded that, starting from optimized equations of the tree trunk form, generated through an optimized geometric solid, it is possible to simulate the cubage of standing trees starting from the measurement of diameters of the trunk placed in only 0,3 m and in 1,3 m, $hr_a = (h-2)/2$ and in $hr_b = (h-1,25)/1,25$, besides being considered the total height h, which procedures were included in a methodology known as: Method of the Relative Height with Two Diameters.

* Advisor: Natalino Calegario - UFLA.

3.1 INTRODUÇÃO

O uso de informações volumétricas tendo um alto nível de confiabilidade, é fundamental para balizar a tomada de decisões frente ao uso otimizado e sustentável da madeira produzida nos povoamentos florestais, principalmente, quando se tratar de diferentes tamanhos de toragens e de diâmetros comerciais, isto é, de se quantificar os multiprodutos da madeira.

É essencial não se preocupar apenas com o sistema de inventário florestal volumétrico conduzido nos povoamentos florestais, de forma a ter o mínimo de *vício* possível. Deve-se atentar, também, com o nível de representatividade e confiabilidade das equações de multiprodutos da madeira que serão geradas porque, tradicionalmente, são equações obtidas a partir de dados de cubagem de árvores abatidas em locais diferentes daqueles amostrados pelas parcelas do inventário. Isto pode acarretar uma ineficiente representatividade de árvores cubadas e, conseqüente, aumento do *vício* do inventário volumétrico de madeira.

Uma alternativa para minimizar o *vício* no inventário, advindo de equações de multiprodutos, é cubar árvores selecionadas próximas ou dentro das parcelas, similar ao que foi feito por Couto & Vetorazzo (1999) e Chichorro (2000). Tal procedimento, além de tornar compatíveis equações de multiprodutos e árvores amostradas no inventário, proporciona melhor nível de representatividade nas árvores cubadas devido à distribuição das parcelas na área inventariada, pois a relação volumétrica é influenciada pelo local, idade, posição da árvore e, também, por haver dependência entre indivíduos.

É importante, então, conduzir um inventário florestal empregando-se metodologias que permitam cubar árvores de forma simultânea às medições das parcelas e que envolvam menor quantidade de diâmetros medidos no tronco para reduzir custos e dificuldades técnico-operacionais. O método da altura relativa é

indicado nesse caso, porque exclui a cubagem de árvores com abate e permite simulá-la medindo-se apenas os diâmetros do tronco situados apenas em 0,3 m e em $hr = (h-2)/2$ metros com a árvore em pé, considerando também 1,3 metros e a altura total, conforme feito por Leite & Andrade (2002).

Na realidade, para gerar equações de forma do tronco empregando-se o método da altura relativa, é necessário medir apenas o diâmetro em $hr = (h-2)/2$, pois em 1,3 m a medição é feita obrigatoriamente em qualquer inventário florestal e em 0,3 m a medição não apresenta dificuldade alguma. Além disso, em h o diâmetro tem valor zero, o que torna a medição dificultosa apenas em $hr = (h-2)/2$ devido a sua altura na árvore em pé (Andrade, 2001).

Diante disso, considerando os procedimentos apresentados no capítulo 2 e os procedimentos que levaram ao desenvolvimento do método da altura relativa (Capítulo 1), conduziu-se este estudo tendo como objetivo gerar equações de forma do tronco a partir da equação que representa um sólido geométrico otimizado, porém, atrelado ao uso de poucos diâmetros do tronco de árvores em pé para viabilizar medições simultâneas nas parcelas de inventário. Para isto, foram enunciadas as seguintes hipóteses teóricas:

Hipótese 1:

Se existe um sólido geométrico diferente do cone que, em média, minimiza o desvio entre seus diâmetros e os diâmetros reais do tronco de árvores de modo confiável, não se deve empregar somente o cone para simular a cubagem do tronco segmentado de árvores em pé.

Hipótese 2:

Se a equação que representa um sólido geométrico otimizado representa também uma equação otimizada e confiável de forma do tronco, esta é adequada para simular a cubagem de árvores em pé a fim de quantificar, confiavelmente, os

multiprodutos da madeira nas árvores localizadas dentro das parcelas de inventário.

Hipótese 3:

Se é possível determinar um sólido geométrico otimizado a partir da medição de poucos diâmetros no tronco de árvores em pé, não é preciso cubar árvores abatidas sempre que se necessitar de equações de forma do tronco geradas pela equação que representa um sólido geométrico otimizado, ou outro método tradicionalmente empregado para tal objetivo.

3.2 MATERIAL E MÉTODOS

Este estudo baseou-se em dados de uma cubagem feita em 1297 árvores-amostra do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, cujas árvores foram abatidas em áreas localizadas na Região Nordeste do Estado da Bahia com idades variando de 5 a 8 anos. Estes dados, obtidos pela medição de diâmetros do tronco com casca nas posições de 0,1 m, 0,3 m, 0,7 m, 1,3 m, 2 m e a cada metro até um diâmetro oscilando em torno de 1 cm com casca, foram analisados para se desenvolver uma metodologia que permita definir o protótipo dendrométrico que, em média, minimiza o desvio entre diâmetros deste e diâmetros reais do tronco de árvores.

Nas análises feitas, para se ter um padrão de comparação, supondo-se as 1297 árvores-amostra em pé, avaliou-se a forma do tronco destas segmentado em quatro partes que são as seguintes:

- Porção Basal do tronco definido entre 0,0 m a 1,3 m (*PBT*);
- Porção Mediana do Tronco definida entre 1,3 m a hr_1 (*PMT*);
- Porção Superior do Tronco, definido entre hr_1 a hr_2 (*PST*); e
- Porção Apical do Tronco definido entre hr_2 a h (*PAT*).

A avaliação do nível de acurácia das equações geradas foi feita por meio de um teste de aplicação com 128 árvores cubadas que não faziam parte dos dados das 1297 árvores. Neste teste, avaliou-se a forma do tronco e o volume comercial simulando toras com 2 m de comprimento até os limites de 0 cm (volume total – vt) e 4 cm ($v4$). Para isto, adotou-se a análise dos desvios por meio de gráficos e das seguintes estatísticas:

$$DPM = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) \right] 100;$$

$$s_{y_i y_i}^{\wedge} = \pm \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-2)}}{\bar{y}} 100; \text{ e}$$

$$P = \pm \sqrt{\left(\frac{196^2}{\chi_n^2}\right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i}\right)^2}.$$

em que:

DPM = desvio percentual médio;

$s_{y_i y_i}^{\wedge}$ = erro padrão residual entre valores reais e preditos, ou estimados;

P = exatidão obtida pelo teste de qui-quadrado (χ_n^2) com nível de 5% de probabilidade, conforme Paula Neto et al. (1983);

\hat{y}_i e y_i = valor estimado, ou, predito e valor real de diâmetros do tronco e dos volumes *vt* e *v4*, respectivamente, quando for o caso de análise;

n = número de pares de \hat{y}_i e y_i ; e

\bar{y} = valor real médio de diâmetros do tronco e dos volumes *vt* e *v4*, respectivamente, quando for o caso de análise.

No uso dos critérios de *DPM*, $s_{y_i y_i}^{\wedge}$ e *P* fez-se uma classificação atribuindo-se peso 1 para o melhor resultado, peso 2 para o resultado classificado em segundo lugar e assim por diante, até o último método avaliado. O resultado final foi agrupado na média ponderada, gerando-se um percentual médio (*PM%*) obtido por meio de:

$$PM(\%) = \sum (Peso * Estatística) / \sum (Peso).$$

3.2.1 Definição do $PD_{otimizado}$ em Diferentes Partes do Tronco

Os dados de cubagem das 1297 árvores-amostra foram empregados para se definir, em média, qual o protótipo dendrométrico (PD) que minimiza o desvio entre diâmetros deste e diâmetros reais do tronco, separadamente, ao longo dos segmentos definidos como PBT , PMT , PST e PAT . Para isto, primeiramente, separaram-se os dados por classe de $d_{1,3}$ e, em seguida, obteve-se os diâmetros do tronco da árvore-média aplicando-se:

$$dq_{ij} = \sqrt{\frac{\bar{g}_{ij} 40000}{\pi}}.$$

em que:

dq_{ij} = diâmetro médio quadrático na i -ésima altura do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$;

\bar{g}_{ij} = área transversal média na i -ésima altura do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$;

π = constante valendo 3,14159.

Devido aos valores de dq_{ij} serem obtidos até uma altura maior que a altura total média de cada classe de $d_{1,3}$, adotou-se um artifício de acrescentar a última altura do tronco com dq_{ij} o valor obtido pela média do ponteiro, o qual se refere à diferença entre a altura total e a altura referente ao último diâmetro medido no tronco de cada árvore individual, em torno de 1 cm com casca.

Os valores de dq_{ij} foram considerados como representativos da forma real do tronco da árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$ e, portanto, sendo padrão na definição do protótipo dendrométrico otimizado ($PD_{otimizado}$), baseando-se

no procedimento apresentado no capítulo 2 a partir das seguintes equações, cujas variáveis são ilustradas na Figura 3.1:

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{hv - h_i}{hv - hb} \right)^r \quad (1); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = db \left(\frac{\lambda}{h_i + \lambda - hb} \right)^r \quad (2).$$

em que:

\hat{d}_i = diâmetro em i -ésimas partes de um determinado PD assumido como o diâmetro em i -ésimas partes do tronco de árvores para um determinado nível de acurácia desejada;

h_i = i -ésima altura no tronco referente a \hat{d}_i ;

db = diâmetro fixo no tronco de uma árvore referente a altura hb ;

hb = limite inferior de um determinado PD próximo de sua base;

hv = limite superior de um determinado PD referente ao seu vértice;

r = índice da parábola que descreve um determinado PD ; e

λ = ponta de um determinado PD .

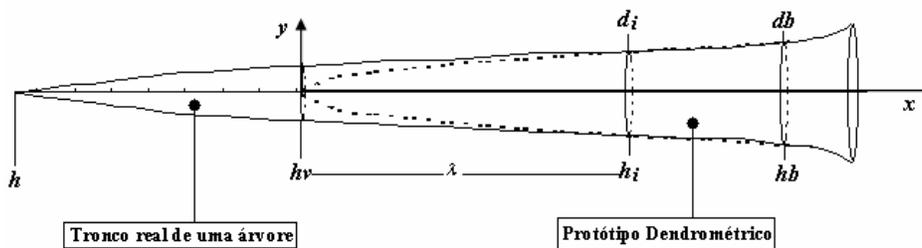


FIGURA 3.1 - Tronco real de uma árvore tendo um protótipo dendrométrico, virtualmente, fixado entre os limites hv e hb .
Fonte: Capítulo 2.

3.2.1.1 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção basal do tronco

Para obter hv na equação (1) e λ na equação (2), foram aplicadas as seguintes equações:

$$hv = \phi_1 d_{1,3} \quad (3); \text{ e}$$

$$\lambda = 1,3 + e^{(\phi_2 d_{1,3})} \quad (4).$$

Ao substituir hv e λ nas equações (1) e (2), respectivamente, além de substituir hb por 1,3 e db por $d_{1,3}$, obtiveram-se equações de diferentes PD 's que, em média, podem ser consideradas equações de forma do tronco tendo as seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left(\frac{\phi_1 d_{1,3} - h_i}{\phi_1 d_{1,3} - 1,3} \right)^r \quad (5); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 d_{1,3}}}{h_i + e^{\phi_2 d_{1,3}}} \right)^r \quad (6).$$

Na aplicação das equações (5) e (6) $d_{1,3}$ e h_i não são incógnitas, pois $d_{1,3}$ é medido em todas as árvores que pertencem às parcelas de um inventário florestal e h_i é estipulado por ocasião da simulação de uma cubagem. Já as variáveis ϕ_1 , ϕ_2 e r devem assumir valores que representem um $PD_{otimizado}$ tendo o melhor posicionamento possível na PBT . Neste caso, o índice r pode assumir qualquer valor entre $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{2}$ porque, conforme Gomes (1957), é neste intervalo que se encontra o valor ideal que mais se assemelha à forma do tronco das árvores. Assim, verifica-se que o maior problema é encontrar os valores de ϕ_1 e ϕ_2 para as equações (5) e (6), respectivamente, que representem o $PD_{otimizado}$ adequado à caracterização da forma do tronco em sua porção basal.

Diante disso, para encontrar o $PD_{otimizado}$ adequado a PBT , obtiveram-se primeiro os valores de ϕ_1 e ϕ_2 para cada índice r iguais à $0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1$ e $\frac{3}{2}$ dentro de cada altura de 0,1 m, 0,3 m e 0,7 m com seus respectivos diâmetros, os quais foram considerados como par $hr; dr$ para substituir o par $h; \hat{d}_i$ nas equações (5) e (6). Esta substituição resultou nas seguintes equações:

$$dr_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{\phi_{1ijk} d_{1,3j} - hr_{ij}}{\phi_{1ijk} d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_{ijk}} \quad (7); e$$

$$dr_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2ijk} d_{1,3j}}}{hr_{ij} + e^{\phi_{2ijk} d_{1,3j}}} \right)^{r_{ijk}} \quad (8).$$

em que:

$d_{1,3j}$ = diâmetro a 1,3 m no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$;

hr_{ij} = i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ considerada como altura relativa;

dr_{ij} = diâmetro referente a hr_{ij} ;

r_{ijk} = k -ésimo valor de r avaliado na i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$; e

ϕ_{1ijk} = valor do parâmetro ϕ_1 obtido para a i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r ;

ϕ_{2ijk} = valor do parâmetro ϕ_2 obtido para a i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r ; e

demais variáveis já foram definidas.

Nas equações (7) e (8), para se obter um respectivo valor de ϕ_1 e ϕ_2 em cada índice r e par $hr;dr$ avaliados, foram realizadas as devidas transformações algébricas que resultaram nas seguintes equações:

$$\phi_1 c_{ijk} = \left(\frac{1}{d_{1,3j}} \right) \left\{ \frac{hr_{ij} - 1,3 e^{\left[\frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{r_{ijk}} \right]}}{1 - e^{\left[\frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{r_{ijk}} \right]}} \right\} \quad (9); e$$

$$\phi_2 c_{ijk} = \left(\frac{1}{d_{1,3j}} \right) Ln \left\{ \frac{hr_{ij} e^{\left[\frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{r_{ijk}} \right]} - 1,3}{1 - e^{\left[\frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{r_{ijk}} \right]}} \right\} \quad (10).$$

em que:

$\phi_1 c_{ijk}$ e $\phi_2 c_{ijk}$ = valores calculados dos parâmetros ϕ_{1ijk} e ϕ_{2ijk} , respectivamente, utilizando a i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r avaliado;

Ln = logaritmo neperiano;

e = inverso de Ln ; e

demais variáveis já foram definidas.

Aplicando-se as equações (9) e (10) nos dados da árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$, obtiveram-se valores de $\phi_1 c_{ijk}$ e $\phi_2 c_{ijk}$ respectivamente, para cada índice r e par $hr;dr$ testados. Em seguida, utilizando-se $\phi_1 c_{ijk}$ e $\phi_2 c_{ijk}$ nas equações (5) e (6) para substituir ϕ_1 e ϕ_2 , respectivamente, obtiveram-se 18 equações de forma do tronco porque foram utilizados valores de r iguais à: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$ em cada $hr = 0,1$; $hr = 0,3$ e $hr = 0,7$. As 18 equações foram geradas em cada uma das seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{\phi_1 c_{ijk} d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_{ijk} d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_{ijk}} \quad (11); e$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 c_{ijk} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{ijk} d_{1,3j}}} \right)^{r_{ijk}} \quad (12).$$

em que:

h_{ij} = i -ésima altura na porção basal do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$;

\hat{d}_{ij} = diâmetro do tronco referente a h_{ij} ;

demais variáveis já foram definidas.

As 18 equações de cada uma das formas funcionais (11) e (12), as quais resultaram em 36 equações de forma do tronco, geraram diferentes PD 's para, em média, poderem ter seus diâmetros assumidos como diâmetros do tronco em sua porção basal, cuja diferença com os respectivos diâmetros reais resultou no desvio em porcentagem por meio de:

$$DP_{ijl} = \left(\frac{\hat{d}_{ijl} - d_{ij}R}{d_{ij}R} \right) 100 \quad (13).$$

em que:

DP_{ijl} = desvio percentual obtido na i -ésima altura do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ aplicando a l -ésima equação dentre as 18 obtidas em cada uma das formas funcionais (11) e (12);

$d_{ij}R$ = diâmetro real na i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$; e

d_{ijl} = diâmetro de um determinado PD assumido como diâmetro na i -ésima altura do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ aplicando a l -ésima equação dentre as 18 obtidas em cada uma das formas funcionais (11) e (12).

