

**MODELAGEM NÃO LINEAR DO
CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE
PLANTAÇÕES FLORESTAIS**

ADRIANO RIBEIRO DE MENDONÇA

2010

ADRIANO RIBEIRO DE MENDONÇA

**MODELAGEM NÃO LINEAR DO CRESCIMENTO E DA
PRODUÇÃO DE PLANTAÇÕES FLORESTAIS**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Ciências Florestais, para obtenção do título de “Doutor”.

Orientador
Prof. Ph.D. Natalino Calegario

LAVRAS
MINAS GERAIS-BRASIL
2010

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca Central da UFLA**

Mendonça, Adriano Ribeiro de.

Modelagem não linear do crescimento e da produção de
plantações florestais / Adriano Ribeiro de Mendonça. – Lavras :
UFLA, 2010.

84p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2010.

Orientador: Natalino Calegario.

Bibliografia.

1. Sortimentos. 2. Equações diferenciais. 3. Covariantes. 4.
Manejo florestal. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 634.92

ADRIANO RIBEIRO DE MENDONÇA

**MODELAGEM NÃO LINEAR DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO
DE PLANTAÇÕES FLORESTAIS**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Ciências Florestais, para obtenção do título de “Doutor”.

APROVADA 17 de março de 2010

Dr. Agostinho Lopes de Souza	UFV
Dr. Luis Antônio Coimbra Borges	UFLA
Dr. Paulo Fernando Trugilho	UFLA
Dr. Gilson Fernandes da Silva (Co-orientador)	UFES

Prof. Ph.D. Natalino Calegario (UFLA)
Orientador

LAVRAS
MINAS GERAIS-BRASIL
2010

*Dedico meu esforço a Deus.
Aos meus irmãos e amigos.
À minha mãe e ao meu pai*

AGRADECIMENTOS

Manifesto meus sinceros agradecimentos ao Orientador Natalino Calegario, pela oportunidade oferecida, pelos conselhos, pelos ensinamentos e, principalmente, pelas demonstrações de amizade.

Ao orientador de mestrado e co-orientador de doutorado Gilson Fernandes da Silva, pelos esclarecimentos decisivos e também pela amizade da qual pude desfrutar.

Aos Professores Agostinho Lopes de Souza, Luís Antonio Coimbra Borges e Paulo Fernando Trugilho, pelas sugestões produtivas na banca de defesa desta tese.

Aos Professores do Departamento de Ciências Florestais que ministraram aula durante o curso de doutorado e aqueles dos quais pude desfrutar da amizade.

Às secretárias do Departamento de Ciências Florestais que me ajudaram nas horas em que necessitei.

À UFES e UFLA que me proporcionaram a realização profissional por meio de ensinamentos de ciência e conhecimentos empíricos que vou carregar pelo resto da vida.

A UEG que me proporcionou o início das atividades como docente. Em especial aos amigos de trabalho Adilson, Alcione, Claudenir, Eduardo, Flávio, Flávia, Gláucia, Kelly, Ismael, Marcelo Zucchi, Márcio, Marconi, Paulo Timossi, Rômulo, Saulo, Valéria e Vítor.

Aos meus pais, Alcides Domingos de Mendonça e Lindinalva Ribeiro de Mendonça, meus irmãos Carlos, Alcides e Dalva, meus grandes incentivadores e amigos, que sofreram com a minha ausência. Não poderia deixar de agradecer aos meus sobrinhos, Willian, Carolina (afilhada) e Rafael, e à minha cunhada Myrian e meu padrinho/compadre Marcelo.

Ao amigo Romildo Klippel e sua família que me receberam em Lavras.

Aos companheiros de pós-graduação: Alan, Alisson (Janu), Antônio (Bob), Edy, Emílio, Guto, Gutemberg, Luiz, Malcon, Maria Zélia, Mariana, Mayara, Nory, Regis, Roberto (Engenharia Agrícola), Rômulo, Samuel, Totonho e Wendy.

Aos companheiros do Lapinflor: Gabriela, Kamila, Rafael e Tiguela.

Aos companheiros de república: Álvaro, Camila, Fabiana, Gervásio, Jairo e Julian Mauricio pelos grandes momentos do nosso convívio.

Agradecimento especial aos meus amigos do Espírito Santo (Alex, Betinho, Emanuel, Isaque, Joel, Marcos, Raymundo, Sassá, Teóphilo e Thiago) e suas famílias pelo apoio durante a graduação, mestrado e doutorado.

Aos meus amigos de Goiás, em especial a Carla, Gleina, Aurino Melo e sua família pelo apoio e amizade.

A CAPES pelo auxílio com a bolsa de estudos.

A todos os citados e aqueles que de alguma maneira contribuíram para realização deste trabalho, o meu muito obrigado.

BIOGRAFIA

Adriano Ribeiro de Mendonça, filho de Alcides Domingos de Mendonça e Lindinalva Ribeiro de Mendonça, nasceu a 23 de abril de 1981, em Cachoeiro de Itapemirim, Estado do Espírito Santo.

Em 1996, ingressou no Curso de Técnico em Contabilidade no Centro Inter-escolar “Áttila Almeida Miranda” (CIE), formando em 1998.

Em 1999, ingressou no Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Espírito Santo, graduando-se em 2004.

Em março de 2004, iniciou o Curso de Mestrado em Produção Vegetal, na Universidade Federal do Espírito Santo, defendendo dissertação em fevereiro de 2006.

Em fevereiro de 2008, iniciou a carreira de docente na Universidade Estadual de Goiás.

Em março de 2006, iniciou o Curso de Doutorado em Engenharia Florestal, na Universidade Federal de Lavras, defendendo tese em 17 de março de 2010.

SUMÁRIO

RESUMO GERAL	i
ABSTRACT GERAL	ii
CAPÍTULO 1.....	1
1 Introdução Geral	2
CAPÍTULO 2: Modelos hipsométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	4
1 Resumo	5
2 Abstract.....	6
3 Introdução	7
4 Material e Métodos	8
4.1 Caracterização e análise dos dados	8
4.2 Modelos Avaliados	11
4.2.1 Relação Hipsométrica	11
4.2.1.1 Regressão com inclusão de covariantes nos modelos para estimativa da relação hipsométrica	12
4.2.2 Altura das árvores dominantes e codominantes	12
4.2.2.1 Construção de curvas de índice de sítio	13
4.3 Avaliação dos modelos	13
5 Resultados e Discussão	15
5.1 Análise dos modelos para estimativa da relação hipsométrica de <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	15
5.2 Análise dos modelos para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes	22
5.2.1 Aplicação do modelo para estimativa da altura dominante e codominante.....	23
6 Conclusões.....	26
7 Referências Bibliográficas.....	26
CAPÍTULO 3: Modelos de crescimento e produção obtidos por meio de equações diferenciais	29
1 Resumo	30
2 Abstract.....	31
3 Introdução	32
4 Material e Métodos	33
4.1 Caracterização e análise dos dados	33
4.2 Estimativa do volume individual	35
4.3 Desenvolvimento do modelo de crescimento e produção em área basal	35
4.4. Modelos para estimativa do crescimento e produção em volume	39
4.5 Avaliação dos modelos	41
5 Resultados e Discussão	42
5.1 Análise dos modelos desenvolvidos para estimativa do crescimento e produção em área basal do povoamento	42

5.1.1 Compatibilidade dos modelos desenvolvidos na projeção da área basal...	45
5.2 Análise dos modelos para estimativa do crescimento e produção em volume	48
5.2.1 Compatibilidade do modelo Logístico com adição de covariantes na estimativa da produção em volume	53
5.3 Aplicação dos sistemas propostos para estimativa do crescimento e da produção em volume de povoamentos de <i>Eucalyptus camaldulensis</i> x <i>Eucalyptus urophylla</i>	55
6 Conclusões	59
7 Referências Bibliográficas	59
CAPÍTULO 4: Modelos de produção de sortimentos de <i>Eucalyptus camaldulensis</i> x <i>Eucalyptus urophylla</i>	63
1 Resumo	64
2 Abstract	65
3 Introdução	66
4 Material e Métodos	68
4.1 Caracterização e análise dos dados	68
4.2 Estimativa do perfil e cálculo do volume de sortimentos de árvores de <i>Eucalyptus camaldulensis</i> x <i>Eucalyptus urophylla</i>	69
4.3. Modelagem do crescimento e produção em volume de sortimentos de <i>Eucalyptus camaldulensis</i> x <i>Eucalyptus urophylla</i>	70
4.4. Avaliação dos modelos	73
5 Resultados e Discussão	74
5.1 Avaliação dos modelos de perfil	74
5.2 Avaliação dos modelos para estimativa do volume de sortimentos	76
5.2.1 Estimativa do volume de madeira para energia	76
5.2.2 Estimativa do volume de madeira para celulose	79
6 Conclusões	82
7 Referências Bibliográficas	82

RESUMO GERAL

MENDONÇA, Adriano Ribeiro de. **Modelagem não linear do crescimento e da produção de plantações florestais**. 2010. 84p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.*

Este trabalho teve como objetivo geral a avaliação de modelos para estimativa do crescimento e da produção de povoamentos florestais. Primeiramente, foram avaliados quatro modelos na estimativa da relação hipsométrica e quatro para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. De acordo com as análises, o modelo Logístico obteve os melhores resultados em relação aos demais, para relação hipsométrica e crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes. A precisão dos modelos avaliados aumentou com a adição de covariantes na relação hipsométrica. A segunda parte constituiu-se na avaliação de modelos de crescimento e produção de plantios clonais de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* obtidos por meio de equações diferenciais. Foram obtidos dois modelos não-lineares para projeção da área basal, a partir da integração de modelos que representam o incremento corrente anual (ICA). Para estimativa do crescimento e produção em volume, foi utilizado o modelo Logístico com inclusão de covariantes e o modelo de Clutter. Com a combinação da equação originada do modelo logístico e os modelos obtidos para estimativa da área basal, originou-se os sistemas de projeção I e II. Esses sistemas foram comparados com o sistema de equações de Clutter (Sistema III). De acordo com as análises, os modelos para projeção da área basal, obtidos por meio de equações diferenciais, apresentaram compatibilidade entre crescimento e produção florestal. Os sistemas de equações formados pelo modelo Logístico e o Modelo I e Modelo II gerou diferentes alternativas de colheita/desbastes em diferentes índices de sítio, apresentando consistência biológica. Na terceira etapa, avaliou-se o modelo Logístico e o modelo de Clutter na estimativa de sortimentos florestais de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*. De acordo com as análises, o modelo Logístico obteve o melhor resultado para estimativa do crescimento em volume de madeira para energia e celulose. A metodologia de estimativa da produção de sortimentos de plantações florestais analisada foi de fácil aplicação e precisa.

Palavras-chave: sortimentos, equações diferenciais, covariantes.

*Comitê Orientador: PhD. Natalino Calegario – UFLA (Orientador) e Dr. Gilson Fernandes da Silva – UFES.

ABSTRACT GERAL

MENDONÇA, Adriano Ribeiro de. **Growth and yield nonlinear modeling of forest plantations**. 2010. 84p. Thesis (Doctor in Forest Engineer) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.*

The main purpose of this study was to evaluate models to estimate forest growth and yield. First, we assessed four models to estimate the height-diameter relationship and four to estimate the height of dominant and codominant trees of *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Based on the analysis, the Logistic model showed better results for height-diameter relationship and height growth of dominant and codominant trees. The accuracy of the evaluated models increased with the addition of covariates in the height-diameter relationship. The second part is the evaluation of growth and yield models of clonal plantations of *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* obtained by differential equations. We obtained two nonlinear models for basal area projection, based on the integration of models representing the current annual increment (ICA). To estimate the volume growth and yield, we used the Logistic model with inclusion of covariates and Clutter model. The systems I and II was generated with the combination of the equation originated from the logistic model and the models obtained for estimating the basal area. These systems were compared with the equations of Clutter (System III). According to the analysis, the models for projection of basal area, obtained by differential equations, showed compatibility. The systems of equations formed by the Logistic model and Model I and Model II has generated various alternative of harvest/thinning at different levels of site, presenting biological consistency. In the third stage we evaluate the Logistic model and Clutter model in estimating the forest assortments of *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*. According to the analysis, the Logistic model obtained the best result for estimating the yield in volume of wood for energy and pulpwood. The methodology to estimate assortment of forest plantations was considered easy to use and accurate.

Key words: assortment, differential equations, covariate.

*Guidance Committee: PhD. Natalino Calegario – UFLA (Adviser) and Dr. Gilson Fernandes da Silva – UFES.

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO GERAL

O planejamento das empresas florestais se baseia em um grande número de informações. Entre essas informações destaca-se a estimativa da produção florestal. Essa estimativa leva em consideração o objetivo final do plantio, ou seja, o produto a ser gerado. O processo de estimativa, bem como as operações relacionadas à coleta de dados, é particular para cada produto. Tais estimativas geralmente estão relacionadas à projeção do crescimento e da produção ao longo do tempo.

Quando se está interessado em estimativas de crescimento, onde o interesse maior é o volume total ou a massa, tal como para produção de celulose ou energia, geralmente as informações são menos detalhadas. De regra é feita a coleta da altura total (H) de algumas árvores (incluindo a altura das árvores dominantes e codominantes - HDC) e do diâmetro à altura do peito (DAP) de todas as árvores da unidade amostral do inventário. Essas informações são a base da estimativa da relação hipsométrica ($DAP-H$) e da classificação de sítios (HDC).

Também é comum se realizar a cubagem rigorosa das árvores para a obtenção do volume individual (v_i) das mesmas. Com os dados de DAP , H e v_i , são geradas as equações para a estimativa do volume das unidades amostrais. Com os dados de volume, área basal (calculada a partir do DAP das árvores) e número de árvore por unidade amostral são geradas as estimativas por hectare ou área total, já que a área da unidade amostral é conhecida. A partir das informações por hectare em cada idade de medição, ajustam-se modelos para projeção do crescimento desses produtos para diferentes sítios e densidade de plantio.

Quando se objetiva estimativas focando a produção de múltiplos produtos, ou sortimentos, há a necessidade de mudança nos processos de

estimativa. A diferença básica deste processo de estimativa é que, com os dados de cubagem, são obtidas equações que representam o perfil das árvores. A partir dessas equações, são obtidos os volumes dos sortimentos, via integração das mesmas e, conseqüentemente, as informações por parcela e por hectare.

Sabendo da importância dessas estimativas, muitos pesquisadores vêm buscando alternativas mais precisas para se estimar a produção florestal. Além da produção, é de fundamental importância sua projeção ao longo do tempo para a tomada de decisões sobre a rotação silvicultural e econômica.

Diante do exposto, o objetivo geral desse trabalho foi obter modelos para estimativa do crescimento e produção em volume total e por sortimentos de povoamentos florestais.

Para alcançar esse objetivo geral foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Estimar a relação hipsométrica e altura das árvores dominantes e codominantes;
- b) Obter modelos de crescimento e produção não-lineares por meio de equações diferenciais; e
- c) Estimar a produção de sortimentos em povoamentos florestais.

CAPÍTULO 2

MODELOS HIPSOMÉTRICOS E DE CRESCIMENTO EM ALTURA DAS
ÁRVORES DOMINANTES E CODOMINANTES PARA *Pinus caribaea* var.
hondurensis

1 RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos para estimativa da relação hipsométrica ($H \times DAP$) e de altura das árvores dominantes e codominantes ($HDC \times Idade$) de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Os dados utilizados foram obtidos de árvores-amostra provenientes da Empresa Caxuana, localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais, Brasil. Os dados utilizados para estimativa do crescimento das árvores dominantes e codominantes foram provenientes de parcelas temporárias e permanentes. Foram testados 4 (quatro) modelos para estimativa da relação hipsométrica e 4 (quatro) para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes. A seleção do melhor modelo foi com base no erro padrão relativo [Syx (%)], critério de informação de Akaike (*AIC*) e critério de informação Bayesiano (*BIC*). De acordo com as análises, o modelo Logístico obteve os melhores resultados em relação aos modelos analisados, tanto para relação hipsométrica quanto para o crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes. A precisão dos modelos avaliados aumentou com a adição de covariantes na relação hipsométrica.

Palavras-chave: modelos estocásticos, covariantes, *Pinus* tropicais.

2 ABSTRACT

The aim of this study was to evaluate models for estimate the height-diameter relationship ($H \times DBH$) and height of dominant and codominant trees ($HDC \times Age$) of *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. The data used were obtained from sample trees at Caxuana Company, located in Nova Ponte, Minas Gerais, Brazil. The data used to estimate the growth of dominant and codominant trees were from temporary and permanent plots. We tested four (4) models to estimate the height-diameter relationship and 4 (four) for estimate the height of dominant and codominant trees. Selecting the best model was based on the relative standard error [Syx (%)], Akaike information criterion (*AIC*) and Bayesian information criterion (*BIC*). According to the analysis, the Logistic model showed better results compared to the models tested for height-diameter relationship and height growth of dominant and codominant trees. The accuracy of the models evaluated increased with the addition of covariates in the height-diameter relationship.

