



EDILENE CRISTINA PEDROSO AZARIAS

**ESTUDO DO CRESCIMENTO DE PLANTAS DANINHAS DO
GÊNERO *AMARANTHUS* POR MODELOS NÃO LINEARES**

LAVRAS – MG

2022

EDILENE CRISTINA PEDROSO AZARIAS

**ESTUDO DO CRESCIMENTO DE PLANTAS DANINHAS DO GÊNERO *AMARANTHUS*
POR MODELOS NÃO LINEARES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz
Orientador

Pós doc. Edilson Marcelino Silva
Coorientador

**LAVRAS – MG
2022**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com os dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a)**

Azarias, Edilene Cristina Pedroso

Estudo do crescimento de plantas daninhas do gênero
Amaranthus por modelos não lineares / Edilene Cristina
Pedroso Azarias. – Lavras : UFLA, 2022.

67 p. : il.

Dissertação (mestrado acadêmico)–Universidade Federal
de Lavras, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Joel Augusto Muniz.

Coorientador: Pós doc. Edilson Marcelino Silva .

Bibliografia.

1. Dissertação. 2. Pontos críticos. 3. Método Transversal.
I. Muniz, Joel Augusto. II. Silva, Edilson Marcelino, III. Título.

EDILENE CRISTINA PEDROSO AZARIAS

**ESTUDO DO CRESCIMENTO DE PLANTAS DANINHAS DO GÊNERO *AMARANTHUS*
POR MODELOS NÃO LINEARES
STUDY IN GROWTH OF WEEDS OF THE *AMARANTHUS* GENUS BY NONLINEAR
MODELS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 10 de Fevereiro de 2022.

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes UFLA
Prof. Dr. Silvio de Castro Silveira FEOL

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz
Orientador

Pós doc. Edilson Marcelino Silva
Coorientador

**LAVRAS – MG
2022**

A todos que contribuíram para que eu pudesse me tornar quem sou hoje. Dedico.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar à Deus, pela proteção, saúde e por nunca me deixar sozinha.

Ao meu pai e minha mãe, pelos conselhos e apoio necessário durante estes anos, sempre me ajudando nos momentos difíceis não medindo esforços e por entenderem todas as vezes que me ausentei. Devo muito a vocês.

A todos meus irmãos, que de alguma maneira me apoiaram nesta jornada.

Ao meu esposo Cledenilson, pela paciência e compreensão nas minhas ausências e nos momentos difíceis e por estar sempre do meu lado me incentivando a ir mais além. Devo tudo a você.

A minha amiga Rafaela por estar sempre do meu lado compartilhando experiências, me apoiando, dando conselhos e incentivando. Sucesso a você amiga.

Ao meu orientador, professor Joel Augusto Muniz, pelas orientações, pela atenção, dedicação e auxílio no desenvolvimento deste trabalho. Sou grata por tudo.

Ao meu coorientador, professor Edilson Marcelino, pela paciência, atenção, orientação e pela grande contribuição neste trabalho.

Às minhas amigas Isabela e Lúcia que tive o prazer de conhecer no programa de pós-graduação, pela ajuda em momentos bons e difíceis e companherismo mesmo que a distância.

À Universidade Federal de Lavras e ao Departamento de Estatística, em especial aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária pelo conhecimento transmitido.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos.

RESUMO

O conceito de plantas daninhas surgiu com o início da agricultura, pois foi a partir desse momento que o ser humano passou a fazer seleção entre as plantas. No mundo existem várias espécies de plantas daninhas conhecidas, dentre elas, e de grande importância, encontram-se as do gênero *Amaranthus* que estão presentes em todo o País e em diversas áreas. Possuem elevada produção de sementes e facilidade de disseminação, além de rápido crescimento, podem também promover competição por água, luz e nutrientes reduzindo o rendimento das culturas na qual competem. O estudo do crescimento desse tipo de plantas torna possível a análise de sua interferência no ambiente, dessa forma podem contribuir para o desenvolvimento de sistemas de manejo. O objetivo deste trabalho foi estudar o crescimento e o desenvolvimento de cinco espécies de plantas daninhas do gênero *Amaranthus*, em condições não-competitivas, com base no acúmulo de massa seca total, das raízes e das estruturas reprodutivas, com dados obtidos pelo método transversal, utilizando os modelos não lineares Logístico, Gompertz e von Bertalanffy, foram exploradas também as derivadas de primeira à quarta ordem analisando os pontos críticos das curvas de crescimento. Além disso, avaliou-se qual é o modelo mais adequado para analisar o crescimento das espécies. Os dados foram extraídos de Carvalho; López-Ovejero e Christoffoleti (2008), o experimento foi conduzido em casa de vegetação do Departamento de Produção Vegetal da Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” – ESALQ/USP, entre setembro e dezembro de 2005 e, constou de oito avaliações de crescimento, espaçadas em 10 dias, exceto para a primeira que foi realizada aos 20 dias após a semeadura e depois de 10 em 10 dias até 90. Ajustou-se os modelos não lineares Logístico, Gompertz e von Bertalanffy por meio do software R de acesso livre, considerou-se estrutura de erros autor-regressiva AR(1) e heterocedasticidade de variâncias, quando necessário. Para a comparação dos ajustes utilizou-se os seguintes avaliadores: coeficiente de determinação R^2 , desvio padrão residual (DPR) e critério de informação de Akaike (AIC). Avaliou-se também derivadas de ordem superior destes modelos com a finalidade de identificar pontos relevantes da curva de crescimento. Todos os modelos apresentaram bons ajustes, porém com base nos avaliadores de qualidade utilizados os modelos Logístico e Gompertz apresentaram-se como melhores para descrever o acúmulo de massa seca das diferentes partes das espécies de plantas daninhas estudadas. *A. viridis* teve ciclo vegetativo mais curto, com maior acúmulo de massa seca nas estruturas reprodutivas, *A. deflexus* foi a espécie que apresentou menor acúmulo máximo de massa seca total e nas raízes, nas estruturas reprodutivas obteve pouca diferença em relação a *A. spinosus*. Já a *A. hybridus* alcançou maiores valores de massa seca total e nas raízes.

Palavras-chave: Caruru. Curva de crescimento. Regressão não linear. Plantas daninhas

ABSTRACT

The concept of weeds emerged with the beginning of agriculture, as it was from that moment onwards that human beings began to select plants. In the world there are several known species of weeds, such as those of crucial importance of the genus *Amaranthus* that are present throughout Brazil and in several areas. They have high seed production, easy dissemination, and rapid growth. Besides, they can promote competition for water, light and nutrients, reducing the yield of the crops in which they compete. The study of how this type of plants grows makes it possible to analyze its interference in the environment, and in this way, they can contribute to the development of management systems. The objective of this work was to study the growth and development of five weed species of the genus *Amaranthus*, under non-competitive conditions, based on the accumulation of total dry mass, roots and reproductive structures, with data obtained by the transversal method, using the non-linear Logistic, Gompertz and von Bertalanffy models, the first to fourth order derivatives were also explored, analyzing the critical points of the growth curves. In addition, it was evaluated which is the most suitable model to analyze the growth of the species. Data were extracted from Carvalho, López-Ovejero and Christoffoleti (2008); the experiment was carried out in a greenhouse at the Department of Plant Production of the Higher School of Agriculture “Luiz de Queiroz” – ESALQ/USP, between September and December 2005, and consisted of eight evaluations of growth, spaced 10 days apart, except for the first one which was carried out at 20 days after sowing and then every 10 days until the total of 90 days. The non-linear Logistic, Gompertz and von Bertalanffy models were adjusted using the open access software R, considering the AR(1) autoregressive error structure and heteroscedasticity of variances, when necessary. To compare the adjustments, the following evaluators were used: coefficient of determination R^2 , residual standard deviation (RSD) and Akaike’s information criterion (AIC). Higher order derivatives of these models were also evaluated in order to identify relevant points of the growth curve. All models fit well, but based on the quality evaluators used, the Logistic and Gompertz models were the best to describe the dry mass accumulation of the different parts of the weed species studied. *A. viridis* had a shorter vegetative cycle, with greater accumulation of dry mass in the reproductive structures, *A. deflexus* was the species that presented the lowest maximum accumulation of total dry mass and in the roots, in the reproductive structures it showed little difference in relation to *A. spinosus*. On the other hand, *A. hybridus* reached higher values of total and root dry mass.

Keywords: Pigweed. Growth curve. Nonlinear regression. weeds.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – <i>Amaranthus deflexus</i> (a), <i>Amaranthus hybridus</i> (b), <i>Amaranthus retroflexus</i> (c), <i>Amaranthus spinosus</i> (d), <i>Amaranthus viridis</i> (e) e <i>Amaranthus lividus</i> (f) . . .	17
Figura 2.2 – Curva crescimento vegetal	20
Figura 2.3 – Pontos importantes em curva de crescimento obtidos com o uso de derivadas de ordens superiores	30
Figura 4.1 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de massa seca nas raízes das espécies de plantas daninhas do gênero <i>Amaranthus</i>	50
Figura 4.2 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com e sem adição do parâmetro au- torregressivo AR(1) para o acúmulo de massa seca nas estruturas reprodutivas das espécies de plantas daninhas do gênero <i>Amaranthus</i>	55
Figura 4.3 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de massa seca total das espécies de plantas daninhas do gênero <i>Amaranthus</i>	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valores das estatísticas dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) com os respectivos valor-p entre parênteses, aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas raízes	43
Tabela 4.2 – Valores das estatísticas dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) com os respectivos valor-p entre parênteses, aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas estruturas reprodutivas	45
Tabela 4.3 – Valores das estatísticas dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) com os respectivos valor-p entre parênteses, aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca total	46
Tabela 4.4 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas raízes	47
Tabela 4.5 – Estimativas para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) com seus respectivos intervalos de confiança de 95%, ajustados para massa seca ($g\ planta^{-1}$) nas raízes	48
Tabela 4.6 – Pontos críticos do melhor modelo selecionado para cada espécie: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI) ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa seca nas raízes	51
Tabela 4.7 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas estruturas reprodutivas	53
Tabela 4.8 – Estimativas para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) com seus respectivos intervalos de confiança de 95%, ajustados para massa seca ($g\ planta^{-1}$) nas estruturas reprodutivas	54

Tabela 4.9 – Pontos críticos do melhor modelo selecionado para cada espécie: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI) ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa seca nas estruturas reprodutivas	56
Tabela 4.10 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico e Gompertz e von Bertalanffy para massa seca total	57
Tabela 4.11 – Estimativas para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) com seus respectivos intervalos de confiança de 95%, ajustados para massa seca total ($g\ planta^{-1}$) .	58
Tabela 4.12 – Pontos críticos do melhor modelo selecionado para cada espécie: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI) ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa seca total	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	Plantas daninhas em algumas culturas	13
2.1.1	Na cultura do café	13
2.1.2	Na cultura do milho	14
2.1.3	Na cultura da soja	16
2.2	Plantas daninhas do gênero <i>Amaranthus</i>	17
2.3	Crescimento vegetal	19
2.4	Estudos que utilizaram modelos não lineares	21
2.5	Método longitudinal e transversal	22
2.6	Modelos de Regressão	23
2.7	Modelo Logístico	26
2.8	Modelo Gompertz	27
2.9	Modelo von Bertalanffy	28
2.10	Pontos críticos em curvas de crescimento	29
2.11	Método de estimação de parâmetros por mínimos quadrados	30
2.12	Métodos Iterativos	34
2.13	Método de Gauss-Newton	35
2.14	Análise de Resíduos	36
2.15	Intervalo de confiança para os parâmetros	37
2.16	Avaliadores de qualidade de ajuste	37
3	MATERIAL E MÉTODOS	39
3.1	Material	39
3.2	Métodos	40
3.2.1	Modelos ajustados	40
3.2.2	Método iterativo	40
3.2.3	Análise dos resíduos	40

3.2.4	Comparação e seleção dos modelos	41
3.3	Pontos críticos	41
3.4	Recursos computacionais	42
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	43
5	CONCLUSÃO	61
	REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

O conceito de plantas daninhas surgiu com o início da agricultura, pois foi a partir desse momento que o ser humano passou a selecionar as plantas, as quais seriam destinadas ou não a alimentação, assim as que cresciam de forma espontânea entre esse cultivo deveriam ser controladas para não prejudicar as outras (CARVALHO, 2013).

Existem várias definições para plantas daninhas, sendo que a mais adotada pelos autores é: “...qualquer planta que ocorre onde não é desejada” (BUCHHOLTZ, 1967; SHAW, 1982), já Vasconcelos, Silva e Lima (2012, p.2), consideram além desse fator, também aquelas que ocorrem “interferindo com os objetivos do homem, e que quando presentes em agroecossistemas interferem com as culturas econômicas, afetando a produtividade ou a qualidade do produto colhido”. De acordo com Carvalho (2013), existe uma relação entre algumas plantas e o ser humano, que quando não são de seu interesse e afetam sua atividade pode ser considerada como planta daninha.

