



MARIANA GONÇALVES COSTA

**A AFETIVIDADE NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA FINANCEIRA**

LAVRAS – MG

2021

MARIANA GONÇALVES COSTA

A AFETIVIDADE NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - UFLA, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. DSc. Andréia da Silva Coutinho

Orientadora

LAVRAS – MG

2021

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Costa, Mariana Gonçalves.

A afetividade no ensino-aprendizagem da Matemática Financeira / Mariana Gonçalves Costa. – Lavras : UFLA, 2021.

50 p. : il.

Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Federal de Lavras, 2021.

Orientadora: Prof. DSc. Andréia da Silva Coutinho.

Bibliografia.

1. Afetividade. 2. Matemática Emocional. 3. Matemática Financeira. I. Coutinho, Andréia da Silva. II. Título.

A reprodução e a divulgação total ou parcial deste trabalho são autorizadas, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este documento possui páginas em branco para facilitar a impressão frente-e-verso.

MARIANA GONÇALVES COSTA

A AFETIVIDADE NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - UFLA, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 16 de Julho de 2021.

Prof. DSc. Graziane Sales Teodoro DMM-ICET/UFLA
Prof. DSc. Divane Aparecida de Moraes Dantas CEFET-MG

Prof. DSc. Andréia da Silva Coutinho
Orientadora

**LAVRAS – MG
2021**

A Deus, sem Ele nada seria possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e a Maria por me conduzirem, abençoarem e me capacitarem para Seus planos em minha vida; por terem me concedido saúde física e mental para concluir este curso, mesmo diante das inseguranças, incertezas e ansiedades.

Agradeço, em especial, à minha Mãe, minha melhor amiga, pelo amor incondicional e apoio em minhas escolhas. Gratidão por conhecer Lavras comigo, me acompanhar durante os estudos e me compreender; ao meu Pai, uma estrela que me guia lá de cima, pelo amor e sabedoria que recebi durante toda minha formação como filha. Gratidão pela presença e doação durante toda a vida de vocês!

Ao meu noivo e companheiro Gustavo por vivenciar todo este processo junto a mim, ser meu apoio e incentivo nos desafios, por acreditar em mim mais que eu mesma e por dividir os sonhos. Gratidão por ser meu suporte, enxugar minhas lágrimas e por esperar em Deus comigo.

À minha orientadora, professora Andréia, pelo acolhimento e confiança desde o início do curso; pelo incentivo durante minhas inquietações, ensinamentos e orientação durante as escritas, e pela parceria na realização desta pesquisa. Gratidão pela dedicação, pelas longas reuniões e por valorizar a afetividade durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus irmãos, Laura e Gabriel, pelo amor, amizade e presença; aos meus avós, padrinho e madrinhas, tios e tias que, mesmo muitas vezes sem compreender as novidades e desafios do curso, estiveram sempre presentes diariamente, contribuindo para a realização deste meu sonho; à Melissa pelo carinho, amizade e por fazer meus dias de estudo mais coloridos.

Agradecimento especial também ao meu sogro João Lúcio e à minha sogra Marina que sempre estiveram presentes em todo o processo com orações, acolhida, compreensão e por permitirem estudar e escrever este trabalho longas horas em seu lar. Gratidão à minha cunhada e amiga Gabriela, pelas longas conversas, debates e estudos sobre o desenvolvimento humano e a Psicologia.

Muitos são os agradecimentos aos meus familiares e amigos que me apoiaram durante todo o curso, com orações, incentivos, confiança e compreensão nas ausências. Gratidão especial à minha amiga e comadre Jack que, durante todo o curso acompanhou as novidades e acolheu minhas inseguranças com muito carinho.

Agradeço à Sociedade Brasileira de Matemática e à Universidade Federal de Lavras pela oportunidade de aprimorar minha formação profissional neste programa de Pós-Graduação; ao corpo docente e aos colegas de curso por dividirem seus conhecimentos e sabedoria. Gratidão especial à Elisivânia pela parceria, amizade e paciência durante as disciplinas, por dividir comigo os momentos de ansiedade e preocupações, e pelas longas horas de estudo superando nossos limites em Álgebra Linear.

Agradeço também a todos os meus alunos que, de algum modo, colaboraram para me tornar a profissional que sou hoje, por me mostrar que é possível promover comunicação afetiva positiva durante o ensino-aprendizagem de Matemática; por contribuírem para uma aprendizagem mais significativa e prazerosa.

E, por fim, um agradecimento a todos que torceram e rezaram por mim.

*“Tu me dizes, eu esqueço; tu me ensinas, eu lembro; tu me envolves, eu aprendo.”
(Benjamin Franklin)*

RESUMO

Em conformidade com as teorias de abordagem histórico-cultural, as dimensões cognitivas e afetivas coexistem durante o processo de desenvolvimento e aprendizagem do estudante. Durante a prática pedagógica do professor, as relações interpessoais que ocorrem no espaço escolar são marcadamente afetivas, bem como as decisões por ele assumidas. O objetivo deste trabalho é mostrar como a afetividade está presente durante o ensino-aprendizagem da Matemática Financeira, buscando contribuir com a prática educativa. Para isso, buscamos compreender como ocorre o desenvolvimento humano e a aprendizagem, sob a ótica das teorias psicogenéticas de Jean Piaget, Lev Vygotsky e Henry Wallon; como a afetividade está presente na relação de ensino-aprendizagem, diante dos estudos, principalmente, de Sérgio Antônio da Silva Leite; como a dimensão afetiva envolvida no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, baseada nos estudos da Matemática Emocional de Inês Maria Gómez Chacón. Exemplificamos a prática dessas teorias em uma atividade sobre juro composto, voltada para alunos do Ensino Médio.

Palavras-chave: Afetividade. Matemática Emocional. Matemática Financeira.

ABSTRACT

In accordance with the cultural-historical approach theories, the cognitive and affective dimensions coexist during the student's development and learning process. During the teacher's pedagogical practice, the interpersonal relationships that occur in the school space are markedly affective, as well as the decisions taken by him. The objective of this work is to show how affectivity is present during the teaching-learning of Financial Mathematics, seeking to contribute to the educational practice. For this, we seek to understand how human development and learning occur, from the perspective of the psychogenetic theories of Jean Piaget, Lev Vygotsky and Henry Wallon; how affectivity is present in the teaching-learning relationship, in view of the studies, mainly, by Sérgio Antônio da Silva Leite; as the affective dimension involved in the teaching-learning process of Mathematics, based on the studies of Emotional Mathematics by Inês Maria Gómez Chacón. We exemplify the practice of these theories in an activity on compound interest, aimed at high school students.

Keywords: Affection. Emotional Mathematics. Financial Math.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Zonas de desenvolvimento propostas por Vygotsky	18
Figura 2.2 – O sujeito diante do afeto e do pensamento, segundo Wallon	21
Figura 3.1 – Representação da estrutura do sistema de crenças	30

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Fases do desenvolvimento cognitivo/afetivo em Piaget	17
Tabela 2.2 – Estágios do desenvolvimento da pessoa em Wallon	20
Tabela 4.1 – Cálculo dos juros do empréstimo no regime de juro simples	39
Tabela 4.2 – Cálculo dos juros do empréstimo no regime de juro compostos	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	A AFETIVIDADE E O DESENVOLVIMENTO HUMANO	12
2.1	Emoção e afeto	12
2.2	As teorias psicogenéticas e o desenvolvimento humano	15
2.2.1	Jean Piaget e a teoria construtivista	15
2.2.2	Lev Vygotsky e o processo de mediação	17
2.2.3	Henry Wallon e a pessoa	18
3	A AFETIVIDADE E O ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA	22
3.1	A afetividade na aprendizagem	22
3.2	A afetividade nas práticas pedagógicas	24
3.3	Matemática Emocional	29
4	MATEMÁTICA FINANCEIRA	34
4.1	Capital, Juro e Montante	34
4.2	Fator de atualização	35
4.3	Acréscimo e Desconto	36
4.4	Taxa de Juro	37
4.5	Juro simples	38
4.6	Juro composto	39
5	PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE JURO COMPOSTO	41
6	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

Por muito tempo acreditou-se que razão e emoção, corpo e mente, existiam separadamente e que, além disso, a razão prevalecia sobre a emoção. Os currículos e planejamentos educacionais sofreram grandes influências destas concepções dualistas, favorecendo o desenvolvimento cognitivo sem considerar a interdependência entre cognição, afeto, emoção e aprendizagem.

O ensino do conteúdo da Matemática Financeira é previsto na Base Nacional Comum Curricular, desde o Ensino Fundamental, e a aprendizagem deste conceito coopera para que o estudante seja capaz de resolver várias situações-problemas em nosso dia a dia, vinculadas ao sistema econômico.

Neste trabalho mostraremos como ocorre o desenvolvimento humano e a aprendizagem sob a perspectiva das teorias psicogenéticas de Jean Piaget, Lev Vygotsky e Henry Wallon; como a afetividade está presente na prática educativa; como as emoções estão envolvidas durante a aprendizagem e o estudo da Matemática; e como valorizar a afetividade presente durante o ensino-aprendizagem da Matemática Financeira.

Além dessa Introdução, esse trabalho possui mais quatro capítulos que serão descritos a seguir.

No Capítulo 2, buscaremos compreender o que é a afetividade e como ela está presente durante o desenvolvimento humano. Discutiremos sobre as concepções dualista, que considera o homem cindido entre razão e emoção, e monista, que consideram que razão e emoção coexistem. Para melhor compreensão do conceito da afetividade e de sua relação com a cognição, apresentaremos a definição de cognição, sentimento e afeto, sob algumas perspectivas. Além disso, buscaremos compreender como ocorre o desenvolvimento humano a partir das teorias psicogenéticas de Jean Piaget, Lev Vygotsky e Henry Wallon.

Ampliaremos estas discussões no Capítulo 3 no qual mostraremos como a afetividade está presente na relação de ensino-aprendizagem e as suas influências no processo da aprendizagem, nas práticas pedagógicas e no ensino-aprendizagem de Matemática.

No Capítulo 4 abordaremos alguns conceitos importantes da Matemática Financeira como capital, juro, montante, fator de atualização, acréscimo e desconto, taxa de juro, juro simples e juro composto. A aprendizagem destes conceitos estão previstos para o Ensino Médio da Educação Básica.

Finalmente, no Capítulo 5, apresentaremos uma sugestão para o ensino de juro composto que valorize a afetividade nas práticas pedagógicas, nos atentando às reações emocionais dos estudantes durante seus estudos e às suas crenças relacionadas à Matemática Financeira, buscando contribuir para criação de um vínculo positivo do aluno com a temática.

2 A AFETIVIDADE E O DESENVOLVIMENTO HUMANO

2.1 Emoção e afeto

Desde a Antiguidade considerava-se que o ser humano era dividido entre razão e emoção, corpo e mente, na concepção cartesiana dualista. Esta perspectiva concebia que o desenvolvimento cognitivo não possuía relação com as emoções e que, por isso, a parte afetiva do ser existia separadamente de sua inteligência. Além disso, durante séculos, a razão predominava sobre a emoção e, assim, não cabia a valorização da parte afetiva nas relações humanas.

O domínio hierárquico da razão sobre a emoção é observado nos diferentes períodos históricos: na Antiguidade, pela oposição entre conhecimento inteligível (passível de uma abordagem objetiva) e conhecimento sensível (não científico), sendo os sentimentos considerados não passíveis de um conhecimento objetivo pelo seu grau de subjetividade. Na Idade Média, pelo conflito entre razão e fé, com o predomínio desta sobre aquela. Na Modernidade, pelo dualismo cartesiano, embora tenha ocorrido uma crescente valorização do indivíduo como ser pensante, portador de uma consciência individual e de liberdade. Na sequência histórica, entendemos que o ápice do predomínio racionalista ocorreu no final do século XIX, com o Positivismo, de Augusto Comte, ratificando que o conhecimento só é possível através da razão. (LEITE, 2012, p. 357).

O autor ainda afirma que este entendimento dualista influenciou para que os currículos e planejamentos educacionais favorecessem e cooperassem para valorizar apenas tais dimensões cognitivas e desenvolvessem meramente a racionalidade dos estudantes (LEITE, 2008).

A partir do século XVIII, as pesquisas em quase todas as áreas da Ciência iniciam um novo modo de conceber a relação de razão e emoção. Segundo Leite (2012), as concepções dualistas são contestadas no século XX, principalmente pelas abordagens histórico-cultural-social, com o surgimento de novas teorias no campo da Psicologia, Filosofia e Sociologia, que concebem o Homem constituído de dimensões, afetiva e cognitiva, inseparáveis.

Pode-se, assim, ilustrar a radical mudança relacionada à concepção humana pelo contraste entre duas máximas, elaboradas num intervalo de três séculos e meio: de um lado, a máxima cartesiana *penso, logo existo*, em que a razão/pensamento é interpretada como motivo da existência; de outro lado, a máxima recente do neurofisiólogo Antonio Damasio *existo e sinto, logo penso* (Damasio, 2001), propondo uma clara inversão do domínio secular da razão sobre a emoção, anunciando que esta é a base para a constituição da estrutura cognitiva do ser humano – posição semelhante também assumida por Wallon. (LEITE, 2012, p. 357).