Key words: probability models, covariates, tropical *Pinus*.

3 INTRODUÇÃO

O profissional ligado ao manejo de florestas tem como um de seus desafios a identificação de variáveis que afetam o crescimento e a produção florestal.

Para estimativa do volume de árvores individuais é necessário o conhecimento da altura total da árvore (H). Esse conhecimento é importante porque, juntamente com o diâmetro a 1,30 metros (DAP), a altura total é utilizada em modelos que expressam o volume de árvores de povoamento. Enquanto o DAP é medido diretamente no tronco das árvores, empregando-se suta ou fita métrica, a H é medida indiretamente empregando-se hipsômetros. A medição da H pode acarretar procedimentos demorados, de alto custo e apresentar erros graves, pois a mesma necessita do conhecimento da distância horizontal do operador à árvore e da boa visibilidade da base e do topo da mesma. Considerando tais dificuldades na medida da H , é comum a utilização de modelos estatísticos que fazem a estimativa da altura total da árvore em função de variáveis como o DAP , idade, entre outras. Essa relação entre a altura e essas variáveis é denominada de relação hipsométrica.

Vários estudos foram feitos para avaliar a relação hipsométrica em variadas espécies, entre eles: Machado et al. (1994) com *Pinus elliottii*; Fang & Bailey (1998) com espécies da floresta tropical na China; Soares et al. (2004) e Silva et al. (2007) com *Eucalyptus grandis*; Andrade et al. (2006) com espécies da Mata Atlântica. Mas, a maioria desses trabalhos considerou, somente, a relação entre a altura total da árvore e seu DAP , como em Zanon et al. (1996) e Batista et al. (2001).

Atualmente, a tendência é avaliar, também, os fatores do povoamento que afetam a relação hipsométrica, como espécie ou material genético, idade, qualidade do local, densidade e tratos silviculturais. Entre as pesquisas que

seguem essa tendência tem-se: Bartoszeck et al. (2003), Caldeira et al. (2003), Soares et al. (2004), Tomé et al. (2007).

Outra variável utilizada em estimativas de volume é a altura média das árvores dominantes e codominantes. Esta variável é a mais utilizada para classificação da capacidade produtiva de um determinado local, para determinada espécie ou clone, e um determinado produto. Com isso, ela é importante em estudos de crescimento e produção florestal. Esta relação entre a altura média das árvores dominantes e codominantes e a capacidade produtiva do local há muito tempo vem sendo estudada. Pode-se citar as pesquisas de autores como Schumacher (1939), Curtis (1964), Bailey & Clutter (1974), Burkhart & Tennent (1977), Scolforo (1992), Selle et al. (1994) e Tonini et al. (2001).

Outro fato a ser considerado é que, na maioria destes estudos, não foi utilizada a teoria dos modelos não lineares. Nos modelos não lineares, ao invés de se fazer uma descrição puramente empírica do fenômeno em estudo, pode-se, a partir de suposições importantes sobre o problema, trabalhar no sentido de obter uma relação teórica entre as variáveis de interesse. Em muitas situações, necessitam de menos parâmetros nos modelos não lineares do que nos lineares, o que simplifica e facilita a interpretação.

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos para estimativa da relação hipsométrica e do crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Caracterização e análise dos dados

Os dados utilizados foram obtidos de árvores-amostra provenientes da Empresa Caxuana, localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais,

Brasil. As árvores-amostra medidas para estimativa da relação hipsométrica foram divididas em 8 (oito) classes diamétricas (Tabela 1).

TABELA 1 Distribuição diamétrica das árvores-amostra para estimativa da relação hipsométrica

Classe de DAP	Classe de altura total						Total
	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	
7,5	967	2822	260	6			4055
12,5	95	6426	3586	114			10221
17,5	4	1560	5123	621	9		7317
22,5		71	1444	1068	49	2	2634
27,5		2	166	775	76	15	1034
32,5		1	8	120	38	90	257
37,5				6	13	54	73
42,5				1		8	9
Total	1066	10882	10587	2711	185	169	25600

A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas relacionadas às variáveis dos povoamentos onde foram coletados os dados.

TABELA 2 Estatísticas descritivas das variáveis relacionadas ao povoamento

Variável do povoamento	Estatísticas			
	Mínimo	Máximo	Média	Mediana
<i>Idade</i> (anos)	4,3	16,5	10,4	5,5
<i>HDC</i> (m)	3,2	28,1	12,7	12,0
<i>S</i> (m)	8,9	45,5	29,1	29,7
<i>G</i> (m ² .ha ⁻¹)	1,766	54,742	26,473	25,200
<i>N</i> (indivíduos/ha)	133	2583	1598	1634

Para estimativa das alturas dominantes e codominantes e construção de curvas de índice de sítio foram utilizadas informações de parcelas temporárias e permanentes. A Figura 1 apresenta a distribuição das alturas dominantes e codominantes em diferentes idades de medição.

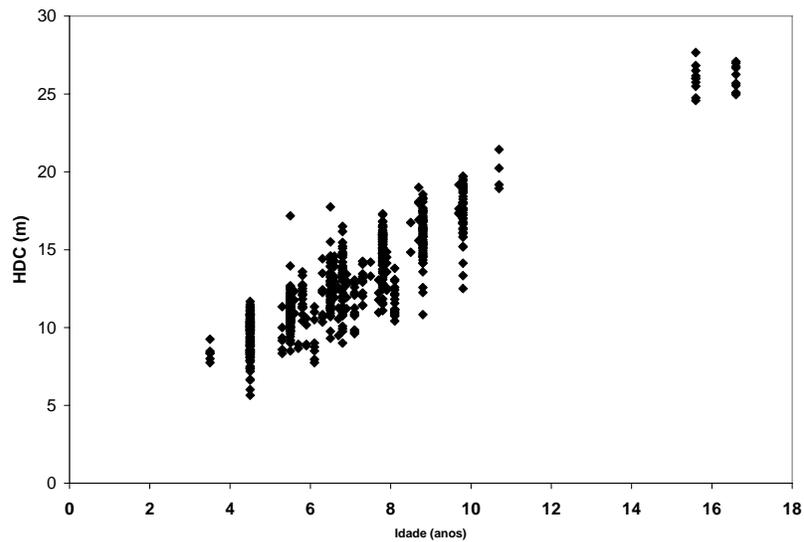


FIGURA 1 Distribuição das alturas das árvores dominantes e codominantes em função da idade de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

Nota-se, na Figura 1, que entre as idades 10,7 anos e 15,6 anos não há dados de altura das árvores dominantes e codominantes. Isso se deve ao fato de que a empresa cessou a implantação de novas florestas em determinada época, voltando a implantar florestas de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* após alguns anos.

Para análise e organização dos dados foi utilizado o *software* estatístico R versão 2.10.1.

4.2 Modelos Avaliados

Foram avaliados modelos lineares e não-lineares. Os modelos não-lineares foram estimados por meio do algoritmo de Gauss-Newton.

4.2.1 Relação Hipsométrica

Foram avaliados os seguintes modelos para estimativa da altura total das árvores de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*:

1) Logístico

$$H_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - DAP_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i$$

Em que: H_i = altura total da árvore (m); DAP_i = diâmetro a 1,30 m do solo (cm); exp = base do logaritmo neperiano; β_i = parâmetros do modelo; ε_i = erro estocástico.

2) Michaelis-Menten

$$H_i = \frac{\beta_0 \cdot DAP_i}{\beta_1 + DAP_i} + \varepsilon_i$$

3) Curtis

$$H_i = \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{\beta_1}{DAP_i}\right) \cdot \varepsilon_i$$

4) Parabólico

$$H_i = \beta_0 + \beta_1 DAP_i + \beta_2 DAP_i^2 + \varepsilon_i$$

4.2.1.1 Regressão com inclusão de covariantes nos modelos para estimativa da relação hipsométrica

Baseando-se no fato de que a variação da altura total de árvores individuais não é apenas explicada pelo DAP_i , os parâmetros dos modelos selecionados foram decompostos e associados aos mesmos, variáveis relativas ao povoamento. As variáveis utilizadas como covariantes foram idade, HDC_i , índice de sítio, número de árvores por hectare e área basal do povoamento. A grande flexibilidade deste método está no fato de que as variáveis podem estar associadas ou não a um determinado parâmetro dependendo de seu efeito sobre o mesmo.

4.2.2 Altura das árvores dominantes e codominantes

Foram avaliados os seguintes modelos não-lineares para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes:

1) Logístico

$$HDC_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i$$

Em que: HDC_i = altura das árvores dominantes e codominantes (m); I_i = idade (anos); \exp = base do logaritmo neperiano; β_i = parâmetros do modelo; ε_i = erro estocástico.

2) Assintótico

$$HDC_i = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1) \exp[-e^{(\beta_3)} I_i] + \varepsilon_i$$

3) Schumacher

$$HDC_i = \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{\beta_1}{I_i}\right) \cdot \varepsilon_i$$

4) Michaelis-Menten

$$HDC_i = \frac{\beta_0 \cdot I_i}{\beta_1 + I_i} + \varepsilon_i$$

4.2.2.1 Construção de curvas de índice de sítio

Após a avaliação dos modelos para estimativa das alturas dominantes e codominantes, foi escolhido o melhor modelo para construção de curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

Escolhido o modelo, será utilizado o método da curva-guia para construção das curvas de índice de sítio. A idade de referência (I_{ref}) utilizada foi de 18 anos. Essa idade foi escolhida por ser utilizada como referência na empresa Caxuana.

4.3 Avaliação dos modelos

Os modelos utilizados tiveram sua precisão testada por meio das seguintes estatísticas:

a) Erro padrão relativo:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}} \quad S_{yx}(\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

Em que: S_{yx} = erro padrão residual (m); S_{yx} (%) = erro padrão relativo (%); \hat{Y} = valor estimado pelo modelo; Y = valor observado; \bar{Y} = média de Y ; n = número de observações; p = número de parâmetros.

b) Critério de Informação de Akaike

$$AIC = -2\ln(mv) + 2p$$

Em que: p = número de parâmetros do modelo; mv = valor da máxima verossimilhança; n = número de observações.

Quanto menor o valor de AIC melhor o modelo avaliado.

c) Critério de Informação Bayesiano

$$BIC = -2\ln(mv) + p\ln(n)$$

Quanto menor o valor de BIC melhor o modelo avaliado.

As estatísticas utilizadas são de grande relevância quando se trata da análise de regressão, pois penalizam modelos com grande número de parâmetros, escolhendo modelos mais parcimoniosos.

Além dessas estatísticas, foi feito, também, o teste da razão da máxima verossimilhança ($TRMV$) para relação hipsométrica antes e após a inclusão das covariantes no melhor modelo não-linear.

$$TRMV = 2[\ln(mv_2) - \ln(mv_1)]$$

Este valor é testado com χ^2 com $p_2 - p_1$ graus de liberdade. Se o valor de $TRMV$ for significativo a um nível α de probabilidade, o modelo com maior valor de mv apresenta maior precisão.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Análise dos modelos para estimativa da relação hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

A Tabela 3 apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos analisados para estimativa da relação hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na sua forma original.

TABELA 3 Estatísticas do ajuste dos modelos de relação hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, na sua forma original

Logístico (Syx = 20,30%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
β_0	32,03226	0,6454	49,62	<0,0001
β_1	24,67732	0,5165	47,77	<0,0001
β_2	12,73581	0,1797	70,85	<0,0001
Michaelis-Menten (Syx = 20,52%)				
β_0	75,37225	1,7805	42,33	<0,0001
β_1	92,77367	2,6123	35,51	<0,0001
Curtis (Syx = 24,80%)				
β_0	30,90734	0,1858	166,28	<0,0001
β_1	-6,71841	0,0394	-170,42	<0,0001
Parabólico (Syx = 20,20%)				
β_0	2,76019	0,0873	31,59	<0,0001
β_1	0,45849	0,0104	44,02	<0,0001
β_2	0,00294	0,0003	10,08	<0,0001

Pela Tabela 3, observa-se que todos os modelos apresentaram significância em seus parâmetros. Se for considerado somente esse critério, os quatro modelos podem ser utilizados para estimativa da altura total das árvores

de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Mas, considerando o erro padrão relativo [Syx(%)], os modelos analisados obtiveram erros dentro dos padrões obtidos por outros autores. Machado et al. (1994) obtiveram valores de Syx (%) variando de 10,8% a 29,1% em *Pinus elliotti*. Esses autores concluíram que a *H* e *DAP* não possui uma relação dendrométrica muito forte. Considerando como critério de seleção dos modelos o Syx (%), o modelo Parabólico foi o que obteve o melhor resultado, seguido pelo modelo Logístico, Michaelis-Menten e Curtis, respectivamente.

Foram, então, escolhidos, para a inclusão das covariantes, o modelo Parabólico (linear) e o modelo Logístico (não-linear). A Tabela 4 apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos escolhidos para inclusão das covariantes referentes ao povoamento.

TABELA 4 Estatísticas de ajuste, para os modelos analisados, considerando a inclusão dos efeitos das covariantes

Logístico (Syx = 12,17%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_0	2,532621	0,3093	8,19	<0,0001
β_1	15,028348	1,2410	12,11	<0,0001
β_2	1,183251	1,0577	1,12	0,2633
Parabólico (Syx = 12,20%)				
β_0	-1,36900	1,5820	-8,64	<0,0001
β_1	1,43300	0,1846	7,76	<0,0001
β_2	-0,02819	0,0052	-5,37	<0,0001

Pela Tabela 4, nota-se que o parâmetro β_2 do modelo Logístico com adição de covariantes foi não significativo quando foram adicionadas as covariantes idade (I_i), altura média das árvores dominantes e codominantes

(HDC_i), índice de sítio (S) e número de árvores por hectare (N) (Tabela 5). No modelo Parabólico, todos os parâmetros foram significativos. Por outro lado, o modelo Logístico tem uma pequena vantagem em relação ao valor de Syx (%) comparando com o modelo Parabólico. É possível observar também que, ao se incluir as covariantes, há um ganho de precisão de 40,03% para o modelo Logístico e 39,62% para o modelo Parabólico. O ganho de precisão com adição de covariantes relacionadas ao povoamento também foi obtido por Guimarães et al. (2009). Soares et al. (2004) obtiveram resultados precisos quando utilizaram modelos que consideravam o efeito de variáveis do povoamento nos modelos hipsométricos genéricos.

A Tabela 5 apresenta estimativas dos parâmetros, por covariante adicionada, para os modelos analisados.

TABELA 5 Estimativas dos parâmetros, por covariante adicionada, para o modelo Logístico e o modelo Parabólico da Tabela 3

Covariante adicionada	Logístico			Parabólico		
	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
I	-0,10729	-0,75326	0,64492	2,04100	-0,21390	0,00453
HDC	1,00631	0,186179	-0,48430	-1,34300	0,19380	-0,00372
S	---	0,74489	0,28835	0,62480	0,05922	0,00112
G	-0,04036	-0,01984	---	0,04033	0,00014	0,00020
N	-0,00030	-0,00199	-0,00127	---	-0,00732	-0,000005

Em que: I = idade do povoamento; HDC = altura das árvores dominantes e codominantes; S = índice de sítio; G = área basal do povoamento e N = número de árvores por hectare.

Ao analisar os resultados da Tabela 5 percebe-se que, para o modelo Logístico, as covariantes S e G não afetaram significativamente os parâmetros β_0 e β_2 , respectivamente. Para o modelo Parabólico, a covariante N não afetou significativamente o parâmetro β_0 .

A Figura 2 mostra a relação entre a altura total observada *versus* altura total estimada para o modelo Logístico e modelo Parabólico na forma original.

