



PAULO HENRIQUE PEREIRA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CINEMÁTICA
UNIDIMENSIONAL TENDO A MATEMÁTICA COMO
ESTRUTURANTE DO PENSAMENTO FÍSICO**

**LAVRAS – MG
2020**

PAULO HENRIQUE PEREIRA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CINEMÁTICA UNIDIMENSIONAL TENDO A
MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE DO PENSAMENTO FÍSICO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Física, área de concentração em Ensino de Física, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Antônio Marcelo Martins Maciel
Orientador

Profa. Dra. Silvia Maria Medeiros Caporale
Coorientadora

**LAVRAS – MG
2020**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA,
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Pereira, Paulo Henrique.

Resolução de problemas de cinemática unidimensional tendo a matemática como estruturante do pensamento físico / Paulo Henrique Pereira. – 2019.

123 p. : il.

Orientador: Antônio Marcelo Martins Maciel.

Coorientadora: Silvia Maria Medeiros Caporale.

Dissertação (Mestrado profissional) - Universidade Federal de Lavras, 2019.

Bibliografia.

1. Ensino de Física. 2. Educação Matemática. 3. Problemas Abertos. I. Maciel, Antônio Marcelo Martins. II. Caporale, Silvia Maria Medeiros. III. Título.

PAULO HENRIQUE PEREIRA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CINEMÁTICA UNIDIMENSIONAL TENDO A
MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE DO PENSAMENTO FÍSICO**

**UNIDIMENSIONAL KINEMATIC PROBLEM-SOLVING WITH MATHEMATICS
AS A STRUCTURE OF PHYSICAL THINKING**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Física, área de concentração em Ensino de Física, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADO em 29 de outubro de 2019.

Prof. Dr. Frederico Augusto Toti Unifal

Profa. Dra. Rosana Maria Mendes UFLA

Prof. Dr. Iraziet da Cunha Charret UFLA

Prof. Dr. Antônio Marcelo Martins Maciel
Orientador

Profa. Dra. Silvia Maria Medeiros Caporale
Coorientadora

**LAVRAS – MG
2020**

DEDICO

Ao Enrico, um anjo que Deus colocou em minha vida, para que eu nunca desista diante dos problemas do dia a dia.

AGRADECIMENTOS

A Deus e a Nossa Senhora Aparecida, por todas as bênçãos em minha vida.

À Santa Terezinha, pela benção de uma rosa branca a cada conquista.

À minha mãe, na primeira fase de minha vida, por ter acreditado que, com a educação, podemos mudar a nossa situação para melhor.

À Stella, minha amada mulher, na segunda fase de minha vida, por ter me dado incentivo e ter me apoiado em meu sonho.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Antônio Marcelo e Profa. Dra. Silvia Maria por, terem acreditado em minha metodologia e dado a mim todo o apoio possível para desenvolver o meu trabalho.

Aos meus amigos: Edvaldo, Leandro, Danielle, Josemara. Nesse longo período, mesmo não podendo visitá-los, continuaram presentes quando eu estive ausente.

Aos meus professores do MNPEF, que me fizeram uma pessoa nova, com conhecimentos que não havia adquirido em outros cursos.

À Ingrid, Samantha, Maico, Alex, Fernando e Richard, pelo apoio e ajuda em todas as aulas, com conselhos e explicações que me fizeram encontrar meios de desenvolver o conhecimento, mesmo quando eu me sentia perdido. Agradeço de coração pela amizade que desenvolve formas de aprendizado e cooperação ao conhecimento.

Aos meus alunos, pela vontade de aprender e pela formidável participação nas aulas, possibilitando a realização desta pesquisa.

A todos os meus ex-alunos, durante esses 22 anos, que me instigaram a usar a criatividade a e desenvolver técnicas de motivação a cada aula.

À Sociedade Brasileira de Física, pelo seu compromisso na formação continuada de professores por todo o Brasil.

À UFLA, este paraíso, no Sul de Minas, pela oportunidade de realizar o Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001

RESUMO

A resolução de exercícios e de problemas é parte integrante das aulas de Física. Acredita-se que nessas atividades, os estudantes irão aplicar os conceitos adquiridos nas aulas expositivas e apropriar-se do conhecimento desenvolvido. Entretanto, nessa etapa dos processos de ensino e de aprendizagem os professores não verificam os resultados desejados, alegando, comumente, que o insucesso no ensino de Física se deve à falta de habilidades matemáticas dos estudantes. Questionamos o problema apontado, considerando duas indagações: Quanto das habilidades matemáticas necessárias ao ensino de Física estão sendo consideradas apenas como habilidades técnicas, deixando-se de lado as habilidades estruturantes do pensamento físico? Os estudantes estão, de fato, aprendendo a resolver problemas? A partir desses questionamentos, nosso trabalho apresenta uma sequência de tarefas que contemplam o ensino dos conceitos fundamentais da Cinemática e do movimento retilíneo uniforme, na perspectiva da resolução de problemas cotidianos, que consideram os conhecimentos prévios dos estudantes e nos quais o uso da Matemática se torna necessário na busca de soluções. Juntamente às tarefas, solicita-se, aos estudantes, a produção de relatórios que apresentem o raciocínio utilizado na solução do problema e as considerações sobre as tarefas propostas, com o objetivo de identificar o uso da matemática como estruturante do pensamento físico. Utilizando como fundamentação a estratégia de resolução de problemas, a proposta tem a intenção de favorecer a construção do conhecimento dos conceitos da Cinemática e dos conceitos de funções, desenvolvendo, simultaneamente, habilidades relacionadas aos conteúdos procedimentais inerentes a esses conceitos. O trabalho foi desenvolvido com uma classe do primeiro ano do Ensino Médio, em uma escola pública, da rede estadual de ensino, numa cidade do sul de Minas Gerais. Ao longo de oito aulas de Matemática, os estudantes realizaram oito tarefas, todas desenvolvidas em grupos, favorecendo o debate entre os seus componentes, com socialização dos resultados com toda a classe e formalização dos conceitos discutidos com o professor. Utilizando-se do diário de campo, gravações em áudio e relatórios confeccionados pelos estudantes, apresentamos o relato da experiência vivenciada pelo pesquisador, no qual identificamos a apropriação dos conceitos adquiridos pelos estudantes e a presença da Matemática como estruturante do conhecimento físico, tendo a resolução de problemas como habilidade adquirida durante o processo.

Palavras-chave: Ensino de Física. Educação Matemática. Problemas Abertos. Movimento Retilíneo Uniforme. Função do Primeiro Grau.

ABSTRACT

Resolving exercises and problems is an integral part of physics classes. It is believed that these activities require students to apply the concepts acquired in lectures and appropriate the knowledge developed. However, at this stage of teaching and learning, teachers do not perceive the desired results, often claiming that failure in physics teaching is due to students' lack of mathematical skills. We enquire about the problem indicated considering two questions: How much of the mathematical skills needed to teach physics are being considered only as technical skills, leaving aside the structuring skills of physical thinking? Are students, in fact, learning to solve problems? Based on these questions, our work presents a sequence of tasks that contemplate the teaching of fundamental concepts of kinematics and uniform rectilinear movement from the perspective of solving everyday problems, which consider the students' previous knowledge and in which the use of mathematics is required to find solutions. Along with the tasks, students are asked to produce reports that present the reasoning used in solving the problem and the considerations on the proposed tasks, aiming to identify the use of mathematics as the structuring of physical thinking. Basing on the problem-solving strategy, the proposal aims to favor the construction of knowledge on the concepts of kinematics and functions, while developing skills related to procedural content inherent to these concepts. The work was developed with a first-year high school class, in a public school of the state school system in a municipality of southern Minas Gerais, Brazil. The students performed eight tasks, all developed in groups, over eight mathematics classes, favoring the debate between its components, socializing the results with the entire class, and formalizing the concepts discussed with the teacher. We reported the experience lived by the researcher using the field diary, audio recordings, and reports made by the students, in which we identify the appropriation of the concepts acquired by the students and the presence of mathematics as the structuring of physical knowledge, having problem-solving as a skill acquired during the process.

Keyword: Physics Education. Mathematics Education. Open Problems. Uniform Rectilinear Motion. First Degree Function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Questão de número 16 da primeira fase do nível 1 da OBMEP(2005).	14
Figura 3.1 - Representação das dificuldades dos estudantes por Kramers-Pals (1988).	32
Figura 6.1 - Escrita apresentada pelo grupo G3 para responder a letra A da tarefa 1.3.	69
Figura 6.2a - Solução apresentada pelo grupo G3 para responder a letra B da tarefa 1.3.....	70
Figura 6.2b - Solução apresentada pelo grupo G4 para responder a letra B da tarefa 1.3.	70
Figura 6.3a - Solução apresentada pelo grupo G7 para responder a letra C da tarefa 1.3.....	71
Figura 6.3b - Solução apresentada pelo grupo G3 para responder a letra C da tarefa 1.3.	71
Figura 6.3c - Solução apresentada pelo grupo G6 para responder a letra C da tarefa 1.3.....	71
Figura 6.4a - Construção da função horária das posições para o MRU – primeira etapa.	90
Figura 6.4b - Construção da função horária das posições para o MRU – segunda etapa.....	90
Figura 6.4c - Construção da função horária das posições para o MRU – terceira etapa.....	90
Figura 6.5 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G1.....	91
Figura 6.6 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G2.....	92
Figura 6.7 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G3.....	93
Figura 6.8 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G4.....	94
Figura 6.9 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G5.....	95
Figura 6.10 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G6.....	96
Figura 6.11 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G7.	98
Figura 6.12 - Esboço do exercício semelhante à tarefa 2.2.	103
Figura 6.13 - Esquema apresentado pelo grupo G3, como resposta ao primeiro item do relatório da tarefa 2.3.	106
Figura 6.14 - Resposta apresentada, pelo grupo G3 ao segundo item do relatório da tarefa 2.3.	107
Figura 6.15 - Resposta apresentada, pelo grupo G3 ao primeiro item do relatório da tarefa 2.4.	113

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 - Estratégias de Resolução de Problemas segundo Reif et al (1976).....	30
Quadro 3.2 - Modelo de Resolução de Problemas segundo Gil Pérez (1992).	31
Quadro 3.3- Etapas da Resolução de Problema.....	33
Quadro 4.1 - Resultados destacados para cada autor.....	44

SUMÁRIO

1	APRESENTAÇÃO.....	11
2	INTRODUÇÃO	15
3	A MATEMÁTICA E O ENSINO DE FÍSICA	21
3.1	Matemática como habilidade técnica e estruturante	21
3.2	Resolução de problema no Ensino da Física e Matemática.....	25
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	35
5	METODOLOGIA	48
5.1	Descrição do ambiente e sujeitos da pesquisa.....	48
5.2	Produção dos dados.....	49
5.3	Procedimentos de análise dos dados	50
5.4	Definição do Produto Educacional	51
6	RELATO E ANÁLISE DAS AULAS INVESTIGADAS	55
6.1	Aula de 27 de agosto de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 1.1.....	55
6.2	Aula de 27 de agosto de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 1.2	60
6.3	Aula de 29 de agosto de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 1.3.....	66
6.4	Aula de 29 de agosto de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 1.4	73
6.5	Aula de 03 de setembro de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 2.1.....	80
6.6	Atividade de 03 de setembro de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 2.2.....	85
6.7	Aula de 12 de setembro de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 2.3.....	102
6.8	Aula de 12 de setembro de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 2.4	109
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
	REFERÊNCIAS	120

1 APRESENTAÇÃO

Parte de minha juventude estudei¹ e trabalhei como balconista no bar de minha mãe, na periferia de Três Corações. Além de atender ao público, me ocupava com planilhas, que eu mesmo fazia e organizava, tentando encontrar caminhos para livrar o nosso pequeno comércio da crise, tentando resolver os problemas financeiros. Não tive nenhum incentivo ou estímulo para fazer uma faculdade quando cursava o segundo grau, atual Ensino Médio, como a maior parte dos colegas de minha infância, talvez, pelo fato de que não houvesse, em minha família, um histórico de estudos.

Minha mãe sonhava que eu fosse para o exército e seguisse carreira, mas eu não tinha nenhuma aptidão ao sistema militar, felizmente fui reprovado no exame oftalmológico. Aquilo foi a maior decepção para minha mãe. Meus pais haviam se separado no meu último ano do segundo grau e todo o sonho de minha mãe de me tirar da zona rural e me levar para a cidade para eu seguir a carreira militar foi-se embora. Concluído o Ensino Médio, compreendi que o tão esperado diploma não seria suficiente para resolver todos os nossos problemas financeiros. A ideia de fazer um curso superior começava a surgir na minha mente. Entretanto, como na minha cidade não existia a opção de ensino público superior, procurei por cursos mais baratos, com os quais eu possuísse alguma afinidade. Assim, em 1996, comecei a estudar Licenciatura em Matemática, com ênfase em Física, na Universidade Vale do Rio Verde – UNINCOR. Além de ser um curso cujas mensalidades condiziam com o nosso orçamento, às aulas aconteciam nos finais de semana, facilitando-me arrumar serviços em horários variados.

Decidido pela escolha do curso, dei início à procura de empregos. Sem indicações, não consegui emprego nem no comércio nem na indústria. Como eu imaginava, o diploma de Ensino Médio não ajudou muito.

Já não era mais um menino e os estudos eram pagos, existia uma pressão de meus familiares, e mesmo minha, de começar a trabalhar e produzir o meu próprio sustento. Pouco tempo depois, consegui algumas substituições em escolas públicas, vivenciando a sala de aula, depois continuando com as aulas particulares de Matemática.

No ano seguinte, a reprovação escolar começava a erradicar e as aulas particulares de Matemática foram reduzidas. Comecei a dar aulas particulares de Física para estudantes de escolas particulares que estudavam, principalmente, por apostilas. Uma surpresa: eu não

¹ Usarei a primeira pessoa do singular quando tratar do relato das minhas experiências de vida e de formação.

compreendia os conceitos, mesmo já tendo visto quase todos na escola de educação básica e na faculdade. Atualmente, verifico que as aulas que tive nos moldes tradicionais de ensino, enfatizavam apenas a resolução de exercícios, seguindo algoritmos preestabelecidos e utilizando as fórmulas apropriadas. Não havia a fundamentação nos conceitos.

Mais um desafio! Ou largava de dar aulas particulares ou eu teria que começar a estudar Física por conta própria. Assim, estudava em livros e apostilas do Ensino Médio, mas essas fontes não eram suficientes para que eu compreendesse, de fato, a parte conceitual. Adotei como principal estratégia de aprendizado o questionamento feito aos meus estudantes particulares. Com essa estratégia, acabei aprendendo muito com eles, enquanto, de modo intuitivo, fazia com que eles interpretassem os problemas e explicassem o que eles compreendiam sobre as situações físicas apresentadas nos problemas. Eles me ajudavam nos conceitos e eu os auxiliava na organização da solução, utilizando as habilidades matemáticas. Os estudantes não sabiam que eu estava aprendendo com eles, mas, nesse processo de estudo, adquiriam segurança, ao interpretar as teorias e desenvolviam o hábito do estudo. Os primeiros estudantes particulares de Física, foram tendo bons resultados e meu nome foi sendo conhecido nas escolas e, assim, fui chamado para ser estagiário de Física no Colégio de Aplicação da UNINCOR.

No ano de 2000, depois de formado, comecei a lecionar as duas disciplinas, Física e Matemática, em colégios públicos e particulares. Preocupado com a falta de motivação dos estudantes, desenvolvi novas formas de prender a atenção deles, fazendo as aulas ficarem mais dinâmicas e atrativas. Nas aulas de Física, subia nas carteiras e pulava, levava skate, brinquedos, corda, sucatas, corria de um lado para outro, gritava, fazia mímicas, dançava, usava processos mnemônicos para decorar fórmulas, entrava debaixo das cadeiras, fazia rimas, paródias, pedia para os estudantes segurarem os meus braços e pernas e puxarem cada um de um lado no estudo de forças etc. Nas aulas de Matemática, dançava fazendo as formas geométricas, utilizava as músicas que estavam fazendo sucesso com a garotada, para fazer comparações com as regras matemáticas, levava panfletos de supermercado para trabalhar com operações, levava caixas de papelão para os estudantes confeccionarem maquetes para trabalharem proporcionalidade, levava-os à área externa da escola para fazerem medidas, trabalhava com origamis, inventava jogos, fazia videoaulas para as redes sociais que apresentavam os conteúdos lecionados nas turmas e pedia que eles acessassem um dia antes de ensinar o conteúdo etc. Acredito que a dinâmica das aulas e a diversidade de estratégias utilizadas favoreciam o aprendizado de muitos estudantes. Mas reconheço que minhas escolhas de ações estavam mais focadas na motivação do que propriamente na aprendizagem.

Em 2005, a escola inscreveu os estudantes para a OBMEP – Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas – criada para estimular o estudo em Matemática e revelar talentos na área, sendo seu público-alvo estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental até último ano do Ensino Médio. As provas são divididas em níveis de conhecimento: o nível 1 estudantes do 6º e 7º anos, o nível 2 do 8º e 9º e o nível Ensino Médio. Almejando um bom resultado dos meus estudantes, consultei edições anteriores e verifiquei muita contextualização de problemas de Matemática com base na Física. A partir desse momento, questões de Matemática envolvendo conhecimentos físicos começaram a fazer parte das minhas aulas de Matemática para o Ensino Fundamental.

A escola obteve sucesso nos resultados na OBMEP. Naquele mesmo ano, a questão de número 16 da primeira fase do nível 1 (Figura 1.1) abordava um problema de Física e reforçava a intenção de fazer uso da Física para contextualizar e significar conceitos da matemática.

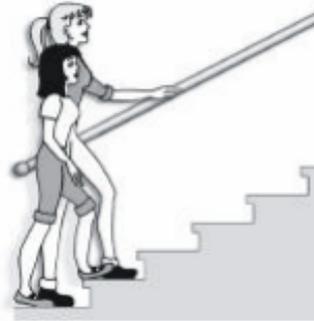
Por meio das análises das questões das provas da OBMEP, nas aulas de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, busquei mostrar aos meus estudantes as aplicações dos teoremas de proporcionalidades em movimentos e escalas termométricas. Apliquei o valor numérico com substituições em fórmulas e propriedades de potência para representar grandezas que expressavam medidas muito pequenas ou muito grandes. Contextualizava o estudo das funções com questões de Física, com equações da posição em função do tempo, da velocidade em função do tempo e da conversão de escalas termométricas. Seguindo a mesma prática de contextualização, utilizava a reflexão da luz nos estudos dos ângulos, o princípio de propagação retilínea dos raios de luz em regra de três simples e proporcionalidades, etc.

Essa habilidade de problematizar as questões de Matemática com conhecimentos físicos, proporcionou, aos meus estudantes, muitos prêmios na OBMEP. Todo ano eu tinha um medalhista. Preparava meus estudantes com problemas lógicos, os incentivava na pesquisa de outros conteúdos e sempre pedia que eles observassem o seu cotidiano para entenderem como a natureza expressa os seus fenômenos por meio de linguagens numéricas.

Figura 1.1 - Questão de número 16 da primeira fase do nível 1 da OBMEP(2005).

16. Rosa e Maria começam a subir uma escada de 100 degraus no mesmo instante. Rosa sobe 10 degraus a cada 15 segundos e Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos. Quando uma delas chegar ao último degrau, quanto tempo faltará para a outra completar a subida?

- (A) meio minuto
- (B) 40 segundos
- (C) 45 segundos
- (D) 50 segundos
- (E) 1 minuto



Fonte: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (2019).

Essa trajetória fez com que eu passasse a utilizar na minha prática docente os problemas abertos e fechados, sem ainda conhecer essa nomenclatura, acreditando no favorecimento do processo de aprendizagem, relacionando a Física com a Matemática.

Em 2017, entrei no Programa Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), da Universidade Federal de Lavras, principalmente com o intuito de obter titulação por uma universidade pública. Entretanto, as atividades se iniciaram e comecei a aprender sobre metodologias e estratégias de ensino, acarretando um grande envolvimento e comprometimento com o trabalho de pesquisa.

Verifiquei que o que eu fazia não era errado, pois dava resultados, mas minhas ações eram intuitivas. Atualmente, me conscientizo da necessidade da intencionalidade na prática docente, do quanto, como professor, preciso refletir sobre a minha prática, ter clareza dos objetivos de aprendizagem e verificar se tais objetivos estão sendo alcançados.

Atualmente, percebo também que a minha ação consistia em contextualizar o ensino de Matemática, tomando a Física como exemplo de aplicação que justificasse a importância de tal ensino. Sem sombra de dúvidas, essas duas áreas do conhecimento estão intimamente relacionadas, e desenvolver seus saberes de forma articulada é de grande favorecimento ao aprendizado de ambas. É essa perspectiva o foco do presente trabalho.

2 INTRODUÇÃO

Ao lecionar Física no Ensino Médio, percebi que um dos maiores problemas consiste em proporcionar aos estudantes a articulação entre seus conhecimentos prévios, conceitos físicos adquiridos no cotidiano ou na vida acadêmica, com a formalização matemática. Devem compreender os fenômenos observados na natureza, representá-los e, conseqüentemente, empregá-los como ferramentas na solução de problemas reais.

Particularmente, na Cinemática, há vários conceitos físicos que são conhecidos pelos estudantes, mesmo sem formalizá-los ou defini-los, tais como tempo, posição, velocidade e aceleração. Em razão disso, a proposta deste trabalho consiste em apresentar problemas reais de movimentos que propiciem aos estudantes, na busca da solução do problema, utilizar a Matemática como meio de representar tais situações reais, podendo fazer uso de seus conhecimentos prévios. Usa-se a Matemática como habilidade estruturante do pensamento físico, favorecendo a formalização de conceitos físicos, sem desconsiderar o desenvolvimento das habilidades técnicas em Matemática na busca da solução dos problemas.

A matematização nas aulas tradicionais de Física já recebeu grandes críticas.

Muitas vezes a Matemática parece se resumir a uma simples ferramenta geralmente relacionada à prática de dedução de fórmulas e resolução de exercícios, com manipulações matemáticas pouco significativas do ponto de vista da compreensão de uma situação real e dos próprios conceitos físicos envolvidos (MANNRICH, 2014, p. 25).

Não temos a intenção de discutir as razões que dão origem a essa prática, mas abro espaço para algumas reflexões: As matrizes curriculares, na maior parte dos cursos de Licenciatura em Física são estruturadas com várias disciplinas de conhecimento específico em Matemática, como pré-requisitos para as disciplinas de Física. Historicamente, as questões de Física presentes nos exames vestibulares correspondiam basicamente à aplicação de fórmulas e operações matemáticas. A maioria dos livros didáticos possuía uma estrutura bastante semelhante, iniciando com a apresentação de um conceito, enfatizado por meio de uma expressão, ou fórmula, seguido de exercícios de fixação, com o objetivo de memorizar a expressão, na sequência exercícios resolvidos para apresentar um algoritmo a ser seguido na resolução dos exercícios que viriam, posteriormente, comumente denominados como exercícios de aprofundamento.

A nossa vivência mostra que há muitas mudanças ocorrendo e que devem surtir efeitos no ensino de Física na Educação Básica: Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino

Médio (PCNEM), elaborados por especialistas e educadores tem servido de base, nos últimos anos, em todo o país para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos. As últimas reformas nas diretrizes curriculares para formação de professores² já enfatizam, de forma mais significativa, a formação didático-pedagógica e a relação teoria e prática; o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLDEM) já traz orientações para a confecção de livros de Física que contemplem diversidade de metodologias de ensino e que abordem a Física de forma contextualizada.

Sugerir mudanças no ensino de Física e criticar a matematização não significa abolir a Matemática das aulas de Física.

Os PCNEM apresentam uma proposta metodológica para trabalhar o qualitativo em primeiro plano:

Outro aspecto metodológico a ser considerado, no ensino das ciências em geral, com possível destaque para a Química e a Física, diz respeito às abordagens quantitativas e às qualitativas. Deve-se iniciar o estudo sempre pelos aspectos qualitativos e só então introduzir tratamento quantitativo. Este deve ser feito de tal maneira que os estudantes percebam as relações quantitativas sem a necessidade de utilização de algoritmos. Os estudantes, a partir do entendimento do assunto, poderão construir seus próprios algoritmos (BRASIL, 2000, p. 53).

Os PCNEM também criticam a forma com que a Matemática é apresentada, desde o primeiro ano do Ensino Médio em relação às metodologias adotadas:

De fato, não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o estudante estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o estudante sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos estudantes frente à Matemática mostram, claramente, que isso não é verdade (BRASIL, 2000, p. 43).

Verifica-se a necessidade de associar os conhecimentos com o cotidiano e com representações numéricas que levem sentido às aprendizagens. Comparar as relações entre espaço e tempo e suas infinitudes de fórmulas que são apresentadas, no Ensino de Física,

² Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. (Resolução n. 2, de 1º de julho de 2015).

algumas vezes, pode ser bem confuso para o estudante que está ingressando no Ensino Médio. Os estudantes convivem com esses conceitos que os cercam, desde os seus primeiros passos de vida. Por exemplo, utilizam, em seu cotidiano, as unidades de medidas e os instrumentos que medem essas grandezas físicas. Conhecem instrumentos como trena, cronômetro, termômetro, balanças e velocímetros.

Podemos verificar que vários documentos estão sendo propostos para ações junto à Educação, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Eles visam a orientar o que deve ser ensinado com maior relevância em todo o país. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta uma referência aos objetivos de aprendizagem, em cada etapa escolar. A BNCC para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental foi aprovada e homologada em dezembro de 2017 e no dia 14 de dezembro de 2018 foi homologada, pelo Conselho Nacional de Educação a Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio (BNCCEM).

Ressaltamos as orientações dadas ao ensino de Matemática, pela ênfase dada a essa área do conhecimento, visto que, para o ensino de Física, a BNCCEM reduz as contribuições da área a habilidades ínfimas. Para apresentar uma Matemática mais próxima à realidade do cotidiano, o BNCCEM apresenta o Ensino de Matemática da seguinte forma:

A área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se no desenvolvimento da compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos, visando à resolução de situações-problema. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área (BRASIL, 2018, p. 470).

Para a sua utilização em diferentes campos, os estudantes precisam estruturar o seu pensamento algébrico para entenderem como funciona a aplicação e a resolução de problemas que são apresentados, por exemplo, nos livros didáticos de Física.

A linguagem matemática e a linguagem física podem parecer idênticas na primeira experiência numérica que é apresentada nas revisões de início de ano, que, geralmente, são feitas por muitos professores de Física. Inicia-se com revisões de potência de dez, equações do primeiro e segundo grau, operações com números reais, alguns conceitos geométricos como Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas no triângulo retângulo. Cria-se a necessidade de que o raciocínio físico esteja atrelado ao da aprendizagem desenvolvida no Ensino Fundamental dos conceitos matemáticos. Muitos livros e apostilas de Física parecem ser estruturados considerando que o sucesso na disciplina de Física seja

alcançado se o estudante for muito bom em Matemática, acarretando a sua matematização, visto que, quando ele começa a estudar Física, no primeiro ano do Ensino Médio, os conceitos que são apresentados nos primeiros capítulos dos livros se apresentam como pré-requisitos para compreender os conteúdos da Física. Podemos citar os seguintes conteúdos apresentados no início dos livros: transformação de unidades, Algarismos significativos, potência de dez e notação científica, deslocamento e distância efetivamente percorrida, velocidade e aceleração média, movimento uniforme, movimento uniformemente variado, velocidade relativa etc.

Com todos esses conteúdos citados acima, desconsideram-se os conhecimentos prévios dos estudantes. Assim, alguns professores de Física acabam atribuindo o fracasso de aprendizagem dos estudantes à deficiência em algumas necessidades operatórias que foram mal desenvolvidas nos anos anteriores, culpando, algumas vezes, os professores de Matemática dos anos anteriores, pois gostariam que seus estudantes chegassem à sala de aula com os pré-requisitos matemáticos necessários para a resolução de problemas (PIETROCOLA, 2002). Além disso, as operações matemáticas, muitas vezes, são apenas utilizadas para encontrar as respostas dos problemas, esquecendo-se da importância do pensamento algébrico e a análise dos resultados obtidos, isto é, uma vez entendido o problema do ponto de vista físico, as operações matemáticas são utilizadas para chegar ao resultado final, que será comparado com as respostas dadas ao final dos livros (PIETROCOLA, 2002).

Por outro lado, percebe-se que as mudanças estão ocorrendo e é necessário que o professor comece a modificar a sua postura de apenas um transmissor de conhecimentos e teorias repetitivas para promover um ensino, no qual o estudante se torne o centro do processo, e o professor, o mediador da aprendizagem. Uma das formas de se chegar a esse desenvolvimento de aprendizagem seria, à medida do possível, utilizar estratégias que façam relações entre os conteúdos de Física e Matemática e o cotidiano do estudante, mostrando exemplos práticos e vivenciados diariamente.

Como parte desse avanço, em relação aos estudos voltados para a mudança no contexto educacional, o objetivo geral desta pesquisa consiste na “investigação do desenvolvimento dos discentes, durante a realização de uma sequência de tarefas que visa a utilizar a Matemática como estruturante de conceitos físicos da Cinemática, por meio do processo de resolução de problemas abertos e fechados”.

Juntamente com a pesquisa e estudos em livros, teses, dissertações e artigos, para o desenvolvimento, deste trabalho, foi necessária a minha experiência pedagógica, como professor de Física e Matemática, para perceber a proximidade entre essas áreas. A Física não

deve ser trabalhada apenas como contextualização na Matemática ou a Matemática, meramente, de forma operatória ao desenvolvermos problemas na Física.

Durante as análises dos dados, buscaremos apresentar as habilidades adquiridas pelos estudantes ao desenvolverem problemas abertos ou fechados, destacando a importância da Resolução de Problemas como metodologia que pode ser trabalhada por professores de Física, Matemática ou que lecionam ambos os conteúdos.

Os objetivos específicos desta dissertação são: (1) desenvolver atividades que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico e físico em situações vivenciadas pelos estudantes; (2) oferecer meios diferentes de observação e representação dos movimentos através de problemas reais; (3) investigar o desenvolvimento de resolução de problemas, ao longo das propostas apresentadas no produto educacional; (4) analisar as respostas dos estudantes em relação ao desenvolvimento teórico e as suas experiências cotidianas; (5) identificar as habilidades adquiridas pelos estudantes, ao apresentar o desenvolvimento de um problema aberto ou fechado.

O objetivo geral e objetivos específicos desse trabalho foram considerados para o Ensino de Física. Entretanto, todo o trabalho foi desenvolvido nas aulas de matemática. Portanto, nosso produto educacional foi elaborado com objetivos de ensino que favoreçam tanto o ensino de cinemática, quanto o ensino de funções, podendo ser utilizados por professores das duas disciplinas.

Como descrito na apresentação, o autor dessa dissertação tem experiência em sala de aula, dando aulas de Física e Matemática, mas consideramos a possibilidade que professores que ministram apenas uma das disciplinas possam utilizar nosso material. Seguindo essa perspectiva, fizemos a escolha dos problemas propostos e a estrutura das atividades, o que nos levou a escolher, em determinadas etapas da atividade problemas clássicos do ensino de cinemática, que comumente são contemplados em exercícios dos livros de matemática.

Gostaríamos ainda de salientar que, durante o desenvolvimento do produto educacional, nas aulas de Matemática, os estudantes, nas suas aulas de Física ainda não estavam estudando cinemática. Portanto, pudemos considerar o processo de construção do conhecimento.

As aulas analisadas, neste trabalho, foram as que contemplaram os estudos dos conceitos fundamentais do movimento e do movimento retilíneo uniforme, selecionadas, em razão da grande quantidade de dados para análise, em relação ao tempo disponível. Porém, nosso produto educacional apresenta propostas de um número maior de aulas, incluindo o trabalho com funções de segundo grau. Reforçamos aos professores de Física e Matemática, a

importância de trabalhar alguns conceitos matemáticos antes de ser desenvolvido o produto educacional, como: conjuntos numéricos, intervalos reais e o plano cartesiano para obterem resultados satisfatórios. Após cada tarefa, na formalização, o professor poderá acrescentar alguns problemas matemáticos que seguem a mesma generalização.

A partir de nossa introdução, o trabalho está organizado com as nossas fundamentações teóricas, presentes no capítulo 3, apresentando a Matemática como habilidade estruturante para o pensamento físico e a resolução de problemas, na perspectiva do Ensino de Física e da Educação Matemática, considerando-a como estratégia de ensino. Complementando os estudos nas áreas, no capítulo 4, temos a nossa revisão bibliográfica, com ênfase em trabalhos desenvolvidos, na sala de aula, que tem como principal fundamentação a resolução de problemas.

No capítulo 5, apresentamos a metodologia do trabalho, destacando o ambiente e os sujeitos da pesquisa, o processo de obtenção de dados e como esses dados foram trabalhados e analisados, terminando com a definição das atividades desenvolvidas em sala de aula.

O relato das aulas é apresentado no capítulo 6, acompanhado de nossas análises e o diálogo com os nossos referenciais. Numa perspectiva mais ampla, encerramos o nosso trabalho com as considerações finais, no capítulo 7, avaliando os resultados encontrados e o alcance de nossos objetivos de pesquisa.