Para realizar o controle dessas espécies Vivian (2011), aponta que os produtores usam cerca de 20-30% do custo de produção de uma lavoura. Esses tipos de plantas podem causar: aumento do custo de produção, redução do valor do local onde estão presentes, dificulta ou até impede a operação de colheita, perdas de qualidade do produto agrícola e o desenvolvimento de outras plantas onde convivem também pode ser afetado, pois ambas necessitam dos mesmos recursos para crescerem e desenvolverem, dessa forma pode ser que haja competição entre ambas o que resulta em perdas e reduções da produção agrícola.

Algo também de grande importância é que elas possuem extensa capacidade de se adaptarem à vários lugares, além de apresentarem dormência das sementes que não germinam ao mesmo tempo, o que garante que isso ocorra tardiamente, em outro ciclo de produção.

No mundo existem várias espécies de plantas daninhas conhecidas, dentre elas, e de grande importância, encontram-se as do gênero *Amaranthus* que estão presentes em todo o País e em diversas áreas. Possuem elevada produção de sementes e muita facilidade de disseminação, além de rápido crescimento. Algumas plantas desse gênero são hospedeiras de pragas, possuem efeito alelopático e algo que causa muita preocupação aos agricultores está no fato de apresentarem resistência à herbicidas.

Assim, é de muita importância estudos desses tipos de plantas, o que de acordo com Carvalho, López-Ovejero e Christoffoleti (2008, p. 318), ajudam a fornecer "informações sobre os diferentes estádios fenológicos e padrões de crescimento vegetal", tornando possível analisar seu comportamento no meio, perante os diversos fatores que possam ocorrer, também no que afetam outras plantas na qual convivem, além do seu nível de competitividade, podendo cooperar com o sistema de manejo. Além disso, a avaliação do crescimento e características dessas plantas ajudarão a determinar um período correto para aplicações de herbicidas em cada espécie, colaborando com o conhecimento atual (SELLERS et al., 2003).

Em relação ao crescimento de plantas, esse se dá por meio de fases e possui um padrão sigmoide, no início esse crescimento é lento, posteriormente começa o desenvolvimento do sistema radicular e surgem as folhas, o que proporcionam um rápido crescimento e, por fim, chega a fase de senescência que resulta em um menor acúmulo de matéria seca (PEIXOTO; PEIXOTO, 2009; JANE et al., 2019).

Vários autores (PUIATTI et al., 2013; FERNANDES et al., 2014; REIS et al., 2014; PEREIRA et al., 2016; JANE et al., 2020), propõem no estudo de crescimento vegetal o uso de modelos de regressão não linear, pois permitem interpretação prática dos parâmetros, principalmente no que se referem aos processos biológicos.

Além disso, o estudo de pontos importantes na curva de crescimento como: aceleração máxima (PAM), desaceleração máxima (PDM), desaceleração assintótica (PDA) e inflexão (PI), também podem auxiliar os profissionais da área em relação ao manejo dessas plantas daninhas, tais pontos podem ser determinados com o estudo de derivadas de ordem superior.

Assim, este trabalho teve como objetivo estudar o crescimento de plantas daninhas do gênero *Amaranthus*, em condições não-competitivas, com base no acúmulo de massa seca total, das raízes e das estruturas reprodutivas, por meio dos modelos não lineares Logístico, Gompertz e von Bertalanffy, também explorar as derivadas de primeira a quarta ordem analisando os pontos críticos das curvas de crescimento. Além disso, avaliar qual é o modelo mais adequado para analisar o crescimento da espécie, fornecendo informações práticas e relevantes para os pesquisadores da área.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Plantas daninhas em algumas culturas

2.1 Plantas daninhas

As plantas em sua maioria convivem com outras em associações de espécies, sendo essas iguais ou diferentes e, em geral, ocorrem interações entre ambas, que podem ser positivas, negativas ou neutras. Segundo Ronchi et al. (2003), essas interações frequentemente são chamadas de interferência.

Segundo Karam (2007), as diversas formas de interferências que ocorrem entre plantas daninhas e culturas são competição, alelopatia, parasitismo, hospedeira de pragas, doenças, dentre outras, e a intensidade é determinada pelas espécies, área que ocupam, tempo em que convivem e o ambiente. Carvalho (2013), destaca que a competição ocorre na interação entre as plantas e implica na falta de recursos necessários para que ambas possam crescer e se desenvolver.

Tais recursos disputados são: água, nutrientes, luz e espaço, além de gás carbônico e oxigênio. Ambas necessitam desses para crescerem e quando uma delas os extrai acaba impossibilitando que a outra possa fazer o uso do mesmo, o que pode prejudicá-las, porém as plantas daninhas irão sempre se sobressair, pois acumulam mais nutrientes, provocando redução na produtividade da cultura na qual compete (RONCHI et al., 2003; VASCONCELOS; SILVA; LIMA, 2012).

De acordo com Christoffoleti (2018), as pragas reduzem a produção agrícola em 18%, as doenças de plantas em 16% enquanto que as plantas daninhas respondem por 34% de redução de produção.

Várias culturas no Brasil sofrem com interferências de plantas daninhas como, por exemplo, o café, o milho e a soja, que são espécies economicamente importantes no país.

2.1.1 Na cultura do café

De acordo com o 4º levantamento de café da safra de 2021, a produção total de café no país foi de 47,716 milhões de sacas, houve diminuição de 24,4% em relação a safra anterior (CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO, 2021).

Segundo Santos et al. (2014), na lavoura do café a competição é maior durante a formação das plantas (primeiro e segundo ano de idade), ocorrendo em períodos de mais chuvas e maior temperatura, ou seja, na época de frutificação, essa fase merece maior atenção do agricultor. As plantas daninhas podem afetar o cafeeiro alterando altura, o diâmetro do tronco, o número de folhas e a absorção de nutrientes, além de prejudicarem os tratos culturais de modo geral (OLIVEIRA; FREITAS; VIEIRA, 2005).

As plantas daninhas mais encontradas no café são: Caruru (*Amaranthus viridis*), Picão-preto (*Bidens alba*), Trapoeraba (*Commelina*), Falsa-serralha (*Emilia fosbergii*), Corda-de-viola (*Ipomoea sp.*), Braquiária (*Braquiaria*), Grama-seda (*Cynodon dactylon*), Tiririca (*Cyperus rotundus*) (SENAR - SERVIÇO NACIONAL DE APRENDIZAGEM RURAL, 2017).

Diversos trabalhos estudaram a competição entre o café e plantas daninhas. Ronchi et al. (2003), avaliaram o acúmulo de nutrientes no cafeeiro sob interferência de algumas plantas daninhas, observando que houve redução de nutrientes nas plantas de café causados pela baixa produção de massa seca quando em competição com a *Commelina diffusa*, apresentando crescimento reduzido. Fialho et al. (2012), verificaram que o Capim marmelada (*Brachiaria plantaginea*) afetou a taxa de crescimento, área foliar, diâmetro do tronco e densidade radicular em plantas de café. Resultados semelhantes foram observados por Oliveira, Freitas e Vieira (2005), ao estudar interferência de trapoerabas no desenvolvimento de mudas de café.

Oliveira, Freitas e Vieira (2005), tiveram como objetivo avaliar a competição entre mudas de café e algumas espécies de trapoeraba, verificaram que na presença de 6 plantas de trapoerabas por vaso, houve redução no diâmetro das mudas de café de mais de 40%, além disso houve redução na altura, no peso da massa seca da parte aérea de aproximadamente 38% em relação à testemunha e do sistema radicular das plantas de café que foi reduzida em 32%.

2.1.2 Na cultura do milho

O milho está entre as principais culturas do Brasil e de acordo com o 12º levantamento da safra 2020/21, a produção total de grãos para primeira safra foi de 85,75 milhões de toneladas (CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO, 2021). Essa cultura também

sofre com a interferência das plantas daninhas provocando reduções no crescimento e produção. De acordo com Placido (2020), quando há competição a produtividade pode reduzir em até 87% caso não haja algum tipo de controle no local da plantação.

Em relação a produtividade, de acordo com Gemelli et al. (2013), a presença de 10 plantas/m² de capim-amargoso (*Digitaria insularis*) reduz a produtividade do milho em 32%.

No Brasil, segundo Karam et al. (2010), as plantas daninhas mais comuns na cultura do milho são: Caruru (*Amaranthus spp.*), Balãozinho (*Cardiospermum halicacabum*), Picão-preto (*Bidens spp.*), Leiteira (*Euphorbia heterophylla*), Corda-de-viola (*Ipomoea spp.*), Nabiça (*Raphanus sativus*), Poa-ia-branca (*Richardia brasiliensis*) e Guanxuma (*Sida spp.*), Trapoeraba (*Commelina benghalensis*), Papuã (*Brachiaria plantaginea*), Timbete (*Cenchrus echinatus*), Capim pé-de-galinha (*Eleusine indica*) e Capim-colonião (*Panicum maximum*), Capim-colchão (*Digitaria spp.*), Capim-arroz (*Echinochloa spp.*), Capim- rabo- de-raposa (*Setaria faberil*). Os autores destacam ainda que, as últimas três causam a alelopatia, que ocorre quando uma planta libera substâncias químicas nocivas no meio, que podem prejudicar ou favorecer o desenvolvimento de indivíduos onde esteja convivendo.

Carvalho et al. (2011), estudaram a competição entre algumas cultivares de milho e plantas daninhas, os autores observaram que houve menor acúmulo de matéria seca nessa cultura, variando de acordo com as espécies e cultivares. As partes mais afetados foram a folha e o caule. De acordo com Karam et al. (2010), a disputa de espaço entre essas plantas causa alteração na disposição das folhas do milho, o que pode causar grandes reduções na produção.

Spader e Vidal (2000), estudaram o efeito da interferência da *Brachiaria plantaginea* (BRAPL) nas características agrônômicas, componentes do rendimento e produtividade da cultura de milho, observando que o aumento da infestação afetou o número de grãos por espiga, peso do grão e rendimento total de grãos com redução indicando tendência sigmoidal, também o número de plantas estéreis aumentou linearmente, além disso, o número de espigas por planta reduziu de forma linear.

2.1.3 Na cultura da soja

A soja, que é uma planta originária da China Central e utilizada há milhares de anos como fonte de alimento, sendo um dos produtos agrícolas mais utilizados pelo homem, principalmente na forma de óleo vegetal e ração animal, pois é rica em proteína e óleos, também é afetada por plantas daninhas (DALL'AGNOL et al., 2007). De acordo com o 12º levantamento da safra 2020/21 apresentou produção estimada em 135,9 milhões de toneladas (CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO, 2021).

De acordo com Karam et al. (2018), as plantas daninhas afetam fortemente a cultura da soja e o valor econômico do controle é de aproximadamente 9 bilhões de reais. Segundo Giraldeli (2020), as principais plantas daninhas encontradas na cultura da soja são: Capim-amargoso (*Digitaria insularis*), Capim-pé-de-galinha (*Eleusine indica*), Amendoim-bravo ou leiteira (*Euphorbia heterophylla*), Buva (*Conyza sumatrensis*, *C. bonariensis* e *C. canadensis*), Trapoeraba (*Commelina benghalensis*), além de diversas espécies de Caruru sendo o *Amaranthus hybridus* o mais comum. Somente uma planta de Capim-amargoso/m² é responsável pela perda na produção de 20% da soja, além disso, plantas de buva podem hospedar doenças e pragas.

Num estudo sobre os efeitos de diferentes densidades de plantas daninhas sobre os componentes de rendimento da soja cv. BRS 243- RR. com três níveis de infestação (baixa, média e alta), Silva et al. (2008), observaram a presença de *Brachiaria plantaginea*, *Ipomoea nil*, *Euphorbia heterophylla*, em área de baixa infestação. Nas áreas de média e alta infestação destacaram-se *Brachiaria plantaginea*, *Ipomoea nil*, *Digitaria horizontalis*, *Cyperus rotundus* e outras. Sendo a *B. plantaginea* a que apresentou maior acúmulo de fitomassa seca, houve também reduções no número de vagens por planta que foi de até 58%, 71% e 78% na área de baixa, média e alta infestação, respectivamente. Além disso, houve redução no número de sementes por vagens e peso de mil grãos.