A equação (13) foi aplicada em alturas no tronco diferentes de hr_{ij} , pois quando se tem $hr_{ij} = h_{ij}$ o resultado é $dr_{ij} = \hat{d}_{ij}$ e $DP_{ij} = 0\%$. Assim, para $hr_{ij} = 0,1$ m, obteve-se DP_{ij} empregando-se as 36 equações das formas (11) e (12) em $h_{ij} = 0,3$ m e $h_{ij} = 0,7$ m. Em seguida, para cada índice r dentro de cada par $hr_{ij}; dr_{ij}$, obteve-se a média de DP_{ijl} aplicando-se:

$$DPM_{ij} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i,j,l=1}^{n:8,36} DP_{ijl} \quad (14).$$

em que:

DPM_{ij} = desvio percentual médio obtido para a l -ésima equação aplicada na árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$.

Tomando-se como base a estatística DPM_{ij} , selecionaram-se os dois valores de hr que resultaram em $DPM_{ij} > 0\%$ e $DPM_{ij} < 0\%$, o mais próximo possível de 0% . Em seguida, por meio de interpolação, encontrou-se $\phi_1 c_{ijk}$ e $\phi_2 c_{ijk}$ que resultaram em $DPM_{ij} = 0\%$ para cada índice r testado, respectivamente, denotados de $\phi_1 c_{jk}$ e $\phi_2 c_{jk}$. Ressalta-se que foi considerado o menor valor no caso de se encontrar somente $DPM_{ij} > 0\%$, ou, somente $DPM_{ij} < 0\%$.

Após obter $\phi_1 c_{jk}$ e $\phi_2 c_{jk}$, procedeu-se a aplicação destes nas equações (11) e (12) para substituir $\phi_1 c_{ijk}$ e $\phi_2 c_{ijk}$, respectivamente, gerando-se seis

equações por classe de $d_{1,3}$ referentes aos seis PD 's avaliados nas seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3_j} \left(\frac{\phi_1 c_{jk} d_{1,3_j} - h_{ij}}{\phi_1 c_{jk} d_{1,3_j} - 1,3} \right)^{r_{jk}} \quad (15);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3_j} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3_j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3_j}}} \right)^{r_{jk}} \quad (16); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3_j}}{2} \right) \left[\left(\frac{\phi_1 c_{jk} d_{1,3_j} - h_{ij}}{\phi_1 c_{jk} d_{1,3_j} - 1,3} \right)^{r_{jk}} + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3_j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3_j}}} \right)^{r_{jk}} \right] \quad (17).$$

em que:

$\phi_1 c_{jk}$ e $\phi_2 c_{jk}$ = valores otimizados de $\phi_1 c_{ijk}$ e $\phi_2 c_{ijk}$ obtidos para cada árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r avaliado; demais variáveis já foram definidas.

Para obter o valor otimizado de r_{jk} em cada classe de diâmetro $d_{1,3}$, separadamente, nas equações (15), (16) e (17), sendo a equação (17) o resultado da média entre as equações (15) e (16), adotou-se o mesmo procedimento de interpolação relatado anteriormente para obter $DPM_{ij} = 0\%$. Os resultados obtidos foram denotados de r_j para a equação (15), de r_{ja} para a equação (16) e de r_{jm} para a equação (17). Neste caso, obtiveram-se também novos valores otimizados para $\phi_1 c_{jk}$ e $\phi_2 c_{jk}$, respectivamente, denotados de $\phi_1 c_j$ e $\phi_2 c_j$ nas equações (15) e (16) e de $\phi_1 c_{jm}$ e $\phi_2 c_{jm}$ na equação (17).

A aplicação de r_j e $\phi_1 c_j$ na equação (15) para substituir r_{jk} e $\phi_1 c_{jk}$, de r_{ja} e $\phi_2 c_j$ na equação (16) para substituir r_{jka} e $\phi_2 c_{jk}$ e de r_{jm} , $\phi_1 c_{jm}$ e $\phi_2 c_{jm}$ na

equação (17) para substituir r_{jk} , r_{jka} , $\phi_1 c_{jk}$ e $\phi_2 c_{jk}$, respectivamente, gerou uma única equação local e otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$ nas seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{\phi_1 c_j d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_j} \quad (18);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}}} \right)^{r_{ja}} \quad (19); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{\phi_1 c_j m d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j m d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_{jm}} + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 c_j m d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_j m d_{1,3j}}} \right)^{r_{jm}} \right] \quad (20).$$

Cada uma das equações (18), (19) e (20) podem ser consideradas equações locais e otimizadas de forma do tronco, pois são equações geradas utilizando a árvore-média obtida por meio de uma tabela local e porque, dentre todas as equações geradas anteriormente, melhor minimizam o DPM_{ij} entre diâmetros do PD e diâmetros reais da porção basal do tronco de eucalipto.

Outra equação foi obtida pela média das equações (18) e (19), resultando na seguinte equação local e otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$:

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{\phi_1 c_j d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_j} + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}}} \right)^{r_{ja}} \right] \quad (21).$$

Para decidir-se pela melhor equação por classe de $d_{1,3}$, dentre as quatro equações de (18) a (21), gerou-se um percentual médio a partir da aplicação de (13) atribuindo-se pesos ao DP_{ijl} obtido, sendo peso 1 a equação que resultou no menor valor, peso 2 a que se classificou em 2^o lugar, peso 3 a que se classificou

em 3^o lugar e peso 4 a equação que se classificou em 4^o lugar. Em seguida, calculou-se a média ponderada por meio de:

$$PM_{jl} = \frac{\sum(PESO_{ijl} * DP_{ijl})}{\sum(PESO_{ijl})} \quad (22).$$

em que:

PM_{jl} = percentual médio obtido para a l -ésima equação avaliada aplicada na árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$;

$PESO_{ijl}$ = peso atribuído na i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ aplicando a l -ésima equação avaliada; e

DP_{ijl} = desvio percentual obtido na i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ aplicando a l -ésima equação avaliada.

Ressalta-se que para decidir pelas equações de (18) a (21), consideraram-se as três alturas avaliadas de 0,1 m, 0,3 m e 0,7 m, pois tais equações resultaram em hr otimizado de 0,35 m obtido conforme relatado anteriormente com $DPM_{lj} = 0\%$. Também, como hr_1 é fixo em 1,3 m, então, pode-se considerar que a metodologia desenvolvida permite definir um $PD_{otimizado}$ para a PBT , mas com o intuito de se utilizar o tronco deste $PD_{otimizado}$ como similar a PBT .

Ressalta-se, ainda, que a equação selecionada dentre (18) a (21) é adequada somente para predições da forma do tronco de árvores-média cujo volume, após se quantificar os diferentes multiprodutos da madeira, será em $m^3\text{árvore}^{-1}$. Este, após multiplicado pelo número de árvores por ha, resultará no volume em $m^3\text{ha}^{-1}$ do produto madeireiro desejado em determinado povoamento florestal inventariado.

Diante disso, para se poder utilizar a equação selecionada em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, procedeu-se a *Calibragem* empregando-se os

dados das 1297 árvores-amostra ao procedimento de interpolação com $DPM_{ij} = 0\%$.

Para melhor entendimento do exposto acima, supondo que a equação (18) seja selecionada por apresentar o menor valor de PM_{ij} , então, ao se fixar $\phi_1 c_j$ fazendo r_j assumir diferentes valores e *vice versa*, obtem-se três equações que conferem a cada uma um DPM_{ij} obtidos com os dados individuais das 1297 árvores. Ao se analisar $DPM_{ij} > 0\%$ e $DPM_{ij} < 0\%$, respectivamente, o mais próximo possível de $DPM_{ij} = 0\%$, encontram-se novos valores para r_j e $\phi_1 c_j$, respectivamente, denotados de $r_j b$ e $\phi_1 c_j a$. O resultado consiste de equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, devendo-se optar por uma delas que são:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{\phi_1 c_j d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_j b} \quad (23);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{\phi_1 c_j a d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j a d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_j} \quad (24); e$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{\phi_1 c_j d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_j b} + \left(\frac{\phi_1 c_j a d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_1 c_j a d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_j} \right] \quad (25).$$

em que:

$j = j$ -ésima árvore individual de cada classe de $d_{1,3}$; e
demais variáveis já foram definidos.

Caso a equação (19) seja selecionada, o procedimento relatado acima é o mesmo, porém, visando encontrar novos valores para $r_j a$ e $\phi_2 c_j$, respectivamente, denotados de $r_j c$ e $\phi_2 c_j a$. Com isto, são geradas três equações

locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, devendo-se optar por uma delas que são:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}} \right)^{r_{jc}} \quad (26);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2c_{ja}} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_{ja}} d_{1,3j}}} \right)^{r_{ja}} \quad (27); e$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}} \right)^{r_{jc}} + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2c_{ja}} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_{ja}} d_{1,3j}}} \right)^{r_{ja}} \right] \quad (28).$$

Na situação em que a equação (20) seja selecionada, o procedimento consiste em variar apenas r_{jm} para encontrar um novo valor deste, denotado de r_{jma} . O resultado é a seguinte equação local, *calibrada* e otimizada de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$:

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{\phi_{1c_{jm}} d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_{1c_{jm}} d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_{jma}} + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2c_{jm}} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_{jm}} d_{1,3j}}} \right)^{r_{jma}} \right] \quad (29).$$

Por fim, supondo que a equação (21) seja selecionada dentre as equações de (18) a (21), então, o procedimento será o de variar r_j e r_{ja} para encontrar um valor comum a estes, denotado de r_{jmb} . O resultado é a seguinte equação local, *calibrada* e otimizada de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$:

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{\phi_{1c_j} d_{1,3j} - h_{ij}}{\phi_{1c_j} d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_{jmb}} + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}} \right)^{r_{jmb}} \right] \quad (30).$$

As equações de (23) a (30) podem ser consideradas equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco, tendo o melhor nível de acurácia possível, pois foram selecionadas dentre as várias equações geradas a partir dos diferentes *PD*'s que, em média, melhor descrevem a forma do tronco em sua porção basal, empregando-se uma tabela local de distribuição de frequência.

3.2.1.2 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção mediana do tronco

A porção mediana do tronco de árvores empregando o método da altura relativa é delimitada pelo intervalo formado entre 1,3 m a $hr_1 = (h-1,7)/1,7$, cujo limite hr_1 , em média, resulta em 65% da altura total (h). Devido a este método gerar equações de forma do tronco a partir do sólido geométrico cone, então, quando se emprega um *PD* diferente pode-se ter um limite hr_1 diferente. Assim, para se definir uma porção mediana do tronco (*PMT*) provisória, empregando-se diferentes *PD*'s, determinou-se o intervalo formado entre 1,3 m e 70% a 75% de h da árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$.

Na definição do *PD* que melhor se assemelha à forma do tronco de árvores, inicialmente, é preciso gerar equações que representem diferentes *PD*'s adaptados às informações da *PMT*. Neste caso, para hb considerou-se fixo em 1,3 m e hv com λ foram obtidos por meio das seguintes equações:

$$hv = \frac{(h-X)}{X} \quad (31); \text{ e}$$

$$\lambda = e^{(\phi_2 d_{1,3})} \quad (32).$$

O uso das equações (31) e (32) para substituir hv e λ nas equações (1) e (2), respectivamente, além de substituir hb por 1,3 e db por $d_{1,3}$, gerou equações para representar diferentes *PD*'s que, em média, podem também representar

equações de forma do tronco para uso em sua porção mediana, tendo as seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{(h-X)/X - h_i}{(h-X)/X - 1,3} \right]^r \quad (33); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left(\frac{e^{\phi_2 d_{1,3}}}{h_i + e^{\phi_2 d_{1,3}} - 1,3} \right)^r \quad (34).$$

As equações (33) e (34) permitiram definir vários *PD*'s referentes aos intervalos delimitados por 1,3 m a 2 m, 1,3 m a 3 m e, sucessivamente, até 1,3 m a hr_{ij} , definidos como par $hr_{ij}; dr_{ij}$, onde hr_{ij} se refere à altura que delimita a *PMT* com 1,3 m e dr_{ij} seu respectivo diâmetro. Assim, usando-se o par $hr_{ij}; dr_{ij}$ nas equações (33) e (34) para substituir o par $h_i; \hat{d}_i$, geraram-se as equações:

$$dr_{ij} = d_{1,3} \left[\frac{(h_j - X_{ijk})/X_{ijk} - hr_{ij}}{(h_j - X_{ijk})/X_{ijk} - 1,3} \right]^{r_{ijk}} \quad (35); \text{ e}$$

$$dr_{ij} = d_{1,3} \left(\frac{e^{\phi_{2ijk} d_{1,3j}}}{hr_{ij} + e^{\phi_{2ijk} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{ijk}} \quad (36).$$

em que:

hr_{ij} = *i*-ésima altura no tronco da árvore-média da *j*-ésima classe de $d_{1,3}$ considerada como altura relativa;

dr_{ij} = diâmetro referente a hr_{ij} ;

X_{ijk} = valor constante de *X* avaliado na *i*-ésima altura do tronco da árvore-média da *j*-ésima classe de $d_{1,3}$ e *k*-ésimo valor de *r*;

r_{ijk} = *k*-ésimo valor de *r* avaliado na *i*-ésima altura do tronco da árvore-média da *j*-ésima classe de $d_{1,3}$;

ϕ_{2ijk} = valor do parâmetro ϕ_2 obtido com a i -ésima altura do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r ; e demais variáveis já foram definidas.

Na equação (35) foram avaliados valores constantes de X iguais a: 0,7, 0,9, 1,1, 1,2, 1,4 e 1,7. Já, na equação (36), foram avaliados os valores de r iguais a: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$. Neste caso, o procedimento consistiu em calcular r_{ijk} para cada valor de X_{ijk} avaliado na equação (35) e de ϕ_{2ijk} para cada valor de r_{ijk} avaliado na equação (36), respectivamente, denotados de rc_{ijk} e ϕ_2c_{ijk} . Para calcular estes, similar ao que foi feito para gerar as equações (9) e (10), aplicaram-se transformações algébricas nas equações (35) e (36), gerando-se as seguintes equações:

$$rc_{ijk} = \frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{Ln[(h_j - X_{ijk}) / X_{ijk} - hr_{ij}] - Ln[(h_j - X_{ijk}) / X_{ijk} - 1,3]} \quad (37).$$

$$\phi_2c_{ijk} = \left(\frac{1}{d_{1,3j}} \right) Ln \left[\frac{(hr_{ij} - 1,3)e^{\left(\frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{r_{ijk}} \right)}}{1 - e^{\left(\frac{Ln(dr_{ij}) - Ln(d_{1,3j})}{r_{ijk}} \right)}} \right] \quad (38).$$

em que:

rc_{ijk} = valor calculado de r utilizando a i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de X ;

ϕ_2c_{ijk} = valor calculado do parâmetro ϕ_2 utilizando a i -ésima altura no tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r ; e demais variáveis já foram definidas.

Aplicando-se as equações (37) e (38) nos dados da árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$, obteve-se rc_{ijk} e $\phi_2 c_{ijk}$ para cada valor de X e índice r testados, respectivamente, dentro de cada par $hr_{ij}; dr_{ij}$. Este procedimento, similar ao que foi feito com as equações (11) e (12), geraram-se várias equações que representam diferentes PD 's para, em média, serem assumidas como várias equações que representam a forma do tronco em sua porção mediana, tendo as seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3,j} \left[\frac{(h_j - X_{ijk}) / X_{ijk} - h_{ij}}{(h_j - X_{ijk}) / X_{ijk} - 1,3} \right]^{rc_{ijk}} \quad (39); e$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3,j} \left(\frac{e^{\phi_2 c_{ijk} d_{1,3,j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{ijk} d_{1,3,j}} - 1,3} \right)^{r_{ijk}} \quad (40).$$

em que:

h_{ij} = i -ésima altura na porção mediana do tronco da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$;

\hat{d}_{ij} = diâmetro do tronco referente a h_{ij} ;

demais variáveis já foram definidas.

A aplicação das várias equações da forma funcional (39) e (40) resultaram em estimativas de diâmetros ao longo da PMT , nos quais, após aplicar (14) obteve-se DPM_{ij} considerando-se somente os desvios percentuais DP_{ijl} menores que 11% obtidos pela aplicação de (13) em cada altura do tronco entre 1,3 m e 70% a 75% de h da árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$.