3 A MATEMÁTICA E O ENSINO DE FÍSICA

3.1 Matemática como habilidade técnica e estruturante

Neste capítulo, iremos discutir sobre a Matemática e suas habilidades técnicas e estruturantes no Ensino de Física.

Mas, o que seriam habilidades técnicas e habilidades estruturantes? Para Karam e Pietrocola (2009), as habilidades técnicas são fundamentadas no contexto do ensino da Matemática, relacionada ao domínio operacional de algoritmos que constituem as práticas adquiridas ao lidar com regras, fórmulas, gráficos, equações etc., e as habilidades estruturantes estariam associadas com a capacidade de fazer uma organização de todo o processo matemático, contendo processos críticos de resolução durante a obtenção de respostas de um problema. A Física “lê” o mundo e a Matemática seria uma forma de estrutura desta linguagem.

Alguns professores, no Ensino Médio, principalmente no primeiro ano, apontam que a dificuldade na aprendizagem de Física é decorrente da falta de base em conhecimentos matemáticos, muitas vezes apresentando tal fato como justificativa para o não aprendizado, porém, desconsideram a necessidade do desenvolvimento das habilidades matemáticas. Em suas práticas docentes “não é incomum que professores se esmerem na interpretação física de problemas, chegando a esboçar soluções num formalismo matemático e digam: “daqui para frente é só matemática e a solução completa disto, vocês já aprenderam na outra disciplina” (PIETROCOLA, 2002, p. 90).

Sobre essa questão, Pietrocola (2002) argumenta que quando a questão é

[...] colocada desta forma mascara o problema de saber como a Matemática deve ser ensinada e, portanto, aprendida no contexto da Física. As suas eventuais soluções devem se apoiar em uma análise mais profunda sobre as relações que a Física entretém com a Matemática, que implicam em posturas didático-pedagógicas completamente diferentes (PIETROCOLA, 2002, p. 89).

Para Pietrocola (2002), é necessário traçar um paralelo entre as habilidades estruturantes e as habilidades técnicas. A Matemática é uma linguagem estruturante do conhecimento físico, ao invés de ser apenas um simples instrumento descritivo e quantificador.

“É inegável que a Matemática está atualmente, mais do que nunca, alojada de forma definitiva no seio da Física” (PIETROCOLA, 2002, p. 89). Mas, quando será que isso começou? Foi a Matemática, que começou a responder perguntas e decifrar o universo, a partir do século XV. Ela começou a se transformar em uma linguagem para a Física como apresenta Ávila (2010).

As ideias de Copérnico (1473-1543), Galileu (1564-1642) e Kepler (1571-1630) sobre o sistema solar, bem como os dados de observação de Tycho Brahe (1546-1061), culminaram, no século XVII, com a teoria da gravitação de Newton, que dava ao homem um novo e poderoso instrumento de compreensão do sistema solar. Os desenvolvimentos que se seguiram, sobretudo com os trabalhos de Laplace (1749-1827), iriam resgatar a antiga ideia de Pitágoras (séc. VI a.C.) de que “o número é a chave para a compreensão dos fenômenos”, pois ficava agora evidente que os movimentos dos planetas obedeciam as leis matemáticas precisas. Isso teve influência decisiva no pensamento racionalista do século XVIII, portanto, nas próprias concepções filosóficas da época. Voltaire (1694-1778), por exemplo, que passou alguns anos de sua vida na Inglaterra, de lá voltou entusiasmado como muito do que viu, em particular co a obra de Newton, da qual foi um grande divulgador entre os franceses (ÁVILA, 2010, p. 7).

Segundo Karam e Pietrocola (2009), uma análise histórica /epistemológica do desenvolvimento do conhecimento científico evidencia a existência de complexas inter-relações entre o pensamento matemático e físico, desde a sua mais remota existência. Para Pietrocola (2002), já é de longo tempo que a Física usa a Matemática como meio de provas para a validade de hipóteses, tornando-se a Matemática, com seus teoremas, um critério científico importante na formação de teorias e conceitos. Couto (2007) cita nomes importantes que aparecem na apresentação histórica da Física, com suas fórmulas e deduções, por meio de conhecimentos matemáticos, como Aristóteles, Arquimedes, René Descartes, Nicolau Copérnico, Kepler, Galileu Galilei e Isaac Newton,

A Matemática adquire, portanto, um papel essencial no desenvolvimento de novas ciências e tecnologias. Para Ávila (2010), a Matemática está direta ou indiretamente empregada como instrumento de organização das demais ciências, como a Física, a Química, a Biologia, a Astronomia etc. Para Pietrocola (2002) a Matemática:

[...] é a maneira de estruturarmos nossas ideias sobre o mundo físico, embora possa em determinados momentos se assemelhar a uma simples descrição de objetos. ... No entanto, sua maior importância está no papel *estruturante* que ela pode desempenhar quanto ao processo de produção de objetos que irão se constituir nas interpretações do mundo físico (PIETROCOLA, 2002, p. 100).

Nessa perspectiva, identificamos as habilidades técnicas e as habilidades estruturantes. As habilidades técnicas vêm do fato de o estudante operar com números decimais, substituir os dados nas fórmulas, resolver equações do primeiro e segundo grau, aplicar propriedades de potências, trabalhar com potência de dez, traçar gráficos, resolver regra de três que apresentam grandezas diretas ou inversas etc. De outro lado, temos as habilidades estruturantes que possibilitam ao estudante o entendimento de fórmulas, análises de resultados, descrição do funcionamento das operações algébricas com o contexto físico, interpretações gráficas, analisarem sequências que apresentam uma regularidade e assim por diante.

Na realidade, estas discussões não devem levar ao conflito dos dois conteúdos. A Matemática está presente na Física e deve ser observada de uma forma estruturante, ao resolvermos problemas que são apresentados nos livros didáticos ou nas tarefas propostas pelo professor. Ao tratar a solução de problemas como simples substituição de valores numéricos em fórmulas e/ou expressões, tem-se a supervalorização da quantificação dos resultados do problema, o que reflete uma visão ingênua/distorcida em relação ao papel da Matemática na estruturação do pensamento científico (KARAM; PIETROCOLA, 2009).

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, refere-se à Matemática como linguagem que “distribuirá transversalmente às demais ciências seus temas estruturadores, relacionados respectivamente aos números, às formas e à análise de dados” (BRASIL, 2002, p. 32). Mas, não podemos levar em consideração somente o tratamento e análise de dados, a Matemática pode ser ensinada de uma forma mais apropriada ao ingressar na linguagem científica e estruturante do pensamento físico. Para Biembengut (2014), estudiosos defendem a proposição de questões ou atividades que contemplem diferentes áreas do conhecimento, aproximando-se das situações da realidade.

Na maior parte da linguagem algébrica adotada no Ensino Fundamental, quando os estudantes estudam valores numéricos, equações do primeiro e segundo grau, exemplos geométricos para cálculos de ângulos, gráficos etc., os professores apenas trabalham com as letras x , y e z , que podem ser coordenadas ou incógnitas. Logo, essas letras acabam se transformando em uma linguagem algébrica com seus significados e suas operações, e isso vai se estendendo até o Ensino Médio, muitas vezes não apresentando as outras simbologias utilizadas em outros conteúdos que, algumas vezes, podem deixar os estudantes confusos.

Ao serem utilizadas essas linguagens na análise, no equacionamento ou ao se traduzir a linguagem corrente para a linguagem de símbolos, Polya (1978) afirma que:

De qualquer maneira, o uso dos símbolos matemáticos é semelhante ao uso das palavras. A notação matemática aparece como uma espécie de linguagem, *une langue bien faite*, uma linguagem bem adaptada ao seu objetivo, concisa e precisa, cujas regras, ao contrário do que ocorre com as regras da gramática corrente, não sofrem exceções (POLYA, 1978, p. 97).

Na Física, desde o início da ciência moderna, também utilizamos letras e símbolos para representarem as grandezas físicas. Com isso, muitas vezes, professores de Física, e mesmo os de Matemática, em decorrência da tradição empírico-realista, assumem que a Matemática é a linguagem da Física, na perspectiva de se considerar que a Física só pode ser explicada com o uso da Matemática, ou justificando que a Matemática só tem sentido pela sua aplicação em outras áreas do conhecimento (PIETROCOLA, 2002).

Os seres humanos diferem de outros seres dos planetas, por sua forma de se comunicar e analisar os símbolos, pois a linguagem é um símbolo. Podemos nos expressar por esses símbolos, apresentando ideias e pensamentos que possibilitem a comunicação entre nossa espécie. “A Matemática é a maneira de estruturarmos nossas ideias sobre o mundo físico, embora possa, em determinados momentos se assemelhar a uma simples descrição de objetos” (PIETROCOLA, 2002, p. 100). Segundo Mannrich (2014), a Matemática seria constituída pelo próprio modo de pensar o mundo, como a linguagem verbal e escrita é para nós, humanos. Se levarmos em conta o seu papel como estruturante, ela acaba construindo interpretações do mundo físico em uma linguagem simbólica e modelos, que podem ser aperfeiçoados, modificados ou trocados com o tempo.

Mannrich (2014), ao analisar alguns autores como Karam, Pietrocola e Uhdem, em relação às distinções entre habilidades técnicas e habilidades estruturantes relacionadas ao Ensino de Física, propõe que:

De modo geral, estes autores acordam que é preciso trabalhar além do que chamam de habilidades técnicas, trabalhar habilidades estruturais no Ensino de Física, pois a matemática é mais do que uma ferramenta do físico, e uma linguagem estruturante de seu pensamento, sendo constitutiva do próprio modo de pensar (MANNRICH, 2014, p. 27).

Podemos desenvolver os problemas quantitativos de forma que os estudantes interpretem e avaliem os resultados e as operações efetuadas. Por exemplo, quando temos uma função horária das posições de uma partícula em movimento uniformemente variado, e desejamos identificar o(s) instante(s) em que o móvel passa pela origem, não devemos apenas igualar a posição a zero e encontrar a solução dos dois tempos, usando a equação do segundo grau. Podemos discutir qual o significado de termos a possibilidade de encontrar dois valores,

identificando que tipo de movimento está sendo descrito, verificar o sinal da velocidade e o sinal da aceleração, discutir a mudança de sentido do movimento, discutir o significado do tempo negativo encontrado em algumas das soluções obtidas. Esses são alguns exemplos de que o domínio de habilidades técnicas matemáticas, embora necessário, não é totalmente a receita para a aprendizagem em Física (PIETROCOLA, 2002).

“Naturalmente, a busca pelo desenvolvimento de *habilidades estruturantes* no Ensino de Física passa pela discussão sobre modelos e modelização” (KARAM; PIETROCOLA, 2009, p. 194). Pinheiro (2016) apresenta a modelagem matemática, por meio de atividades experimentais, para mostrar a importância da Matemática como uma forma de estruturação do pensamento físico, ao produzir fórmulas e aplicar fórmulas. Pietrocola (2002) mostra que esse tipo de estratégia acaba tendo dificuldades de ser implantado, em decorrência da rigidez dos currículos e aos problemas fechados de solução única que são apresentados nos livros didáticos.

Logo, para apresentar uma estratégia didática e desenvolver as habilidades estruturantes dentro do ensino de Física para o Ensino Médio, Karam e Pietrocola (2009) apresentam a resolução de problemas para o Ensino de Física, mostrando a importância de não só resolver os problemas fechados e sim aplicar problemas abertos para a obtenção do papel da Física como fonte de motivação para a criação Matemática. Esse assunto será abordado no próximo tópico.

3.2 Resolução de problema no Ensino da Física e Matemática

Todas as pessoas estão rodeadas de problemas no seu dia a dia. Um estudante que sai de sua casa e vai até a escola, procura um modo de chegar sempre mais rápido, as pessoas sempre estão interessadas em manter as suas contas em dia e desenvolver formas de economizar o seu salário, um pedreiro precisa determinar a quantidade de pisos que devem ser colocados em uma obra para que não ocorra prejuízo de material, um administrador confere todas as planilhas de gastos de uma empresa mensalmente para obter um lucro o maior possível, uma dona de casa ao prender dois copos, ao lavar a louça, necessita separá-los sem que os quebre e assim por diante. “Um problema emerge quando se percebe que há lacuna existente entre a situação que não se sabe como solucionar e o querer solucionar” (BIEMBENGUT, 2014, p. 203). Como afirma Karan e Pietrocola (2009) os problemas citados anteriormente não devem ser confundidos com problemas científicos, esses problemas são nitidamente diferentes da estrutura científica. “Uma das características que faz com que esse

pensar científico seja diferente do pensar “cotidiano” é que ele é fortemente embasado em estruturas matemáticas” (KARAM; PIETROCOLA, 2009, p. 182).

Muitos dos problemas citados acima podem ser até apresentados como problemas nas aulas de Física ou Matemática ao serem abordados contextos do cotidiano. Mas, quando não fazemos esse estudo, acabamos ficando na estrutura apresentada entre questões sem contextos, resolução de exercícios ou problemas em que existe apenas uma única solução. Para Clement e Terrazzan (2011), em uma resolução tradicional de exercícios, não costuma haver uma análise qualitativa para melhor compreensão sobre o contexto físico envolvido no enunciado.

A atividade de solucionar problemas inseridos no processo ensino-aprendizagem exige criatividade e conhecimento sobre o assunto questionado. Cada solucionador utiliza suas experiências, conhecimentos e interpretações para resolver uma mesma situação-problema, devendo ocorrer de uma forma reflexiva, tanto na análise do resultado quanto no processo de solução. De certa forma,

[...] pode-se dizer que uma dada situação, quantitativa ou não, caracteriza-se como um problema para um indivíduo quando, procurando resolvê-la, ele não é levado à solução (no caso dela ocorrer) de forma imediata ou automática. Isto é, quando, necessariamente, o solucionador se envolve em um processo que requer reflexão e tomada de decisões sobre uma determinada sequência de passos ou etapas a seguir (ECHEVERRÍA; POZO, 1994 apud PEDUZZI, 1997, p. 229-230).

Verificamos que a diferenciação entre um problema e um exercício ocorre, em decorrência da relação do estudante com as habilidades e conhecimentos necessários, para a solução da situação proposta, mas também ocorre a diferenciação pela forma como é apresentado ou, ainda, pela exigência de um processo único de solução. Além dessa diferenciação, quanto aos problemas, eles também podem receber a denominação de problemas abertos ou fechados.

Problemas fechados, em geral, são apresentados por frases curtas ou em pequenos parágrafos. Apresentam-se, de modo geral, todos os dados necessários para uma única solução. Problemas abertos, de certo modo, são apresentados em frases ou parágrafos mais extensos, apresentam dados descritivos que permitem várias estratégias de resolução com diferentes respostas (VECCHI; GIORDAIN, 2002).

No ensino de Física, e em geral, no ensino de Ciências e de Matemática, a Resolução de problemas está presente em quase todas as aulas, como uma prática rotineira. Porém,

muitos professores, acabam utilizando problemas que não pertencem ao cotidiano dos estudantes (ECHEVERRÍA; POZO, 1998 apud CLEMENT; TERRAZZAN, 2012).

Possivelmente, a prática rotineira do uso da resolução de problemas nessa perspectiva, se deve aos livros didáticos, que costumam apresentar uma série de problemas associada a cada conceito. Contudo, comumente seguido de uma ordem padrão, apresentando o conteúdo, seguido de um exemplo e verificando a aprendizagem com uma série de exercícios com o mesmo formato.

Pezuzzi (1997) avalia a relação entre a prática de resolução de problemas e seu uso como meio de ensino na perspectiva do professor, identificando que

[...] a resolução de problemas não é vista pelo professor de física como uma atividade que mereça, por si mesma, uma discussão mais específica de sua parte. Paradoxalmente, no entanto, este mesmo professor elege a eficiência na resolução de problemas como condição necessária e suficiente para a aprovação de seu aluno (como atestam as extensas listas de problemas que o estudante recebe para solucionar as avaliações, a que se submete, constituídas quase que exclusivamente de problemas) (PEDUZZI, 1997, p. 235).

Para Peduzzi (1997), a utilização de problemas abertos em sala de aula seria uma forma de motivação útil e articulada na ação pedagógica, em vez de as usuais listas de exercícios. Clement e Terrazzan (2011) apresentam as dificuldades de trabalhar com a resolução de problemas e, em seguida, mostram uma possível solução para esse impasse:

Os exercícios/problemas/questões, assim nomeados e encontrados nos livros didáticos, não se constituem, em si mesmos, problemas para os alunos, embora alguns deles possam ter em seus enunciados situações bastante interessantes. Tais exercícios/problemas/questões podem passar a se constituir como um problema para o aluno na medida em que forem problematizados/reformulados pelo professor e inseridos em um contexto que lhes dará sentido (CLEMENT; TERRAZZAN, 2011, p. 2).

Mesmo destacando a potencialidade do uso de problemas abertos, Peduzzi (1997) ressalta que os problemas fechados continuam sendo essenciais para o estudo, não sendo necessário muitas vezes, transformá-los em problemas abertos.

Echeverría e Pozo (1998) ressaltam que a Resolução de Problemas pode proporcionar aos estudantes desenvolverem novas estratégias ao se depararem com uma situação nova ou problemática a partir do conhecimento de resolução de outros problemas similares.

Para compreendermos a resolução de problema como estratégia de ensino, consideramos relevante verificar a concepção na área da Educação Matemática, iniciando pelos procedimentos utilizados por George Polya e outros estudiosos nesta área.

Na Matemática, especificamente, a resolução de problemas está no próprio processo do desenvolvimento da área de conhecimento e está presente em todos os períodos históricos da humanidade. Allevatto e Onuchic (2009) apontam que os registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega. Entretanto, Cavalcanti (2001), salienta que, desde os tempos antigos, o domínio sobre as medidas e os cálculos desempenha um papel importante na vida em sociedade. O que justifica que problemas de Matemática tenham feito parte do currículo da Matemática escolar, fato verificado nos livros de matemática dos séculos XIX e XX (ONUCHIC, 1999).

Segundo Onuchic (1999, p. 203), “o Ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática, começou a ser investigado de forma mais sistemática sob a influência de George Polya, nos Estados Unidos, nos anos 60”, pela concepção de que o processo de Resolução de Problemas possui um caráter construtivista ao trabalhar conceitos e procedimentos matemáticos durante a resolução.

A Resolução de Problemas provoca o questionamento e a aplicação de métodos cognitivos para os processos de ensino e de aprendizagem, fazendo com que os estudantes procurem dialogar e explicar suas ideias com suas palavras em relação a um problema.

Cada problema possui uma metodologia diferente para que se comece a traçar os caminhos de sua resolução. Biembengut (2014) apresenta essas diferenças e os autores mais relevantes que ainda são referenciados por aplicarem esses métodos de Resoluções de Problemas na Educação Matemática:

Existem diferentes heurísticas pelas quais uma pessoa pode iniciar a solução de alguns tipos de problemas e cada uma pode ser mais ou menos apropriada para aquele tipo. Alguns autores defendem fragmentar um problema em partes e outros recomendam que se comece a partir do que se quer provar e da heurística mais adequada. Como Wallas (1858-1932), John Dewey (1859-1952) e George Polya (1887-1985) propuseram heurísticas em seus trabalhos e, ainda, nos dias atuais são referenciados em produções de Educação Matemática... Dewey (1978) propôs a heurística em cinco fases, assim denominadas: identificação, definição, plano, execução e levantamento. Wallas (1921), em quatro fases, as denominou de preparação, incubação, iluminação e verificação (BIEMBENGUT, 2014, p. 204).

Allevato e Onuchic (2009, p. 5) ressaltam que “o professor que ensina sobre resolução de problemas procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele”. O modelo de Polya (1945) consiste em quatro etapas,

Primeiro, temos de *compreender* o problema, perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia de resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 1945 apud PEDUZZI, 1997, p. 232).

Segundo Peduzzi (1997), as quatro fases de resolução de um problema são importantes, mas, é de grande importância, no caso do Ensino de Física, conhecer do que se trata o conteúdo, pois não adianta conhecer as etapas, caso não se conheça o assunto estudado, ou seja, a resolução depende do arcabouço teórico do solucionador.

O professor poderá ajudar seus estudantes ao fazer perguntas pertinentes aos problemas estudados. Ele poderá fazer questionamentos ou considerações, em cada etapa, para ajudar seus estudantes na resolução dos problemas ao retornar em cada etapa. Carvalho, Pires e Gomes (2005) apresentam alguns questionamentos ou considerações que o professor poderá apresentar em cada etapa:

Compreender o problema: a) O que se pede no problema? b) Quais são os dados e as condições do problema? c) É possível fazer uma Figura, um esquema ou um diagrama? d) É possível estimar a resposta?

Elaborar um plano: a) Qual é o plano para resolver o problema? b) Que estratégia você tentará? c) Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? d) Tente organizar os dados em tabelas e gráficos. e) Tente resolver o problema por partes.

Executar o plano: a) Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo. b) Efetue todos os cálculos indicados no plano. c) Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

Fazer o retrospecto ou verificação: a) Examine se a solução obtida está correta. b) Existe outra maneira de resolver o problema proposto? c) É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes? (CARVALHO; PIRES; GOMES, 2005, p. 11).

Essas quatro fases não são lineares, os passos devem ser revisitados ao longo do processo. O sucesso ou o fracasso, nesse processo, são importantes, respostas negativas em relação ao plano desenvolvido não determinam o fim de todo o questionamento. “Mesmo que

as respostas sejam negativas, tais indagações podem dar início à mobilização de conhecimentos úteis” (POLYA, 1945 apud BIEMBENGUT, 2014, p. 2015).

“Polya alertava que se tomasse muito cuidado nos esforços feitos para se ensinar “como pensar” e que a resolução de problemas não se transformasse em ensinar “o que pensar” ou “o que fazer”” (ONUCHIC, 1999, p. 210).

Existem problemas que são mais fáceis de serem resolvidos e existem outros mais complexos. Com isso, o desenvolvimento de todo o processo depende do acompanhamento dos problemas realizados em sala de aula. Salienta-se que, “as diferenças na utilização de estratégias não dependem somente de que a pessoa conte com regras suficientes, mas também dependem, em grande parte, da estrutura da tarefa e das instruções que acompanham” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 26).

Para Echeverría e Pozo (1998), a solução de um problema seria, assim, um conteúdo generalizável, independente das áreas específicas do currículo, que deveria ser abordada a partir de matérias mais formais que podem utilizar outros conteúdos como a Matemática, a Filosofia, a Física, a Química etc. Em outras palavras, as fases de solução de um problema e os métodos heurísticos, para buscar essa solução, na descrição de George Polya, têm sido consideradas como métodos gerais de solução de tarefas, independentes de seu conteúdo (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Segundo Reif et al. (1976 apud KARAM; PIETROCOLA, 2009), as quatro estratégias para a resolução de problemas podem ser resumidas da seguinte forma:

Quadro 3.1 - Estratégias de Resolução de Problemas segundo Reif et al (1976).

Etapas	Desenvolvimento das Atividades
Descrição	– Identifique as informações dadas e requeridas; – Desenhe um diagrama da situação.
Planejamento	– Selecione as relações pertinentes para resolver o problema e esboce a maneira como elas devem ser usadas.
Implementação	– Execute o plano delineado no item anterior fazendo todos os cálculos necessários.
Verificação	– Verifique cada um dos passos anteriores e analise se a resposta final faz sentido.

Fonte: Adaptado de Karam e Pietrocola (2009).

Clement e Terrazzan (2012) escolhem o modelo de Gil Pérez (1992) por lhes parecer mais adequado no momento e também por procurar favorecer uma dinâmica em sala de aula sob os aspectos de investigação científica. Esse modelo está apresentado no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 - Modelo de Resolução de Problemas segundo Gil Pérez (1992).

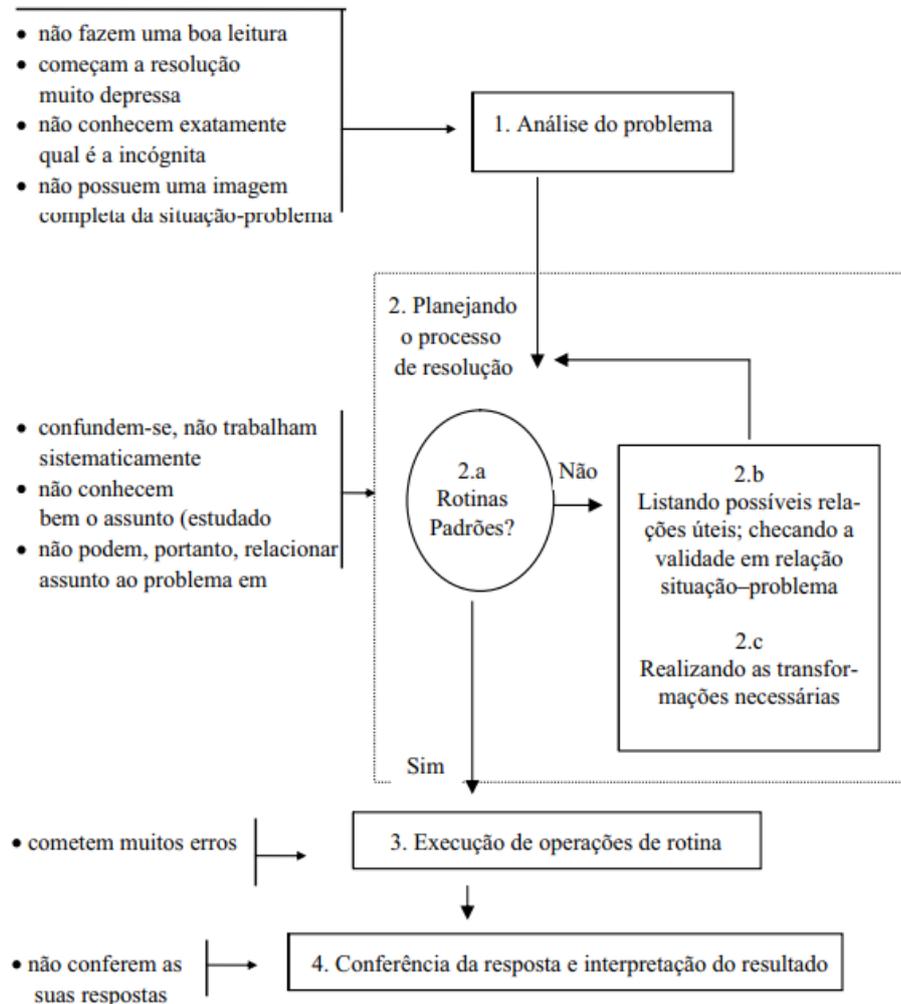
Etapas	Desenvolvimento das etapas
Análise qualitativa do problema	– Procurar definir ou redefinir de maneira precisa a situação-problema a ser estudada.
Emissão de hipóteses e estabelecimento de estimativas das grandezas físicas	– Utilizar hipóteses através das análises qualitativas e utilizar estimativas das grandezas físicas envolvidas.
Elaboração de estratégia(s) de resolução	– Elaborar através das análises qualitativas e das hipóteses emitidas à elaboração prévia de estratégias de resolução para elaborar um plano de execução.
Aplicação da(s) estratégia(s) de resolução	– Resolver a situação-problema buscando ter um resultado possível com a etapa anterior.
Análise do(s) resultado(s)	– Constatar e verificar as hipóteses emitidas e averiguar até que ponto a avaliação qualitativa estava correta ou a estratégia seguida está correta.
Elaboração de síntese explicativa do processo de resolução praticado e sinalização de novas situações-problema	– Recapitular os aspectos mais importantes da resolução praticada através de uma síntese e sinalizar novas situações-problema.

Fonte: Adaptado de Clement e Terrazzan (2012).

Muitas vezes, os estudantes acabam tendo dificuldades para resolver um problema. Para Peduzzi (1997) o número de variáveis envolvidas na resolução de problemas é muito grande e o solucionador não as associa apenas com o conhecimento físico. Nesse sentido, Kramers-Pal e Pilot (1998) apud Peduzzi (1997) apresentam um modelo interpretativo para analisar as dificuldades dos estudantes em relação à resolução de problemas (Figura 3.1):

Figura 3.1 - Representação das dificuldades dos estudantes por Kramers-Pals (1988).

Repetidas dificuldades de estudantes na resolução de problemas quantitativos



Fonte: Peduzzi (1997, p. 238).

Muitas dessas dificuldades podem ser verificadas e deve-se sempre alertar os estudantes orientando-os em suas estratégias na resolução dos problemas.

As perspectivas apresentadas até o momento discutem a resolução de problemas como um processo de ensinar a resolver problemas. Como vimos, essa concepção se pauta nos trabalhos de George Polya e posteriormente, de outros pesquisadores.

Além dessa importante concepção, Allevato e Onuchic (2009) e Onuchic (1999) abordam a Resolução de problemas como uma metodologia para se ensinar Matemática. Essa abordagem se torna lema de pesquisas, a partir de 1990, tornando-se uma nova visão de ensino-aprendizagem. Através desta nova metodologia, as atividades matemáticas, em sala de aula, ganhavam uma forma de apresentar à Matemática, uma maneira desafiadora de abordar novos conteúdos.

De acordo com Onuchic (1999), ao resolver uma atividade matemática, não se deve dá-la pronta, e sim, o estudante deve construir o seu conhecimento para transformar a realidade, na qual o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem, além de mostrar que o conhecimento é inacabado. “A atividade escolar não se resume a olhar para coisas prontas e definitivas, mas para a construção e apropriação, pelo estudante, de um conhecimento do qual se servirá para compreender e transformar a realidade” (ONUCHIC, 1999, p. 215).

Dessa forma, Onuchic (1999) apresenta a seguinte proposta para o trabalho com a Resolução de Problemas.

Quadro 3.3- Etapas da Resolução de Problema.

Etapas	Desenvolvimento das Atividades
Formar grupos / entrega de atividades	Aprender é um processo compartilhado. A cooperação entre membros dos grupos dá oportunidades de aprender uns com os outros.
Resultado na lousa	O professor anota os resultados encontrados por cada grupo, anotando os acertos ou erros e os caminhos diferentes.
Plenária	Cada estudante defende o seu ponto de vista ao resolver cada tarefa, explicando como chegou aos resultados.
Análise dos resultados	Trabalhar as dificuldades encontradas. Poderão aparecer problemas secundários e que devem ser esclarecidos antes da próxima etapa, explorar ao máximo possível os questionamentos.
Consenso	Após todas as dúvidas esclarecidas, procura-se encontrar um ponto em comum na compreensão dos resultados encontrados por todos estudantes.
Formalização	Apresentar uma síntese do objetivo de aprendizagem a partir do problema dado. Colocam-se as devidas definições, identificam-se as propriedades e fazem-se as demonstrações, usando as terminologias próprias do assunto.

Fonte: Adaptado de Onuchic (1999).

Onuchic (1999) propõe a criação de grupos, em que cada estudante possa interagir e expressar os seus conhecimentos; o resultado das discussões é socializado na lousa, uma importante ação para encorajar outros estudantes a se exporem; depois, é realizada uma plenária com a apresentação e análise dos resultados, podendo gerar um consenso com a classe, seguido da formalização dos conteúdos. Essa formalização será processada de acordo

com os conhecimentos estruturantes que a Matemática pode favorecer, através de um pensamento lógico, seguido por uma formalização ou generalização do processo de resolução.

A partir das concepções sobre Resolução de Problemas apresentadas na fundamentação teórica, esclarecemos que, para a orientação da proposta didática, desta pesquisa, ambas estarão presentes: ensinar a resolver problemas e ensinar Matemática e Física por meio da resolução de problemas.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na primeira etapa desta revisão bibliográfica, iniciamos uma busca pelo site *Scielo* (Scientific Electronic Library Online), no qual estão elencadas algumas das revistas com grande relevância em pesquisas na área de Ensino de Física. As palavras chaves utilizadas foram Resolução de problemas e Ensino de Física, sem restrições de índices de busca. A busca resultou em um único artigo, *Resolução de problemas abertos no ensino de física: uma revisão da literatura* (OLIVEIRA; ARAÚJO; VEIT, 2017).

A revisão bibliográfica de Oliveira, Araújo e Veit (2017) abrange uma lista de periódicos nacionais e internacionais com *Qualis* A1, A2 e B1, no período de janeiro de 1996 a janeiro de 2016. Na primeira busca, realizada pelos autores, eles revelam ter encontrado um total de 276 artigos, ao utilizar as seguintes palavras chaves, com as respectivas traduções para a língua portuguesa: problemas mal estruturados, problemas abertos, problemas mal definidos, problemas reais, problemas de Fermi e problemas de estimativa, além de situação-problema e situações-problema, por considerarem a possibilidade de abordarem o uso da resolução de problemas abertos.

Numa primeira leitura dos 276 artigos selecionados, foram identificados aqueles onde a resolução de problemas era utilizada como estratégia no ensino de Física, resultando na seleção de 47 artigos. Dos 47, apenas nove, apresentam trabalhos que fazem relatos de propostas com desenvolvimento no espaço da sala de aula. Nessa categoria, denominada pelos autores como Proposta de Aplicação, destacam-se a ênfase em aprendizagem colaborativa (1 artigo), a ênfase em habilidades de resolução de problemas (2 artigos) e abordagens de resolução de problemas (6 artigos). Dos nove artigos citados, apenas três são nacionais, dentre os quais destacamos dois artigos: Clement e Terrazan (2011, 2012), os quais foram utilizados na fundamentação teórica desta dissertação.