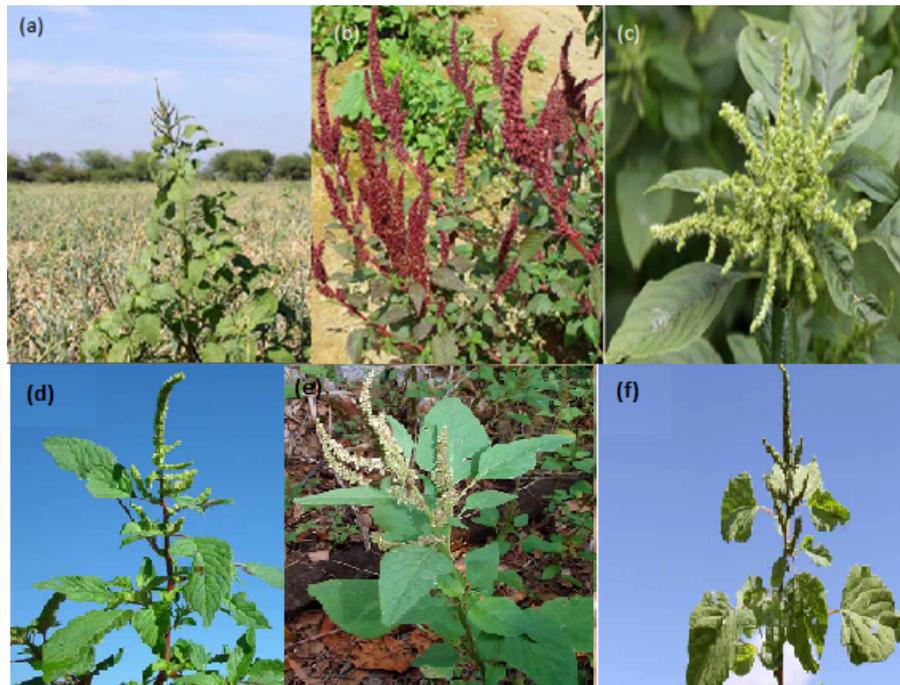
Carvalho et al. (2010), avaliaram características de crescimento e nutrição da soja convivendo com a *Euphorbia heterophylla* conhecida como amendoim-bravo ou leiteiro, verificaram que com o aumento da densidade dessa planta daninha, houve maiores interferências na altura da soja,

além de redução no acúmulo de macronutrientes. Ocorreu também redução no acúmulo de matéria seca na cultura da soja, em contrapartida as plantas daninhas apresentaram aumento nesse acúmulo.

2.2 Plantas daninhas do gênero *Amaranthus*

Segundo Carvalho et al. (2006), existem no Brasil cerca de 10 espécies de plantas daninhas do gênero *Amaranthus* (carurus), destacando-se como principais: *Amaranthus deflexus* (caruru-rasteiro), *Amaranthus hybridus* (caruru-roxo), *Amaranthus lividus* (caruru-folha-de-cuia), *Amaranthus retroflexus* (caruru-gigante), *Amaranthus spinosus* (caruru-de-espinho) e *Amaranthus viridis* (caruru-de-mancha). A figura 2.1 ilustra as características de plantas do gênero *Amaranthus*.

Figura 2.1 – *Amaranthus deflexus* (a), *Amaranthus hybridus* (b), *Amaranthus retroflexus* (c), *Amaranthus spinosus* (d), *Amaranthus viridis* (e) e *Amaranthus lividus* (f)



Fonte: Da autora (2021)

O caruru pertence à família *Amaranthaceae*, considerada uma espécie invasiva, são encontradas em áreas com agropecuária, com cultivos, terrenos baldios, rodovia, dentre outros. É uma planta anual, herbácea, de rápido crescimento e desenvolvimento, se reproduz por sementes ou frutos, possuem alta produção de sementes viáveis, algumas espécies produzem por planta de 100.000

a 150.000 e que podem permanecer por 5 a 10 anos no local dependendo da espécie (CARVALHO et al., 2006; HORAK; LOUGHIN, 2000; SILVA, 2020).

São espécies de metabolismo C_4 , assim possuem mais capacidade para obterem recursos para seu crescimento e desenvolvimento, que aumenta ainda mais quando em competição com plantas de metabolismo C_3 como o feijão, a soja e o algodão. Além disso, esse fator as torna melhores na utilização do CO_2 atmosférico, favorecendo-lhes maior crescimento, benefício na produção de biomassa seca e na utilização da energia solar (FRANCISCHINI et al., 2014; BRIGHENTI; OLIVEIRA, 2011).

Se desenvolvem em todo o país e em áreas de hortifrutis, ocorrem em cultivos de batata, cenoura e tomate, e ainda em áreas destinadas ao plantio de maracujá, banana, citros, goiaba, mamão e manga, dentre outros (MOREIRA; BRAGANÇA, 2011).

Um fator preocupante entre as espécies de caruru se deve ao fato de algumas serem hospedeiras de pragas e doenças, como a *A. deflexus* e *A. viridis* que hospedam ácaros do gênero *Brevipalpus*; a *A. spinosus* e *A. viridis* são hospedeiras do *Begomovirus* do tomate, devido à mosca-branca *Bemisia tabaci* raça B e pulgões da espécie *Aphis gossypii*, sendo a segunda também hospedeira do fungo *Verticillium dahliae*, que causa a murcha-vascular nas culturas do tomate, berinjela, jiló, quiabo, morango e cacau; *A. retroflexus* hospeda o *Pseudomonas syringae* pv. *syringae*, que provoca a mancha-marrom em plantas de feijão, também tripses das espécies *Selenothrips rubrocinctus* e *Frankliniella schultzei*, que afetam a cultura da manga (MOREIRA; BRAGANÇA, 2011).

Bellé et al. (2017), constataram que *A. hybridus*, *A. viridis*, *A. spinosus* e *A. deflexus* apresentaram suscetibilidade aos nematoides formadores de galhas radiculares, pertencentes ao gênero *Meloidogyne*, sendo foco do estudo a espécie *Meloidogyne incognita*. Com os resultados os autores verificaram que essa espécie possui grande capacidade de multiplicação nas plantas daninhas estudadas, o que provocou seu aumento, ou seja, é necessário que haja maior controle dessas plantas na presença desse nematoides.

Algumas espécies formam compostos alelopáticos, Cândido et al. (2010), analisaram a atividade alelopática das folhas de algumas plantas daninhas, dentre elas o *A. viridis*, na germinação e crescimento inicial de alface, em laboratório, segundo os pesquisadores a intensidade dos efeitos variou em função da planta avaliada e da quantidade de folhas utilizadas. *A. viridis*, reduziram a

germinação de alface em 44% no tratamento com 50 mg. Além disso, utilizando o tratamento de 25mg suas folhas reduziram em 45% o crescimento da raiz dessa cultura. Houve ainda redução no crescimento do hipocótilo.

Pereira e Silva (2020), estudaram o efeito alelopático da fração aquosa de *A. hybridus* sobre a germinação e o crescimento do feijão-caupi, obtiveram como resultado que as concentrações de 60% e 100%, diminuíram o índice de velocidade de germinação, o comprimento da radícula e do hipocótilo. Dessa forma, observaram que todos os tratamentos foram prejudiciais as plantas de feijão. Segundo esses autores, em relação a esses efeitos causados nas plantas cultivadas, a diminuição na velocidade da germinação pode afetar o seu crescimento, além disso, este atraso pode prejudicá-las na competição pelos recursos do meio. Em relação a radícula, é ela que é responsável pelo desenvolvimento da raiz da planta e ao possuir essa deficiência poderá ter dificuldade na absorção de água e nutrientes.

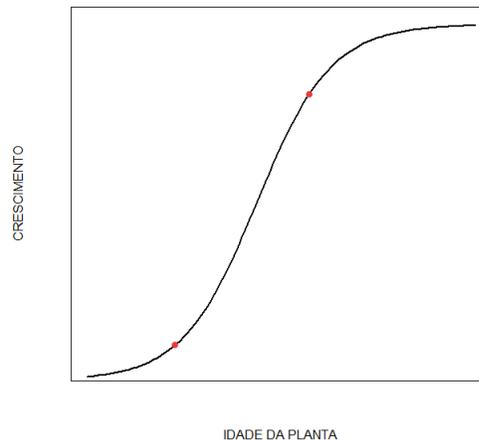
Algumas plantas do gênero *Amaranthus* também apresentaram resistência à herbicidas como, por exemplo, o glifosato, trifloxysulfuron-sodium e chlorimuron-ethyl (CARVALHO et al., 2006; OLIVEIRA et al., 2019; PENCKOWSKI et al., 2020), o que causa um grande problema para os agricultores.

2.3 Crescimento vegetal

O estudo do crescimento vegetal possui grande importância no que se refere ao desenvolvimento de uma planta em determinadas áreas, são úteis, pois em relação as plantas daninhas auxiliam em decisões melhores de manejo o que diminui os custos de produção e de impactos ambientais (CARVALHO; LÓPEZ-OVEJERO; CHRISTOFFOLETI, 2008). Em geral, utiliza-se o peso da massa seca de diferentes partes das plantas (fruto, caule, folhas, dentre outros) (FONTES; DIAS; SILVA, 2005), normalmente essas medidas são feitas em laboratório.

As fases de crescimento de uma planta ou de qualquer ser vivo podem ser representadas pela Figura 2.2, onde é possível observar mudanças no seu tamanho, massa ou volume no decorrer do tempo. Observa-se inicialmente um crescimento lento, após há uma fase exponencial e, em seguida, crescimento linear e, novamente, um crescimento lento (MISCHAN; PINHO, 2014).

Figura 2.2 – Curva crescimento vegetal



Fonte: Da autora (2021)

Peixoto e Peixoto (2009), apresentam uma interpretação fisiológica dessas diferentes fases do crescimento:

1) No início de seu desenvolvimento, para a produção de seus órgãos a planta depende de reservas que as sementes contêm, nessa fase o crescimento é lento, pois as folhas ainda estão surgindo e a cada nova folha haverá maior absorção da luz.

2) Após o desenvolvimento das raízes e o surgimento de folhas, a planta adquire a capacidade de retirar água e nutrientes do substrato onde está se desenvolvendo e inicia também o processo de fotossíntese, o que proporciona um rápido crescimento. Há nessa fase o aumento do índice de área foliar (IAF) e maior taxa de matéria seca.

3) A planta continua se desenvolvendo e, após atingir seu tamanho final, chega a fase de senescência, onde há diminuição do IAF, o que diminui a absorção da energia luminosa, o que resulta em diminuição no acúmulo de matéria seca.

Segundo Peixoto e Peixoto (2009), a análise de crescimento auxilia os pesquisadores no estudo de diferenças entre cultivares de mesma espécie ou até mesmo no desenvolvimento dessas sobre diferentes ambientes e cultivos, podendo selecionar as que melhor atender seus objetivos.

Assim, no estudo de curvas de crescimento vegetal há vários pesquisadores (PUIATTI et al., 2013; REIS et al., 2014; JANE et al., 2020), que fizeram uso de modelos não lineares, sendo os modelos mais utilizados de Gompertz, Logístico, Brody, Richards e von Bertalanffy, que descrevem

melhor as curvas sigmoidais, além disso, seus parâmetros possuem interpretação prática o que auxilia no objetivo do pesquisador.

2.4 Estudos que utilizaram modelos não lineares

A análise de regressão não linear foi utilizada por diversos autores para verificarem a interferência de plantas daninhas em algumas culturas, obtendo como resultado em algumas variáveis estudadas curvas exponenciais, como nos estudos de densidades de plantas daninhas e épocas de controle sobre os componentes de produção da soja (SILVA et al., 2008), interferência de caruru-de-mancha sobre características de crescimento e produção da beterraba (MARCOLINI et al., 2010), na verificação do teor foliar de nutrientes em plantas daninhas e de café cultivadas em competição (FIALHO et al., 2012), dentre outros.

Carvalho et al. (2006), em seu estudo sobre a suscetibilidade de cinco espécies de plantas daninhas do gênero *Amaranthus* a herbicidas aplicados em pós-emergência, ajustaram os dados ao modelo de regressão não-linear do tipo logístico, adaptado de Streibig (1988). Esse mesmo modelo foi utilizado por Francischini et al. (2014), para verificar a resistência do *A. retroflexus* a herbicidas inibidores da acetolactato sintase no Brasil, tendo como foco a cultura do algodão e no período crítico de interferência das plantas daninhas na cultura do feijoeiro-comum em sistema de semeadura direta, por Kozlowski et al. (2002), dentre outros.

Salgado et al. (2007) e Freitas et al. (2009), estudaram a interferência das plantas daninhas no feijoeiro carioca utilizando a análise de regressão pelo modelo sigmoidal de Boltzmann.

Na área de crescimento vegetal também há diversos pesquisadores que utilizaram modelos não lineares como por exemplo: Reis et al. (2011), tiveram como objetivo ajustar e verificar a qualidade do ajuste de dois modelos de regressão não-linear à matéria seca do bulbo e matéria seca total do alho; Pereira et al. (2014), estudaram o crescimento vegetativo do cafeeiro rubi mg 1192; Jane et al. (2020), o crescimento de variedades de cana de açúcar e Frühauf et al. (2021), na descrição do crescimento em altura das plantas de feijoeiro cv. BRS MG Talismã.

Reis et al. (2014), tiveram como objetivo comparar modelos de regressão não linear na descrição do acúmulo de massa seca de diferentes partes da planta do alho ao longo do tempo, para

isso utilizaram cinco modelos de regressão não linear (Mitscherlich, Gompertz, Logístico, Brody e von Bertalanffy). Esse mesmo tipo de estudo foi realizado por Puiatti et al. (2013), que utilizaram, além desses, os modelos Meloun I, II e III.