Com o surgimento de estudos empíricos sob a perspectiva da Psicologia da Emoção, segundo Mahoney e Almeida (2005), as dimensões críticas da emoção passaram por altera-

ções de interesses na década de 70, onde deixam de ser conceituadas como dispensáveis e são valorizadas para compreensão do comportamento.

A seguir veremos, sob alguns aspectos, a definição de cognição, sentimento e afeto.

Para Xavier e Nunes (2015, p. 71), “o termo cognição refere-se à capacidade humana de entender, julgar e interpretar o mundo. Desta forma, cognição refere-se a atividades mentais envolvidas na aquisição, processamento, organização e uso do conhecimento”.

Existe uma certa dificuldade entre uns autores em definir termos como afeto, emoção, sentimento, paixão e afetividade. Entretanto, as autoras Mahoney e Almeida (2005) afirmam existir um acordo para conceituar e diferenciar os processos afetivos e as emoções, onde

processos afetivos são todos os estados que fazem apelo a sensações de prazer/desprazer ou ligados a tonalidades agradáveis/desagradáveis; emoção é um estado afetivo, comportando sensações de bem-estar ou mal-estar que têm um começo preciso, é ligado a um objeto específico e de duração relativamente breve e inclui ativação orgânica. (MAHONEY; ALMEIDA, 2005, p. 19).

Para a doutora e pesquisadora em Neurociência Cláudia Feitosa-Santana,

nós, em geral, utilizamos as expressões emoção e sentimento como se fossem sinônimos mas, cientificamente falando, elas são diferentes. A emoção vem primeiro e é o estado físico. Já o sentimento vem depois e é a interpretação da emoção. (FEITOSA-SANTANA, 2019).

O trecho acima foi retirado do vídeo do canal Casa do Saber, no Youtube, do dia 21 de março de 2019.

Já o Professor Pedro Calabrez, em um vídeo do seu canal no Youtube chamado Neuro-Vox, de 24 de agosto de 2016, apresenta definições de emoção e sentimento sob a perspectiva da Neurociência. O pesquisador afirma que as emoções são automáticas e predominantemente inconscientes; “são programas de ação coordenados pelo cérebro que gerenciam alterações em todo o seu corpo”. O Professor também apresenta a escala de valência emocional positiva e negativa, onde emoções provocam comportamentos de aproximação e afastamento, respectivamente. Já os sentimentos são apresentados como “a percepção consciente de um programa emocional”. O afeto está presente em todas as nossas relações sociais e em todo nosso desenvolvimento enquanto sujeito no qual engloba emoções e sentimentos (CALABREZ, 2016).

Ainda sob o olhar da Neurociência, de acordo com Immordino-Yang e Damasio (2007), os estudos recentes na Neurociência promovem uma melhor compreensão de como a emoção se relaciona com a aprendizagem e com as tomadas de decisões. Segundo os autores, “a biologia

moderna revela que os humanos são seres fundamentalmente emocionais e criaturas sociais”¹ e que, além disso, em cada circunstância o indivíduo utiliza de um acervo de conhecimentos prévios que são aliados a processos emocionais já vivenciados, para aplicar a melhor escolha frente a uma decisão (IMMORDINO-YANG; DAMASIO, 2007, p. 3).

A autora Moreira (2007, p. 46), considera em seu trabalho, que emoção é um sistema motivacional, ou ainda, “uma reação de um sistema orgânico total, com componentes de representação, expressão e motórico-fisiológico”. No mesmo trabalho, a pesquisadora diz que

Wallon afirma que a emoção é a exteriorização da afetividade: é um fato fisiológico nos seus componentes humorais e motores e, ao mesmo tempo, um comportamento social na sua função de adaptação do ser humano ao seu meio. (MOREIRA, 2007, p. 30).

Inês Maria Gómez Chacón apresenta a definição de afeto sob a perspectiva da Educação Matemática e da Psicologia Educacional. Segundo a autora, o termo afeto, na perspectiva psicológica, refere-se diretamente às emoções, ao humor e à disposição. Entretanto, pesquisadores da Educação Matemática relacionam a relevância das emoções com todo o contexto da afetividade no qual estão inclusos os valores, as crenças, atitudes e sentimentos. Pela definição de Gómez-Chacón (2018), temos que

afeto é entendido aqui como uma noção de ordem superior que inclui todos os itens acima como um fenômeno. Afeto é definido como uma “energia de qualidade de estado variável”, com duração e intensidade ao nível da consciência². (GÓMEZ-CHACÓN, 2018, p. 158).

Observemos que os itens acima citados pela autora referem-se às crenças, valores e atitudes, elementos já apresentados e considerados pela Educação Matemática.

As pesquisas e discussões no campo da Psicologia foram sendo ampliadas e grandes teóricos, em seus trabalhos, trouxeram novas interpretações a esta relação entre emoção e razão. Diante desta evolução, podemos destacar a importante busca por compreender como decorre o desenvolvimento do ser humano e como ocorre a construção do conhecimento. Ampliadas no século XX, as teorias de abordagens histórico-cultural-social permitem uma nova análise dos aspectos afetivos e cognitivos no ser humano, apresentando uma nova concepção, agora monista, onde a razão e a emoção coexistem e o homem é um ser integral.

¹ Modern biology reveals humans to be fundamentally emotional and social creatures.

² Affect is understood here as a notion of a higher order that includes all of the above as a phenomenon. Affect is defined as a “quality power status variable”, with duration and intensity at the level of consciousness.

Ainda no campo da Psicologia, existem concepções que buscam compreender como o conhecimento e seus valores são adquiridos. A concepção inatista propõe que o indivíduo já nasce com os conhecimentos pré-definidos; na concepção ambientalista o indivíduo constrói seu conhecimento unicamente através de suas experiências, de modo empírico; a concepção interacionista defende que o sujeito se desenvolve biologicamente e através da sua interação com o meio em suas experiências sociais, históricos e culturais.

Na próxima seção apresentaremos as teorias psicogenéticas propostas pelos autores Henry Wallon, Lev Vygostky e Jean Piaget que trazem uma visão interacionista para o desenvolvimento humano e para a aprendizagem.

2.2 As teorias psicogenéticas e o desenvolvimento humano

Nunes e Silveira (2015) afirmam que cada um dos autores das teorias psicogenéticas fundamentaram suas teorias de acordo com a realidade em que viveram e seus interesses. Dessa forma, não é possível conceber nenhuma teoria melhor que outra, pois cada uma possui suas contribuições particulares.

Piaget investigou como o sujeito constrói o conhecimento; Vygotsky estudou como se formam as funções psicológicas superiores que nos constituem humanos, e Wallon buscou conhecer a gênese da pessoa a partir de uma visão que integra a compreensão do movimento, do intelecto e da afetividade. (NUNES; SILVEIRA, 2015, p. 41).

Desse modo, buscaremos compreender, sob a ótica destes autores, como ocorre o desenvolvimento do sujeito e sua aprendizagem na relação do sujeito com o meio.

2.2.1 Jean Piaget e a teoria construtivista

O biólogo suíço Jean Piaget (1896-1980) elaborou sua teoria construtivista considerando que a criança se desenvolve a partir de sua maturação biológica, de suas interações sociais e de seus processos constantes de equilíbrio, onde se confronta com seus conhecimentos já adquiridos e amplia gradativamente seu conhecimento em um processo contínuo. Sua abordagem teórica possui o nome de Epistemologia Genética.

Piaget, para Xavier e Nunes (2015, p. 20), concentrou suas pesquisas para compreender como o sujeito constrói seu conhecimento, ou seja, como estrutura, organiza e explica o mundo e, então, constatou “que a criança e o adulto embora possuíam níveis diferentes na capacidade de conhecer, utilizam os mesmos mecanismos cognitivos”. Durante seu desenvolvimento – e a

construção do conhecimento – o sujeito é motivado diante de uma necessidade fisiológica, afetiva ou intelectual, a compreender e buscar explicações para o que ocorre ao seu redor. Desse modo, em cada estágio do desenvolvimento, de acordo com a faixa etária e a maturação biológica, as necessidades e interesses do sujeito se diferem (NUNES; SILVEIRA, 2015).

Ao conhecer algo novo, suprir alguma necessidade, buscamos encontrar e utilizar estruturas já existentes em nosso organismo para executar determinada tarefa. Este processo é chamado de *processo de equilíbrio*, no qual refere-se ao processo de desenvolvimento que “envolve interpretação da realidade, assim como reconstrução desta” (NUNES; SILVEIRA, 2015, p.45).

O desenvolvimento humano, portanto, é um processo de equilíbrio progressiva, uma passagem de um estado de menor equilíbrio para um estado de maior equilíbrio. Isto ocorre no âmbito da inteligência, da vida afetiva, das relações sociais, bem como no organismo de um modo geral. Constantemente, temos necessidades ou motivos que nos levam a agir no ambiente em que estamos, a fim de alcançarmos um equilíbrio. (XAVIER; NUNES, 2015, p. 20).

Este processo, para Piaget, é marcado por mecanismos como a assimilação, acomodação e a adaptação, que vão desde o contato com o objeto até que reestabeleça o equilíbrio e a necessidade seja solucionada.

A *assimilação* consiste na “ação do sujeito sobre o objeto de conhecimento, podendo incorporar esse objeto a esquemas mentais já existentes no sujeito” (NUNES; SILVEIRA, 2015, p. 45), ou seja, diante de uma necessidade, busca identificar a situação, processar os dados e informações. Por exemplo, um estudante ao ler o enunciado de um exercício, analisa as informações contidas e verifica a semelhança com alguma outra atividade, buscando relacionar com algo que já tenha desenvolvido antes.

A *acomodação* é o mecanismo no qual “o sujeito age sobre o objeto, e este, por suas características específicas, impele o sujeito a uma transformação de seus esquemas mentais, a fim de que possa incorporar este novo objeto (do conhecimento)” (NUNES; SILVEIRA, 2015, p. 46). Assim, após relacionar o novo desafio com os conhecimentos que já possui, o indivíduo compara, associa, analisa e, se necessário, adapta e modifica suas estruturas de pensamento, construindo novos esquemas mentais e avançando em seu desenvolvimento.

Após sucessivas assimilações e acomodações, o sujeito busca um ponto de equilíbrio nas dimensões intelectuais, sociais e afetivas, e então, “ao equilíbrio destas assimilações e acomodações Piaget denominou adaptação, pois o desenvolvimento mental se dará no sentido de promover uma adaptação mais precisa à realidade” (XAVIER; NUNES, 2015, p. 22). Com esta

adaptação, o sujeito será capaz de resolver necessidades semelhantes em um próximo desafio e, ao longo da vida, incorporar conhecimentos cada vez mais variados e avançados.

O professor e os alunos da classe, assim como todo o meio, cooperam para que haja interação do estudante com o novo objeto de conhecimento – e que ele seja ativo neste processo. Com atividades que promovem a reflexão do aluno, para as relações que ocorrem no ambiente em que está, o professor pode dar oportunidades e incentivá-lo a comparar, classificar e analisar, contribuindo para a compreensão e ação sobre o objeto.

Xavier e Nunes (2015, p.22) afirmam que, para Piaget, o desenvolvimento se dá em quatro estágios, descritos na Tabela 2.1. O estágio Sensório-motor, que ocorre por volta de 0 a 2 anos, é marcado pelo desenvolvimento mental da criança, dos movimentos e ampliação de suas percepções; o estágio Pré-operatório (2 a 6 anos) contempla o desenvolvimento da linguagem no qual favorece a evolução das dimensões afetivas e do pensamento; o período Operatório Concreto (6 a 11 anos) é marcado pela construção da função simbólica, da lógica da realidade concreta e, além disso, a criança desenvolve sua cooperação em grupos e é capaz de realizar operações inversas. No último estágio, o Operatório Formal, que ocorre aproximadamente a partir dos 11/12 anos, o adolescente desenvolve sua autonomia, ademais é desenvolvido o raciocínio hipotético-dedutivo e a capacidade de abstração.

Tabela 2.1 – Fases do desenvolvimento cognitivo/afetivo em Piaget

IDADE	FASE
0-2 anos	Sensório Motor
2-6 anos	Pré-Operatório
6-11 anos	Operatório Concreto
A partir dos 11,12 anos	Operatório Formal

Fonte: Adaptado de Nunes e Silveira (2015).