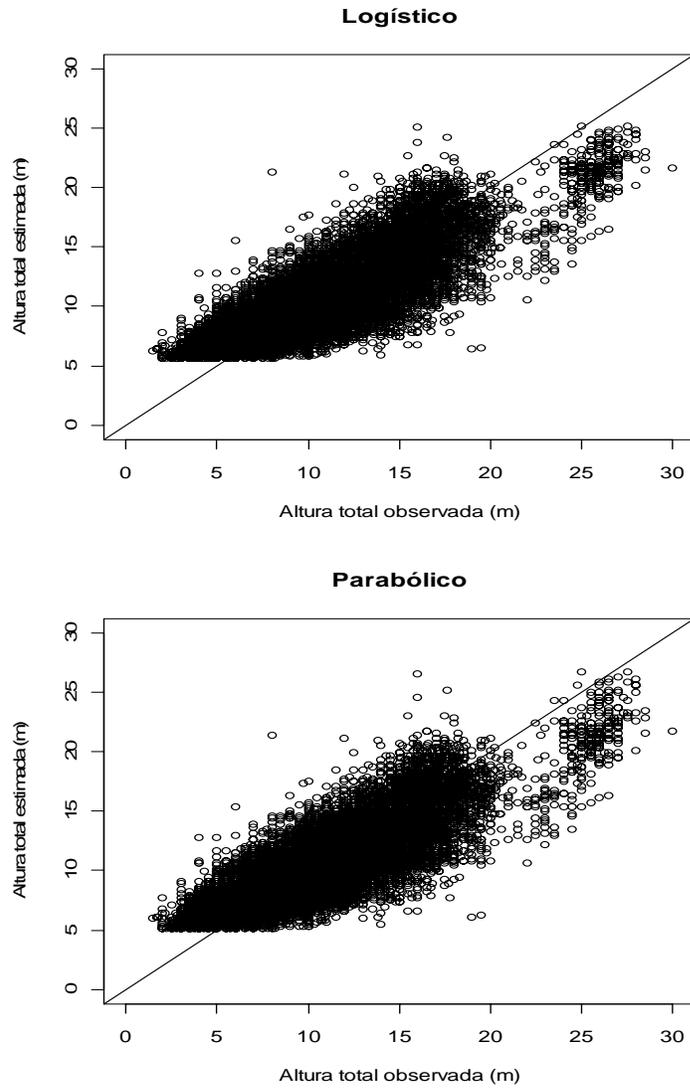


FIGURA 2 Altura total estimada *versus* altura total observada para os modelos originais.

Observa-se que os modelos originais não conseguiram representar a variação real da relação hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Os modelos apresentaram tendência de subestimativa da altura em árvores maiores que 20 m e de superestimativa de valores abaixo de 10 m.

A Figura 3 apresenta a altura observada *versus* altura estimada para o modelo Logístico e modelo Parabólico após a inclusão das covariantes.

Observa-se, na Figura 3, que os modelos com covariantes melhoraram significativamente a estimativa da altura em relação aos modelos originais (Figura 2). Este fato também foi observado na Tabela 4. Nota-se, também, uma ligeira vantagem para o modelo Logístico em árvores acima de 20 m de altura.

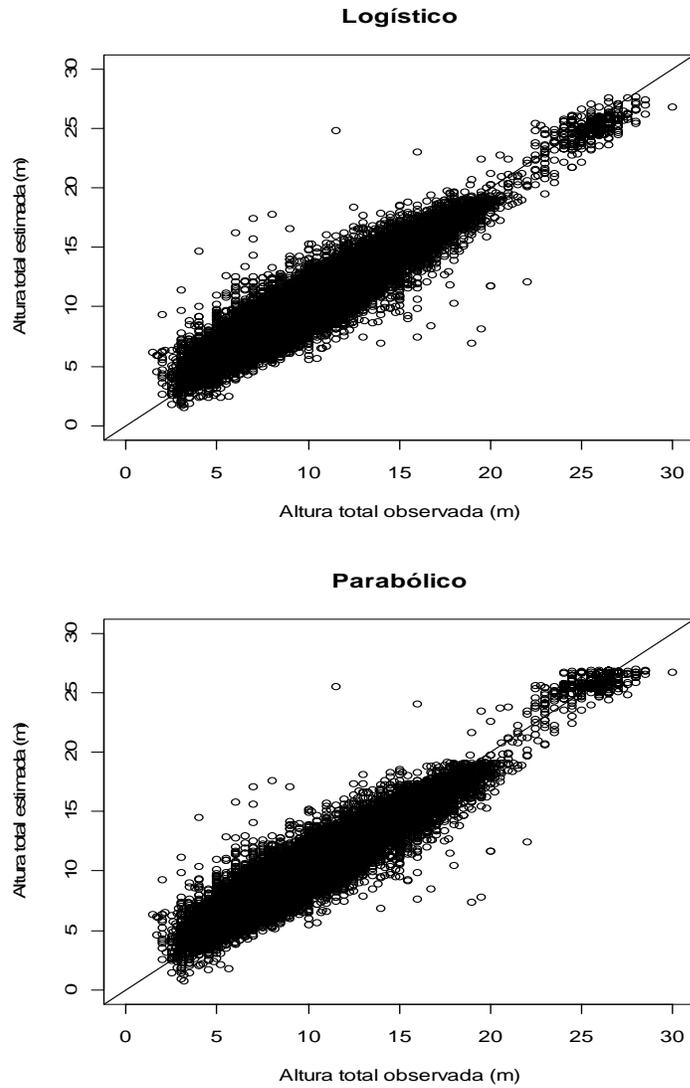


FIGURA 3 Altura total estimada *versus* altura total observada para os modelos com adição de covariantes

As Tabelas 6 e 7 apresentam comparações entre o modelo original e o modelo com adição de covariantes para o melhor modelo não linear e para o modelo linear.

TABELA 6 Teste da razão da máxima verossimilhança para o modelo Logístico original e modelo Logístico com adição das covariantes.

Modelo	g.l	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>lnmv</i>	<i>TRMV</i>	p
Original	4	111.085,2	111.117,8	-55.538,6		
Covariantes	17	84.909,8	85.048,4	-42.437,9	26.201,37	<0,0001

Em que: g.l = graus de liberdade, p = probabilidade.

TABELA 7 Critério de Informação de Akaike (*AIC*) e Critério de Informação Bayesiano (*BIC*), e logaritmo neperiano da máxima verossimilhança (*lnmv*) para o modelo Parabólico original e o modelo Parabólico com adição das covariantes

Modelo	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>lnmv</i>
Original	110.878,6	110.911,2	-55.435,3
Covariantes	85.623,5	85.721,3	-42.799,7

Avaliando os resultados da Tabela 6 observa-se que o *TRMV* foi altamente significativo e, com isso, comprova que o modelo Logístico com adição de covariantes foi melhor que o modelo Logístico original. Esse fato é comprovado com a melhora dos valores de *AIC*, *BIC* e *lnmv*. Analisando os resultados da Tabela 7, percebe-se que o modelo Parabólico com covariantes foi superior ao modelo original assim como para o modelo Logístico. Estes resultados encontrados corroboram os encontrados na Tabela 4 e Figuras 2 e 3.

Pelas Tabelas 6 e 7, nota-se que o modelo Logístico obteve melhores estimativas que o modelo Parabólico. Isso é percebido quando são analisadas as estatísticas *AIC*, *BIC*, onde suas estimativas foram melhores que o modelo

Parabólico. Os resultados encontrados nas Tabelas 6 e 7 concordam com os resultados da Figura 3 e Tabela 4.

5.2 Análise dos modelos para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes

A Tabela 8 apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos analisados para estimativa da altura média das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

TABELA 8 Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa da altura média das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

Logístico (Syx = 11,58%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_0	33,16158	1,3246	25,03	<0,0001
β_1	9,31847	0,4539	20,52	<0,0001
β_2	5,25193	0,2344	22,40	<0,0001
Assintótico (Syx = 11,63%)				
β_1	267,01157	338,7965	0,78	0,4309
β_2	2,58730	0,4555	5,68	<0,0001
β_3	-5,15332	1,3492	-3.81	0,0001
Michaelis-Menten (Syx = 11,82%)				
β_0	86,19977	6,1904	13,92	<0,0001
β_1	38,70536	3,3572	11,52	<0,0001
Schumacher (Syx = 13,57%)				
β_0	32,57835	0,5786	56,29	<0,0001
β_1	-6,10166	0,1258	-48,46	<0,0001

Analisando os resultados encontrados na Tabela 8, observa-se que os modelos tiveram significância em seus parâmetros, com exceção ao modelo Assintótico para β_1 . Se for considerado somente esse critério, os modelos

Logístico, Michaelis-Menten e o de Schumacher podem ser utilizados para estimativa da *HDC* de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Considerando o erro padrão relativo [*Syx*(%)], o modelo Logístico foi o que obteve o melhor resultado, seguido pelo modelo Assintótico, Michaelis-Menten e Schumacher, respectivamente.

A Tabela 9 apresenta o critério de informação de Akaike (*AIC*), critério de informação Bayesiano (*BIC*) e logaritmo neperiano da máxima verossimilhança (*lnmv*) para os modelos ajustados para estimativa da altura dominante e codominante de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

TABELA 9 Critério de informação de Akaike (*AIC*), critério de informação Bayesiano (*BIC*) e logaritmo neperiano da máxima verossimilhança (*lnmv*) para os modelos ajustados para estimativa da altura dominante e codominante

Modelo	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>lnmv</i>
Logístico	2.497,751	2.515,851	-1.244,875
Assintótico	2.503,622	2.521,722	-1.247,811
Michaelis-Menten	2.525,213	2.538,788	-1.259,607
Schumacher	2.713,288	2.726,863	-1.353,644

Pela Tabela 9, nota-se que o modelo Logístico obteve o melhor resultado, seguido do modelo Assintótico, Michaelis-Menten e Schumacher, respectivamente. Os resultados encontrados na Tabela 9 corroboram os resultados apresentados para *Syx* (%) (Tabela 8).

5.2.1 Aplicação do modelo para estimativa da altura dominante e codominante

Após a escolha do modelo Logístico
$$HDC_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i$$

(1), aplicou-se o método da curva guia para construção das curvas de índice de

sítio. A equação (1) é utilizada para estimativa dos valores da curva média, denominada de curva-guia.

Fazendo $HDC_i = S$ quando $I_i = I_{ref}$ (idade de referência), tem-se

$$S = \frac{\hat{\beta}_0}{1 + \exp\left[\left(\frac{\hat{\beta}_1 - I_{ref}}{\hat{\beta}_2}\right)\right]} \quad (2)$$

Isolando $\hat{\beta}_0$ (assíntota) em (1) e substituindo em (2), tem-se:

$$\hat{\beta}_0 = HDC_i \left\{ 1 + \exp\left[\left(\frac{\hat{\beta}_1 - I_i}{\hat{\beta}_2}\right)\right] \right\} \quad (3)$$

$$S = HDC_i \left\{ \frac{1 + \exp\left[\left(\frac{\hat{\beta}_1 - I_i}{\hat{\beta}_2}\right)\right]}{1 + \exp\left[\left(\frac{\hat{\beta}_1 - I_{ref}}{\hat{\beta}_2}\right)\right]} \right\} \quad (4)$$

A expressão (4) é utilizada para classificação de sítios. Isolando HDC_i , em (4), é obtida a expressão para construção de tabelas e/ou curvas de índice de sítio.

$$HDC_i = S \left\{ \frac{1 + \exp\left[\left(\frac{\hat{\beta}_1 - I_{ref}}{\hat{\beta}_2}\right)\right]}{1 + \exp\left[\left(\frac{\hat{\beta}_1 - I_i}{\hat{\beta}_2}\right)\right]} \right\} \quad (5)$$

Após análise das HDC_i observadas, os dados foram divididos nas classes de sítio apresentadas na Tabela 10.

TABELA 10 Limites das classes de sítio

Classe	Limite inferior (m)	Limite superior (m)
I	40	45
II	35	40
III	30	35
IV	25	30
V	20	25
VI	15	20

Após a definição das classes de sítio foram plotadas as curvas de índice de sítio (Figura 4). Observando a Figura 4, nota-se que as alturas dominantes e codominantes observadas estão, em sua maioria, nos sítios III, IV e V.

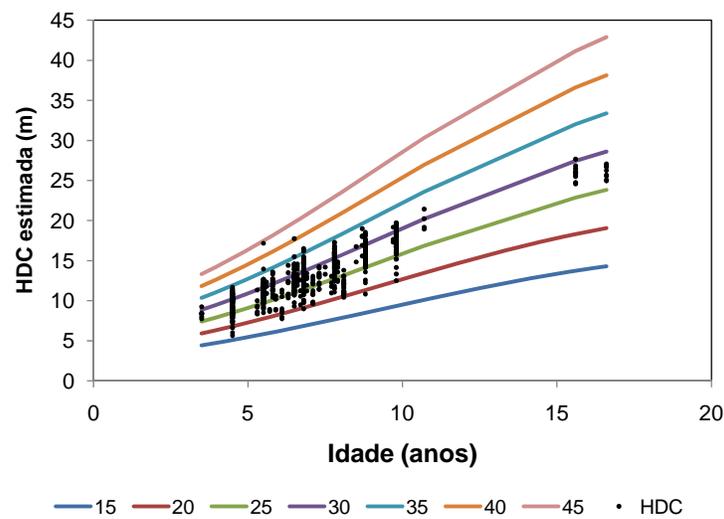


FIGURA 4 Curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* em Nova Ponte, Minas Gerais.

6 CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, para as condições em que foi desenvolvido este estudo, conclui-se que:

- O modelo Logístico foi o mais preciso na estimativa da relação hipsométrica e crescimento em altura média de árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*;
- A adição de covariantes possui grande potencial de utilização em modelagem florestal, pois gerou aumento na precisão dos modelos analisados.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, V. C. L.; MARTINS, S. V.; CALEGARIO, N.; CHICHORRO, J. F. Influência de três sistemas de amostragem na estimativa da relação hipsométrica e do volume de árvores em um fragmento de Mata Atlântica. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 70, p. 31-37, 2006.

BAILEY, R. L.; CLUTTER, J. L. Base-age invariant polymorphic site curves. **Forest Science**, Lawrence, v. 20, n. 2, p. 155-159, 1974.

BARTOSZECK, A. C. de P. e S.; MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. de. Modelagem da relação hipsométrica para bracingais da região metropolitana de Curitiba-PR. **Floresta**, Curitiba, v. 32, n. 2, p. 189-204, 2003.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. do; MARQUESINI, M. Desempenho de modelos de relação hipsométrica: estudo em três tipos de floresta. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 60, p. 149-163, 2001.

BURKHART, H. E.; TENNENT, R. B. Site index equations for radiate pine in New Zealand. **Forest Science**, Bethesda, v. 7, p. 408-416, 1977.

CALDEIRA, M. V. W.; SCHUMACHER, M. V.; SCHEEREN, L. W.; WATSLAWICKI, L. F. Relação hipsométrica para *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze na região oeste do Estado do Paraná. **Ciências Agrárias e Ambientais**, Curitiba, v. 1, n. 2, p. 79-88, 2003.

- CURTIS, R. O. A stem-analysis approach to site-index curves. **Forest Science**, Lawrence, v. 10, n. 2, p. 241-256, 1964.
- FANG, Z.; BAILEY, R. L. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 110, p. 315-327, 1998.
- GUIMARÃES, M. A. M.; CALEGARIO, N.; CARVALHO, L. M. T. de; TRUGILHO, P. F. Height-diameter models in forestry with inclusion of covariates. **Cerne**, Lavras, v. 15, n. 3, p. 313-321, 2009.
- MACHADO, S. A.; BAILEY, R. L.; BASSO, S. F.; BEVILACQUA JÚNIOR, V. G. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito a idade para plantações de *Pinus elliottii* no Estado do Paraná. **Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 5-12, 1994.
- SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber yield studies. **Journal of Forestry**, Washington, v. 37, p. 819-820, 1939.
- SCOLFORO, J. R. S. Curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **Instituto de Pesquisas e Estudos Florestais - IPEF**, Piracicaba, v. 45, p. 40-47, 1992.
- SELLE, G. L.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Classificação de sítio para *Pinus taeda* L., através da altura dominante, para a região de Cambará do Sul, RS, Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 4, n. 1, p. 77-95, 1994.
- SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; RODRIGUES, F. L.; PETERNELLI, L. A. Análise da influência de diferentes tamanhos e composições de amostra no ajuste de uma relação hipsométrica para *Eucalyptus grandis*. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 31, n. 4, p. 685-694, 2007.
- SOARES, T. S.; SCOLFORO, J. R. S.; FERREIRA, S. O.; MELLO, J. M. de. Uso de diferentes alternativas para viabilizar a relação hipsométrica no povoamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 6, p. 845-854, 2004.
- TOMÉ, M.; RIBEIRO, F.; FAIAS, S. Relação hipsométrica geral para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. **Silva Lusitana**, Lisboa, v. 15, n. 1, p. 41-55, 2007.

TONINI, H.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SPATHELF, P.
Crescimento em altura de *Pinus elliottii* engelm., na região de Piratini no Rio Grande do Sul, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 31, n. 3, p. 417-423, 2001.

ZANON, M. L. B.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. Funções para descrever a relação altura diâmetro de *Eucalyptus dunnii* Maiden. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 26, n. 1, p. 87-90, 1996.