Conforme o procedimento de interpolação com $DPM_{ij} = 0\%$ empregado na PBT , encontraram-se novos valores para rc_{ijk} e $\phi_2 c_{ijk}$, respectivamente, denotados de rc_{jk} e $\phi_2 c_{jk}$. Com isto, ao se aplicar rc_{jk} e $\phi_2 c_{jk}$ nas equações

(39) e (40), respectivamente, para substituir rc_{ijk} e ϕ_2c_{ijk} , similar ao que foi feito para gerar as equações (15), (16) e (17), obtiveram-se seis equações por classe de $d_{1,3}$ em cada uma das seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left[\frac{(h_j - X_{jk})/X_{jk} - h_{ij}}{(h_j - X_{jk})/X_{jk} - 1,3} \right]^{rc_{jk}} \quad (41);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{e^{\phi_2c_{jk} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2c_{jk} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{jk}} \quad (42); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_{jk})/X_{jk} - h_{ij}}{(h_j - X_{jk})/X_{jk} - 1,3} \right]^{rc_{jk}} + \left(\frac{e^{\phi_2c_{jk} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2c_{jk} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{jk}} \right\} \quad (43).$$

em que:

rc_{jk} = valor calculado de rc para a árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de X testado;

ϕ_2c_{jk} = valor calculado do parâmetro ϕ_2c para árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ e k -ésimo valor de r testado; e

demais variáveis já foram definidas.

As seis equações de cada forma (41), (42) e (43) foram aplicadas nos dados da árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$ para obter DPM_{lj} pelo emprego de (14). Em seguida, por meio de interpolação com $DPM_{lj} = 0\%$, encontraram-se novos valores para rc_{jk} e ϕ_2c_{jk} , denotados de rc_j para a equação (41) e de ϕ_2c_j para a equação (42). Obtiveram-se, também, novos valores para X_{jk} e r_{jk} que foram denotados de X_j e r_j , respectivamente. Estes, ao serem aplicados nas equações (41) e (42), respectivamente, substituindo rc_{jk} com X_j e ϕ_2c_{jk} com r_j , similar as equações (18) e (19), gerou-se uma única equação local e

otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$ para cada uma das seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - 1,3} \right]^{rc_j} \quad (44); e$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_j} \quad (45).$$

Na equação (43), inicialmente, substituiu-se rc_{jk} e r_{jk} por um único índice r . Ao se variar este r , de modo que resultasse em DPM_{ij} o mais próximo possível de 0%, mantendo-se fixo X_{jk} e de $\phi_{2c_{jk}}$, obteve-se um novo valor por interpolação com $DPM_l = 0\%$, denotado de $r_{j,m}$ e, respectivos novos valores para X_{jk} e de $\phi_{2c_{jk}}$, denotados de $X_{j,m}$ e de $\phi_{2c_{j,m}}$. Os valores de $r_{j,m}$, $X_{j,m}$ e $\phi_{2c_{j,m}}$, ao serem aplicados na equação (43) para substituir rc_{jk} , r_{jk} , X_{jk} e $\phi_{2c_{jk}}$, similar a equação (20), resultou na seguinte equação local e otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$ na seguinte forma funcional:

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_{j,m}) / X_{j,m} - h_{ij}}{(h_j - X_{j,m}) / X_{j,m} - 1,3} \right]^{r_{j,m}} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_{j,m}} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_{j,m}} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{j,m}} \right\} \quad (46).$$

Uma outra equação foi obtida com a média entre as equações (44) e (45) resultando na seguinte equação local e otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$, similar a equação (21):

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - 1,3} \right]^{rc_j} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_j} \right\} \quad (47).$$

As equações (44), (45), (46) e (47) podem ser consideradas equações de forma do tronco locais e otimizadas, pois foram geradas utilizando a árvore-média obtida por meio de uma tabela local e, porque dentre todas as equações geradas anteriormente, mais bem minimizam o DPM_{ij} entre diâmetros do PD e diâmetros reais do tronco de árvores em sua porção mediana.

Após gerar as (44), (45), (46) e (47), obteve-se o respectivo valor otimizado de hr pelo mesmo processo de interpolação com $DPM_{ij} = 0\%$, além de delimitar também o valor de hr_1 considerando desvios percentuais menores que 11%. Em seguida, visando a decidir-se pela melhor equação, adotou-se a estatística PM_{ji} obtida aplicando (22) conforme descrito para se avaliar as equações de (18) a (21) geradas na PBT , porém, considerando também o menor intervalo entre 1,3 m e hr e o maior intervalo entre 1,3 m e hr_1 possíveis.

Ressalta-se que as equações de (44) a (47) são adequadas somente em predições da forma do tronco de árvores-média, conforme alertado no item anterior. Assim, após selecionar a melhor equação em cada classe de $d_{1,3}$, procedeu-se a *Calibragem* empregando-se o procedimento adotado nas equações de (18) a (21). Como exemplo, supondo que a equação (44) seja selecionada, então, ao se fixar X_j fazendo rc_j assumir diferentes valores e *vice versa*, obtém-se novos valores de rc_j e X_j , respectivamente, denotados de $rc_{j,a}$ e $X_{j,a}$. Estes, similar às equações de (23) a (25), geram equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, devendo-se optar por uma delas que são:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - 1,3} \right]^{rc_{j,a}} \quad (48);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left[\frac{(h_j - X_{j,a}) / X_{j,a} - h_{ij}}{(h_j - X_{j,a}) / X_{j,a} - 1,3} \right]^{rc_j} \quad (49); e$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - 1,3} \right]^{r_j a} + \left[\frac{(h_j - X_{ja}) / X_{ja} - h_{ij}}{(h_j - X_{ja}) / X_{ja} - 1,3} \right]^{r_j} \right\} \quad (50).$$

O procedimento anterior é o mesmo adotado caso a equação (45) seja selecionada, porém, visando encontrar novos valores para r_j e $\phi_2 c_j$, denotados de r_{ja} e $\phi_2 c_{ja}$, respectivamente. Estes, similar às equações (26) a (28), geram equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, devendo-se optar por uma delas que são:

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{ja}} \quad (51);$$

$$\hat{d}_{ij} = d_{1,3j} \left(\frac{e^{\phi_2 c_{ja} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{ja} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_j} \quad (52); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left[\left(\frac{e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_j d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{ja}} + \left(\frac{e^{\phi_2 c_{ja} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{ja} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_j} \right] \quad (53).$$

Quanto à situação em que a equação (46) seja selecionada, o procedimento consiste em variar apenas r_{jm} para encontrar um valor otimizado deste, sendo denotado de r_{jma} . Com isto, similar à equação (29), gera-se uma única equação local, *calibrada* e otimizada de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, que é a seguinte:

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_{jm}) / X_{jm} - h_{ij}}{(h_j - X_{jm}) / X_{jm} - 1,3} \right]^{r_{jma}} + \left(\frac{e^{\phi_2 c_{jm} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{jm} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{jma}} \right\} \quad (54).$$

Por fim, se a equação (47) for selecionada dentre as equações de (44) a (47), então, deve-se variar rc_j e r_j para encontrar um valor comum e otimizado destes, denotado de r_{jmb} . Com isto, similar a equação (30), gera-se uma única equação local, *calibrada* e otimizada de forma do tronco para uso em árvores individuais por classe de $d_{1,3}$, que é a seguinte:

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j)/X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j)/X_j - 1,3} \right]^{r_{jmb}} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r_{jmb}} \right\} \quad (55).$$

As equações de (48) a (55) podem ser consideradas equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco, tendo o melhor nível de acurácia possível, pois foram selecionadas dentre as várias equações geradas a partir dos diferentes *PD*'s que, em média, mais bem descrevem a forma do tronco em sua porção mediana, empregando-se uma tabela local de distribuição de frequência.

3.2.1.3 Definição do *PD*_{otimizado} na porção superior do tronco

O valor de hr_2 , que delimita a porção superior do tronco no método da altura relativa é obtido por $hr_3 = (h-1,1)/1,1$ resultando em 85% de h e em valor diferente devido ao uso dos seis tipos de *PD*'s avaliados. Assim, para se definir hr_2 testaram-se as alturas no tronco maiores que hr_1 até 90% de h aplicando-se os mesmos procedimentos adotados na *PMT*, porém fazendo nas equações (1) e (2) db ser dr_1 , d_i ser dr_2 , hb igual a hr_1 e h_i igual a hr_2 . Os resultados obtidos, similares às equações (35) e (36), foram as seguintes equações:

$$dr_{2,ij} = dr_{1,j} \left[\frac{(h_j - X_{ijk})/X_{ijk} - hr_{2,ij}}{(h_j - X_{ijk})/X_{ijk} - hr_{1,j}} \right]^{r_{ijk}} \quad (56); e$$

$$dr_{2ij} = dr_{1j} \left(\frac{e^{\phi_{2ijk} d_{1,3j}}}{hr_{2ij} + e^{\phi_{2ijk} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_{ijk}} \quad (57).$$

Após manipular as equações (56) e (57), para se gerar equações similares às equações (37) e (38), obtiveram-se as seguintes equações:

$$rc_{ijk} = \frac{Ln(dr_{2ij}) - Ln(dr_{1j})}{Ln\left[\frac{(h_j - X_{ijk})}{X_{ijk}} - hr_{2ij}\right] - Ln\left[\frac{(h_j - X_{ijk})}{X_{ijk}} - hr_{1j}\right]} \quad (58); e$$

$$\phi_{2c_{ijk}} = \left(\frac{1}{d_{1,3j}} \right) Ln \left[\frac{(hr_{2ij} - hr_{1j}) e^{\left(\frac{Ln(dr_{2ij}) - Ln(dr_{1j})}{r_{ijk}} \right)}}{1 - e^{\left(\frac{Ln(dr_{2ij}) - Ln(dr_{1j})}{r_{ijk}} \right)}} \right] \quad (59).$$

Ao se aplicar (58) e (59) na árvore-média de cada classe de $d_{1,3}$, com diferentes valores de hr_{2ij} ; dr_{2ij} obtidos em alturas entre hr_1 e 90% de h , gerou-se valores de rc_{ijk} e $\phi_{2c_{ijk}}$ para substituir r_{ijk} e ϕ_{2ijk} em (56) e (57), respectivamente.

Ainda nestas equações, fazendo $dr_{2ij} = \hat{d}_{ij}$ e $hr_{2ij} = h_{ij}$, geraram-se várias equações similares às equações (39) e (40), representando diferentes PD's para, em média, também representarem várias equações de forma do tronco em sua porção superior por classe de $d_{1,3}$, tendo as seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - X_{ijk}) / X_{ijk} - h_{ij}}{(h_j - X_{ijk}) / X_{ijk} - hr_{1j}} \right]^{rc_{ijk}} \quad (60); e$$

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left(\frac{e^{\phi_{2c_{ijk} d_{1,3j}}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_{ijk} d_{1,3j}}} - hr_{1j}} \right)^{r_{ijk}} \quad (61).$$

Aplicando-se as várias equações (60) e (61) em cada árvore-média, analisou-se a melhor altura do tronco para ser adotada como hr_2 adotando-se o mesmo procedimento para se definir hr_1 na *PMT*, porém, considerando um desvio percentual menor que 16%.

Na definição de rc_{ijk} para um valor de X avaliado na equação (60) e de $\phi_2 c_{ijk}$ para cada valor de r avaliado na equação (61), procedeu-se da mesma forma para se gerar as equações (41), (42) e (43). O resultado foram seis equações por classe de $d_{1,3}$ em cada uma das seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - X_{jk}) / X_{jk} - h_{ij}}{(h_j - X_{jk}) / X_{jk} - hr_{1j}} \right]^{rc_{jk}} \quad (62);$$

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left(\frac{e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_{jk}} \quad (63); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_{jk}) / X_{jk} - h_{ij}}{(h_j - X_{jk}) / X_{jk} - hr_{1j}} \right]^{rc_{jk}} + \left(\frac{e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_2 c_{jk} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_{jk}} \right\} \quad (64).$$

Ao se aplicar as seis equações de cada uma das formas (62), (63) e (64) nos dados da árvore média de cada classe de $d_{1,3}$, empregando-se os procedimentos adotados na *PMT* para gerar as equações (44), (45), (46) e (47), gerou-se uma equação local e otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$ para cada uma das seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - hr_{1j}} \right]^{rc_j} \quad (65);$$

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_j} \quad (66);$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j m) / X_j m - h_{ij}}{(h_j - X_j m) / X_j m - hr_{1j}} \right]^{r_j m} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_j m} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j m} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_j m} \right\} \quad (67); e$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - hr_{1j}} \right]^{rc_j} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_j} \right\} \quad (68).$$

Após a seleção da melhor equação dentre (65), (66), (67) e (68), aplicando-se o mesmo procedimento adotado na *PMT* para se decidir entre as equações de (44) a (47), procedeu-se a *Calibragem* gerando-se as seguintes equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - hr_{1j}} \right]^{rc_j a} \quad (69);$$

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - X_j a) / X_j a - h_{ij}}{(h_j - X_j a) / X_j a - hr_{1j}} \right]^{rc_j} \quad (70);$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - hr_{1j}} \right]^{rc_j a} + \left[\frac{(h_j - X_j a) / X_j a - h_{ij}}{(h_j - X_j a) / X_j a - hr_{1j}} \right]^{rc_j} \right\} \quad (71);$$

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_j b} \quad (72);$$

$$\hat{d}_{ij} = dr_{1j} \left(\frac{e^{\phi_{2c_j a} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j a} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_j} \quad (73);$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_{ja}} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_j a} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j a} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_j} \right\} \quad (74);$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j m) / X_j m - h_{ij}}{(h_j - X_j m) / X_j m - hr_{1j}} \right]^{r_{jma}} + \left(\frac{e^{\phi_{2c_j m} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j m} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_{jma}} \right\} \quad (75); e$$

$$\hat{d}_{ij} = \left(\frac{dr_{1j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - X_j) / X_j - h_{ij}}{(h_j - X_j) / X_j - hr_{1j}} \right]^{r_{jmb}} \left(\frac{e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{\phi_{2c_j} d_{1,3j}} - hr_{1j}} \right)^{r_{jmb}} \right\} \quad (76).$$

3.2.1.4 Definição do $PD_{otimizado}$ na porção apical do tronco

O que delimita a porção apical do tronco no método da altura relativa deve ser o mesmo resultado neste trabalho, pois, quando a i -ésima altura no tronco for igual h , tem-se que d_i é igual a zero. Portanto, quando se deseja descrever a forma do tronco em sua porção apical, deve-se utilizar apenas a equação (1) porque hv tem que ser igual a h . Assim, ao se fazer db igual a dr_2 , hb fica sendo hr_2 e hv sendo h , o que permitiu gerar seis equações representando diferentes PD 's para, em média, também representarem seis equações de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$ tendo a seguinte forma funcional:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{2j} \left[\frac{h_j - h_{ij}}{h_j - hr_{2j}} \right]^{r_{jk}} \quad (77).$$

Geraram-se seis equações da forma funcional (77) porque se utilizou de r iguais à: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$ sendo procurado, então, um valor otimizado denotado de r_j . Assim, aplicando-se o procedimento de interpolação

com $DPM = 0\%$, gerou-se uma única equação otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$ tendo a seguinte forma funcional:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{2j} \left[\frac{h_j - h_{ij}}{h_j - hr_{2j}} \right]^{r_j} \quad (78).$$

Após gerar a equação (78), procedeu-se a *Calibragem* variando-se r_{jk} mantendo-se fixos os demais termos obtendo-se um valor otimizado deste, sendo denotado de r_{ja} . O resultado foi a seguinte equação local, *calibrada* e otimizada de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$:

$$\hat{d}_{ij} = dr_{2j} \left[\frac{h_j - h_{ij}}{h_j - hr_{2j}} \right]^{r_{ja}} \quad (79).$$

3.2.2 Métodos Utilizados para Vincular um Protótipo Dendrométrico Otimizado a Medição de Dois Diâmetros do Tronco

As equações geradas no item anterior constituem uma metodologia que permite fazer a simulação de $PD_{otimizados}$ sem a medição de diâmetros do tronco ($SPDOSMD$) empregando-se, então, as seguintes equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco por classe de $d_{1,3}$:

$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)}$ = uso de uma equação selecionada dentre (23) a (30);

$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq hr_1)}$ = uso de uma equação selecionada dentre (48) a (55);

$\hat{d}_{(hr_1 < h_i \leq hr_2)}$ = uso de uma equação selecionada dentre (69) a (76);

$\hat{d}_{(hr_2 < h_i \leq h)}$ = uso da equação (79).

