

## O crescimento de frutos de pêssegos caracterizados por modelos de regressão não lineares

Édipo M. Silva<sup>1†</sup>, Victor F. Silva<sup>2</sup>, Felipe A. Fernandes<sup>3</sup>, Joel A. Muniz<sup>4</sup>, Tales J. Fernandes<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Lavras.

<sup>2</sup>Universidade Federal de Lavras. E-mail: [victor.est.ufop@gmail.com](mailto:victor.est.ufop@gmail.com).

<sup>3</sup>Universidade Federal de Lavras. E-mail: [fernandesfelipest@gmail.com](mailto:fernandesfelipest@gmail.com).

<sup>4</sup>Universidade Federal de Lavras. E-mail: [joamuniz@des.ufla.br](mailto:joamuniz@des.ufla.br).

<sup>5</sup>Universidade Federal de Lavras. E-mail: [tales.jfernandes@des.ufla.br](mailto:tales.jfernandes@des.ufla.br).

**Resumo:** *O pêssego é um fruto nativo da China com os primeiros registros indicando 20 séculos a.C. No mundo o continente que mais produz esse fruto é a Ásia, sendo a China o país que mais produz, no Brasil, os estados do sul concentram 74% da produção nacional. Entender o desenvolvimento dos frutos é extremamente importante para um manejo mais adequado antes e após a colheita e os modelos de regressão não lineares podem ser um grande aliado para pesquisadores e produtores, pois estes modelos possuem interpretação prática de seus parâmetros, ajudando assim, a entender de forma mais objetiva as fases do crescimento desse e de outros frutos. O objetivo deste estudo foi caracterizar, via modelos de regressão não lineares, o desenvolvimento dos frutos de pêssego, em ciclo médio e longo. Como entroncado na literatura para o crescimento de pêssego, os frutos de pêssego possui uma curva de crescimento sigmoide duplo, sendo o modelo duplo Logístico o mais adequado para o ciclo longo e o duplo Gompertz para o ciclo médio.*

**Palavras-chave:** Desenvolvimento de frutos; Qualidade de ajuste; Sigmoide duplo.

**Abstract:** *The peach is a native fruit from China with the first records of its incidence indicating 20 centuries B.C.. Asia is in the world bigger producer of peach fruit, in that way China is the country that produces the most, in Brazil, the southern states concentrate 74% of production national. Understanding the development of this fruits is extremely important for a better management before and after harvesting, thus nonlinear regression models can be a great ally for researchers and products, since these models have practical interpretation of their parameters, being helpful to understand in a more objective way the phases of the growth of this and other fruits. The objective of this study was to characterize, using nonlinear regression models, the development of peach fruits in the medium and long cycle. As pegged in the literature for peach growth, peach fruits shows a double sigmoid growth curve, with the double Logistic model being the most suitable for the long cycle and the double Gompertz for the medium cycle.*

**Keywords:** Fruit development; Adjustment quality; Double Sigmoid.

### Introdução

O pessegueiro é uma espécie nativa da China, com os primeiros registros indicando a 20 séculos a.C. Da China foi levado para a Pérsia e de lá para a Europa e em 1532 foi trazida para o Brasil por Martim Afonso de Souza, por meio de mudas trazidas da ilha da Madeira e plantadas em São Paulo na cidade de São Vicente (BOME, 1994).

É possível produzir esse fruto em todos os cinco continentes, sendo a Ásia concentrando 49% da produção mundial e a China o país que mais produz. No Brasil, a produção esta concentrada nos estados do Sul com 74% e uma pequena parte no sudeste, este fato é devido ao clima temperado necessário para o seu desenvolvimento (SILVA et al., 2013).

A maturação de frutos é uma fase importante do desenvolvimento, onde ocorrem mudanças fisiológicas e bioquímicas, possibilitando assim, o desenvolvimento do aroma, sabor, aparência, entre outras características (McATTE et al, 2013). Com isso, estudos sobre crescimento de frutos são de grande valia para definir, por exemplo, ponto ótimo da colheita e vida útil pós-colheita (DANTAS et al., 2016).