2.2.2 Lev Vygotsky e o processo de mediação

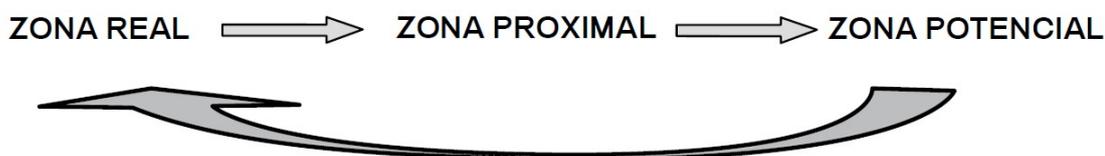
Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934) desenvolveu em seus estudos a psicologia histórico-cultural e acreditava que “as funções psíquicas são formadas na relação dialética do sujeito com a cultura e a sociedade. Essa relação acontece tendo como mediadores, ou seja, como pontes entre indivíduo e meio, os instrumentos e os signos, que são construídos culturalmente” (XAVIER; NUNES, 2015, p. 26).

O processo de interação do sujeito com o meio refere-se ao sujeito agindo sobre o objeto e esta ação é mediada por um signo (como a linguagem) ou por um meio físico (como um

instrumento). É também através desta mediação e das atividades que o sujeito se desenvolve a partir das funções psicológicas elementares de origens biológicas, como a memória e a atenção, para as funções psicológicas superiores que possuem intencionalidade em suas ações, como planejamento e pensamento abstrato. O autor Leite (2008, p. 24) afirma que, para Vygotsky, “o acesso ao mundo simbólico se dá por meio das manifestações afetivas que permeiam as mediações que se estabelecem entre o sujeito e o “outro”.”

Na teoria vygotskyana, a *zona de desenvolvimento proximal* (ZDP) é a distância entre a *zona de desenvolvimento real*, que refere-se ao que o indivíduo consegue realizar sozinho, e a *zona de desenvolvimento potencial*, que refere-se às atividades que o sujeito poderá conseguir fazer sem ajuda no futuro. O processo de mediação, como pode ser observado na Figura 2.1, possibilita que a zona de desenvolvimento potencial se torna a nova zona de desenvolvimento real, na qual o indivíduo consegue realizar atividades mais complexas que, antes, conseguiria apenas com o auxílio de alguém.

Figura 2.1 – Zonas de desenvolvimento propostas por Vygotsky



Fonte: Xavier e Nunes (2015, p. 30).

Podemos ilustrar a mediação pedagógica de um professor que reconhece a capacidade de um estudante que hoje realiza um exercício com sua ajuda, a conseguir, futuramente, resolver um exercício com o mesmo grau de dificuldade, sem seu auxílio. O professor, na sala de aula, não é o único a atuar e realizar intervenções na zona de desenvolvimento proximal. Entretanto, segundo Lima (2014, p. 12), “é ele quem faz, ou deveria fazer, o maior número de intervenções na ZDP dos alunos, impulsionando um desenvolvimento que não ocorreria espontaneamente”.

2.2.3 Henry Wallon e a pessoa

Na teoria do médico, filósofo e psicólogo Henry Wallon (1879-1962), o desenvolvimento do sujeito ocorre na relação de interdependência entre sua estrutura biológica individual e os aspectos sociais e culturais onde o indivíduo está inserido. Wallon também “compreende o ser humano em sua totalidade, através da integração entre a razão e a emoção”(XAVIER; NUNES, 2015, p. 31).

A emoção, sob a perspectiva dos estudos da teoria de Henry Wallon,

apresenta três propriedades: a) contágiosidade - a capacidade de contaminar o outro; b) plasticidade - a capacidade de refletir sobre o corpo os seus sinais; c) regressividade - a capacidade de regredir as atividades ao raciocínio. (LEITE, 2012, p. 360).

Buscando compreender a origem dos processos psicológicos no desenvolvimento humano, Wallon estudou os campos cognitivo, motor, afetivo e a pessoa (dito funcionais) com o objetivo de estudar o ser humano por completo. Iremos, abaixo, descrever cada campo funcional na perspectiva de Wallon.

O campo funcional cognitivo compreende a aquisição do conhecimento. O indivíduo torna-se capaz de compreender e interpretar as experiências e construir a consciência de presente, passado e futuro. Com as construções de signos, noções e representações, próprios do contexto cultural no qual inserido, desenvolve os sentimentos, a linguagem e o pensamento.

O campo motor é responsável pela atuação do ser no ambiente e oferece suporte para a expressão de emoções e sentimentos. Segundo Lima (2014), este conjunto

desempenha papel fundamental no processo de aprendizagem, pois permite a primeira forma de exploração do mundo, bem como a imitação dos sons da língua materna, de forma que o desenvolvimento direciona-se do motor para o mental. (LIMA, 2014, p. 15).

Mahoney e Almeida (2005, p. 18) afirmam que, para Wallon, “o conjunto afetivo oferece as funções responsáveis pelas emoções, pelos sentimentos e pela paixão”. Os autores ainda apresentam que emoção, para Wallon, é a expressão motora da afetividade; o sentimento é a “expressão representacional da afetividade”, onde pode ser expresso pela linguagem e, por fim, as paixões são representadas pelo autocontrole das emoções e só aparecem após o estágio do personalismo. O autor Leite (2008) afirma, sob a perspectiva das ideias de Wallon, que

a afetividade é situada como um conceito mais amplo, envolvendo vivências e formas de expressão humanas mais complexas, desenvolvendo-se com a apropriação dos sistemas simbólicos culturais pelo indivíduo, que irão possibilitar sua representação, mas tendo como origem as emoções. (LEITE, 2008, p. 21).

Por fim, o quarto campo funcional, que é a pessoa, integra os três outros campos e representa a pessoa completa, ou seja, a integração dos três campos anteriores em suas inúmeras relações. Assim, “ele não é formado apenas pela somatória dos outros três, mas sim por uma reorganização interna que permite que, em cada etapa do desenvolvimento, esteja presente uma pessoa completa” (LIMA, 2014, p. 16).

Faz-se importante mencionar que esta separação ocorre apenas para fins didáticos, pois os campos (ou conjuntos) funcionais relacionam-se e desenvolvem-se integralmente, não sendo possível esta separação na prática, o que Wallon denomina de *integração funcional*. Como exemplo, podemos destacar a interação entre o campo funcional motor e o afetivo, nos quais o conjunto motor é a expressão de processos que ocorrem no campo afetivo, como as emoções.

Para Wallon o desenvolvimento do ser humano inclui cinco estágios (ver Nunes e Silveira (2015)) que estão, resumidamente expostos, na Tabela 2.2 abaixo:

Tabela 2.2 – Estágios do desenvolvimento da pessoa em Wallon

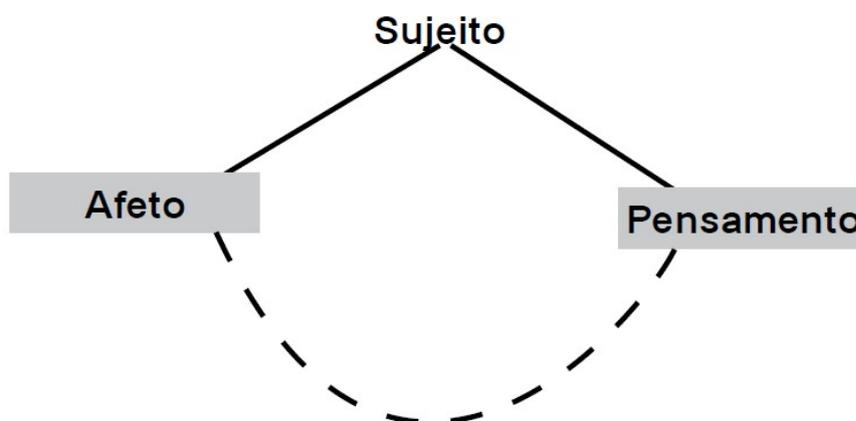
IDADE	FASE
0-1 anos	Impulsivo Emocional
1-3 anos	Sensório-motor Projetivo
3-6 anos	Personalista
6-11 anos	Categorial
A partir dos 11 anos	Adolescência

Fonte: Adaptado de Nunes e Silveira (2015).

O estágio Impulsivo Emocional (0 a 1 ano) é marcado pela dependência de cuidados maternos e manifestações emocionais que buscam mobilizar o outro; o Sensório-motor Projetivo (1 a 3 anos) se destaca pela autonomia dos movimentos, desenvolvimento motor, exploração do mundo externo e desenvolvimento da linguagem; o estágio Personalista (3 a 6 anos) realça a construção de si, o desenvolvimento de sua personalidade e busca sua autonomia. Já o Categorial (6 a 11 anos) é um estágio no qual muito se desenvolve o cognitivo e os processos de organização, categorização, classificação e busca compreender o conhecer o mundo externo. Por fim, o estágio da Adolescência (11 anos em diante) no qual o sujeito apresenta uma necessidade de buscar seus valores, construir sua personalidade e sua identidade autônoma.

Em cada estágio de desenvolvimento, o predomínio dos campos afetivo e cognitivo oscilam no que Wallon denomina de *predominância funcional*, assim “quando a direção é para si mesmo (centrípeta), o predomínio é do afetivo”; “quando a direção é para o mundo exterior (centrífuga), o predomínio é do cognitivo” (MAHONEY; ALMEIDA, 2005, p. 19). Há predominância funcional do campo afetivo nos estágios impulsivo emocional, personalista e adolescência, já nos demais estágios há predominância cognitiva. Esta alternância, entre as manifestações intelectuais e afetivas, é chamada de *alternância funcional*. Na Figura 2.2 podemos verificar a representação do sujeito diante do pensamento e do afeto, onde a linha pontilhada descreve a alternância funcional dos dois conceitos, ao longo do desenvolvimento do indivíduo.

Figura 2.2 – O sujeito diante do afeto e do pensamento, segundo Wallon



Fonte: Xavier e Nunes (2015, p. 32).

É importante compreender as necessidades do indivíduo em cada etapa, sabendo que são nas crises e conflitos que o sujeito se desenvolve em seus processos de diferenciação e construção de si mesmo. Por exemplo, o mesmo processo de recusa ao outro, necessidade de valorização e a busca de sua autonomia, que ocorre na fase dos três aos seis anos (estágio do personalismo), repete-se de maneira mais racional a partir dos onze anos (estágio da adolescência), nas atividades de confronto, expressões de auto afirmação e reconhecimento das diferenças de si em relação aos demais.

A teoria walloniana não segue um processo contínuo nas etapas e, assim, o indivíduo se reorganiza e aproveita avanços das etapas anteriores, mas permite alguns retrocessos ao longo de sua vida. O desenvolvimento do sujeito não finaliza no estágio da adolescência, porém, segundo Xavier e Nunes (2015), torna-se maduro quando apresenta controle sobre suas emoções, consegue se identificar diferente dos demais, conhece sua personalidade e reconhece seus valores.

3 A AFETIVIDADE E O ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentaremos como a afetividade está presente na relação de ensino-aprendizagem. Na Seção 3.1 abordaremos as influências da afetividade no processo da aprendizagem; na Seção 3.2 serão apresentadas as influências afetivas nas práticas pedagógicas e, por fim, na Seção 3.3, apresentaremos as influências afetivas na aprendizagem da Matemática.

3.1 A afetividade na aprendizagem

Nesta seção apresentaremos como a afetividade está presente no processo de aprendizagem.

Como discutido no Capítulo 2, as teorias de abordagens histórico-cultural-social, ampliadas no século XX, propõem a concepção monista, na qual razão e emoção coexistem no processo de desenvolvimento e aprendizagem do sujeito. As teorias propostas por Henry Wallon e Lev Vygotsky possuem conformidades em relação à influência da afetividade no processo de desenvolvimento, uma vez que

- a) ambos assumem uma concepção desenvolvimentista sobre as manifestações emocionais: inicialmente orgânicas, vão ganhando complexidade na medida em que o indivíduo desenvolve-se na cultura, passando a atuar no universo simbólico, ampliando-se e complexificando-se suas formas de manifestação;
- b) assumem, pois, o caráter social da afetividade; c) assumem que a relação entre a afetividade e inteligência é fundante para o processo do desenvolvimento humano. (LEITE, 2012, p. 361).

Em uma pesquisa, realizada por Immordino-Yang e Damasio (2007, p. 5), foi possível perceber o papel da emoção em utilizar o conhecimento aprendido pelo indivíduo durante uma tomada de decisão e, assim, compreender que os “processos emocionais são necessários para que as habilidades e conhecimentos adquiridos na escola sejam transferidos para novas situações e para a vida real”¹. A tomada de decisão envolve uma série de emoções que vai desde avaliar o sucesso ou o fracasso de determinada escolha – e suas consequências – até a percepção da aprovação e desaprovação dos outros frente a alguma escolha.

Durante a construção de um novo conhecimento, no desenvolvimento, vários aspectos são necessários para uma aprendizagem significativa como a motivação, a atenção, o funcionamento social e a memória. Os processos emocionais estão ligados diretamente a todos estes as-

¹ emotional processes are required for the skills and knowledge acquired in school to transfer to novel situations and to real life.

pectos e produzem alterações no corpo e na mente (IMMORDINO-YANG; DAMASIO, 2007).