O uso das equações apresentadas acima em árvores diferentes das 1297 empregadas neste estudo, podem ter o problema de ser adequado usar outro tipo de $PD_{otimizado}$. Esta situação exige a cubagem de árvores representativas para se

definir o $PD_{otimizado}$ próprio das árvores amostradas pelo inventário, conforme se faz tradicionalmente com equações obtidas por meio da análise de regressão.

Diante disso, como não se objetiva neste trabalho desenvolver uma metodologia que dependa da cubagem, exceto quando obtida por simulação empregando-se o método da altura relativa (capítulo 2), então, a fim de gerar os $PD_{otimizados}$ próprios de árvores atrelados aos que foram definidos com as 1297 árvores, avaliaram-se as posições em que devem ser medidos os diâmetros do tronco das árvores que serão amostradas pelo inventário. Considerou-se para isto, duas posições obtidas pelas seguintes equações:

$$hr_a = \frac{h - X_a}{X_a} \quad (80); e$$

$$hr_b = \frac{h - X_b}{X_b} \quad (81).$$

Para se decidir pelo uso das equações (80) e (81), as quais definem a altura onde se deve medir os diâmetros dr_a e dr_b , a fim de se determinar o $PD_{otimizado}$ adequado a cada árvore amostrada nas parcelas de inventário, avaliaram-se três possibilidades definidas como: Métodos de Simulação de Protótipos Dendrométricos Otimizados (*SPDO*), os quais serão descritos a seguir, sendo desenvolvidos empregando-se as 1297 árvores supondo-as em pé.

3.2.2.1 Método da simulação de $PD_{otimizados}$ com medição de dois diâmetros do tronco (*SPDOCM2D*)

Este método consiste em simular $PD_{otimizados}$ a partir de diâmetros do tronco medidos em hr_a e, ou, em hr_b (equações 80 e 81) resultando no $PD_{otimizado}$ próprio de cada porção do tronco de árvores individuais. Não se utiliza um valor médio do índice r por classe de diâmetro $d_{1,3}$, conforme o método *SPDOSMD*.

Para obtenção do $PD_{otimizado}$ em cada porção do tronco das árvores, foram empregadas as seguintes equações:

$$rc_{ij}0,3 = \frac{Ln(dr_{0,3ij}) - Ln(db_j)}{Ln(hv_j - 0,3) - Ln(hv_j - hb_j)} \quad (82);$$

$$rc_{ij}a = \frac{Ln(dr_{a_{ij}}) - Ln(db_j)}{Ln(hv_j - hr_{a_{ij}}) - Ln(hv_j - hb_j)} \quad (83); e$$

$$rc_{ij}b = \frac{Ln(dr_{b_{ij}}) - Ln(db_j)}{Ln(hv_j - hr_{b_{ij}}) - Ln(hv_j - hb_j)} \quad (84).$$

em que:

$rc_{ij}0,3$ = valor calculado do índice r que representa um $PD_{otimizado}$ na i -ésima árvore individual da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando o intervalo entre hb e 0,3 m;

$rc_{ij}a$ = valor calculado do índice r que representa um $PD_{otimizado}$ na i -ésima árvore individual da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando o intervalo entre hb e hr_a ;

$rc_{ij}b$ = valor calculado do índice r que representa um $PD_{otimizado}$ na i -ésima árvore individual da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando o intervalo entre hb e hr_b ;

$dr_{0,3ij}$ = diâmetro do tronco medido em 0,3 m;

$dr_{a_{ij}}$ = diâmetro do tronco medido em $hr_{a_{ij}}$;

$dr_{b_{ij}}$ = diâmetro do tronco medido em $hr_{b_{ij}}$;

demais variáveis já foram definidas.

3.2.2.2 Método da simulação de $PD_{otimizado}$ com medição de dois diâmetros do tronco usando o vértice hv (SPDOCM2Dhv)

Este método consiste em definir o melhor posicionamento possível do $PD_{otimizado}$ no tronco segmentado de árvores, conforme já apresentado anteriormente. É acrescentado um valor paramétrico θ_i ao vértice hv do

$PD_{otimizado}$ de modo que minimize o desvio entre diâmetros deste e diâmetros do tronco. Para isto, aplicou-se uma equação obtida a partir de transformações algébricas feitas na equação (1), substituindo-se \hat{d}_i por dr e h_i por hr , ambos referentes a diâmetro e altura no tronco medidos em 0,3 m, hr_a e em hr_b o que, respectivamente, resultou em:

$$dr_{0,3} = db \left(\frac{hv_{0,3} - 0,3}{hv_{0,3} - hb} \right)^r ;$$

$$dr_a = db \left(\frac{hv_a - hr_a}{hv_a - hb} \right)^r ; \text{ e}$$

$$dr_b = db \left(\frac{hv_b - hr_b}{hv_b - hb} \right)^r .$$

As equações apresentadas acima, após as devidas transformações algébricas visando isolar os vértices $hv_{0,3}$, hv_a e hv_b , respectivamente, passaram a ser as seguintes:

$$hv_{0,3} = \frac{\left[0,3 - hb \left(\frac{dr_{0,3}}{db} \right)^{\left(\frac{1}{r} \right)} \right]}{\left[1 - \left(\frac{dr_{0,3}}{db} \right)^{\left(\frac{1}{r} \right)} \right]} \quad (85);$$

$$hv_a = \frac{\left[hr_a - hb \left(\frac{dr_a}{db} \right)^{\left(\frac{1}{r} \right)} \right]}{\left[1 - \left(\frac{dr_a}{db} \right)^{\left(\frac{1}{r} \right)} \right]} \quad (86); \text{ e}$$

$$hv_b = \frac{\left[hr_b - hb \left(\frac{dr_b}{db} \right)^{\left(\frac{1}{r} \right)} \right]}{\left[1 - \left(\frac{dr_b}{db} \right)^{\left(\frac{1}{r} \right)} \right]} \quad (87).$$

As equações (85), (86) e (87) permitem vincular um $PD_{otimizado}$ à medição do diâmetro em 0,3, hr_a e em hr_b metros de altura em árvores individuais, respectivamente, formando um intervalo com 1,3 m que equivale a hb . Assim, aplicando-se estas equações na equação (1) acrescentando-se um parâmetro θ_1 e substituindo-se db por $d_{1,3}$ e hb por 1,3 m, obtiveram-se equações de forma do tronco tendo as seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{hv_{0,3} + \theta_1 - h_i}{hv_{0,3} + \theta_1 - 1,3} \right]^r \quad (88);$$

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{hv_a + \theta_1 - h_i}{hv_a + \theta_1 - 1,3} \right]^r \quad (89); \text{ e}$$

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{hv_b + \theta_1 - h_i}{hv_b + \theta_1 - 1,3} \right]^r \quad (90).$$

No uso das equações (88), (89) e (90) é preciso aplicar primeiro as equações (85), (86) e (87) para se definir o vértice hv e, em seguida, valores otimizados do índice r e do parâmetro θ_1 obtidos para a PBT , PMT , PST e PAT , respectivamente. Assim, na definição do $PD_{otimizado}$ adequado ao uso das equações (88), (89) e (90), separadamente nas quatro porções do tronco, avaliaram-se os índices iguais a: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 1 e $\frac{3}{2}$ para obter θ_1 que minimiza os desvios entre diâmetros de cada PD avaliado e diâmetros reais do tronco das 1297 árvores-amostra. Por interpolação com o $DPM = 0\%$, após

variar θ_1 mantendo-se fixos os demais dados, obteve-se um valor otimizado de θ_1 para cada índice r avaliado, sendo denominado de θ_1 ótimo .

É importante ressaltar que, após substituir θ_1 nas equações (88), (89) e (90) por θ_1 ótimo , respectivamente, obtiveram-se seis equações otimizadas de forma do tronco referente aos seis valores testados de r . Estas seis equações, após serem aplicadas nos dados das 1297 árvores, foram avaliadas para se decidir pela que mais representa o $PD_{otimizado}$ adequado à forma do tronco na PBT, PMT, PST e PAT .

Na avaliação das seis equações com θ_1 ótimo para cada PD testado, foram adotadas as estatísticas de DPM, P, s_{yy} e o teste F , sendo empregada a mesma análise feita por Guimarães (1994), porém, considerando-se *equação ideal* ou *adequada* quando a estatística F foi não-significativa (F^{ns}), ou, sendo significativa (F^*) mas tendo $s_{yy} \leq 5\%$, $DPM \leq 1\%$ e $P \leq 10\%$ aliado, ainda, à análise gráfica dos desvios.

O resultado dos critérios adotados quando indicou *equação ideal* ou *adequada*, permitiu inferir que, estatisticamente, $\hat{\beta}_0 = 0$ e $\hat{\beta}_1 = 1$ da regressão linear entre diâmetros reais do tronco e diâmetros do $PD_{otimizado}$ e, conseqüentemente, aceitar a equação que representa um determinado $PD_{otimizado}$ como representando também uma equação otimizada de forma do tronco.

Diante disso, visando a melhorar o desempenho da equação selecionada, obteve-se por interpolação com $DPM = 0\%$, um θ_1 ótimo para valores de índice r existente dentre os dois PD que apresentaram as melhores estatísticas. Estes foram denominados de $r_{ótimo}$ e θ_1 ótimo*, respectivamente, resultando em uma equação otimizada de forma do tronco para cada porção do tronco definida como PBT, PMT, PST e PAT tendo as seguintes formas funcionais:

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{hv_{0,3} + \theta_1 \acute{o}timo^* - h_i}{hv_{0,3} + \theta_1 \acute{o}timo^* - 1,3} \right]^{r_{\acute{o}timo}} \quad (91);$$

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{hv_a + \theta_1 \acute{o}timo^* - h_i}{hv_a + \theta_1 \acute{o}timo^* - 1,3} \right]^{r_{\acute{o}timo}} \quad (92); e$$

$$\hat{d}_i = d_{1,3} \left[\frac{hv_b + \theta_1 \acute{o}timo^* - h_i}{hv_b + \theta_1 \acute{o}timo^* - 1,3} \right]^{r_{\acute{o}timo}} \quad (93).$$

Ressalta-se que na *PST* os critérios estatísticos adotados tiveram que ser adaptados devido à maior dificuldade em se obter bons resultados nesta porção do tronco. Decidiu-se, então, aceitar como *equação ideal* ou *adequada* quando obtiver F^{ns} , ou, F^* mas tendo $s_{yy} \leq 8\%$, $DPM \leq 1\%$ e $P \leq 15\%$ aliado, ainda, à análise gráfica dos desvios.

3.2.2.3 Método da simulação de $PD_{otimizado}$ com medição de dois diâmetros do tronco usando índice r médio ($SPDOCM2Dr_c$)

Este método consiste em aplicar a metodologia *SPDOCM2D* usando-se o intervalo entre 1,3 m e 0,3 m, 1,3 m e hr_a e entre 1,3 m e hr_b , individualmente, por árvore e classe de $d_{1,3}$. Com a média do índice r obteve-se o $PD_{otimizado}$ próprio da porção do tronco, representado pelas seguintes equações:

$$\bar{r}_{c_j 0,3} = \left(\frac{1}{n_j} \right) \sum_{i;j}^{n:8} \left\{ \frac{Ln(dr_{0,3ij}) - Ln(db_{ij})}{Ln(hv_j - 0,3) - Ln(hv_j - hb_{ij})} \right\} \quad (94);$$

$$\bar{r}_{c_j a} = \left(\frac{1}{n_j} \right) \sum_{i;j}^{n:8} \left\{ \frac{Ln(dr_{a_{ij}}) - Ln(db_{ij})}{Ln(hv_j - hr_{a_{ij}}) - Ln(hv_j - hb_{ij})} \right\} \quad (95); e$$

$$\bar{r}_{c_j} b = \left(\frac{1}{n_j} \right) \sum_{i;j}^{n;8} \left\{ \frac{\text{Ln}(dr_{bij}) - \text{Ln}(db_{ij})}{\text{Ln}(hv_j - hr_{bij}) - \text{Ln}(hv_j - hb_{ij})} \right\} \quad (96).$$

em que:

\bar{r}_{c_j} = índice médio que representa um $PD_{otimizado}$ na i -ésima árvore individual da árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando 0,3 m, hr_a e hr_b , respectivamente; Demais variáveis já foram definidas.

Também, utilizaram-se os diâmetros médios quadráticos calculados nas alturas referentes à 0,3 m, 1,3 m, hr_a e hr_b empregando-se as seguintes equações:

$$\bar{r}_{m_j} 0,3 = \frac{\text{Ln}(dqr_{0,3j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}(hv_{ij} - 0,3) - \text{Ln}(hv_{ij} - \bar{hb}_j)} \quad (97);$$

$$\bar{r}_{m_j} a = \frac{\text{Ln}(dqr_{aj}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}(hv_{ij} - \bar{hr}_{aj}) - \text{Ln}(hv_{ij} - \bar{hb}_j)} \quad (98); \text{ e}$$

$$\bar{r}_{m_j} b = \frac{\text{Ln}(dqr_{bj}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}(hv_{ij} - \bar{hr}_{bj}) - \text{Ln}(hv_{ij} - \bar{hb}_j)} \quad (99).$$

em que:

$\bar{r}_{m_j} 0,3$ = índice r que representa um $PD_{otimizado}$ na árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando o intervalo entre 1,3 m e 0,3 m;

$\bar{r}_{m_j} a$ = índice r que representa um $PD_{otimizado}$ na árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando o intervalo entre 1,3 m e hr_a ;

$\bar{r}_{m_j} b$ = índice r que representa um $PD_{otimizado}$ na árvore-média da j -ésima classe de $d_{1,3}$ usando o intervalo entre 1,3 m e hr_b ;

$(dqr)_{j,0,3}$ = diâmetro médio quadrático referente a 0,3 m obtido por:

$$(dqr)_{j,0,3} = \sqrt{\frac{(\overline{gr})_{j,0,3} \cdot 40000}{\pi}};$$

$(dqr)_{j,a}$ = diâmetro médio quadrático referente a hr_a obtido por:

$$(dqr)_{j,a} = \sqrt{\frac{(\overline{gr})_{j,a} \cdot 40000}{\pi}};$$

$(dqr)_{j,b}$ = diâmetro médio quadrático referente a hr_b obtido por:

$$(dqr)_{j,b} = \sqrt{\frac{(\overline{gr})_{j,b} \cdot 40000}{\pi}};$$

$(dqb)_j$ = diâmetro médio quadrático referente à altura hb obtido obtido por:

$$(dqb)_j = \sqrt{\frac{(\overline{gb})_j \cdot 40000}{\pi}};$$

\overline{hr}_{a_j} , \overline{hr}_{b_j} e \overline{hb}_j = valor médio de \overline{hr}_a , \overline{hr}_b e hb na j -ésima classe de $d_{1,3}$, respectivamente; e

Demais variáveis já foram definidas.