O terceiro, dos autores Longhini e Nardi (2009), apresenta os resultados de uma atividade de ensino a ser desenvolvida com estudantes dos primeiros anos de escolarização, que tem como objetivo discutir aspectos relativos à natureza e produção do conhecimento científico, por meio de situações problemas sobre pressão atmosférica, trabalhando a História da Ciência para subsidiar a elaboração das atividades, o qual tem um enfoque bastante distinto do presente trabalho.

A revisão apresentada por Oliveira, Araújo e Veit (2017) foi bastante significativa para definirmos a nossa busca das pesquisas na área. Visto que o nosso interesse consiste no

uso de estratégias de resolução de problemas nas salas de aula, optamos por buscar as dissertações e teses que tratam do assunto.

Pesquisamos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A busca teve como palavras chaves a Resolução de Problemas, sem se especificar problemas abertos ou fechados, e o Ensino de Física. Além das palavras chaves a outra restrição foi em relação à língua, pois estávamos interessados em observar os processos desenvolvidos em escolas brasileiras.

Os primeiros resultados apresentaram 123 trabalhos, entre dissertações e teses. Diante do extenso número de dissertações e teses, os critérios de seleção das dissertações e teses seguiram a seguinte ordem:

- a) Procura de títulos e/ou palavras chaves que explicitassem, além dos termos resolução de problemas e Ensino de Física, um dos seguintes termos: problemas abertos, problemas fechados ou funções;
- b) Leitura nos resumos das obras para ver a abordagem do conteúdo e suas aplicações no Ensino de Física ou Matemática;
- c) Associação com conceitos e aplicações desenvolvidos nas atividades desse trabalho.

Após a adoção desses critérios selecionamos dezenove trabalhos, sendo cinco teses e quatorze dissertações. Detectamos que em todos esses trabalhos a resolução de problemas não está sozinha nas estratégias adotadas, ocorrendo uma diversificação de estratégias e recursos. Das catorze dissertações selecionadas, três delas abordam a perspectiva dos professores que dão aula de Física a respeito do uso da Matemática em suas aulas, salientando como a relação entre o ensino de Física e a Matemática é percebida por professores que dão aulas de Física, mas são formados em outras áreas do conhecimento. Portanto, não possuem o foco no processo de ensino e aprendizagem, por meio da resolução de problemas.

Desse modo, ao término dos filtros ficamos com 16 trabalhos, 5 teses publicadas entre os anos de 2012 e 2016 e 11 dissertações publicadas entre os anos de 2005 e 2016. Lembrando que a pesquisa bibliográfica não teve restrição de tempo. Mesmo tendo alguns artigos apresentados na fundamentação teórica, que tratam da Resolução de Problemas no Ensino de Física datados da década de 90, todas as dissertações e teses encontradas estão compreendidas numa período inferior há 15 anos.

Do total de dezesseis trabalhos, destacamos inicialmente duas dissertações que tratam da resolução de problemas nas aulas de Matemática, identificadas como relevantes para a nossa pesquisa, por abordarem o ensino de Funções para estudantes do Ensino Médio. Outras cinco dissertações receberam destaque por darem ênfase à estratégia da formação de grupos de estudantes para o desenvolvimento das tarefas propostas em sala de aula, ressaltando a importância das atividades colaborativas no cotidiano da sala de aula, abordagem também utilizada em nossa pesquisa. Por fim, destacamos a tese Karam (2012) que aborda o tema do artigo *Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estruturantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico* (KARAM; PIETROCOLA, 2009), uma de nossas principais referências.

A seguir, apresentamos, em linhas gerais, os trabalhos revisados com suas metodologias, apresentações de público alvo e as conclusões gerais de cada autor pesquisado.

Cada autor utiliza uma fundamentação teórica para obter seus resultados. Guimarães (2010) associa com a resolução de problemas, a Engenharia Didática³ para dar estrutura para a concepção de propostas de ensino e, também, como metodologia de pesquisas experimentais baseadas em dados extraídos da realidade de uma forma empírica. Costa (2005), Facchinello (2008) e Silva (2016) utilizam para a sua fundamentação teórica de aprendizagem a Teoria dos Campos Conceituais de E. Vergnaud⁴. Pinheiro (2016) considera o conjunto de traços culturais e normas próprias dos sujeitos (idiocultura), tendo sua fundamentação nas obras de Paulo Freire e fazendo uma comparação entre as contextualizações. Oliveira (2016) utiliza um sistema de Hipermídia Adaptativa⁵ como instrumento de avaliação de conhecimento prévio e

³ Esta metodologia tem como principal objetivo a análise de situações didáticas, construindo assim uma pesquisa empírica, isto é, baseada em dados extraídos da realidade... Possuindo assim, quatro fases: Análises prévias; Construção e análise das situações didáticas; Aplicação de uma Sequência Didática; Análise a posteriori e avaliação (GUIMARÃES, 2010, p. 59).

⁴ Gerald Vergnaud, francês, discípulo de Piaget, estruturou sua teoria psicológica dos campos conceituais baseando-se na teoria das operações lógicas e nas estruturas gerais do pensamento da teoria Piagetiana, mas ao contrário de Piaget, que apenas abordou seus conceitos no campo teórico, Vergnaud propôs estudar o desenvolvimento cognitivo do sujeito em sua ação (SILVA, 2016, p. 29). A Teoria dos Campos conceituais de Vergnaud teve também influência de aspectos da teoria de Vygotsky, no que refere ao processo de domínio de um campo conceitual através da linguagem, da interação social e da simbolização (SILVA, 2016, p. 29).

⁵ Segundo Viccari e Giraffa (2003), para ser considerado um programa educacional, um programa precisa estar inserido em um contexto de ensino-aprendizagem. Através da evolução dos recursos computacionais, se verifica a necessidade de adequar essa evolução aos ambientes educacionais que se mostram cada vez mais complexos (OLIVEIRA, 2016, p. 25) As pesquisas em hipermídia adaptativa (HA) foram iniciadas na década de 90. Os primeiros estudos tratavam de hipermídia e IA. Procurava-se explorar diferentes maneiras de personalizar os sistemas de hipermídia, e, nesse contexto, destacam-se os trabalhos pioneiros de Peter Brusilovski e Paul de Bra (Bugay, 2006). Segundo Palazzo (2008), uma hipermídia adaptativa deve ser: um sistema de hipertexto ou

de medida educacional, utilizando a teoria da Carga Cognitiva⁶ e da Aprendizagem Significativa⁷ e faz o uso do computador em ensino de Física, tanto com o intuito de gerar novos conhecimentos quanto como meio de auxiliar o pesquisador na medição de traços cognitivos. Costa (2005) além de utilizar a Teoria dos Campos Conceituais, trabalha com os Modelos Mentais de Jhpson-Laird⁸ e a Aprendizagem Significativa de Ausubel. Rocha (2013) utiliza a teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird, para aprender a ensinar, nas aulas de ciências exatas com a integração da Física com a Matemática, para que consiga atingir um conhecimento mais significativo de seus estudantes. Lima (2016) fundamenta-se na Aprendizagem Colaborativa⁹ para os estudantes construírem seus conhecimentos coletivamente e no uso de Problemas Ricos em Contextos¹⁰ para direcionar os estudantes a

hipermídia, possuir um modelo de usuário e poder adaptar o próprio sistema a partir dos dados do modelo de usuário de forma autônoma (OLIVEIRA, 2016, p. 26). Uma das características mais importantes das hipermídias adaptativas está no modelo de usuário, onde estarão armazenados seus objetivos, conhecimentos, preferências e necessidades (OLIVEIRA, 2016, p. 28).

⁶ Embora a teoria da carga cognitiva (TCC - Cognitive Load Theory) tenha procedência da década de 70, atribui-se a John Sweller (Sweller, 1988) como o teórico responsável pelos primeiros trabalhos em TCC utilizando o conceito de memória de trabalho, baseado no modelo de Alan D. Baddeley (Chong, 2005). A teoria é focada simultaneamente na estrutura da informação e na arquitetura cognitiva que permite aos alunos o processamento da informação (OLIVEIRA, 2016, p. 37). A TCC trabalha com a hipótese que a memória de trabalho é limitada no que diz respeito à quantidade de informação que ela é capaz de processar simultaneamente, assim como a quantidade de processos que é possível realizar (OLIVEIRA, 2016, p. 38).

⁷ O conceito chave da teoria de Ausubel (1980, 2000) é a aprendizagem significativa. Preocupou-se principalmente com a função do professor e do aluno durante este processo, além de ressaltar a importância que existe no material didático. O conhecimento prévio é a chave para a aprendizagem significativa e deve estar perfeitamente claro para que novos conhecimentos possam ser ancorados pelo conhecimento já existente. Também existe a possibilidade dessas estruturas cognitivas serem alteradas pelo novo conhecimento, ou seja, a aprendizagem não só ocorre com a aprendizagem de novos conceitos, mas também com a reformulação deles (OLIVEIRA, 2016, p. 45).

⁸ O núcleo duro da teoria de Johnson-Laird é a ideia de modelo mental. Para ele, o modelo mental é uma representação de alto nível que está no cerne psicológico da compreensão. Compreender alguma coisa implica ter um modelo mental, um “modelo de trabalho”, dessa coisa. Os seres humanos não captam o mundo diretamente, eles fazem representações mentais do mundo e para Johnson-Laird *os modelos mentais* são representações básicas para a compreensão do mundo, pois as *proposições* são interpretadas à luz dos modelos e as *imagens* são projeções particulares dos modelos (MOREIRA, 1999, p. 194).

⁹ Aprendizagem colaborativa é uma expressão muito abrangente, designada numa variedade de enfoques educacionais. Geralmente, os alunos trabalham em conjunto, à procura de uma solução do problema, da complementação de uma tarefa e da compreensão sobre um determinado assunto. A expectativa de uma transformação, de como o aluno atua no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, nos envia a uma descrição de aprendizagem colaborativa correspondente a uma atividade em que os discentes, protagonistas dessa metodologia, compartilham seus objetivos, conhecimentos e dificuldades, enriquecendo-se e auxiliando-se mutuamente na construção de novos conhecimentos, para obter uma aprendizagem mais duradoura (LIMA, 2016, p. 33).

¹⁰ A resolução de Problemas Ricos em Contexto surge como uma metodologia de ensino que pode adaptar-se a todas as situações de ensino, mas ela não é “algo mágico” que por si só vai garantir

relacionem a aquisição de novos conceitos com conhecimentos adquiridos ao longo de sua trajetória escolar. Por outro lado, Mannrich (2014), ao utilizar a Matemática com suas habilidades técnicas e estruturantes na Resolução de Problemas, trabalha em uma perspectiva Kuhniana (Thomas Kuhn)¹¹ ao associar as generalizações matemáticas. Enquanto que Domingos (2016) desenvolve as habilidades e atitudes dos estudantes, por meio da Modelagem Matemática¹², percebendo que a Modelagem Matemática ajuda na contextualização dos conceitos matemáticos escolares e possibilitar aos estudantes a vivenciarem algo novo. Pimenta (2013) trabalha a Psicologia Cognitiva¹³ da verificação de uma linguagem interdisciplinar no contexto de resolução de problemas. Seus experimentos trazem contribuições de natureza teórico-conceitual, de emprego de método de experimento utilizado em menor escala na Ciência da Informação¹⁴ e reforço à natureza interdisciplinar da Física para a tomada de decisão. Por fim, Zatti (2010), em seu referencial teórico, trabalha a resolução de problemas, utilizando os passos de resolução seguidos por Onuchic (1999).

Mesmo com diversas fundamentações, destacamos que a justificativa do uso da Resolução de Problemas como estratégia de ensino é quase que uma unanimidade, está intimamente relacionada à preocupação dos autores com a postura dos estudantes, apresentando a resolução de problemas abertos ou fechados como meio de promover o processo de aprendizagem, estimulando curiosidade, a participação ativa dos estudantes e desenvolvendo o uso da linguagem e do pensamento científico, na expectativa de superar o modelo tradicional de ensino de Física, fundamentado na transmissão do conhecimento.

que todos os aprendizes alcançarão os objetivos propostos pelo professor. Os Problemas Ricos em Contexto podem ser utilizados como o foco principal de um curso, ou como um complemento em combinação com outras ferramentas de ensino (LIMA, 2016, p. 44).

¹¹ Kuhn chama de modelos as analogias e metáforas que de maneira geral são de comum acordo entre os integrantes de determinada comunidade científica. Exemplos de tais analogias seriam o circuito elétrico visto como um sistema hidrodinâmico em equilíbrio e moléculas de determinado gás com comportamento similar ao de bolas de bilhar movendo-se aleatoriamente (MANNRICH, 2014, p. 71).

¹² Segundo Almeida e Dias (2004), a Modelagem pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos. A partir dessas ideias referentes à Modelagem na Educação Matemática, entende-se que a literatura seja composta por três abordagens: Ensinar sobre Modelagem Matemática (DOMINGOS, 2016, p. 45).

¹³ O cognitivismo também se caracterizou com tendência, conforme se denota pelo rótulo ‘cognitivo’, mas não se ateve à psicologia, popularizando-se em áreas como inteligência artificial, linguística, biologia, sociologia e antropologia (PIMENTA, 2013, p. 24).

¹⁴ Os primeiros trabalhos que explícita ou implicitamente adotam a perspectiva cognitiva na Ciência da Informação surgiram na década de 1970. Adotar a abordagem do ponto de vista cognitivo implica em considerar que o que quer que o indivíduo receba, perceba, produza, ele o faz por intermédio de seu estado de conhecimento e crenças, entre outros (PIMENTA, 2013, p. 27).

A resolução de problemas é apontada como estratégia para a motivação e o equilíbrio entre o qualitativo e o quantitativo no Ensino de Física e/ou Matemática. Karam (2012), ao investigar estratégias para mostrar a Matemática como estruturante do pensamento físico com suas habilidades técnicas para tornar um instrumento de raciocínio físico, percebe que as resoluções de problemas possuem estratégias cognitivas e fornecem justificativas para as estruturas e compreensões sobre as equações matemáticas utilizadas na Física. Mannrich (2014) afirma que a Resolução de Problemas possibilita várias discussões que podem auxiliar os estudantes a compreender melhor os conceitos físicos e as suas relações físico-matemática com os fenômenos.

No primeiro ano do Ensino Médio, estudamos em Cinemática vários conceitos sobre movimento que são representados por funções que representam posições e velocidades. Portanto, a Matemática é uma ferramenta fundamental na descrição dos fenômenos relacionados aos movimentos dos corpos. Rocha (2013) e Silva (2016) apontam que, no campo conceitual da Física, uma das dificuldades apresentadas está relacionada à Matemática presente na construção dos conceitos. Para Oliveira (2016), muitos professores de Física gostariam que os estudantes já soubessem os fundamentos de Matemática necessários para o curso, no entanto, é difícil aceitar a Matemática como uma simples ferramenta, se sujeitando ao currículo da Física. Ferreira (2012) cita que a maior parte dos educadores culpa o fracasso escolar em Física, em decorrência dos seguintes fatores: falta de conhecimento teórico, dificuldade de interpretação de textos e enunciados e escasso domínio matemático para resolver problemas. Rocha (2013) acrescenta que o domínio de Língua Portuguesa é um fator importante na interpretação de problemas, na leitura e escrita de textos científicos, limitando a compreensão qualitativa da matéria. Logo, no primeiro ano, são necessários conceitos básicos de Matemática como operações e noções de funções do primeiro e segundo grau, ocorrendo um contraponto entre ensinar os conceitos e apresentar esses conceitos de forma matematizada, visto que muitos estudantes possuem dificuldades operatórias e de leitura. Para Karam (2012), é de grande importância para os professores apresentarem estratégias didáticas que proporcionam aos estudantes uma habilidade de “ler” equações e interpretá-las.

A introdução da noção de função é trabalhada no nono ano do Ensino Fundamental e no Ensino Médio amplia-se o assunto com outras funções e as suas representações gráficas. Brandão (2014), Guimarães (2010) e Zatti (2010) destacam que, muitas vezes, o conceito de função e as suas representações não estão totalmente inseridos no contexto social dos estudantes e, por isso, ocorre uma dificuldade em transpor os enunciados em equações matemáticas. Percebe-se que os estudantes, em Matemática, já possuem dificuldades e essas

equações não estão em seu contexto. Agora, soma-se tudo isso ao ensino de Física dentro da Cinemática. Karam (2012) e Mannrich (2014) descrevem sobre o operativismo matemático utilizado nas aulas de Física do Ensino Médio, dando pouco espaço para os conceitos e observação dos fenômenos naturais, em uma abordagem física que atribua sentido para o mundo, contribuindo para o desinteresse dos estudantes. Pimenta (2013) relata que um dos esforços no ensino de Física consiste em instigar os estudantes na utilização de representações múltiplas de funções, pelo uso de desenhos, diagramas e equações. Para Brandão (2014), na Educação Matemática, quando uma função é representada por meio de uma tabela, um gráfico, de uma regra verbal ou de uma forma algébrica e estas representações se associam entre si, isso gera uma compreensão mais abrangente do conceito. Assim, as representações múltiplas de uma função podem ser úteis para a formação de seu conceito matemático e físico.

Facchinello (2008) apresenta a Física do primeiro ano do Ensino Médio como sendo um conteúdo novo para o estudante e com linguagens diferentes. Pode-se perceber que essa relação entre linguagem e fenômeno físico está relacionada com a Matemática. Karam (2012) ressalta que a Física é uma ciência que utiliza a Matemática com seus conceitos e métodos, para resumir e descrever grandezas que constituem teorias. Analisa ainda que a Matemática se apresenta em três aspectos: ferramental (perspectiva pragmática), língua (função comunicativa) e estrutura lógico-dedutiva (função estrutural). Rocha (2013) considera que as dificuldades apresentadas nos processos de ensino e de aprendizagem da disciplina de Física tem forte justificativa no uso da Matemática como uma aplicação pura e simplesmente quantitativa. Salaria que seu uso deve estar presente para apresentar comprovações quantitativas de aspectos qualitativos e significativos na formação de um contexto físico.

A significação dos conceitos, pelo atrelamento ao mundo vivenciado pelo estudante, também é ressaltada como meio de favorecimento ao ensino e, nesta perspectiva, propõem-se o uso da Resolução de Problemas atrelados às situações cotidianas. Lima (2016) ressalta que a Física, quando privilegia a simples memorização de fórmulas ancoradas em técnicas matemáticas, sem buscar a relação com conceitos do cotidiano, torna-se um conteúdo sem nexos para o estudante. Para Pinheiro (2016) os índices apontam que os sujeitos levam para a sala de aula a influência de sua trajetória de vida ou, especificamente, a influência da sua trajetória na formação formal. Sem uma relação entre o conteúdo e o seu cotidiano, muitos estudantes acabam ficando desmotivados. Em razão disso, Rocha (2013) e Silva (2016), ao observar a desmotivação entre os estudantes, em decorrência da falta de relação com o cotidiano e a sala de aula, concluem que, para minimizar essa desmotivação e as dificuldades

apresentadas no desenvolvimento dos conceitos de funções podem trabalhar com alguns conceitos físicos e propõem o enriquecimento dos exemplos clássicos com aplicações do cotidiano para dar mais sentido ao conhecimento. Domingos (2016) percebeu que quanto mais próximo da realidade fosse o contexto da situação-problema, mais os estudantes demonstraram criatividade, motivação e participação ativa. A postura do professor é fundamental, permitindo e solicitando a interação dos estudantes, durante as aulas, resultando em maior desempenho cognitivo. Ferreira (2012) apresenta que os afetos influenciam, durante a resolução de um problema e a postura durante o envolvimento gera interesse e desempenho durante uma atividade, seja ela experimental ou de Resolução de Problemas.

Vê-se que a Física usa de uma linguagem e essa linguagem, muitas vezes, dá sentido a algumas explicações de uma forma quantitativa. Segundo Facchinello (2008), a evolução do conceito intuitivo para o conceito científico possui um processo gradativo e lento, muitas das vezes, esses conceitos e linguagens não apresentam significados para os estudantes ou não estão ao seu alcance cognitivo, um exemplo disso seria a apresentação de símbolos matemáticos representando situações-problemas. Com isso, Biasoto (2010) apresenta críticas em relação às aulas tradicionais e os diversos focos de uma atividade experimental e apresenta problemas experimentais, com o maior intuito, para que os estudantes tenham oportunidade de entrar no universo da Ciência para levar a enculturação científica.

Existem outras dificuldades para o ensino de Física, Biasoto (2010) ressalta que é necessária uma adaptação do conteúdo em relação à realidade vivida nas escolas: conteúdo é extenso e são poucas aulas e com para o desenvolvimento de problemas com adequação à realidade. Facchinello (2008) critica, em geral, o sistema educacional brasileiro. Existem poucos recursos didáticos e tecnológicos, formas tradicionais de avaliações, currículo voltado ao vestibular, formação docente e remuneração baixa dos trabalhadores em educação, fazendo com que aumente a sua carga horária não dando tempo para que planejem aulas motivadoras. Salienta também a necessidade de projetos interdisciplinares. Oliveira (2016) acrescenta que o ensino de Física fica muito limitado, em razão da carga horária semanal mínima, impedindo a diversificação de métodos, como o uso de atividades práticas. Rocha (2013) observa que existe um ciclo vicioso entre o ensino, onde cada vez ensinam-se menos conteúdos, em decorrência de uma justificativa de que os estudantes aprendem cada vez menos do pouco que é oferecido nas aulas.

A postura de aprendizagem e a forma de interação nas aulas são importantes para a aprendizagem. Segundo Ferreira (2012) e Lima (2016) a postura participativa e atenta dos estudantes e professores favorece a aprendizagem e estabelece uma ligação forte com a

disciplina, sendo uma das principais variáveis em todo o processo de ensino. Lima (2016) observa que a maioria dos professores possui um caráter individualista na maneira de ensinar, dificultando o desenvolvimento cognitivo do estudante em expressar os seus conhecimentos em relação ao conteúdo, exalta a necessidade do diálogo, na sala de aula, entre o professor e os estudantes. Silva (2016) percebeu uma necessidade de intervenções didáticas, permitindo que os estudantes sejam sujeitos participativos do ensino e da aprendizagem e o professor atuando como um orientador, dando apoio à elaboração de hipóteses para a solução de problemas. Porém, ele destaca que, durante a intervenção pedagógica, o professor deve ser criativo e adaptar-se ao processo de reelaboração de novos problemas.

A resolução de problemas está presente em todo o conteúdo de Física e nos livros didáticos, mas nem sempre associada a uma metodologia voltada à produção de conhecimentos. Muitas vezes, os problemas são apresentados como meros exercícios e, outras vezes, apenas para a verificação da aprendizagem final do conteúdo. Costa (2005) descreve as metodologias mais utilizadas por muitos professores, principalmente, no Ensino de Física, por acharem que facilitam a aprendizagem dos conceitos que são: a aprendizagem de conceitos, a resolução de problemas e as atividades práticas de laboratório. Facchinello (2008) critica os livros didáticos que trabalham apenas com substituições numéricas em fórmulas, mas observa que alguns autores já estão propondo situações problemas. Silva (2016) relata que, ainda no ensino atual, os planos de ensino preparados pelos professores possuem uma abordagem tradicional e a resolução de problemas é trabalhada como mecânicos, como instrumento avaliativo na finalização do processo de aprendizagem. Costa (2005), em sua tese, propõe que uma das propostas é combater a ideia tradicional de que resolver problemas é compartilhar a resposta com o professor e com o livro texto. Rocha (2013) faz uma observação sobre o ensino baseado na resolução de problemas que tem preocupação apenas com a resposta, considerando a necessidade de discutir processos e resultados, a exposição de opiniões, o confronto de ideias, a tomada de iniciativa. Por essa razão, Karam (2012) ressalta que a Resolução de Problemas é um tema pouco estudado no Ensino de Física, quando considerado como estratégia de ensino.

Durante a pesquisa bibliográfica, verificamos que Brandão (2014) e Guimarães (2010) trabalharam o conteúdo de funções com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Silva (2016) trabalha as noções de Mecânica, mais especificamente, a parte de Dinâmica, apresentando os conceitos estreitamente relacionados com a Cinemática, enquanto que Ferreira (2012) e Oliveira (2016) apresentam apenas a pesquisa na Cinemática num contexto prévio com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, levando em consideração que

Oliveira (2016) investiga a influência do domínio afetivo em atividades didáticas na resolução de problemas. Pinheiro (2016) apresenta as idiosincrasias na Educação do Campo, em suas atividades. Costa (2005) realiza cinco estudos empíricos com estudantes universitários dos cursos de Engenharia e Física. Biasoto (2010) e Rocha (2013) trabalham, no primeiro ano de Ensino Médio uma Sequência Didática com o conteúdo de quantidade de movimento. Karam (2012) apresenta a matematização de conceitos físicos fundamentais do eletromagnetismo (densidade de carga, fluxo de um campo vetorial, corrente elétrica), a interpretação física de operações matemáticas que integram as equações de Maxwell (gradiente, divergente, rotacional, integrais de linha e superfície) e a resolução de problemas-tipo (campo elétrico gerado por distribuições de cargas, aplicações das equações de Maxwell, entre outros) nas aulas de Relatividade e Eletromagnetismo ao fazer interpretações físicas nas expressões matemáticas. Mannrich (2014) pesquisa como licenciados discutem as relações entre a Linguagem Matemática, Física e Ensino em Física em um curso de Licenciatura em Física, modalidade à distância, na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Física, onde as suas análises ocorrem por videoconferência. Facchinello (2008) faz uma proposta baseada em resultados de uma intervenção didática com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Domingos (2016) faz análises com os estudantes que cursam Licenciatura de Física e Matemática na modalidade presencial. Enquanto que Pimenta (2013) trabalha com solucionadores de problemas experientes e novatos e com enunciados curtos ou grandes, relacionando o tempo de resolução.

No quadro abaixo, apresentamos uma síntese dos resultados da revisão bibliográfica, destacando os resultados que conversam com os nossos resultados.

Quadro 4.1 - Resultados destacados para cada autor.

(continua)

Autores	Resultados Alcançados
Guimarães (2010)	As folhas de atividades estimularam e incentivaram os estudantes no seu próprio processo de aprendizagem. Os estudantes conseguiram realizar uma boa parte das tarefas, pois perceberam padrões e construíram fórmulas. As respostas e questionamentos apresentados favoreceram na percepção de problemas de aprendizagem. Os estudantes aprenderam uma nova linguagem para lidar com contextos que envolvem funções e o seu conceito científico.
Silva (2016)	O sucesso do processo de ensino e de aprendizagem está diretamente relacionado com a forma que foi aplicada a abordagem da metodologia.

Quadro 4.1 - Resultados destacados para cada autor.

(continuação)

Autores	Resultados Alcançados
Pinheiro (2016)	Percebeu a influência da análise nos contextos que eram apresentados nas atividades, que alguns problemas existiam a necessidade de descrição e outros não, mostrando que a contextualização ajudava na resolução dos problemas.
Brandão (2014)	<p>A Resolução de problemas fez com que os estudantes conseguissem ver mais detalhes do conceito de função de forma consistente, com isso, os estudantes sentiram mais motivados para estudar o conteúdo.</p> <p>Ocorreu uma melhora em sua prática e com a oportunidade de ouvir seus estudantes, ocorreu uma mudança de postura entre estudantes e o professor durante suas aulas.</p> <p>A metodologia de resolução de problemas contribuiu significativamente para uma compreensão melhor do conteúdo de função.</p> <p>Quando o estudante é exposto a um problema com aplicação em seu cotidiano é encorajado a apresentar o seu conhecimento e compreender um conteúdo matemático durante a formulação.</p>
Oliveira (2016)	<p>No primeiro estudo, revela que as dificuldades das questões fazem com que os estudantes tendam a se estabilizar em determinada dificuldade, com isso, os estudantes estagnam em determinados níveis de dificuldades.</p> <p>Existe uma importância entre o diagnóstico do conhecimento prévio e a dependência do tipo problema que é oferecido.</p>
Costa (2005)	<p>Existe uma diferença entre os especialistas e os novatos na resolução de problemas, o novato tem uma representação ingênua, desenvolvendo as questões através de situações reais do mundo, enquanto que os especialistas vão mais além dessa representação atribuída por um modelo mental mais poderoso.</p> <p>Os conhecimentos que os estudantes usam podem interferir em suas soluções verbais e escritas, ajudando os professores a entender o processo durante o ensino através das Resoluções dos Problemas.</p>
Rocha (2013)	<p>Constatou-se o quanto que o sistema de ensino está distante de promover uma educação realmente transformadora para os estudantes, pois percebeu que os jovens estão mais preocupados em emitir respostas que possam, de alguma forma, serem aceitas por alguém, no caso o professor.</p> <p>Os estudantes poderão transpor o que é aprendido de uma área do conhecimento para outras áreas, estabelecendo conexões entre as diferentes áreas, superando, com isso, a fragmentação do conhecimento.</p>
Karam (2012)	<p>A Resolução de Problemas reforça um papel de destaque e configura com ocasiões muito pertinentes para abordar o caráter estruturante do pensamento matemático na Física.</p> <p>A abordagem diferenciada a partir do concreto (situações cotidianas, analogias) para construir abstrações, por sua tentativa de evitar demonstrações formais que os estudantes não consigam acompanhar de maneira crítica, por sua postura de não sobrevalorizar o papel ferramental da Matemática e de enfatizar a importância da interpretação física de expressões matemáticas.</p> <p>Diminuição das dificuldades apresentadas no ensino em classes de Ensino Médio, o professor deve utilizar situações cotidianas em suas explicações e a diminuição de abordagens puramente técnicas.</p>

Quadro 4.1 - Resultados destacados para cada autor.

(conclusão)

Autores	Resultados Alcançados
Mannrich (2014)	Um dos problemas relacionados ao ensino de Física está no fato de ela ser estruturada por meio da linguagem matemática, mas esse aspecto parece ser pouco explorado ao ser trabalhado de forma estruturante do pensamento.
Facchinello (2008)	<p>A linguagem formal não causa nenhum empecilho para o ensino de Física, devendo a linguagem científica ser apresentada gradativamente, considerando a linguagem verbal.</p> <p>Considera que a linguagem verbal deva ser usada, em vez de operações formais, sendo uma forma de expressão sobre o problema foi solucionado, explicando como foram utilizadas as estratégias e os conceitos.</p> <p>Os estudantes possuem uma dificuldade de se expressar, pois seus conceitos intuitivos não possuem uma validade científica, havendo a necessidade de transformar essa linguagem para um conceito cientificamente aceito.</p> <p>No primeiro ano do Ensino Médio, a linguagem verbal é mais acessível, durante as tarefas de explicitação e avaliação e que a linguagem formal e matematizada ainda não estão totalmente no contexto dos estudantes.</p>
Domingos (2016)	<p>Muitos cursos de licenciatura nas áreas exatas não trabalham a modelagem Matemática como metodologia e, isso, não foi esclarecido dentro da Educação Matemática, pois a modelagem é uma ferramenta principal na formação de futuros professores de Matemática e Física.</p> <p>Quanto mais próximo da realidade for o contexto da situação-problema, mais os estudantes demonstravam criatividade, motivação e participação ativa.</p>
Biasoto (2010)	Houve uma motivação com os problemas propostos, onde os grupos se mobilizaram na realização e apresentaram seus conhecimentos e habilidades de forma conceitual durante uma situação palpável apresentada e, com isso, conseguiram estruturar logicamente os dados embasados.
Ferreira (2012)	<p>O papel do professor na criação de um ambiente motivador para o desenvolvimento das atividades escolares é essencial no direcionamento dos afetos dos estudantes e em seu desempenho escolar, em razão das inúmeras formas com que o professor pode motivar os estudantes extrinsecamente;</p> <p>Atividades mais contextualizadas propiciam o estabelecimento de relações mais significativas com o cotidiano dos estudantes que, por sua vez, mobilizam atitudes mais favoráveis e atingem desempenhos mais desejáveis. (FERREIRA, 2012, p.9)</p>
Pimenta (2013)	Os <i>experts</i> realizam análises qualitativas do problema antes de utilizarem equações enquanto que os novatos estão preocupados com os dados numéricos e qual a fórmula irá resolver o problema proposto.
Zatti (2010)	<p>Foi apontada a importância de se trabalhar a Matemática de uma forma mais interligada ao cotidiano dos estudantes, dessa forma, através da Resolução de Problemas.</p> <p>Como os estudantes não estavam acostumados a ler atentamente um problema, interpretar e extrair dados e solicitações propostas no enunciado, bem como gráficos e tabelas, ocorreu uma quebra de paradigma quanto à forma de resolver as situações-problema.</p>

Fonte: Do autor (2019).

Alicerçados em distintas teorias associadas ao processo de Resolução de Problemas, verificamos um consenso entre os autores sobre os ganhos em se utilizá-la como estratégia de ensino, ressaltando-se a relação do problema com as situações cotidianas e o favorecimento da estruturação do pensamento matemático dentro do ensino de Física e Matemática.

5 METODOLOGIA

Nesta pesquisa, investigou-se o uso da Matemática como estruturante do pensamento físico no processo de resolução de problemas sobre cinemática. Sendo uma pesquisa que investiga o processo entre o professor e os estudantes no ambiente escolar, durante a realização de tarefas, se desenha como pesquisa qualitativa, contendo informações identificadas como relevantes para a pesquisa, que foram observadas e/ou detectadas ao longo de seu desenvolvimento.