CAPÍTULO 3

MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO OBTIDOS POR MEIO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

1 RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos não lineares desenvolvidos por meio de equações diferenciais para estimativa do crescimento e produção de povoamentos florestais. Os dados utilizados foram obtidos no município de Paraopeba, Minas Gerais, Brasil. Utilizaram-se dados de plantios de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* com espaçamento 3x3m, oriundos de parcelas permanentes. Para a estimativa do crescimento e produção em área basal, foram desenvolvidos dois modelos (Modelo I e Modelo II) não lineares a partir de equações diferenciais. Para estimativa da produção em volume foi proposta a utilização do modelo logístico em função das variáveis idade, índice de sítio e área basal do povoamento. Foi analisada, também, a eficiência dos sistemas formados pelo modelo logístico e os modelos obtidos por meio de equações diferenciais em comparação com o modelo de Clutter. De acordo com os resultados, os modelos para projeção da área basal, obtidos por meio de equações diferenciais, apresentaram compatibilidade entre crescimento e a produção florestal. O modelo Logístico com adição de covariantes apresentou compatibilidade entre o crescimento e a produção em volume. O Sistema I e o Sistema II, formados pelo modelo Logístico com adição de covariantes para volume e o Modelo I e Modelo II, respectivamente, geraram diferentes alternativas de colheita/desbastes em diferentes índices de sítio, apresentando consistência biológica.

Palavras-chave: modelos não lineares, modelos compatíveis, consistência biológica.

2 ABSTRACT

The aim of this study was to evaluate nonlinear models developed by differential equations to estimate forest growth and yield in volume. The data used were obtained from Paraopeba city, Minas Gerais, Brazil. We used data of *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* with 3x3m spacing, from permanent plots. To estimate the growth and production in basal area were developed two models (Model I and Model II) using nonlinear models and differential equations technique. To estimate the volume yield was proposed the logistic model as function of age, site index and basal area of the stand. Was also evaluated the efficiency of systems formed by the logistic model and the models obtained by differential equations in comparison with the model of Clutter. According to the results, models for projection of basal area, obtained by differential equations, showed compatibility in growth and yield. The Logistic model with the addition of covariates showed compatibility in growth and yield. System I and System II, formed by the Logistic model with added volume and covariates for Model I and Model II, respectively, generated alternatives of harvest/thinning at different levels of site, presenting biological consistency.

Key words: nonlinear models, compatible models, biological consistency.

3 INTRODUÇÃO

O planejamento florestal deve atender a algumas indagações básicas como: quanto, como, onde, quando e para quem produzir. Para responder a essas perguntas, é necessário um bom conhecimento do crescimento e produção da floresta. Com isso, a variável volume constitui uma das informações de maior importância para o conhecimento do potencial de produção florestal de uma determinada região, sendo que o volume individual fornece a informação inicial para avaliação da produção de madeira dos povoamentos florestais (Machado et al., 2005).

Vaccaro et al. (2003) citam que os primeiros estudos sobre modelagem de crescimento originaram na Europa, em 1850, por meio de métodos gráficos que interpretavam o crescimento e produção. Monserud (1984) cita que as tabelas de produção são construídas nos Estados Unidos desde 1920. As tabelas de produção seguiram com o *status* de modelagem de crescimento e produção até 1950 (Vaccaro et al., 2003). Várias são as pesquisas sobre o crescimento e produção, dentre elas pode-se citar: Schumacher (1939), Clutter (1963), Burkhart (1971), Sullivan & Clutter (1972), Pienaar & Turnbull (1973), Pienaar (1979), Scolforo & Machado (1996), Arce et al. (1997, 1998), Wendling et al. (1998), Silva (2001), Abreu et al. (2002), Vaccaro et al. (2003), Calegario et al. (2004, 2005b).

O grande avanço no estudo de crescimento e produção é devido à aplicação dos modelos de prognose do crescimento e da produção. Modelos de crescimento e produção são relações entre a quantia de produção e crescimento e os vários fatores que explicam ou estimam este crescimento (Davis & Johnson, 1987).

A necessidade crescente do conhecimento da situação presente dos povoamentos, bem como de sua dinâmica, tem conduzido a um contínuo

aprimoramento das técnicas de construção de modelos de crescimento e produção (Resende et al., 2004). Os modelos de crescimento podem ser representados por equações diferenciais ou sistemas com duas ou mais destas equações (Wraith & Or, 1998). Entre os trabalhos que utilizaram equações diferenciais pode-se citar Schumacher (1939), Buckman (1962), Clutter (1963) e Mendes et al. (2007), entre outros. Mas, apesar de utilizarem equações diferenciais, a maioria desses modelos utiliza somente relações lineares.

Nos modelos não lineares, ao invés de se fazer uma descrição puramente empírica do fenômeno em estudo, pode-se, a partir de suposições importantes sobre o problema (frequentemente obtidas por meio de uma ou mais equações diferenciais), trabalhar no sentido de obter uma relação teórica entre as variáveis de interesse. Outra grande vantagem dos modelos não lineares é a interpretação dos parâmetros. Em muitas situações, necessitam de menos parâmetros nos modelos não lineares do que nos lineares, o que simplifica e facilita a interpretação. Modelos não lineares de produção com tendência sigmoideal representam melhor o crescimento de indivíduos/populações por apresentarem, muitas vezes, tendência igual àquela representada, na base de dados, pela variação da produção ao longo do tempo.

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos não lineares desenvolvidos para estimativa do crescimento e da produção de povoamentos por meio de equações diferenciais.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Caracterização e análise dos dados

Os dados utilizados foram obtidos numa área pertencente a V & M Florestal, no município de Paraopeba, Minas Gerais, Brasil. A temperatura

média da região é de 20,9 °C e precipitação anual de 1328,7 mm (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, 2010).

Foram utilizados dados de plantios de clonais do híbrido *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* no espaçamento 3x3m. Para a estimativa da produção em área basal e volume dos povoamentos foram utilizados dados de parcelas permanentes.

A distribuição do volume dos povoamentos está apresentada na Figura 1.

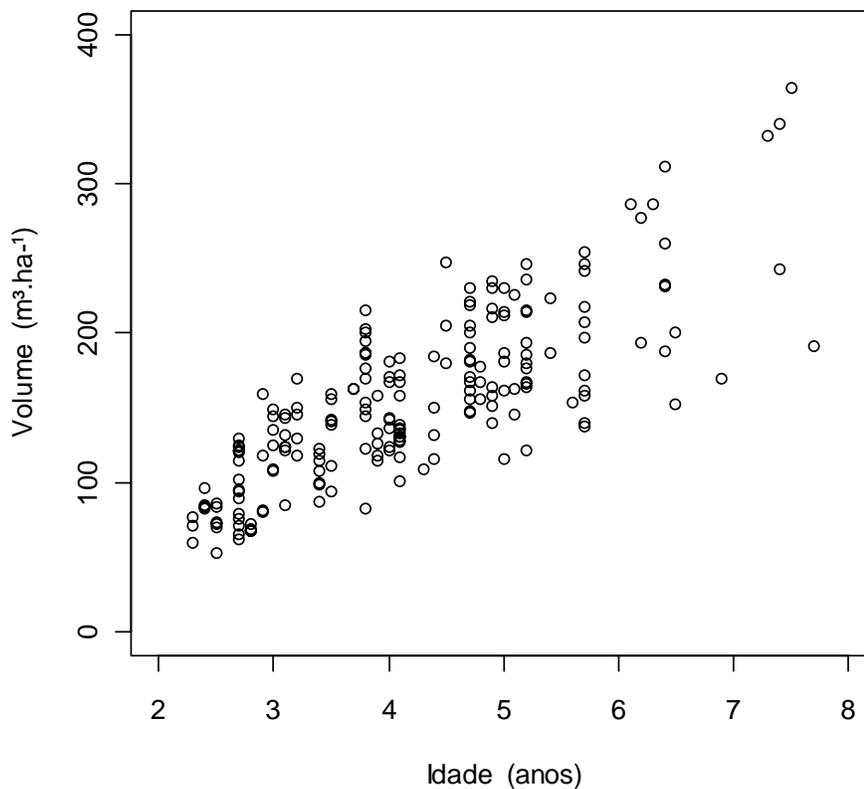


FIGURA 1 Distribuição do volume em função da idade dos povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

Para análise dos dados foi utilizado o *software* estatístico R versão 2.10.1.

4.2 Estimativa do volume individual

Os dados utilizados para estimativa do volume de árvores individuais foram provenientes de cubagem rigorosa de 46 árvores de povoamentos clonais de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*. Foi utilizado o modelo de Schumacher & Hall (1933), ajustado por Carvalho (2010). O modelo ajustado pode ser observado na equação (1).

$$\hat{V}_i = 0,000029453 \cdot DAP_i^{1,917771} H_i^{1,12102} \quad (1)$$

$$S_{yx} = 4,29 \%$$

Em que: V_i = volume da i -ésima árvore (m^3); H_i = altura total da árvore (m); DAP_i = diâmetro a 1,30 m do solo (cm); S_{yx} (%) = erro padrão relativo.

4.3 Desenvolvimento do modelo de crescimento e produção em área basal

O desenvolvimento do modelo de crescimento e produção foi obtido a partir de equações diferenciais conforme Mendes et al. (2007).

O primeiro passo é a escolha de modelos que tem tendência semelhante a uma curva típica de incremento corrente anual (ICA) (Figura 2).

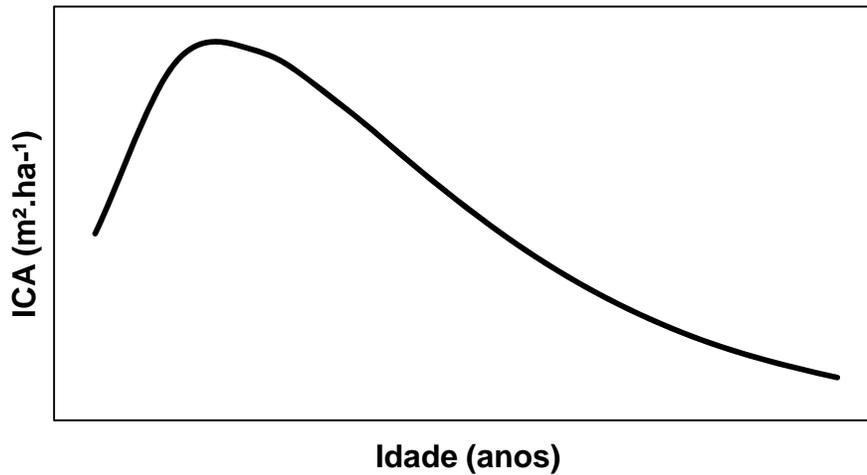


FIGURA 2 Exemplo típico do incremento corrente anual do crescimento de povoamentos (ICA) em função da idade.

Foram escolhidos dois modelos que representam a tendência apresentada na Figura 2. O primeiro modelo escolhido foi $Y = \beta_0 I e^{-\beta_1 I}$ (Ratkowsky, 1989). Então, o ICA foi descrito conforme a equação (2)

$$ICA = \frac{\partial G}{\partial I} = \beta_0 I e^{-\beta_1 I} \quad (2)$$

Em que: G = área basal do i-ésimo povoamento (m².ha⁻¹); I = idade do povoamento (anos); β_i = parâmetros do modelo.

Após isso, integrou-se a equação (2) e foi obtida a função de produção em área basal:

$$\int \frac{\partial G}{\partial I} = \int \beta_0 I e^{-\beta_1 I} \partial I$$

$$G = \beta_0 \frac{(-e^{-\beta_1 I} \beta_1 I - e^{-\beta_1 I})}{\beta_1^2} \quad (3)$$

Em que: e = base do logaritmo neperiano.

Para obtenção do modelo para projeção da área basal do povoamento, integrou-se a equação (2) entre as idades I_1 e I_2 . Com isso, tem-se:

$$\int_{I_1}^{I_2} \frac{\partial G}{\partial I} = \int_{I_1}^{I_2} \beta_0 I e^{-\beta_1 I} \partial I$$

$$G_2 - G_1 = \beta_0 \frac{(-e^{-\beta_1 I_2} \beta_1 I_2 - e^{-\beta_1 I_2} + e^{-\beta_1 I_1} \beta_1 I_1 + e^{-\beta_1 I_1})}{\beta_1^2}$$

$$G_2 = G_1 + \beta_0 \frac{(-e^{-\beta_1 I_2} \beta_1 I_2 - e^{-\beta_1 I_2} + e^{-\beta_1 I_1} \beta_1 I_1 + e^{-\beta_1 I_1})}{\beta_1^2} \quad (4)$$

Em que: G_I = área basal na idade I_I ; G_2 = área basal na idade I_2 ; I_I = idade presente; I_2 = idade futura.

E, inserindo o efeito do índice sítio (S) na equação (4), é obtido o Modelo I:

$$G_2 = G_1 + (\beta_{00} + \beta_{01} S) \frac{(-e^{-(\beta_{10} + \beta_{11} S) I_2} (\beta_{10} + \beta_{11} S) I_2 - e^{-(\beta_{10} + \beta_{11} S) I_2})}{(\beta_{10} + \beta_{11} S)^2} +$$

$$\frac{(e^{-(\beta_{10} + \beta_{11} S) I_1} (\beta_{10} + \beta_{11} S) I_1 + e^{-(\beta_{10} + \beta_{11} S) I_1})}{(\beta_{10} + \beta_{11} S)^2} \quad (5)$$

O segundo modelo escolhido foi $Y = (\beta_0 I - \beta_1)e^{-\beta_0 I}$ (Ratkowsky, 1989). Então, o ICA foi descrito conforme a equação (6)

$$ICA = \frac{\partial G}{\partial I} = (\beta_0 I - \beta_1)e^{-\beta_0 I} \quad (6)$$

Após isso, integrou-se a equação (6) e foi obtida a função de produção em área basal:

$$\int \frac{\partial G}{\partial I} = \int (\beta_0 I - \beta_1)e^{-\beta_0 I}$$

$$G = -\frac{e^{-\beta_0 I} \beta_0 I + e^{-\beta_0 I} - e^{-\beta_0 I} \beta_1}{\beta_0} \quad (7)$$

Para obtenção do modelo para projeção da área basal do povoamento, integra-se a equação (6) entre as idades I_1 e I_2 , com isso tem-se

$$\int_{I_1}^{I_2} \frac{\partial G}{\partial I} = \int_{I_1}^{I_2} (\beta_0 I - \beta_1)e^{-\beta_0 I} \partial I$$

$$G_2 - G_1 = \frac{(-\beta_0 I_2 e^{-\beta_0 I_2} - e^{-\beta_0 I_2} + e^{-\beta_0 I_2} \beta_1 + \beta_0 I_1 e^{-\beta_0 I_1} + e^{-\beta_0 I_1} - e^{-\beta_0 I_1} \beta_1)}{\beta_0}$$

$$G_2 = G_1 + \frac{(-\beta_0 I_2 e^{-\beta_0 I_2} - e^{-\beta_0 I_2} + e^{-\beta_0 I_2} \beta_1 + \beta_0 I_1 e^{-\beta_0 I_1} + e^{-\beta_0 I_1} - e^{-\beta_0 I_1} \beta_1)}{\beta_0} \quad (8)$$

E, inserindo o efeito do sítio (S) na equação (8), foi obtido o Modelo II:

$$G_2 = G_1 + \frac{\left[-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_2 e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_2} - e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_2} + e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_2} (\beta_{10} + \beta_{11}S) \right]}{\beta_{00} + \beta_{01}S} + \frac{\left[(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_1 e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_1} + e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_1} - e^{-(\beta_{00} + \beta_{01}S)I_1} (\beta_{10} + \beta_{11}S) \right]}{\beta_{00} + \beta_{01}S} \quad (9)$$

As equações (5) e (9) são as formas de ajuste para projeção da área basal, para o Modelo I e Modelo II, respectivamente. Pode-se garantir por estas equações que quando $I_2=I_1$ ∴ $G_2=G_1$.

Os modelos não lineares propostos para projeção da área basal de povoamentos, bem como o usado para estimativa da produção em volume dos (item 2.4), foi estimado por meio do algoritmo de Gauss-Newton.

4.4. Modelos para estimativa do crescimento e produção em volume

Para estimativa da produção em volume foi utilizado o modelo Logístico:

$$V_2 = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_2)/\beta_2]} + \varepsilon_i \quad (10)$$

O modelo logístico, como outros modelos não lineares, permite a obtenção dos parâmetros iniciais do modelo pela interpretação dos seus parâmetros. O parâmetro β_0 representa a assíntota horizontal superior (AHS), isto é, o valor máximo da resposta (V_2) no tempo (I_2). O parâmetro β_1 representa o ponto de inflexão da curva, ou seja, a idade (I_2) onde a produção (V_2) atingir metade de β_0 . E, o parâmetro β_2 (escala) representa a diferença entre as idades onde a produção atingir aproximadamente 73% de β_0 e a idade no ponto de inflexão. Este modelo se apresenta como um dos de maior facilidade de interpretação. Essa facilidade é de grande importância, pois uma das maiores limitações do uso de modelos lineares é a escolha correta dos parâmetros iniciais

para o processo de iteração. Quando os valores iniciais são muito diferentes das estimativas para uma determinada base de dados, o algoritmo não converge ou gera estimativas não-confiáveis (Calegario et al., 2005a).