---

†Autor correspondente: [ediposvm01@gmail.com](mailto:ediposvm01@gmail.com).

Para caracterizar o desenvolvimento de frutos (como altura, peso, diâmetro, entre outras medidas), os modelos de regressão são amplamente utilizados, se tornando importantes técnicas para caracterizar esse fenômeno, com destaque para os modelos não lineares, pois estes possuem grandes vantagens em relação aos lineares, como a parcimônia, nos casos de modelos não lineares simples, e interpretação biológica dos seus parâmetros (MAZZINE, 2003).

Diversos estudos utilizaram os modelos não lineares para caracterizar o crescimento de frutos de forma satisfatória, com bons ajustes dos parâmetros. Modelos de regressão não lineares sigmoide simples, para dados de café (FERNANDES et al., 2014), coco anão verde (PRADO, SAVIAN e MUNIZ, 2013), caju (MUIANGA, 2016). Para dados de pêssego, Martinez et al. (2017), Cunha et al. (2007) e Silva et al. (2013) chegaram a conclusão que o desenvolvimento dos frutos de pêssego possui formato sigmoide duplo.

Sendo assim, este trabalho teve como objetivo caracterizar o desenvolvimento de frutos de pêssego em dois ciclos, médio e longo, através dos modelos de regressão não lineares Gompertz, Logístico, duplo Gompertz e duplo Logístico e verificar aquele que melhor se ajusta aos dados.

## Material e Métodos

Os dados foram retirados de Silva et al. (2013) e o estudo realizado em Araponga MG (20° 40' de latitude sul e 42° 31' de longitude oeste, altitude 885 m em relação ao nível do mar). Foi utilizado o delineamento inteiramente casualizado, sendo avaliado 10 genótipos de pessegueiro (uma planta por genótipo), dos quais foram colhidos 50 frutos quinzenalmente, durante 25 semanas. Em cada colheita, os frutos foram avaliados em relação a massa de matéria fresca (em gramas) no ciclo médio e longo. No ciclo médio, as medidas começaram em 15 até 135 dias após a antese (DAA) e no ciclo longo de 15 até 180 DAA.

Para caracterizar o crescimento dos frutos de pêssego, no ciclo médio e longo, os seguintes modelos de regressão não lineares foram ajustados, sendo utilizada a parametrização recomendada por FERNANDES(2015) :

- Gompertz

$$y_i = \beta_1 e^{(-e^{(\beta_2 (x_i - \beta_3))})} + \epsilon_i$$

- Logístico

$$y_i = \beta_1 / (1 + e^{\beta_2 (x_i - \beta_3)})^{-1} + \epsilon_i$$

- Duplo Gompertz

$$y_i = \beta_1 e^{(-e^{(\beta_2 (x_i - \beta_3))})} + (\beta_4 - \beta_1) e^{(-e^{(\beta_5 (x_i - \beta_6))})} + \epsilon_i$$

- Duplo Logístico

$$y_i = \beta_1 / (1 + e^{\beta_2 (x_i - \beta_3)})^{-1} + (\beta_4 - \beta_1) / (1 + e^{\beta_5 (x_i - \beta_6)})^{-1} + \epsilon_i$$

em que  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $y_i$  é a  $i$ -ésima observação do peso dos frutos ou variável dependente,  $x_i$  é o  $i$ -ésimo tempo de medição da variável resposta ou variável independente,  $\beta_1$  e  $\beta_4$  são as assíntotas horizontal da primeira e da segunda fase de crescimento,  $\beta_3$  e  $\beta_6$  representam os pontos de inflexão das duas etapas,  $\beta_2$  e  $\beta_5$  é o índice de crescimento das duas etapas e o  $\epsilon_i$  é o erro aleatório do modelo, em que como pressuposição inicial, esse erro tem que ter distribuição normal, independente com média zero e variância constante.

Os parâmetros foram estimados pelo método de mínimos quadrados no algoritmo de Gauss-Newton utilizando o software estatístico R (R Core Team, 2019), com a utilização dos pacotes “nlme”, “nls”, “car”, “lmtest” e “qpcR”. Para se obter os valores iniciais de forma a garantir a

**Sigmae**, Alfenas, v.8, n.2, p. 290-294, 2019.

64ª Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).