Segundo Goldenberg (2004), na pesquisa qualitativa, a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc. No nosso caso, o grupo investigado são os estudantes e o professor, no ambiente da sala de aula, durante o desenvolvimento de atividades, com foco no processo ensino aprendizagem.

Ao fazer uma pesquisa qualitativa, o professor se transforma em um mediador e começa a interpretar o social dos estudantes e a sua interação com o produto executado nas tarefas de maneira significativa ao modelo estudado (GOLDENBERG, 2004).

O ambiente e o clima de estudo são essenciais para observarmos os estudantes e como eles se comportam ao desenvolverem as tarefas. Ao analisar a nossa prática pedagógica adotada no espaço físico em que se encontram nossos estudantes cria-se a possibilidade de intervenção para o conhecimento das estruturas do pensamento de cada indivíduo e conhecemos o seu interior, o meio social onde estão inseridos, por meio da interação entre professor e estudante. Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo, porque se preocupam com o contexto (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

A seguir, apresentaremos o contexto de pesquisa, os sujeitos e a produção dos dados.

5.1 Descrição do ambiente e sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola, no estado de Minas Gerais, na qual sou professor efetivo há 20 anos. A escola possui Ensino Médio e Ensino Fundamental, sendo uma escola muito tradicional e importante na história da cidade, funcionando nos três períodos: matutino, vespertino e noturno. Com a municipalização do Ensino Infantil e Ensino Fundamental 1, a escola vai se transformar em uma escola somente de Ensino Médio.

O desenvolvimento das atividades propostas no produto ocorreu de agosto a setembro de 2018, com uma classe de 38 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, durante as aulas de Matemática.

Informamos aos estudantes sobre a pesquisa para o Mestrado Profissional de Ensino de Física e os convidamos a participar de forma voluntária. Comentamos que as aulas seriam gravadas e, por terem que trabalhar em grupo, cada um deles teria um gravador para os comentários que surgissem, durante o desenvolvimento das tarefas. Por último, temos o procedimento de elaboração do relatório que deveria ser feito pelos grupos.

Os grupos são representados pelas nomenclaturas G1, G2, ..., G7 e os estudantes representados por A1, A2, ..., A38.

A seguir, apresentamos a produção dos dados.

5.2 Produção dos dados

A proposta do relatório tinha como finalidade que os grupos elaborassem uma descrição do trabalho realizado, da maneira mais detalhada possível, contemplando os seguintes itens:

- a) Descrição dos procedimentos que foram seguidos para explorar a tarefa proposta, explicando-os de forma clara e organizada, sendo incentivado o uso de tabelas, desenhos, ou esquemas;
- b) Texto sintetizado sobre o que aprenderam depois de realizada a tarefa proposta;
- c) Comentário geral em relação a tudo que fizeram, incluindo opiniões, se a tarefa despertou interesse, quais os aspectos que trouxeram maior dificuldade e a forma como decorreu o trabalho no grupo, quando fosse o caso.

Os relatórios desenvolvidos foram o principal instrumento de constituição de dados para a pesquisa, em que foram apresentadas as descrições dos procedimentos adotados na resolução dos problemas. Os outros instrumentos de produção constituíram-se das gravações de áudio e do diário de campo.

Realizamos a transcrição dos áudios das gravações referentes ao desenvolvimento das aulas, descrevendo todo o processo, incluindo as interações coletivas entre os sujeitos.

5.3 Procedimentos de análise dos dados

O procedimento de apresentação dos dados e análise seguiu as seguintes etapas:

- 1^a) descrição das atividades a partir do diário de campo;
- 2^a) inserção dos diálogos estabelecidos entre estudantes e professor ao longo das aulas;
- 3^a) apresentação dos relatórios confeccionados pelos estudantes e inferências a partir das respostas apresentadas;
- 4^a) análise e considerações sobre cada tarefa desenvolvida;
- 5^a) discussão sobre os resultados obtidos fundamentada nas pesquisas anteriores apresentadas nas fundamentações teóricas e revisão bibliográfica.

Todo o processo desta pesquisa, os resultados e análises que foram realizadas, consideraram os objetivos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem da Cinemática, considerando-se a Matemática como estruturante do pensamento físico, sem desconsiderar os objetivos de aprendizagem relacionados aos conceitos da matemática, que estiveram presentes no decorrer das aulas.

Na primeira etapa, a análise de cada aula foi feita detalhadamente, comentando-se a postura dos estudantes em relação ao projeto, a forma como o professor organizou as aulas e a receptividade dos estudantes, em relação às tarefas, registros provenientes do diário do pesquisador. Apresentamos alguns diálogos entre os estudantes, perguntas e questionamentos que eles fizeram em relação às tarefas, dificuldades encontradas no preenchimento dos relatórios e interferências durante a aplicação, todos coletados das gravações. Descrevemos, também, a escola em relação aos acontecimentos externos como atividades extracurriculares que são trabalhadas, durante todos os períodos, como avisos, jogos, torneios, Educação Física, projetos e feiras culturais. Além de apresentar as dificuldades percebidas no desenvolvimento das tarefas como conversas paralelas, chegada dos estudantes após o início das aulas, agitação, ansiedades, distrações etc.

Na segunda etapa, apresentamos as análises dos relatórios, comentando como foi utilizado cada procedimento para resolver a tarefa, mostrando e analisando a forma de escrita de cada grupo. Apresentamos as fotos das tarefas de cada grupo, as suas conclusões sobre as tarefas e as dificuldades descritas. Toda a exposição relatada encontra-se no capítulo 6 desta dissertação.

5.4 Definição do Produto Educacional

O nosso produto educacional, conforme destacado, em seções anteriores, desta dissertação, tem como principal fundamentação a metodologia de resolução de problemas. Portanto, sua construção foi realizada, pensando na proposição de tarefas que trabalhassem problemas abertos e fechados, com a intenção de promover a estruturação do pensamento físico, por meio da Matemática. O objetivo de ensinar pela resolução de problemas, conteúdos da Física e da Matemática, é favorecer a formulação e a identificação de conceitos num processo de estudo que coloca o estudante como sujeito central da aprendizagem e o professor como sujeito que realiza a mediação na construção dos conhecimentos da Física e da Matemática.

O produto tem início com a apresentação de questões que são observadas no cotidiano do estudante, buscando dar significado aos estudos realizados e que contemplem grandezas relacionadas ao tema de Cinemática, como distância, tempo, deslocamento, velocidade, para, na sequência, abordar a Matemática como meio de descrever o mundo físico e seus fenômenos.

As tarefas foram propostas antes de qualquer formalização dos conceitos trabalhados, permitindo que os estudantes façam uso dos seus conhecimentos prévios. Além disso, reconhecendo que o trabalho colaborativo favorece o debate, a argumentação, a socialização dos conhecimentos, a maioria das atividades foram realizadas em grupos de 5 ou 6 estudantes, e o professor desempenhou um papel de supervisionar e orientar o desenvolvimento das tarefas.

Outro fator de importância no desenvolvimento das atividades é o registro realizado pelos estudantes. Para que a atividade seja considerada como realizada, é necessário que o estudante, ou o grupo, apresente suas respostas por escrito, descrevendo o raciocínio utilizado, um resumo do que aprendeu durante a sua realização e a organização de um comentário geral em relação ao que fez. Acreditamos que o registro por escrito favorece a organização e a estruturação do pensamento dos estudantes.

Os problemas abertos, apresentados na forma de frases curtas ou pequenos parágrafos, deram possibilidades de se obter várias respostas que podem ser aceitas e, também, abrem espaço para outros questionamentos feitos pelo professor. Tais questionamentos são realizados para direcionar o trabalho para os objetivos de ensino de Física e/ou de Matemática. Portanto, consideramos que o produto possa ser desenvolvido em aulas de Física ou Matemática.

Em relação aos problemas fechados, eles foram estruturados para utilizar-se a formalização Matemática, mas são dependentes do entendimento dos problemas abertos com conceitos físicos. Sendo assim, a Matemática aparece como estruturante dos conceitos de Física.

Na perspectiva do professor de Física, podemos dizer que o produto está dividido em duas partes. A primeira parte aborda os conceitos fundamentais na descrição dos movimentos e a segunda parte trabalha, especificamente, com movimento retilíneo uniforme, apresentadas no capítulo 6. Para cada parte, foram propostas tarefas. Na descrição dos movimentos, os conceitos fundamentais que trabalhamos foram o tempo, intervalo de tempo, posição, deslocamento e velocidade. Sendo assim, a primeira questão feita aos estudantes foi relacionada ao tempo que levam para irem de suas casas à escola. Sabíamos que teríamos várias respostas, mas a intenção é que eles pensassem no intervalo de tempo como a diferença entre dois instantes, a hora que saem de casa e a hora que chegam à escola. Esperávamos que fossem ressaltados os imprevistos que ocorrem, durante o trajeto, acarretando variações no intervalo de tempo. Após a apresentação das respostas, fez-se a primeira formalização, considerando-se que é interessante o professor apresentar a fórmula do intervalo de tempo: $\Delta t = t - t_0$.

Na segunda tarefa, apresentamos um bairro fictício, indicando seis estudantes, em locais distintos saindo de suas casas e indo para a escola. Na representação do bairro, as dimensões dos quarteirões e a largura das ruas foram fornecidas. Acompanhando a representação, aparecem as seguintes perguntas: É possível afirmar qual estudante chega primeiro? Todos podem chegar ao mesmo tempo? O problema é sugestivo para que os estudantes considerem as distâncias percorridas pelos seis estudantes representados na tarefa. Entretanto, as perguntas também estimulam que eles considerem os percursos, o instante em que cada um sai de casa e as velocidades de cada um dos seis. Após as discussões e registros de respostas, o professor formalizou os conceitos de distância percorrida e velocidade escalar média.

Na terceira tarefa, mais uma informação quantitativa é dada aos estudantes, revendo o problema, mas considerando apenas o movimento em uma dimensão: informamos a quantidade de passadas por segundo que cada estudante representado executa. Com a nova informação, foi indagado aos estudantes se é possível determinar o tempo que cada estudante representado leva para chegar à escola. Sem saber o tamanho do passo, a resposta não é possível de ser obtida, mas podemos discutir a necessidade de adotarmos unidades de medidas padronizadas. Na sequência, o tamanho do passo em metros foi informado, sendo possível a

realização dos cálculos. Em seguida, foi trabalhada a construção gráfica de posição *versus* tempo, como forma de informar o que ocorre ao longo do movimento, apresentando no eixo das abscissas o tempo, e no eixo das ordenadas, a posição inicial e final. Como os estudantes representados saem de posições distintas, nessa parte da tarefa, trabalhamos a ideia de referencial para definir posições iniciais, movimentos progressivos e retrógrados.

Na quarta tarefa, alteramos os pontos de partida dos estudantes representados e propusemos a análise dos novos gráficos em relação aos primeiros, verificando nas representações as mudanças de posição inicial, de intervalo de tempo e de velocidade e como essas grandezas estavam relacionadas aos gráficos construídos, por meio de indagações e interpretação dos gráficos.

Na segunda parte do trabalho, estudo do movimento retilíneo uniforme, destacamos que as informações iniciais e finais de um movimento não descrevem, de fato, o que aconteceu pelo meio do caminho, sendo necessárias informações intermediárias entre a partida e a chegada. Na primeira tarefa, apresentamos um problema no qual um caminhão tanque deixa cair gotas a uma mesma distância no chão. Os estudantes discutiram e apresentaram as características desse movimento além de sugerirem uma forma de calcular a velocidade desenvolvida pelo caminhão. O objetivo era que os estudantes fizessem uso da expressão da velocidade, mesmo sem sua formalização, apresentando como solução a razão entre a distância entre as gotas e o intervalo de tempo entre a queda de cada uma delas, abrindo espaço para que o professor formalizasse a expressão da velocidade, $v = \Delta S / \Delta t$. A tarefa também tem por objetivo apresentar uma possível representação dos movimentos, que são enfatizados na tarefa seguinte, a fotografia estroboscópica. Assim, na segunda tarefa, foram apresentadas três Figuras estroboscópicas relacionadas aos movimentos de um garotinho, de uma bicicleta e de um cavalo, sendo informados as posições e o intervalo de tempo entre as imagens sucessivas. A partir das imagens, os estudantes construíram tabelas e gráficos, analisando qual o conjunto numérico que representa o domínio desses gráficos.

Em seguida, os estudantes identificaram a posição inicial e a velocidade de cada elemento (garotinho, bicicleta e cavalo). As conclusões podem ser obtidas, analisando-se as Figuras, tabelas e gráficos, identificando o mais veloz e percebendo como essa rapidez se apresenta em cada uma das representações. Na sequência, foi solicitado aos estudantes que fizessem uma previsão da posição de cada elemento num instante posterior àqueles apresentados nas fotografias estroboscópicas. Esperava que os estudantes desenvolvessem a tarefa fazendo uso de uma sequência numérica ou de uma lei matemática que pudesse ser generalizada, compreendendo a função como a forma de expressar matematicamente

resultados que apresentam regularidades. Sendo assim, nesse momento, solicitou-se a previsão para tempos posteriores próximos aos informados e, na falta do desenvolvimento de uma expressão para a obtenção do resultado, solicitamos tempos posteriores distantes dos informados, exigindo do estudante o desenvolvimento de uma lei matemática. Quando essa lei foi apresentada pelo estudante, o professor, formalizou a relação com o uso da posição inicial e da velocidade, para expressar a função horária do movimento retilíneo uniforme, $s = s_0 + v.t$.

Na terceira tarefa, apresentamos um problema aberto, descrevendo um carro policial em perseguição a uma moto, tendo a seguinte pergunta: Qual a condição para que o carro alcance a moto? Nesse problema, podemos discutir as condições necessárias para haver a solução dos problemas de encontros e ultrapassagens.

Na quarta tarefa, apresentamos um problema típico de ultrapassagem e outro de encontro. O problema de ultrapassagem é um problema no qual a solução pode ser obtida com facilidade, utilizando-se sequências numéricas dos móveis. Entretanto, no problema de encontro apresentamos dificuldades de solução com a sequência numérica, exigindo do estudante o uso das funções horárias no processo de solução. Por fim, solicitamos que os estudantes construíssem os gráficos posição *versus* tempo para as duas situações apresentadas, discutindo as representações utilizadas em tarefas anteriores.

O Produto Educacional que acompanha esta dissertação apresenta todas as atividades de fundamentos de movimento e MRU, revistas após o desenvolvimento em sala de aula, além de apresentar propostas de atividades para o estudo do movimento retilíneo, uniformemente variado e para o movimento bidimensional, porém não iremos destacá-los no corpo da dissertação, por não terem sido utilizados no processo de investigação de nossa pesquisa. Esses outros tópicos foram trabalhados em sala com os estudantes, mas, em decorrência dos fatores de tempo e quantidade de análises não foram colocados, mas serão analisados em trabalhos futuros.

A seguir, apresentamos o relato das aulas que abordaram os conceitos fundamentais na descrição dos movimentos e o movimento retilíneo uniforme e as análises realizadas.

6 RELATO E ANÁLISE DAS AULAS INVESTIGADAS

Neste capítulo, conforme descrito acima, faremos o relato das atividades, considerando as observações dos diários de campo e as atividades desenvolvidas pelos estudantes, como fontes principais de nossos dados e, quando necessário, complementando com as gravações de áudio realizadas nos grupos.

Cada seção iniciamos com a questão/problema e ofertada como tarefa da aula descrita.

6.1 Aula de 27 de agosto de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 1.1

Quanto tempo você gasta para ir de sua casa até a escola?

Sendo a primeira tarefa, alguns percalços ocorreram no seu início. Começando pelo atraso de alguns estudantes, visto que a aula ocorreu no primeiro horário; a indefinição de alguns estudantes em relação ao seu grupo de trabalho, mesmo tendo solicitado a definição dos componentes dos grupos previamente; a orientação do uso dos gravadores para a gravação das discussões nos grupos e o tempo para falar sobre a produção dos relatórios ao longo das atividades.

Os estudantes estranharam bastante a proposta de confecção de um relatório, revelando que nunca haviam feito algo parecido. Indagaram se era obrigatório o preenchimento do relatório e se valeria nota. Foi explicado que não era para ser considerada uma obrigação e que não valeria nota, mas a proposta havia sido pensada para favorecer o aprendizado dos conceitos das aulas de Matemática, que o tema que iríamos desenvolver nas aulas ajudaria a compreender assuntos estudados nas aulas de Física e também que o preenchimento do relatório seria de grande importância para a pesquisa que estaria sendo realizada, visto que eram as respostas deles a principal fonte dos dados da pesquisa. Foi ressaltado que, mesmo sem uma nota, sendo dada a tarefa, todo o processo seria avaliado, observando a participação de cada um durante as atividades.

Após o diálogo inicial, os estudantes estavam prontos para iniciarem a primeira tarefa e a pergunta em destaque acima foi entregue aos grupos. A reação dos grupos não foi muito diferente do esperado por nós. O diálogo estabelecido com a estudante A36 do grupo G7, exemplifica os questionamentos de toda a classe.

A36: Como vou resolver este problema se não existe nenhum número?

Professor: *Que resposta você poderia dar?*

A36: *Cada um do grupo gastou um tempo diferente. Coloca o tempo de cada um deles no relatório?*

Professor: *No relatório não deve constar simplesmente uma resposta, mas descrever o que foi pensado para apresentar a resposta e como essa resposta foi obtida.*

A classe ficou confusa. Mais uma explicação foi dada em relação ao preenchimento dos relatórios. Salientamos que a resposta dada seria importante, mas que em problemas como esse, que chamamos de problema aberto, podemos ter respostas diferentes, por isso mesmo o que é mais importante é descrever como as respostas podem ser obtidas, e que essa explicação de como obter a resposta é o que seria verificado nas respostas dadas pelos grupos.

Os grupos, finalmente iniciaram a atividade. Ouvindo as discussões nas gravações, verificamos que entre os componentes de cada grupo havia o questionamento do tempo que cada um levava para chegar à escola, o caminho que fazia, como vinha, se usava algum meio de transporte. Em geral, além do tempo, eram questionados os motivos de se fazer o percurso naquele tempo relatado. O preenchimento dos relatórios foi livre, houve grupos com apenas um relator, enquanto outros grupos apresentavam mais de uma resposta, escritas por cada componente do grupo. Como nunca tiveram esse tipo de tarefa, apresentaram certo incômodo, desconforto em preencher os relatórios, mas isso era esperado.

Após as discussões e preenchimentos dos relatórios, as respostas dos grupos foram socializadas com toda a classe. Durante as falas, o estudante A3, do grupo G1, expôs a sua resposta particular: “Cheguei à escola às 12h30min e saí de casa às 11h50min, gastando 40 minutos para chegar ao Estadual”. Com a fala do estudante, foi formalizado com os demais o conceito de intervalo de tempo, sendo anotada no quadro a relação $\Delta t = t - t_0$.

Outros comentários foram socializados, apresentando fatores que interferem no intervalo de tempo gasto para sair de casa e chegar à escola: “Todo dia eu chego no mesmo horário, hoje eu fui um dos alunos que chegou atrasado, porque eu parei para conversar com o meu amigo na praça”; “Hoje, o trânsito estava meio parado”; “Eu saí 5 minutos mais cedo e a van não pegou trânsito, cheguei bem mais cedo”. A aula foi encerrada com a discussão de que o tempo gasto se deve a diversos fatores relacionados com a locomoção de casa à escola e que continuaríamos as discussões na próxima aula.

Análises dos Relatórios da Turma

Mesmo acompanhando as discussões realizadas, durante a atividade, os relatórios só foram lidos e analisados, posteriormente. Ao iniciar a leitura dos relatórios, percebemos que os estudantes não entenderam o que havia sido perguntado no primeiro item (Descrição dos procedimentos que foram seguidos para explorar a tarefa proposta, explicando-os de forma clara e organizada, sendo incentivado o uso de tabelas, desenhos, ou esquemas.). Os estudantes apresentaram as respostas que encontraram no problema e não os procedimentos realizados para encontrar a(s) resposta(s).

Os grupos G1, G2, G4, G6 e G7 analisaram o tempo de cada membro, mas não mostraram como foi feita a coleta dos dados de obtenção do tempo de cada membro, mesmo falando que o tempo de cada um é diferente.

G1: Percebemos que cada integrante do grupo gasta um tempo diferente.

Os grupos G2 e G6, mesmo tendo o mesmo procedimento de G1, consideraram que esse tempo é diferente a cada dia, provavelmente considerando as variáveis que afetam o intervalo de tempo do traslado, mas sem apontar as razões.

G2: Todos nós gastamos tempo diferentes para chegar à escola. Percebemos que, a cada dia, chegamos em horários diferentes...

G6: Notamos que cada aluno tem um tempo indeterminado, pois saímos em horários diferente mais ninguém ultrapassa 40 minutos.

Os grupos G3 e G4 mostraram que os tempos foram coletados, pois apresentaram um resultado de intervalo de tempo médio feito pelos integrantes do grupo, o G3 ainda considerou as possibilidades de variações de intervalo de tempo, tal como G2 e G6. Enquanto o grupo G7 apresentou o intervalo de valores dos seus componentes.

G4: Cada um no grupo tem um tempo diferente, uns gastam mais e outros menos. A média do grupo é de 20 minutos.

G3: O grupo chegou a um acordo de que o horário médio da chegada à escola é de, geralmente, 30 minutos, porém pode haver ocasiões de atraso por conta do ônibus ou imprevistos do dia a dia.

G7: Cada um dos cinco alunos gastam tempo diferente de sua casa até à escola, o tempo de cada aluno varia de 5 a 30 minutos.

O grupo G5 foi o único que entendeu a instrução do item 1 do relatório. Também apresentou um tempo médio e ainda apresentou uma noção de desvio médio em relação à média, mostrando que os dados foram coletados e que os estudantes podiam variar a cada dia o seu tempo de chegada até a escola.

G5: Pegamos as informações sobre o tempo que cada um gasta, conseguimos uma média de 20 minutos, podendo haver uma variação de 7 minutos, em média, para mais ou para menos.

A seguir, apresentamos uma síntese das respostas para o segundo item do relatório (Texto sintetizado sobre o que aprendeu depois de realizada a tarefa proposta). Ficou evidenciado pelas respostas dadas pelos grupos G1, G2, G4, G6 e G7 que os itens do relatório estavam sendo vistos como questões que deviam ser respondidas como a um questionário, relacionando o aprendizado diretamente à tarefa. Mesmo tendo respostas mais completas, em alguns grupos as reflexões não foram além do conceito trabalhado.

G1: Aprendemos que o tempo de cada um varia ao passar dos dias.

G2: Algumas pessoas se atrasam para entrar na sala no horário determinado por motivos pessoais como, por exemplo, o atraso do almoço.

G4: Isso faz a gente pensar que cada um tem uma rotina diferente.

G6: Os atrasos acontecem com quem vem de automóvel, pois, às vezes, o trânsito está muito cheio. Entendemos que cada um tem um tempo.

G7: Depende do dia, porque pode haver dias em que acontecem engarrafamentos no trânsito, podem ocorrer imprevistos ou até mesmo demora pelo fato de fazermos rotas diferentes.

Os grupos G3 e G5 fizeram uso da tarefa para avaliar, indo além dos conceitos, exemplificando-os. Ambos apresentaram a relação entre a Matemática e a Física.

G3: Concluimos que Matemática e Física dependem uma da outra, e, além disso, são fundamentais para monitorarmos nossos trajetos e tempo utilizados em nosso cotidiano.

G5: Aprendemos que a Física e a Matemática sempre se relacionam, porque, para conseguirmos conectar operações em uma, precisamos da outra.

O terceiro item do relatório (Comentário geral em relação a tudo que fez, incluindo opiniões, como: se a tarefa despertou interesse, quais aspectos em que teve maior dificuldade e a forma como decorreu o trabalho no grupo, quando fosse o caso.) teve a intenção de orientar os grupos a se posicionarem em vários aspectos em relação à tarefa. Entretanto, mais uma vez ficou evidente a tendência de dar respostas diretas aos itens do relatório. Verificamos que as opiniões não estão presentes em relação à tarefa, existe uma presença forte de uma resposta conclusiva ou única, conforme apresentado a seguir.

G1: Descobrir o tempo de cada um, porque varia. (apontando apenas uma dificuldade)

Os grupos G2 e G7, assim como os grupos G3 e G5 fizeram no item 2, ressaltam a relação direta entre a Física e a Matemática.

G2: Concluimos que o problema nos fez pensar que a Física e Matemática sempre estão juntas, no tempo e até na velocidade em que estamos.

G7: Concluimos que mesmo a gente não percebendo a Física e a Matemática, elas estão presentes no nosso cotidiano.

O grupo G5 entendeu de forma mais clara o item, apresentando a opinião do grupo e atendendo aos tópicos identificados.

G5: Não tivemos dificuldades, todos colaboraram e uns acharam interessante e outro disse que isso não vai acrescentar nada à vida.

Fizemos questão de apresentar em detalhes os relatos dessa primeira atividade para evidenciar as dificuldades quando iniciamos o trabalho de resolução de problemas e o uso de relatórios de atividades. Percebemos que os grupos possuem uma necessidade de colocar uma solução para as suas tarefas, deixando de evidenciar os procedimentos que foram feitos para obterem a solução. Mesmo sendo apontada pela maioria como uma tarefa sem grandes dificuldades, notamos a dificuldade em explicitar o processo. Echeverría e Pozzo (1998) apresentam que nem sempre conseguimos verbalizar ou descrever o que fazemos, mesmo sabendo resolver o problema.

A primeira tarefa tinha a intenção de desestruturação da prática de resolver exercícios habituais que costumam ser aplicados nos conteúdos de Física e Matemática, nos quais é

exigida uma única solução, sem o questionamento do resultado, muito menos do processo. Percebemos que os estudantes não estavam acostumados com esse tipo de problema. Alguns, ao verem que suas respostas não eram iguais às dos demais, achavam que havia algo de errado em suas resoluções.

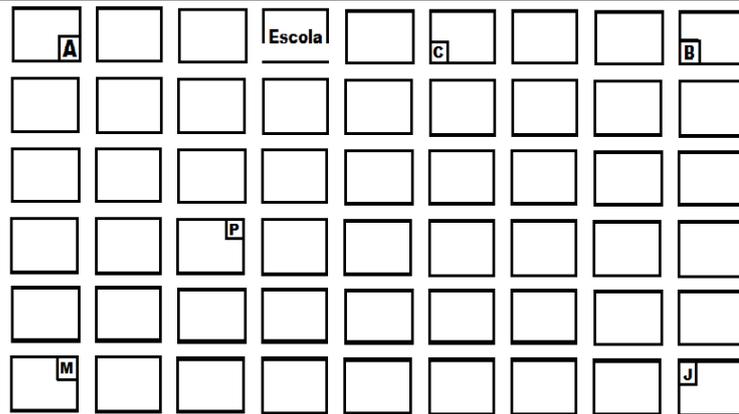
Mesmo no segundo e terceiro item do relatório, verificamos a persistência em dar uma resposta, identificada como satisfatória ao professor. Rocha (2013) constata que o sistema de ensino está distante de promover uma educação realmente transformadora para os estudantes, pois percebeu que os jovens estão mais preocupados em emitir respostas que podem, de alguma forma, serem aceitas por alguém, no caso, o professor. Ressaltamos que não são apenas os estudantes que devem aprender a trabalhar nessa perspectiva, o professor também. A forte presença de respostas exaltando a relação entre a Física e a Matemática se deve, provavelmente, à fala do professor antes do início da tarefa.

Quanto às dificuldades identificadas por eles e o envolvimento com a tarefa, a resposta foi satisfatória. Acreditamos que muito se deve à escolha da situação problema. Clement e Terrazzan (2012) afirmam que existe um distanciamento entre os conteúdos trabalhados e a realidade do cotidiano. Para Brandão (2014), quando o estudante é exposto a um problema com aplicação em seu cotidiano, é encorajado a apresentar o seu conhecimento e compreender um conteúdo durante a sua formulação.

Conforme relatado, os diálogos estabelecidos nos grupos não expressaram o que foi lido nos relatórios. A formalização do intervalo de tempo foi explicitada por um dos estudantes, no momento da socialização. Facchimello (2008) afirma que a linguagem verbal é mais acessível, no primeiro ano do Ensino Médio, mas a linguagem formal e matematizada não está totalmente no contexto dos estudantes. Compreendemos que este foi apenas o primeiro contato deles com atividades nessa perspectiva e daremos continuidade aos nossos relatos, reconhecendo que deve ocorrer uma transição entre as linguagens verbais e as suas representações matemáticas.

6.2 Aula de 27 de agosto de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 1.2

Na Figura abaixo, existe um bairro fictício chamado “Canto do Piaga”, onde os alunos saem de suas casas e vão até a escola, em um dia ensolarado. Iremos considerar que cada um dos alunos caminha sempre com o mesmo número de passadas por segundo, em todo o seu trajeto escolar, ou seja, a cada segundo percorrem a mesma distância.*



(*) Bairro em homenagem ao escritor Gonçalves Dias com seu poema “O Canto do Piaga”.

Largura da rua: 5 m - Lado de cada quarteirão: 50 m

Nomes dos alunos: A: Amanda; B: Bernardo; C: Carla; P: Pedro; J: João; M: Matheus

A) Quais as possibilidades de cada aluno chegar primeiro? Justifique.

B) Todos podem chegar ao mesmo tempo? Justifique.

A segunda aula ocorreu no mesmo dia da primeira tarefa. Não houve tempo hábil para uma análise dos relatórios, mas após uma rápida observação das escritas, iniciamos a aula de forma mais explícita, falando como o relatório deveria ser utilizado, explicando a necessidade de fazer as três etapas de forma organizada, considerando as ideias dos componentes do grupo. A tarefa, além de fornecer mais dados, ainda apresentava uma Figura, deixando os estudantes mais confortáveis com o problema, quando comparado ao problema anterior, mas eles perceberam claramente a relação entre as duas tarefas.

Durante a tarefa, houve muitos debates entre os colegas de grupos para responder quem iria chegar primeiro à escola. De início, quase todos os grupos diziam que Carla iria chegar primeiro à escola, por estar mais perto desta. Ao perceber essa tendência de resposta, os estudantes foram instigados pelo professor a pensarem em possíveis mudanças nas considerações realizadas para a solução do problema.

A perturbação foi produtiva, o debate começou a envolver todos os estudantes da classe. Vários estudantes começaram a dizer que Carla poderia mudar o seu trajeto ou, até mesmo, entrar em outro portão da escola, e, se fizesse isso, poderia percorrer a mesma distância percorrida por Amanda. O estudante A1 do grupo G1 logo deu uma resposta rápida: *Desta forma, Carla e Amanda podem chegar juntas?* Vendo esta resposta, o estudante A27 do grupo G4 entrevistou na resposta de A1: *Você está esquecendo-se de somar uma rua. Amanda, para chegar à escola, terá que atravessar três ruas, e Carla, mesmo que passando pelo*

mesmo portão que Amanda vai passar, vai atravessar apenas duas. Quem vai chegar primeiro vai ser João! - disse o estudante A28 do grupo G5. *Você está completamente enganado...* - Disse o estudante A39 do grupo G7... Como ele pode chegar primeiro se ele está mais longe da escola. A28 respondeu da seguinte forma: *Muito simples, basta ele sair mais cedo de casa!* Com essas discussões, Alguns estudantes queriam mostrar todas as possibilidades, enquanto outros questionavam as suas escolhas para as respostas.

Para a resposta do item B, o estudante A2 do grupo G1 questionou o problema da seguinte forma: *“E se um deles andar mais depressa, será que existe possibilidade de todos chegarem ao mesmo tempo?”* Com isso, verifica-se que os estudantes perceberam que a distância não interfere no instante do encontro, se a velocidade de cada um for diferente da do outro. *Estou verificando aqui, não seria humano para João manter esta velocidade para chegar junto com outros colegas – disse o estudante A6 do grupo G2 – é mais fácil, chegar ao mesmo tempo à escola, se alguns adiantarem e outros atrasarem a saída de casa.* A estudante A8 do grupo G2 questionou que alguns poderiam marcar um encontro antes de chegarem à escola, por exemplo, marcando numa praça, e depois todos chegarem ao mesmo tempo à escola. A estudante A30 do grupo G6 apresentou a seguinte estratégia que João poderia fazer: *João pode sair “mais adiantado” do que os outros, mantendo, assim, o mesmo ritmo de caminhada que outros colegas.* A estudante A28 do grupo G4 apenas falou: *A30, o que você falou é a mesma coisa que A6 havia dito, você somente mudou as palavras... não estou certa, professor?*

Após deixar a discussão ocorrer por alguns minutos, os grupos foram convidados a retornarem para as discussões em seus grupos e darem continuidade ao preenchimento do relatório e, na sequência as considerações finais socializadas com toda a sala.

A segunda tarefa apresentou a potencialidade do uso de problemas abertos, resultando em discussões muito produtivas com obtenção de dados qualitativos, durante a busca de solução e a formalização de conceitos sendo construída. Verificamos os estudantes lidando com os desafios e vencendo dificuldades diante dos questionamentos nos grupos e na classe, mostrando que o problema aberto pode favorecer a aprendizagem.