Nesta perspectiva, os autores ainda destacam:

como os educadores já sabem, não é o suficiente para os alunos dominarem o conhecimento e habilidades de raciocínio lógico no sentido acadêmico tradicional. Eles devem ser capazes de escolher e recrutar essas habilidades e conhecimento de forma útil fora do contexto estruturado de uma escola ou laboratório. Porque essas escolhas são baseadas na emoção e no pensamento emocional, a fisiologia da emoção e seu processo consequente de sentimento tem enormes repercussões pela forma como aprendemos e pela forma como consolidamos e acessamos o conhecimento. Quanto mais os educadores passam a entender a natureza da relação entre emoção e cognição, melhor eles serão capazes de alavancar essa relação na concepção de ambientes de aprendizagem². (IMMORDINO-YANG; DAMASIO, 2007, p. 9).

Na resolução de um exercício, dentro ou fora do espaço escolar, o aluno recorda muitos conceitos adquiridos durante o processo de aprendizagem e precisa escolher qual conhecimento o auxiliará a compreender, e quais ferramentas conhecidas serão úteis para modelar e solucionar, chegando ao resultado esperado. Este processo é permeado por sucessivas escolhas e compreende muitas emoções que vão desde confiança a frustrações. Desse modo, “identificar necessidades, demonstrar atenção às dificuldades e problemas dos alunos são maneiras bastante refinadas de comunicação afetiva” (TASSONI; LEITE, 2013, p. 266). Embora o professor não seja o único mediador, é o principal no espaço escolar, e a qualidade de sua mediação pedagógica é fundamental para favorecer a participação do estudante, torná-lo ativo em seu processo de desenvolvimento e ciente de seus resultados. Faz-se importante destacar que

as relações que se estabelecem entre sujeito-objeto-mediador também são marcadamente afetivas. Ou seja, tais relações não envolvem somente as esferas cognitivas/intelectuais, mas, simultaneamente, provocam repercussões internas e subjetivas nos sujeitos, de natureza basicamente afetiva. (LEITE, 2012, p.362).

A autora Valéria de Araújo Lima, em seus estudos sobre a afetividade e o ensino de Matemática, ressalta que

² As educators have long known, it is simply not enough for students to master knowledge and logical reasoning skills in the traditional academic sense. They must be able to choose among and recruit these skills and knowledge usefully outside of the structured context of a school or laboratory. Because these choices are grounded in emotion and emotional thought, the physiology of emotion and its consequent process of feeling have enormous repercussions for the way we learn and for the way we consolidate and access knowledge. The more educators come to understand the nature of the relationship between emotion and cognition, the better they may be able to leverage this relationship in the design of learning environments.

os estudos de afetividade realizados dentro da perspectiva da educação matemática centram-se nas reações dos alunos, sejam especialistas ou iniciantes. Já no caso da perspectiva histórico-cultural, busca-se compreender o que as práticas pedagógicas concretas, desenvolvidas pelo professor, provocam nos estudantes. Mais especificamente, se os fazem sentirem-se atraídos ou não pelo conhecimento (LIMA, 2014, p. 24).

As escolhas do modo de trabalho do professor, como o que ensinar e de que maneira lecionar e avaliar o estudante, possuem influências afetivas. Ao compreender tais impactos afetivos envolvidos neste processo, busca-se contribuir para a melhoria do exercício do educador no processo de ensino-aprendizagem.

3.2 A afetividade nas práticas pedagógicas

Nesta seção abordaremos, baseado nos estudos do autor Leite (2008, 2012) e de outros pesquisadores, alguns aspectos que o professor pode considerar em suas práticas pedagógicas buscando valorizar a afetividade envolvida no processo de ensino-aprendizagem.

Leite (2008, p. 25) nos diz que “analisar a questão da afetividade em sala de aula, seja pela interação professor-aluno e/ou das práticas pedagógicas desenvolvidas, significa analisar as condições oferecidas para que se estabeleçam os vínculos entre sujeito (aluno) e objeto (conteúdos escolares)”. Esses vínculos podem ser criados de diferentes maneiras.

Nas pesquisas realizadas por Tassoni e Leite (2013, p. 267) foi possível observar que, muitas vezes, gostar do professor influencia a preferência pelo conteúdo, ou seja, “a ação do professor, através das práticas pedagógicas, determinou, segundo os alunos, o gostar ou não de escrever, gostar de matemática, de geografia, etc., destacando a sua função mediadora”. Além disso, os estudantes percebiam a relação do professor diretamente com o objeto de conhecimento, se o professor gostava do conteúdo ministrado e o envolvimento com o objeto de conhecimento.

No processo de ensino-aprendizagem, consideram Tassoni e Leite (2013) que, professores e alunos possuem necessidades distintas e, isso posto, apresentam diferentes estímulos para suas ações e interesses. Os autores destacam que

os dados revelaram que a motivação dos professores e alunos desenvolve-se em uma relação de complementaridade. Para os professores, os aspectos motivadores estariam no desejo de ensinar bem a fim de que haja aprendizagem, na necessidade de ser compreendido pelos alunos e no interesse em lhes proporcionar experiências de sucesso. Os aspectos motivadores para os alunos, de maneira articulada aos dos professores, seriam o desejo de aprender de fato, a

necessidade de compreender o professor e o interesse em vivenciar experiências de sucesso. (TASSONI; LEITE, 2013, p. 265).

Logo, o educador deve atentar-se à sua prática, diversificando e adaptando seus planejamentos, com o intuito de contribuir efetivamente para a formação de todos da turma, mesmo com suas particularidades.

A apresentação de um novo conteúdo, por um educador, envolve um planejamento prévio que, direta ou indiretamente, trará reflexos afetivos (bons ou ruins) em suas práticas. Para Leite (2012), durante as aulas, é possível destacar alguns pontos de uma metodologia adotada pelo educador: os objetivos de ensino, de onde iniciar o conteúdo, a organização destes conteúdos, as atividades e procedimentos de ensino, e como avaliar a compreensão do novo conceito ensinado. A seguir, descreveremos as influências afetivas incluídas nestes cinco pontos.

- A escolha dos objetivos de ensino

A escolha dos objetivos de ensino refere-se ao que o professor ensinará aos estudantes. É na escola o primeiro – ou principal – contato do estudante com os conceitos acadêmicos e, por esta razão, cabe ao professor mostrar a relevância desses assuntos para que o aluno possa compreender e aplicar de maneira clara e prazerosa.

Por muitas vezes, esses conteúdos são previamente selecionados pela instituição que o professor e o aluno estão vinculados. Entretanto, existe uma responsabilidade do professor em escolher e determinar como este conteúdo será apresentado.

É importante, pois, que a escola selecione objetivos e conteúdos nesta perspectiva e que os alunos reconheçam a relevância dos mesmos, propostos em cada disciplina ou área curricular; isto aumenta as possibilidades de que se estabeleçam vínculos afetivos positivos entre os alunos e os objetivos abordados. (LEITE, 2012, p. 363).

Ainda segundo o autor, o educador deve estar atento ao contrário: o ensino de um conteúdo irrelevante, sob a perspectiva do aluno, favorece um vínculo afetivo negativo com o objeto de conhecimento (LEITE, 2012).

- O início do processo de ensino

Além da necessidade de mostrar a relevância do conteúdo a ser ensinado, é importante que o professor esteja atento ao que o aluno já sabe e de onde partirá o ensino. Esta decisão valoriza o conhecimento prévio do estudante e aprimora os conceitos preexistentes. Assim, o

novo conceito mostra-se mais próximo do estudante, mais acessível. Para Leite (2008), não tomar como referência o conhecimento já apropriado pelo estudante e iniciar o novo conteúdo distante do conhecimento acumulado do aluno, proporciona um comprometimento no vínculo afetivo do aluno com o conceito.

As implicações pedagógicas desse princípio parecem claras: a decisão sobre o início do ensino só deve ser assumida após o professor realizar uma avaliação diagnóstica sobre o que os alunos já sabem sobre o tema, e não a partir de decisões burocráticas ou de pressupostos irrealistas. (LEITE, 2008).

Outros autores, como o psicólogo da educação David Paul Ausubel, já argumentavam que o conhecimento preexistente do estudante influencia no processo de aprendizagem de um conceito (LEITE, 2012).

- A organização dos conteúdos

O planejamento do professor inclui também a organização dos temas a serem abordados que compreendem o novo conceito. Faz-se necessário que os temas escolhidos sejam associados, relacionados e que respeitem um encadeamento das ideias pois, grande parte dos conteúdos, necessitam de uma sequência lógica de ideias para favorecer a compreensão do conceito de forma integral.

Alguns dados das pesquisas realizadas sugerem que a ausência de uma organização lógica dos conteúdos de um determinado curso pode aumentar as possibilidades de fracasso do aluno, colaborando com a prevista deterioração das relações afetivas entre o aluno e o objeto em pauta. (LEITE, 2012, p. 364).

A organização dos conteúdos deve ser observada também durante o planejamento de cada aula, no qual o tema e os tópicos a serem abordados devem seguir a mesma organização epistemológica. Além disso, é importante que o estudante tenha consciência de como o conceito a ser aprendido se constrói e, neste caso, a lousa organizada contribui também para um maior entendimento das etapas da sua aprendizagem, colaborando para a criação de vínculos afetivos positivos entre o conteúdo ministrado e o estudante.

- A escolha das atividades de ensino

Outra decisão que envolve o processo de ensino está relacionada diretamente ao desenvolvimento das aulas, os recursos a serem utilizados e quais atividades serão abordadas. Estas escolhas devem ir de encontro com a necessidade e perfil da turma, sempre buscando favorecer

a aprendizagem do aluno. O estudante, ativo em seu processo de aprendizagem, vivencia as experiências em sala de aula promovidas por seu professor e, desse modo, constrói seu próprio conhecimento, orientado pelo o que está sendo apresentado e desenvolvendo os conceitos que já domina.

Atividades como aulas expositivas, atividades práticas, jogos, trabalhos individuais ou em grupo, utilização de recursos tecnológicos, requerem um planejamento adiantado e devem ser bem escolhidas para alcançar os objetivos pré-determinados pelo educador. Ademais, “atividades bem escolhidas e adequadamente desenvolvidas, sem dúvida, aumentam as chances do aprendizado com sucesso por parte do aluno e a consequente relação afetiva de aproximação entre o aluno e os conteúdos envolvidos” (LEITE, 2012, p. 364).

Uma atividade bem desenvolvida exige que professor forneça instruções claras, pondere a necessidade de intervenções, prepare o material a ser utilizado, organize e avalie o espaço adequado e, além disso, mostre o proveito daquela atividade para a aprendizagem do conteúdo, evitando possíveis conflitos e contratempos que, segundo Leite (2012), poderão promover efeitos negativos na relação afetiva do estudante com o objeto de conhecimento.

Finalmente, deve-se destacar que nas atividades de ensino concentra-se, concretamente, grande parte da carga afetiva da sala de aula, através das relações interpessoais entre professores e alunos: olhares, posturas, conteúdos verbais, contatos, proximidade, tom de voz, formas de acolhimento, instruções, correções, etc. constituem aspectos da trama de relações interpessoais que implicam em um enorme poder de impacto afetivo no aluno, positivo ou negativo, dependendo da forma como essas interações são vivenciadas. (LEITE, 2012, p. 364).

Tassoni e Leite (2013) destacam que nos três níveis de ensino, tanto no Ensino Infantil, Ensino Fundamental e no Ensino Médio, a forma que o professor opta para ajudar os alunos influencia para que os mesmos aprendam melhor. O professor atento ao modo de falar, nas modulações de voz, em sua postura e que se mostra disponível em ajudar, dar dicas, explicar com clareza e paciência, buscando sanar as dúvidas dos estudantes, promove reações agradáveis nos alunos que contribuem para uma aprendizagem significativa. Além disso, em particular, para o ensino da Matemática,

é importante que o professor fique atento para o linguajar da sala de aula, que se tornando demasiadamente técnico não permite a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos ou, por outro lado, sendo demasiado simples, empregando palavras cotidianas, perdem o sentido “matemático” que o aluno procura. (MOREIRA, 2007, p. 73) .

Além da atenção dada à comunicação verbal, o professor deve se atentar também às interações que ocorrem na proximidade com os estudantes. Para isso, é necessário que as relações sejam respeitadas e que o professor se mostre disponível e acessível durante as aulas. Nas pesquisas realizadas pelos autores Tassoni e Leite (2013), também foi possível observar que a prática do educador em estar junto dos estudantes, indo de mesa em mesa, acompanhar o desenvolvimento dos alunos com explicações pertinentes e incentivos “produzia mais segurança e compreensão, trazendo sentimentos de acolhimento, respeito e consideração que eram importantes para que a atividade fluísse mais livremente” (TASSONI; LEITE, 2013, p. 266).