18º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica (SEAGRO).

convergência dos parâmetros dos modelos, foi utilizado de forma interativa o pacote “rpainel”. A pressuposição inicial do vetor de resíduos foi verificada através dos testes de hipótese Shapiro-Wilks para a normalidade, Durbin-Watson, independência e para variância constante o teste de Breusch-Pagan. A escolha do melhor modelo, o AICc e o  $R^2_{aj}$ , onde menores valores de AICc e maiores valores de  $R^2_{aj}$  indicam um melhor ajuste desse modelo aos dados em relação aos demais.

## Resultados e Discussão

O primeiro passo foi ajustar todos os modelos para o ciclo médio e longo, após esses ajustes foram verificados os pressupostos do vetor de resíduos, chegando a conclusão que nenhum desses pressupostos foram violados ao nível de 5% de significância, ou seja, os vetores possuem distribuição normal com média zero, independentes e variância constante.

Como todos os pressupostos não foram violados, o próximo passo foi verificar a significância dos parâmetros de todos os modelos ajustados. Na Tabela 1, é possível verificar que o modelo Gompertz para o ciclo médio e longo possui parâmetros não significativos e o modelo Duplo Gompertz também possui parâmetros não significativos para o ciclo médio. Com essa constatação, mesmo que os modelos tenham menor valor de AICc e maior valor de  $R^2_{aj}$ , os mesmos não teriam parâmetros confiáveis para a estimação, sendo assim, não é feita a comparação desses modelos com os demais.

Ainda analisando os resultados que estão na Tabela 1, para escolher o melhor modelo para cada ciclo de desenvolvimentos dos frutos, foram calculados os valores de AICc e  $R^2_{aj}$ . Para o ciclo médio, o melhor modelo foi o Duplo Logístico e para o ciclo Longo o Duplo Gompertz, como destacado, em negrito, os valores de AIC e  $R^2_{aj}$ .

Tabela 1: Estimativas dos parâmetros dos modelos não linear simples e duplo, bem como valores de AICc e  $R^2_{aj}$  para o ciclo médio e longo dos frutos de pêssego.