Na sequência, considerando as discussões estabelecidas entre os estudantes e suas respostas, foi evidenciado o conceito de velocidade, relacionando-o aos conceitos de distância percorrida e intervalo de tempo. A estudante A12 do grupo G4 fez a seguinte pergunta: *Isto tem a ver com a velocidade média?* Respondendo afirmativamente, foi indagado à estudante se ela conhecia a expressão para obter o valor da velocidade média. De imediato, foi respondido: *v igual a Δs sobre Δt .* A expressão foi escrita no quadro e as discussões

anteriores foram retomadas, analisando as conclusões conjuntamente com a expressão, evidenciando as relações entre as três grandezas, tendo a participação dos estudantes.

Análises dos Relatórios da Turma

Em relação ao relatório, podemos perceber que o primeiro item das orientações ainda não havia sido bem entendido. Os grupos ainda apresentaram conclusões, respostas e observações, mas não expressaram os procedimentos adotados na resolução do problema, conforme podemos verificar a seguir:

G4: A possibilidade de chegar primeiro à escola é sair mais cedo de casa ou não enrolar na rua.

G6: As possibilidades de cada aluno (chegar primeiro) será de quem sair mais cedo de casa, ou seja, o que tiver mais disposição de sair mais cedo de casa.

G7: Todos os alunos têm a possibilidade de chegar à escola mais cedo, depende do horário em que cada aluno sai de sua casa.

Entretanto, já é perceptível a presença de explicações e justificativas para as respostas dadas e a evidenciação da leitura atenta do problema, considerando as informações fornecidas em suas respostas, exemplificadas nos relatórios de G2 e G3.

G2: Dependendo do horário que cada um saiu de sua casa, todos podem chegar ao mesmo tempo, ... pois a cada segundo eles percorrem a mesma distância... Se Amanda e Pedro saírem no mesmo horário, eles chegarão juntos, pois a distância entre a casa e a escola é a mesma.

G3: Com a condição de que todos andam na mesma velocidade, todos têm a chance de chegar primeiro, porque isso depende do horário que cada um dos alunos sair de sua respectiva casa...Existe também a possibilidade de todos chegarem ao mesmo tempo, coisa que também dependerá do horário em que cada um sair de casa.

As respostas dadas ao item B apresentam uma curiosidade, provavelmente relacionada às suas vivências, pois vários grupos indicaram a necessidade de um encontro ou um acordo prévio para chegarem juntos à escola.

G1: Sim. Se cada aluno sair em horário diferente ou igual e se se encontrarem antes de entrar na escola.

G4: *Só marcarem de se encontrar na casa da Carla e irem juntos.*

G5: *... a possibilidade de todos chegarem juntos é baixa, a menos que eles combinem de se encontrarem em um lugar próximo à escola para chegarem ao mesmo tempo.*

G6: *Sim, pois os alunos podem combinar de chegar no horário que marcarem.*

G7: *... ou então que esses alunos combinem entre si para chegarem juntos à escola.*

Os relatos dados para o segundo item do relatório foram bem aquém do esperado pelas discussões e mesmo em relação ao que foi exposto no item 1. Tivemos respostas curtas, sem aprofundamento e até mesmo sem significação física.

O grupo G1 apenas citou a distância e o tempo, sem apresentar o que aprenderam sobre esses conceitos. Enquanto o grupo G2 apresentou uma resposta inconsistente com o que temos de compreensão sobre distância e tempo na tarefa proposta.

G1: *Aprendemos sobre tempo e distância variáveis.*

G2: *Que às vezes nem sempre o tempo e a distância são o que pensamos, pois cada um tem seu tempo e a distância para cada um não é a mesma.*

Os grupos G4 e G5 se detiveram à tarefa sem qualquer expressão do que foi aprendido sobre os conceitos discutidos.

G4: *Que todos os alunos podem chegar primeiro. Depende do horário e trajeto.*

G5: *Concluimos que, independentemente da distância dos alunos à escola, não há possibilidade de sabermos qual aluno chegou primeiro ou se eles chegaram juntos.*

Os grupos G6 e G7 apresentaram respostas de cunho atitudinal, o que nos pareceu interessante, mesmo sem ser o esperado.

G6: *Analisamos que todos têm que ter responsabilidade e sair em um bom horário, e que, assim, ninguém chegará atrasado.*

G7: *Aprendemos que todos têm possibilidades de chegar cedo e ao mesmo tempo à escola.*

O grupo G3, o que mencionou explicitamente a velocidade constante para todos os estudantes, retomou essa condição em sua análise e também destacou que existem fatores que

podem comprometer essa velocidade. Porém fez uma análise direcionada ao problema, extrapolando para um conhecimento geral dos conceitos trabalhados.

G3: Para resolvê-lo (o problema), vimos que todos andam na mesma velocidade, e que o fator principal para determinarmos o horário que o aluno chegaria seria o horário que ele iria sair de sua casa e um fator secundário seriam os eventos aleatórios, que influenciarão no horário de chegada.

Os relatos referentes ao terceiro item mostraram que, mais uma vez os grupos encararam o item como uma questão que não deveria ser deixada em branco, conforme podemos perceber na resposta do grupo G1.

G1: o tema nos despertou interesse pelo fato de falar sobre distância, tempo de diferentes alunos ao chegarem à escola.

O grupo G2 apresentou sucintamente como foi o trabalho no grupo.

G2: Cada um teve seu raciocínio e todos chegaram à mesma conclusão sobre o assunto falado.

O grupo G5 apresentou um parecer interessante sobre o problema proposto.

G5: Esses exercícios nos mostram que não há respostas exatas para as questões, que a resposta sai do entendimento e da percepção de cada pessoa.

No que se refere aos itens dos relatórios não tivemos grandes diferenciações em relação à tarefa 1, lembrando que as duas tarefas ocorreram no mesmo dia. Porém, no que se refere ao processo de desenvolvimento das aulas, dos debates e discussões nos grupos e na classe, nota-se que na segunda tarefa começou a surgir a ideia de problema, diferenciando-se dos típicos exercícios de aplicação de conhecimento. Os estudantes começaram a discutir e a procurar novas formas para resolver o problema. Ao mostrar mais possibilidades e explicar que as soluções podem ser “infinitas”, eles começaram a se preocupar com uma forma mais explicativa nas resoluções, mostrando exemplos e contraexemplos. Nesse caso, eles começaram a questionar fatos reais e, com isso, vários estudantes começaram a colocar novos

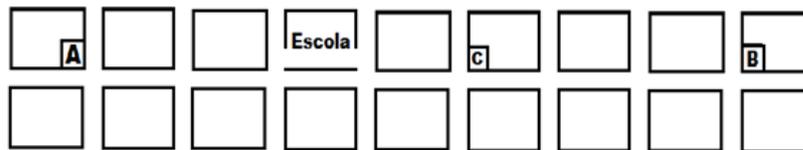
obstáculos para os outros chegarem primeiro à escola. Echeverría e Pozo (1998) apresentam que não é somente ensinar a resolver problemas, mas ensinar a propor problemas para si mesmo, transformando a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. Dessa forma, os estudantes começaram a propor novos problemas dentro dos grupos e aplicaram contrarrespostas, mostrando que o problema estava ensinando-os. Rocha (2013) afirma que para ocorrer uma situação de aprendizagem transformadora, é necessário que as hipóteses dos estudantes, apoiadas em sua experiência própria e representadas por modelos mentais, sejam expostas e confrontadas.

Nesse caso, esse problema não representa a forma tradicional adotada em alguns livros didáticos. O problema não trabalha teoria nem dados quantitativos, mas, por meio dele pode-se perceber que os estudantes começam a desenvolver o processo qualitativo. Para Clement e Terrazan (2011), na resolução tradicional de exercícios, não existe uma análise qualitativa e um enunciado que vise maior compreensão, na enunciação dos exercícios de Física.

6.3 Aula de 29 de agosto de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 1.3

Considerando Amanda, Carla e Bernardo, do problema anterior e sabendo que cada aluno dá duas passadas por segundo.

A) *É possível determinar o tempo gasto por cada aluno para chegar até a escola?*



B) *Todos eles têm o mesmo passo, que mede 50 cm. Determine o tempo gasto por cada aluno para chegar à escola.*

C) *Em relação ao item anterior, faça um gráfico colocando a escola como o marco zero da rua e identificando as posições de cada aluno em relação à escola e o tempo que cada aluno gastou ao chegar até a escola.*

Antes de comentarmos sobre o desenvolvimento da atividade, iremos destacar um caso corriqueiro que compromete bastante a continuidade do desenvolvimento das atividades propostas. Trata-se das ausências nas aulas. Nessa aula apareceram alguns estudantes que não estavam presentes nas duas aulas anteriores, desconhecendo todo o processo de antes e as justificativas para a proposta de trabalho. Eles foram distribuídos nos grupos que já tinham sido estabelecidos.

Foi reforçado com toda a classe a finalidade do relatório, explicando que no primeiro item não era para apresentar a resposta do problema, mas para descrever os procedimentos que usaram para conseguir resolver a questão. Na sequência, a tarefa foi entregue e os alunos, ao lerem, apresentaram dificuldade de relacionar essa tarefa com a tarefa anterior. Foi esclarecido que já havíamos falado de intervalo de tempo e distância percorrida e a tarefa do dia seria para relacionar essas grandezas.

Foi percebido que os alunos não haviam lido o problema adequadamente, pelas perguntas que foram sendo feitas por eles.

Estudante A31 do grupo G6: *Cadê os dados numéricos do problema?*

Estudante A4 do grupo G1: *Eu deveria já ter desconfiado, as folhinhas de exercícios do PH estavam muito fáceis para ser verdade!*

Estudante A9 grupo G2: *Não está falando o horário que eles saem, por isso que não tem jeito de eles chegarem juntos à escola.*

Estudante A28 do grupo G5: *Gente, leiam o primeiro parágrafo do problema!*

Estudante A35 do grupo G7: *Agora, eu entendi... Muito simples, primeiro devemos calcular a distância de cada aluno até a escola.*

Estudante A26 do grupo G5: *Professor, eles devem andar em linha reta?*

Percebendo que essa informação não estava no enunciado, foi solicitado que todos considerassem que eles andavam em linha reta, o entendimento foi imediato.

Estudante A13 do grupo G4: *Quer dizer que eles têm que percorrer o menor deslocamento?*

Estudante A9 grupo G2; *Mas, ainda está faltando alguma coisa para determinar o tempo de cada um.*

Não houve interferência em relação aos comentários das estudantes, apenas o incentivo de analisarem a situação proposta na tarefa.

Para pensar numa resposta para a letra A, ficou evidenciado nas discussões que os estudantes não perceberam que o tamanho do passo influenciava a determinação do tempo. Entretanto, alguns grupos que passaram resolver a letra B estavam apresentando soluções corretas, que foi o caso dos grupos G1, G3 e G5. Os demais grupos estavam apresentando dificuldades com a relação entre o tamanho do passo e o comprimento de cada quarteirão e de

cada rua, visto que as unidades eram diferentes, o tamanho do passo estava em centímetro e o da rua e do quarteirão estava em metros. Com o auxílio de integrantes dos grupos G1, G3 e G5, a dificuldade foi sanada. Todos encontraram que cada pessoa andava um metro a cada segundo. Não houve necessidade de intervenção por parte do professor na solução da letra B. Todos os grupos utilizaram o raciocínio exposto pelo estudante A25 do grupo G5, que se manifestou durante a atividade, “*Se eles deslocam um metro a cada segundo, logo para deslocar **tantos** metros, vai dar **tantos** segundos*”.

Verificamos que na solução do item B, os estudantes tiveram grande empenho, uns anotavam os dados, outros contavam e outros faziam operações matemáticas para calcular a distância percorrida. Após todas as operações efetuadas e com os resultados, houve uma socialização geral com os resultados obtidos com os outros grupos. Provavelmente, o problema estava mais próximo dos problemas com os quais estão mais familiarizados, aqueles que apresentam uma única resposta e que se pode verificar se estão corretos ou não.

No item C, verificamos os grupos construindo vários tipos de gráficos, mas nenhum deles correspondia ao plano cartesiano, no qual tempo e posição estivessem explicitados nos eixos x e y, respectivamente. Verificamos a necessidade de discutir a construção do gráfico e o professor fez uma interferência construindo o gráfico para um dos estudantes do problema, considerando desde a sua saída de casa até chegar à escola.

Após a explicação da construção do gráfico, foi solicitado que os grupos terminassem os gráficos e os seus relatórios. A explicação para a confecção dos gráficos não se mostrou suficiente e o tempo para a execução da tarefa foi curto. Não ocorreu a socialização dos grupos e dois grupos, G3 e G4, não preencheram todos os itens do relatório.

Análises dos Relatórios da Turma

No primeiro item do relatório, iremos apresentar as três letras da tarefa separadamente.

Em relação à letra A, notamos que alguns grupos se utilizam do dado da letra B para comentar as suas respostas.

G1: *Sim, Pelo fato de que sabemos a medida dos passos de cada aluno e também a distância de cada quarteirão.*

G5: *Sim, é possível, com a informação da velocidade que seria de 1 m/s, considerando que eles dão duas passadas de 50 cm em 1 segundo.*

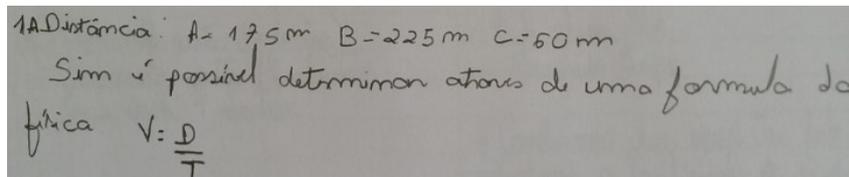
O grupo G2 não entendeu que o tempo de saída de sua casa para escola não influencia no tempo total do percurso, possivelmente influenciados pelas atividades anteriores. Enquanto o grupo G4 não se atentou à informação adicional do deslocamento ser em linha reta.

G2: *Não, pois cada um tem seu horário diferente para sair de sua casa.*

G4: *Não, pois cada um pode fazer outros trajetos de forma aleatória.*

O grupo G3 apresentou a expressão da velocidade média para calcular o intervalo de tempo gasto por cada estudante, mas não considera o tamanho do passo de cada estudante para determiná-lo, conforme na Figura 6.1.

Figura 6.1 - Escrita apresentada pelo grupo G3 para responder a letra A da tarefa 1.3.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

O grupo G6 apenas respondeu que sim, e o grupo G7 evidenciou os dados necessários para solucionar o problema, mesmo sem descrever como deveria proceder para chegar à solução.

G7: *Sim, sabendo a distância da casa de cada aluno até a escola, a largura da passada dos alunos e quanto tempo gastam em cada passada.*

Na letra B da tarefa, por ser um problema de solução única, era esperado que o primeiro item do relatório fosse apresentado de forma satisfatória, visto que o processo de solução pode ser explicitado na própria resolução. Porém, ainda tivemos escritas que não apresentavam ou explicitavam os procedimentos, como o caso dos grupos G1, G7 e G5, que apresentaram à escrita abaixo, exemplificando as respostas desses grupos.

G5: *A Carla gasta 1 minuto para chegar à escola, Amanda gasta 1 minuto e 55 segundos e Bernardo gasta 3 minutos e 45 segundos.*

Os grupo G3 e G4 apresentaram um procedimento de solução do problema, enquanto o primeiro faz uso da expressão para a velocidade média, o segundo faz uso da regra de três, conforme apresentado nas Figuras 6.2a e 6.2b, respectivamente.

Figura 6.2a - Solução apresentada pelo grupo G3 para responder a letra B da tarefa 1.3.

Handwritten mathematical work for Figure 6.2a:

- Calculation 1: $v = \frac{d}{t}$, $100m/1s = \frac{175}{t}$, $A = 175s$, $x = \frac{175 \cdot 1}{t}$, $x = 175s$
- Calculation 2: $v = \frac{d}{t}$, $100m/1s = \frac{225}{t}$, $x = \frac{225 \cdot 1}{t}$, $x = 225s$
- Calculation 3: $v = \frac{d}{t}$, $100m/1s = \frac{60}{t}$, $c = \frac{60 \cdot 1}{t}$, $c = 60s$

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Figura 6.2b - Solução apresentada pelo grupo G4 para responder a letra B da tarefa 1.3.

Handwritten mathematical work for Figure 6.2b:

B- a cada 1 seg = 1 minuto
 235 seg = 235m

considerando que cada quadriciclo tem 50 m e o espaço entre as quadriciclo tem 5 m.

Amanda	1 kg = 1 m 185s = 185m	Carla	1h = 1 m 110s = 110 m
--------	---------------------------	-------	--------------------------

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Observe que a resposta para o intervalo de tempo que Carla leva para chegar à escola apresentada pelo grupo G4 está incorreta, porém podemos perceber o equívoco cometido, o cálculo da distância entre a casa de Carla e a escola, por apresentarem um procedimento. O que não aconteceu com os grupos G2 e G6, que apresentaram, simplesmente, respostas finais, conforme exemplificado na resposta dada pelo grupo G6.

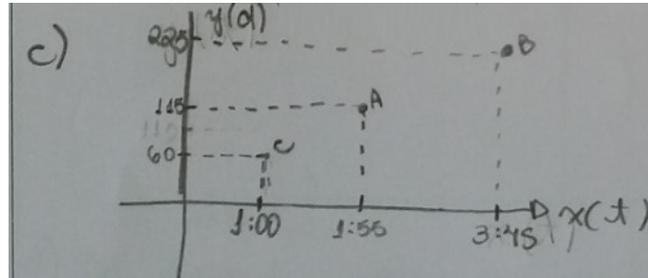
G6: Amanda gasta 8 minutos. Bernardo gasta 14 minutos. Carla gasta 4 minutos.

Na letra C da tarefa, construção do gráfico, o que já havia sido verificado durante o desenvolvimento da atividade ficou evidenciado nos relatórios. Os estudantes não estavam acostumados, ou não sabiam relacionar as grandezas com esquemas gráficos ou uma grandeza que depende de outra de forma gráfica.

Os grupos G5 e G7 fizeram a relação com os eixos x e y, respectivamente, representando tempo e posição, entretanto, não associaram a posição final como a escola. Sua

representação corresponde a saírem da escola e irem para suas respectivas casas. Além disso, não admitem a posição negativa, conforme a exemplificação apresentada na Figura 6.3a.

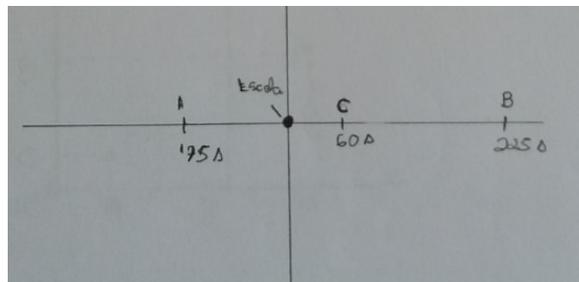
Figura 6.3a - Solução apresentada pelo grupo G7 para responder a letra C da tarefa 1.3.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

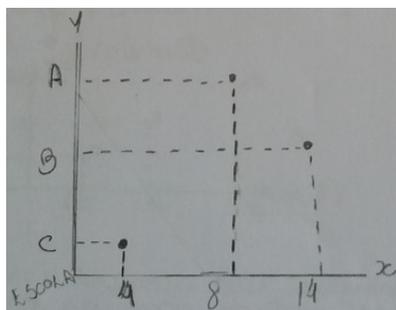
Os demais grupos não apresentaram gráficos que relacionavam, no plano cartesiano, o tempo e a posição. Fizeram representações esquemáticas do problema, mas que não traduziram os movimentos de Carla, Amanda e Bernardo, conforme podemos verificar nas Figuras 6.3b e 6.3c.

Figura 6.3b - Solução apresentada pelo grupo G3 para responder a letra C da tarefa 1.3.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Figura 6.3c - Solução apresentada pelo grupo G6 para responder a letra C da tarefa 1.3.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

As escritas, para o segundo item do relatório, consistiram, em alguns grupos, em respostas específicas para a tarefa proposta, como é o caso dos grupos G6 e G7.

G6: Cada aluno tem um determinado tempo.

G7: A gente aprendeu que mesmo os alunos tendo a mesma passada, gastam tempos diferentes para chegar à escola.

O grupo G1 deu destaque para as grandezas trabalhadas, distância, tempo e velocidade. O grupo G5 enfatizou a interação entre as duas áreas do conhecimento, Física e Matemática.

G1: Nós aprendemos a ter noção de tempo, distância e velocidade.

G5: Aprendemos que o tempo envolve todas as coisas, e vimos como a Matemática e a Física andam juntas.

Os grupos G3 e G4 não apresentaram o segundo item do relatório, e o grupo G2 apresentou aprendizagem de caráter procedimental e atitudinal.

G2: Aprendemos que temos que nos esforçar mais para conseguir pensar na maneira que iremos resolver os problemas.

As escritas do terceiro item do relatório de todos os grupos que fizeram essa parte, G1, G2, G5, G6 e G7, persistiram em falar sobre o problema, não apresentando comentários gerais, mais livres, em relação às suas considerações sobre a atividade, mesmo que alguns grupos tenham citado a palavra interesse, conforme exemplificado nas escritas abaixo.

G1: Nós calculamos a distância e convertemos em tempo e procuramos desenvolver o resultado que obtivemos.

G2: Ela despertou bastante interesse em nós, porque percebemos a diferença que todos temos de onde moramos, a nossa distância (da escola) e o tempo (intervalo de tempo para chegar à escola).

Quando os grupos foram determinar o tempo que Carla levava para chegar à escola, verificamos que a determinação da distância percorrida e correspondente intervalo de tempo

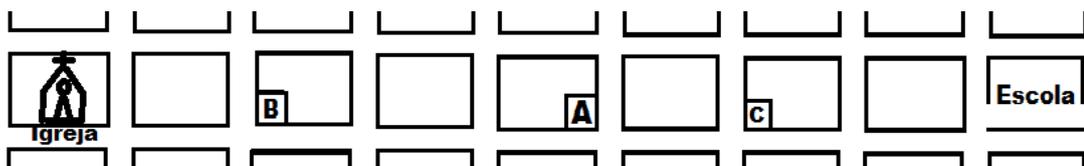
consistiu em um problema para muitos estudantes, exigindo estabelecer estratégias de solução que compreendiam as transformações de unidade, os cálculos para o deslocamento, a interpretação da velocidade, o uso de regra de três simples ou a utilização da expressão. Porém, ao procederem à obtenção do intervalo de tempo gasto por Bernardo e Amanda, o até então problema teve característica de exercício. Peduzzi (1997) salienta que à medida que são desenvolvidos novos conhecimentos e habilidades, os problemas se transformam em “exercícios de aplicação”.

As operações realizadas pelos estudantes para determinar a velocidade em metros por segundo, as regras de proporcionalidade utilizadas na solução e o uso da expressão são indícios do uso da Matemática na solução do problema físico. Identificamos a potencialidade do uso de resolução dos problemas abertos e fechados tendo a Matemática como estruturante do pensamento físico, conforme destacado por Mannrich (2014). O envolvimento dos estudantes na solução dos problemas, identificado também nos relatórios, se dá pelo fato de eles perceberem o problema concreto e vivenciado por eles (KARAM, 2012).

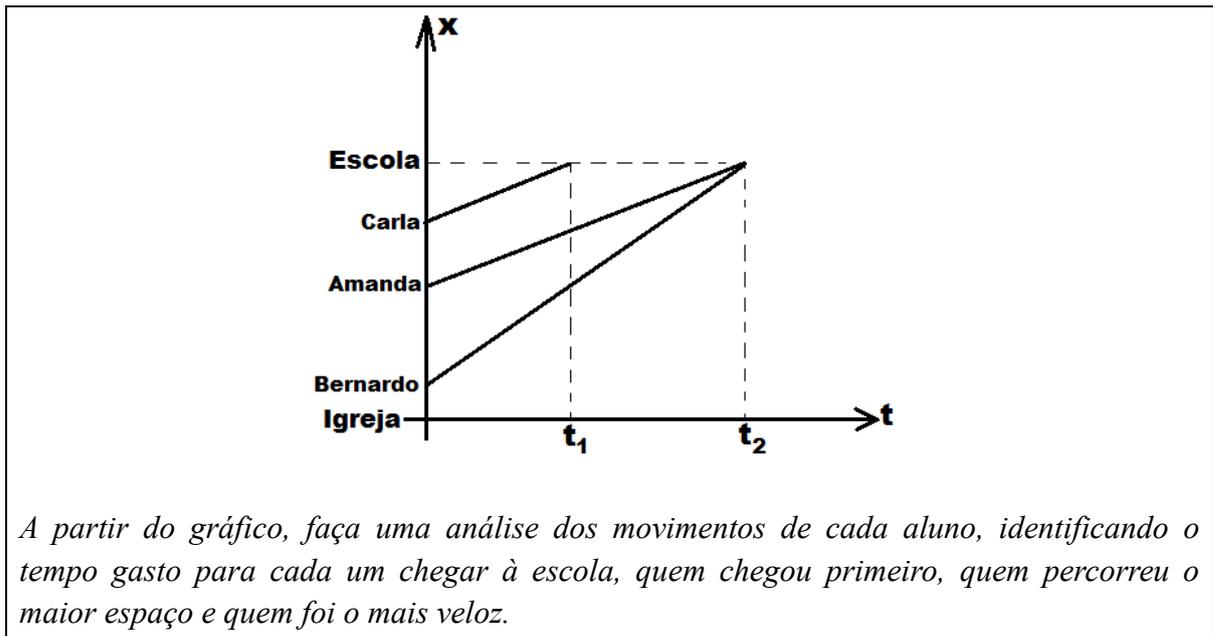
No momento do desenvolvimento da tarefa, percebemos o início do estabelecimento de alguns passos. Começaram a criar uma ordem para a resolução do problema dado, alguns componentes ficaram responsáveis por determinar as medidas do espaço, fazendo as operações que julgaram apropriadas, enquanto outros conferiam os resultados, retomavam à leitura do problema quando achavam necessário, desenvolviam os cálculos necessários, conferiam os resultados, discutiam inconsistências. Clement e Terrazan (2012) apontam que, com o uso da resolução de problemas, o solucionador desenvolverá um processo de reflexão que culminará em uma sequência de passos e etapas necessários para a solução do problema.

6.4 Aula de 29 de agosto de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 1.4

Em um determinado dia, Bernardo, Amanda e Carla resolveram dormir na casa de seus respectivos tios e acabaram ficando a diferentes distâncias de sua escola, considerando-se a igreja como origem das posições.



O gráfico a seguir representa o movimento de cada um.



Na atividade anterior, os estudantes mostraram grandes dificuldades na representação gráfica solicitada. Sendo assim, antes de iniciarmos a tarefa 1.4, retomamos a tarefa 1.3. Utilizamos dados fornecidos, os cálculos do intervalo de tempo para Carla, Amanda e Bernardo chegarem à escola foram refeitos, utilizando as proporções e a expressão da velocidade média. De posse dos intervalos de tempo e das posições, foi traçado o plano cartesiano e a escola foi indicada como origem das posições. As posições iniciais dos três estudantes foram representadas no instante inicial zero, tomando-se o cuidado de explicar os sinais negativos e positivos adotados para as posições das casas dos três estudantes. Descrevemos a relação entre as posições e o seu deslocamento em função do tempo, indicando o que denominamos como movimento progressivo e retrógrado, a partir do referencial adotado.

Após as discussões referentes à tarefa 1.3, a tarefa 1.4 e os relatórios foram entregues aos grupos. Foi salientado que, na tarefa anterior, a partir dos resultados, eles construiriam o gráfico. Nessa nova tarefa, tendo o gráfico eles iriam buscar os resultados.

Observando as discussões nos grupos, foi verificado que muitos estudantes conseguiram identificar graficamente que Carla foi a primeira a chegar à escola.

Estudante A37 do grupo G7: *Carla chegou primeiro, pois ela fez um tempo menor de percurso.*

O diálogo estabelecido no grupo G6 foi bastante interessante e indica que eles estavam atentos a vários fatores, mas sem desconsiderar as informações contidas no gráfico.

Estudante A31 do grupo G6: *O problema não está falando que eles saíram no mesmo horário, podemos falar que Bernardo saiu mais cedo de sua casa, com isso ele vai chegar primeiro.*

Estudante A30 do grupo G6: *Mas, e o gráfico? Não quer dizer isto não!*

Estudante A32 do grupo G6: *O pior é que agora estou com dúvida, eu procurei no Google e não achei nada parecido.*

Estudante A29 do grupo G6: O professor disse que deveríamos explicar minuciosamente e isto tornaria a resolução correta.

Ao observar as discussões no grupo G2, ouvimos a argumentação da estudante A9.

Estudante A9 do grupo G2: *Carla é mais rápida, pois ela chegou primeiro.*

Nesse momento, houve uma intervenção por parte do professor, questionando se aquele que chegou primeiro necessariamente é o mais rápido.

Estudante A9 do grupo G2: *“Então, mais veloz vem de velocidade”*

A intervenção ocorreu com toda a classe, solicitamos que todos tivessem atenção à expressão da velocidade média escrita na lousa, analisamos que maior variação do espaço em um mesmo intervalo de tempo vai identificar que o corpo possui uma velocidade maior. O estudante A27 do grupo G5 logo socializou com todos:

Estudante A27 do grupo G5: *Então, vai ser Bernardo, pois ele de 0 a t_1 teve maior deslocamento.*

Com a conclusão apresentada por A27, foi enfatizado que a observação realizada por A27 corresponde a observar a inclinação da reta, de forma que o maior deslocamento, no mesmo intervalo de tempo, resulta, graficamente, numa reta com maior inclinação, portanto o mais veloz é o que possui maior inclinação da reta no gráfico de seu movimento.

A estudante A9 do grupo G2, que se mostrava confusa em relação a chegar primeiro e ter maior velocidade, indaga:

Estudante A9 do Grupo G2: *Então Carla chegou primeiro porque mora perto da Escola?*

Convidada a continuar expondo seu raciocínio, a estudante A9 explicou seu pensamento em relação à análise do gráfico e ela mostrou por meio de sua linguagem:

Estudante A9 do grupo G2: *Veja aqui, no gráfico: a inclinação de Carla é menor que a inclinação de Bernardo.*

O estudante A29 do grupo G6 faz um questionamento, de em razão de o problema não ter nenhum dado numérico.

Estudante A29 do grupo G6: *Isto não tem a ver com Física, seria Física se o problema, pelo menos, tivesse dado um horário.*

Professor: *Como assim?*

Estudante A29 do grupo G6: *Poderia, pelo menos, colocar o horário de saída de Bernardo, por exemplo, 11:30.*

Estudante A38 do grupo G7: *Qual é a posição inicial?*

Estudante A2 do grupo G1: *Podemos colocar um tempo inicial para eles? Podemos utilizar as mesmas medidas das ruas e dos quarteirões do problema anterior?*

Professor: *Não são necessários dados numéricos, apenas observem o gráfico e observem se as medidas são maiores ou menores.*

Estudante A15 do grupo G3: *Pode colocar o tempo de 15 minutos para t_1 e o tempo de 30 minutos para t_2 ? Com isso, tendo as medidas dos quarteirões, posso calcular a velocidade.*

Percebemos aqui a dificuldade dos estudantes em resolver o problema sem os dados numéricos. Diferentemente da tarefa anterior que apresentava valores numéricos, o desconforto para apresentar soluções para o problema foi bastante elevado. Acreditando na possibilidade de fazer as generalizações necessárias posteriormente, o professor comunicou à classe que poderiam estabelecer valores numéricos para a solução do problema caso achassem necessário.

As reclamações foram resultado de considerarem o problema muito difícil de solucionar. Ao darmos liberdade à forma de solucioná-lo, os estudantes começaram a perceber a simplicidade do problema e que a solução se daria pela leitura e análise dos gráficos. A estudante A18 se expressou diante de todos.

Estudante A18 do grupo G3: *Não importa o tempo (valor para o tempo). O objetivo é chegar à escola. Com isso, Carla chegou primeiro pois t_1 é menor que t_2 . Mas, Amanda e Bernardo chegaram juntos no instante t_2 .*

O estudante A27 do grupo G5 mostrou para seus colegas que quanto mais inclinada é a reta, mais rápido é o estudante, mostrando que Bernardo é mais veloz e, nem por isso, chegou primeiro.

Estudante A27 do grupo G5: *A inclinação representa a velocidade, por isso que aquele atleta mais rápido do mundo faz aquilo com os braços. Agora, não vou mais esquecer.*

O estudante A27 levantou-se e fez a inclinação com os braços e continuou: *Bernardo mora longe e tem que ter uma velocidade maior que a de Amanda para chegar junto com ela.*

Identificamos que a tarefa é muito útil para analisar movimentos, por meio do gráfico e suas inclinações.

Análises dos Relatórios da Turma

Verificamos que os estudantes não entenderam o comando do relatório ao explicar os procedimentos que utilizaram para obter a resposta dos problemas, simplesmente escrevendo as respostas. Em alguns casos, percebemos a tentativa de justificar a resposta, mas nem sempre a justificativa foi adequada, como exemplificado nas respostas dos grupos G1, G2, G3 e G7.