- Como avaliar o aluno

Por fim, sabe-se que faz parte do processo de ensino-aprendizagem – e cabe ao professor – avaliar o estudante buscando verificar se ele conseguiu construir bem os conceitos como planejados e selecionados pelo educador. Entretanto, Leite (2012) destaca que

uma das unanimidades observadas nos dados acumulados pelas nossas pesquisas é que a avaliação tradicional tem sido apontada como um dos principais fatores responsáveis pelo fracasso do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, pelo distanciamento afetivo entre o sujeito/aluno e o objeto/conteúdo. A avaliação parece tornar-se desastrosa quando seus resultados são utilizados contra o aluno e, obviamente, quando tal relação é identificada pelo aluno. (LEITE, 2012, p. 365).

A avaliação deve buscar sempre ser utilizada a favor do desenvolvimento do estudante, e jamais contra ele. Atividades avaliativas coerentes com o que foi ensinado – e que apresentam o objetivo diagnóstico – são capazes de verificar as evoluções de seu estudante, atribuir valor às atividades de ensino e ao planejamento utilizado pelo professor, evidenciando a necessidade de uma possível alteração no seu método de ensino ou um reforço positivo na escolha definida pelo professor (LEITE, 2012).

Por vezes, algumas das escolhas apresentadas nesta seção não é de responsabilidade única do professor e, assim, faz-se necessário uma discussão mais ampla com a equipe pedagógica escolar. Entretanto, a maioria das decisões mencionadas estão vinculadas à autonomia do professor em sua prática, no dia a dia com sua turma, e cabe a ele optar por aquelas que conduzirão melhores resultados diante da particularidade de cada turma, pois, “a afetividade está presente em todas as decisões assumidas pelo professor em sala de aula, produzindo continuamente impactos positivos ou negativos na subjetividade dos alunos” (LEITE, 2012, p. 365).

Reconhecer que cada aluno tem seu próprio processo e seu próprio ritmo, favorece para que o educador consiga conhecer a particularidade de cada estudante. Ao desejar cada vez

mais prover melhores experiências ao sujeito, o professor consegue minimizar as possíveis dificuldades de ensino e aprendizagem.

A seguir, na próxima seção, buscamos compreender os estudos das emoções realizados dentro da perspectiva da aprendizagem da Matemática.

3.3 Matemática Emocional

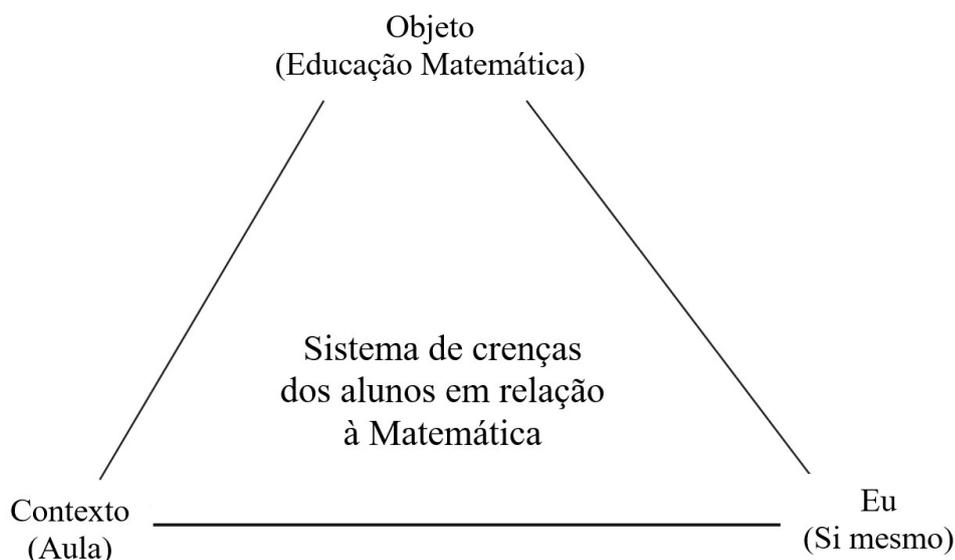
Nesta seção apresentaremos a dimensão afetiva envolvida no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, baseada nos estudos de Gómez-Chacón (2000a, 2000b, 2002a, 2002b, 2007, 2018) e Lima (2014), entre outros.

No ensino da Matemática, muitos são os fatores que devem ser levados em consideração pelo educador ao ensinar o conteúdo matemático, planejar as aulas e suas avaliações. Como a emoção e cognição estão presentes em todas as etapas do desenvolvimento do sujeito, não é possível conceber a ideia de um ensino que não assuma e valorize a afetividade presente nas práticas pedagógicas.

A cada experiência reagimos emocionalmente, como resposta às variadas situações, e estes elementos afetivos e sociais vão construindo e adaptando o sistema de crenças de cada indivíduo. A relação entre as atitudes, as emoções e as crenças que cada sujeito tem com algum objeto do conhecimento é cíclica, ou seja, as crenças que o indivíduo apresenta vão interferir em como este filtrará e reagirá nas novas experiências e, por consequência, as novas situações provocarão emoções – positivas ou negativas – que garantirão a manutenção dessas crenças. No campo da Educação Matemática, podemos destacar três categorias de crenças dos estudantes que se relacionam entre si: crenças sobre o próprio sujeito; crenças sobre a Matemática e seu ensino-aprendizagem; e crenças sobre o contexto em que ocorre a aprendizagem matemática (FIGURA 3.1) (GÓMEZ-CHACÓN, 2002a).

As crenças do estudante relacionadas a si mesmo se referem à sua autoeficácia: se ele é capaz ou se é inteligente, por exemplo; as crenças sobre a Educação Matemática estão relacionadas com o próprio objeto de conhecimento: se é fácil aprender Matemática ou se é apenas para um público específico; e as crenças sobre o contexto da aula se referem ao contexto social que ocorre o ensino de Matemática: como as concepções sobre a turma ou o papel do professor.

Figura 3.1 – Representação da estrutura do sistema de crenças



Fonte: Adaptado de Gómez-Chacón (2007, p. 128).

Em suas pesquisas, Gómez-Chacón (2000a) detectou algumas crenças limitantes. Vejamos o trecho abaixo.

A Matemática é um mistério acessível a poucos: ela atormenta seus cérebros; A Matemática está cheia de Xs e Ys e fórmulas incompreensíveis; A matemática é uma afronta ao bom senso em muitas coisas que dizem; Matemática é para crianças ricas (vindo de outro contexto social); Os problemas podem ser resolvidos por apenas um caminho³. (GÓMEZ-CHACÓN, 2000a, p. 162).

O professor deve estar atento à presença destas crenças – e de outras crenças limitantes – em seus alunos para melhor compreendê-las e, assim, auxiliar seus alunos a quebrar ou diminuir tais crenças limitantes.

A autora Inês Maria Gómez-Chacón diferencia as dimensões das emoções presentes nos sujeitos durante as experiências como afeto local e afeto global, e esta abordagem pode auxiliar o professor em sua prática.

O *afeto local* é definido como “os estados de mudanças de sentimentos ou reações emocionais durante a resolução de uma atividade matemática”⁴ (GÓMEZ-CHACÓN, 2000a, p. 151). Como exemplos de afeto local temos: a curiosidade do estudante ao iniciar uma atividade, a confiança ao desenvolver uma estratégia de resolução, o bloqueio por não conseguir

³ Mathematics is a mystery accessible to few: it racks your brains; Mathematics is full of Xs and Ys and incomprehensible formulae; Mathematics is an outrage to common sense in many things they say; Mathematics is for rich kids (coming from another social context); Problems can be solved by only one path.

⁴ As the states of change of feelings or emotional reactions during the resolution of a mathematical activity.

encontrar uma resposta satisfatória, a pressa em finalizar o exercício, ou ainda, o estudante poderá se sentir animado, tranquilo, entediado, indiferente, desesperado ou confuso em diferentes fases de uma mesma resolução.

O *afeto global* está relacionado às crenças individuais e seu autoconceito, que é um compilado dos afetos locais do estudante durante toda sua vida, ou seja, é “o resultado dos caminhos percorridos (no indivíduo) no afeto local, que contribuem continuamente para a construção das estruturas gerais do autoconceito, e de crenças sobre matemática e sua aprendizagem”⁵ (GÓMEZ-CHACÓN, 2000a, p. 151). O afeto global permite avaliar o estudante na situação considerando sua identidade social, seus autoconceitos e crenças. Neste caso, são exemplos de afetos globais: a resistência à construção de um conteúdo matemático, a preferência por um tipo de atividade de ensino e a qualidade da comunicação nas relações aluno-professor e aluno-classe.

Tanto o afeto local como o afeto global influenciarão nos processos cognitivos do estudante e estas influências podem ser positivas ou negativas. O professor não possui o domínio e pleno controle de como seus planejamentos e atividades selecionadas serão recebidas pelos seus estudantes, sob o ponto de vista afetivo, pois isso é muito subjetivo. Por vezes, nem o próprio estudante possui consciência deste processo. No entanto, o educador ciente de que suas atividades práticas e mediação pedagógica pode influenciar nas impressões deste aluno sobre os conceitos matemáticos e assim, então, empenhar-se para fornecer, quando possível, suporte afetivo ou cognitivo buscando contribuir para ampliação das impressões positivas deste aluno durante a experiência nas aulas de matemática.

Caso ocorra de um estudante apresentar bloqueios durante a aprendizagem de algum conteúdo matemático, o professor mediador poderá torná-lo ciente de seu processo e expor um pouco mais sobre o conceito, de modo a favorecer a construção de concepções positivas acerca dele como aprendiz do conteúdo em questão, elevando gradativamente sua auto-confiança e êxito. Para Moreira (2007),

o desenvolvimento de dimensão afetiva na sala de aula de Matemática requer possibilitar que situações sejam exploradas para permitir descobrir e liberar crenças limitativas dos alunos, incorporar a emoção e o afeto como instrumentos facilitadores e não limitadores do conhecimento matemático. (MOREIRA, 2007, p. 94).

⁵ The result of the routes followed (in the individual) in the local affect, which continually contribute to the construction of general structures of the concept of oneself and of beliefs about mathematics and its learning.

Gómez-Chacón (2002a) avaliou como ocorriam as alterações de emoções nos estudantes durante alguns episódios relacionados à aprendizagem matemática. No decorrer da resolução de uma atividade em uma aula de Matemática, percebeu que quando os alunos leem um enunciado, inicialmente buscam resolvê-lo diante de algo semelhante que já tenham visto. Quando o conhecimento prévio não é suficiente para resolvê-lo, o estudante pode sentir bloqueio na resolução. Nesta situação, o professor mediador pode, então, conduzir este estudante a uma nova maneira de pensar, explorando novas maneiras de interpretar, representar, reformular, visualizar e desenvolver o exercício. Esta prática amplia a capacidade do aluno de desenvolver sua criatividade e de processar novas informações, mesmo diante de emoções negativas.

A autora apresenta também algumas estratégias para a prática do educador durante as aulas de Matemática que são: a atenção ao domínio afetivo, e à integração da cognição e afeto durante a aprendizagem; o reconhecimento da relevância da identidade social do estudante, de suas crenças, interesses, sistemas de valores e autoconceitos; a valorização da singularidade de cada estudante, seus processos individuais e a interação do professor com os alunos e com a turma; a orientação à gestão da emoção dos alunos, a fim de tomar consciência de suas reações e de suas formas de expressão; o entendimento do professor sobre o que se ensina, e suas relevâncias; por fim, a busca pela formação do professor em Sociologia e Psicologia da Educação Matemática, aliando as necessidades da dimensão emocional às suas práticas. Segundo a autora, “ensinar matemática sem levar em consideração esses elementos é garantia de fracasso na aprendizagem e, claro, de fracasso para o professor”⁶ (GÓMEZ-CHACÓN, 2002b, p. 31).

Atividades propostas que fogem da abordagem tradicional e formal da matemática, como alguns jogos, por muitas vezes, ampliam nos estudantes a crença de que tais atividades não são Matemática. Além disso, segundo Gómez-Chacón (2002a), quando é possível estabelecer fases bem definidas na resolução de um exercício matemático, o estudante consegue verificar as etapas com clareza e isso aumenta a segurança e a habilidade de resolver exercícios semelhantes. O professor deve fornecer aos estudantes oportunidades para que eles consigam aplicar pequenas etapas, verificando os processos envolvidos, ainda que não consigam resolver sozinhos a tarefa proposta, assim esta prática auxilia o estudante a melhorar seu autoconceito de aprendiz de Matemática.

⁶ Enseñar Matemáticas sin tomar estos elementos en consideración es garantía de fracaso en el aprendizaje y, por supuesto, de fracaso para el profesor.

Gómez-Chacón (2002a) também afirma que uma das causas que favorecem que os estudantes abandonem a resolução de um problema é a ansiedade de não querer falhar durante o processo.

Desânimo e frustração indicam falta de progresso. É um momento de forte confusão, tão paralisante que dificulta uma nova incorporação à atividade. Surge em momentos em que não consegue articular o que se sabe com o que se quer resolver, ou quando a informação está se reorganizando; quando não há compreensão do problema e não se consegue ver do que se trata e, portanto, não se sabe como começar a resolvê-lo. Você começa a pensar, de forma absoluta e onipresente, que não sabe como fazer. Esta emoção se manifesta ao ficar paralisado, imobilizado e causa desesperança e rejeição da atividade⁷. (GÓMEZ-CHACÓN, 2002a, p. 208).