Os autores Jane et al. (2019), tiveram como objetivo comparar o ajuste dos modelos lineares polinomial e não lineares Logístico e Gompertz na descrição do crescimento de pimentas da cultivar Doce, utilizaram na qualidade de ajuste dos modelos o coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), Desvio Padrão Residual (*DPR*) e o Critério de Informação de Akaike corrigido (AIC_c). Os autores observaram que todos os modelos descreveram adequadamente a altura da cultivar, sendo o modelo Logístico o que melhor se apresentou de acordo com os avaliadores de ajuste.

Em relação ao crescimento de frutos foram objeto de estudo de Fernandes et al. (2014), nas curvas de crescimento do fruto do cafeeiro; no estudo da curva de crescimento da cavidade interna do coco "Dwarf green" por Prado et al. (2020) e por Silva et al. (2020), com a amora-preta.

2.5 Método longitudinal e transversal

As pesquisas que envolvem coleta de dados ao longo do tempo podem seguir dois métodos distintos: longitudinal e transversal.

No método longitudinal os dados são tomados em um grupo de indivíduos por determinado período de tempo, que podem ser meses, anos ou até décadas. Seu uso propicia acompanhamento de um mesmo indivíduo ao longo do tempo, podendo determinar as variações que possam ocorrer no período de estudo de forma mais precisa, porém em alguns casos esse fator pode gerar desistência devido à necessidade de longo acompanhamento. Geralmente, esse método apresenta dependência residual nos dados, que representa um desvio de suposição para o ajuste de modelos de regressão, mas que pode ser contornado acrescentando a modelagem da dependência (WHITE; ARZI, 2005; SINGER et al., 2003; RIBEIRO et al., 2018).

No método transversal os dados são obtidos em diferentes indivíduos da mesma população com idades diferentes, permitindo amostragem mais ampla de participantes. Em relação ao método longitudinal, apresenta-se mais rápido e barato, portanto, muito utilizado (ZEFERINO et al., 2003; PATRIANOVA; KROLL; BÉRZIN, 2010), em alguns casos cuja coleta dos dados é destru-

tiva (crescimento em massa seca, por exemplo), torna-se a única forma de descrição da curva de crescimento.

Estudos do crescimento de animais são feitos utilizando medições desde o nascimento até a fase adulta, porém autores como (SOUZA et al., 2019; RIBEIRO et al., 2018; FERNANDES et al., 2020; TEIXEIRA et al., 2021), apontaram dificuldades na obtenção de dados de equinos da raça Mangalarga Marchador, pois a maioria desses animais é vendida antes de chegarem a fase adulta, evidenciando a vantagem do uso do método transversal.

Além disso, pesquisas que envolvem observações de crescimento vegetal, quando realizadas pela coleta destrutiva, para obtenção de variáveis como a massa seca, são necessariamente realizadas pelo método transversal de coleta de dados.

2.6 Modelos de Regressão

A análise de regressão é utilizada em diversas áreas do conhecimento, tais como: computação, administração, engenharias, biologia, agronomia, saúde, sociologia, entre outras. Ela descreve a relação entre uma variável resposta, denotada por Y , e uma ou mais variáveis denotadas por X , geralmente chamada de variável explicativa, preditora ou regressora. Segundo Seber e Wild (2003), estatisticamente essa relação pode ser escrita como:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon,$$

onde f é conhecido, e o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ precisa ser estimado e ε é o erro aleatório, com distribuição normal, média zero e variância constante σ^2 .

Drapper e Smith (1998), classificam os modelos de regressão de três formas:

Modelos lineares: são aqueles lineares em seus parâmetros, na qual a derivada parcial em relação a cada parâmetro, não depende de nenhum parâmetro. Considera-se o modelo polinomial de 3º grau:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma X_i^2 + \omega X_i^3 + \varepsilon_i.$$

Fazendo as respectivas derivadas parciais em relação a cada um dos parâmetros, obtemos:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = 1, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = X, \quad \frac{\partial Y}{\partial \gamma} = X^2 \quad e \quad \frac{\partial Y}{\partial \omega} = X^3.$$

Observa-se que nenhuma das derivadas parciais dependem de parâmetros, logo o modelo é classificado como linear.

Modelos não lineares: são aqueles não lineares em seus parâmetros, na qual pelo menos uma derivada parcial em relação aos parâmetros depende de algum parâmetro. Pode-se observar o modelo não linear:

$$Y_i = \alpha e^{\beta X_i} + \varepsilon_i.$$

Fazendo as respectivas derivadas parciais em relação a cada um dos parâmetros, obtém-se:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = e^{\beta X} \quad e \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = \alpha X e^{\beta X}.$$

Observa-se que as derivadas parciais dependem de parâmetros, portanto esse modelo é classificado como não linear.

Modelos linearizáveis: são aqueles não lineares em seus parâmetros, mas que podem se tornar lineares usando alguma transformação, por exemplo:

$$Y = e^{(\alpha + \beta X)} \varepsilon.$$

Note que:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = e^{(\alpha + \beta X)} \varepsilon \quad e \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = X e^{(\alpha + \beta X)} \varepsilon.$$

Observa-se que as derivadas parciais dependem de parâmetros, logo esse modelo é não linear. Aplicando a transformação logarítmica em ambos os lados, obtém-se:

$$\ln Y = \alpha + \beta X + \ln(\varepsilon).$$

Novamente, fazendo as respectivas derivadas parciais em relação a cada um dos parâmetros:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = 1 \quad e \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = X.$$

Observa-se que com o uso da transformação ao calcular as derivadas parciais nenhuma dependeu de parâmetro, ou seja, é um modelo linear.

Os modelos lineares, em geral, definem relações baseadas ou resultantes da experiência do pesquisador e são muito utilizados em regressão, porém em algumas situações os não lineares serão melhores, pois levam em consideração informações sobre a relação entre as variáveis estudadas (ZEVIANI; JÚNIOR; BONAT, 2013).

Vários pesquisadores concordam que modelos não lineares são melhores na descrição de relações entre variáveis biológicas, como exemplo em estudos de produção-adubação, no processo de adubação de uma planta, não há um aumento crescente infinito na produção, dessa forma mesmo que ela seja aumentada constantemente, a produção vai estabilizar em algum momento, pois haverá limitação de outro fator (ZEVIANI; JÚNIOR; BONAT, 2013).

Segundo Draper e Smith (1998), o modelo de regressão não linear pode ser escrito como

$$Y_i = f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

em que $i = 1, \dots, n$; Y_i é a variável resposta, $f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta})$ é uma função não linear contínua, com forma conhecida, do vetor de variáveis explicativas \mathbf{X}_i , e dos parâmetros desconhecidos $\boldsymbol{\theta}$, e ε é o vetor de erros independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal com média zero e variância constante, ou seja, $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2)$.

Segundo Zeviani, Júnior e Bonat (2013) o uso de modelos não lineares possuem as seguintes vantagens:

- A escolha é baseada em alguma informação que o pesquisador já possui;
- Os parâmetros de interesse para o pesquisador possuem interpretação;
- São parcimoniosos pois apresentam menos parâmetros;
- Provêm do conhecimento do pesquisador sobre o objeto de estudo;

Os autores apresentam também as desvantagens, como:

- Necessitam do uso de processos iterativos, que dependem de bons valores iniciais para os parâmetros;
- Métodos de inferência são aproximados;
- Necessitam de conhecimento do pesquisador sobre o objeto de estudo.

Seber e Wild (2003), apontam que muitos modelos não lineares se enquadram em categorias, como por exemplo, os modelos que são usados para descrever curvas de crescimento que possuem curvas sigmoidais e segundo Zeviani, Júnior e Bonat (2013), esse termo lembra a imagem de curvas em formato de S. Ao modelar os dados de crescimento o objetivo está nas informações sobre a interpretação dos parâmetros, assim a literatura apresenta vários modelos deste tipo e, os mais utilizados segundo Fernandes et al. (2015) são: Logístico, Gompertz, von Bertalanffy, Brody, Richards e Weibull.

2.7 Modelo Logístico

A equação logística foi proposta em 1838 por Verhulst, com o objetivo de estudar o crescimento de uma população (SEBER; WILD, 2003). Esse modelo é utilizado na descrição do crescimento de seres vivos, onde o crescimento inicial é exponencial e, após o ponto de inflexão, passa a ser assintótico (MISCHAN; PINHO, 2014).

Segundo Fernandes et al. (2015), há diferentes parametrizações desse modelo na literatura, porém a que apresentou melhor interpretação dos parâmetros foi,

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i, \quad (2.2)$$

em que, $i = 1, 2, \dots, n$; Y_i é a i -ésima observação da variável dependente; x_i é a i -ésima observação da variável independente; α representa a assíntota horizontal, ou seja, é o valor esperado para o crescimento máximo do objeto em estudo, quando $x_i \rightarrow \infty$; β a abscissa do ponto de inflexão, está relacionado ao formato da curva sigmoidal, a partir deste ponto o crescimento é desacelerado; κ é um índice associado ao crescimento ou maturidade, quanto maior for o seu valor menos tempo

será necessário para o objeto de estudo atingir o seu valor máximo; ε_i os erros aleatórios atribuídos ao modelo, independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal de média zero e variância constante $\varepsilon \sim N(0; \mathbf{I}\theta^2)$.

A função apresenta duas assíntotas horizontais, a reta $y = 0$ que é o eixo x e a reta $y = \alpha$, em que α pode ser positivo ou negativo.

A abscissa do ponto de inflexão é dada por $x_i = \beta$, que ocorre quando o valor da variável independente anula a derivada de segunda ordem. Nesse ponto há a mudança de concavidade da curva, ou seja, a partir dele ocorre taxa de crescimento máximo e, após começa a diminuir (MISCHAN; PINHO, 2014). Substituindo-se esse ponto na função logística tem-se

$$y = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\beta - x_i)}} \Rightarrow y = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\beta - \beta)}} \Rightarrow \frac{\alpha}{2}, (50\% \text{ de } \alpha).$$

Assim, a função Logística possui ponto de inflexão $pi = \left(\beta; \frac{\alpha}{2}\right)$, o que indica que a curva da função é simétrica, pois esse ponto ocorre na metade da assíntota superior α .

2.8 Modelo Gompertz

Proposto por Benjamin Gompertz em 1825 é frequentemente usado para estudos populacionais e crescimento de animais (SEBER; WILD, 2003). Este modelo também possui diferentes parametrizações, e a que apresenta melhor interpretação prática dos parâmetros segundo Fernandes et al. (2015) é:

$$Y_i = \alpha e^{-e^{\kappa(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

sendo a interpretação dos parâmetros a mesma definida para o modelo Logístico, apresenta também um crescimento sigmoidal, inicialmente exponencial e, a seguir, assintótico e a assíntota horizontal continua sendo a reta $y = \alpha$.

Para obter a abscissa do ponto de inflexão basta igualar a derivada de segunda ordem do modelo a zero, que é dada por $x_i = \beta$ e, substituí-la na função tem-se

$$y = \alpha e^{-e^{k(\beta-x_i)}} \Rightarrow y = \alpha e^{-e^{k(\beta-\beta)}} \Rightarrow y = \alpha e^{-e^0} \Rightarrow y = \alpha e^{-1} \Rightarrow y = \frac{\alpha}{e}.$$

Assim, o modelo Gompertz possui ponto de inflexão $pi = \left(\beta; \frac{\alpha}{e}\right)$, em que e é a base de logaritmos neperianos com $e \approx 2,7183$.

Como $\frac{\alpha}{e} < \frac{\alpha}{2}$, observa-se que esse ponto no modelo Gompertz ocorre antes do Logístico, ou seja, a curva não é simétrica em relação ao ponto de inflexão.

2.9 Modelo von Bertalanffy

Proposto em 1938 por Ludwig Von Bertalanffy com o objetivo de estudar o crescimento animal, também usado em pesquisas pesqueiras (SEBER; WILD, 2003). Possui formato sigmoidal e semelhante aos modelos anteriores possui várias parametrizações e, uma das que apresenta melhor interpretação prática dos parâmetros segundo Fernandes et al. (2020) é:

$$Y_i = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(\beta-x_i)}}{3}\right)^3 + \varepsilon_i \quad (2.4)$$

A interpretação dos parâmetros é a mesma dos modelos Gompertz e Logístico. A reta $y = \alpha$ é assíntota horizontal da função. A abscissa do ponto de inflexão é dada por $x_i = \beta$, substituindo-se essa abscissa na função tem-se

$$y = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(\beta-\beta)}}{3}\right)^3$$

$$y = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(0)}}{3}\right)^3$$

$$y = \alpha \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3$$

$$y = \alpha \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$y = \alpha \left(\frac{8}{27}\right)$$

Assim o modelo von Bertalanffy possui o ponto de inflexão $pi = \left(\beta; \frac{8\alpha}{27}\right)$, que nesse modelo acontece mais precocemente que nos dois anteriores, pois $\frac{8\alpha}{27} < \frac{1}{e} < \frac{1}{2}$.