Utilizou-se, ainda, a média entre os índices obtidos empregando-se as seguintes equações:

$$\overline{r}_{j,0,3} = \frac{\overline{r}_{c_j,0,3} + \overline{r}_{m_j,0,3}}{2} \quad (100);$$

$$\overline{r}_{j,a} = \frac{\overline{r}_{c_j,a} + \overline{r}_{m_j,a}}{2} \quad (101); \text{ e}$$

$$\overline{r}_{j,b} = \frac{\overline{r}_{c_j,b} + \overline{r}_{m_j,b}}{2} \quad (102).$$

3.2.3 Avaliação das Equações Otimizadas de Forma do tronco

Os quatro métodos apresentados anteriormente foram avaliados em cada porção do tronco das 1297 árvores juntamente com o método da altura relativa (*AR*), empregando-se as seguintes equações segmentadas de forma do tronco, conforme Andrade et al. (2006):

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = \frac{2h_i - 2,6}{CAR_I} + d_{1,3} \quad (103);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq hr_1)} = \frac{2h_i - 2,6}{CAR_{II}} + d_{1,3} \quad (104);$$

$$\hat{d}_{(hr_1 < h_i \leq hr_3)} = \left(\frac{h_i - hr_1}{hr_1 - hr_2} \right) \left(\frac{2hr_1 - hr_2 - 1,3}{2CAR_{II}} + \frac{h - hr_2}{2CAR_{III}} + \frac{d_{1,3}}{4} \right) \frac{h_i + hr_1 - 2,6}{CAR_{II}} + d_{1,3} \quad (105); e$$

$$\hat{d}_{(hr_3 < h_i \leq h)} = \left(\frac{h_i - h}{hr_3 - h} \right) \left[\left(\frac{hr_3 - hr_1}{hr_1 - hr_2} \right) \left(\frac{2hr_1 - hr_2 - 1,3}{2CAR_{II}} + \frac{h - hr_2}{2CAR_{III}} + \frac{d_{1,3}}{4} \right) + \frac{hr_3 + hr_1 - 2,6}{CAR_{II}} + d_{1,3} \right] \quad (106).$$

em que:

$$CAR_I = \text{coeficiente angular real da reta obtido por: } CAR_I = \frac{2(1,3 - h_{0,0})}{(d_{1,3} - d_{h_{0,0}})};$$

$$CAR_{II} = \text{coeficiente angular real da reta obtido por: } CAR_{II} = \frac{2(1,3 - hr)}{(d_{1,3} - dr)};$$

$$CAR_{III} = \text{coeficiente angular real da reta obtido por: } CAR_{III} = \frac{2(hr - h)}{dr};$$

$$hr = \frac{(h - 2)}{2};$$

$$hr_1 = \frac{(h - 1,7)}{1,7};$$

$$hr_2 = \frac{(h - 1,4)}{1,4};$$

$$hr_3 = \frac{(h - 1,1)}{1,1}; e$$

$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq h)}$ = diâmetro estimado ou predito na $h_{i-ésima}$ altura entre 0,0 m e h .

Demais variáveis já foram definidas anteriormente.

A decisão pelo método mais adequado em cada porção do tronco foi tomada a partir do critério estatístico $PM\%$ e da análise gráfica de desvios já descritos antes do item 3.2.1. Após esta decisão, avaliou-se a predição de diâmetros do tronco e do volume comercial empregando-se dados de 128 árvores independentes das 1297 árvores utilizadas para se definir o $PD_{otimizado}$.

3.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.3.1 Uso dos Dados de 1297 Árvores Cubadas do Híbrido Entre *Eucalyptus Grandis* e *Eucalyptus Urophylla*

A distribuição de frequência das 1297 árvores empregadas no estudo do $PD_{otimizado}$ adequado à cada porção do tronco destas, é apresentada na Tabela 3.1 por classe de $d_{1,3}$ e h . Observa-se que houve uma distribuição em oito classes de $d_{1,3}$ variando de 5 cm com casca até 29 cm com casca, as quais são as oito árvores-média utilizadas no estudo.

TABELA 3.1 - Distribuição das 1297 árvores cubadas por classe de $d_{1,3}$ e h

Classe de h	Classe de $d_{1,3}$ (Árvore-média)								Total
	6,5	9,5	12,5	15,5	18,5	21,5	24,5	27,5	
6	4								4
8	6	2	1						9
10	39	7	6	1					53
12	68	33	12						113
14	49	55	37	12					153
16	5	60	73	13	4				155
18		26	95	37	18	3	1		180
20		12	63	60	31	6			172
22		2	34	38	59	11	2		146
24			7	22	63	48	5	1	146
26			3	7	32	30	15	1	88
28				1	13	18	15	2	49
30					1	5	8	4	18
32						6	5		11
Total	171	197	331	191	221	127	51	8	1297

Na Tabela 3.2 são apresentadas informações detalhadas das 1297 árvores-amostra por classe de $d_{1,3}$ e porção do tronco analisada. Nota-se que os dados da cubagem totalizaram 26825 posições do tronco para se definir o protótipo dendrométrico que minimiza o erro entre diâmetros deste e diâmetros reais do tronco de eucalipto, sendo utilizadas, em média, 20,682 posições por árvore.

TABELA 3.2 - Distribuição das 1297 árvores cubadas por classe de $d_{1,3}$ e porção do tronco analisada

Porção do Tronco Analisada						
Classe de $d_{1,3}$	<i>PBT</i>	<i>PMT</i>	<i>PST</i>	<i>PAT</i>	Total	Árvores
6,5	684	1049	397	217	2347	171
9,5	788	1638	577	304	3307	197
12,5	1324	3395	1160	613	6492	331
15,5	764	2270	752	400	4186	191
18,5	884	3071	991	512	5458	221
21,5	508	1970	620	282	3380	127
24,5	204	874	262	87	1427	51
27,5	32	142	44	10	228	08
Total	5188	14409	4803	2425	26825	1297

Ao se considerar a árvore-média com $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, nota-se na Tabela 2 um total de 171 árvores que utilizaram 2347 diâmetros medidos ao longo do tronco distribuídos em 684 posições na *PBT*, 1049 na *PMT*, 397 na *PST* e 217 na *PAT*. A mesma análise segue para as demais árvores-média, devendo-se considerar os $PD_{otimizados}$ obtidos a cada porção do tronco e classe de $d_{1,3}$, os quais foram organizados em uma Tabela Local de Forma do Tronco apresentada na Tabela 3.3.

TABELA 3.3 - Tabela local de forma do tronco representada pelos $PD_{otimizados}$ obtidos para cada porção do tronco e classe de $d_{1,3}$

PORÇÃO DO TRONCO				
<i>Classe $d_{1,3}$</i>	<i>PBT</i> (0,0 a 1,3)	<i>PMT</i> (1,3 a hr_1)	<i>PST</i> (hr_1 a hr_2)	<i>PAT</i> (hr_2 a h)
6,5 (Media entre as equações 26 e 29)	$\phi_1 c_j m = 1,32695$ $\phi_2 c_j m = 0,29322$ $r_j m a = 1,50569$ $\phi_2 c_j = -0,13409$ $r_j c = 0,20268$	$X_j m = 1,19021$ $\phi_2 c_j m = 0,26933$ $r_j m a = 0,48391$ Equação (54)	$X_j a = 1,00983$ $rc_j = 0,42070$ Equação (70)	$r_j a = 0,67844$ Equação (79)
9,5 (Media entre as equações 26 e 29)	$\phi_1 c_j m = 1,00699$ $\phi_2 c_j m = 0,21531$ $r_j m a = 1,44644$ $\phi_2 c_j = -0,07540$ $r_j c = 0,19850$	$X_j m = 1,28967$ $\phi_2 c_j m = 0,22706$ $r_j m a = 0,50562$ Equação (54)	$X_j m = 1,00000$ $\phi_2 c_j m = 0,09516$ $r_j m a = 0,51251$ Equação (75)	$r_j a = 0,76113$
12,5 (Media entre as equações 26 e 29)	$\phi_1 c_j m = 0,81752$ $\phi_2 c_j m = 0,17206$ $r_j m a = 1,50214$ $\phi_2 c_j = -0,05154$ $r_j c = 0,19863$	$X_j = 0,71645$ $rc_j a = 1,05345$ Equação (48)	$X_j a = 0,80466$ $rc_j = 1,13172$ Equação (70)	$r_j a = 0,79828$
15,5 (Media entre as equações 26 e 29)	$\phi_1 c_j m = 0,74560$ $\phi_2 c_j m = 0,14730$ $r_j m a = 1,51796$ $\phi_2 c_j = -0,02461$ $r_j c = 0,19950$	$X_j m = 1,15252$ $\phi_2 c_j m = 0,59834$ $r_j m a = 0,14145$ Equação (54)	$X_j a = 0,87991$ $rc_j = 1,12469$ Equação (70)	$r_j a = 0,85661$

“Continua”.

“TABELA 3.3, Cont.”.

PORÇÃO DO TRONCO				
<i>Classe $d_{1,3}$</i>	<i>PBT</i> (0,0 a 1,3)	<i>PMT</i> (1,3 a hr_1)	<i>PST</i> (hr_1 a hr_2)	<i>PAT</i> (hr_2 a h)
18,5 (Media entre as equações 26 e 29)	$\phi_1 c_j m = 0,66501$ $\phi_2 c_j m = 0,12853$ $r_j m a = 1,46908$ $\phi_2 c_j = -0,01397$ $r_j c = 0,19886$	$X_j a = 0,75766$ $rc_j = 1,05641$ Equação (49)	$X_j = 0,89922$ $rc_j a = 0,90297$ Equação (69)	$r_j a = 0,89757$
21,5 (Media entre as equações 26 e 29)	$\phi_1 c_j m = 0,57668$ $\phi_2 c_j m = 0,11087$ $r_j m a = 1,49398$ $\phi_2 c_j = -0,01026$ $r_j c = 0,19860$	$X_j m = 1,19575$ $\phi_2 c_j m = 0,59801$ $r_j m a = 0,11482$ Equação (54); também em 24,5 e 27,5	$X_j = 0,90000$ $r_j a = 0,90156$ Equação (69)	$r_j a = 0,91779$
24,5 (equação 30)	$\phi_1 c_j = 0,11274$ $\phi_2 c_j = 0,00480$ $r_j m b = 0,20048$	$X_j m = 1,05287$ $\phi_2 c_j m = 0,68705$ $r_j m a = 0,10466$	$X_j = 0,79631$ $rc_j a = 1,45847$ Equação (69)	$r_j a = 0,98822$
27,5 (equação 26)	$\phi_2 c_j = 0,03065$ $r_j c = 0,32810$	$X_j m = 1,13703$ $\phi_2 c_j m = 0,66418$ $r_j m a = 0,09517$	$X_j = 0,70000$ $rc_j a = 1,84796$ Equação (69)	$r_j a = 0,80276$

3.3.1.1 Equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método *SPDOSMD*

Os resultados apresentados na Tabela 3.3 são as informações obtidas para as equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco empregando-se o método *SPDOSMD*. São apresentadas a seguir, as equações da

árvore-média da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm para ser aplicada em árvores que tenham $d_{1,3}$ menor que 8 cm. As equações obtidas são as seguintes:

$$\hat{d}_{(h_{0,0} \leq h_{ij} \leq 1,3)} = \left(\frac{d_{1,3j}}{4} \right) \left[\left(\frac{1,32695 d_{1,3j} - h_{ij}}{1,32695 d_{1,3j} - 1,3} \right)^{1,50569} + \left(\frac{1,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{0,29322 d_{1,3j}}} \right)^{1,50569} \right] + \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left(\frac{1,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{-0,13409 d_{1,3j}}} \right)^{0,20268} \quad (107);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_{ij} \leq h_{r_1})} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - 1,19021)/1,19021 - h_{ij}}{(h_j - 1,19021)/1,19021 - 1,3} \right]^{0,48391} + \left(\frac{e^{0,26933 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{0,26933 d_{1,3j} - 1,3}} \right)^{0,48391} \right\} \quad (108);$$

$$\hat{d}_{(h_{r_1} < h_{ij} \leq h_{r_2})} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - 1,00983)/1,00983 - h_{ij}}{(h_j - 1,00983)/1,00983 - hr_{1j}} \right]^{0,42070} \quad (109); e$$

$$\hat{d}_{(hr_2 < h_{ij} \leq h)} = dr_{2j} \left[\frac{h_j - h_{ij}}{h_j - hr_{2j}} \right]^{0,67844} \quad (110).$$

em que:

i = refere-se à i -ésima altura no tronco;

j = refere-se à j -ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm;

demais variáveis já foram definidas.

As equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco das demais classes de $d_{1,3}$, são obtidas da mesma forma apresentada anteriormente a partir dos dados da Tabela 3.

3.3.1.2 Equações locais, *calibradas* e *otimizadas* de forma do tronco obtidas empregando-se o método *SPDOCM2D*

Este método foi desenvolvido para gerar o $PD_{otimizado}$ de cada porção do tronco com seu adequado posicionamento neste e, assim, vincular o $PD_{otimizado}$ à medição de diâmetros do tronco de árvores-amostra em pé, preferencialmente, localizadas dentro das parcelas de inventário igual ao que foi feito por Leite & Andrade (2002) com o emprego do método da altura relativa.

Apesar de se utilizar dados de 1297 árvores-amostra abatidas, pôde-se supor estas em pé e, assim, simular a medição do par $0,3;d_{0,3}$, $hr_a;dr_a$ e $hr_b;dr_b$ para se calcular o índice r aplicando-se as equações (82), (83) e (84), cujos valores de hv são obtidos na Tabela 3. Para vincular estes $PD_{otimizados}$ à medição de diâmetros do tronco, aplicaram-se as equações (80) e (81) utilizando-se $X_a = 2,5$ e $X_b = 1,25$, respectivamente, obtidos conforme procedimentos descrito no capítulo 1 para obter $hr = (h - 2) / 2$.

As equações locais, *calibradas* e *otimizadas* de forma do tronco geradas são as mesmas obtidas com o método *SPDOSMD*, porém, com a diferença de que são obtidos $PD_{otimizados}$ para cada árvore dentro de cada classe de $d_{1,3}$. Como exemplo, utilizando-se a árvore-média da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, as equações de forma do tronco que foram obtidas são as seguintes:

$$\hat{d}_{(h_{0,0} \leq h_{ij} \leq 1,3)} = \left(\frac{d_{1,3j}}{4} \right) \left[\left(\frac{1,32695 d_{1,3j} - h_{ij}}{1,32695 d_{1,3j} - 1,3} \right)^{r_{b_j}} + \left(\frac{1,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{0,29322 d_{1,3j}}} \right)^{r_{b_j}} \right] + \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left(\frac{1,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{-0,13409 d_{1,3j}}} \right)^{r_{a_j}} \quad (111);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_{ij} \leq hr_1)} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{(h_j - 1,19021)/1,19021 - h_{ij}}{(h_j - 1,19021)/1,19021 - 1,3} \right]^{rX_j} \\ + \left(\frac{e^{0,26933 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{0,26933 d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{r\phi_{2j}} \end{array} \right\} \quad (112);$$

$$\hat{d}_{(hr_1 < h_{ij} \leq hr_2)} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - 1,00983)/1,00983 - h_{ij}}{(h_j - 1,00983)/1,00983 - hr_{1j}} \right]^{rX_j} \quad (113); e$$

$$\hat{d}_{(hr_2 < h_{ij} \leq h)} = dr_{2j} \left[\frac{h_j - h_{ij}}{h_j - hr_{2j}} \right]^{0,67844} \quad (114).$$

Na equação (111) r_{a_j} , r_{b_j} e r'_{b_j} , respectivamente, são calculados para a *PBT* de cada j -ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, empregando-se:

$$r_{a_j} = \frac{\text{Ln}(d_{0,3j}) - \text{Ln}(d_{1,3j})}{\text{Ln}\left(1,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}\right) - \text{Ln}\left(0,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}\right)} ;$$

$$r_{b_j} = \frac{\text{Ln}(d_{0,3j}) - \text{Ln}(d_{1,3j})}{\text{Ln}(1,32695 d_{1,3j} - 0,3) - \text{Ln}(1,32695 d_{1,3j} - 1,3)} ; e$$

$$r'_{b_j} = \frac{\text{Ln}(d_{0,3j}) - \text{Ln}(d_{1,3j})}{\text{Ln}\left(1,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}\right) - \text{Ln}\left(0,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}\right)} .$$

Na equação (112) rX_j e $r\phi_{2j}$, respectivamente, são calculados para a *PMT* de cada j -ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, empregando-se:

$$rX_j = \frac{Ln(dr_{a_j}) - Ln(d_{1,3j})}{Ln\left[\frac{h_j - 1,19021}{1,19021 - hr_{a_j}}\right] - Ln\left[\frac{h_j - 1,19021}{1,19021 - 1,3}\right]}; e$$

$$r\phi_{2j} = \frac{Ln(dr_{a_j}) - Ln(d_{1,3j})}{Ln\left(e^{0,26933 d_{1,3j}}\right) - Ln\left(hr_{a_j} + e^{0,26933 d_{1,3j}} - 1,3\right)}; e hr_{a_j} = \frac{h_j - 2,5}{2,5}.$$

Na equação (113) dr_{1j} é obtido por meio da equação empregada na *PMT* (equação 112) substituindo-se h_{ij} por hr_{1j} e rX_j é calculado para a *PST* de cada j -ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, empregando-se:

$$rX_j = \frac{Ln(dr_{b_j}) - Ln(dr_{1j})}{Ln\left[\frac{h_j - 1,00983}{1,00983 - hr_{b_j}}\right] - Ln\left[\frac{h_j - 1,00983}{1,00983 - hr_{1j}}\right]};$$

$$hr_{1j} = \frac{h_j - 1,4}{1,4} \text{ e } hr_{b_j} = \frac{h_j - 1,25}{1,25}.$$

Na equação (114) dr_{2j} é obtido por meio da equação empregada na *PST* (equação 113) substituindo-se h_{ij} por $hr_{2j} = (h_j - 1,1)/1,1$.

As equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco das demais classes de $d_{1,3}$ são obtidas da mesma forma a partir da Tabela 3. A diferença com o método *SPDOSMD* é que as equações de (111) a (114) representam o $PD_{otimizado}$ próprio de cada árvore utilizando um vértice hv constante. Dessa forma, tornou-se possível vincular o $PD_{otimizado}$ à medição dos diâmetros situados em 0,3 m, 1,3 m, $hr_a = (h - 2,5)/2,5$ e $hr_b = (h - 1,25)/1,25$, além de h de árvores individuais em pé, preferencialmente, localizadas dentro das parcelas de inventário florestal.

3.3.1.3 Equações locais, calibradas e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método *SPDOCM2Dhv*

Neste método, conforme item 3.2.2.2, foram obtidas as equações (91), (92) e (93) empregando-se todas as árvores sem separar por classe de $d_{1,3}$. Como critérios de decisão, quanto ao $PD_{otimizado}$ que mais se aproximou da forma de cada porção do tronco, foram adotadas as estatísticas de DPM , P , s_{yy}^{\wedge} e teste F , cujos resultados são apresentados na Tabela 3.4.

TABELA 3.4 – Estatísticas obtidas dos $PD_{otimizados}$ selecionados para cada porção do tronco das 1297 árvores empregando-se o método *SPDOCM2Dhv*

	$r_{ótimo}$	$\theta_{ótimo}^*$	DPM	s_{yy}^{\wedge}	P	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	F
<i>PBT</i>	1,50	0,2866340	-1,086E-04	3,81	6,86	0,00277	1,00116	2,60 ^{ns}
<i>PMT</i>	1,20	1,1973066	1,460E-05	3,97	7,96	0,36486	0,96605	729,56*
<i>PST</i>	0,80	-0,19251	2,349E-04	6,42	14,12	0,07944	0,98868	9,98*
<i>PAT</i>	1,00	0,00000	-1,526	23,86	63,59	1,04277	0,61090	885,64*

^{ns} e * não-significativo e significativo a 5% de probabilidade, respectivamente.

Ressalta-se que na *PAT* não foram obtidos resultados satisfatórios, sendo decidido pelo uso do método da altura relativa. Diante disso, o uso desta metodologia de maneira adequada para descrever a forma do tronco na *PAT*, exige a divisão em mais segmentos. Na tabela 3.4 os resultados demonstram que todos os PD com respectivo $\theta_{ótimo}^*$, estatisticamente, são $PD_{otimizados}$ representados pelas seguintes equações *ideais* e *adequadas* a proverem valores que podem ser considerados como sendo diâmetros reais do tronco de árvores:

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = d_{1,3j} \left[\frac{hv_j + 0,2866340 - h_{ij}}{hv_j + 0,2866340 - 1,3} \right]^{(3/2)} \text{ e } hv_j = \frac{0,3 - 1,3 \left(\frac{d_{0,3j}}{d_{1,3j}} \right)^{(0,67)}}{1 - \left(\frac{d_{0,3j}}{d_{1,3j}} \right)^{(0,67)}} \quad (115);$$

$$\hat{d}_{(1,3 \leq h_i \leq hr_1)} = d_{1,3j} \left[\frac{hv_j + 1,1973066 - h_{ij}}{hv_j + 1,1973066 - 1,3} \right]^{(1,2)} \text{ e } hv_j = \frac{hr_{b_j} - 1,3 \left(\frac{dr_{b_j}}{d_{1,3j}} \right)^{(0,83)}}{1 - \left(\frac{dr_{b_j}}{d_{1,3j}} \right)^{(0,83)}} \quad (116);$$

$$\hat{d}_{(hr_1 \leq h_i \leq hr_2)} = d_{1,3j} \left[\frac{hv_j - 0,1925099 - h_{ij}}{hv_j - 0,1925099 - 1,3} \right]^{(0,8)} \text{ e } hv_j = \frac{hr_{b_j} - 1,3 \left(\frac{dr_{b_j}}{d_{1,3j}} \right)^{1,25}}{1 - \left(\frac{dr_{b_j}}{d_{1,3j}} \right)^{1,25}} \quad (117); \text{ e}$$

$$\hat{d}_{(hr_2 \leq h_i \leq h)} = dr_{2j} \frac{(h_j - h_{ij})}{(h_j - hr_{2j})} \text{ e} \quad (118).$$

Nas equações (115), (116) e (117) nota-se que hv_j é obtido para *PBT*, *PMT* e *PST* de cada árvore, independentemente da classe de $d_{1,3}$ considerada. Para isto, utilizam-se os diâmetros situados a 0,3 m, 1,3 m e em $hr_b = (h - 1,25) / 1,25$ m do terreno, respectivamente. Já, para a equação (118), dr_2 é obtido empregando-se a equação (117) substituindo h_{ij} por hr_{2j} . Observa-se, então, que é possível vincular *PD*_{otimizadas} (Tabela 3.3) à medição de diâmetros do tronco, preferencialmente, de árvores em pé amostradas pelo inventário.

3.3.1.4 Equações locais, calibradas e otimizadas de forma do tronco obtidas empregando-se o método *SPDOCM2Drc*

Considerando o método *SPDOCM2Drc*, conforme item 3.2.2.3, verificou-se que a média entre índices foi a melhor opção de uso desta

metodologia empregando-se as equações (101) e (102). Somente para a *PBT* foi melhor usar diâmetros médios quadráticos empregando-se a equação (97). As equações obtidas para a árvore-média com $d_{1,3}$ de 6,5 cm são as seguintes:

$$\hat{d}_{(h_{0,0} \leq h_{ij} \leq 1,3)} = \left(\frac{d_{1,3j}}{4} \right) \left[\left(\frac{1,32695 d_{1,3j} - h_{ij}}{1,32695 d_{1,3j} - 1,3} \right)^{\bar{r}_{mj} 0,3b} + \left(\frac{1,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{0,29322 d_{1,3j}}} \right)^{\bar{r}_{mj} 0,3b'} \right] + \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left(\frac{1,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{-0,13409 d_{1,3j}}} \right)^{\bar{r}_{mj} 0,3a} \quad (119);$$

$$\hat{d}_{(1,3 < h_{ij} \leq h_{r_1})} = \left(\frac{d_{1,3j}}{2} \right) \left\{ \left[\frac{(h_j - 1,19021)/1,19021 - h_{ij}}{(h_j - 1,19021)/1,19021 - 1,3} \right]^{\bar{r}_{ja}} + \left(\frac{e^{0,26933 d_{1,3j}}}{h_{ij} + e^{0,26933 d_{1,3j}} - 1,3} \right)^{\bar{r}_{ja}} \right\} \quad (120);$$

$$\hat{d}_{(h_{r_1} < h_{ij} \leq h_{r_2})} = dr_{1j} \left[\frac{(h_j - 1,00983)/1,00983 - h_{ij}}{(h_j - 1,00983)/1,00983 - hr_{1j}} \right]^{\bar{r}_{jb}} \quad (121); e$$

$$\hat{d}_{(hr_2 < h_{ij} \leq h)} = dr_{2j} \left[\frac{h_j - h_{ij}}{h_j - hr_{2j}} \right]^{0,67844} \quad (122).$$

Na equação (119) $\bar{r}_{mj} 0,3a$, $\bar{r}_{mj} 0,3b$ e $\bar{r}_{mj} 0,3b'$, respectivamente, são calculados na *PBT* utilizando-se cada *j*-ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, empregando-se:

$$\bar{r}_{mj} 0,3a = \frac{\text{Ln}(dqr_{0,3j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}\left(1,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}\right) - \text{Ln}\left(0,3 + e^{-0,13409 d_{1,3j}}\right)};$$

$$\bar{r}_{m_j} 0,3b = \frac{\text{Ln}(dqr_{0,3j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}(1,32695 d_{1,3j} - 0,3) - \text{Ln}(1,32695 d_{1,3j} - 1,3)}; e$$

$$\bar{r}_{m_j} 0,3b' = \frac{\text{Ln}(dqr_{0,3j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}\left(1,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}\right) - \text{Ln}\left(0,3 + e^{0,29322 d_{1,3j}}\right)}.$$

Na equação (120) $\bar{r}_{j a}$ é calculado na *PMT* utilizando-se cada *j*-ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, empregando-se $\bar{r}_{j a} = (\bar{r}_{m_j} a + \bar{r}_{m_j} a') / 2$, sendo:

$$\bar{r}_{m_j} a = \frac{\text{Ln}(dqr_{a_j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}\left[\frac{h_j - 1,19021}{1,19021 - hr_{a_j}}\right] - \text{Ln}\left[\frac{h_j - 1,19021}{1,19021 - 1,3}\right]}; e$$

$$\bar{r}_{m_j} a' = \frac{\text{Ln}(dqr_{a_j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}\left(e^{0,26933 d_{1,3j}}\right) - \text{Ln}\left(hr_{a_j} + e^{0,26933 d_{1,3j}} - 1,3\right)}.$$

Na equação (121) dr_{1_j} é obtido por meio da equação empregada na *PMT* (equação 120) substituindo-se h_{ij} por hr_{1_j} e $\bar{r}_{j b}$ é calculado na *PST* utilizando-se cada *j*-ésima árvore localizada dentro da classe de $d_{1,3}$ igual a 6,5 cm, empregando-se $\bar{r}_{j b} = (\bar{r}_{m_j} b + \bar{r}_{m_j} b') / 2$, sendo:

$$\bar{r}_{m_j} b = \frac{\text{Ln}(dqr_{b_j}) - \text{Ln}(dqb_j)}{\text{Ln}\left[\frac{h_j - 1,00983}{1,00983 - hr_{b_j}}\right] - \text{Ln}\left[\frac{h_j - 1,00983}{1,00983 - hr_{1_j}}\right]}; e$$

$$\bar{r}_{m_j} b' = \left(\frac{1}{n_j}\right) \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\text{Ln}(dr_{b_{ij}}) - \text{Ln}(db_{ij})}{\text{Ln}\left[\frac{h_j - 1,00983}{1,00983 - hr_{b_j}}\right] - \text{Ln}\left[\frac{h_j - 1,00983}{1,00983 - hr_{1_j}}\right]} \right\}.$$

Na equação (122) dr_{2_j} é obtido por meio da equação empregada na *PST* (equação 121) substituindo-se h_{ij} por $hr_{2_j} = (h_j - 1,1) / 1,1$.

As equações locais, *calibradas* e otimizadas de forma do tronco das demais classes de $d_{1,3}$ são obtidas da mesma forma apresentada para a árvore com $d_{1,3}$ de 6,5, devendo-se observar os resultados apresentados na Tabela 3. Pôde-se, então, vincular o $PD_{otimizado}$ à medição dos diâmetros situados em 0,3 m, 1,3 m, $hr_a = (h - 2,5) / 2,5$ e $hr_b = (h - 1,25) / 1,25$, além de h de árvores individuais em pé, preferencialmente, localizadas dentro das parcelas de inventário florestal.

3.3.2 Avaliação da Forma do Tronco Obtida Com os Métodos Desenvolvidos e Método da Altura Relativa

Os métodos desenvolvidos *SPDOSMD*, *SPDOCM2D*, *SPDOCM2Dhv* e *SPDOCM2Drc*, juntamente com o método *AR*, foram classificados por meio da estatística *PM%* até o 3º lugar em cada porção do tronco (Tabela 3.5) sendo que o método *AR* se manteve entre os dois melhores nas quatro posições do tronco e foi classificado em primeiro lugar nas porções mediana e apical.

Por outro lado, na porção basal do tronco, verifica-se uma inexpressiva superioridade do método *SPDOCM2D* (Tabela 3.5), podendo-se utilizar o método *AR* também nesta porção juntamente com o método *SPDOCM2Dhv*. Somente na porção superior é que se nota uma expressiva superioridade deste último método, o que indica a necessidade de se estudar o método *AR*, visando a adequá-lo a esta porção do tronco.

De maneira geral, pôde-se verificar um bom desempenho do método *SPDOCM2Dhv* em descrever a forma do tronco de árvores excluindo a *PAT*, sendo potencial para uso quando desenvolvido por classe de diâmetro $d_{1,3}$. Já, quanto ao método *SPDOCM2Drc*, observou-se o seu inadequado uso para qualquer que seja a porção do tronco das árvores.

TABELA 3.5 – Estatísticas em percentagem, obtidas para avaliar a acurácia dos métodos desenvolvidos empregando as 1297 árvores; em que: ^a primeiro lugar, ^b segundo lugar e ^c terceiro lugar

	Método	DPM	S_{yy}	P	PM
Porção Basal do Tronco	AR	0,498	3,773	6,988	3,751 ^b
	SPDOSMD	0,352	5,324	12,707	7,283
	SPDOCM2D	0,611	3,622	6,573	2,107 ^a
	SPDOCM2Dhv	-1,086 10 ⁻⁰⁴	3,805	6,857	4,188 ^c
	SPDOCM2Dr _c	2,329	5,380	14,388	7,366
Porção Mediana do Tronco	AR	0,261	3,504	8,073	2,956 ^a
	SPDOSMD	0,065	5,290	11,237	5,531 ^c
	SPDOCM2D	0,024	5,627	18,478	10,449
	SPDOCM2Dhv	1,460 10 ⁻⁰⁵	3,966	7,962	3,973 ^b
	SPDOCM2Dr _c	-2,774	6,795	15,980	7,983
Porção Superior do Tronco	AR	-2,106	11,103	23,944	10,916 ^b
	SPDOSMD	-0,453	12,524	26,888	14,893 ^c
	SPDOCM2D	3,078	16,539	43,035	20,884
	SPDOCM2Dhv	2,349 10 ⁻⁰⁴	6,420	14,122	6,847 ^a
	SPDOCM2Dr _c	17,150	23,375	76,696	39,073
Porção Apical do Tronco	AR	-2,909	21,972	49,627	19,354 ^a
	SPDOSMD	3,466	24,210	52,227	23,435 ^b
	SPDOCM2D	14,487	26,596	76,870	39,318 ^c
	SPDOCM2Dhv	-1,526	23,862	63,586	40,001
	SPDOCM2Dr _c	33,864	32,059	141,812	69,245

Considerando-se os métodos que se classificaram em 1º e 2º lugar, foram organizados dois métodos para obter a forma do tronco inteiro das árvores sendo denominados de Método I (*M1*) e Método II (*M2*), respectivamente (Tabela 3.6). A decisão entre estes métodos foi feita analisando-se o *PM%* (Tabela 3.7) e a dispersão dos desvios (Figuras 3.2 e 3.3), onde nota-se que tanto o *PM%* bem como a distribuição dos desvios indicam que o método *M1* é o de melhor desempenho.

No método *M1* observa-se que as equações de forma do tronco são geradas a partir da medição de dois diâmetros em alturas superiores a 1,3 m do terreno, sendo um diâmetro medido em $hr_a = (h-2)/2$ e outro em $hr_b = (h-1,25)/1,25$. Assim, renomeou-se o método *M1* de: Método da Altura Relativa com Dois Diâmetros, pois o problema de medição do diâmetro no tronco de árvores em pé é relativo apenas às alturas hr_a e hr_b , não sendo problema a medição do diâmetro situado em 0,3 e em 1,3 m.