G1: *Carla foi a primeira a chegar pelo fato que o tio dela morar mais perto da escola e os outros alunos não. A mais veloz foi Amanda e quem percorreu maior espaço foi Bernardo.*

G2: *Carla chegou primeiro à escola porque ela estava mais perto. Já Bernardo, que mora mais longe, foi mais veloz, porque Amanda mora um pouco mais perto da escola e os dois chegaram juntos.*

G3: *Podemos concluir que Carla foi a primeira a chegar, pois está mais próxima. O percurso de Bernardo é maior do que o de Amanda... Bernardo foi o mais rápido pois chegou ao mesmo tempo que Amanda, sendo que a mesma mora próximo ao local da escola.*

G7: *Carla foi a primeira a chegar, pois é a que mora mais perto da escola, porém Bernardo foi o mais veloz, pois, que ainda morando bem longe, alcançou Amanda e chegaram juntos à escola.*

Nas quatro respostas apresentadas acima, verificamos que justificam o fato de Carla chegar primeiro pela proximidade, como se esse fosse o fator determinante para a conclusão. Além disso, o grupo G1 equivocou-se em relação ao mais veloz.

O grupo G6 fez a escolha de determinar valores numéricos para o problema, mas equivocou-se na leitura do gráfico ao considerar tempos iniciais diferentes para cada

estudante, chegando a resultados incompatíveis com a representação gráfica, identificando de forma adequada apenas o fato de Bernardo percorrer a maior distância.

As respostas apresentadas pelos grupos G4 e G5 estão em acordo com as informações contidas nos gráficos, respondendo às três questões solicitadas, mas sem apresentarem como as conclusões foram obtidas.

G4: Carla chegou primeiro, Bernardo percorreu o maior espaço e Bernardo foi o mais veloz, pois Amanda estava a 3 quarteirões dele (a frente de Bernardo) e mesmo assim chegaram juntos.

G5: Identificamos o tempo, vimos que Carla gastou menos tempo, estando em uma distância menor, e Amanda e Bernardo gastaram o mesmo tempo, Amanda estando em uma distância mediana e Bernardo sendo o mais distante. Carla chegou primeiro, e quem percorreu o maior espaço foi Bernardo, sendo também o mais veloz.

Para o segundo item do relatório, os relatos escritos se mostraram mais satisfatório. As escritas se referem à tarefa, mas sem destacar a situação específica tratada no problema, fazendo uma consideração mais geral, conforme verificamos nas escritas dos grupos G1 e G4.

G1: Aprendemos a analisar o gráfico pelos dados que o compõem.

G4: Aprendemos que só de analisar os gráficos retiramos várias conclusões.

As escritas dos grupos G2, G3 e G7 ainda se referiram à especificidade do problema, mas se mostram bastante satisfatórias, em relação à leitura do gráfico, como forma de obter informações sobre o movimento.

G2: Conseguimos analisar o gráfico vendo apenas a localização de cada um em relação à igreja e à escola.

G3: Observamos o gráfico e analisamos a distância, o tempo e a rapidez dos indivíduos.

G7: Aprendemos que, através da análise de um gráfico, podemos determinar quem foi o mais veloz e também quem percorreu o menor caminho.

Os relatos dos grupos G5 e G6 não mencionaram o gráfico e apresentaram uma resposta de caráter atitudinal.

G6: Entendemos que se saímos de casa mais cedo, chegamos à escola mais cedo.

Curiosamente, o terceiro item do relatório, no qual os grupos puderam expressar-se com liberdade em relação à tarefa, continuou sendo apresentado como uma resposta associada aos conceitos ou procedimentos da tarefa. As palavras “dificuldade” ou “interesse” parecem se fazer presentes para responder à orientação desse item. Conforme podemos verificar nas escritas dos grupos G1, G2, G3 e G4.

G1: A maior dificuldade foi determinar qual aluno chegou em primeiro, identificar o mais veloz e quem percorreu maior espaço.

G2: Ele nos deixou interessados em querer analisar sobre o problema. E percebemos que, às vezes, alguém que mora mais longe pode chegar mais rápido do que quem mora perto.

G3: Podemos dizer que nos despertaram interesse a observação e a resolução do gráfico.

G4: Analisamos o trajeto de cada um, tivemos algumas dificuldades para chegar ao resultado dos trajetos.

O grupo G7 apresentou uma escrita relacionada ao segundo item do relatório, enquanto o grupo G5 apresentou uma escrita mais apropriada ao primeiro item.

G7: Concluimos que nem sempre precisamos de contas para saber quem foi o mais veloz e quem percorreu lentamente.

G5: Nós vimos os tempos t_1 e t_2 e após vimos a relação entre o tempo e a distância apresentada no gráfico. Vimos que Amanda e Bernardo saíram de suas casas ao mesmo momento e também chegaram no mesmo momento, mas percorrendo distâncias diferentes. Já Carla percorreu uma distância menor e chegou em menos tempo.

O grupo G6 destacou a relação da Física com o cotidiano e exaltou a questão atitudinal, ressaltando que aquele que saiu mais cedo de casa não se atrasa.

Na atividade 1.4, enfatizamos a leitura e interpretação dos gráficos posição *versus* tempo, buscando relacionar a velocidade com a inclinação da reta. Constatamos que os estudantes apresentaram grande dificuldade ao fazer a leitura do gráfico, o que nos remete à tarefa 1.3, percebendo a incoerência em propor que os estudantes construíssem um gráfico

com maior complexidade que o da tarefa 1.4, sem nem mesmo termos desenvolvido as habilidades relacionadas à leitura e representações gráficas.

Ao apresentarmos uma atividade à qual os estudantes mostraram grande dificuldade, percebemos a insatisfação da turma, acarretando uma estagnação e mesmo um início de desistência em realizar a tarefa. Oliveira (2016), em seu primeiro estudo, revela que as dificuldades das questões fazem com que os estudantes tendam a se estabilizar em determinada dificuldade, ou seja, os estudantes se estagnam em níveis de dificuldade.

Echevarría e Pozo (1998) afirmam que nem sempre é fácil identificar os processos ou passos que precisam ser seguidos para se resolver um problema, e isso se agrava, quando os estudantes possuem outras dificuldades. Reconhecemos, na leitura dos gráficos, um fator de dificuldade que agravou, consideravelmente, o processo de resolução do problema. Sendo assim, é necessário que o professor faça maiores interferências e desenvolva, com os estudantes, as habilidades necessárias para sanar, ou minimizar, tais dificuldades antes de propor o problema propriamente dito.

Costa (2005) revela que, na Resolução de problemas, os estudantes possuem uma grande dificuldade de compreensão, interpretação e modelagem do enunciado, discordando de muitos professores que possuem um pensamento intuitivo a respeito da dificuldade encontrada na aprendizagem de Física, associadas apenas às habilidades técnicas da matemática.

Avaliamos que, mesmo diante das dificuldades e dos momentos de insatisfação com a tarefa, conseguimos contornar o problema e ter os estudantes envolvidos no processo. Os resultados de aprendizagem alcançados se mostram em crescimento, verificando apropriações dos conceitos para a solução do problema e indícios de generalizações dos conhecimentos que vêm sendo construídos. Para Clement e Terrazan (2011), a resolução de um problema por investigação permite um contínuo envolvimento ao longo de todo o processo, proporcionando um melhor entendimento conceitual da Física, na busca de justificar suas próprias resoluções.

6.5 Aula de 03 de setembro de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 2.1

Um caminhão tanque possui uma torneira mal fechada. Ao movimentar-se deixa cair gotas de água no chão, com a mesma distância uma da outra. Qual a velocidade do caminhão?

Antes de iniciarmos a tarefa 2.1, que daria início ao estudo do movimento retilíneo uniforme, recapitulamos as atividades anteriores, falando da proposta das aulas e das tarefas.

Explicamos de forma simples, o porquê de termos alguns problemas ditos abertos e outros fechados e o que são problemas e o que são exercícios. Salientamos que eles estavam estranhando um pouco as atividades, porque elas consistiam em problemas que exigiam deles pensar num processo para a solução e não na aplicação direta de um conhecimento.

Retomando as tarefas anotadas em seus cadernos, foi reforçada a ideia de intervalo de tempo. Na segunda tarefa, foram destacadas as interferências provocadas pela escolha de caminhos (trajetórias) na direção do movimento. Na terceira tarefa, aplicamos os conhecimentos da Matemática e as grandezas: intervalo de tempo, distância percorrida e velocidade. Em seguida, explicamos novamente a representação do movimento de forma gráfica, mostrando a noção de referencial e colocando alguns imóveis urbanos como origem das posições. Na sequência, construímos gráficos, exemplificando diferentes origens e apresentando situações de movimento com velocidade constante, destacando a relação entre a inclinação da reta e a velocidade.

Na revisão da tarefa 1.4, fizemos, em conjunto, a releitura do gráfico, analisando as posições iniciais, os instantes e as inclinações das retas, identificando que Carla e Amanda possuíam a mesma velocidade por apresentarem inclinações iguais e que Bernardo era mais veloz que Amanda e Carla por ter um ângulo de inclinação maior. Nesse momento, um estudante interveio:

Estudante A31: Mas Carla chegou primeiro que Bernardo? Como pode isso acontecer?

Voltando ao gráfico escrito na lousa, identificamos que todos partiram no mesmo instante, todos saíram de suas casas no instante identificado como tempo zero.

Estudante A32: Agora entendi! Nem tinha percebido o início das retas na posição zero do eixo x.

Concluindo a revisão, questionamos se as tarefas estavam entendidas e se estavam claros os motivos da proposta de trabalho, tendo resposta imediata,

Estudante A26 do grupo G5: Entendemos. O meu grupo achou muito interessante fazer esses exercícios.

Professor: *Vocês já haviam feito algo desse jeito nas minhas aulas ou em outras antes?*

Turma em coro: Não!

Professor: *Então, não são exercícios, são problemas.*

Estudante A2 do grupo G1: *Agora entendi o que é um problema.*

Três estudantes levantam o braço e deram suas opiniões:

A12: *Eu não sabia que para fazer Física não era necessário ter dados numéricos.*

A31: *Eu gostei das tarefas, só não gostei de fazer os gráficos!*

A16: *Entendi como os conceitos matemáticos ajudam na interpretação dos conceitos físicos.*

A tarefa 2.1 foi entregue e percebemos o efeito positivo da conversa inicial com a recapitulação das atividades anteriores. As discussões nos grupos logo se iniciaram e existia uma organização na tentativa de buscar a solução para o problema proposto. No grupo G4, destacamos o diálogo no grupo.

Estudante A14: *Acho que a velocidade deste caminhão é a mesma!*

Estudante A16: *Como você sabe disto?*

Estudante A14: *Os espaços entre as gotas são os mesmos.*

Estudante A13: *Então, se ele tivesse aumentado a velocidade, os espaços entre as gotas seriam maiores cada vez mais?*

Estudante A14: *Acho que sim!*

Notamos que não estavam conseguindo encontrar uma maneira de obter a velocidade, apenas de descrevê-la. O estudante A27 do G5 levantou-se da carteira e começou a soltar objetos em intervalos de tempo, supostamente iguais, enquanto caminhava. Na sequência argumentou com seus colegas de grupo.

Estudante A27 do grupo G5: *Prestem atenção, a cada passo que dou eu abandono um objeto, mostrando que a cada instante estou nesta posição.*

A estudante A28 do grupo G5: *Para calcular a velocidade, basta termos a distância e o tempo.*

Nesse instante, outro estudante gritou, “*Já pegaram a camisa para o jogo?*” Os estudantes iriam disputar um torneio de futsal no segundo horário e eles estavam preocupados por causa da classificação da classe. Houve total dispersão da tarefa, e foi difícil a retomada da atividade, em especial nos grupos G6 e G7.

A atividade foi retomada, mas claramente não mantiveram a mesma concentração estabelecida no início do processo.

Análises dos Relatórios da Turma

Analisando as escritas do primeiro item do relatório, identificamos que a pergunta foi mal formulada, deveríamos perguntar “como poderíamos determinar a velocidade do caminhão?”. A forma com que a pergunta foi feita comprometeu a escrita desse item do relatório.

As escritas de G2 e G3 indicam claramente a falha na formulação do problema.

G2: Para sabermos a velocidade, deveríamos saber a distância e o tempo ...

G3: Analisamos a questão e concluímos que não há nenhum tipo de informação sobre a distância que o caminhão percorre ou sobre o tempo gasto. Então concluímos que não é possível calcular sua velocidade.

Os grupos G1 e G4 apresentaram a mesma escrita, mas explicitaram que poderiam concluir que a velocidade era constante.

G1: Não podemos saber a velocidade exata do caminhão, mas sabemos que é uma velocidade constante pelo fato de que as gotas caem na mesma distância uma da outra.

G4: Não saberemos a velocidade certa do caminhão, mas podemos dizer que sua velocidade é constante porque ela não muda.

Diante das escritas apresentadas, consideramos o desenvolvimento da atividade bastante satisfatório, em especial destacamos a escrita do grupo G5.

G5: Como não temos informações para, de fato, descobri-la, a única informação que temos é que as gotas caem na mesma distância, uma da outra, com isso constatamos que a velocidade é constante, seja ela qual for. Mas ela pode ser alterada caso o caminhão acelere

e isso seria identificado pela distância entre as gotas, que aumentaria. Poderíamos achar a velocidade também usando a distância entre as gotas e o tempo que demora entre as mesmas.

Os grupos G6 e G7 não apresentaram respostas coerentes com o problema, acreditamos que tenha sido uma consequência da dispersão dos grupos em função do jogo que se aproximava.

No segundo item do relatório, respostas relacionadas, exclusivamente à tarefa, permaneceram presentes, fato constatado nos grupos G3, G5, G6 e G7 e exemplificado abaixo.

G3: Sabemos que sem os dados não é possível calcular a velocidade do caminhão, aprendemos que para resolver a questão a mesma precisa ter fundamento e sentido.

Os grupos G1, G2 e G4 apresentaram respostas mais generalizadas em relação à tarefa proposta.

G4: Podemos raciocinar muitas coisas somente com lógica, sem precisar de muitas contas.

As escritas para o terceiro item só foram apresentadas pelos grupos G1, G2, G3 e G4, os demais não apresentaram nenhum comentário. As dificuldades apontadas referiram-se à interpretação e à falta de dados numéricos. Dentre todas, destacamos a resposta dada pelo grupo G3, que reforça nossa análise em relação à formulação da pergunta.

G3: Tivemos dificuldades em compreender a tarefa, pois a mesma pede algo impossível de se calcular.

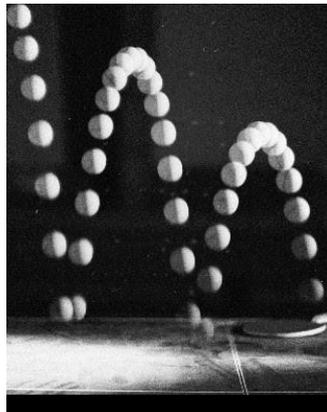
Para Facchinello (2008), os estudantes possuem uma dificuldade de se expressar, pois seus conceitos intuitivos não possuem validade científica, havendo a necessidade de transformar esta linguagem em um conceito cientificamente aceito. Nesse caso, o professor precisa estar preparado para intervir no processo e sanar as dificuldades encontradas. Verificamos tal fato ao recapitularmos as atividades com os estudantes. A discussão da realização de suas tarefas com maior formalização dos conceitos trabalhados auxiliou de modo significativo à realização e às discussões da tarefa 2.1.

Para Onuchic (1999), o professor que prepara as suas tarefas com objetividade possui grande influência no processo de aprendizagem e possui, também, um efeito direto na realização das tarefas. Saliencia ainda que existem palavras e conceitos que devem ser inseridos ou formalizados após a conclusão da tarefa, para o enriquecimento da linguagem e da interpretação de fenômenos. Especialmente, no caso de classes com muitos estudantes, recomenda-se que o professor dê uma pausa e faça uma discussão coletiva e auxilie os estudantes no esclarecimento de suas atividades e, em seguida, dê sequência ao processo e o conclua (CLEMENT; TERRAZZAN, 2012).

6.6 Atividade de 03 de setembro de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 2.2

Em uma “brincadeira” infantil de se tentar ver quem conseguiria fazer com que uma bolinha de tênis alcançasse a maior altura após ricochetear no chão, levantou-se em nosso clube de ciências a seguinte questão: “seria possível fotografar o momento exato em que a bolinha estivesse no ponto mais alto de sua trajetória, para que se pudesse descobrir essa altura?”. Depois de muito pensar e analisar como funciona uma máquina fotográfica, chegamos à conclusão de que com o auxílio de uma lâmpada estroboscópica obteríamos o que desejávamos: o registro da trajetória de objetos em movimento. Estávamos prestes a entrar no mundo da estroboscopia.

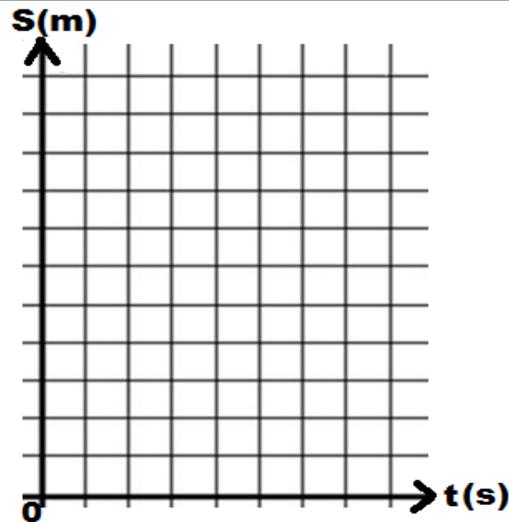
Figura 1: Foto estroboscópica de uma bolinha



Fonte: Fotos... (2019)

Mas o que é estroboscopia? A estroboscopia consiste na observação de um fenômeno muito rápido com o auxílio de um aparelho que o ilumina, com clarões breves e periódicos, registrando suas posições sucessivas.

Um estudante, ao verificar fotografias estroboscópicas de três corpos em movimento num determinado intervalo de tempo, verifica que a cada segundo as posições são registradas de acordo com as Figuras abaixo.



- B) Qual é o domínio do gráfico?
- C) Identifique a posição inicial e a velocidade de cada corpo.
- D) Qual seria a posição de cada corpo no instante $t = 10s$? Explique, em seu relatório, o mecanismo que você utilizou para encontrar este resultado.
- E) Qual dos gráficos possui uma inclinação maior e por quê?
- F) Como poderíamos encontrar a posição de um móvel tendo a sua posição inicial e a sua velocidade para um instante de tempo desconhecido?

Na tarefa 2.1, que aconteceu no primeiro horário, os estudantes estavam dispersos, em decorrência do jogo que iria ocorrer no segundo horário. O retorno à realização da tarefa 2.2 não foi nada bom. Os estudantes estavam preocupados com o resultado do jogo, perderam e estavam entre os últimos classificados dentre as classes do primeiro ano.

Com certa dificuldade em conseguirmos a atenção dos estudantes, iniciamos a aula esclarecendo, mais uma vez, a forma como o relatório deveria ser respondido, pois as respostas dadas como questionário se mantinham.

A tarefa foi distribuída e sua leitura, com toda a classe, foi realizada pelo professor na tentativa de mobilizar os estudantes para o início da atividade. Os grupos começaram a fazer a tarefa.

Observando o desenvolvimento nos grupos, todos estavam iniciando a tarefa com certa facilidade, apenas um grupo solicitou a ajuda do professor. O grupo, ao iniciar o preenchimento da tabela, cometeu um erro, colocando como primeiro instante de tempo 1,0 s (um segundo), além de não saber que instantes seriam inseridos posteriormente. O auxílio dado pelo professor foi retomar o enunciado para que o grupo percebesse todas as informações relevantes. A leitura cuidadosa foi suficiente para que as tabelas fossem preenchidas.

Os demais grupos já realizavam a construção dos gráficos. No grupo G4, desenvolveu-se um diálogo, expressando as dificuldades.

Estudante A13: *Já apaguei este gráfico duas vezes. No eixo do tempo os tempos se encaixam, mas no eixo das posições, não.*

Estudante A12: *Podemos colocar no eixo das posições de dois em dois.*

Estudante A13: *Vai dar para colocar a posição do garoto a cada instante, mas não vai dar para colocar a da bicicleta e a do cavalo.*

Estudante A16: *Eu tenho uma ideia! Vamos colocar no eixo y de cinco em cinco.*

Ao verificar dificuldades semelhantes em outros grupos, foi solicitado que o grupo G4 explicasse como eles resolveram o problema da escala adotada para toda a classe.

Ao tentar determinar o domínio, percebemos que vários estudantes não sabiam o que era o “domínio”, mesmo o assunto já tendo sido tratado em aulas anteriores, levantamos a questão para toda a classe.

Estudante A10: *Na tabela, não existe tempo negativo e, no gráfico, não existe o lado negativo do x.*

Professor: *Por isso utilizamos a nomenclatura \mathbf{R}_+ .*

Estudante A19: *Que legal, por isso que não podemos voltar ao passado!*

Estudante A6: *Então, o domínio é positivo.*

Professor: *Este tempo poderia ser fracionado ou decimal?*

Estudante A6: *Acho que sim!*

Professor: *O gráfico terá informações em qualquer instante que escolhermos, entre 0 e 1, 1 e 2, 2 e 3 e assim por diante.*

Os estudantes começaram a se dispersar e mais uma vez o item C foi lido para toda a classe, retomando as atividades que estavam sendo desenvolvidas nos grupos, mas com a participação coletiva de toda a classe.

Estudante A37 do grupo G7: *Esta é fácil! A posição inicial é o início de cada Figura.*

Estudante A27 do grupo G5: *Basta só olhar no gráfico de onde começam as retas.*

Para a obtenção da velocidade, ocorreram alguns equívocos, mas a classe compreendeu que o cálculo para se determinar o valor da velocidade seria obtido, tomando-se a variação de cada espaço dado na Figura no intervalo de um segundo.

Estudante A10 do grupo G2: *De quanto em quanto tempo que cada um anda é a velocidade?*

Estudante A9 do grupo G2: *Não é de quanto em quanto tempo, é o espaço percorrido a cada um segundo.*

Estudante A10 do grupo G2: *Logo, então, um vai andar 2 m/s, o outro 5 m/s e o outro 15 m/s.*

No item D, para calcular a posição no instante de 10 segundos, os grupos G1 e G4 utilizaram o desenho do problema para determinar a posição. O grupo G7 utilizou uma sequência numérica, a estudante A36 fez o seguinte comentário: *“Basta apenas colocar as posições e completá-las até chegar a 10 segundos”*. O grupo G5 utilizou regras proporcionais, o estudante A26 fez a seguinte operação: *“Muito simples, faz a proporção de quanto que cada objeto anda em 10 segundos e soma com a posição de onde ele saiu.”*.

Relacionar a inclinação do gráfico com a velocidade foi mais fácil, eles se lembravam das discussões de leitura dos gráficos das tarefas anteriores.

Durante a busca de solução para o item F, o comentário de uma das estudantes fez com que reformulássemos a questão.

Estudante A28 do grupo G5: *Não vai ter jeito, porque o tempo é desconhecido.*

Portanto, alteramos a questão para um tempo qualquer e durante a tarefa e fizemos a seguinte proposição.

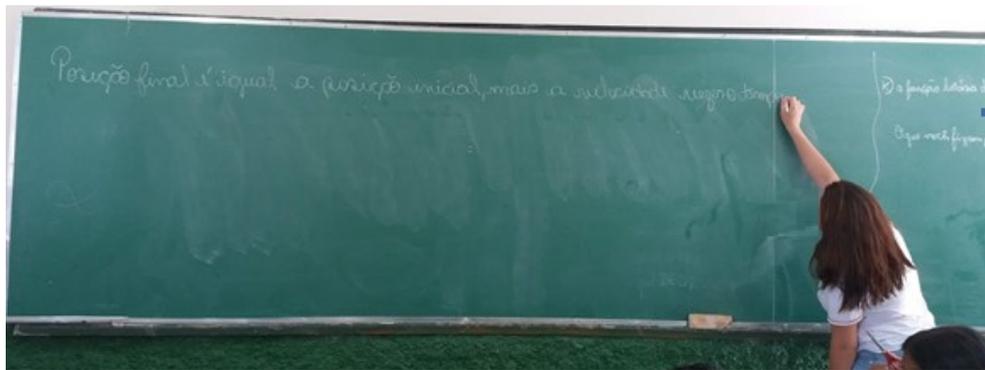
Professor: *Tentem achar a posição no instante de 50 segundos.*

Alguns falaram que iria demorar muito ou porque o desenho não caberia na folha ou porque teriam que fazer uma tabela muito grande. Retomamos a fala da estudante A26 do grupo G5 (*“Muito simples, faz a proporção de quanto que cada objeto anda em 10 segundos e soma com a posição de onde ele saiu.”*). A estudante A18 do grupo G3 conseguiu relacionar o que havia sido dito na seguinte frase, *“A posição final é igual à posição inicial somada com*

a velocidade vezes o tempo.”. Solicitamos que ela escrevesse na lousa a frase que havia sido dita. Na sequência, foi solicitado que ela abreviasse mais ainda a frase, lembrando a simbologia s para representar a posição, v para representar a velocidade e t para representar o tempo.

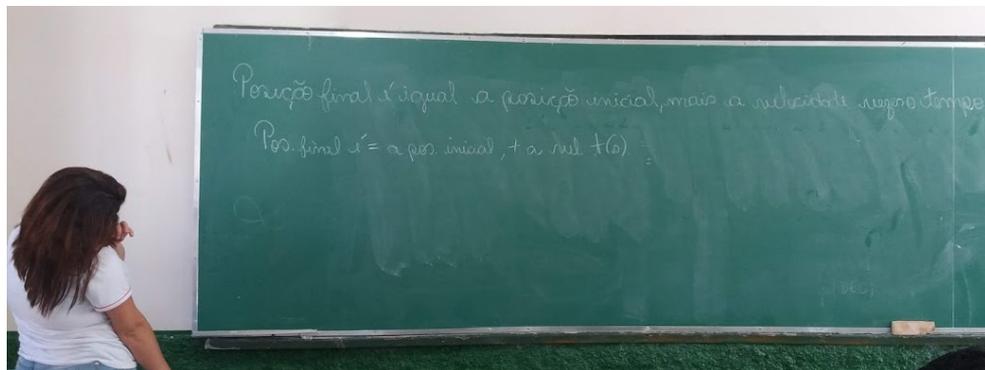
Na Figura 6.4a, 6.4b e 6.4c, apresenta-se o processo desenvolvido na lousa pela estudante.

Figura 6.4a - Construção da função horária das posições para o MRU – primeira etapa.



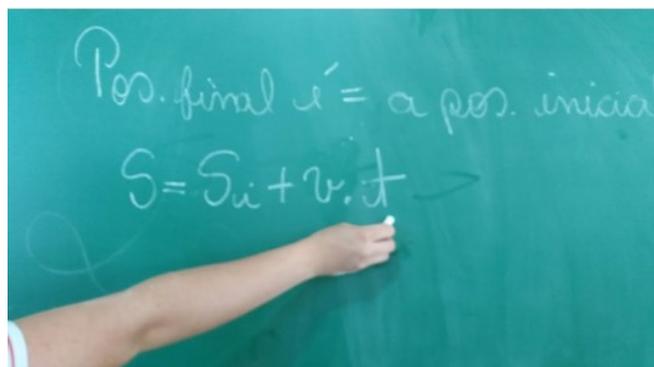
Fonte: Do autor (2019).

Figura 6.4b - Construção da função horária das posições para o MRU – segunda etapa.



Fonte: Do autor (2019).

Figura 6.4c - Construção da função horária das posições para o MRU – terceira etapa.



Fonte: Do autor (2019).

Com a apresentação da expressão, o professor falou com toda a classe: “Com esta fórmula, agora, podemos calcular a posição de qualquer corpo em movimento uniforme, tendo a posição inicial e a velocidade em qualquer instante”.

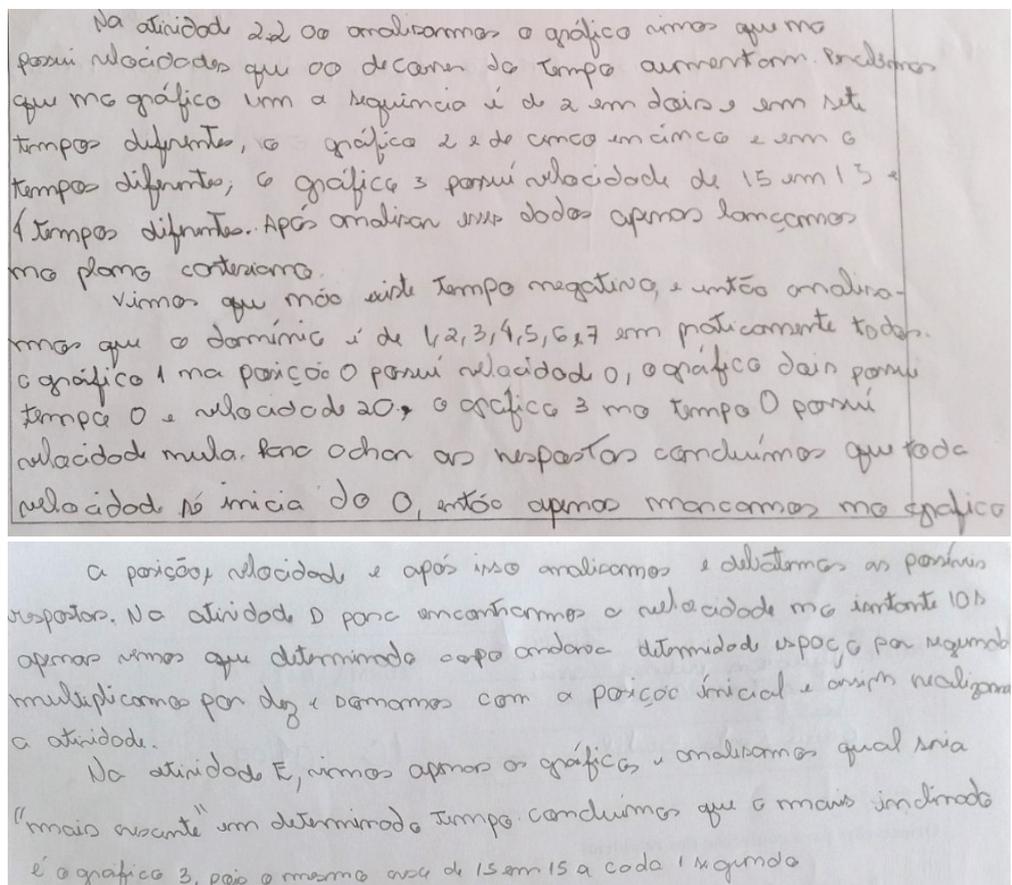
A tarefa foi longa, mas muito proveitosa. Concluímos todos os itens da tarefa, mas não houve tempo suficiente para o preenchimento do relatório, pois os poucos minutos restantes foram utilizados pela supervisora escolar, que necessitou dar um recado para a classe. A confecção do relatório ficou como tarefa para casa, com o compromisso de ser entregue na aula seguinte.

Análises dos Relatórios da Turma

Como essa tarefa apresentou muitas etapas de solução para o problema proposto, apresentaremos as imagens das resoluções dos grupos para o primeiro item do relatório, fazendo na sequência a análise de cada escrita. Salientamos que todos os grupos entregaram o relatório, que havia ficado como tarefa para casa.

Na Figura 6.5, apresentam-se as soluções do grupo G1.

Figura 6.5 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G1.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

O grupo G1 mostrou que conseguiu apresentar muitas soluções com análises fisicamente consistentes e de uma forma comprometida com a tarefa proposta. Devemos observar que conseguiu entender todo o processo de análises gráficas e de montagem de uma função, porém o grupo errou em um detalhe que foi a observação sobre a velocidade e acabou confundindo o aumento da velocidade com o aumento da posição e colocando a velocidade nula no ponto inicial. Percebemos que no domínio foram colocados apenas os inteiros positivos, mas foi identificado que o tempo pertencia aos reais positivos. Identificou que a velocidade é calculada, por meio do espaço percorrido pelo tempo, mas pode ser calculada por meio do espaço entre cada uma das Figuras, em um intervalo de um segundo. Apresentou confusão entre a posição inicial e a velocidade. Uma das frases que notamos foi que o grupo falou que todo movimento se iniciava do zero. Conseguiu entender o processo de cálculo da posição, mas persistiu a confusão entre posição e velocidade. Conseguiu analisar o gráfico e, por meio dele, descobrir qual o corpo mais veloz.

Na Figura 6.6 apresentam-se as soluções do grupo G2.

Figura 6.6 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G2.

(continua)

1) Primeiro olhamos os corpos e colocamos na tabela a posição foi até os 60 metros e os segundos até o 7. e depois fazemos o gráfico dos três corpos.

b) Porque com a explicação do professor, entendemos que o domínio dos Rt , pois não existe tempo negativo.

c) Depois, olhamos nos corpos e vemos que a velocidade do corpo 1 será de 2 m/s , corpo 2 de 5 m/s e o corpo 3 de 15 m/s .

d) Fazemos nos corpos e identificamos que no corpo 1 a posição de 10 s , seria 20 m . O corpo 2 na posição de 10 s , seria 70 m . O corpo 3 na posição de 10 s , seria 150 m .

e) Olhamos no gráfico e vemos que o corpo 3 tem a maior inclinação, por que sua velocidade foi maior.

f) Logo em seguida, olhamos a posição inicial e a final, mais a velocidade dos corpos e como pediu o tempo (t) no exercício, usamos a fórmula $S = S_0 + V \cdot t$, assim

Figura 6.6 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G2.