Baseando-se no fato de que a variação do volume total de povoaamentos não é apenas explicada pela idade, os parâmetros do modelo logístico foram decompostos e associou-se às mesmas variáveis relativas ao povoamento [índice de sítio (S) e área basal do povoamento (G)]. O modelo Logístico com adição de covariantes é expresso por:

$$V_2 = \frac{\beta_{00} + \beta_{01}S}{1 + \exp\{[(\beta_{10} + \beta_{11}G_2) - I_2]/\beta_2\}} + \varepsilon_i \quad (11)$$

Para testar a eficiência das novas propostas, foram feitas comparações com o sistema de modelos de Clutter, o qual é bastante utilizado para este tipo de estimativa. Esse modelo foi ajustado pelo método dos mínimos quadrados em dois estágios e possui a seguinte forma de ajuste:

$$\ln V_2 = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{I_2} \right) + \beta_2 S + \beta_3 \ln G_2 + \varepsilon_i \quad (12)$$

$$\ln G_2 = \ln G_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) S + \varepsilon_i \quad (13)$$

Em que: \ln = logaritmo neperiano; α_i = parâmetros do modelo.

Com isso, tem-se 3 (três) sistemas de equações para projeção do volume de povoaamentos (Tabela 1).

TABELA 1 Sistemas de equações utilizados para estimativa do crescimento e produção

Sistema	Modelo para projeção do volume	Modelo para projeção da área basal
Sistema I	Logístico (11)	Modelo I (5)
Sistema II	Logístico (11)	Modelo II (9)
Sistema III	Clutter (12)	Clutter (13)

4.5 Avaliação dos modelos

Os modelos utilizados tiveram sua precisão testada por meio das seguintes estatísticas:

a) Erro padrão relativo:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}} \quad S_{yx} (\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

Em que: S_{yx} = erro padrão residual (m); $S_{yx} (\%)$ = erro padrão relativo; \hat{Y} = valor estimado pelo modelo; Y = valor observado; \bar{Y} = média de Y ; n = número de observações; p = número de parâmetros.

Além disso, foram feitas as análises gráficas do erro (%) em função do valor estimado pelo modelo. Os valores do erro (%) utilizados na construção dos gráficos foram expressos por:

$$Erro (\%) = 100 \times \frac{Y - \hat{Y}}{Y}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Análise dos modelos desenvolvidos para estimativa do crescimento e produção em área basal do povoamento

A Tabela 2 apresenta as estatísticas do ajuste dos modelos para projeção em área basal.

TABELA 2 Estatísticas do ajuste dos modelos para projeção em área basal de povoamentos

Modelo I (Syx = 5,88%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
β_{00}	21,59591	4,6763	4,62	<0,001
β_{01}	-0,41445	0,1628	-2,54	0,012
β_{10}	1,01560	0,1476	6,88	<0,001
β_{11}	-0,01382	0,0053	-2,56	0,011
Modelo II (Syx = 5,60%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
β_{00}	0,74819	0,1311	5,70	<0,001
β_{01}	-0,01488	0,0047	-3,10	0,002
β_{10}	-24,27597	4,5404	-5,35	<0,001
β_{11}	0,48076	0,15754	3,05	0,003
Clutter (Syx = 5,97%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
α_0	3,54075	0,0168	210,94	<0,001

Pela Tabela 2 observa-se significância em todos os parâmetros dos modelos analisados. Se for considerado somente este critério, os modelos podem ser utilizados na projeção da área basal de povoamentos *Eucalyptus* sp.. O parâmetro α_1 do modelo de Clutter não foi significativo, por isso foi retirado do modelo.

Considerando o erro padrão relativo [Syx(%)], os modelos analisados apresentaram um pequeno erro na estimativa da área basal do povoamento. O Modelo II apresentou o melhor resultado, seguido do Modelo I e de Clutter, respectivamente.

A Figura 3 apresenta a distribuição residual dos modelos para projeção da área basal.

Analisando os resultados encontrados na Figura 3, percebe-se que a maior parte dos erros (%) está concentrada na faixa de $\pm 15\%$. Apesar disso, os modelos avaliados apresentaram uma tendência de subestimativa da área basal em povoamentos acima de aproximadamente $23 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$. Além disso, os maiores erros encontrados foram em povoamentos abaixo de $15 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$. Comparando a variação dos valores estimados com os valores observados no campo, nota-se que o modelo II proposto conseguiu representar a variação real dos valores de área basal, uma vez que esta foi de $8,1$ a $28,3 \text{ m}^2.\text{ha}^{-1}$, aproximadamente. Nota-se uma ligeira vantagem do Modelo II, como observado na Tabela 2.

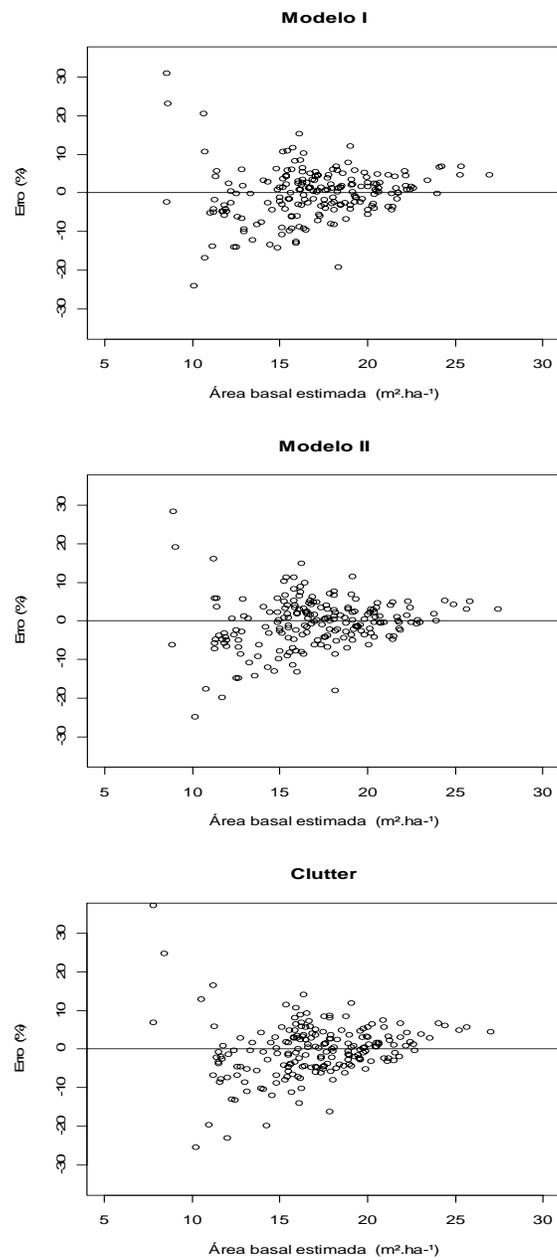


FIGURA 3 Distribuição dos resíduos, em porcentagem, em função da área basal estimada, para o Modelo Completo I, Completo II e Clutter.

5.1.1 Compatibilidade dos modelos desenvolvidos na projeção da área basal

Muitos pesquisadores ressaltam a importância da compatibilidade de modelos de crescimento e produção. Esse conceito surgiu dos trabalhos de Buckman (1962) e Clutter (1963). As equações (5) e (9) geram estimativas compatíveis do crescimento em área basal do povoamento, isto é, quando se estima a área basal da Idade 2 para a Idade 4 é obtido o mesmo resultado de quando é estimada a produção aos 4 anos a partir da idade de 3 anos.

Para testar a compatibilidade do modelo de projeção da área basal, têm-se as seguintes informações: $S = 20$ m; $G_1 = 2,5$ m².ha⁻¹; $I_1 = 2$ anos. Agora para comprovação da compatibilidade deve-se então, por exemplo, projetar a área basal de: i) 2anos para 4 anos; ii) 3 para 4 anos.

a) Modelo I

a₁)Projeção de 2 anos para 4 anos:

$$G_2 = 2,5 + \left(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} 20 \right) \frac{\left(-e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right) 4} \left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right) \cdot 4 - e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right) 4} \right)}{\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right)^2} +$$

$$\frac{\left(e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right) 2} \left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right) \cdot 2 + e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right) 2} \right)}{\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} 20 \right)^2}$$

$$G_2 = 11,25 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$$

a₂) Projeção de 3 anos para 4 anos:

- de 2 para 3 anos:

$$G_2 = 2,5 + \left(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20 \right) \frac{\left(-e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 3} \times \left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 3 - e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 3} \right)}{\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right)^2} +$$

$$\frac{\left(e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 2} \times \left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 2 + e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 2} \right)}{\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right)^2}$$

$$G_2 = 7,73 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$$

- de 3 para 4 anos

$$G_2 = 7,73 + \left(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20 \right) \frac{\left(-e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 4} \times \left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 4 - e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 4} \right)}{\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right)^2} +$$

$$\frac{\left(e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 3} \times \left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 3 + e^{-\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right) \times 3} \right)}{\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20 \right)^2}$$

$$G_2 = 11,25 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$$

b) Modelo II

b₁) Projeção de 2 anos para 4 anos:

$$G_2 = 2,5 + \frac{\left[-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4 \times e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4} - e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4} + e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4} \times (\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20) \right]}{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20} + \frac{\left[(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 2 \times e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 2} + e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 2} - e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 2} \times (\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20) \right]}{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20}$$

$$G_2 = 11,03 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$$

b₂) Projeção de 3 anos para 4 anos:

- de 2 para 3 anos:

$$G_2 = 2,5 + \frac{\left[-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3 \times e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3} - e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3} + e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3} \times (\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20) \right]}{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20} + \frac{\left[(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \cdot 2 \cdot e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \cdot 2} + e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \cdot 2} - e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \cdot 2} \times (\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20) \right]}{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20}$$

$$G_2 = 7,65 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$$

- de 3 para 4 anos

$$G_2 = 2,5 + \frac{\left[-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4 \times e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4} - e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4} + e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 4} \times (\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20) \right]}{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20} + \frac{\left[(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 2 \times e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3} + e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3} - e^{-(\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20) \times 3} \times (\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} \times 20) \right]}{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} \times 20}$$

$$G_2 = 11,03 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$$

Os resultados encontrados para este exemplo corroboram a afirmação da compatibilidade dos modelos de projeção da área basal propostos.

5.2 Análise dos modelos para estimativa do crescimento e produção em volume

A Tabela 3 apresenta as estatísticas do ajuste do modelo de Logístico com adição de covariantes e o modelo de Clutter para estimativa do crescimento e produção em volume de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

TABELA 3 Estatísticas do ajuste do modelo Logístico com adição de covariantes e o modelo de Clutter para estimativa do crescimento e produção em volume

Logístico com covariantes (Syx = 3,97%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
β_{00}	185,42572	16,5311	11,22	<0,001
$\beta_{01}S$	10,61347	0,5598	18,96	<0,001
β_{10}	24,10238	1,2522	19,25	<0,001
$\beta_{11}G_2$	-0,83303	0,0481	-17,32	<0,001
β_2	7,45112	0,3828	19,47	<0,001
Clutter (Syx = 3,81%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_0	1,42155	0,0706	20,14	<0,001
β_1	-1,60479	0,0667	-24,05	<0,001
β_2	0,02342	0,0010	24,12	<0,001
β_3	1,18627	0,0224	52,97	<0,001

Pela Tabela 3, observa-se que todos os parâmetros foram altamente significativos ($p < 0,001$). Os modelos avaliados apresentaram estimativas precisas para o crescimento e produção em volume ($Syx < 4\%$), com uma ligeira vantagem para o modelo de Clutter. Isso indica que ambos podem ser utilizados na estimativa do volume.

A Figura 4 apresenta a distribuição residual do modelo Logístico com adição de covariantes e o modelo de Clutter para estimativa do crescimento e produção em volume de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

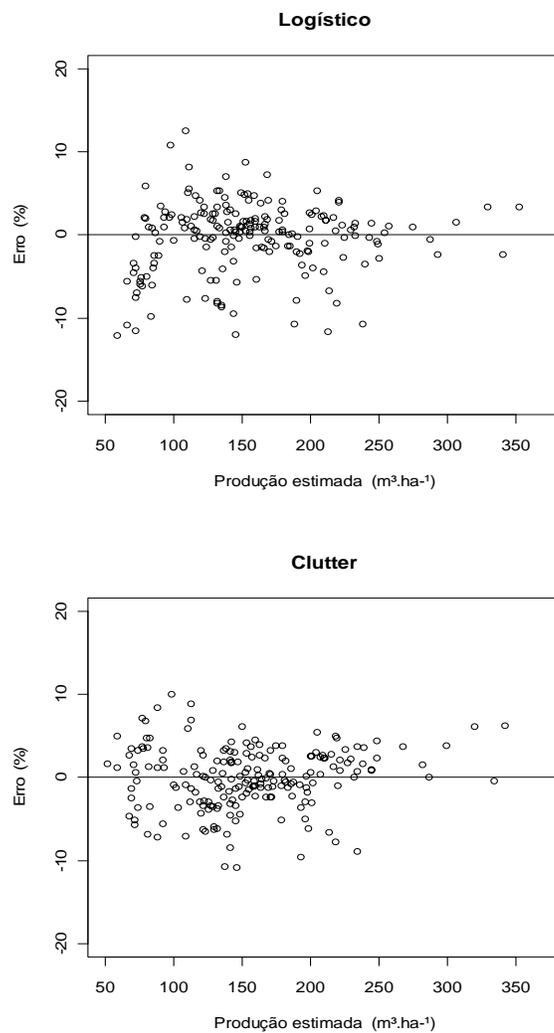


FIGURA 4 Distribuição dos resíduos, em percentagem, em função do volume estimado, para o modelo Logístico com covariantes e o Modelo de Clutter.

Na Figura 4 nota-se que a maior parte dos erros (%) está entre $\pm 10\%$. Os modelos avaliados apresentaram maior erro (%) para valores de volume abaixo de $250 \text{ m}^3.\text{ha}^{-1}$. A partir dessa produção, o modelo de Clutter apresentou

tendência de subestimativa. Os baixos valores de erro (%) apresentados pela análise gráfica dos resíduos estão de acordo com os baixos valores de Syx (%) encontrados na Tabela 3.

A Tabela 4 apresenta o erro padrão relativo [Syx (%)] para as alternativas de projeção do volume de povoamentos de *Eucalyptus* sp..

TABELA 4 Erro padrão relativo [Syx (%)] para as alternativas de projeção do crescimento e produção de povoamentos *Eucalyptus* sp..

Alternativa	Syx (%)
Sistema I	7,36
Sistema II	7,13
Sistema III	8,31

Avaliando a Tabela 4, observa-se que os sistemas de equações compostos foram precisos. O Sistema II obteve o melhor resultado na projeção do volume de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* seguido do Sistema I e Sistema III, respectivamente.

A Figura 5 apresenta a distribuição dos resíduos, em percentagem, em função do volume estimado, para os sistemas de projeção do crescimento e produção de povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

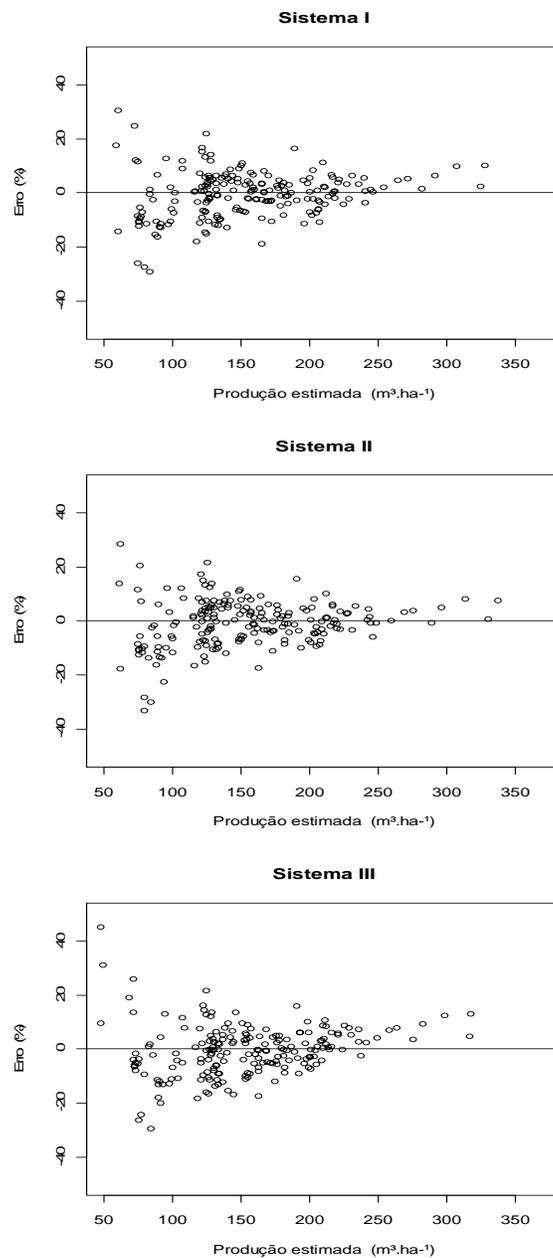


FIGURA 5 Distribuição dos resíduos, em porcentagem, em função do volume estimado, para as alternativas de projeção do crescimento e produção de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

Pela Figura 5 nota-se que a distribuição dos resíduos está, em sua maioria, entre $\pm 20\%$. As três alternativas de projeção do volume tiveram a distribuição residual semelhante. Os sistemas apresentaram uma leve tendência de subestimativa de valores de volume acima de $250 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$.