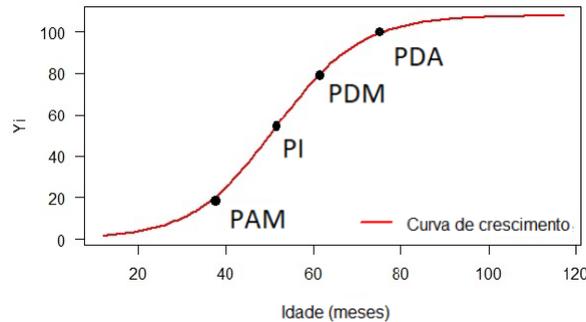
2.10 Pontos críticos em curvas de crescimento

De acordo com Mischan e Pinho (2014), as curvas que representam o modelo de crescimento não possuem pontos de máximo e mínimo, pois não há valores para x que possam anular a primeira derivada, porém elas apresentam alguns pontos importantes que possuem significados consideráveis para o pesquisador, como os de aceleração e desaceleração máxima, inflexão e desaceleração assintótica que são encontrados utilizando derivadas de ordens superiores em relação a variável x .

A derivada primeira de y em relação a x está relacionada a velocidade de crescimento. O ponto de inflexão é determinado igualando-se a derivada de segunda ordem a zero, representa a aceleração do crescimento, sendo essa positiva, até chegar ao ponto de inflexão e após isso ocorrer será negativa. Antes da inflexão há uma fase de aumento crescente até chegar a um ponto onde irá cessar, que é denominado de *ponto de aceleração máxima (PAM)*, e após, há uma fase decrescente até atingir um ponto de mínimo, denominado de *ponto de desaceleração máxima (PDM)*. Segundo Mischan e Pinho (2014), ambos podem ser calculados igualando a terceira derivada a zero.

Em seguida, a aceleração negativa aumenta até chegar ao último ponto de inflexão, em que há uma estabilidade no crescimento, denominado de *ponto de desaceleração assintótica (PDA)*, este ponto é a última das raízes da quarta derivada, que obtém-se igualando a derivada de quarta ordem a zero (MISCHAN; PINHO, 2014). Todos esses pontos podem ser observados na curva sigmoidal da Figura 2.3 abaixo.

Figura 2.3 – Pontos importantes em curva de crescimento obtidos com o uso de derivadas de ordens superiores



Fonte: Teixeira et al. (2021)

2.11 Método de estimação de parâmetros por mínimos quadrados

Esse método tem como objetivo minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados, ou seja, minimizar os resíduos (DRAPER; SMITH, 1998).

Assim como em modelos lineares, a estimação de parâmetros em modelos não-lineares também é obtida pelo método de mínimos quadrados, porém ao realizar esse procedimento obtém-se um sistema de equações normais sem solução explícita, dessa forma as estimativas são obtidas por processos iterativos (DRAPER; SMITH, 1998; SOUZA, 1998).

De acordo com Seber e Wild (2003), para realizar a inferência dos parâmetros é necessário que o vetor de erros apresente alguns pressupostos como: erros identicamente distribuídos, independentes, com distribuição normal de média zero e variância homogênea, dessa forma os modelos de regressão podem ser classificados conforme a sua estrutura de erros da seguinte forma:

i) ordinários: são aqueles em que os ε_i não violam nenhuma das pressuposições, são independentes, igualmente e identicamente distribuídos (i.i.d.) com distribuição Normal de média zero e variância homogênea, ou seja, $\varepsilon \sim N(0; I\sigma^2)$;

Usando o modelo não linear, definido em 2.1, que pode ser escrito matricialmente como:

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

em que:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}; \quad f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} f(X_1, \boldsymbol{\theta}) \\ f(X_2, \boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ f(X_n, \boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

SQRes, associada à equação acima, é dada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} SQRes(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]'[\mathbf{Y} - f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})] \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]'f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) \end{aligned}$$

A minimização de $SQRes(\boldsymbol{\theta})$ é obtida derivando-se a mesma em relação a $\boldsymbol{\theta}$ e igualando-a a zero. Assim,

$$\frac{\partial SQRes(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = -2\mathbf{Y}' \times \frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]'}{\partial \boldsymbol{\theta}} \times f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]' \times \frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

Em que $\frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ é a matriz de derivadas parciais, conhecida como matriz jacobiana, que contém as derivadas de primeira ordem. Denotando a matriz jacobiana de \mathbf{X} e utilizando a propriedade da transposta de matrizes $(A'B)' = B'A$, obtém-se o sistema de equações normais (SEN) não linear:

$$-2\mathbf{Y}'\mathbf{X} + 2[f(\mathbf{X}; \hat{\boldsymbol{\theta}})]'\mathbf{X} = 0$$

$$\mathbf{X}'f(\mathbf{X}; \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Como a matriz \mathbf{X} e $f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})$ dependem de $\boldsymbol{\theta}$, pois \mathbf{X} é a matriz de derivadas parciais e pela definição de modelos não lineares essa matriz tem parâmetros, assim não será possível obter uma solução analítica para os parâmetros. Dessa forma, é necessário a utilização de métodos iterativos.

ii) ponderados: são aqueles em que os erros não atendem a pressuposição de homocedasticidade de variâncias, $\varepsilon \sim N(0, \mathbf{D}\sigma^2)$, em que \mathbf{D} é uma matriz diagonal, positiva definida, onde os elementos da diagonal são os pesos que ponderam a variância;

Considere o modelo

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.5)$$

e $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$ e

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma}^2 = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_n \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}^2.$$

Como os elementos fora da diagonal principal da matriz \mathbf{D} são nulos, significa que é válida a pressuposição de ausência de covariância entre os erros das observações, isto é, que $E(\varepsilon_{jh}) = 0$ para $j \neq h$.

Definindo-se uma matriz diagonal

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix},$$

onde

$$\lambda_j = \frac{1}{\sqrt{D_j}}, j = 1, \dots, n.$$

Tem-se que, $\mathbf{P}\mathbf{P} = \mathbf{D}^{-1}$ e $\mathbf{D} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}^{-1}$.

Pré-multiplicando cada um dos termos de (2.4) por \mathbf{P} , obtemos

$$\mathbf{P}\mathbf{Y} = \mathbf{P}f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}.$$

Assim, o vetor dos erros desse novo modelo será $\boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}$ uma vez que $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$, tem-se que $E(\boldsymbol{\varepsilon}^*) = 0$.

Note que $\mathbf{P}' = \mathbf{P}$ e lembrando que $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma}^2$, obtemos

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{*'}) = E(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{P}) = \mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{P}\boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}\boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{I}\boldsymbol{\sigma}^2,$$

ou seja, o modelo

$$\mathbf{P}\mathbf{Y} = \mathbf{P}f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon},$$

possui resíduos homocedásticos e pode-se aplicar a esse modelo as fórmulas de mínimos quadrados ordinários.

iii) generalizados: são aqueles em que a estrutura dos erros não atende a pressuposição de independência e/ou de homogeneidade de variâncias, assim os erros são correlacionados e possivelmente heterocedásticos.

De acordo com Seber e Wild (2003), usando o modelo não linear

$$\mathbf{Y}_i = f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i, \quad (2.6)$$

em que

1. $\varepsilon \sim N(0, \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma}^2)$ onde \mathbf{W} é uma matriz simétrica positiva definida e, os elementos da diagonal principal são as ponderações das variâncias e fora dela, a correlação dos erros;
2. $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$;
3. $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma}^2$.

Como a matriz \mathbf{W} , matriz de variância e covariância, é simétrica e positiva definida, é possível mostrar que existe uma matriz simétrica e não singular \mathbf{U} , tal que

$$\mathbf{U}'\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{U} = \mathbf{U}^2 = \mathbf{W}.$$

Pré-multiplicando (2.5) por \mathbf{U}^{-1} , obtém-se:

$$\mathbf{U}^{-1}\mathbf{Y}_i = \mathbf{U}^{-1}f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{U}^{-1}\varepsilon_i,$$

utilizando $\mathbf{Z} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{U}^{-1}f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta})$ e $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{U}^{-1}\varepsilon_i$, tem-se:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\eta}. \quad (2.7)$$

Logo o modelo de mínimos quadrados generalizados torna-se semelhante ao modelo de mínimos quadrados ordinários. Então, se $\boldsymbol{\eta}$ é um vetor de variáveis aleatórias

$$E(\boldsymbol{\eta}) = E(\mathbf{U}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{U}^{-1}E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{0}$$

e

$$Var(\boldsymbol{\eta}) = E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}') = E(\mathbf{U}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{U}^{-1}) = \mathbf{U}^{-1}E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{U}\mathbf{U}\mathbf{U}^{-1}\boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{I}\boldsymbol{\sigma}^2.$$

Sendo que, $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = Var(\boldsymbol{\varepsilon}) \rightarrow E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{U}\mathbf{U}\boldsymbol{\sigma}^2$ sendo que também $\boldsymbol{\eta} \sim N(0, \mathbf{I}\boldsymbol{\sigma}^2)$, os elementos de $\boldsymbol{\eta}$ são combinações lineares dos elementos de $\boldsymbol{\varepsilon}$, que é normalmente distribuído.

Assim, as estimativas de mínimos quadrados generalizados que minimizam a soma dos quadrados dos erros do modelo (2.5) serão encontradas por:

$$S(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{Z} - \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta})]'[\mathbf{Z} - \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta})].$$

2.12 Métodos Iterativos

Como dito anteriormente, para minimizar $SQR_{es}(\boldsymbol{\theta})$ é necessário o uso de algum método numérico iterativo e há vários propostos na literatura, como por exemplo, o método Gauss-Newton, método Steepest-Descent, método de Marquardt (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

Em geral, consistem em, a partir de um valor inicial para os parâmetros, ir melhorando-o até que se chegue em um valor de critério pré-estabelecido.

Dentre os métodos citados o mais utilizado é o de Gauss-Newton, que consiste em linearizar a função não linear utilizando a série de Taylor, com aproximação até a derivada de primeira ordem (SILVA et al., 2019).

Mesmo com esses critérios estabelecidos a convergência não é garantida, além disso, a escolha de valores iniciais irá determinar o número de interações até essa convergência acontecer. Podendo ocorrer para um mínimo local, porém ao fazer uma boa escolha essa convergência irá acontecer mais rapidamente. Nesse sentido Drapper Smith (1998), apresentam procedimentos para a obtenção de valores iniciais, tais como:

- a) Interpretar o comportamento da função ou de suas derivadas em relação aos parâmetros analiticamente ou graficamente;
- b) Transformar a função no sentido de obter um comportamento mais simples, como o caso linear, por exemplo;
- d) Reduzir dimensões das funções com a atribuição de determinados valores para alguns parâmetros.

2.13 Método de Gauss-Newton

Como mencionado anteriormente, esse método consiste no desenvolvimento em série de Taylor do vetor de funções: $f(\boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta}^0) + F(\boldsymbol{\theta}^0)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) + \dots$ em que $F(\boldsymbol{\theta}^0)$ é a matriz de primeiras derivadas de \mathbf{X} , avaliadas no ponto $\boldsymbol{\theta}^0$.

Substituindo os termos dessa expansão no SEN, tem-se:

$$\mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}'[f(\boldsymbol{\theta}^0) + F(\boldsymbol{\theta}^0)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0)] = \mathbf{X}'\mathbf{Y},$$

usando $F(\boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}$

$$\mathbf{X}'[f(\boldsymbol{\theta}^0) + \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0)] = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

utilizando a propriedade distributiva em \mathbf{X}' ,

$$\mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}^0) + \mathbf{X}'\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

subtraindo $\mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}^0)$ nos dois lados da igualdade,

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}^0)$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}'[\mathbf{Y} - f(\boldsymbol{\theta}^0)]$$

note que: $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - f(\boldsymbol{\theta}^0)$, realizando a divisão dos dois lados da igualdade por $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ e utilizando propriedades de matrizes, tem-se:

$$(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = (\mathbf{X}'\mathbf{X}^{-1})\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}.$$

Assim, a forma iterativa de Gauss-Newton é dada por:

$$\boldsymbol{\theta}^1 = \boldsymbol{\theta}^0 + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}.$$

Utilizando um valor inicial para $\boldsymbol{\theta}^0$, (agora colocando $\boldsymbol{\theta}^1$ no lugar de $\boldsymbol{\theta}^0$ repete-se esse processo sempre colocando um determinado valor de $\boldsymbol{\theta}$ no lugar do anterior até que algum critério de convergência pré-estabelecido seja aceito.

2.14 Análise de Resíduos

Tem como objetivo verificar se o modelo é adequado para se conseguir fazer a inferência. Ao estimar os parâmetros do modelo considera-se inicialmente que os pressupostos sobre os resíduos como independência, normalidade e homocedasticidade sejam atendidos, dessa forma, a partir deste ajuste, são obtidos os resíduos ordinários, e logo após, é realizada a análise de resíduos usando testes estatísticos (SEBER; WILD, 2003).

Essa análise é de grande importância, pois se algum desses pressupostos não for atendido é necessário que se faça novamente a estimação dos parâmetros, considerando as características que o vetor de resíduos apresentou (PEREIRA et al., 2014).