(conclusão)

figemos as contas e deram esses resultados para cada corpo.

Corpo a	Corpo b	Corpo c
$20 = 0 + 2 \cdot x$	$70 = 0 + 5 \cdot x$	$150 = 0 + 15 \cdot x$
$20 = 0 + 2x$	$70 = 0 + 5x$	$150 = 0 + 15x$
$2x = 20 + 0$	$5x = 70 + 0$	$15x = 150 + 0$
$2x = \frac{20}{2}$	$5x = \frac{70}{5}$	$x = \frac{150}{15}$
$x = 10$	$x = 14$	$x = 10$

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Em relação ao domínio, o grupo G2 não apresentou a análise numérica dos reais positivos, apenas especificou fisicamente o motivo de o tempo não poder ser negativo. Em relação à velocidade, vemos que o grupo calculou, usando apenas a diferença de espaço de cada Figura no intervalo de tempo. O grupo utilizou a própria Figura para calcular a posição no instante de 10 segundos, colocando, traço por traço, até encontrar o valor desejado. O grupo conseguiu relacionar a inclinação da reta com a velocidade encontrada. O grupo não entendeu a montagem da função horária de cada corpo, mas podemos perceber que o grupo conseguiu perceber uma aplicação da função horária, para determinar o instante correspondente às posições especificadas.

Na Figura 6.7, apresentam-se as soluções do grupo G3.

Figura 6.7 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G3.

- B) Não há número negativo no gráfico, pois um tempo não volta.
- C) Grupo 1: $s=0$ $v=2$, pois o mínimo anda 2s. Grupo 2: $s=0$ $v=5$, pois a velocidade aumenta a cada 5ms. Grupo 3: $s=0$ $v=15$, porque a cada galope equivale a 15 m/s
- D) Grupo 1: $s=20$, grupo 2: $s=70$ e o grupo 3: $s=140$, multiplicamos os 10s pelo deslocamento de cada corpo, porque corresponde aos seus deslocamentos.
- E) O grupo 3, porque a cada galope equivale a 15 m/s
- F) Para sabermos o resultado precisamos calcular distância, velocidade e tempo

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

O grupo G3 apresentou o domínio como sendo apenas a observação gráfica e, em seguida, que não há como ter tempo negativo, mas não apresentou o conjunto dos reais positivos. O grupo conseguiu descobrir os valores numéricos das posições iniciais e velocidade, porém fez confusão com a justificativa e com as unidades, misturando os conceitos de velocidade e posição. Conseguiu achar a posição no instante de 10 segundos, usando o produto da velocidade pelo tempo, mas não apresentou a soma desse produto com a posição inicial. Em relação à velocidade maior, o grupo não analisou o gráfico apresentando as suas inclinações, apenas olhou o valor numérico de maior módulo em cada Figura. O grupo mostrou as grandezas necessárias para calcular a função horária das posições, mas não mostrou como ela era montada, mas podemos ver que o grupo conseguiu entender a utilização da fórmula, de acordo com o item D da tarefa proposta.

Na Figura 6.8, apresentam-se as soluções do grupo G4.

Figura 6.8 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G4.

(continua)

01 - Para acharmos os ajustados dos corpos, foi simples... Só precisamos o tempo das bicicletas e dos cavalos. Para tirar o gráfico, foi um pouco complicado, todos nós do grupo tivemos dificuldades, mas conseguimos deixar todos os pontos assim como o professor PH mostrou, assim todos ficaram certos.

(b) $t = t_0 +$, pois não existe tempo negativo, chegamos nessa conclusão porque sabemos que o tempo sempre anda para frente, e nunca para trás. exemplo: Você nunca falou para um amigo te ensinasse algo menos de um minuto pois não tem como voltar no passado, e na matemática é igual uma vida.

(c) corpo 1 = 2 m/s
 corpo 2 = 5 m/s
 corpo 3 = 15 m/s

Conseguimos achar cada velocidade dando na tabela de cada corpo e percebendo que há um certo espaço entre cada tempo, ou seja, sendo corpo 1 de 2 em 2, $\frac{m}{s}$
 corpo 2 || 5 || 5 $\frac{m}{s}$
 || 3 || 15 || 15 $\frac{m}{s}$

(d) corpo 1 = $10 \frac{m}{s}$
 corpo 2 = $40 \frac{m}{s}$
 corpo 3 = $150 \frac{m}{s}$

Usamos a seguinte forma para acharmos a posição dos corpos, pegamos cada distância da velocidade e fomos aumentando de acordo com o tempo, até chegar nos 10 seg de cada corpo e colocamos a velocidade nesse instante.

(e) o corpo 3 possui a maior inclinação pois a sua velocidade é muito maior em relação aos outros corpos, enquanto o corpo 1 varia de 2 em 2 e o corpo 2 de 5 em 5, já o corpo 3 varia de 15 em 15, assim deixando-o mais inclinado.

Figura 6.8 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G4.

(conclusão)

Ⓕ Podemos calcular a posição de um móvel com o tempo desconsiderado apenas multiplicando $v \cdot t$ e somando a Posição Inicial, sendo assim mais fácil para calcular sem ficar confuso de \pm em \pm , igual fizemos uma questão anterior.

Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

O grupo G4 mostrou, de forma detalhada, como conseguiu encontrar cada ponto nas tabelas e mostrou o conhecimento em sequências numéricas, além de relacionar esse conhecimento com a velocidade, como sendo uma razão. Apresentou dificuldade em traçar o gráfico, mas mostrou que, com a ajuda do professor, entendeu a escala correta a ser aplicada. Em relação ao domínio, não mostrou o fato de apresentar os reais positivos, mas mostrou, fisicamente, por meio de um exemplo, que o tempo negativo seria valor impossível de se encontrar. Para encontrar a posição, no instante de 10 segundos, o grupo utilizou a sequência numérica, mas percebemos que ocorreu uma confusão de unidades, usando, em vez de metros, a unidade metros por segundo. Conseguiu fazer uma comparação entre a velocidade e a inclinação gráfica, mostrando que se o corpo possui uma velocidade maior que outro corpo, logo a reta terá uma inclinação maior. Conseguiu descrever a função horária das posições, por meio de uma generalização e, com isso, mostrou que, por meio desse método, podemos calcular outras posições sem a utilização de sequências numéricas.

Na Figura 6.9, apresentam-se as soluções do grupo G5.

Figura 6.9 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G5.

(continua)

1-Ⓐ Com as figuras como material, pegamos os metros em que os personagens estavam em cada segundo, e assim colocamos no gráfico e nas tabelas.

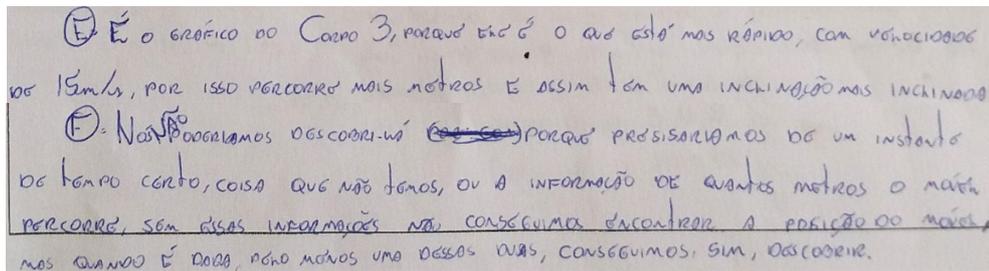
Ⓑ O domínio do tempo está no \mathbb{R} positivos, porque não existe tempo negativo.

Ⓒ Posição inicial do Corpo 1: 0m , Corpo 2: 20m , Corpo 3: 0m , achamos as posições vendo as informações das tabelas e figuras, e assim vimos o $S(\text{m})$ no $T(\text{s})$. A velocidade dos corpos foi descoberta após vendo a distância que o corpo percorre a cada segundo: Corpo 1: 2m/s , Corpo 2: 5m/s , Corpo 3: 15m/s .

Ⓓ Com a velocidade constante, a posição no instante 10 segundos no corpo 1 seria: 20m no corpo 2: 70m no corpo 3: 150m , porque o corpo 1 anda 20 metros desde o ponto 0 a 2m/s , o corpo 2 anda 50 metros, que seria somado aos primeiros 20 , chegando aos 70 metros andando a 5m/s , e o corpo 3 chegando a 150 metros, andando a 15m/s .

Figura 6.9 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G5.

(conclusão)



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

O grupo G5 conseguiu explicar como foi feito o preenchimento da tabela e da construção do gráfico de forma detalhada, mostrando que todos os dados foram coletados, por meio das Figuras, a cada posição indicada no intervalo de tempo de um segundo. O grupo especificou o domínio, por não ter tempo negativo, mostrando sua análise física e não matemática. O grupo apresentou a posição inicial, mostrando que a Figura ou a tabela mostram esses valores e que a velocidade poderia ser calculada no intervalo entre dois pontos de cada Figura, no intervalo de tempo descrito, que era de um segundo. Conseguiu determinar a posição no instante de 10 segundos, usando a proporção, mostrando que o grupo não utilizou a sequência numérica e, sim, o sistema de proporcionalidade. O grupo conseguiu analisar que o corpo com maior velocidade era o que tinha maior inclinação na reta, mostrando que o grupo estava entendendo todo o processo de análises gráficas. Em relação à função horária, percebemos que o grupo não conseguiu elaborar, mas sabia o funcionamento para encontrar qualquer posição sendo dado o tempo. Logo percebemos que o grupo não entendeu como gerar uma fórmula, mas conseguiu resolver o problema aritmeticamente.

Na Figura 6.10, apresentam-se as soluções do grupo G6.

Figura 6.10 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G6.

(continua)

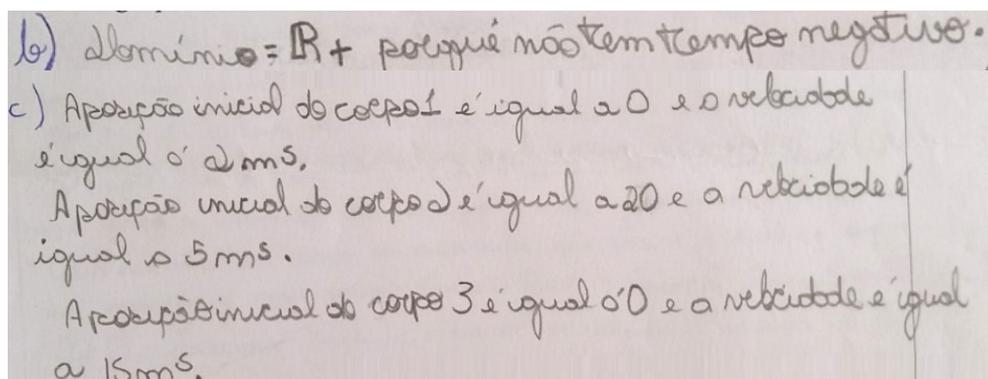
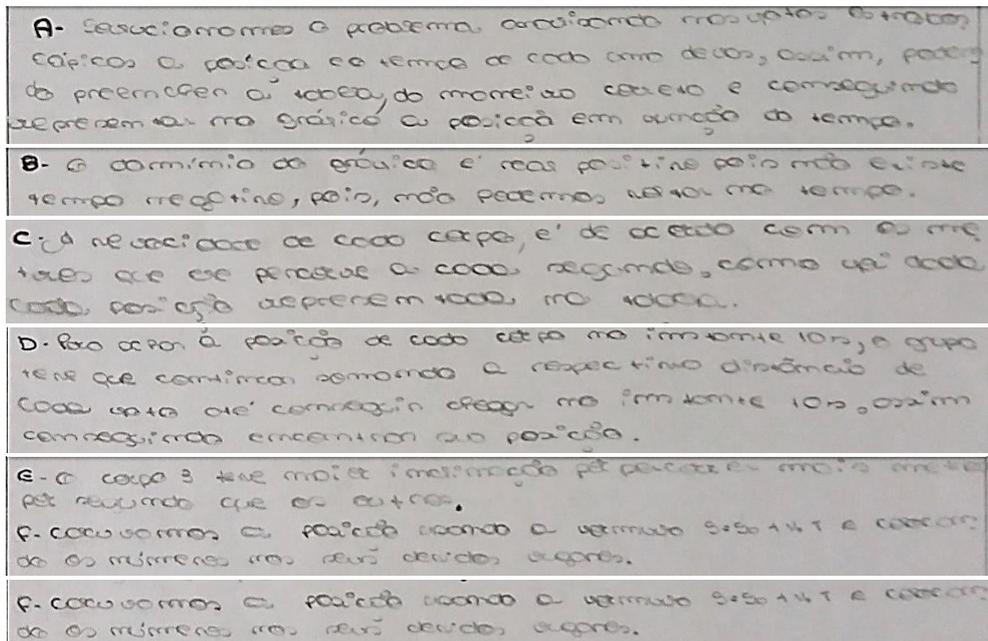


Figura 6. 11 - Primeiro item do relatório apresentado pelo grupo G7.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

O grupo G7, ao executar o item A, mostrou que os dados apresentados nas Figuras favoreceram para preencher a tabela e, em seguida, com esses dados, traçaram o gráfico. Em relação ao domínio, mostrou, de forma qualitativa, não apresentando que o domínio representa o tempo de forma numérica. Para o cálculo da velocidade, percebemos que o grupo entendeu que a velocidade é a variação de espaços iguais no intervalo de tempo. No cálculo da posição no instante de 10 segundos, o grupo utilizou a noção de sequência numérica para calcular a posição. Para a análise de qual corpo possuía a maior velocidade, o grupo associou a maior variação do espaço com a maior inclinação. Para o grupo, bastava apenas associar os dados com a função horária determinada, ou seja, substituir os dados dos problemas na fórmula para encontrar o que era procurado.

Em relação ao que foi aprendido na tarefa, respostas dadas ao segundo item do relatório, notamos que os grupos já generalizavam mais as suas respostas. A tarefa específica está presente, mas não é citada a situação problema de modo explícito, como verificamos em relatórios anteriores.

O grupo G1 mostrou conhecimento, mesmo com a confusão entre posição e velocidade, evidenciando que a tarefa favoreceu analisar a velocidade e que era possível, por meio de um gráfico, analisá-la e calculá-la a partir de dados numéricos.

G1: *Com esse trabalho, aprendemos analisar gráficos e compreender o que eles pedem (informam). Nessa atividade aprendemos que é possível calcular a velocidade por meio do gráfico, basta possuir a velocidade inicial (posições) e o tempo. Aprendemos o que significa domínio do gráfico e também concluímos que não é possível realizar determinada atividade se a mesma não possuir os dados iniciais.*

O grupo G2 fez uma observação importante: a análise dos dados para verificar o processo operacional na resolução de um problema. Em seguida, o grupo apresentou a necessidade de uma fórmula. Percebemos que o grupo G2 conseguiu entender o processo de generalização de um problema.

G2: *Aprendemos que, antes de tudo, devemos analisar os dados que temos e ver para o que vamos usá-los e fazer de acordo como o que se pede. Também aprendemos uma nova fórmula para descobrir as posições, tempo ou velocidade desconhecidos.*

Os grupos G3 e G7 apresentaram as grandezas que eram trabalhadas na tarefa, mas não evidenciaram nenhum conhecimento específico sobre a tarefa. É curioso o fato de grupo G3 escrever a palavra exercícios entre aspas, provavelmente se referindo a uma diferenciação entre exercícios e problemas.

G3: *A equipe conversou e chegou à conclusão final de que todos os “exercícios” dependem de tempo, velocidade e distância.*

G7: *Aprendemos que descobrimos a velocidade de acordo com a medida do que anda a cada segundo.*

O grupo G4 não mostrou o que aprendeu fisicamente com o problema, mas, por meio do item 1 do relatório, percebemos que o grupo, apesar da confusão de algumas unidades, conseguiu entender o problema e deu ênfase à aprendizagem em relação à confecção do relatório.

G4: *Aprendemos que não são difíceis esses relatórios, é só pensar e colocar em prática tudo que estudamos, mas é claro que deu um pouco de trabalho.*

O grupo G5 mostrou a relação Matemática e Física para a velocidade, mostrando que as grandezas atuantes podem desempenhar um papel importante na análise de proporcionalidade. Verificamos a análise quantitativa e qualitativa a respeito da velocidade ao associar distância e tempo.

G5: Aprendemos que o tempo e a velocidade se relacionam diretamente com a distância em que o corpo percorre, e também que o tempo não pode ser negativo.

O grupo G6 ressaltou a aprendizagem do tema como sendo útil nas aulas de Física e destacou a relação das atividades com situações cotidianas, dando significação para a aprendizagem de Física e Matemática.

G6: Nós aprendemos sobre velocidade e tempo, porque os exercícios nos fizeram pensar e raciocinar sobre a velocidade e o tempo. Com isso ficamos mais experientes, e, se isso cair em um exercício de Física, nós iremos resolver facilmente. Também aprendemos que podemos transformar uma coisa do cotidiano em Matemática.

As respostas ao terceiro item do relatório confirmam as nossas avaliações anteriores. Nota-se que os grupos já estavam mais iterados com o relatório, mostrando tópicos como dificuldades, comentário geral, interesses sobre os problemas apresentados e interação entre os grupos. Os grupos G1, G2, G4 e G6 foram os que abordaram esses aspectos, como exemplificado abaixo.

G1: Podemos dizer que a tarefa despertou o nosso interesse em Física, em gráficos e em como calcular a velocidade por meio deles. Tivemos dificuldades em realizar determinadas atividades da tarefa, pois não compreendemos (imediatamente) o que se pedia. Mas, debatemos e conseguimos entender. Na nossa opinião, a atividade foi fácil e estimulante ao raciocínio. O trabalho do grupo ocorreu de boa forma, entretanto alguns participaram mais.

G2: Essa atividade despertou interesse em nós para descobrir tudo o que se pedia, cada um se esforçou fazendo sua parte para acharmos os resultados. Mas tivemos dificuldades para saber o que usar nos problemas e como resolvê-los. A explicação do professor facilitou um pouco mais e conseguimos resolver a tarefa.

G4: *Despertou nosso interesse, aprendemos a trabalhar com a lógica um pouco mais da Matemática. Tivemos dificuldade só no gráfico mesmo, o resto foi bem tranquilo resolver. Aprendemos também que podemos transformar o nosso cotidiano em gráficos matemáticos.*

G6: *O aspecto em que mais apresentamos dificuldade foi no exercício D. O exercício era simples, mas, no começo, nós tivemos um pouco de dificuldade e começamos a discutir até achar um modo certo de fazer. As partes que nos despertaram mais interesse foram os exercícios D e E, porque eles foram mais difíceis e isso fez que tivéssemos mais discussões e várias comentários diferentes com várias ideias.*

A forma como decorreu o trabalho no grupo foi bem interessante, porque tivemos várias discussões e comentários variados para chegarmos à resposta correta.

Os grupos G3 e G7 apontaram a estreita relação da tarefa com a Física.

G3: *O trabalho teve um bom desempenho e aprendemos mais sobre a Física...*

G7: *Concluimos que conseguimos resolver problemas de Física usando conceitos matemáticos.*

O grupo G5 mencionou o aprendizado realizado, dando uma resposta mais adequada ao segundo item do relatório.

Os grupos começaram a explicar os procedimentos para a obtenção de respostas de forma mais organizada. Com isso, o relatório começou a surtir o efeito de estruturarem o pensamento matemático e físico. Na parte do que foi aprendido com o problema, verificamos que os grupos começaram a criar conceitos e apresentarem estratégias de aprendizagem na observação de fenômenos ao buscar regularidades. Nesse caso, as respostas encontradas possuíam mais significados para os grupos, mostrando que a Resolução de Problemas estava sendo mais eficaz, confirmando que a Metodologia de Resolução de Problemas é de grande significância dentro da Matemática e da Física. Para Allevato e Onuchic (2009), a Metodologia de Resolução de Problemas ajuda a construir conhecimentos relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos de forma mais significativa e efetiva. Karam e Pietrocola (2009) vislumbram perspectivas promissoras no trabalho de resolução de problemas para o desenvolvimento de habilidades estruturantes, por meio do desenvolvimento de estratégias didáticas a serem desenvolvidas mais bem exploradas e exemplificadas.

Nessa tarefa, os estudantes começaram a trabalhar regularidades e calcular, por meio de estimativas ou cálculos mentais. Onuchic (1999) apresenta uma caracterização com um

conjunto de fatos, dentro da Educação Matemática, na qual a Resolução de Problemas reflete uma tendência no domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento, por meio da rotina de exercícios mentais.

Verificamos que muitos estudantes encontram a resposta, utilizando diferentes estratégias, no caso, observando a Figura ou fazendo sequências numéricas. Nesse caso, Clement e Terrazzan (2012) mostram que a possibilidade e a utilização de diferentes estratégias de resolução são características importantes na resolução de problemas.

Ao apresentar folhas de atividades e textos explicativos, Guimarães (2010), no ensino de funções, por meio de Resolução de Problemas, relata que as atividades promoveram uma ligação entre a relação de forma espontânea e o conceito científico de funções, quando os estudantes perceberam padrões e construíram fórmulas, resultado que constatamos aqui no nosso trabalho.

Destacamos o aprendizado dos estudantes ao realizarem as tarefas na perspectiva que estávamos propondo, e também o aprendizado do professor em trabalhar com a Resolução de Problemas como estratégia de ensino. Domingos (2016) afirma que muitos cursos de licenciatura nas áreas exatas não trabalham a Modelagem Matemática ou a Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Percebemos que, de fato, trabalhar nessa perspectiva requer um aprendizado e reforçamos que tais estratégias sejam encaradas como fundamentais na formação de futuros professores de Matemática e Física.

6.7 Aula de 12 de setembro de 2018 – Primeiro horário: Tarefa 2.3

Um carro em perseguição a uma moto está a uma distância considerável atrás da moto. Qual a condição para que o carro alcance a moto?

Aguardando a chegada de estudantes que estavam atrasados para o primeiro horário, solicitamos aos estudantes que tomassem os seus lugares, sem formarem os grupos. Imediatamente houve um estranhamento.

Estudante A5 do grupo G1: *Nós não vamos mais fazer os trabalhos? Agora, que caprichamos na confecção do relatório.*

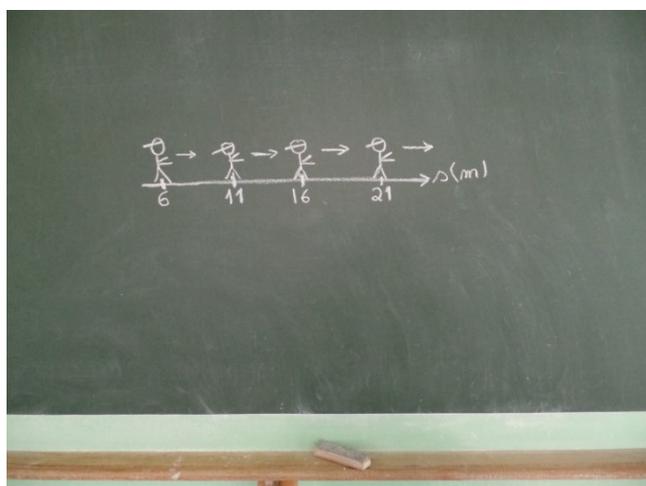
Professor: *Vamos sim, é que eu quero fazer uma recapitulação geral da tarefa anterior para o melhor entendimento da turma.*

Foi solicitado que os estudantes deixassem os relatórios em cima da mesa do professor e abrissem os seus cadernos na tarefa 2.2. Desde a primeira tarefa, os estudantes foram orientados a fixarem as folhas das atividades em seus respectivos cadernos, assim como anotarem todos os desenvolvimentos realizados para sua execução.

Pedimos que os estudantes falassem as respostas obtidas em cada item e essas foram anotadas na lousa. Dúvidas manifestadas pelos estudantes foram debatidas e tiradas.

Na sequência, foi exposto na lousa um exercício semelhante ao da tarefa 2.2, apresentado na Figura 6.12, e as mesmas perguntas foram feitas à classe.

Figura 6.12 - Esboço do exercício semelhante à tarefa 2.2.



Fonte: Acervo do autor (2019).

As respostas dadas ao exercício foram excelentes, a identificação da posição inicial, da velocidade e da função horária das posições foram respondidas sem grandes dificuldades.

Depois, os grupos foram formados e a tarefa 2.3 foi entregue. Imediatamente os estudantes começaram a se manifestar.

Estudante A14 do grupo G4: *Como eu posso escrever isto no relatório, se basta apenas o carro acelerar?*

Estudante A12 do grupo G4: *Mas a moto pode desacelerar.*

Estudante A19 do grupo G3: *Mas, é uma perseguição policial e não faz sentido diminuir a velocidade da moto.* Percebe-se que os estudantes fazem uso da palavra aceleração, mesmo não sendo um conceito discutido até o momento. A ideia era apresentar o movimento retilíneo uniforme, mas não houve qualquer tipo de inibição às discussões que se desenrolaram nos grupos. Abaixo as discussões realizadas no grupo G3.

Estudante A19: *Se o carro da polícia tem a mesma velocidade que a moto, sempre eles vão ficar a uma mesma distância um do outro.*

Estudante A17: *Se eles saem da mesma posição, eles vão ficar sempre um ao lado do outro se tiverem a mesma velocidade.*

Estudante A18: *Mas se o carro de polícia sair mais cedo, ele alcança a moto.*

Estudante A19: *Como a polícia vai sair mais cedo em uma perseguição se ela não foi avisada?*

Estudante A17: *Eu estou fazendo um esquema aqui, mas a moto está sempre na frente e o carro da polícia não consegue alcançá-la.*

Estudante A19: *É porque você está colocando a mesma posição inicial e colocando a moto com maior velocidade. Será que não poderíamos colocar a moto com menor velocidade e colocar posições iniciais diferentes?*

Circulando por todos os grupos durante o desenvolvimento da tarefa, percebemos que as confecções dos relatórios estavam mais organizadas e que os estudantes conseguiram entender o seu objetivo. O estudante A26 do grupo G4 observou que não é necessário o carro possuir uma aceleração para alcançar a moto e falou com bastante clareza aos seus colegas, após outras observações do grupo G4.

Estudante A26: *Se o carro possuir uma velocidade constante maior, ele consegue alcançar a moto.*

Estudante A27: *Mas a moto deve também ter uma velocidade constante menor.*

No grupo G6, o estudante A39 se refere à massa dos veículos e de estabilidade, “As massas dos dois vão influenciar na estabilidade. A moto pode cair se estiver com uma velocidade muito grande em uma curva e ela deve fazê-la inclinada.” A informação não apresentava informações necessárias à solução do problema do encontro entre dois móveis em movimento retilíneo, mas verificamos a relevância de apresentar um problema num contexto real.

A tarefa foi desenvolvida de forma mais organizada e ocorreu uma maior cooperação dos grupos ao desenvolverem os seus questionamentos e análises.

O problema proporcionou novas possibilidades ao entendimento da metodologia que o problema aberto pode produzir ao levantar hipóteses. Os grupos adiantaram o conteúdo, apresentando outros conceitos que seriam trabalhados em outras aulas. Percebemos que o

problema aberto ajuda na orientação de tarefas e com ele há um “mar” de possibilidades a serem desenvolvidas.

Análises dos Relatórios da Turma

Os grupos G2, G4 e G5 apresentaram possibilidades cotidianas para que a moto parasse e o carro a alcançasse, ou que o carro acelerasse, mas consideraram que o carro devesse apresentar uma velocidade maior para que pudesse alcançar a moto. O grupo G5 ainda apresentou outros fatores como o atrito com o chão, as curvas, as habilidades dos pilotos, a estabilidade, os fenômenos naturais.

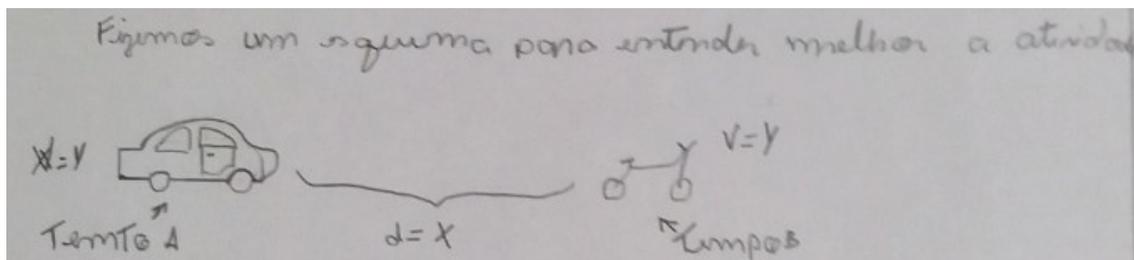
G2: Suponhamos que, durante a perseguição, possa aparecer algum obstáculo no caminho, como, por exemplo, um pedestre ou um animal, ..., um caminho onde a moto pare e o carro não, um lugar sem saída; ou então que a velocidade do carro seja maior, ele acaba ultrapassando a moto.

G4: Nós utilizamos uma maneira que acontece no nosso cotidiano, ou que nós mesmos fazemos acontecer, que é quando tem um carro a nossa frente e precisamos alcançá-lo; então nós aceleramos, aumentamos a velocidade. Esse exercício foi questão de lógica e conhecimento. Ele tem que acelerar, pois para que ele consiga alcançar a moto, ele precisa de mais velocidade, sendo assim possível o carro ficar na mesma posição da moto ou até mesmo ultrapassá-la se aumentar sua velocidade.

G5: Pensando nos possíveis casos, vimos que a condição é que o carro acelere ou que a moto desacelere, mas ambos os pontos podem ser influenciados por muitos fatores, como o trânsito, em que a moto iria mais rápido, a chuva, em que o carro iria mais rápido por ter mais área de contato com o asfalto, as condições e o tipo de estrada, se há muitas curvas, e considerando esse fator entramos também no caso de quanto estável o carro é, se ele faz bem as curvas e também em relação aos pilotos de ambos os veículos. Mas, a velocidade de um dos veículos (o da frente) tem que ser menor que a do outro para que exista uma aproximação.

O grupo G3 fez um esquema do problema, mostrando o carro em perseguição à moto apresentado na Figura 6.13. Vê-se que o grupo começou a entender o problema, mas não apresentou considerações a respeito das velocidades dos dois veículos.

Figura 6.13 - Esquema apresentado pelo grupo G3, como resposta ao primeiro item do relatório da tarefa 2.3.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

Os grupos G1 e G7 apresentaram respostas bem simplificadas, considerando apenas a aceleração do carro de trás, enquanto que G1 apresentou, também, a possibilidade de a moto frear.

G1: *Nós chegamos a conclusão de que, para o carro alcançar a moto, a moto deve frear ou o carro acelerar.*

G7: *Se o carro acelerar e ficar com maior velocidade, ele alcançará a moto.*

O grupo G6 apresentou que o procedimento de resolução do problema foi a discussão entre os elementos do grupo, mostrando que no problema aberto a discussão pode apresentar meios de resolução de um problema aberto. Entretanto, não apresentou uma conclusão para que ocorresse o alcance.

G6: *O procedimento usado foi a partir do comentário de cada um, pois a questão que estamos discutindo é aberta.*

Em relação ao que foi aprendido, resposta dada ao segundo item do relatório, mais uma vez, estava associada, diretamente, à tarefa proposta, o que foi caso de G1, G2, G4, G5, G6 e G7. Como exemplos, temos a resposta dada pelo grupo G1.

G1: *Aprendemos a trabalhar com as possibilidades de um objeto alcançar o outro com variações de velocidade.*

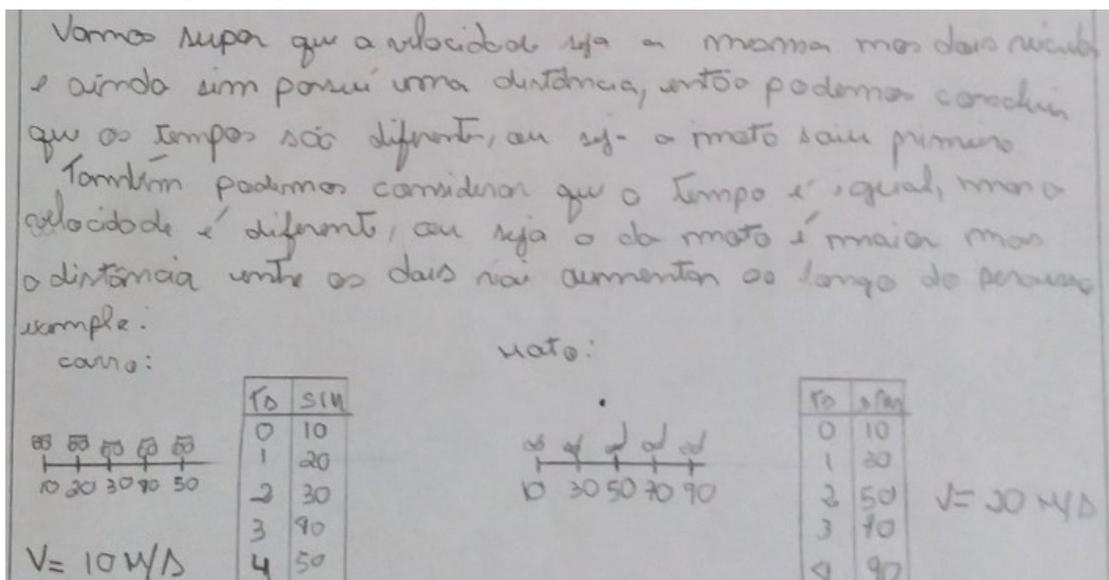
Destacamos ainda um comentário feito pelo grupo G6 em relação à estratégia utilizada na sala de aula. E a resposta dada pelo grupo G4, que considerou a necessidade de prudência no trânsito.