A distribuição do volume real dos povoamentos está entre aproximadamente $52 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$ e $364 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$. O Sistema II foi o que mais se aproximou dessa distribuição (entre $61,08 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$ e $337,24 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$), seguido do Sistema I (entre $58,48 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$ e $327,96 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$) e Sistema III (entre $47,24 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$ e $317,34 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$), respectivamente.

5.2.1 Compatibilidade do modelo Logístico com adição de covariantes na estimativa da produção em volume

Para testar a compatibilidade do modelo Logístico com adição de covariantes, foi obtida a função de crescimento em volume por meio da primeira derivada da equação de produção em relação à idade.

$$\frac{\partial V_i}{\partial I_i} = \frac{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} S}{1 + \exp\left\{\left[\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} G_i\right) - I_i\right] / \hat{\beta}_2\right\}} \partial I$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial I_i} = \frac{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} S}{\left\{1 + \exp\left[\left[\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} G_i\right) - I_i\right] / \hat{\beta}_2\right]\right\}^2 \hat{\beta}_2} \quad (14)$$

Aplicando a integral na função de crescimento é obtida a função de produção.

$$V_i = \int \frac{\hat{\beta}_{00} + \hat{\beta}_{01} S}{\left\{1 + \exp\left[\left[\left(\hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11} G_i\right) - I_i\right] / \hat{\beta}_2\right]\right\}^2 \hat{\beta}_2} \quad (15)$$

Considerando as áreas basais calculadas pelo Modelo II para o sítio de 20 m (item 3.1.1), foram obtidas as produções aos 2, 3 e 4 anos com a aplicação da equação (15). Para a idade de 2 anos, tem-se a área basal igual a $2,50 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$ e após a integral da equação do crescimento obteve-se uma produção de $25,35 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$. Para a idade de 3 anos, tem-se a área basal igual a $7,65 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$ e uma produção de $43,82 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$. Para a idade de 4 anos, tem-se a área basal igual a $11,03 \text{ m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$ e uma produção de $74,66 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$.

Calculando a produção a partir da equação (11), obteve-se as produções de $25,35 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$; $43,82 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$ e $74,66 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$. Analisando os resultados encontrados a partir da integral da função de crescimento e da função de produção, é comprovada a compatibilidade entre os modelos de crescimento e de produção conforme discutidos nos trabalhos de Buckman (1962) e Clutter (1963).

5.3 Aplicação dos sistemas propostos para estimativa do crescimento e da produção em volume de povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*

As Figuras 6, 7 e 8 apresentam a estimativa dos incrementos corrente anual e médio anual de povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*, em locais com diferentes capacidades produtivas.

Pela Figura 6 nota-se que o Sistema I gerou alternativas de colheita ou desbastes em, aproximadamente, 6 anos para o sítio 22,5 m; 5,7 anos para o sítio 27,5 m e 5,5 anos para o sítio 32,5 m. Mas, quando se avaliou o Sistema II (Figura 7), este sistema gerou alternativas de colheita ou desbastes em, aproximadamente, 6,4 anos para o sítio 22,5 m; 6,2 anos para o sítio 27,5 m e 6 anos para o sítio 32,5 m. Já para o sistema formado pelos modelos de Clutter (Sistema III) (Figura 8), a alternativa seria cortar aos 6,2 anos para o sítio 22,5 m; aos 5,3 anos para o sítio 27,5 m e aos 4,8 anos para o sítio 32,5 m. Os Sistemas I, II e III geraram alternativas de corte biologicamente consistentes.

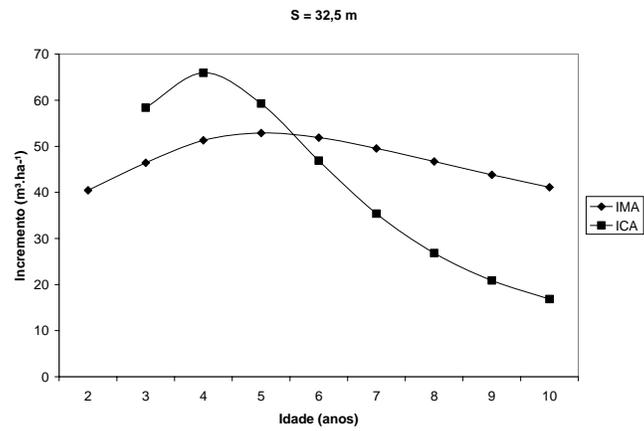
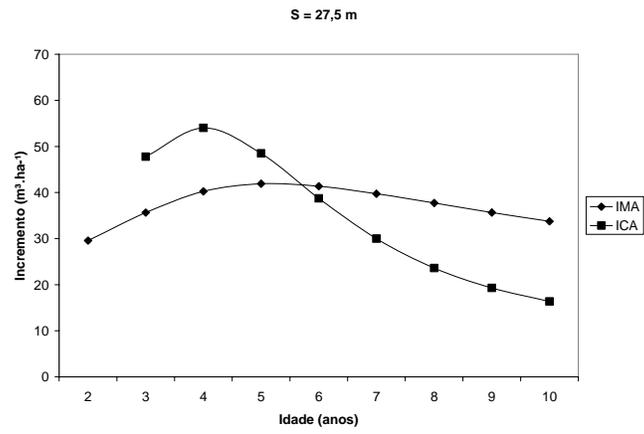
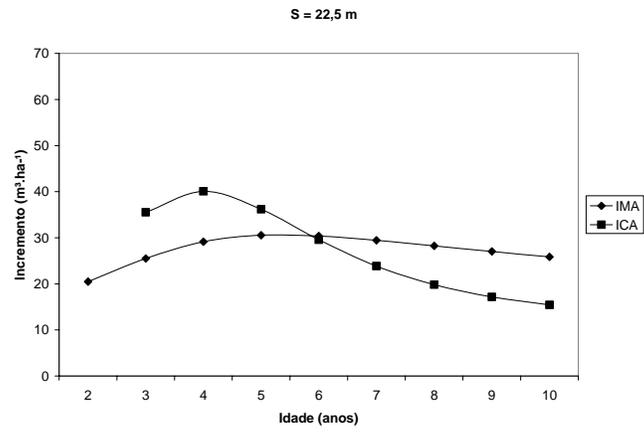


FIGURA 6 Relação entre o ICA e IMA para o Sistema I.

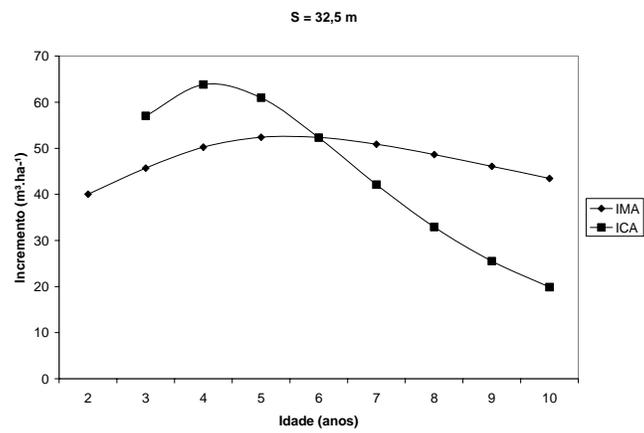
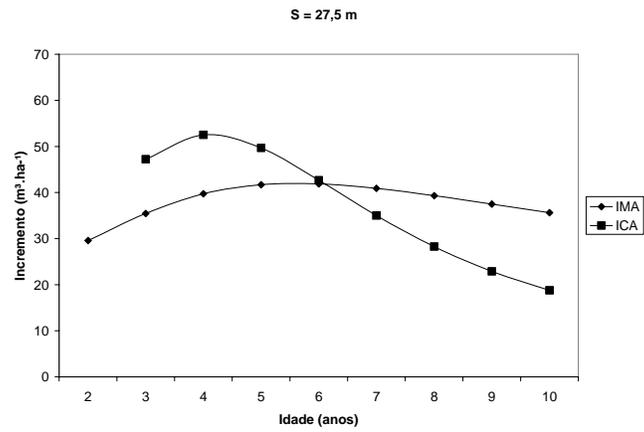
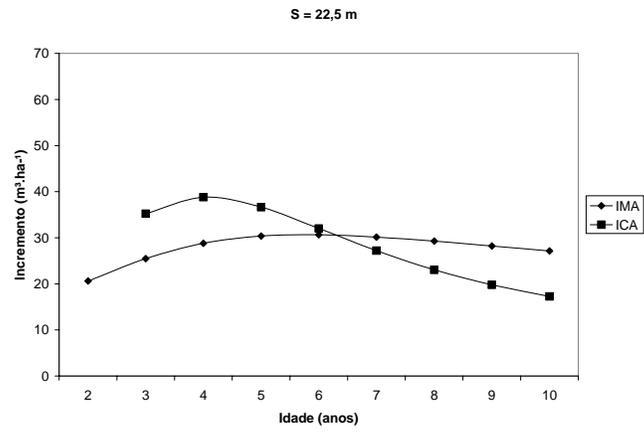


FIGURA 7 Relação entre o ICA e IMA para o Sistema II.

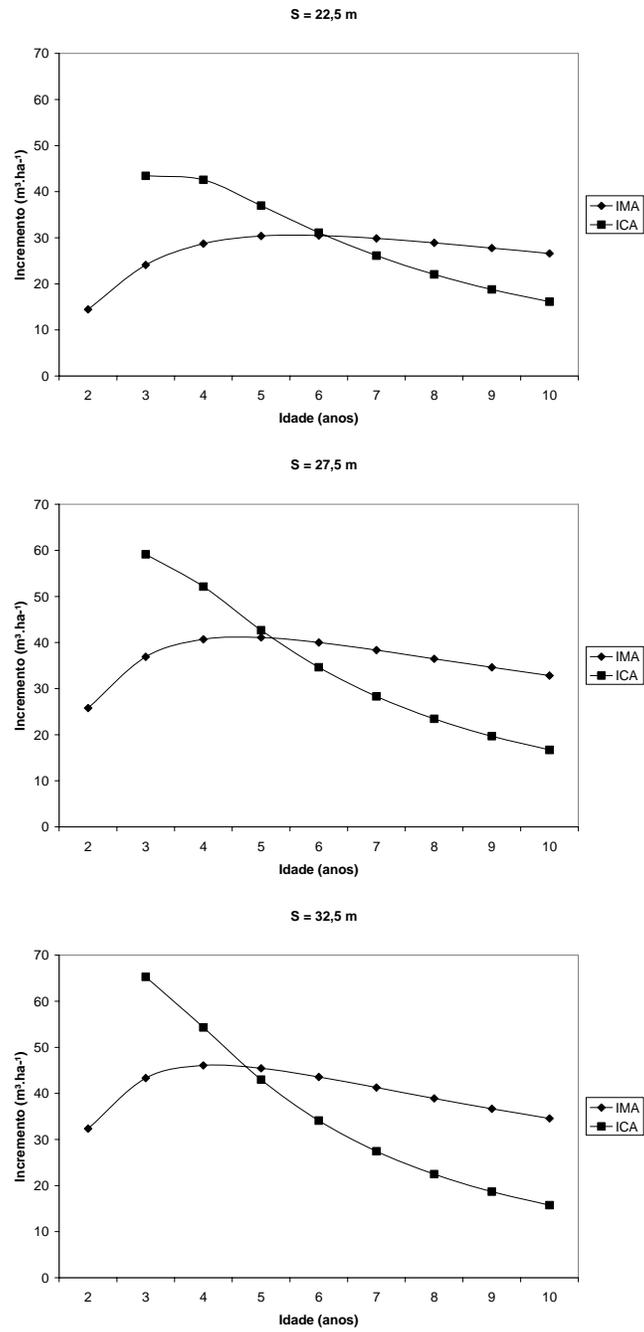


FIGURA 8 Relação entre o ICA e IMA para o Sistema III.

6 CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, para as condições em que foi desenvolvido este estudo, conclui-se que:

- A obtenção de modelos para projeção do crescimento e da produção de povoamentos florestais por meio de equações diferenciais apresentou resultados precisos.

- Os modelos para projeção da área basal, obtidos por meio de equações diferenciais, apresentaram compatibilidade entre crescimento e produção florestal;

- O modelo Logístico com covariantes apresentou compatibilidade entre crescimento e a produção florestal;

- Os sistemas de equações formados pelo modelo Logístico com adição de covariantes para volume e o Modelo I (Sistema I) e Modelo II (Sistema II) geraram diferentes alternativas de colheita/desbastes em diferentes índices de sítio, apresentando consistência biológica. Estes sistemas de equações são alternativas para projeção do crescimento e da produção de plantações florestais.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, E. C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M. de; KANEGAE JÚNIOR, H. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 61, p. 86-102, 2002.

ARCE, J. E.; GOMES, F. dos S.; SANQUETTA, C. R.; CRUZ, E. C. da. Utilização do processo de difusão na avaliação e simulação precoces do crescimento e produção de povoamento de *Pinus taeda* L. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 154-170, 1998.

ARCE, J. E.; PIZATTO, W.; SANQUETTA, C. R.; WENDLING, J. L. G.; MAESTRI, R. Utilização das matrizes de transição na avaliação e simulação precoces do crescimento e produção de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Floresta**, Curitiba, v. 27, n. 1/2, p. 83-98, 1997.

BUCKMAN, R. E. **Growth and yield of red pine in Minnesota**. Washington: 1962. 50 p. (Technical Bulletin, 1272).

BURKHART, H. E. Slash pine plantation yield estimates based on diameter distributions: an evaluation. **Forest Science**, Lawrence, v. 17, n. 4, p. 452-453, 1971.

CALEGARIO, N.; CALEGARIO, C. L. L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R.; NEIVA, R. Melhoria da qualidade do ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 69, p. 38-50, 2005a.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Desenvolvimento de um modelo linear de efeito misto na estimativa do crescimento e produção de povoamentos clonais de *Eucalyptus*. **Cerne**, Lavras, v. 10, n. 1, p. 67-86, 2004.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R.; SOUZA, A. L. de; MAESTRI, R. Estimativa de crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada em modelos lineares em multiníveis de efeito misto. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 29, n. 2, p. 251-261, 2005b.

CARVALHO, S. de P. C. e. **Uma nova metodologia de avaliação do crescimento e produção de *Eucalyptus* sp. clonal para fins energéticos**. 2010. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 9, n. 3, p. 355-371, 1963.

DAVIS, L. S.; JOHNSON, K. N. **Forest management**. 3. ed. New York: Mc Graw-Hill Book, 1987. 790 p.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Cidades**. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 15 fev. 2010.

MACHADO, S. do A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B. Comparação de métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e regimes de desbaste. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Curitiba, v. 50, p. 81-98, 2005.

MENDES, B. R.; CALEGARIO, N.; VOLPATO, C. E. S.; MELLO, A. A. de. Desenvolvimento de modelos de crescimento de árvores individuais fundamentado em equações diferenciais. **Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, 2007.

MONSERUD, R. A. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir base don stem analysis data and forest habitat type. **Forest Science**, Lawrence, v. 30, p. 943-965, 1984.

PIENAAR, L. V. An approximation of basal area growth after thinning based on growth in unthinned plantations. **Forest Science**, Lawrence, v. 25, n. 2, p. 223-232, 1979.

PIENAAR, L. V.; TURNBULL, K. J. The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. **Forest Science**, Lawrence, v. 19, n. 1, p. 2-22, 1973.