Para verificar a hipótese de independência pode ser utilizado o teste de Durbin-Watson (1950), que testa a existência de autocorrelação residual de primeira ordem AR(1) nos resíduos, as hipóteses do teste são:

H_0 : Os resíduos são independentes.

H_1 : Os resíduos não são independentes.

Para a verificação dos pressupostos de normalidade um dos testes mais utilizados é o teste estatístico de Shapiro-Wilk (1965), onde a hipótese nula assume que os resíduos seguem distribuição normal. No qual as hipóteses do teste são:

H_0 : Os resíduos são provenientes de uma distribuição Normal.

H_1 : Os resíduos não são provenientes de uma distribuição Normal.

Para a verificação da homocedasticidade utiliza-se o teste de Breusch-Pagan (1979), que testa a hipótese nula de que as variâncias residuais são homogêneas. As hipóteses são:

H_0 : As variâncias dos resíduos são homogêneas;

H_1 : As variâncias dos resíduos não são homogêneas.

2.15 Intervalo de confiança para os parâmetros

Com os pressupostos validados, construiu-se os intervalos de confiança para os parâmetros, os quais são dados por:

$$IC(\beta_i)_{1-\alpha} = \hat{\beta}_i \pm t_{(v; \frac{\alpha}{2})} \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\beta}_i)},$$

em que $\hat{\beta}_i$ corresponde à estimativa do parâmetro β_i ; $v = n - p$ é o grau de liberdade do resíduo; $t_{(v; \frac{\alpha}{2})}$ é o quantil da distribuição t de Student; α é o nível de significância; $\hat{V}ar(\hat{\theta}_i)$ é a estimativa da variância obtida a partir da diagonal da matriz assintótica de variância e covariância e o IC são resultados encontrados para o limite inferior e superior (DRAPER; SMITH, 1998).

2.16 Avaliadores de qualidade de ajuste

Após estimar os parâmetros dos modelos é necessário utilizar de algumas metodologias estatísticas para compará-los e selecionar o melhor, dessa forma utiliza-se os avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos.

Coefficiente de Determinação

O coeficiente de determinação (R^2) é uma medida de proximidade dos dados em relação ao modelo ajustado. O R^2 varia entre 0 e 1, e indica, em porcentagem, o quanto o modelo consegue explicar os valores observados, assim quanto mais próximo de 1 melhor será modelo. O coeficiente de determinação é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT},$$

em que: SQR é a soma de quadrados dos resíduos e SQT é soma de quadrados total. Será considerado como melhor modelo aquele que apresentar maior valor do R^2 .

Critério de Informação de Akaike

Proposto por Akaike (1974), esse critério é uma medida relativa de qualidade de ajuste de um modelo estatístico estimado, e é definido pela seguinte equação:

$$AIC = n \ln \left(\frac{SQR}{n} \right) + 2p,$$

em que: n é o tamanho amostral, \ln é o operador logaritmo natural, SQR é a soma dos quadrados dos resíduos e p é o número de parâmetros ajustados pela regressão. Quanto menor o valor de AIC melhor ajuste do modelo aos dados.

Desvio Padrão Residual

Indica a distância entre os valores observados e as estimativas do modelo ajustado, é calculado por:

$$DPR = \sqrt{\frac{SQR}{n-p}},$$

em que SQR é soma de quadrados dos resíduos, n é o número de observações e p o número de parâmetros do modelo. O modelo que possui o melhor ajuste é aquele que apresenta o menor valor de DPR.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Material

Os dados utilizados para ajuste dos modelos foram extraídos de Carvalho; López-Ovejero e Christoffoleti (2008), o artigo baseou-se em um experimento conduzido em casa de vegetação do Departamento de Produção Vegetal da Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” – ESALQ/USP, localizada em Piracicaba (SP), entre setembro e dezembro de 2005.

Foram utilizadas sementes de *A. hybridus* (caruru-roxo), *A. retroflexus* (caruru-gigante) e *A. viridis* (caruru-demancha); frutos de *A. deflexus* (caruru-rasteiro) e *A. spinosus* (caruru-de-espinho) respeitando-se a principal forma de dispersão das espécies.

As sementes ou frutos foram colocados para germinar em caixas plásticas com capacidade para 2 L, preenchidas com substrato comercial (casca de Pinus + turfa + vermiculita). No estágio de folhas cotiledonares plenamente expandidas, foram transplantadas para vasos onde permaneceram até o fim do experimento.

As parcelas experimentais constaram de vasos plásticos com capacidade para 2,8 L, com mistura de substrato comercial e vermiculita, na proporção de 2:1, respectivamente, e foram irrigados quando necessário.

O delineamento experimental foi o de blocos ao acaso, com oito tratamentos e três repetições. Foram realizadas oito avaliações de crescimento (tratamentos), nas idades de 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 e 90 dias após a semeadura. Para cada avaliação, três plantas (repetições) foram aleatoriamente amostradas pelo método destrutivo, passaram por lavagem em água corrente e, em seguida, tiveram suas variáveis analisadas. O material amostrado foi secado em estufa a 70°C por 72 horas, mensurando a massa seca ($g\ planta^{-1}$) das raízes, dos ramos, das folhas, das inflorescências (flores + frutos) e total.

Para este trabalho foram escolhidas: a massa seca ($g\ planta^{-1}$) das raízes, pois são as primeiras estruturas a serem desenvolvidas pelas plantas e favorecem o seu desenvolvimento; as inflorescências (flores + frutos), pois o estudo dos meios pelos quais as plantas daninhas se reproduzem são um dos fatores que mais merecem atenção por parte dos pesquisadores, devido a agressividade

com que ocorrem (BRIGHENTI; OLIVEIRA, 2011; MOREIRA; BRAGANÇA, 2011) e massa seca total, pois envolve todas as estruturas fisiológicas das plantas.

3.2 Métodos

3.2.1 Modelos ajustados

Foram ajustados os modelos não lineares Logístico (3.1), Gompertz (3.2) e von Bertalanffy (3.3), considerando x_i as idades em dias após a semeadura (DAS) das plantas, Y_i o acúmulo de massa seca nas raízes, nas inflorescências, demais estruturas reprodutivas e total. Estes modelos foram escolhidos, por serem os mais utilizados na literatura para descrever o crescimento dos seres vivos, principalmente na agricultura (JANE et al., 2020).

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i, \quad (3.1)$$

$$Y_i = \alpha e^{-e^{\kappa(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i \quad (3.2)$$

$$Y_i = \alpha \left(1 - \frac{e^{\kappa(\beta - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i \quad (3.3)$$

3.2.2 Método iterativo

A estimação dos parâmetros dos modelos foi feita com base no método dos mínimos quadrados, utilizando o algoritmo de convergência de Gauss-Newton.

3.2.3 Análise dos resíduos

Para a análise dos resíduos utilizou-se o teste de Shapiro-Wilk para verificar o pressuposto de normalidade dos resíduos, o teste de Breusch-Pagan para verificar o pressuposto de homocedas-

ticidade das variâncias residuais e o teste de Durbin-Watson para a independência dos resíduos, os três ao nível de 5% de significância.

A princípio levou-se em consideração os pressupostos sobre os resíduos como independência, normalidade e homoscedasticidade como atendidos. Com os ajustes feitos realizou-se essas análises e quando atendido o pressuposto de normalidade construíu-se os intervalos de confiança, em relação a independência, caso fosse violada ajustou-se os modelos novamente com a inclusão do termo autorregressivo de primeira ordem (AR1).

Na presença de heterocedasticidade estimadou-se o fator de ponderação, incorporando a incerteza existente em relação a cada fator, utilizando o argumento “weights” da função “gnls” do software R (R Core Team, 2021). Todas as classes de documentação que o argumento “Weights” recebe foram testadas, sendo “VarExp()”, “VarIdent()”, “VarPower()” as que melhor ajustaram. Para comparar com os outros modelos ajustados selecionou-se o modelo ponderado que apresentou o menor valor de AIC.

Utilizou-se o teste t de Student para significância dos parâmetros α , β e k onde a hipótese nula (H_0) é de que o parâmetro é igual a zero, e a hipótese alternativa (H_a) de que o parâmetro é diferente de zero. Foram obtidos também os intervalos de confiança com 95% de confiança.

3.2.4 Comparação e seleção dos modelos

Após os ajustes dos modelos, a comparação e seleção do modelo que melhor descreveu os dados foi feita com base nos avaliadores de qualidade de ajuste: coeficiente de determinação (R^2), o desvio padrão residual (DPR) e Critérios de Informação de Akaike (AIC), sendo considerado como melhor o modelo que apresentou o maior valor de R^2 e menores valores para o DPR e AIC.

3.3 Pontos críticos

Para encontrar as coordenadas dos pontos críticos dos modelos que melhor se ajustaram aos dados, calculou-se os valores de acordo com Silva et al. (2020).

3.4 Recursos computacionais

A estimação dos parâmetros dos modelos, os testes estatísticos, os gráficos, a análise de resíduos, intervalos de confiança e a verificação da qualidade do ajuste para seleção dos modelos deste trabalho foram feitos utilizando-se software estatístico R de acesso livre (R Core Team, 2021). Os pacotes utilizados foram nlme, car, lmtest e qpcR, lattice e ggplot2.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após o ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy aos dados utilizando inicialmente o método de mínimos quadrados ordinários, foram realizadas as análises de resíduos para verificar as pressuposições sobre o vetor de erros, ou seja, se são independentes, identicamente distribuídos com distribuição normal com média zero e variância constante ($\varepsilon \sim N(0, I\sigma^2)$), utilizando os testes de Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan. Na Tabela 4.1 apresenta-se os resultados obtidos na aplicação destes testes para os três modelos na massa seca das raízes das plantas daninhas em estudo.

Tabela 4.1 – Valores das estatísticas dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) com os respectivos valor-p entre parênteses, aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas raízes

Espécies	Modelo	SW	BP	DW
<i>A. deflexus</i>	Logístico	0,894(0,253)	1,813(0,404)	2,219(0,996)
	Gompertz	0,862(0,127)	0,958(0,619)	2,473(0,514)
	von Bertalanffy	0,951(0,723)	6,111(0,047*)	1,840(0,168)
<i>A. hybridus</i>	Logístico	0,929(0,503)	1,098(0,577)	1,127(0,000*)
	Gompertz	0,984(0,979)	4,954(0,084)	3,171(0,286)
	von Bertalanffy	0,944(0,651)	1,386(0,500)	1,259(0,008*)
<i>A. retroflexus</i>	Logístico	0,915(0,389)	5,599(0,061)	1,595(0,194)
	Gompertz	0,510(0,720)	7,109(0,029*)	2,980(0,364)
	von Bertalanffy	0,924(0,461)	4,163(0,125)	1,709(0,112)
<i>A. spinosus</i>	Logístico	0,905(0,319)	0,739(0,691)	1,273(0,040*)
	Gompertz	0,923(0,458)	2,842(0,242)	2,560(0,922)
	von Bertalanffy	0,897(0,270)	1,262(0,532)	1,597(0,056)
<i>A. viridis</i>	Logístico	0,968(0,874)	2,171(0,338)	2,025(0,948)
	Gompertz	0,963(0,824)	1,809(0,405)	2,160(0,772)
	von Bertalanffy	0,878(0,151)	7,050(0,029*)	2,681(0,712)

*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Observando os resultados apresentados e considerando um nível de significância de 5%, tem-se que a pressuposição de normalidade foi atendida em todos os modelos e em todas as espécies, ou seja, p-valor do teste de Shapiro-Wilk maior que 0,05.

Pelo teste de Breusch-Pagan, pode-se observar que o pressuposto de homogeneidade das variâncias dos resíduos no modelo von Bertalanffy para *A. deflexus* e *A. viridis* e no modelo Gompertz para *A. retroflexus*, não foi atendido (p -valor $< 0,05$), o que indica que há heterocedasticidade das variâncias nos resíduos desses modelos,

Na presença de heterocedasticidade os parâmetros foram estimados pelo método de mínimos quadrados ponderado, incorporando a incerteza existente em relação a cada fator utilizando o argumento “weights”, em relação as classes testadas a "VarExp()" foi a que melhor ajustou para as espécies *A. deflexus* e *A. retroflexus* e "VarIdent()" para a *A. viridis*, o pressuposto de homogeneidade também foi violado no estudo de (SILVA, 2021). De acordo com Fernandes et al. (2014), quando o estudo envolve crescimento é comum que se tenha variância heterogênea, pois no decorrer do tempo e desenvolvimento de plantas, por exemplo, ocorre maior variação do tamanho entre elas.

Pelo teste de Durbin-Watson observa-se que, para os modelos Logístico e von Bertalanffy na *A. hybridus* e também no modelo Logístico para *A. spinosus*, os resíduos apresentaram autocorrelação (p -valor $< 0,05$).

Onde foram observados dependência residual estimou-se os parâmetros pelo método de mínimos quadrados generalizados, com a inclusão do termo autorregressivo de primeira ordem (AR1), resíduos autocorrelacionados também foram verificados por (FRÜHAUF et al., 2020) e (SILVA et al., 2020) em estudos do crescimento diamétrico do cedro e de coco-anão-verde, respectivamente.