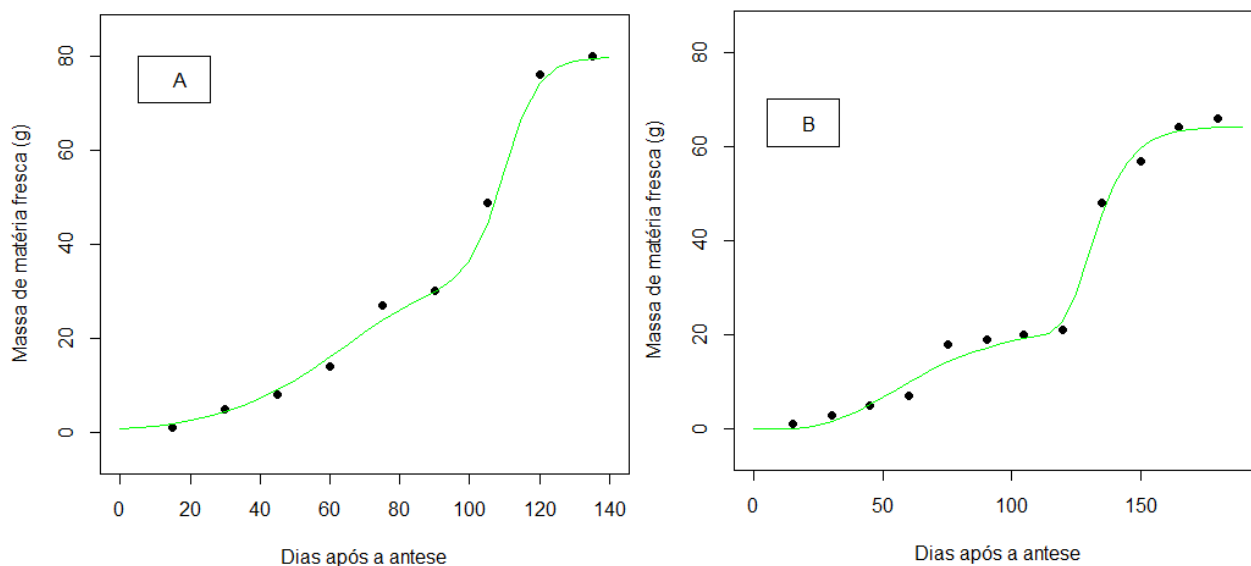
Modelo	Ciclo	Estimativas dos parâmetros						AIC	$R^2_{aj}$
		$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$		
Logístico	Médio	109,98*	107,6*	0,0401*	-----	-----	-----	57,32	0,9766
	Longo	86,91*	136,30*	0,0308*	-----	-----	-----	79,29	0,9523
Gompertz	Médio	212,5 <sup>ns</sup>	129,8*	0,0112 <sup>ns</sup>	-----	-----	-----	58,86	0,9726
	Longo	161,10 <sup>ns</sup>	162,40 <sup>ns</sup>	0,0125 <sup>ns</sup>	-----	-----	-----	80,86	0,9452
Duplo Logístico	Médio	34,74*	62,30*	0,0601*	80,07*	107,9*	0,2112*	43,70	0,9947
	Longo	19,90*	60,48*	0,0916*	62,92*	132,43*	0,2008*	66,62	0,9842
Duplo Gompertz	Médio	51,54 <sup>ns</sup>	65,41 <sup>ns</sup>	0,0258 <sup>ns</sup>	86,86*	105,31 <sup>ns</sup>	0,2511 <sup>ns</sup>	45,66	0,9934
	Longo	21,80*	53,95*	0,0446*	64,38*	129,64*	0,1110*	64,23	0,9976

\* significativo a 5%. <sup>ns</sup> não significativo.

Para os dois ciclos de desenvolvimento da massa de matéria fresca (g) dos frutos de pêssego, a segunda fase de crescimento é mais acelerado do que a primeira, esse resultado é diferente do encontrado por Fernandes et al. (2016), para dados de café.

Na Figura 1 é possível verificar de forma visual que o padrão de crescimento tanto para o ciclo curto quanto para o ciclo longo é um duplo sigmoide, corroborando com os resultados encontrado por Martinez et al. (2017) e Cunha (2007) que ajustaram modelos de sigmoide duplo para dados de crescimento de pêssego. Fernandes, Pereira e Muniz (2017), ajustaram de forma satisfatória os modelos duplo Logístico e duplo Gompertz, com valores de  $R^2_{aj}$  acima de 0,99, indicando, como neste trabalho que os modelos com 6 parâmetros ou duplo Logístico e duplo Gompertz são adequados

para descrever curvas de crescimento para frutos quem tem como característica um crescimento em dois estádios de desenvolvimento.



**Figura 1:** Descrição do comportamento do crescimento da massa de matéria fresca no ciclo médio (Figura 1 A) e ciclo longo (Figura 1 B) e curvas de crescimento dos modelos Duplo Logístico (Figura 1 A) e Duplo Gompertz (Figura 1 B) para a massa de matéria fresca (g) em relação aos dias após a antese.

No ciclo médio, o primeiro ponto de inflexão ocorreu em aproximadamente 62 DAA e a estabilização desse crescimento foi em 80 DAA ou 34,74 g, voltando a crescer exponencialmente até o 107 DAA, quando o segundo ponto de inflexão aconteceu e a estabilização do segundo estágio de desenvolvimento em 120 DAA até a colheita dos frutos, com os frutos pesando em média 80,07 g. Já para o ciclo longo, o primeiro ponto de inflexão aconteceu em aproximadamente 54 DAA e estabilização da primeira fase deste crescimento em 75 DAA ou 21,80 g, com o crescimento rápido da segunda fase acontecendo novamente até 130 DAA e a estabilização final, sendo a maturação completa do fruto em 18 DAA ou 64,38g.