Entretanto, o medo e a frustração podem ser oportunidades para desenvolver um outro caminho de como resolver o mesmo problema e se torna uma oportunidade de recomeçar. Nesse caso é fundamental a função de mediador do professor, que deve auxiliar o estudante a reconhecer as dificuldades encontradas e conduzi-lo a uma nova possibilidade de resolução e interpretação.

O professor que valoriza os processos cognitivos e afetivos incluídos durante a aprendizagem – os afetos locais e os afetos globais – pode auxiliar o estudante a compreender melhor as reações emocionais diante de cada experiência e também seu sistema de crenças, favorecendo a construção de um vínculo positivo com a Matemática e com o professor da disciplina.

⁷ El. desânimo y la frustración codifican falta de progreso. Es un momento de confusión fuerte, tan paralizante que hace difícil una nueva incorporación a la actividad. Surge en momentos en los que no se es capaz de articular lo que se sabe con lo que se quiere resolver, o bien cuando se está reorganizando la información; cuando no hay una comprensión del problema, y no se es capaz de ver "de qué va" y por tanto, se desconoce cómo empezar a resolverlo. Se empieza a pensar, de forma absoluta y onipresente, que no se sabe hacer. Esta emoción se manifiesta quedándose paralizando, inmovilizado, y provoca desesperanza y rechazo de la actividad.

4 MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste capítulo apresentaremos alguns conceitos básicos importantes para o estudo da Matemática Financeira. Segundo Bonjorno, Júnior e Sousa (2016, p. 192), “a Matemática Financeira é a área da Matemática dedicada a estudar as relações comerciais e econômicas”. A importância de seu estudo refere-se à necessidade do ser humano de realizar negociações comerciais, empresariais e para seu controle financeiro pessoal. O cidadão, que consegue compreender bem os conceitos e aplicações da Matemática Financeira, lida melhor ao fazer compras parceladas, pagamento de dívidas, financiamentos ou investimentos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que estabelece e norteia as aprendizagens, conhecimentos, competências, habilidades e propostas pedagógicas da educação básica (pública e privada) no Brasil. A BNCC prevê a aprendizagem dos conteúdos da Matemática Financeira desde o Ensino Fundamental. Das unidades temáticas da área de Matemática, apresentadas no documento, destacamos o trecho:

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. (BRASIL, 2017, p. 269).

Para melhor compreensão deste conteúdo, faz-se necessário apresentar alguns conceitos básicos da Matemática Financeira. Utilizando os materiais de Morgado e Carvalho (2015), Dante (2016) e Bonjorno, Júnior e Sousa (2016), apresentamos neste capítulo as definições de capital, juro, montante, fator de atualização, acréscimo e desconto, taxa de juro, juro simples e juro composto.

4.1 Capital, Juro e Montante

Nesta seção veremos as definições de capital, juro, tempo e montante e alguns exemplos. As Definições 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 foram adaptadas de Bonjorno, Júnior e Sousa (2016).

Definição 4.1 (Capital) *É a quantia monetária investida ou disponível para investimento, também denominada valor presente ou principal. Denotamos capital por C .*

Na maior parte deste capítulo usaremos a palavra capital ao invés de valor presente ou principal.

Definição 4.2 (Juro) *É uma compensação financeira que se paga pela utilização de uma quantia por determinado período de tempo. Denotamos juro por J .*

Definição 4.3 (Tempo) *Período que decorre desde o início até o fim de uma operação financeira. Também é conhecido como período de capitalização. Denotamos o tempo por n .*

Definição 4.4 (Montante) *Investimento rentabilizado, ou seja, é o capital C acrescido do juro J acumulado em determinado período. Também é denominado valor futuro. Denotamos o montante por M .*

Das definições acima segue que $M = J + C$. Vejamos, a seguir, alguns exemplos.

Exemplo 4.5 *Considere um empréstimo no valor de R\$1.000,00 realizado por um senhor, quitado após 12 parcelas no valor de R\$94,00. Neste caso, qual o juro incluso nesta operação financeira?*

Note que o capital C referente a esta operação financeira é o valor inicial de R\$1.000,00, negociado no momento da contratação do empréstimo. Além disso, como o empréstimo foi quitado após 12 parcelas mensais de R\$94,00, o montante M pago pelo senhor foi um total de $12 \times R\$94,00 = R\$1.128,00$. Como o montante M é a soma dos juros J com o capital principal C , temos que $J = M - C = R\$1.128,00 - R\$1.000,00 = R\$128,00$. Logo, o valor do juro incluso nesta operação financeira foi de R\$128,00.

Exemplo 4.6 *Edna atrasou o pagamento de um boleto por 30 dias. Sabe-se que o pagamento realizado após o vencimento estava sujeito a um acréscimo de 5% ao mês e que o valor total pago por Edna foi de R\$60,90. Neste caso, qual o valor nominal do boleto, sem o acréscimo?*

O valor do capital C refere-se ao valor nominal do boleto, sem acréscimo. Como Edna o pagou com atraso de um mês, o juro J aplicado neste valor inicial é de 5% atribuído ao valor nominal, ou seja, $J = 0,05C$.

O montante M pago por Edna depois de um mês, já com os acréscimos, foi R\$60,90. Como $M = J + C$, temos que $R\$60,90 = 0,05C + C$, ou seja, $C = R\$58,00$. Portanto, o valor nominal do boleto, sem os acréscimos, é R\$58,00.

4.2 Fator de atualização

Nesta seção veremos a definição de fator de atualização, um conceito necessário para comparação de um capital em dois tempos distintos, acompanhada de um exemplo. A Definição 4.7 foi extraída do material do autor Dante (2016, p. 18).

Definição 4.7 (Fator de atualização) *O fator de atualização f é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente ou futuro).*

Ressaltamos que o fator de atualização é um número racional $\frac{a}{b}$ com $a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$.

Exemplo 4.8 *Suponha que um livro foi anunciado no mês de setembro por R\$54,70. Já no mês de dezembro, o mesmo livro foi divulgado por R\$87,52. Encontre o fator de atualização do preço de venda deste livro neste período.*

Como o fator de atualização corresponde à razão entre os valores, em reais, do livro em tempos diferentes, podemos calcular:

$$f = \frac{\text{valor do livro no mês de dezembro}}{\text{valor do livro no mês de setembro}} = \frac{\text{R\$87,52}}{\text{R\$54,70}} = 1,6.$$

Assim, o fator de atualização do preço deste livro, referente ao período de setembro a dezembro, foi de 1,6.

4.3 Acréscimo e Desconto

Nesta seção veremos as definições de acréscimo e desconto, e alguns exemplos. A Definição 4.9 abaixo foi extraída do material do autor Dante (2016, p. 18).

O fator de atualização f , no contexto financeiro, refere-se à razão do capital C em tempos diferentes. Nesta variação do tempo poderão ocorrer acréscimos, reduções ou nenhuma modificação no valor do capital. No caso de um acréscimo, a razão entre o valor futuro e o antigo do capital determinará um valor $f > 1$, e assim $f = 1 + i$, onde i é a taxa percentual de aumento; no caso de um decréscimo, temos $0 < f < 1$, e assim $f = 1 - i$, onde i refere-se à taxa percentual de desconto.

Definição 4.9 (Acréscimo e Desconto) *Na comparação de dois valores diferentes de uma mesma grandeza, $f > 1$ significa aumento (ou acréscimo de valor) e $f < 1$ significa desconto (ou perda de valor), pois o valor da grandeza variou no tempo e o valor mais antigo é a base de comparação. O fator $f = 1$, que é o fator neutro, significa que não houve variação.*

Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 4.10 *O salário de Raquel, que era de R\$1.987,25, sofreu uma atualização e agora, em sua folha de pagamento, a secretária recebe R\$2.305,21. Descubra qual foi a taxa de aumento referente a esta alteração.*

Calculando o fator de atualização do salário de Raquel, temos:

$$f = \frac{\text{salário atual}}{\text{salário antigo}} = \frac{\text{R\$2.305,21}}{\text{R\$1.987,25}} = 1,16.$$

Assim, o fator de atualização é $f = 1,16$. Como $f = 1,16 > 1$, temos que $f = 1 + i$, e assim $i = 0,16$. Logo, a taxa percentual de aumento foi de 16%.

Exemplo 4.11 *Os irmãos Anna e Pedro compraram celulares no mesmo dia, entretanto cada um escolheu o modelo que se adequava melhor às suas necessidades. O celular escolhido por Anna custou R\$669,00 e o de Pedro custou R\$4.019,99. Passados seis meses, os mesmos modelos haviam sofrido variações em seus preços: o celular de Pedro estava sendo anunciado por R\$3.850,00 e o de Anna por R\$620,91. Ambos sofreram redução em seus valores, porém, qual dos modelos obteve maior taxa percentual de desconto?*

Para encontrar a taxa percentual de desconto dos modelos, faz-se necessário calcular o fator de atualização dos preços divulgados. Para o celular de Anna, temos que

$$f_a = \frac{\text{preço atual}}{\text{preço na data da compra}} = \frac{\text{R\$620,91}}{\text{R\$669,00}} = 0,9281;$$

para o celular de Pedro segue que

$$f_p = \frac{\text{preço atual}}{\text{preço na data da compra}} = \frac{\text{R\$3.850,00}}{\text{R\$4.019,99}} = 0,9577.$$

Sendo $f_a = 0,9281 < 1$ e $f_p = 0,9577 < 1$, temos que $f_a = 1 - i_a$ e $f_p = 1 - i_p$, e assim $i_a = 0,0719$ e $i_p = 0,0423$. Logo, as taxas percentuais de descontos de Anna e Pedro foram, respectivamente, 7,19% e 4,23%. Portanto, o celular escolhido por Anna foi o que obteve maior taxa percentual de desconto.

4.4 Taxa de Juro

Nesta seção veremos a definição de taxa de juro acompanhada de um exemplo. A Definição 4.12 foi adaptada do material dos autores Bonjorno, Júnior e Sousa (2016).

Definição 4.12 (Taxa de Juro) *A taxa de juro i é a taxa percentual que se paga ou se recebe pela compensação da aplicação de um capital. Essa taxa deve vir acompanhada da unidade de tempo a que se refere.*

Tomando uma quantia de juro J acrescida a um capital C , em um dado período de tempo n de uma operação, temos que a taxa percentual de juro pode ser determinada pela razão $i = \frac{J}{C}$.

Exemplo 4.13 *Kaio pratica atividades físicas em uma academia próxima de sua casa. No último ano a mensalidade sofreu dois reajustes. Em janeiro do último ano, Kaio contratou os serviços por R\$54,90/mês. Em junho o valor foi alterado para R\$59,90/mês e, em dezembro, a mensalidade subiu R\$5,98. Descubra a taxa de juro referente à variação do valor da mensalidade durante o período de janeiro a dezembro deste ano.*

Sabe-se que, durante o período considerado, a mensalidade sofreu dois reajustes: em junho de R\$5,00 e, em dezembro, de R\$5,98. Logo, durante o período de janeiro a dezembro, a variação absoluta da mensalidade foi de R\$10,98.

Para realizar o cálculo da taxa de juro que representa o crescimento do valor da mensalidade, calculamos a razão entre o valor acrescido neste último ano – R\$10,98 – e a mensalidade relativa ao início deste período que foi R\$54,90. Deste modo, temos

$$i = \frac{J}{C} = \frac{\text{R}\$10,98}{\text{R}\$54,90} = 0,20,$$

e assim a taxa de juro referida a esta operação foi de 20%.

4.5 Juro simples

Nesta seção apresentaremos a definição de juro simples acompanhada de um exemplo.

O regime de juro simples é adotado em situações de curto prazo, como para cálculo do juro incluso no atraso de algumas contas de consumo como luz, água, gás e telefonia.

A Definição 4.14 foi extraída do material dos autores Bonjorno, Júnior e Sousa (2016, p. 195).

Definição 4.14 (Juro Simples) *Denominamos juro simples aquele calculado sempre sobre o capital inicial.*

Um capital C , a uma taxa de juro simples i , após um período de tempo n , será denotado por C_n . Logo, o juro J será $J = i.C_0$ e, assim, após um tempo n , teremos que $C_n = C_{n-1} + i.C_0$, para todo n inteiro maior ou igual a um. Note que $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$ são os termos de uma progressão aritmética de razão $i.C_0$.

Exemplo 4.15 *Considere um empréstimo pessoal de R\$6.311,00, sob o regime de juro simples, onde a taxa de juro é de 9,2% ao mês. Encontre o valor do montante a ser pago nesta operação financeira após 5 meses.*

A Tabela 4.1 abaixo apresenta o cálculo dos juros deste empréstimo. Note que os juros são sempre os mesmos $i.C_0$, ou seja, $0,092 \times R\$6.311,00 = R\$580,612$.