Observa-se que a maioria dos ajustes não apresentaram correlação, isso pode estar relacionado ao fato dos dados usados neste trabalho serem obtidos de forma transversal, este método também foi utilizado por (PATRIANOVA; KROLL; BÉRZIN, 2010; RIBEIRO et al., 2018; SOUZA et al., 2019).

Na Tabela 4.2 apresenta-se os resultados obtidos na aplicação dos testes Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson dos três modelos para massa seca nas estruturas reprodutivas das plantas daninhas em estudo.

Tabela 4.2 – Valores das estatísticas dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) com os respectivos valor-p entre parênteses, aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas estruturas reprodutivas

Espécies	Modelo	SW	BP	DW
<i>A. deflexus</i>	Logístico	0,894(0,299)	1,410(0,494)	2,257(0,976)
	Gompertz	0,925(0,506)	1,723(0,423)	3,301(0,048*)
	von Bertalanffy	0,928(0,534)	4,656(0,098)	1,871(0,116)
<i>A. hybridus</i>	Logístico	0,969(0,887)	2,342(0,310)	1,690(0,408)
	Gompertz	0,873(0,197)	0,689(0,709)	2,724(0,726)
	von Bertalanffy	0,868(0,180)	1,220(0,543)	1,751(0,142)
<i>A. retroflexus</i>	Logístico	0,982(0,967)	3,531(0,171)	2,312(0,972)
	Gompertz	0,937(0,614)	2,600(0,273)	2,504(0,860)
	von Bertalanffy	0,893(0,291)	1,797(0,407)	1,693(0,088)
<i>A. spinosus</i>	Logístico	0,937(0,610)	0,593(0,744)	2,267(0,988)
	Gompertz	0,983(0,972)	2,679(0,262)	2,914(0,314)
	von Bertalanffy	0,983(0,972)	0,802(0,670)	1,719(0,058)
<i>A. viridis</i>	Logístico	0,910(0,394)	0,584(0,747)	1,491(0,254)
	Gompertz	0,872(0,193)	0,461(0,794)	2,145(0,678)
	von Bertalanffy	0,960(0,820)	0,952(0,621)	1,774(0,066)

*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Observando-se os resultados apresentados e considerando um nível de significância de 5%, tem-se que o teste de Shapiro-Wilk de normalidade e Breusch-Pagan de homogeneidade das variâncias dos resíduos foram atendidos em todos os modelos e em todas as espécies, ou seja, p-valor > 0,05. Pelo teste de Durbin-Watson observa-se que, para o modelo Gompertz na *A. deflexus* os resíduos apresentaram autocorrelação (p-valor < 0.05).

Na Tabela 4.3 apresenta-se os resultados obtidos na aplicação dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) para os três modelos na massa seca total das plantas daninhas em estudo.

Tabela 4.3 – Valores das estatísticas dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) com os respectivos valor-p entre parênteses, aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca total

Espécies	Modelo	SW	BP	DW
<i>A. deflexus</i>	Logístico	0,862(0,124)	2,736(0,255)	2,190(0,824)
	Gompertz	0,950(0,713)	1,374(0,503)	2,086(0,736)
	von Bertalanffy	0,967(0,873)	1,084(0,582)	1,424(0,020*)
<i>A. hybridus</i>	Logístico	0,953(0,741)	0,916(0,633)	1,551(0,240)
	Gompertz	0,881(0,194)	2,730(0,255)	2,101(0,686)
	von Bertalanffy	0,937(0,577)	0,641(0,726)	1,326(0,006*)
<i>A. retroflexus</i>	Logístico	0,919(0,425)	0,895(0,639)	1,693(0,308)
	Gompertz	0,958(0,791)	6,205(0,045*)	3,451(0,056)
	von Bertalanffy	0,977(0,949)	1,040(0,594)	1,360(0,004*)
<i>A. spinosus</i>	Logístico	0,863(0,130)	2,025(0,363)	1,674(0,310)
	Gompertz	0,938(0,589)	4,118(0,128)	2,200(0,874)
	von Bertalanffy	0,966(0,863)	0,996(0,608)	1,384(0,008*)
<i>A. viridis</i>	Logístico	0,890(0,236)	2,342(0,310)	1,398(0,112)
	Gompertz	0,971(0,903)	6,314(0,043*)	3,056(0,322)
	von Bertalanffy	0,941(0,618)	5,167(0,076)	1,845(0,162)

*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Observando-se os resultados apresentados e considerando um nível de significância de 5%, tem-se que a pressuposição de normalidade com base no teste de Shapiro-Wilk foi atendida em todos os modelos e em todas as espécies, ou seja, p-valor > 0,05.

Pelo teste de Breusch-Pagan, pode-se observar que o pressuposto de homogeneidade das variâncias dos resíduos no modelo Gompertz para a *A. viridis* e *A. retroflexus* não foi atendido (p-valor < 0,05), o que indica também que há heterocedasticidade das variâncias nos resíduos. Em relação as classes testadas a "varPower()" foi a que melhor ajustou para as duas espécies.

Pelo teste de Durbin-Watson observa-se que, para o modelo von Bertalanffy apenas na planta daninha *A. viridis* o teste foi não significativo, apresentando significancia para as demais, ou seja, os resíduos são autocorrelacionados (p-valor < 0,05).

Ajuste para a massa seca nas raízes

Os avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos para a massa seca nas raízes, estão apresentados na Tabela 4.4, observa-se que todos os modelos ajustaram-se bem aos dados, sendo

que o modelo Gompertz apresentou os menores valores para o AIC e DPR e maior valor para R^2 em quatro espécies: *A. deflexus*, *A. hybridus*, *A. retroflexus* e *A. spinosus*.

O modelo Logístico obteve melhor ajuste na espécie *A. viridis*, indicando que descrevem melhor os dados. Chiapinotto et al (2017) avaliaram o desenvolvimento de plantas daninhas aos 7, 14, 21 e 28 dias após aplicação de herbicidas. O modelo Logístico foi ajustado aos dados e foi comprovado níveis variados e elevados de resistência das plantas.

Tabela 4.4 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas raízes

Espécies	Modelo	AIC	DPR	R^2
<i>A. deflexus</i>	Logístico	-27,5955	0,0309	0,9986
	Gompertz	-53,1240	0,0067	0,9998
	von Bertalanffy	-10,9973	0,0305	0,7171
<i>A. hybridus</i>	Logístico	3,4292	1,2727	0,9223
	Gompertz	-29,6323	0,0291	0,9999
	von Bertalanffy	-3,1625	0,2942	0,9961
<i>A. retroflexus</i>	Logístico	0,0175	0,1858	0,9983
	Gompertz	-25,8021	0,2410	0,9995
	von Bertalanffy	5,4335	0,2607	0,9969
<i>A. spinosus</i>	Logístico	-0,5485	0,2949	0,9929
	Gompertz	-17,2186	0,0633	0,9998
	von Bertalanffy	1,7217	0,2067	0,9976
<i>A. viridis</i>	Logístico	-43,2599	0,0172	0,9998
	Gompertz	-41,7398	0,0187	0,9996
	von Bertalanffy	33,7270	1,2370	0,8530

Na Tabela 4.5 apresenta-se as estimativas dos parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz, que melhor se ajustaram para cada espécie segundo os avaliadores de qualidade, e os seus respectivos intervalos de confiança ao nível de 95% de confiança para a massa seca nas raízes das

espécies estudadas. Considerando a variância heterogênea e adicionado o parâmetro autorregressivo de primeira ordem AR(1), quando necessário.

Tabela 4.5 – Estimativas para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) com seus respectivos intervalos de confiança de 95%, ajustados para massa seca ($g\ planta^{-1}$) nas raízes

Modelos	Espécies	Parâmetros	IC inf.	Estimativa	IC sup.
Gompertz	<i>A. deflexus</i>	α	1,680	1,687	1,695
		β	40,056	40,173	40,290
		k	0,175	0,181	0,187
	<i>A. hybridus</i>	α	11,745	11,820	11,886
		β	40,755	40,930	41,108
		k	0,061	0,062	0,063
	<i>A. retroflexus</i>	α	9,343	9,360	9,376
		β	38,185	38,463	38,741
		k	0,118	0,121	0,124
	<i>A. spinosus</i>	α	8,570	8,688	8,806
		β	43,514	43,895	44,276
		k	0,080	0,085	0,089
Logístico	<i>A. viridis</i>	α	6,731	6,745	6,759
		β	32,340	32,384	32,428
		k	1,241	1,272	1,304

As análises feitas pelo teste t de Student para os parâmetros da Tabela 4.5 indicaram que todos foram significativos ao nível de 5% de significância, além disso, seus intervalos de confiança não contiveram o zero, indicando que os modelos foram adequados para descrever o acúmulo de massa seca nas raízes dessas espécies em relação ao tempo, sendo que o modelo Gompertz apresentou menor amplitude para todas as espécies.

Os resultados dos parâmetros α e β encontrados para todos os modelos se assemelham aos de (CARVALHO; LÓPEZ-OVEJERO; CHRISTOFFOLETI, 2008), a espécie *A. hybridus* foi a que apresentou maiores valores de α para todos os modelos, seguida da *A. retroflexus*, *A. spinosus*, *A. viridis* e *A. deflexus*, com pequenas diferenças para o modelo Gompertz, principalmente em relação ao parâmetro β , o que indica que esses modelos podem ser usados para descreverem os dados.

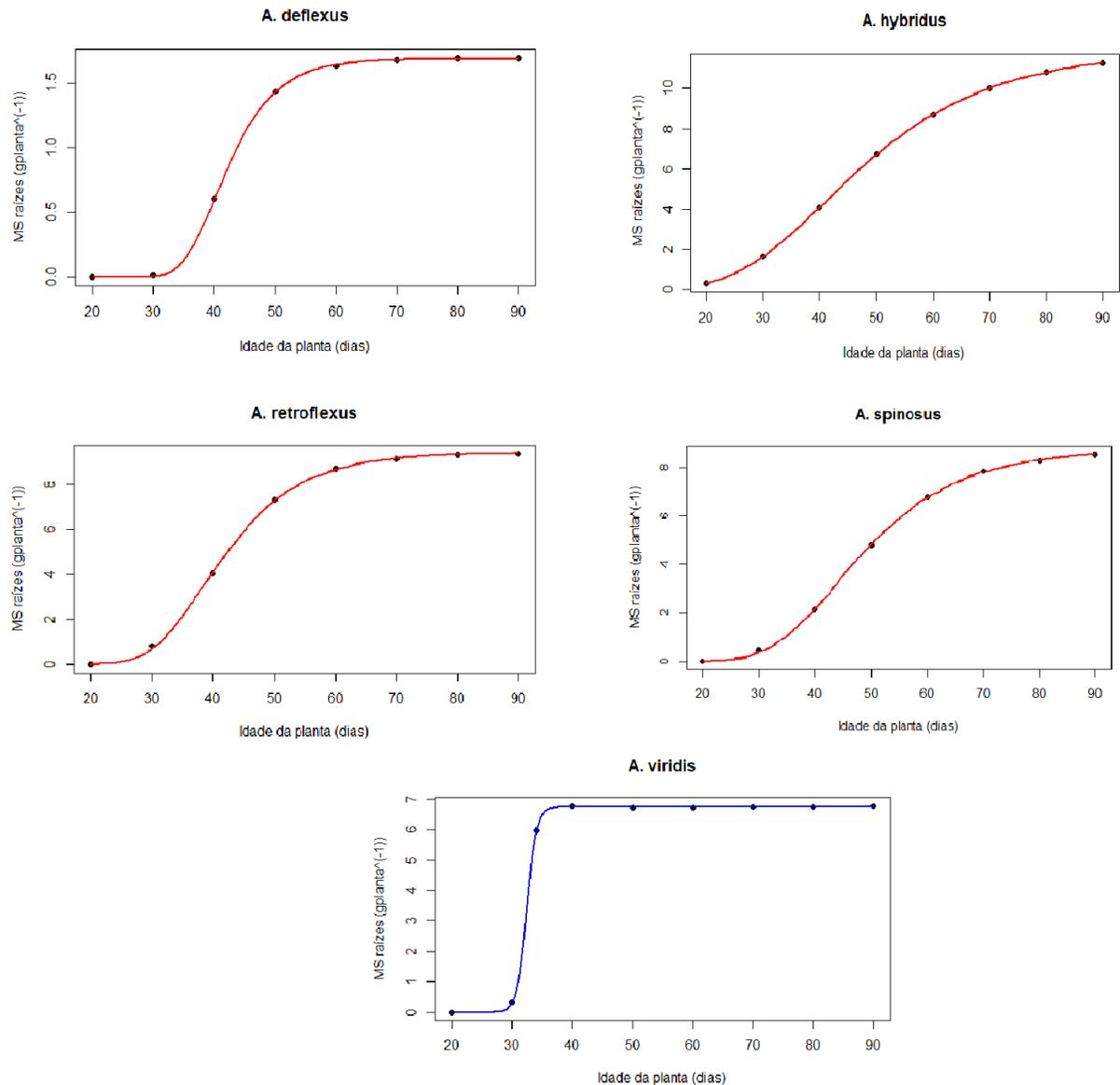
Observa-se também que os modelos Gompertz e Logístico não apresentaram sobreposição nos intervalos de confiança para as estimativas dos parâmetros α . Com base no modelo Gompertz a espécie *A. hybridus* apresentou maior valor para a estimativa da assíntota (parâmetro α) de 11,820 g *planta*⁻¹. Já a espécie *A. deflexus* foi a que obteve menor valor desse parâmetro de 1,687 g *planta*⁻¹.