## Conclusão

Como hipótese inicial deste estudo, os modelos duplo Gompertz e duplo Logístico tiveram melhores valores de AICc e  $R^2_{aj}$  em relação aos modelos Gompertz e Logístico. Sendo ligeira vantagem para o duplo Logístico no ciclo médio e para o ciclo longo o duplo Gompertz. Este padrão é compatível com a literatura de modelos de crescimento para frutos de pêsego.

## Referências Bibliográficas

BOME, H. R. *A cultura do pessegueiro no Rio Grande do Sul no processo de integração do MERCOSUL*. 1994.

SILVA, D. F. P.; SILVA, J. O. C.; MATIAS, R. G. P.; RIBEIRO, M. R.; BRUCKNER, C. H.

*Sigmae*, Alfenas, v.8, n.2, p. 290-294, 2019.

64ª Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).  
18º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agrônômica (SEAGRO).

Curva de crescimento e padrão respiratório de frutos de genótipos de pessegueiro em região de clima subtropical. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 35, n. 2, 2013.

CUNHA JUNIOR, L. C.; DURIGAN, M. F. B.; MATTIUZ, B.; MARTINS, R. N.; DURIGAN, J. F. Caracterização da curva de maturação de pêssegos 'Aurora-1', na região de Jaboticabal-SP. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 29, n. 23, p. 661-665, 2007.

DANTAS, A. L.; SILVA, S. M.; DANTAS, R. L.; SOUSA, A. S. B.; SCHUNEMANN, A. P. P. Desenvolvimento, fisiologia da maturação e indicadores do ponto de colheita de frutos da umbugueira (*Spondias* sp.). *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 38, n. 1, p. 33-42, 2016.

FERNANDES, T.; PEREIRA, A.; MUNIZ, J.; SAVIAN, T. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. *Coffee Science*, v.9, n.2, p. 207-215, 2014.

FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A.; PEREIRA, A. A.; MUNIZ, F. R.; MUIANGA, C. A. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. *Acta Scientiarum*, v.37, n.4, p. 397, 2014.

FERNANDES, T. J.; PEREIRA, A. A.; MUNIZ, J. A. Double sigmoidal models describing the growth of coffee berries. *Ciências Rural*, v.47, n.8, 2017.

MAZZINI, A. R. A.; MUNIZ, J. A.; AQUINO, L. H.; SILVA, F. F. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. *Ciência e Agrotecnologia*, v. 27, n. 5, p. 1105-1112, 2003.

McATEE, P.; KARIM, S.; SCHAFFER, R.; DAVID, K. A dynamic interplay between phytohormones is required for fruit development, maturation, and ripening. *Frontiers in Plant Science*, Lausanne, v.4, n.79, p.1-7, 2013.

MENDES, P. N.; MUNIZ, J. A.; SILVA, F. F.; MAZZINI, A. R. A. Modelo logístico difásico no estudo do crescimento de fêmeas da raça Hereford. *Ciência Rural*, v. 38, n. 7, p. 1984-1991, 2008.

MUIANGA, C. A.; MUNIZ, J. A.; NASCIMENTO, M. S.; FERNANDES, T. J.; SAVIAN, T. V. Descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 38, n. 1, p. 22-32, 2016.

PRADO, T. K.; SAVIAN, T. V.; MUNIZ, J. A. Ajuste dos modelos Gompertz e Logístico aos dados de crescimento de frutos de coqueiro anão verde. *Ciência Rural*, v. 43, n. 5, p. 803-809, 2013.

R Core Team (2019). R: A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

SILVA, D. F. P.; SILVA, J. O. C.; MATIASS, R. G. P.; RIBEIRO, M. R.; BRUCKNER, C. H. Curva de crescimento e padrão respiratório de frutos de genótipos de pessegueiro em região de clima subtropical. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 35, n. 2, p. 642-649, 2013.

**Sigmae**, Alfenas, v.8, n.2, p. 290-294, 2019.

64<sup>a</sup> Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).  
18<sup>o</sup> Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agrônômica (SEAGRO).