Para um melhor entendimento do Método da Altura Relativa com Dois Diâmetros, apresenta-se a seqüência de procedimentos que devem ser adotados no uso desta metodologia para simular a cubagem do tronco inteiro de árvores em pé, preferencialmente, nas parcelas de inventário. Os procedimentos a serem adotados são os seguintes:

- 1º) Medir o diâmetro $d_{0,3}$ situado a 0,3 m do terreno para se poder gerar a seguinte equação de forma do tronco à usar na *PBT*:

$$\hat{d}_{(0,0 \leq h_i \leq 1,3)} = \left(\frac{d_{1,3}}{2} \right) \left\{ \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 a d_{1,3}}}{h_i + e^{\phi_2 a d_{1,3}}} \right)^{r_a} + \left(\frac{d_{1,3}}{2} \right) \left[\begin{array}{l} \left(\frac{\phi_1 d_{1,3} - h_i}{\phi_1 d_{1,3} - 1,3} \right)^{r_b} \\ + \left(\frac{1,3 + e^{\phi_2 d_{1,3}}}{h_i + e^{\phi_2 d_{1,3}}} \right)^{r_b} \end{array} \right] \right\};$$

TABELA 3.6 – Métodos *M1* e *M2* organizados com a classificação dos métodos desenvolvidos a partir do estudo das quatro porções do tronco das 1297 árvores

Método	$h_i \leq 1,3$ (PBT)	$h_i \leq hr_1$ (PMT)	$h_i \leq hr_2$ (PST)	$h_i \leq h$ (PAT)
<i>M1</i> (1º lugar)	<i>SPDOCM2D</i>	<i>AR</i>	<i>SPDOCM2Dhv</i>	<i>AR</i>
<i>M2</i> (2º lugar)	<i>AR</i>	<i>SPDOCM2Dhv</i>	<i>AR</i>	<i>SPDOSMD</i>

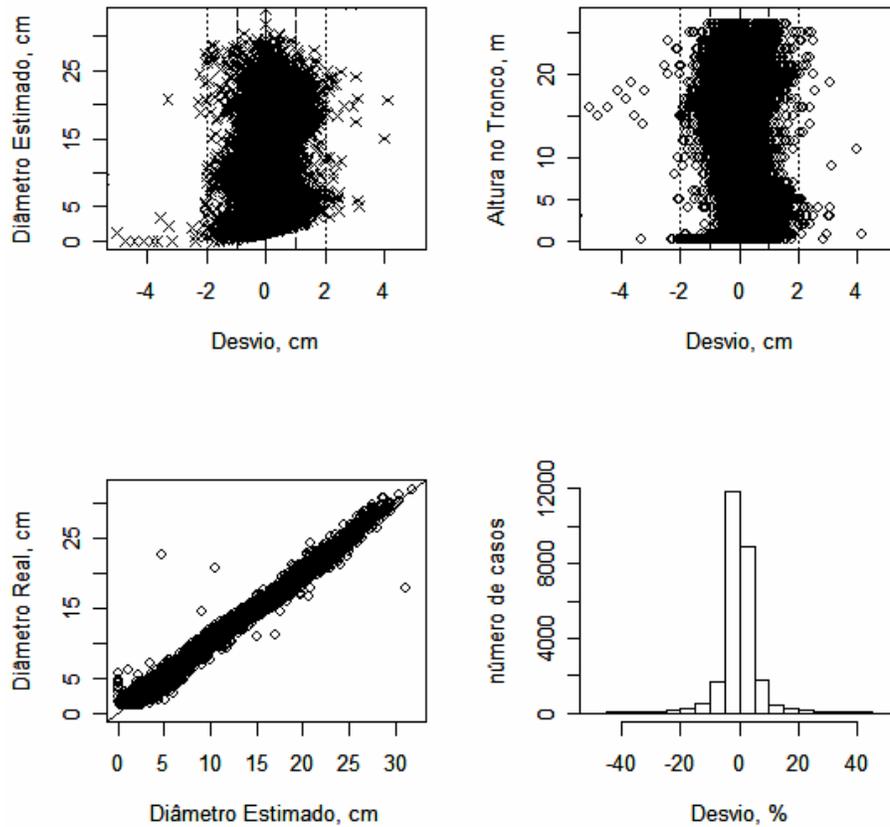


FIGURA 3.2 – Distribuição dos desvios obtidos empregando-se o método *M1* nos dados das 1297 árvores-amostra.

TABELA 3.7 – Estatísticas em porcentagem obtidas para avaliar a acurácia dos métodos *M1* e *M2* na descrição da forma do tronco das 1297 árvores

Método	<i>MDP</i>	S_{yy}^{\wedge}	<i>P</i>	<i>PM</i>
<i>M1</i>	$3,139 \cdot 10^{-04}$	4,395	17,705	7,367
<i>M2</i>	0,064	5,171	20,014	8,416

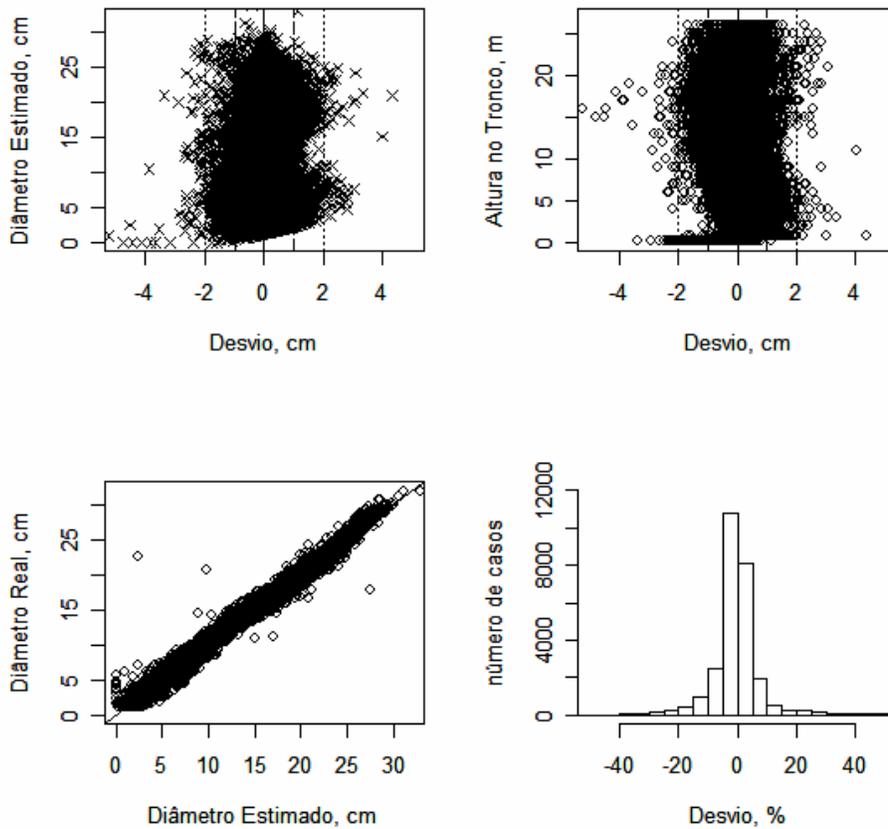


FIGURA 3.3 – Distribuição dos desvios obtidos empregando-se o método *M2* nos dados das 1297 árvores-amostra.

onde:

ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_2^a , respectivamente, são obtidos na Tabela Local de Forma do Tronco apresentada na Tabela 3;

r_a , r_b e r_b' , respectivamente, são calculados empregando-se:

$$r_a = \frac{\text{Ln}(d_{0,3}) - \text{Ln}(d_{1,3})}{\text{Ln}\left(1,3 + e^{\phi_2^a d_{1,3}}\right) - \text{Ln}\left(h_i + e^{\phi_2^a d_{1,3}}\right)};$$

$$r_b = \frac{\text{Ln}(d_{0,3}) - \text{Ln}(d_{1,3})}{\text{Ln}\left(\phi_1 d_{1,3} - h_i\right) - \text{Ln}\left(\phi_1 d_{1,3} - 1,3\right)}; \text{ e}$$

$$r_b' = \frac{\text{Ln}(d_{0,3}) - \text{Ln}(d_{1,3})}{\text{Ln}\left(1,3 + e^{\phi_2 d_{1,3}}\right) - \text{Ln}\left(h_i + e^{\phi_2 d_{1,3}}\right)}.$$

2º) Medir o diâmetro dr_a situado a $hr_a = \frac{(h-2)}{2}$ m do terreno para gerar a

seguinte equação de forma do tronco à usar na *PMT*:

$$\hat{d}_{(1,3 < h_i \leq hr_1)} = \frac{2 \cdot h_i - 2,6}{CAR_{II}} + d_{1,3};$$

onde:

$$CAR_{II} = \frac{2(1,3 - hr_a)}{(d_{1,3} - dr_a)}; \text{ e}$$

$$hr_1 = \frac{(h-1,4)}{1,4}.$$

3º) Medir o diâmetro dr_b situado a $hr_b = (h-1,25)/1,25$ m do terreno para se gerar a seguinte equação de forma do tronco à usar na *PST*:

$$\hat{d}_{(hr_1 < h_i \leq hr_2)} = d_{1,3} \left(\frac{hv - 0,1925099 - h_i}{hv - 0,1925099 - 1,3} \right)^{0,8} \text{ e } hv = \frac{hr_b - 1,3 \left(\frac{dr_b}{d_{1,3}} \right)^{\left(\frac{1}{0,8}\right)}}{1 - \left(\frac{dr_b}{d_{1,3}} \right)^{\left(\frac{1}{0,8}\right)}};$$

onde:

$$hr_2 = \frac{(h-1,1)}{1,1}.$$

4º) Usar a seguinte equação de forma do tronco na PAT:

$$\hat{d}_{(hr_2 < h_i \leq h)} = \left(\frac{h_i - h}{hr_2 - h} \right) \left[\left(\frac{hr_2 - hr_c}{hr_c - hr_1} \right) \left(\frac{2hr_c - hr_1 - 1,3}{2CAR_{II}} + \frac{h - hr_1}{2CAR_{III}} + \frac{d_{1,3}}{4} \right) + \frac{hr_2 + hr_c - 2,6}{CAR_{II}} + d_{1,3} \right];$$

onde:

$$CAR_{II} = \frac{2(1,3 - hr_a)}{(d_{1,3} - dr_a)}; CAR_{III} = \frac{2(hr_a - h)}{dr_a}; \text{ e } hr_c = \frac{(h-1,7)}{1,7}.$$

3.3.3 Avaliação da Predição da Forma do Tronco e do Volume Comercial

Aplicando-se o método da altura relativa com um diâmetro (*hr1D*) e o método da altura relativa com dois diâmetros (*hr2D*) nos dados das 128 árvores utilizadas no Capítulo 2, obtiveram-se as predições da forma do tronco inteiro destas. Em seguida, simulando uma cubagem empregando o método de Smalian, supondo toras com 2 m de comprimento, obtiveram-se os volumes *vt* e *v4*. Os resultados obtidos foram avaliados por meio da estatística *PM%* (Tabela 3.8) e da distribuição dos desvios apresentados (Figuras 3.4 a 3.6).

Pela análise dos resultados obtidos pode-se ver que o método *hr2D* é expressivamente superior ao método *hr1D*, pois apresentou os menores valores da estatística *PM* além de desvios com melhor distribuição (Figuras 3.4 a 3.6). Isto leva à aceitação das *Hipóteses* 1 e 2, pois os métodos avaliados são confiáveis, ressaltando-se que o método *hr2D* usa o sólido geométrico cone apenas na porção mediana e apical do tronco.

TABELA 3.8 – Estatísticas em porcentagem obtidas com a aplicação dos métodos *hr1D* e *hr2D* na predição da forma do tronco e dos volumes v_t e v_4 de 128 árvores do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*

Método	MDP	S_{yy}^{\wedge}	P	PM
Forma do Tronco:				
<i>hr1D</i>	0,094	4,853	17,608	9,003
<i>hr2D</i>	0,346	4,161	15,669	5,131
Volume v_t:				
<i>hr1D</i>	1,430	4,057	6,415	4,475
<i>hr2D</i>	1,557	3,157	5,420	2,922
Volume v_4:				
<i>hr1D</i>	1,193	4,118	7,006	4,688
<i>hr2D</i>	1,309	3,254	5,792	2,916

Diante disso, pode-se inferir que não se deve empregar somente o cone para gerar equações de forma do tronco. Também, a equação que representa um determinado $PD_{otimizado}$ é uma equação otimizada de forma do tronco e confiável para quantificar multiprodutos nas parcelas de inventário por meio da simulação de uma cubagem com as árvores em pé. É necessário medir o diâmetro situado em apenas quatro posições do tronco caso se empregue o método *hr2D*.

Pode-se inferir, também, que o método *hr2D* tem mais chances de apresentar predições da forma do tronco e do volume comercial com melhor nível de acurácia e, portanto, confere-lhe maior confiabilidade que o método *hr1D* porque proporciona melhor caracterização da forma do tronco das árvores devido à medição de quatro diâmetros.

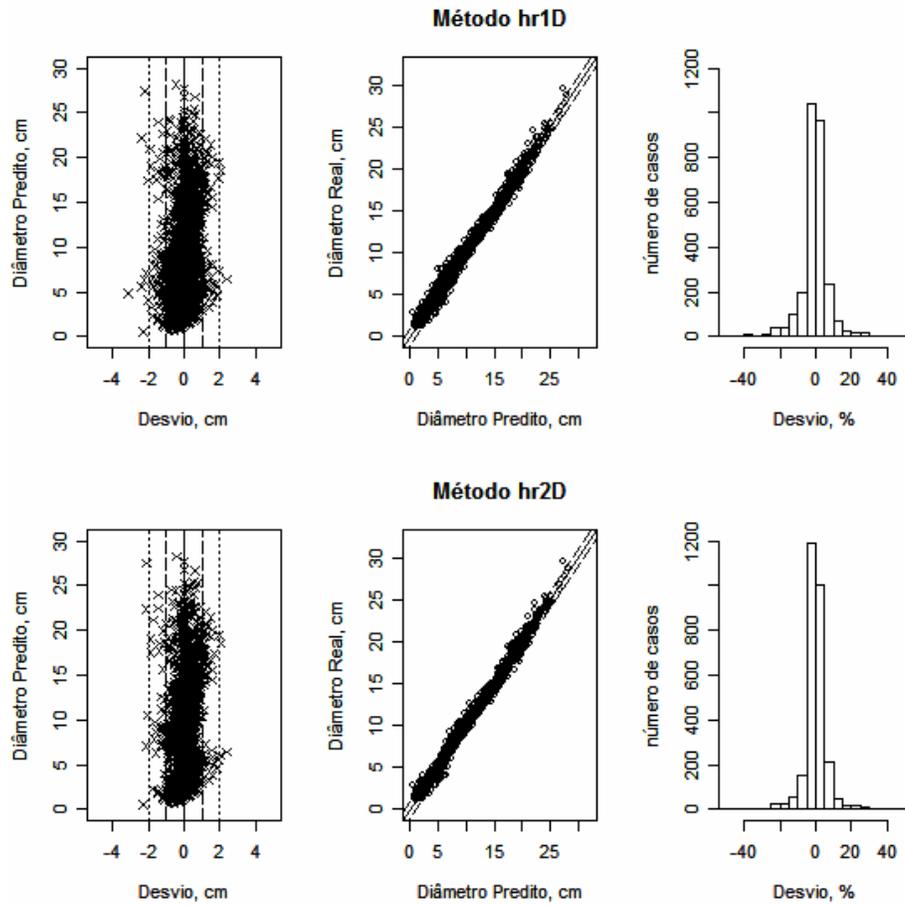


FIGURA 3.4 – Distribuição dos desvios obtidos na predição da forma do tronco aplicando-se os métodos *hr1D* e *hr2D* em 128 árvores do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.

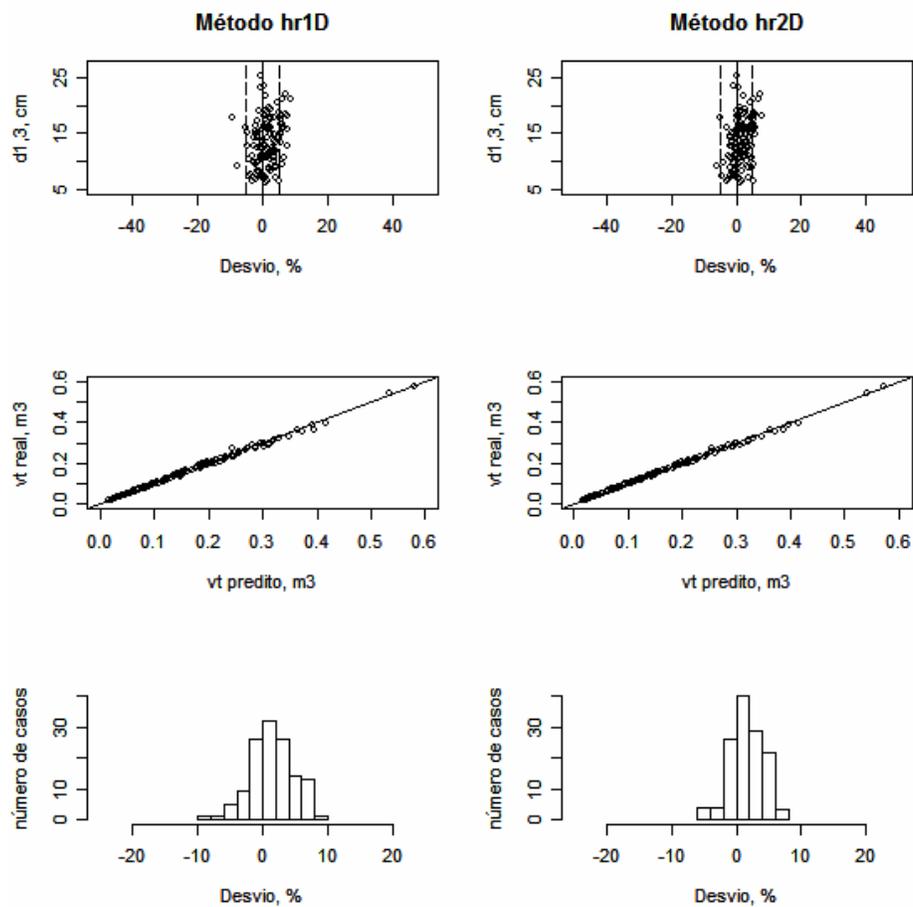


FIGURA 3.5 - Distribuição dos desvios obtidos na predição do volume vt aplicando-se os métodos $hr1D$ e $hr2D$ em 128 árvores do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.