Tabela 4.1 – Cálculo dos juros do empréstimo no regime de juro simples

MÊS	CAPITAL DE REFERÊNCIA	MONTANTE ACUMULADO
0	$C_0 = R\$6.311,00$	$C_0 = R\$6.311,00$
1	$C_0 = R\$6.311,00$	$C_1 = R\$6.311,00 + R\$6.311,00 \times 0,092 = R\$6.891,612$
2	$C_0 = R\$6.311,00$	$C_2 = R\$6.891,612 + R\$6.311,00 \times 0,092 = R\$7.472,224$
3	$C_0 = R\$6.311,00$	$C_3 = R\$7.472,224 + R\$6.311,00 \times 0,092 = R\$8.052,836$
4	$C_0 = R\$6.311,00$	$C_4 = R\$8.052,836 + R\$6.311,00 \times 0,092 = R\$8.633,448$
5	$C_0 = R\$6.311,00$	$C_5 = R\$8.633,448 + R\$6.311,00 \times 0,092 = R\$9.214,06$

Fonte: Da autora (2021).

Portanto, de acordo com a última linha da terceira coluna da tabela, o valor do montante pago pelo empréstimo será de R\$9.214,06.

4.6 Juro composto

Nesta seção apresentaremos a definição de juro composto acompanhada de um exemplo. O regime de juro composto é o mais utilizado em operações financeiras a longo prazo como em financiamentos, aplicações, empréstimos, compras realizadas em pagamentos a prazo e pagamentos em atraso de faturas.

A Definição 4.16 foi extraída do material dos autores Bonjorno, Júnior e Sousa (2016, p. 198).

Definição 4.16 (Juro Composto) *No regime de juro composto, o valor de juro gerado em um período é incorporado ao capital e passa a participar da composição de juro no período seguinte.*

Um capital C , a uma taxa de juro composto i , após um período de tempo n , será denotado por C_n . Logo, o juro J , em cada época, será calculado sobre o montante da época anterior, ou seja, $J = i.C_{n-1}$. Após um tempo n , teremos que $C_n = C_{n-1} + i.C_{n-1} = C_{n-1}(1 + i)$, para todo n inteiro maior ou igual a um. Note que $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$ são os termos de uma progressão geométrica de razão $1 + i$.

Exemplo 4.17 *Considere o empréstimo pessoal no valor de R\$6.311,00 do Exemplo 4.15, mas agora sob o regime de juro compostos com a mesma taxa de juro de 9,2% ao mês. Encontre o valor do montante a ser pago nesta operação financeira após 5 meses.*

A Tabela 4.2 apresenta o cálculo dos juros deste empréstimo. Note que, em cada período, o valor de juro é calculado sobre o montante do período anterior e incorporado ao montante do início do período, ou seja, em cada período n o capital C_{n-1} é multiplicado pelo fator de atualização $1 + i$, onde i é a taxa de juro igual a 9,2% ao mês.

Tabela 4.2 – Cálculo dos juros do empréstimo no regime de juro compostos

MÊS	CAPITAL DE REFERÊNCIA	MONTANTE ACUMULADO APROXIMADO
0	$C_0 = \text{R}\$6.311,00$	$C_0 = \text{R}\$6.311,00$
1	$C_0 = \text{R}\$6.311,00$	$C_1 = \text{R}\$6.311,00 \times 1,092 = \text{R}\$6.891,61$
2	$C_1 = \text{R}\$6.891,61$	$C_2 = \text{R}\$6.891,61 \times 1,092 = \text{R}\$7.525,64$
3	$C_2 = \text{R}\$7.525,64$	$C_3 = \text{R}\$7.525,64 \times 1,092 = \text{R}\$8.218,00$
4	$C_3 = \text{R}\$8.218,00$	$C_4 = \text{R}\$8.218,00 \times 1,092 = \text{R}\$8.974,06$
5	$C_4 = \text{R}\$8.974,06$	$C_5 = \text{R}\$8.974,06 \times 1,092 = \text{R}\$9.799,67$

Fonte: Da autora (2021).

Portanto, de acordo com a última linha da terceira coluna da tabela, o valor do montante pago pelo empréstimo será de R\$9.799,67.

5 PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE JURO COMPOSTO

Neste capítulo apresentaremos orientações para uma atividade para o ensino de juro composto. As sugestões propostas nesse capítulo foram elaboradas para serem aplicadas no Ensino Médio.

O ensino da Matemática Financeira envolve conteúdos interdisciplinares. O cálculo de juro composto está presente em várias situações de nosso dia a dia, vinculadas ao sistema econômico, e sua aprendizagem está prevista na Base Nacional Comum Curricular, durante a educação básica, como visto no Capítulo 4. Com esta proposta de atividade buscamos valorizar a afetividade durante a prática do professor.

Usaremos o roteiro proposto por Leite (2008) que apresentamos na Seção 3.2 e usaremos as ideias apresentadas por Leite (Seção 3.2) e por Gómez-Chacón (Seção 3.3).

- A escolha dos objetivos de ensino

A sociedade, em geral, possui crenças de que a Matemática é difícil e apenas pessoas muito inteligentes conseguem compreendê-la e lidar bem com ela. Com isso, conceitos relacionados à Matemática Financeira acabam não sendo bem aprendidos e trazendo crenças de que 2% é um valor pequeno, por exemplo, ou de que a poupança é um bom lugar para deixar o dinheiro. Além disso, crenças negativas possuem um impacto significativo no modo como eles aprendem e resolvem as atividades matemáticas. Por essas razões, os objetivos são desconstruir as crenças negativas relacionadas aos conteúdos de Matemática Financeira, principalmente ao chegar no estudo de juro composto, criando assim boas crenças e criando bons vínculos com a Matemática.

- O início do processo de ensino

No início da atividade apresentaremos o tema proposto e revisaremos os conceitos básicos de porcentagem, acréscimo e desconto, taxa de juro, juro, capital, montante e juro simples. O objetivo é analisar se esses conceitos estão bem fundamentados ou não e detectar quais são os sentimentos, dos alunos, envolvidos com esses conceitos.

Diante desta investigação será possível preparar melhor as atividades futuras focando nos conceitos matemáticos e nos afetos (bloqueio, confiança, medo, animação, entre outros).

- A organização dos conteúdos

Para o ensino de juro composto respeitaremos a organização epistemológica, trabalhando cada etapa envolvida no conceito, de modo sequencial, para que o aluno aproprie progressivamente seu conhecimento acerca do tema e sinta-se motivado e confiante a aprender o conteúdo.

Inicialmente revisaremos o conceito de porcentagem, discutiremos a proporcionalidade envolvida e as suas variadas notações, como representação decimal e fracionária. Além disso, questionaremos durante as atividades como os alunos se sentem ao ter contato com este conceito e com estas representações, se sentem confiantes em trabalhar com estas notações, se tiveram boas experiências escolares anteriores com o tema e se percebem essas ideias em situações cotidianas. Compreender e ter confiança para resolver questões relacionadas à porcentagem é importante para que o estudante entenda bem e se sinta confortável para resolver as situações-problemas que apresentam taxa percentual de aumento, desconto ou juro.

Em seguida, depois de revisar a concepção de porcentagem, apresentaremos os conceitos de acréscimo e desconto relativos à atualização de um valor, pois diante da razão entre o valor futuro e antigo de uma certa grandeza, é possível encontrar a taxa percentual de variação. Buscaremos verificar se os estudantes são capazes de realizar cálculos de porcentagem aplicados a um certo valor e destacaremos que o valor acrescido ou reduzido, depende não somente da taxa percentual relacionada à variação como, também, ao valor base de comparação. Posto isso, trabalharemos crenças relacionadas a essa temática como, por exemplo, 2% ser um valor pequeno ou, ainda, que aumentar e reduzir 10% de uma certa quantia retorna ao valor inicial.

Após discutir as concepções de acréscimo e desconto, apresentaremos a taxa percentual de aumento de uma quantia monetária (taxa de juro), em um certo período de tempo, e revisaremos os conceitos de capital, juro e montante. Verificaremos se estes conceitos estão bem construídos, bem como as relações entre eles, pois o domínio destas ideias é importante para que o estudante interprete com segurança as situações-problemas envolvendo o conceito de juro composto. Assim, através de exemplos, verificaremos as concepções e possíveis resistências dos alunos em relação aos temas e buscaremos reparar estes conceitos, desconstruir algumas crenças relacionadas às vantagens e desvantagens de uma certa aplicação financeira como, por exemplo, escolher a melhor opção entre duas propostas de investimento.

Por fim, lembraremos as propriedades do regime de juro simples. Apesar de ser utilizado em poucas situações financeiras, verificaremos a compreensão de que, neste regime, a taxa de juro é sempre aplicada a um mesmo capital inicial e permanece constante durante todo

o período de aplicação, e que, quanto maior o tempo de aplicação, maior o montante ao fim do período. Com as discussões anteriores, esperamos que os estudantes apresentem mais confiança em resolver os exemplos desta etapa, com tranquilidade ao realizar cálculos envolvendo porcentagem, calculando os juros correspondentes em cada período e determinando o montante no fim da aplicação. Perguntaremos se eles se sentem melhor ao trabalhar com estes conceitos depois das revisões anteriores e acolheremos as dúvidas e inseguranças que ainda persistir, pois tais hesitações podem contribuir para uma dificuldade de compreender o conceito de juro composto.

Após recordar estes importantes conceitos, ricos em discussões, almejamos que os estudantes se sintam curiosos, motivados, abertos e aptos a construir o conceito de juro composto. Questionaremos se estudaram antes este regime de juro e, em caso afirmativo, investigaremos como foram as experiências anteriores. Buscando favorecer segurança, apontaremos as semelhanças com o juro simples, já revisado, como a taxa de juro permanecer constante durante todo período de aplicação e, também, destacaremos a principal diferença: no juro composto, o cálculo dos juros é realizado tendo por base o montante do período anterior. Realçaremos sua importância para compreender o motivo da dívida do cartão de crédito crescer rapidamente, o funcionamento de uma aplicação em poupança e, inclusive, discutiremos outras possibilidades de investimentos, como o tesouro direto, contribuindo para construção de crenças positivas relacionadas ao dinheiro e ao hábito de poupar.

- A escolha das atividades de ensino

As atividades de ensino escolhidas para construir o conceito de juro composto foram aulas expositivas dialogadas nas quais discutiremos sobre o tema proposto, incentivando o aluno a contribuir com ideias, manifestar suas expectativas, possíveis receios e experiências escolares anteriores. Estaremos atentos à nossa postura em todos os exercícios escolhidos, ao clima afetivo da sala de aula e ao nosso tom de voz, para que seja positivo e acolhedor. Seguindo a organização predefinida, esta atividade ocorrerá em cinco momentos detalhados a seguir.

Daremos início à nossa atividade dizendo aos estudantes que nosso objetivo é aprender o conceito de juro composto e que, além disso, observaremos os sentimentos deles envolvidos nas resoluções dos exercícios e dos temas que serão tratados.

No primeiro momento, relembremos o conceito de porcentagem e abordaremos o Exemplo 5.1. Estaremos atentos às crenças e experiências anteriores negativas, inseguranças

e receios que possam aparecer durante o desenvolvimento deste exercício, principalmente relacionadas à notação de porcentagem, para então buscar favorecer a construção de vínculos positivos com o tema.

Exemplo 5.1 *Como podemos calcular o valor que representa 10% de uma mercadoria que custa R\$100,00?*

Durante a resolução, destacaremos a proporcionalidade envolvida no conceito e apresentaremos o 10% em suas representações fracionárias, como $\frac{10}{100}$ e $\frac{1}{10}$, e em sua representação decimal, 0,10. Consideraremos as respostas dos estudantes que se sentirem à vontade em participar e registraremos na lousa, organizada, as respostas sugeridas. Caso haja algum estudante que não se sinta confortável em contribuir com ideias, manteremos o contato visual de maneira acolhedora, para que ele se sinta incluído nas discussões.

No segundo momento, ampliaremos o estudo revisional de porcentagem apresentando o Exemplo 5.2, com o objetivo de rastrear as crenças relacionadas a esta temática, relembrar os conceitos de acréscimos, decréscimos e esclarecer que a porcentagem, muito utilizada em noticiários e resultados de pesquisas de opinião, depende do valor base de comparação. Desse modo, devemos nos atentar a estas concepções relacionadas a porcentagens e reconhecer que seu valor depende sempre da quantia que está sendo aplicada.

Exemplo 5.2 *Um modelo de celular é anunciado no valor de R\$ 1.000,00 e sofre um aumento de 10%. Se, em seguida, o novo valor sofre uma redução de 10%, o aparelho volta a seu preço original?*

Diante das discussões já realizadas, calcularemos as duas atualizações do valor do celular: o acréscimo de 10%, tomando por base o valor original do aparelho, e o desconto de 10% do novo valor que correspondem, respectivamente, a R\$100,00 e R\$110,00. Esclareceremos que apesar da porcentagem ser a mesma nas duas alterações – tanto no aumento como na redução – os valores acrescidos e descontados foram distintos uma vez que tiveram por referência valores diferentes. Posto isso, o aparelho não retornará a seu valor original.