RATKOWSKY, D.A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: M. Dekker, 1989. 241 p.

RESENDE, R. R.; VALE, A. B. do; SOARES, T. S.; SILVA, M. L.; COUTO, L.; VALE, R. S. do. Emprego de um modelo de crescimento e produção para determinação da rotação em povoamentos de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 2, p. 219-225, 2004.

SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber yield studies. **Journal of Forestry**, Washington, v. 37, p. 819-820, 1939.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. do A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 50, p. 51-64, 1996.

SILVA, G. F. da. **Problemas no uso de programação matemática e simulação em regulação florestal**. 2001. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

SULLIVAN, A. D.; CLUTTER, J. L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 18, n. 1, p. 76-86, 1972.

VACCARO, S.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; LONGHI, S. J. Incremento em área basal de árvores de uma floresta estacional decidual, em três fases sucessionais no município de Santa Tereza, RS. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 131-142, 2003.

WENDLING, J. L. G.; SANQUETTA, C. R.; AHRENS, S. Modelos matemáticos para crescimento e produção de peso de creme comestível de palmito, em árvores individuais de *Euterpe edulis* Mart. **Floresta**, Curitiba, v. 28, n. 1/2, p. 65-82, 1998.

WRAITH, J. M.; OR., D. Nonlinear parameter estimation using spreadsheet software. **Journal of Natural Resources and Life Sciences Education**, Madison, v. 27, p. 13-19, 1998.

CAPÍTULO 4

MODELOS DE PRODUÇÃO DE SORTIMENTOS DE

Eucalyptus camaldulensis x *Eucalyptus urophylla*

1 RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos para estimativa da produção de sortimentos de povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*. Os dados utilizados foram obtidos numa área pertencente a V & M Florestal, no município de Paraopeba, Minas Gerais, Brasil. Foram utilizados dados de plantios clonais do híbrido *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* com espaçamento 3x3m. Para a estimativa da produção em área basal e volume dos sortimentos de povoamentos foram utilizados dados de unidades amostrais permanentes. De acordo com as análises, o modelo Logístico obteve o melhor resultado para estimativa da produção em volume de madeira para energia e celulose. A metodologia de estimativa da produção de sortimentos de plantações florestais analisada foi de fácil aplicação e precisa.

Palavras-chave: modelos estocásticos, covariantes, multiprodutos.

2 ABSTRACT

The aim of this study was to evaluate models for estimate the assortment yield of *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*. The database used were from the V & M Florestal company, in the Paraopeba city, Minas Gerais, Brazil. Data of clonal *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* hybrid plantations with 3x3m spacing. For estimate basal area and volume of the assortment yield used data from permanent plots. According to the analysis, the Logistic model obtained the best result for estimate the yield in volume of wood for energy and pulpwood. The methodology for estimate assortment of forest plantations was considered easy to use and accurate.

Key words: probability models, covariates, multi-products.

3 INTRODUÇÃO

No mundo, com a limitação dos recursos florestais devido à grande exploração das florestas, é crescente a importância de se utilizar métodos de aproveitamento destes recursos de maneira mais eficaz (Sternadt, 2001). Uma das maneiras de melhorar o uso dos recursos florestais é a aplicação de técnicas silviculturais. Essas técnicas são implementadas em povoamentos de acordo com o objetivo final.

O foco das empresas tem se voltado para a obtenção de multiprodutos em seus povoamentos. Com isso, as empresas florestais, antes voltadas à produção de matéria-prima para um determinado mercado consumidor, passam a obter produtos diferenciados durante a rotação dos povoamentos. Uma característica importante nessa visão é a obtenção de receitas intermediárias durante o ciclo da cultura.

A utilização das técnicas de modelagem é de grande aplicação na quantificação de multiprodutos nos povoamentos. Essa quantificação depende da estimativa do diâmetro e/ou altura e volume em qualquer porção do tronco. A obtenção de diâmetros relativos a diversas alturas comerciais e o volume das seções do tronco é feita a partir de equações de afilamento, perfil ou *taper*. A utilização de modelos para representação e explicação de uma realidade essencialmente mais complexa constitui estratégia de grande valia para o desenvolvimento da ciência, nos diferentes campos de conhecimento (Hasenauer, 2000).

Aliado a essa necessidade de obtenção do volume de sortimentos, também é necessário avaliar o comportamento do crescimento e da produção desses sortimentos no povoamento. Essa necessidade é devido à importância dessa variável no planejamento de empresas do setor florestal, uma vez que toda a estrutura de manejo, transporte e comercialização depende do volume dos

diferentes tipos de sortimentos. Muitos estudos foram feitos em estimativas do crescimento e da produção de volume do povoamento, podendo citar: Schumacher (1939), Buckman (1962), Clutter (1963), Scolforo & Machado (1996), Arce et al. (1997), Wendling et al. (1998), Abreu et al. (2002), Vaccaro et al. (2003), Calegario et al. (2004, 2005b); dentre outros. Mas nenhum dos supracitados estudaram o comportamento dos sortimentos em relação à idade do plantio.

Alguns trabalhos utilizaram a modelagem da distribuição diamétrica e posterior emprego de uma equação de afilamento ou perfil do tronco para estimativa da produção de sortimentos. Nessa linha de pesquisa podem ser citados os trabalhos de Gomes et al. (1997), Acerbi Júnior et al. (2002), Sanquetta et al. (1998, 2004). A modelagem da distribuição diamétrica baseia-se no uso de funções densidade de probabilidade (f.d.p.); relações hipsométricas; modelos de estimativa da mortalidade, modelos para estimar diâmetro mínimo, diâmetro máximo, diâmetro médio e variância dos diâmetros. Devido a esse grande número de variáveis a serem estimadas, esta metodologia se torna trabalhosa. Além disso, algumas dessas variáveis não são estimadas com grande precisão, acarretando em estimativas com pouca confiabilidade.

Para facilitar a modelagem da produção de sortimentos ao longo do tempo, pode-se trabalhar com modelos que estimam a produção destes em função da idade do povoamento, incluindo os efeitos que afetam a produção do povoamento como a área basal e o índice de sítio. Esses modelos baseiam-se em informações de fácil medição e boa precisão nos processos de estimativa.

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos para estimativa da produção do volume de sortimentos em povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Caracterização e análise dos dados

Os dados utilizados foram obtidos numa área pertencente a V & M Florestal, no município de Paraopeba, Minas Gerais, Brasil. A temperatura média da região é de 20,9 °C e precipitação anual de 1328,7 mm (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, 2010). Foram utilizados dados de plantios clonais de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* no espaçamento 3x3m. Para a estimativa da produção em área basal e volume dos sortimentos dos povoamentos foram utilizados dados de parcelas permanentes.

Após a cubagem rigorosa de 46 árvores, foi gerada a distribuição diamétrica das árvores-amostra medidas para estimativa de volumes individuais, a qual está apresentada na Tabela 1.

TABELA 1 Distribuição diamétrica das árvores-amostra utilizadas no ajuste dos modelos de perfil de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*

Classe de diâmetro (cm)	Classe de altura (m)				Total
	12,5	17,5	22,5	27,5	
7,5	3	12	1	-	16
12,5	2	5	9	-	16
17,5	-	-	9	1	10
22,5	-	-	2	2	4
Total	5	17	21	3	46

Para análise dos dados foi utilizado o *software* estatístico R versão 2.10.1.

4.2 Estimativa do perfil e cálculo do volume de sortimentos de árvores de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*

A Tabela 2 apresenta a descrição dos sortimentos obtidos com o manejo florestal dos povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* que foram analisados neste trabalho.

TABELA 2 Sortimentos florestais avaliados

Sortimento	Uso	Especificação
1	Energia	$0 \leq d_{\min} \leq 7$ cm
2	Celulose	$d_{\min} \geq 7$ cm

Em que: d_{\min} = diâmetro mínimo da tora.

Para a estimativa dos sortimentos das árvores foi ajustado o modelo de Schöepfer modificado.

$$d_{ij} = \beta_0 + \beta_1 DAP_j + \beta_2 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right) DAP_j + \beta_3 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^2 DAP_j + \beta_4 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^3 DAP_j + \beta_5 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^4 DAP_j + \beta_6 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^5 DAP_j + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Em que: d_{ij} = diâmetro na altura h_{ij} (m); DAP_j = diâmetro na altura de 1,30 m (m); H_j = altura total da árvore (m); h_{ij} = altura comercial (m); β_{is} = parâmetros da regressão.

O volume dos sortimentos foi obtido por meio da integral da função de afilamento.

$$v_i = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi}{40.000} d_{ij}^2 dh \quad (2)$$

$$v_i = \frac{\pi}{40000} \left\{ \frac{c_6^2 h_{ij}^{11}}{11} + \frac{c_5 c_6 h^{10}}{5} + \frac{(2c_6 c_4 + c_5^2) h^9}{9} + \frac{(2c_4 c_5 + 2c_6 c_3) h^8}{8} + \frac{(2c_3 c_5 + 2c_6 c_2 + c_4^2) h^7}{7} \right. \\ \left. + \frac{[2c_2 c_5 + 2c_4 c_3 + 2c_6(c_0 + c_1)] h^6}{6} + \frac{[c_3^2 + 2c_5(c_0 + c_1) + 2c_2 c_4] h^5}{5} + \frac{[2c_4(c_0 + c_1) + 2c_2 c_3] h^4}{4} \right. \\ \left. + \frac{[c_2^2 + 2c_3(c_0 + c_1)] h^3}{3} + (c_0 + c_1) c_2 h^2 + (c_0 + c_1)^2 h \right\}_{h_1}^{h_2} \quad (3)$$

Em que: v_i = volume do sortimento (m^3); $c_0 = \beta_0$; $c_1 = \beta_1 DAP_j$; $c_2 = (\beta_2 DAP_j / H_j)$; $c_3 = (\beta_3 DAP_j / H_j^2)$; $c_4 = (\beta_4 DAP_j / H_j^3)$; $c_5 = (\beta_5 DAP_j / H_j^4)$; $c_6 = (\beta_6 DAP_j / H_j^5)$; h_1 e h_2 = limites da integração.

A altura h_2 foi obtida por meio do modelo logístico com adição de covariantes (equação 4).

$$h_{ij} = \frac{\beta_{00} + \beta_{01} rap_j + \beta_{02} H_j}{1 + \exp \left\{ \left[(\beta_{10} + \beta_{11} rap_j + \beta_{12} H_j) - \frac{r_{ij}}{rap} H_j \right] / (\beta_{20} + \beta_{21} rap_j) \right\}} + \varepsilon_i \quad (4)$$

Em que: rap_j = raio a 1,30 m de altura (m); r_{ij} = raio na altura h_{ij} (m).

O modelo logístico utilizado para representar o perfil das árvores, bem como o usado para estimativa do volume dos sortimentos (item 2.3), foi estimado por meio do algoritmo de Gauss-Newton.

4.3. Modelagem do crescimento e produção em volume de sortimentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*

A escolha dos modelos foi baseada no estudo do comportamento do crescimento do volume por sortimento em função da idade. A Figura 1 apresenta

o comportamento do volume dos sortimentos 1 e 2, em função da idade do povoamento.

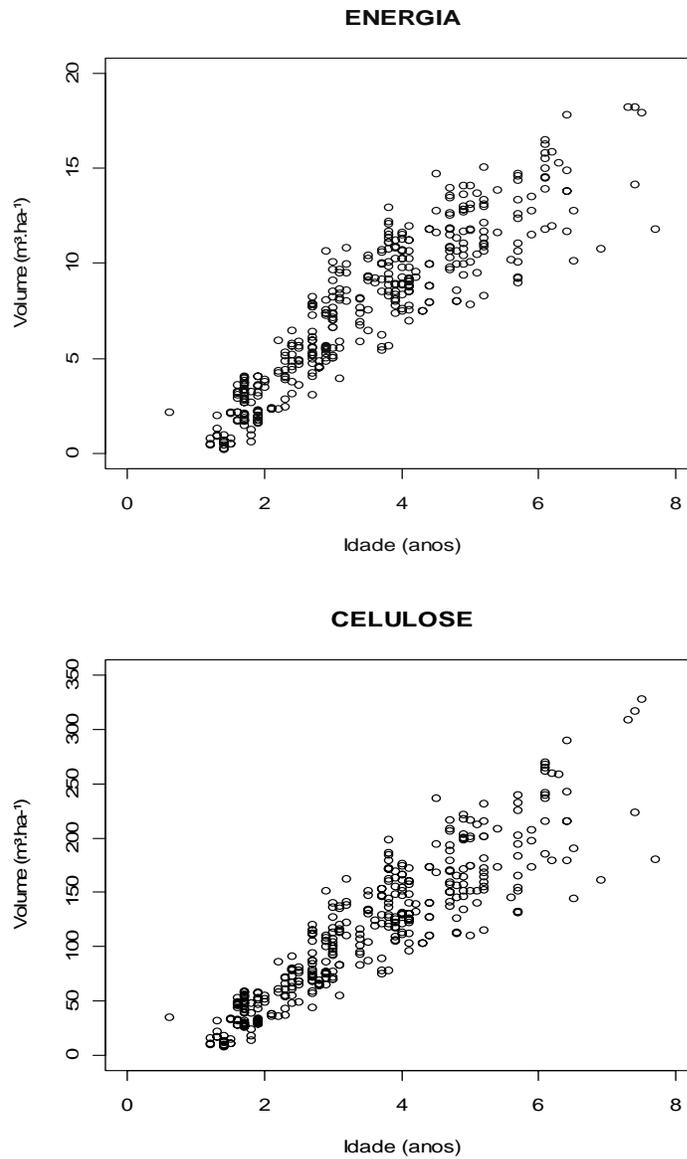


FIGURA 1 Comportamento do volume de madeira para energia e celulose em função da idade do povoamento.

Após isso, foram avaliados os seguintes modelos para estimativa do crescimento em volume de sortimentos de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

a) Logístico

$$V_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i \quad (5)$$

Em que: V_i = volume do sortimento i ($\text{m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$); I_i = idade do povoamento (anos); \exp = base do logaritmo neperiano; β_i = parâmetros do modelo; ε_i = erro estocástico.

O modelo logístico, como outros modelos não lineares, permite a obtenção dos parâmetros iniciais do modelo pela interpretação dos seus parâmetros. O parâmetro β_0 representa a assíntota horizontal superior (AHS), isto é, o valor máximo da resposta (V_i) no tempo (I_i). O parâmetro β_1 representa o ponto de inflexão da curva, ou seja, a idade (I_i) onde a produção (V_i) atingir metade de β_0 . E, o parâmetro β_2 (escala) representa a diferença entre as idades onde a produção atingir aproximadamente 73% de β_0 e a idade no ponto de inflexão. Este modelo se apresenta como um dos de maior facilidade de interpretação. Essa facilidade é de grande importância, pois uma das maiores limitações do uso de modelos lineares é a escolha correta dos parâmetros iniciais para o processo de iteração. Quando os valores iniciais são muito diferentes das estimativas para uma determinada base de dados, o algoritmo não converge ou geram estimativas não-confiáveis (Calegario et al., 2005a).

Baseando-se no fato de que a variação do volume dos sortimentos de povoamentos não é apenas explicada pela idade, os parâmetros do modelo

logístico (5) foram decompostos associando aos mesmos variáveis relativas ao povoamento (índice de sítio e área basal do povoamento).

$$V_i = \frac{\beta_{00} + \beta_{01}S + \beta_{02}G_i}{1 + \exp\left[\frac{(\beta_{10} + \beta_{11}S + \beta_{12}G_i) - I_i}{(\beta_{20} + \beta_{21}S + \beta_{22}G_i)}\right]} + \varepsilon_i \quad (6)$$

Em que: S = índice de sítio (m); G_i = área basal do povoamento ($m^2 \cdot ha^{-1}$).

b) Clutter (1963)

$$\ln V_i = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{I_i} \right) + \beta_2 S + \beta_3 \ln G_i + \varepsilon_i \quad (7)$$

Em que: \ln = logaritmo neperiano.

4.4. Avaliação dos modelos

Os modelos utilizados tiveram sua precisão testada por meio das seguintes estatísticas:

a) Erro padrão relativo:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}} \quad S_{yx}(\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

Em que: S_{yx} = erro padrão da residual (m); $S_{yx}(\%)$ = erro padrão relativo (%); \hat{Y} = valor estimado pelo modelo; Y = valor observado; \bar{Y} = média de Y ; n = número de observações; p = número de parâmetros.

Além disso, foram feitas as análises dos gráficos do erro (%) em função do valor estimado pelo modelo. Os valores do erro (%) utilizados na construção dos gráficos foram expressos por:

$$Erro(\%) = 100 \cdot \frac{Y - \hat{Y}}{Y}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Avaliação dos modelos de perfil

A Tabela 3 apresenta as estatísticas do ajuste do modelo de Schöepfer modificado.