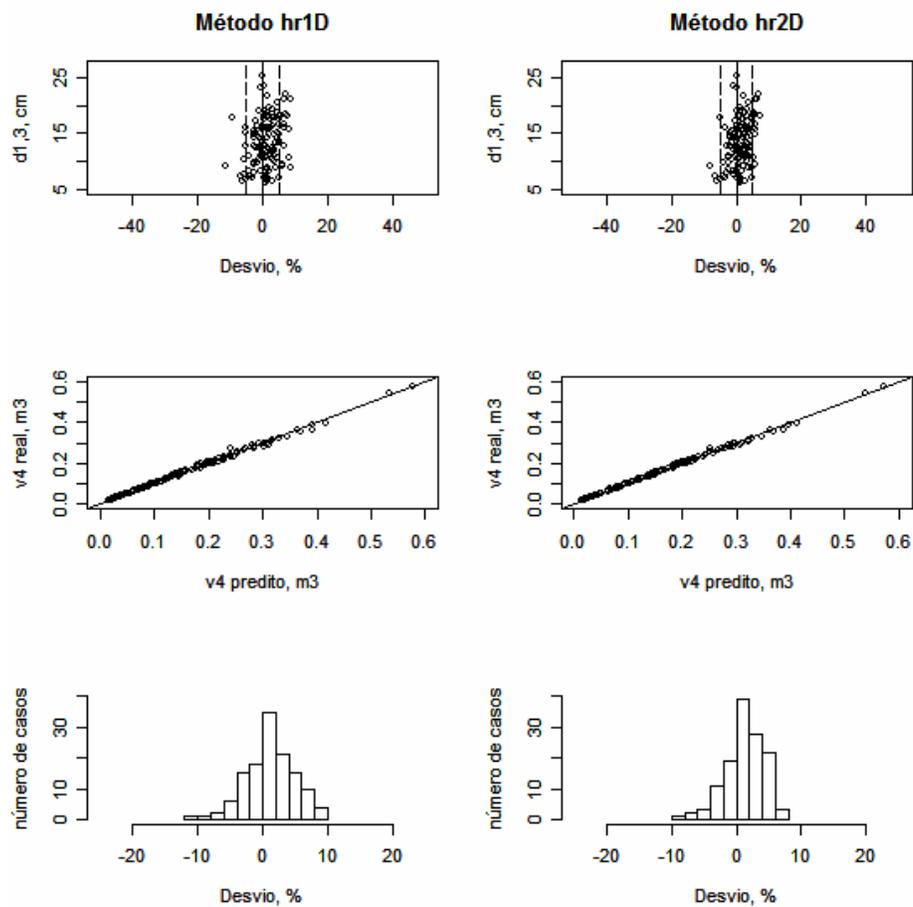


FIGURA 3.6 - Distribuição dos desvios obtidos na predição do volume v_4 aplicando-se os métodos *hr1D* e *hr2D* em 128 árvores do híbrido entre *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.

É importante, então, considerar a possibilidade de substituir os métodos usuais de quantificar multiprodutos dos povoamentos florestais por estes métodos, preferencialmente, pelo método *hr2D*. Assim, estudos devem ser conduzidos tendo em vista conhecer este método, buscando avaliar o nível econômico e tecnológico proporcionado pela sua adoção em substituição, também, do método *hr1D*.

Dentre os métodos avaliados em cada porção do tronco, excetuando-se o método *AR*, o método *SPDOCM2Dhv* confere melhor desempenho, uma vez que não foi feito por classe de $d_{1,3}$. Algumas modificações podem ser feitas com relação ao uso de uma Tabela Regional, ou árvore individual para se decidir por um *PD_{otimizado}*, segmentando o tronco com os resultados próprios de tal método. Deduz-se, então, que o método *hr2D* poderá ainda ser melhorado disponibilizando resultados bem melhores aos que foram obtidos neste trabalho.

A importância dos métodos *hr1D* e *hr2D* é ilustrada na Figura 3.7 onde se observa que o método usual de cubagem (Figura 3.7a), em média, exige a medição de 20 diâmetros ao longo do tronco de árvores abatidas (26825 / 1297). No método *hr1D* (Figura 3.7b), seriam necessários apenas medir três diâmetros, reduzindo o número de diâmetros medidos ao longo do tronco por ocasião da cubagem em cerca de 90%. Já no método *hr2D* (Figura 3.7c), este valor cai para cerca de 85% porque exige a medição de quatro diâmetros apenas.

Com o emprego do método *hr1D* ou *hr2D* na condução de um inventário florestal, há drástica redução no número de diâmetros medidos para gerar uma equação de forma do tronco e quantificar os multiprodutos da madeira. Tem-se, com isto, a vantagem de se fazer medições nas árvores em pé e localizadas dentro das parcelas simultaneamente com as demais medições. Há, ainda, a vantagem em se obter melhor representatividade devido às parcelas distribuídas na área inventariada.

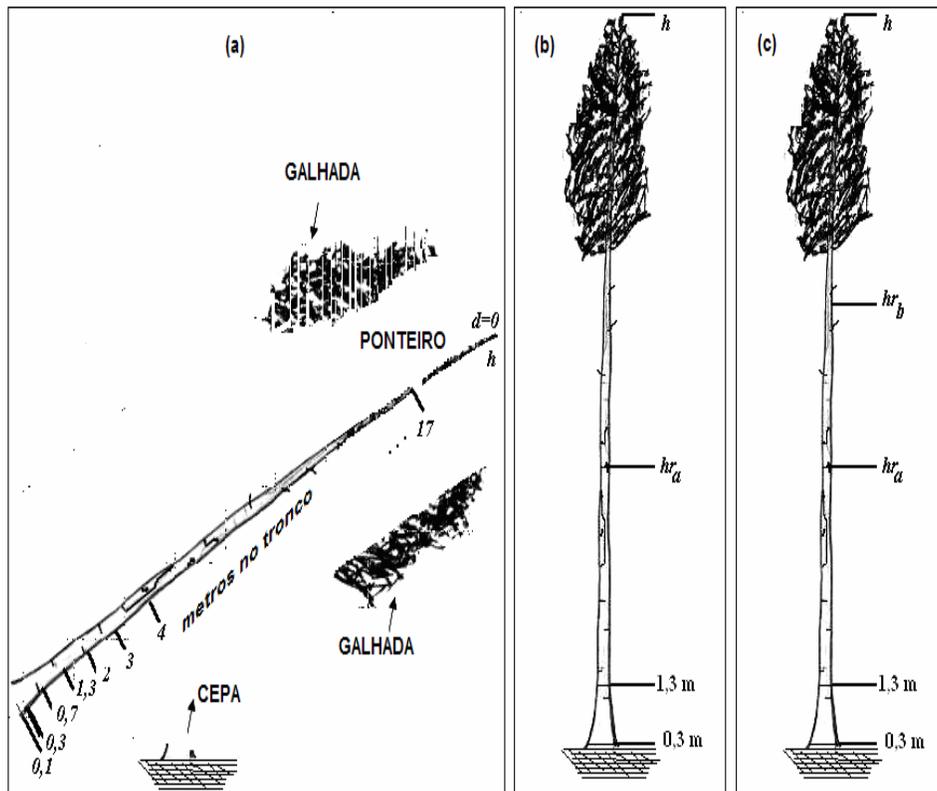


FIGURA 3.7 – Esquema de uma cubagem empregando-se o método usual (a), o método *hr1D* (b) e o método *hr2D* (c).

Diante disso, os métodos *hr1D* e *hr2D* disponibilizam equações mais representativas que o método usual de cubagem, o qual, além do abate das árvores-amostra, exige procurá-las na área em separado da medição das parcelas, demandando alto tempo de deslocamento. É claro que ainda seria necessário cubar árvores abatidas para se fazer inferências acerca da acuracidade dos métodos *hr1D* e *hr2D*, porém, em um número bastante reduzido ao que se exige na atualização das equações empregando-se o método usual.

As análises feitas permitem aceitar a *Hipótese 3* e, conseqüentemente, inferir que um $PD_{otimizado}$ pode ser determinado medindo-se somente os diâmetros referentes às posições que o delimitam no tronco das árvores, não sendo necessário cubá-las para se ter os dados necessários à estimativa de equações de forma do tronco conforme se faz usualmente, geralmente, em árvores-amostra abatidas.

Na comparação com os resultados obtidos no capítulo 2, onde se selecionou o método *Análise de Regressão* (Tabela 3.9 e Figuras 3.8 e 3.9), pode-se verificar uma expressiva superioridade dos métodos *hr1D* e *hr2D* (Tabela 3.8 e Figuras 3.4 a 3.6). Dessa forma, demonstrado que é preferível medir os diâmetros do tronco de todas as árvores em pé, amostradas por um inventário florestal. Também, pode-se ver que o método *hr2D* é o que apresentou melhor desempenho e, portanto, deve ser utilizado apesar de exigir a medição de um diâmetro a mais que o método *hr1D*.

TABELA 3.9 - Estatísticas em porcentagem adotadas para avaliar a acurácia do método *Análise de Regressão* selecionado no capítulo 2

Variável	MDP	$s(y_i, \hat{y}_i)$	P
Forma do tronco	-0,858	5,487	16,505
Volume v_t	0,337	6,923	10,276
Volume v_4	0,158	7,041	11,014

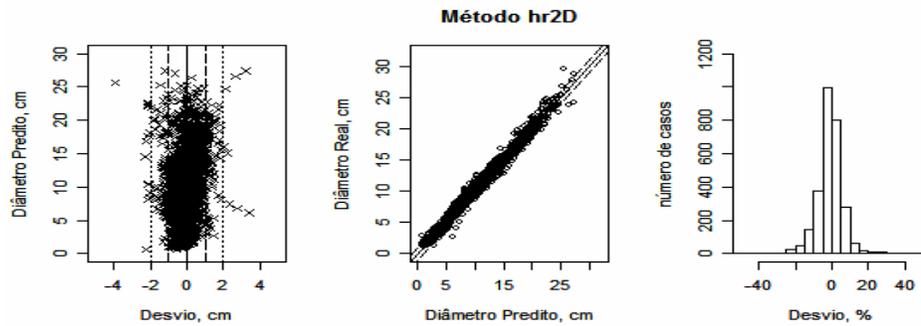


FIGURA 3.8 – Distribuição dos desvios obtidos na predição da forma do tronco aplicando-se o método *Análise de Regressão* selecionado no capítulo 2.

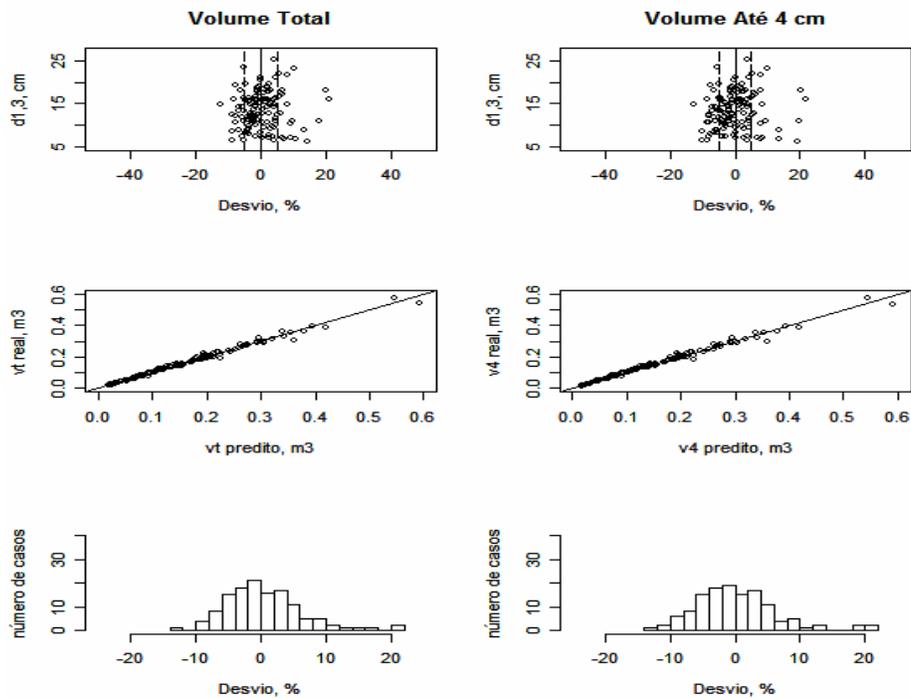


FIGURA 3.9 – Distribuição dos desvios obtidos na predição do volume v_t e v_4 aplicando-se o método *Análise de Regressão* selecionado no capítulo 2.

3.4 CONCLUSÕES

As análises feitas neste trabalho permitiram concluir que a equação de um $PD_{otimizado}$, selecionado nos diferentes segmentos do tronco de eucalipto, representa também uma equação otimizada de forma do tronco confiável para quantificar multiprodutos da madeira nas parcelas de inventário por meio da simulação de uma cubagem de árvores em pé. Também, pôde-se concluir que, para simular uma cubagem em árvores sem o abate, deve-se:

- Medir diâmetros do tronco nas alturas de 0,3 m, 1,3 m, $hr_a = (h-2)/2$ e em $hr_b = (h-1,25)/1,25$ além de h ;
- Utilizar o método $SPDOCM2D$ apenas na porção basal do tronco;
- Utilizar o método $hr1D$ nas porções mediana e apical do tronco;
- Utilizar o método $SPDOCM2Dhv$ na porção superior do tronco;
- Desenvolver o método $SPDOCM2Dhv$ medindo-se o diâmetro dr_b em $hr_b = (h-1,25)/1,25$ m do terreno.

Outras conclusões obtidas são:

- O método $hr1D$ reduz em 90% o número de diâmetros necessários à medição no tronco das árvores por ocasião da cubagem;
- O método $hr2D$ reduz em 85% o número de diâmetros necessários à medição no tronco das árvores por ocasião da cubagem;

- O método *hr2D* deve ser considerado mais confiável e com maior potencial de substituir os métodos usuais que o método *hr1D* para quantificar multiprodutos da madeira;
- O uso do cone é problema apenas na porção superior do tronco das árvores.

3.5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, V. C. L.; CALEGÁRIO, N.; SCOLFORO, J. R. S. Análise de algumas alternativas para obter o coeficiente angular da reta no método da altura relativa. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 3, p. 303-317, 2006.

ANDRADE, V. C. L. **Um método para descrever o perfil do tronco em árvores de eucalipto utilizando geometria analítica**. 2001. 74 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

CHICHORRO, J. F. **Análise estrutural econômica de multiprodutos da madeira em florestas naturais**. 2000. 241 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

COUTO, H. T. Z.; VETORAZZO, S. C. Seleção de equações de volume e peso seco comercial para *Pinus taeda*. **Cerne**, Lavras, v. 5, n. 1, p. 69-80, 1999.

GOMES, A. M. A. **Medição dos árvoredos**. Lisboa: Monumental, 1957. 413 p.

GUIMARÃES, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 160 p. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Um método para condução de inventários florestais sem o uso de equações volumétricas. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 26, n. 3, p. 321-328, 2002.

PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L.; QUINTAES, P. C. G.; SOARES, V. P. Análise de equações volumétricas para *Eucalyptus spp.* segundo o método de regeneração na região de José de Melo. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 7, n. 1, p. 56-70, 1983.