Tencionando revisar a importância do valor em que é aplicado a porcentagem, examinaremos o Exemplo 5.3 no terceiro momento da atividade. Estaremos atentos às reações emocionais dos estudantes e questionaremos às expectativas de respostas, buscando interpretar como os estudantes percebem as porcentagens e as estratégias que utilizariam para comparar duas situações-problema envolvendo valores distintos.

Exemplo 5.3 *No BBB20, o participante Felipe Prior foi eliminado com 56,73% dos votos. Vamos supor que foram 20.000 votos no total. No BBB21, a participante Karol Conká foi eliminada com 99,17% dos votos. Suponhamos que foram 10.000 votos no total. Quem teve a maior rejeição, Karol ou Prior?*

Utilizando os conceitos já revisados, verificaremos que Karol Conká recebeu 9.917 votos e Felipe Prior recebeu 11.346 votos. Destacaremos que, apesar da porcentagem de rejeição de Karol Conká ser maior do que a de Felipe Prior, quem obteve a maior rejeição foi Felipe Prior, pois ele obteve mais votos que a Karol.

No próximo momento, relembremos o regime de juro simples e, para isso, foi escolhido o Exemplo 5.4. Averiguaremos como as discussões anteriores contribuíram para aumentar a segurança e a aproximação afetiva dos estudantes em trabalhar com esta temática e, caso necessário, novas discussões e explicações serão realizadas.

Exemplo 5.4 *Suponha que um capital inicial de R\$ 4.000,00, seja aplicado a uma taxa de 2% ao mês, no regime de juro simples. Qual montante acumulado após cinco meses de aplicação?*

Durante a resolução, evidenciaremos os conceitos e notações de juro, taxa percentual de juro, capital e montante. Destacaremos que durante o regime de juro simples a taxa de juros permanece constante e é sempre aplicada ao valor inicial, por isso, o juros em cada período são os mesmos em todos os meses do período. Na lousa, apresentaremos os cálculos referentes a cada período e faremos um quadro comparativo para facilitar a visualização. Assim, será possível perceber que após cinco meses, o montante acumulado será de $R\$4.000,00 + 5 \times (R\$4.000,00 \times 0,02) = R\$4.400,00$.

No quinto momento, apresentaremos a Definição 4.16 de juro composto, acompanhada do Exemplo 5.5. Estaremos atentos aos afetos globais e crenças envolvidas na utilização do cartão de crédito, ao dinheiro e ao hábito de poupar, pois tais crenças relacionadas ao contexto social do estudante poderão influenciar na aprendizagem do conteúdo.

Exemplo 5.5 *A fatura do cartão de crédito de Cláudio era de R\$ 4.000,00. Em caso de atraso de pagamento é previsto um acréscimo de 2% ao mês, no regime de juro composto. Suponha que Cláudio atrase cinco meses o pagamento da fatura. Qual o montante a ser pago por Cláudio, após este período?*

Iniciaremos a resolução deste exemplo perguntando aos estudantes se eles acham que a dívida inicial vai aumentar muito após a aplicação dos juros previstos, durante os cinco meses

de atraso, buscando suscitar a noção de crescimento exponencial. Em seguida, resolveremos este exemplo junto à turma de duas maneiras distintas e orientaremos que os alunos registrem como estarão se sentindo ao longo das explicações e resoluções (confiantes, desconfortáveis, animados, indiferentes, com medo, paralisados, curiosos, etc). O objetivo com esses registros, além de deixar os alunos conscientes de suas emoções, é avaliar e dar um *feedback* aos alunos às emoções relacionadas ao tema proposto.

A primeira alternativa de resolução será calcular, mês a mês, o valor acumulado considerando o caráter recursivo relativo ao mês anterior. Realçaremos que, apesar da taxa de juros ser a mesma, quanto maior o período de atraso, o valor acrescido é diferente e sempre maior que o mês anterior, isso porque o valor de referência para o cálculo de juro composto vai aumentando a cada mês. Anotaremos as etapas de resolução na lousa, de maneira ordenada e acompanharemos os registros (da resolução e dos sentimentos) dos estudantes.

Mostraremos também uma outra possibilidade de resolução em que podemos utilizar a fórmula $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$, já apresentada durante a explicação do conteúdo. Neste caso, como a fatura era no valor de R\$ 4.000,00 e o atraso de cinco meses estava sujeito a taxa de juros de 2% ao mês, temos $C_0 = 4.000$ e $i = 0,02$. Assim, $C_5 = C_0 \cdot (1 + i)^5 = 4.000 \cdot (1,02)^5 = 4.416,32$ (aproximadamente).

Certificaremos o domínio e a aprendizagem dos estudantes ao fim de cada etapa, antes de avançar com a resolução e com o conteúdo, evitando possíveis rupturas no encadeamento de ideias. Perguntaremos aos estudantes se compreenderam bem o novo conceito, qual das duas opções de resoluções se identificaram mais, se conseguiriam resolver um exercício semelhante em uma próxima oportunidade e em quais trechos tiveram mais dificuldades ou facilidades. Buscando contribuir para a construção de um vínculo afetivo positivo com o conceito de juro composto, incentivaremos aqui o raciocínio matemático e a percepção às emoções envolvidas e não priorizaremos a memorização e aplicação mecânica de fórmulas.

- Como avaliar o aluno

Buscando avaliar a compreensão dos alunos referente ao conceito de juro composto ensinado, orientaremos aos estudantes que se agrupem em duplas para discutirem e resolverem um exercício semelhante ao que foi apresentado durante a explicação do conteúdo. Para esta avaliação sugerimos um exemplo que atenda as necessidades apresentadas pelos alunos.

Os dois integrantes da dupla deverão resolver o exercício proposto de forma individual. Orientaremos para cada estudante registrar como se sentiu durante a resolução: curioso, con-

ficante, animado, confuso, desesperado, com pressa ou indiferente, por exemplo, assim como fizemos durante a explicação do Exemplo 5.5. Conduziremos o estudante para que se tenha consciência de seus processos e emoções, identificando seus próprios desafios e suas evoluções, de modo individual indo de mesa em mesa.

Recolheremos as folhas de resoluções e avaliaremos a compreensão do conceito de juro composto pelos estudantes, além de inteirarmos acerca dos afetos locais registrados durante a resolução desta atividade. Com esta avaliação poderemos dar um *feedback* aos alunos em relação ao conteúdo matemático e aos seus afetos, e também nos será útil na preparação das próximas aulas e atividades.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho mostramos que, diante da prática do professor de Matemática, é necessário valorizar a afetividade desde o momento do planejamento de suas atividades até as relações interpessoais que se estabelecem durante a aula como o modo de falar, olhar e de se colocar.

O professor, ciente da influência afetiva de sua prática pedagógica, pode adaptar suas atividades buscando contribuir para que a relação entre o estudante e a Matemática seja cada vez mais positiva. Deve se atentar à sua postura, ao definir os objetivos de ensino, em quais atividades escolher e em como avaliar, por exemplo. Valorizar e atribuir atenção ao que o aluno sente e buscar desenvolver a confiança e a tranquilidade dele em lidar com os conceitos relacionados à temática, é perceber o estudante como um ser integral e não desvincular a dimensão cognitiva e afetiva do processo de ensino.

A atenção que o professor dá aos afetos presentes no contato com os tópicos financeiros e a sua prática pedagógica podem favorecer à criação de vínculos positivos com a Matemática Financeira, contribuindo para uma aprendizagem mais prazerosa e significativa, com menos resistências. Dessa forma, o estudante poderá utilizar os conhecimentos adquiridos durante a aula, também nos espaços externos ao espaço escolar tornando-se um cidadão capaz de realizar decisões financeiras mais conscientes.

O estudante, influenciado por esse professor e que possui uma boa relação com ele e com o conteúdo, consegue demonstrar seus medos, receios, bloqueios e pode compreender que as emoções negativas são apenas parte do processo da aprendizagem e que ele é capaz de aprender o novo conceito e realizar a atividade proposta. Ao longo de uma atividade, por exemplo, o aluno pode se sentir animado, confiante, nervoso, ansioso, inseguro ou até frustrado; cabe então ao professor, exercer a função de mediador e conduzir o estudante ao reconhecimento de como está se sentindo e de como administrar estas emoções utilizando-as ao seu favor, direcionando novas emoções positivas que colaboram para o bom andamento da atividade.

Verificar na prática a aplicação destas discussões é uma das extensões deste trabalho. Além disso, as propostas apresentadas podem ser adaptadas pelos professores em suas realidades, buscando práticas de ensino que integram cada vez mais a cognição e o afeto.

REFERÊNCIAS

- BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; SOUSA, P. R. C. d. **Matemática Completa 1º ano**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2016. 272 p. (Coleção Matemática Completa).
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC versão final**. Ministério da Educação - Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 09 jun. 2021.
- CALABREZ, P. **O Que São Emoções e Sentimentos?** 2016. <<https://www.youtube.com/watch?v=SUAQeBKk0>>. Online. Acesso em: 01 abr. 2021.
- DANTE, L. R. **Matemática : contexto & aplicações : ensino médio**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. v. 3. 392 p.
- FEITOSA-SANTANA, C. **Educação e equilíbrio emocional segundo a neurociência**. 2019. <https://www.youtube.com/watch?v=8LJvSj_YeVQ&t=1s>. Online. Acesso em: 31 mar. 2021.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Affective influences in the knowledge of mathematics. **Educational studies in Mathematics**, Springer, v. 43, n. 2, p. 149–168, 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1017518812079>>. Acesso em: 06 abr. 2021.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M. **Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático**. Madrid: Narcea Ediciones, 2000. 276 p.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. In: YÁÑEZ, J. C. (Ed.). **Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las matemáticas**. Huelva: Universidad, Servicio de Publicaciones, 2002, (Collectanea, 63). p. 197–227. ISBN 84-95699-68-0. Conferencias en Huelva en 2000 con motivo del Año Mundial de las Matemáticas. Disponível em: <<https://eprints.ucm.es/id/eprint/23048/>>. Acesso em: 06 abr. 2021.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas: una perspectiva para el profesor. In: _____. **Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente**. Cáceres: Universidad de Extremadura, 2002. p. 23–58. Disponível em: <<http://www.mat.ucm.es/~imgomez/vieja/gomez-ghacon-caceres.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2021.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de secundaria. **Revista complutense de educación**, Editorial de la Universidad Complutense, v. 18, n. 2, p. 125–143, 2007. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/27593662_Sistema_de_creencias_sobre_las_matematicas_en_alumnos_de_secundaria>. Acesso em: 06 abr. 2021.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Hidden connections and double meanings: A mathematical viewpoint of affective and cognitive interactions in learning. In: _____. **Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education**. Springer Nature, 2018. p. 155–174. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5>>. Acesso em: 06 abr. 2021.

IMMORDINO-YANG, M. H.; DAMASIO, A. We feel, therefore we learn: The relevance of affective and social neuroscience to education. **Mind, brain, and education**, Wiley Online Library, v. 1, n. 1, p. 3–10, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2007.00004.x>>. Acesso em: 06 abr. 2021.

LEITE, S. A. d. S. Afetividade nas práticas pedagógicas. **Temas em psicologia**, Sociedade Brasileira de Psicologia, Campinas - SP, v. 20, n. 2, p. 355–368, 2012.

LEITE, S. A. da S. Afetividade e práticas pedagógicas. In: _____. **Afetividade E Práticas Pedagógicas**. São Paulo - SP: Casa do Psicólogo, 2008. p. 15–45.

LIMA, V. d. A. Trabalho de conclusão de curso em Bacharel em Pedagogia, **Afetividade e o Ensino de Matemática**. Campinas, SP: [s.n.], 2014. 236 p. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=000943946&opt=4>>. Acesso em: 06 abr. 2021.

MAHONEY, A. A.; ALMEIDA, L. R. de. Afetividade e processo ensino-aprendizagem: contribuições de henri wallon. **Psicologia da Educação. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: Psicologia da Educação**, n. 20, 2005. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-69752005000100002>. Acesso em: 31 mar. 2021.

MOREIRA, E. D. **A importância da afetividade no processo de ensino-aprendizagem de matemática**. 210 p. Dissertação (Mestrado em Educação), São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11499>>. Acesso em: 02 fev. 2021.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Matemática Discreta**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2015. 284 p.

NUNES, A. I. B. L.; SILVEIRA, R. d. N. **Psicologia da aprendizagem**. 3. ed. rev.. ed. Fortaleza: EdUECE, 2015. 122 p.

TASSONI, E. C. M.; LEITE, S. A. da S. Afetividade no processo de ensino-aprendizagem: as contribuições da teoria walloniana. **Educação**, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, v. 36, n. 2, p. 262–271, 2013.

XAVIER, A. S.; NUNES, A. I. B. L. **Psicologia do desenvolvimento**. 4. ed. rev. ampl.. ed. Fortaleza: EdUECE, 2015. 162 p.