TABELA 3 Estatísticas de ajuste do modelo de Schöepfer modificado

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
β_0	0,34237	0,0910	3,76	<0,001
β_1	1,15940	0,0083	138,38	<0,001
β_2	-3,36870	0,1674	-20,11	<0,001
β_3	12,74601	1,1691	10,90	<0,001
β_4	-27,12805	3,1116	-8,72	<0,001
β_5	26,29384	3,4953	7,52	<0,001
β_6	-9,73045	1,3946	-6,98	<0,001

A Tabela 4 apresenta as medidas de precisão para o modelo de Schöepfer modificado.

TABELA 4 Coeficiente de determinação ajustado ($\overline{R^2}$), erro padrão da estimativa (Syx) e erro padrão relativo [Syx (%)] para o modelo de Schöepfer modificado

$\overline{R^2}$	Syx (cm)	Syx (%)
0,9887	0,58	6,55

Analisando a Tabela 4 nota-se que todos os parâmetros foram altamente significativos ($p < 0,001$). E, ao analisar a Tabela 5, percebe-se que o modelo analisado consegue explicar a variação do diâmetro (d_{ij}) ao longo do fuste de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*. Isso é percebido pelo alto valor de $\overline{R^2}$ e o baixo valor de Syx (%). Esse valor encontrado para o Syx (%) está próximo do valor encontrado por Mendonça et al. (2007) trabalhando com *Eucalyptus* sp.

A Tabela 5 apresenta as estatísticas do ajuste do modelo Logístico com covariantes para estimativa do perfil de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla*.

TABELA 5 Estatísticas de ajuste do modelo de Logístico com covariantes

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
β_{00}	4,04851	0,7749	5,22	<0,001
β_{01}	35,46581	10,4399	3,40	<0,001
β_{02}	0,68713	0,0561	12,26	<0,001
β_{10}	-2,58670	0,4465	-5,79	<0,001
β_{11}	-27,94969	5,9858	-4,67	<0,001
β_{12}	0,83086	0,0325	25,54	<0,001
β_{20}	-2,48225	0,1801	-13,78	<0,001
β_{21}	-15,97885	2,5351	-6,30	<0,001

Pela Tabela 5 percebe-se que os parâmetros do modelo Logístico foram altamente significativos ($p < 0,001$). O modelo Logístico apresentou Syx igual a 0,77 m ou 9,23%. Pires & Calegario (2007) encontraram valores de Syx variando de 1,06 m a 1,28 m para diferentes classes diamétricas. Esses autores não adicionaram o efeito DAP_j e H_j nos parâmetros do modelo Logístico.

5.2 Avaliação dos modelos para estimativa do volume de sortimentos

5.2.1 Estimativa do volume de madeira para energia

A Tabela 6 apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos Logístico com covariantes e Clutter para estimativa do volume de madeira para energia.

Na Tabela 6 se observa que todos os parâmetros do modelo de Clutter foram significativos e, o parâmetro β_{20} , do modelo Logístico, não foi significativo. Mas, analisando o Syx (%), nota-se que o modelo Logístico teve um erro menor, sendo o mais preciso.

TABELA 6 Estatísticas de ajuste dos modelos para estimativa do volume de madeiras para energia

Logístico (Syx = 2,83%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_{00}	-10,49423	0,5397	-19,44	<0,001
β_{01}	0,36317	0,0246	14,78	<0,001
β_{02}	0,73403	0,0099	74,19	<0,001
β_{10}	-2,34267	0,3651	-6,42	<0,001
β_{11}	0,18612	0,0183	10,17	<0,001
β_{12}	-0,13939	0,0211	-6,62	<0,001
β_{20}	-0,19439	0,3454	-0,56	0,574
β_{21}	0,04942	0,0118	4,17	<0,001
β_{22}	0,06631	0,0117	5,66	<0,001
Clutter (Syx = 8,83 %)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_0	-2,31083	0,0673	-34,35	<0,001
β_1	-0,51235	0,0550	-9,32	<0,001
β_2	0,01452	0,0015	9,38	<0,001
β_3	1,52434	0,0202	75,59	<0,001

A Figura 2 apresenta a distribuição dos resíduos dos modelos avaliados para estimativa do volume de madeira para energia.

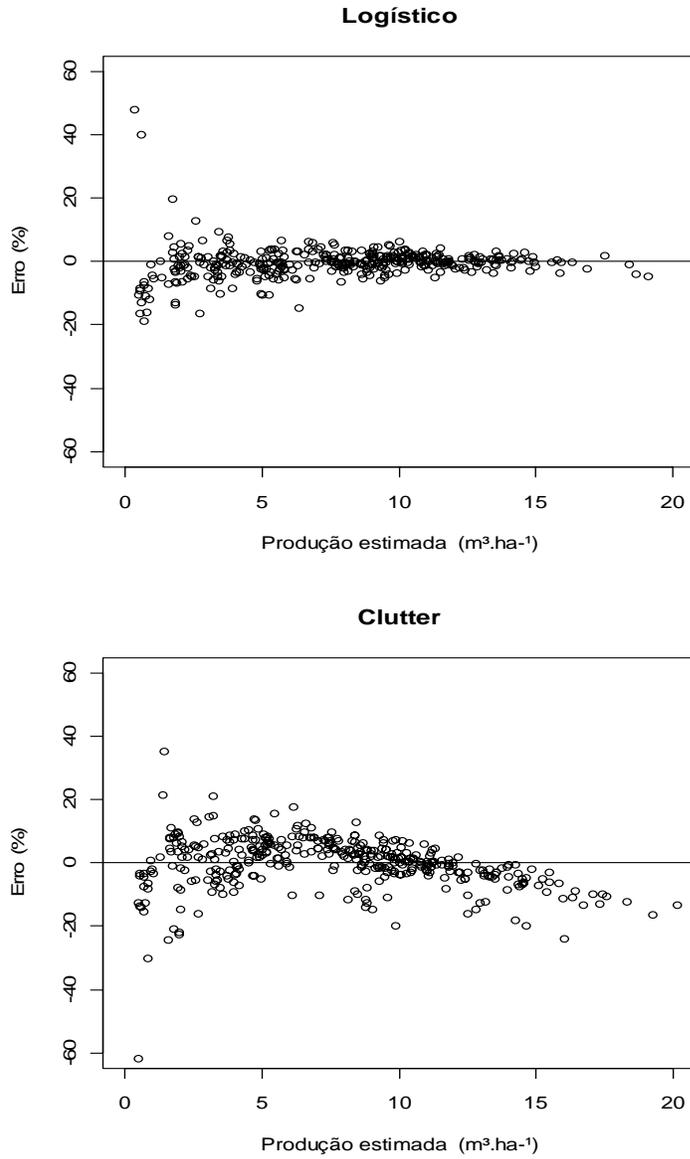


FIGURA 2 Distribuição dos resíduos, em percentagem, em função do volume estimado de madeira para energia para o modelo Logístico e modelo de Clutter.

Pela Figura 2 visualiza-se que a variação dos erros, em sua maioria, se distribui entre $\pm 20\%$. Percebe-se, também, que o modelo Logístico conseguiu representar melhor a variação de volume de madeira para energia. O modelo de Clutter apresentou uma forte tendência de superestimativa para valores acima de $12,5 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$, aproximadamente.

Os resultados encontrados na análise gráfica de resíduos estão de acordo com os encontrados na Tabela 6. A melhor estimativa do modelo Logístico se deve ao seu comportamento, uma vez que este se assemelha à distribuição do volume de madeira de energia em função do tempo (Figura 1).

5.2.2 Estimativa do volume de madeira para celulose

A Tabela 7 apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos Logístico com covariantes e Clutter para estimativa do volume de madeira para celulose.

Analisando os resultados apresentados na Tabela 7, percebe-se que os parâmetros estimados dos modelos analisados foram significativos a 5% de probabilidade, exceto β_{22} do modelo logístico (significativo a 10% de probabilidade). Além disso, verifica-se que o modelo Logístico obteve uma grande vantagem sobre o modelo de Clutter em termos de Syx (%).

TABELA 7 Estatísticas de ajuste dos modelos para estimativa do volume de madeira para celulose

Logístico (Syx = 3,43%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_{00}	-161,51971	9,8214	-17,06	<0,001
β_{01}	5,98475	0,4546	13,17	<0,001
β_{02}	12,2954	0,2835	43,55	<0,001
β_{10}	-2,71487	0,5846	-4,64	<0,001
β_{11}	0,23393	0,0151	15,48	<0,001
β_{12}	-0,14403	0,0254	-5,69	<0,001
β_{20}	6,64710	0,5799	11,46	<0,001
β_{21}	-0,10576	0,0179	-5,91	<0,001
β_{22}	-0,02579	0,0145	-1,78	0,076
Clutter (Syx = 6,40%)				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	T	p> t
β_0	0,75891	0,0474	16,02	<0,001
β_1	-0,57101	0,0388	-14,73	<0,001
β_2	0,01344	0,0011	12,33	<0,001
β_3	1,40058	0,0142	98,46	<0,001

A Figura 3 apresenta a distribuição dos resíduos dos modelos avaliados para estimativa do volume de madeira para celulose.

Analisando os resultados da Figura 3, verifica-se que os modelos apresentaram erro (%), na sua maioria, entre ± 20 %. Observa-se que o modelo logístico, para valores abaixo de $50 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$, apresenta erros de maiores magnitudes. A partir de $50 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$, o modelo Logístico apresentou boa distribuição residual. O modelo de Clutter apresenta tendência de subestimativa em povoamentos acima de $250 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$. O modelo de Logístico representou melhor a variação do verdadeiro volume de madeira para celulose quando comparado à distribuição deste (Figura 1). Os resultados encontrados na análise gráfica de resíduos estão de acordo com os encontrados na Tabela 7.

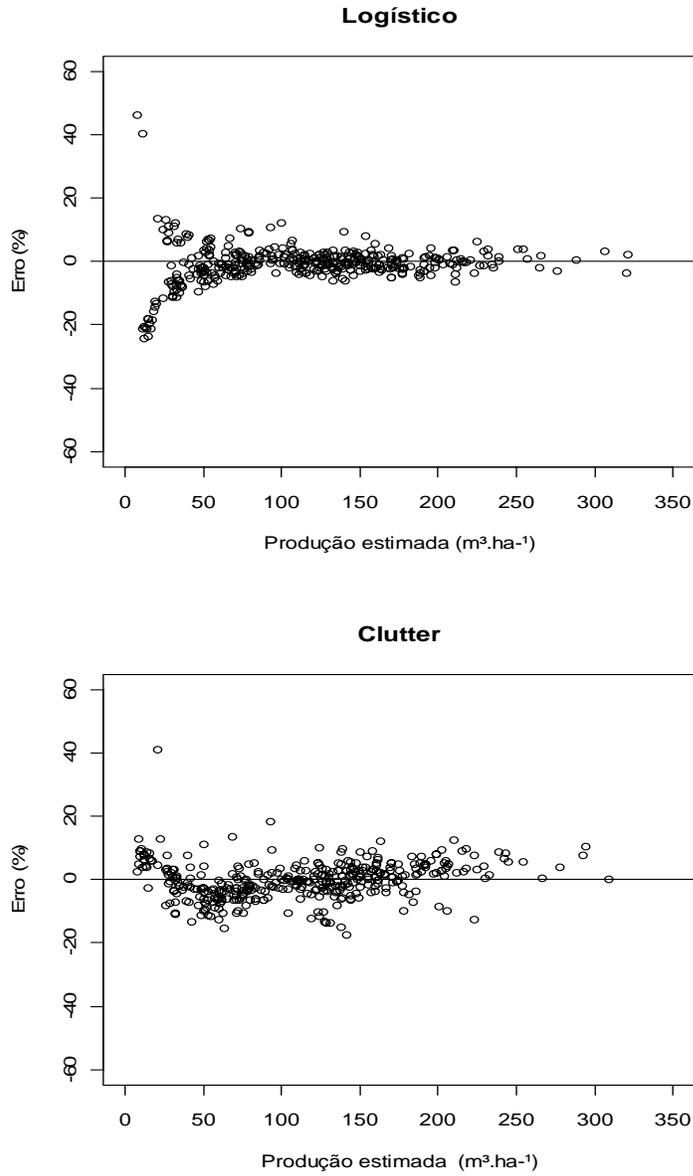


FIGURA 3 Distribuição dos resíduos, em porcentagem, em função do volume estimado de madeira para celulose para o modelo Logístico e modelo de Clutter.

6 CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, para as condições em que foi desenvolvido este estudo, conclui-se que:

- A tendência de crescimento do volume de madeira para energia e celulose, em função do tempo, é não linear;
- A metodologia de estimativa da produção de sortimentos de plantações florestais analisada foi de fácil aplicação e precisa;
- O modelo Logístico com adição de covariantes obteve o melhor resultado para estimativa do crescimento em volume de madeira para energia e celulose.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, E. C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M. de; KANEGAE JÚNIOR, H. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 61, p. 86-102, 2002.

ACERBI JÚNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MAESTRI, R. Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 26, n. 6, p. 699-713, 2002.

ARCE, J. E.; PIZATTO, W.; SANQUETTA, C. R.; WENDLING, J. L. G.; MAESTRI, R. Utilização das matrizes de transição na avaliação e simulação precoces do crescimento e produção de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Floresta**, Curitiba, v. 27, n. 1/2, p. 83-98, 1997.

BUCKMAN, R. E. **Growth and yield of red pine in Minnesota**. Washington: 1962. 50 p. (Technical Bulletin, 1272).

CALEGARIO, N.; CALEGARIO, C. L. L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R.; NEIVA, R. Melhoria da qualidade do ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 69, p. 38-50, 2005a.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Desenvolvimento de um modelo linear de efeito misto na estimativa do crescimento e produção de povoamentos clonais de *Eucalyptus*. **Cerne**, Lavras, v. 10, n. 1, p. 67-86, 2004.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R.; SOUZA, A. L. de; MAESTRI, R. Estimativa de crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada em modelos lineares em multiníveis de efeito misto. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 29, n. 2, p. 251-261, 2005b.

CARVALHO, S. de P. C. e. **Uma nova metodologia de avaliação do crescimento e produção de *Eucalyptus* sp. clonal para fins energéticos**. 2010. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, Lawrence, v. 9, n. 3, p. 355-371, 1963.

GOMES, F. dos S.; MAESTRI, R.; SANQUETTA, C. R. Avaliação da produção em volume total e sortimento em povoamentos de *Pinus taeda* L. submetidos a diferentes condições de espaçamento inicial e sítio. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 7, n. 1, p. 101-126, 1997.

HASENAUER, H. Princípios para a modelagem de ecossistemas florestais. **Ciência & Ambiente**, Santa Maria, v. 20, p. 53-69, 2000.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Cidades**. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 15 fev. 2010.

MENDONÇA, A. R. de; SILVA, G. F. da; OLIVEIRA, J. T. da S.; NOGUEIRA, G. S. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, 2007.

PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 31, n. 5, p. 845-852, 2007.

SANQUETTA, C. R.; REZENDE, A. V.; GAIAD, D.; SCHAAF, L. B.; ZAMPIER, A. C.; ARCE, J. E. Produção de madeira para celulose em povoamentos de *Pinus taeda* submetidos a diferentes densidades de plantio e regimes de desbaste: abordagem experimental. **Cerne**, Lavras, v. 10, n. 2, p. 154-166, 2004.

SANQUETTA, C. R.; REZENDE, A. V.; GAIAD, D.; SCHAAF, L. B.; ZAMPIER, A. C.; ARCE, J. E. Produção de madeira para laminação em povoamentos de *Pinus taeda* submetidos a diferentes densidades de plantio e regimes de desbaste: abordagem experimental. **Floresta**, Curitiba, v. 28, n. 1/2, p. 83-99, 1998.

SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber yield studies. **Journal of Forestry**, Washington, v. 37, p. 819-820, 1939.

SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. do A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 50, p. 51- 64, 1996.

STERNADT, G. H. **Cubagem de toras de mogno**: comparação do processo do IBAMA e o adotado por madeireiras. Brasília: IBAMA, 2001. 65 p.

VACCARO, S.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; LONGHI, S. J. Incremento em área basal de árvores de uma floresta estacional decidual, em três fases sucessionais no município de Santa Tereza, RS. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 131-142, 2003.

WENDLING, J. L. G.; SANQUETTA, C. R.; AHRENS, S. Modelos matemáticos para crescimento e produção de peso de creme comestível de palmito, em árvores individuais de *Euterpe edulis* Mart. **Floresta**, Curitiba, v. 28, n. 1/2, p. 65-82, 1998.