G6: *Aprendemos que nós usamos os comentários como forma de aprender e para essa atividade raciocinamos que...*

G4: *... quando estamos numa rua dirigindo, ou pilotando, não podemos abusar, nem rápido demais, nem muito devagar. Mas, sim, sempre respeitando seu velocímetro e todos que ali estão. Sendo assim, ninguém passará raiva e todos dirigirão com segurança.*

O grupo G3 apresentou o seu raciocínio para a resolução do problema. Entendemos que o grupo conseguiu mostrar as possibilidades de encontro e ultrapassagem, utilizando métodos quantitativos durante a resolução. Entretanto, sua resposta ao segundo item não apresentou o que foi aprendido com a atividade. Sua resposta está mais adequada ao primeiro item do relatório, conforme ilustrado na Figura 6.14.

Figura 6.14 - Resposta apresentada, pelo grupo G3 ao segundo item do relatório da tarefa 2.3.



Fonte: Relatório dos estudantes (2019).

As respostas ao terceiro item do relatório voltaram a ser direcionadas à tarefa, para a sua solução. Mesmo apresentando as palavras “interesse” ou “dificuldade”, não fizeram uma exposição geral de suas apreciações, como percebemos na resposta dada pelo grupo G5.

G5: *Primeiramente pensamos em como o carro poderia alcançar a moto e depois pensamos nos fatores que poderiam interferir no processo, parte que foi mais discutida no grupo. O trabalho ocorreu fluidamente e não tivemos muitas dificuldades em fazê-lo.*

O grupo G1 foi o que apresentou a resposta mais próxima ao que foi pedido no terceiro item do relatório.

G1: A tarefa despertou nosso interesse pelo fato de envolver Física e variações de velocidade. Não tivemos dificuldades pela discussão que tivemos para descobrir uma resposta exata, e o desenvolvimento do trabalho obteve opiniões diferentes entre os componentes do grupo, e os debates levaram à resposta.

Nesse problema aberto, verificamos o surgimento de várias possibilidades de respostas e interpretações a respeito do problema apresentado. Tal como destacado por Clement e Terrazan (2012), verificamos que esse problema, por ser associado a uma situação real, abriu espaço para discussões mais amplas. Os resultados encontrados na realização da tarefa estão em acordo com os resultados de Biasoto (2010), que ressalta a motivação proporcionada pelos problemas propostos, mobilizando para a realização da tarefa e apresentando conhecimentos e habilidades de forma conceitual, durante a situação apresentada. Destacamos o fato de que, mesmo na expectativa de trabalharmos o movimento retilíneo uniforme, os conhecimentos cotidianos dos estudantes fizeram com que os mesmos considerassem as situações reais, rodovias com curvas e movimentos com aceleração.

Nas gravações, temos a fala de uma estudante que comenta a possibilidade de a moto encontrar um semáforo no vermelho, fazendo com que a moto parasse e o carro de polícia conseguisse alcançá-la. Em contrapartida ao comentário, um estudante argumentou que se é uma perseguição policial isso nunca iria acontecer, pois a moto não iria respeitar o semáforo no vermelho. Esse fato demonstra que a resolução de problemas em grupos faz com que o pensamento crítico surja a todo instante. Peduzzi (1997) afirma que a discussão nos grupos contribui para um posicionamento mais crítico e um envolvimento mais produtivo com novas situações-problema.

6.8 Aula de 12 de setembro de 2018 – Terceiro horário: Tarefa 2.4

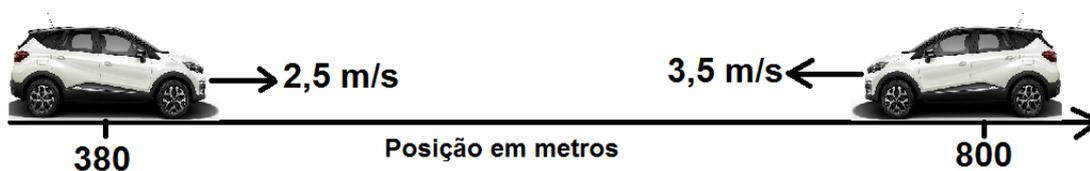
Dada as Figuras abaixo.

Figura 1 – Carros em ultrapassagem



Fonte: Do autor (2019).

Figura 2 – Carros em encontro



Fonte: Do autor (2019).

A) Determine o tempo de encontro de cada par de móveis.

B) Represente graficamente a posição e o instante de encontro de cada Figura acima.

Para o desenvolvimento da tarefa 2.4, o professor, ao chegar à sala, encontrou todos os estudantes já organizados em grupos, seguindo a orientação deixada ao término da aula anterior. Assim, imediatamente, a tarefa 2.4 foi distribuída aos grupos.

Os grupos tinham cinco minutos para lerem a tarefa e começarem a pensar em formas de solucionar o problema. Passados os cinco minutos, foi observado que o procedimento para solucionar o problema, determinar o instante e posição do encontro, era o uso de tabelas, esquemas e contas aritméticas. No grupo G6, a construção dos gráficos, item B da tarefa, foi considerada como forma de solucionar o que era pedido no item A.

Estudante A32: *Se fizermos um gráfico, poderemos perceber que o veículo de trás possui maior velocidade e terá maior inclinação e o da frente, tendo uma menor velocidade, vai ter uma inclinação menor.*

Estudante A31: *Logo, as retas vão se encontrar em um ponto. Mas, qual ponto é esse?*

Estudante A29: *Se fizer uma função horária?*

Ao se levantar e ir ao grupo do lado e ao voltar ao seu lugar, a estudante A30 deu outra solução para o grupo.

Estudante A30: *O grupo G2 fez uma tabela. Eu acho que vai ser mais fácil fazer uma tabela.*

Estudante A29: *Eu faço a função e você faz a tabela. No final a gente compara os nossos raciocínios.*

Para a primeira situação apresentada, os valores das posições e velocidades foram escolhidos para dar a possibilidade de termos soluções com diferentes tipos de representações. Portanto, estávamos alcançando nossos objetivos.

Como o problema retomava, com valores numéricos, o mesmo tipo de problema da tarefa 2.3, a possibilidade de mudança na velocidade foi considerada e, diante da dúvida, a estudante A12 do grupo G4 questionou em voz alta:

Estudante A12: *PH, os dois carros possuem sempre a mesma velocidade?*

Professor: *Sim, o movimento é retilíneo e uniforme.*

Após o comentário do professor, verificam-se os comentários no grupo G5.

Estudante A25: *Como a gente havia visto na tarefa anterior, o que possui velocidade maior irá alcançar o que possui velocidade menor. Logo, haverá um encontro, pois um anda de três em três e outro anda de dois em dois.*

Estudante A26: *Podemos fazer por tabela, como disseram outros grupos. Mas podemos fazer por função.* (Os estudantes desse grupo interagiram com outros colegas de outros grupos.)

Estudante A27: *Eu prefiro fazer por um caminho que gaste menos tempo.*

Estudante A26: *É só fazer isto, coloco as sequências uma embaixo da outra. A hora que der o resultado igual, a gente para.* (Orientando a construção da tabela, considerada como o modo mais fácil de solução)

No grupo G2, a proposta de solução caminhava na direção do uso das funções.

Estudante A10: *Temos que encontrar um tempo para multiplicar nas duas velocidades e depois somar a posição inicial de cada um.*

Estudante A8: *Isto que você falou foi a função horária de cada um.*

Estudante A6: *Mas depois que temos a função horária, o que temos que fazer?*

Os estudantes entenderam o movimento e os conteúdos administrados na tarefa 2.2, mas precisavam encontrar alternativas para a solução do problema. Deixamo-los livres para solucionar o problema relacionado à situação descrita na Figura 1 da tarefa. Fizemos a opção de fazer interferências apenas na situação representada pela Figura 2. Entretanto, uma interferência foi necessária, em decorrência de uma dúvida trazida pelo estudante A27 do grupo G5, “*Qual tempo vou usar para iniciar o movimento?* Percebendo que estavam tendo dificuldades de associar o tempo inicial como sendo a origem dos tempos que seria $t = 0$, foi alertado a todos que deveriam considerar o tempo inicial igual a zero. Pouco tempo depois, o estudante A27 responde: “*Agora, deu, PH!*”.

Para responder ao item A, considerando os dados da Figura 2 da tarefa 2.4, os estudantes estavam fazendo tabelas enormes e começaram a ficar um pouco desmotivados, por estarem demorando a obter a solução. O estudante A6 do grupo G2 questionou em voz alta: “*PH, não tem jeito, estamos fazendo uma tabela e ela não tem fim.*” A estudante A28 do grupo G5, que também optou por fazer tabelas, fez a seguinte reclamação: “*Deste jeito vou ficar até amanhã!*”.

Percebendo a agitação da classe e a desmotivação pela dificuldade em encontrar a solução, o professor fala com todos.

Professor: *Montem as funções horárias e pensem o que significa o momento do encontro.*

Estudante A39: *Você vai igualar as duas, porque a posição de encontro é a mesma. Agora, entendi.*

Professor: *Utilizem as funções para solucionar o primeiro problema.* (Figura 1 da tarefa 2.4)

Como vários grupos já haviam encontrado a solução para a situação apresentada na Figura 1, consideramos que seria interessante confrontar os resultados pelos dois métodos de solução. A estudante A3 do grupo G1 logo conseguiu solucionar o problema pela função

horária e foi solicitado que ela fosse à lousa e apresentasse o desenvolvimento do problema para todos.

Após a explicação dada pela estudante A3, muitos estudantes começaram a equacionar o problema, encontrando a solução pelas funções horárias e comparando com os resultados encontrados, por meio das tabelas ou dos esquemas construídos.

Orientados a voltarem para o problema da Figura 2, os grupos começaram a investir na solução com o uso das funções horárias, enquanto outros grupos insistiram nas tabelas, obtendo, após certo tempo um resultado final. Para os grupos que haviam utilizado as tabelas, foi orientado que eles buscassem a solução, utilizando as funções horárias, seguindo o mesmo procedimento utilizado na solução da primeira situação.

Novos problemas apareceram, tentando seguir o mesmo procedimento da situação da Figura 1, não consideraram que um dos veículos da Figura 2 possuía um movimento retrógrado e a consequência foi encontrar resultados inconsistentes.

Estudante A6 do grupo G2: *Eu fiz isso (seguiu o mesmo procedimento), mas não existe tempo negativo.*

Professor: *Repare que o movimento do carro com velocidade de 3,5 m/s está no sentido contrário ao do carro com velocidade de 2,5 m/s. Um sai da posição 380 metros e um segundo depois está na posição 382,5 metros, mas o outro carro sai da posição 800 metros e um segundo depois está na posição 796,5 metros. Assim, quando escrevemos a sua função horária significa pensar que a velocidade deve ser considerada negativa.*

Estudante A3 do grupo G1: *Entendi. (apontando para 3,5m/s) Por isso que estava achando que tinha alguma coisa errada, o meu também havia dado o tempo negativo.*

Os estudantes conseguiram encontrar a posição e o tempo e pareciam estar mais confiantes nos resultados encontrados. Terminando a aula, já com pouco tempo restante, o professor sintetizou, no quadro, os resultados obtidos nos grupos e fez um esboço dos gráficos, destacando que os gráficos poderiam ser uma forma de apresentar as situações descritas, conforme destacado pelo grupo G6 no início da aula.

Análises dos Relatórios da Turma

Nesta última análise, percebemos que os grupos começaram a entender a aplicação da fórmula do movimento uniforme ou a aplicação dos conceitos de funções em problemas que trabalham uma generalização.

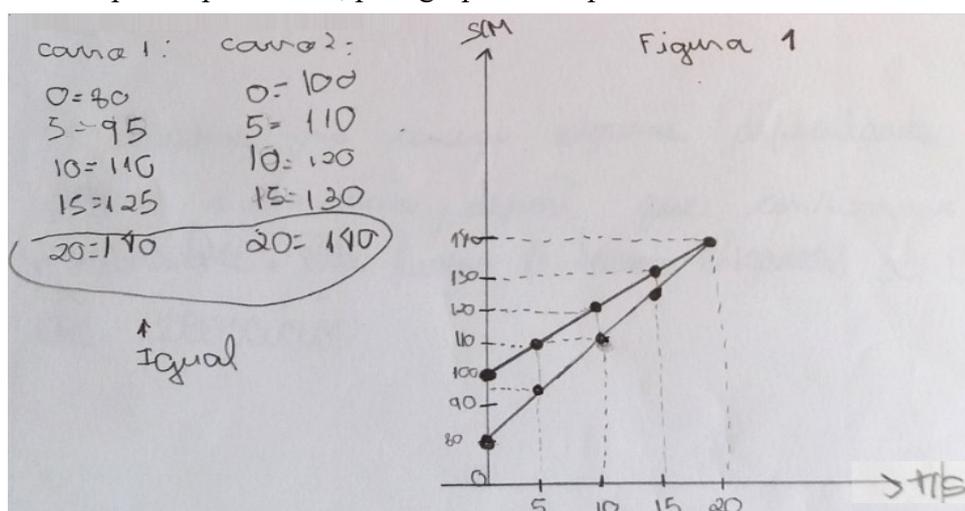
Os grupos G1, G4 e G5, em resposta ao primeiro item do relatório, descreveram o uso das tabelas e das funções horárias, sendo que o grupo G1 apresentou os seus cálculos para a obtenção dos instantes de encontro e o esboço do gráfico para a primeira situação. O grupo G5 fez uma avaliação do uso dos dois processos, como destacado abaixo.

G5: Para conseguirmos chegar aos resultados, utilizamos duas técnicas diferentes. Na primeira, utilizamos um método usando a tabela, o que foi mais demorado. E na segunda, usamos uma fórmula $s = s_0 + v.t$, e assim conseguimos mais facilmente achar os resultados, colocando-os no gráfico.

O grupo G3 apresentou o encontro da primeira Figura, fazendo o processo por tabela, porém mostraram o pensamento aritmético da função horária em toda a sua resolução. Em seguida, apresentaram a resolução gráfica, conforme apresentado na Figura 6.8.1. Não apresentaram no relatório nenhum procedimento referente à segunda situação.

G3: Primeiramente, analisamos a questão, concluímos que a velocidade do carro 1 era 3m/s e a do carro 2 era de 2m/s. A proposta da atividade era descobrir qual o tempo em que os dois veículos vão se encontrar. Para calcular a posição multiplicamos a velocidade pelo tempo e somamos a posição inicial e concluímos que: (apresentam a Figura 6.15).

Figura 6.15 - Resposta apresentada, pelo grupo G3 ao primeiro item do relatório da tarefa 2.4.



Fonte: Relatório dos alunos (2019).

Os grupos G2, G6 e G7 apresentaram apenas as funções horárias como forma de solucionar o problema. O grupo G2 explicitou todos os cálculos, apresentando resultados

corretos para os instantes em que ocorreram os encontros, mas cometeram erros de operações elementares nos cálculos das posições dos encontros, acarretando construção gráfica incorreta. O grupo G6 apresentou uma resposta direta, salientando diretamente o uso da função horária e o grupo G7 indicou mais detalhes sobre a forma que procederam.

G7: Utilizando a seguinte fórmula “ $s_F = s_I + vxt$ ”, identificamos a velocidade, posição inicial de cada móvel, assim encontrando o tempo de encontro deles.

Em relação ao que ocorreu de aprendizagem, resposta ao segundo item do relatório, os grupos G1, G3, G4, G5, G6 e G7 destacam o uso da função horária como meio de obter o resultado com mais exatidão e com maior rapidez, como a resposta dada por G5.

G5: Aprendemos que, com as fórmulas, as questões ficam mais fáceis e rápidas de serem executadas.

O grupo G2 destacou o uso do gráfico na representação do movimento.

Os interesses e as dificuldades são apresentados no terceiro item do relatório, mostrando que os grupos estavam mais focados e estavam interessados, não só em encontrar uma solução, mas em aprender. Com certeza, a facilidade percebida pelos estudantes do uso da função horária recebeu o grande destaque na tarefa.

G6: Tivemos, no começo, algumas dificuldades em como fazer o exercício. Depois que conversamos, entendemos a atividade. Pela função horária, chegamos à conclusão do exercício.

Terminadas todas as tarefas de M.R.U., verificamos que foram abordadas todas as representações de funções nas tarefas dos grupos. Os estudantes, para conseguirem responder à tarefa, utilizaram tabelas, gráficos e equações, podendo-se perceber que os grupos começaram a ter uma apropriação do conhecimento e, com isso, todas as tarefas contribuíram para a realização da transição entre os pensamentos algébricos e físicos que foram apresentados, ao longo de todas as atividades apresentadas. Para Brandão (2014) e Guimarães (2010), os estudantes, ao entender e ao formularem problemas, aprendem uma nova linguagem para lidar com contextos que envolvem funções e o seu conceito científico.

Como eram tarefas inéditas, a partir do conteúdo matemático, os estudantes mostraram dificuldades, em alguns momentos, mas percebemos que essas dificuldades fizeram parte do processo de aprendizagem. Para Clement e Terrazzan (2012), essas atividades deixam de ser repetitivas e possuem um caráter de reprodução que configura situações-problema desafiadoras que ativam o pensamento e a criatividade dos estudantes. Por meio desse fato, pode ser comparado o grau e o tempo de resolução de um indivíduo para outro. Costa (2005) apresenta a diferença entre o especialista e os novatos na Resolução de Problemas. O novato tem uma representação ingênua, desenvolvendo questões, por meio de situações reais do mundo, enquanto que os especialistas vão mais além, nessa representação, atribuem um modelo mental mais poderoso. Completando com Pimenta (2013), os *experts* realizam análises qualitativas do problema antes de utilizarem equações, enquanto que os novatos estão preocupados com os dados numéricos e qual fórmula irá resolver o problema proposto.

Percebe-se que os grupos começaram a interagir com mais objetivos e organização, mostrando que as dificuldades existiam, mas os integrantes dos grupos propunham novas discussões à resolução do problema. Peduzzi (1997) considera que o problema bem estruturado e as participações entre os grupos certamente estimulam a colaboração entre diferentes indivíduos durante todo o processo.

Por fim, os estudantes começaram a ler e interpretar os problemas, utilizando esquemas e meios de interpretação verbal e não verbal com expressões manuais e corporais. Assim, como relatado por Zatti (2010), os estudantes não estavam acostumados a ler atentamente um problema, interpretar, extrair dados e solicitações propostas no enunciado, bem como gráficos e tabelas, mas ocorreu uma quebra de paradigma quanto à forma de resolver as situações-problema. Enfatizamos que também vivenciamos a quebra desse paradigma.

Nas aulas seguintes foram trabalhadas situações-problema, que seguiam a mesma generalização dos problemas aplicados. Trabalhamos com problemas que envolviam financiamentos, contas telefônicas, fazendo comparação entre duas prestadoras, problemas de vazão etc. Verificamos que todos os problemas foram resolvidos e, portanto, podemos dizer que as tarefas favoreceram de forma significativa a descrição da função do primeiro grau e suas representações. De acordo com Rocha (2013), os estudantes poderão transpor o que é apreendido de uma área do conhecimento para outras áreas, estabelecendo conexões entre as diferentes áreas, superando, com isso, a fragmentação do conhecimento.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que os objetivos do trabalho foram alcançados em todos os processos, desde a elaboração do projeto e construção das atividades didáticas até a sua transformação em uma dissertação. Houve a necessidade de apropriação, por parte do pesquisador, de certos conceitos e das estratégias utilizadas, ao longo de todo o estudo. A utilização de problemas abertos e fechados, as atividades sendo elaboradas na perspectiva da construção do conhecimento, fundamentadas na resolução de problemas e com a intenção de ter a Matemática como estruturante do pensamento físico contribuíram para o aprendizado profissional tanto na elaboração de um produto educacional, quanto no seu desenvolvimento no espaço da sala de aula.

Iniciamos este capítulo com o parágrafo acima, pois gostaríamos de ressaltar a principal consideração a ser feita no trabalho, que vai além dos objetivos da pesquisa. O termo “resolução de problemas” é corriqueiro quando associado às aulas de Física e Matemática, entretanto, fazer uso da Resolução de Problema como estratégia de ensino e de aprendizagem requer conhecer o seu real significado. Acreditar e insistir no seu uso é essencial para alcançar bons resultados. O trabalho foi desenvolvido na sala de aula por um professor com cerca de 20 anos de experiência como docente e com estudantes do primeiro ano do ensino médio, logo com o mínimo de 9 anos de experiência como discentes. O uso da Resolução de Problemas exigiu o aprendizado de docente e discentes.

Dito isso, não podemos desconsiderar a sensibilidade do professor, ao longo do desenvolvimento das atividades. Os estudantes devem estar propensos a trabalhar nessa perspectiva. Devemos perceber o clima da sala, pois, muitas vezes, não adianta trabalhar com uma tarefa, mesmo sendo interessante, uma vez que eventos externos ou oriundos do próprio ambiente escolar podem acarretar a dispersão dos estudantes, comprometendo o planejamento e a atividade prevista. Eventos como esses foram vivenciados ao longo das atividades e relatados. Diante de acontecimentos dessa natureza, é necessário buscar estratégias de mobilização dos estudantes, trazendo-os de volta ao processo de aprendizagem. Caso não surta efeito, os objetivos da aula devem ser reduzidos. Não cabe, na proposta apresentada o típico “consideramos a aula como dada”. As mesmas observações são válidas, quando percebemos que a classe está apresentando dificuldades que são inibidoras ao desenvolvimento da atividade proposta.

Peduzzi (1997) salienta que não existe uma receita padrão para realizar a resolução de problemas. Concordamos com sua afirmativa, porém consideramos que suas orientações em

transformar problemas tradicionais fechados em problemas abertos, em conjunto com as orientações para a desenvolvimento das aulas em que se desenvolve a resolução de problemas proposta por Onuchic (1999), foram essenciais para o que consideramos como um resultado bastante satisfatório aos nossos objetivos.

Na perspectiva adotada, as habilidades adquiridas pelos estudantes ao apresentarem o desenvolvimento de um problema aberto, e mesmo fechado, são múltiplas. Os estudantes conseguem ouvir o grupo, aceitar opiniões, desenvolver um pensamento qualitativo do problema, transpor os problemas em esquemas, apresentar resultados e confrontá-los. Nesse caso, mesmo quando a resposta ao problema está inconsistente, ele acaba sendo mais rico em análises que um simples exercício.

Em relação às orientações feitas por Onuchic (1999), em diferenciação com outras orientações, destacamos o uso dos relatórios. Verificamos que sua confecção pelos discentes não alcançou completamente as nossas expectativas, mas salientamos sua eficácia no favorecimento da construção do conhecimento e na organização das ideias. Destacamos a necessidade de persistir em seu uso em outros momentos das aulas, além dos investigados, nesta pesquisa e sua enorme contribuição em nossas análises, sendo um importante instrumento de coleta de dados, em conjunto com as gravações e diários de campo do professor, além de referência na tomada de decisões, ao longo do desenvolvimento das aulas.

No que se refere às tarefas propostas, destacamos a escolha predominante de situações cotidianas dos estudantes, por se tratar de situações vivenciadas por eles, para poderem fazer uso de seus conhecimentos prévios na interpretação, análise e busca por respostas aos problemas e questões ofertadas. Conjuntamente, a realização das atividades em grupo, e, em alguns momentos, com toda a classe, permitiu o surgimento do debate, das argumentações, oriundos das vivências individuais de cada estudante.

Nós, professores, em geral, não resolvemos problemas com os estudantes e, sim, apresentamos soluções para exercícios, visto que somos *experts* no assunto. Portanto, tratamos as situações apresentadas como óbvias ao ler um enunciado e desenvolver a sua solução. Porém, quando os estudantes são os responsáveis pela busca de solução, verificamos que eles consideram vários outros aspectos, conforme foi discutido no problema de perseguição do carro policial a uma motocicleta. Conceitos não considerados como aceleração, massa, estabilidade, tipo de pista foram elencados pelos estudantes e abrem espaço para novos debates.

Verificamos ao longo da atividade, em particular ao longo da tarefa 1, que os estudantes conhecem os conceitos elementares da cinemática e fazem uso dos mesmos na

busca da solução do problema. Sendo assim, quando formalizamos esses conceitos e os apresentamos com uso de fórmulas, os estudantes não identificam como algo novo, mas como uma representação formal do que já conhecem, reconhecendo que a Física trabalhada na sala de aula é a mesma que está presente em situações do seu dia a dia.

Como já destacado acima, fazer uso dos conhecimentos prévios não implica ter os conceitos formalizados e mais uma vez Onuchic (1999) alerta para o papel do professor ao longo do processo, que deve observar, organizar, consultar, mediar, intervir, controlar e incentivar a aprendizagem, além de se responsabilizar pela formalização dos conceitos, preferencialmente utilizando a lousa, numa grande plenária, fazendo uso dos resultados apresentados pelos estudantes, analisando-os e buscando o consenso para a formalização do conteúdo.

Especificamente, ao longo do desenvolvimento da tarefa 2, consideramos que o uso das questões cotidianas foi de grande relevância, mas destacamos a escolha do uso das representações do movimento, fotografia estroboscópica, tabelas, gráficos e funções horárias, como essencial para permitir que os estudantes fizessem uso da Matemática como estruturante do pensamento físico na busca da solução para as questões, permitindo que nossos objetivos fossem alcançados.

Considerando as reclamações apresentadas, constantemente, por professores de Física quanto à dificuldade que os estudantes possuem em fazer operações elementares na resolução de problemas, hoje esse fato acontece também com os professores de Matemática. Principalmente, ao serem trabalhadas funções e suas representações. Por isso, este trabalho visa a desenvolver formas de estruturar pensamentos e a utilização de habilidades técnicas para ambos os conteúdos. E, ao ler nos relatórios confeccionados pelos estudantes ao perceberem que o uso de funções horárias facilita a solução do problema, identificamos grande conquista deste trabalho.

No que se refere ao uso da Matemática como estruturante do pensamento físico, em nossas avaliações, consideramos que a Física não foi utilizada como ilustração, para explicar os processos de utilidade das operações matemáticas nem utilizamos a Matemática meramente como uma ferramenta para resolução de problemas da Física.

Por fim, salientamos que o produto educacional que acompanha essa dissertação aborda outros tópicos da cinemática, além do Movimento Retilíneo Uniforme, que não foram investigados neste trabalho, como o Movimento Uniformemente Variado, o qual tem como função horária das posições a função do segundo grau. Dando continuidade ao trabalho em sala de aula, verificamos que os estudantes ficaram mais motivados ao serem apresentados a

outras funções, dando significado ao seu aprendizado. Em acordo com Brandão (2014), percebemos que essas atividades promoveram uma melhora na prática docente, favorecendo as interações entre professor e estudante, dando voz ao estudante, durante os processos de ensino e de aprendizagem, o que acarretou uma mudança de postura, de forma positiva, tanto do professor que desenvolveu este trabalho na sala de aula quanto nos estudantes que participaram desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 33, n. 55, p. 1-19, jul./dez. 2009.

ÁVILA, G. S. S. **Várias faces de matemática: tópico para licenciatura e leitura geral**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010. 204 p.

BARROS, B. A. **Jatos d'água sob efeito de luz estroboscópica**. Campinas: Instituto de Física “Gleb Wataghin”, 2012. 22 p. Disciplina F 609 – Tópicos de Ensino de Física I.

BARROS, B. **Comporartes**. [S.l.: s.n.], 2019. Disponível em: <<https://adrianabarros1968.wixsite.com/comporartes/equilibrio>>. Acesso em: 17 nov. 2019.

BIASOTO, J. E. **O pensamento em ação dos alunos na resolução de um problema experimental**. 2010. 211 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes. **Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 197-219, nov. 2014.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994. 336 p.

BRANDÃO, J. D. P. **Ensino aprendizagem de função através da resolução de problemas e representações múltiplas**. 2014. 210 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: ensino médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. 576 p.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000. 58 p.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ ensino médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. 141 p.

CARVALHO, A. M. T.; PIRES, M. N. P.; GOMES, M. T. **Fundamentos teóricos do pensamento matemático**. Curitiba: IESDE, 2005. 304 p.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121-149.

COUTO, M. I. M. F. S. **Contributos para a interdisciplinaridade no ensino da Física e da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Física para o Ensino) – Universidade do Porto, Porto, 2007.

CLEMENT, L.; TERRAZZAN, E. A. Atividades Didáticas de Resolução de Problemas e o Ensino de Conteúdos Procedimentais. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, Argentina, v. 6, n. 1, p. 87-101, 2011.

_____. Resolução de problemas de lápis e papel numa abordagem investigativa. **Experiência em Ensino de Ciências**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 98-116, 2012.

COSTA, S. S. C. **Modelos mentais e resolução de problemas em física**. 2005. 348 p. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

DOMINGOS, R. M. C. **Resolução de problemas e modelagem matemática: uma experiência na formação inicial de professores de Física e Matemática**. 2016. 193 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. et al. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-43.

FACCHINELLO, C. S. **Uma alternativa para o ensino da dinâmica a partir da resolução qualitativa de problemas**. 2018. 51 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

FERREIRA, G. K. **Investigando a influência do domínio afetivo em atividades didáticas de resolução de problemas de física no ensino médio**. 2012. 291 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

FOTOS e comentários. **Pinterest**, Grã-Bretanha, 2019. Disponível em: <<https://br.pinterest.com/pin/464081936587427648/>>. Acesso em: 7 abr. 2018.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004. 107 p.

GUIMARÃES, R. S. **Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função**. 2010. 201 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

- KARAM, R. A. S. **Estruturação matemática do pensamento físico no ensino: uma ferramenta teórica para analisar abordagens didáticas**. 2012. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- KARAM, R. A. S.; PIETROCOLA, M. Habilidades técnicas versus habilidades estruturantes: resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico. **Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 181-205, jul. 2009.
- LIMA, G. K. A. S. **Resolução de problemas ricos em contexto: análise de um grupo colaborativo**. 2016. 155 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2016.
- LONGHINI, M. D.; NARDI, R. Como age a pressão atmosférica? Algumas situações problema tendo como base a História da Ciência e pesquisas na área. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 26, n. 1, p. 7-23, abr. 2009.
- MANNRICH, J. P. **Linguagem matemática, física e ensino: como licenciandos discutem essa relação**. 2014. 258 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.
- MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999. 195 p.
- OLIVEIRA, A. M. M. **Fundamentos metodológicos para a medida de carga cognitiva e do conhecimento prévio num contexto de ensino de cinemática com auxílio de um hiperfílmia**. 2016. 166 p. Tese (Doutorado em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.
- OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS, 15., 2019, Rio de Janeiro. **Projeto Nacional...** Brasília: MCTIC, 2019. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>>. Acesso em: 15 ago. 2019.
- OLIVEIRA, V.; ARAUJO, I. S.; VEIT, E. A. Resolução de problemas abertos no ensino de física: uma revisão da literatura. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 39, n. 3, p. 1-17, 2017.
- ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP, 1999. p. 199-218.
- PEDUZZI, L. O. Q. Sobre a resolução de problemas no ensino da física. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 14, n. 3, p. 229-253, dez. 1997.
- PIETROCOLA, M. A matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 19, n. 1, p. 88-108, ago. 2002.

PIMENTA, S. G. **A relação entre informação e a estrutura de conhecimento na resolução de problemas:** estudo experimental. 2013. 228 p. Tese (Doutorado em Ciência da Informação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

PINHEIRO, N. C. **Por uma pesquisa em ensino de física menos universal:** considerando contextos e idiosincrasias na educação científica. 2016. 173 p. Tese (Doutorado em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978. 180 p.

ROCHA, A. G. **Modelos mentais e o ensino de física.** 2013. 119 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2013.

SANCIONADA lei de Áreas de Proteção ao Ciclista de Competição. **Campos 24horas**, Rio das Ostras, 2016. Disponível em: <<https://www.campos24horas.com.br/noticia/sancionada-lei-de-areas-de-protecao-ao-ciclista-de-competicao-2>>. Acesso em: 26 dez. 2019.

SILVA, I. B.; TAVARES, O. A. O. Uma pedagogia multidisciplinar, interdisciplinar ou transdisciplinar para o ensino/aprendizagem da física. **Holos**, Natal, v. 21, p. 4-12, maio 2005.

SILVA, R. G. **A resolução de problemas como estratégia didática para a compreensão de conceitos de física no ensino médio.** 2016. 104 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

VECCHI, G.; GIORDAIN, A. **L'enseignement scientifique comment faire pou que ça marche?** Paris: Delagrave, 2002. 271 p.

ZATTI, S. B. **Construção do conceito de função:** uma experiência de ensino-aprendizagem através da resolução de problemas. 2010. 93 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2010.