Em relação ao parâmetro β observa-se que os intervalos de confiança para a *A. viridis* não apresentaram sobreposição, o mesmo ocorreu para o parâmetro k, essa espécie apresentou menor valor de β e maior k, indicando crescimento anterior as outras e mais acelerado para as raízes dessa planta daninha, o que pode torná-la mais eficiente no aproveitamento de recursos do meio (PEREIRA; SILVA, 2020; CARVALHO; LÓPEZ-OVEJERO; CHRISTOFFOLETI, 2008).

A espécie *A. hybridus* apresentou menores valores para k e como observado anteriormente obteve maiores valores de α , isso indica que ela apresentou maior acúmulo de massa seca nas raízes, mas de forma mais lenta que as outras plantas daninhas.

Os ajustes dos modelos para a massa seca nas raízes, escolhidos segundo os avaliadores de qualidade de ajuste, estão representados na Figura 4.1, em azul estão representadas as curvas do modelo Logístico e em vermelho as curvas do modelo Gompertz, pode-se observar que todos se ajustaram bem aos dados.

Figura 4.1 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de massa seca nas raízes das espécies de plantas daninhas do gênero *Amaranthus*



Fonte: Da autora (2021)

Na Tabela 4.6 estão apresentados os cálculos dos pontos críticos das curvas utilizando os valores dos parâmetros encontrados: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI), ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA) para massa seca nas raízes.

Tabela 4.6 – Pontos críticos do melhor modelo selecionado para cada espécie: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI) ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa seca nas raízes

Espécies	Ponto	PAM	PI	PDM	PDA
<i>A. deflexus</i>	Abscissa	34,858	40,173	45,488	50,104
	Ordenada	0,123	0,620	1,151	1,429
<i>A. hybridus</i>	Abscissa	25,414	40,930	56,446	69,922
	Ordenada	0,863	4,349	8,067	10,015
<i>A. retroflexus</i>	Abscissa	30,513	38,463	46,413	53,318
	Ordenada	0,683	3,444	6,384	7,931
<i>A. spinosus</i>	Abscissa	32,577	43,895	55,213	65,042
	Ordenada	0,634	3,196	5,925	7,361
<i>A. viridis</i>	Abscissa	31,349	32,384	33,419	34,186
	Ordenada	1,425	3,373	5,320	6,126

Esses pontos críticos foram estudados no crescimento de alface (CARINI et al., 2020), da pimenta biquinho (DIEL et al., 2020), do fruto do coco (SILVA et al., 2021), da berinjela (SARI et al., 2018) e cavalos da raça campolina (TEIXEIRA et al., 2021).

Sari et al. (2018), em seus estudos demonstram a importância da análise dos pontos críticos, segundo os autores, em relação as culturas as abscissas desses pontos são importantes para determinar o desempenho produtivo. Segundo Mischan e de Pinho (2014), no modelo Logístico os pontos de PAM, PI, PDM e PDA ocorrem aproximadamente em 21,1; 50,0; 78,8 e 90,8% da assíntota superior, respectivamente. Já no modelo Gompertz os pontos de PAM, PI, PDM e PDA ocorrem anterior ao modelo Logístico, aproximadamente em 7,29; 36,7; 68,25 e 84,73%, da assíntota superior, respectivamente. Entre os pontos de PAM e PDM está a fase de crescimento mais acelerado, para o modelo Logístico ocorre em 57,7%, já no modelo Gompertz em 60,96% do crescimento da planta.

Na espécie *A. viridis* a abscissa de PAM e PDM foram de aproximadamente 31 e 33 dias, inferiores as demais, esse seria o período ideal para tomar alguma medida para combater essa planta daninha. Essa foi a espécie que apresentou também abscissa de PDA anterior as demais,

o que indica menor ciclo de vida com fase de senescência aproximadamente aos 34 dias após a semeadura e acúmulo máximo de massa seca nas raízes de $6,126 \text{ g planta}^{-1}$, corroborando com a Tabela 4.5 para os valores de k , onde apresentou crescimento mais acelerado.

A *A. hybridus*, apresentou abscissa de PAM e PDM aproximadamente aos 25 e 56 dias, respectivamente, com este intervalo superior as demais. De acordo com a Tabela 4.5 apresentou também ciclo mais longo, aos 70 dias aproximadamente com acúmulo máximo de massa seca nas raízes de $10,015 \text{ g planta}^{-1}$, superior ao do capim-camalote (CARVALHO et al., 2005a) e ao capim-branco (CARVALHO et al., 2005b).

A planta daninha *A. deflexus* foi a segunda a apresentar menores valores de PDA, aproximadamente aos 50 DAS obteve acúmulo de massa seca nas raízes de no máximo $1,429 \text{ g planta}^{-1}$.

Ajuste para a massa seca nas estruturas reprodutivas

Na Tabela 4.7 observa-se os avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos para massa seca nas estruturas reprodutivas. Todos os modelos ajustaram-se bem aos dados, sendo que o modelo Gompertz apresentou menores valores para o AIC e DPR, e maior valor para R^2 nas espécies: *A. deflexus* e *A. hybridus*. Barroso et al. (2019), analisaram o crescimento e desenvolvimento de cinco plantas daninhas, no verão e inverno, em relação ao número de folhas, a massa seca de folhas, caules, raízes e total. O modelo logístico foi ajustado aos dados do verão e algumas variáveis do inverno. Para o número de folhas e matéria seca das folhas foi ajustado outro modelo não linear pois apresenta padrão de desenvolvimento diferente do verão.

O modelo Logístico obteve melhor ajuste nas espécies *A. retroflexus*, *A. spinosus* e *A. viridis*, o que indica que descrevem melhor os dados.

Tabela 4.7 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca nas estruturas reprodutivas

Espécies	Modelo	AIC	DPR	R^2
<i>A. deflexus</i>	Logístico	1,6569	0,2035	0,9985
	Gompertz	-32,5357	0,0239	0,9998
	von Bertalanffy	19,6716	0,7368	0,9805
<i>A. hybridus</i>	Logístico	3,7105	0,2356	0,9991
	Gompertz	-2,0783	0,1558	0,9996
	von Bertalanffy	18,0322	0,6554	0,9935
<i>A. retroflexus</i>	Logístico	-1,3698	0,1639	0,9996
	Gompertz	3,4105	0,2306	0,9992
	von Bertalanffy	26,6964	1,2169	0,9764
<i>A. spinosus</i>	Logístico	-9,2047	0,0937	0,9996
	Gompertz	-3,5450	0,1403	0,9992
	von Bertalanffy	21,8495	0,8608	0,9675
<i>A. viridis</i>	Logístico	-1,0817	0,1673	0,9997
	Gompertz	7,3186	0,3049	0,9992
	von Bertalanffy	26,3485	1,1871	0,9873

Na Tabela 4.8 apresenta-se as estimativas dos parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz, com os intervalos de confiança de 95% para a massa seca nas estruturas reprodutivas das plantas daninhas estudadas. Considerando a variância heterogênea e adicionado o parâmetro autor-regressivo de primeira ordem AR(1), quando necessário.

Tabela 4.8 – Estimativas para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) com seus respectivos intervalos de confiança de 95%, ajustados para massa seca ($g\ planta^{-1}$) nas estruturas reprodutivas

Modelos	Espécies	Parâmetros	IC inf.	Estimativa	IC sup.	
Gompertz	<i>A. deflexus</i>	α	9,581	9,602	9,623	
		β	51,198	51,245	51,294	
		k	0,154	0,156	0,159	
		ϕ	-0,963	-0,803	-0,222	
	<i>A. hybridus</i>	α	17,348	18,157	18,965	
		β	63,337	64,165	64,994	
		k	0,070	0,077	0,085	
	Logístico	<i>A. retroflexus</i>	α	14,381	14,677	14,974
			β	63,655	64,169	64,683
k			0,172	0,187	0,201	
<i>A. spinosus</i>		α	8,328	8,460	8,592	
		β	59,401	59,788	60,175	
		k	0,212	0,233	0,254	
<i>A. viridis</i>		α	18,869	19,110	19,351	
		β	56,504	56,876	57,248	
		k	0,173	0,183	0,193	

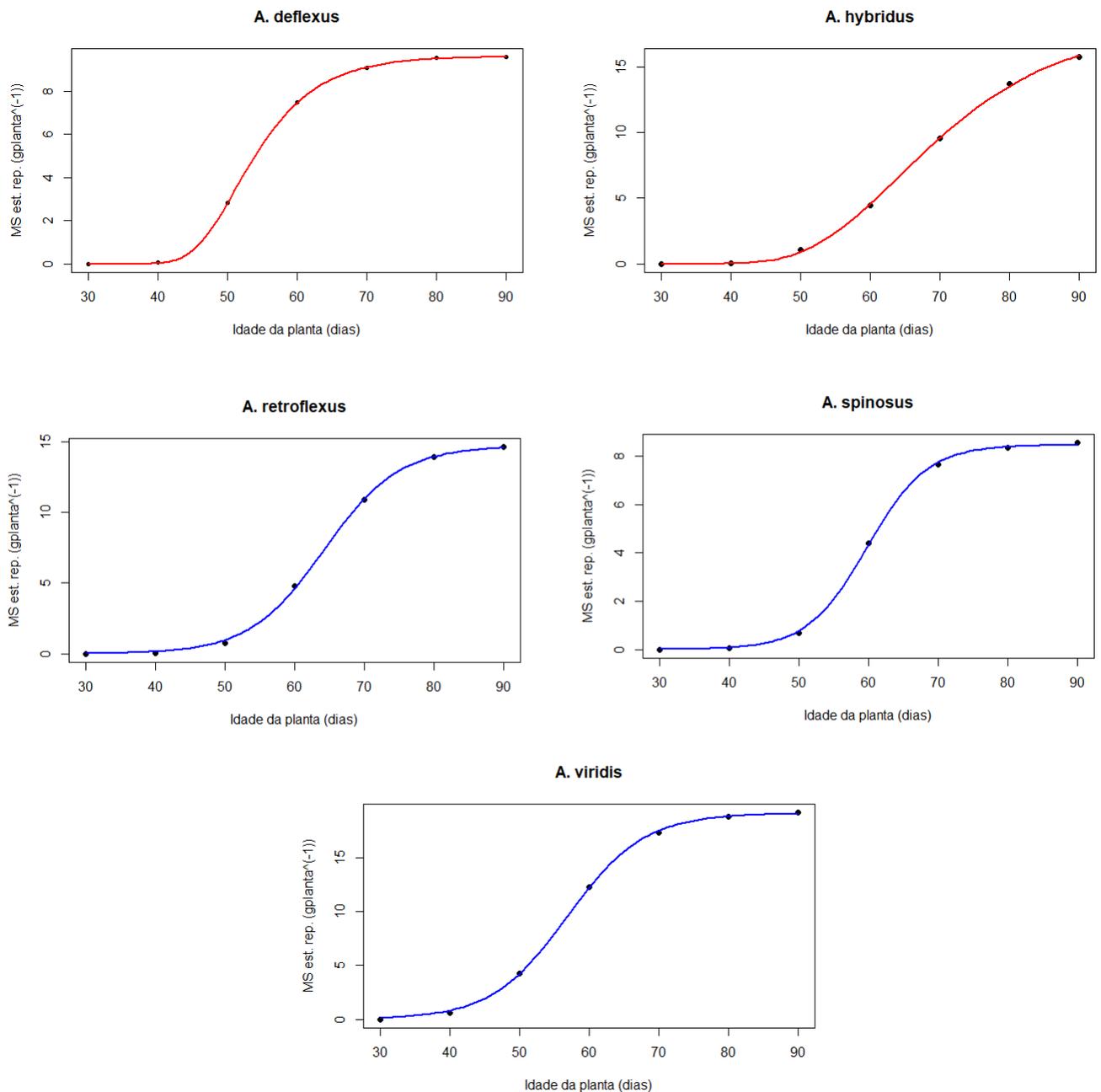
Todos os parâmetros foram significativos pelo teste t de Student a 5% de significância, e seus intervalos de confiança não contiveram o zero, indicando que foram adequados para descrever o acúmulo de massa seca nas estruturas reprodutivas em relação ao tempo, sendo que o modelo Logístico apresentou menor amplitude para a maioria das espécies.

Os intervalos das estimativas dos parâmetros α e β nos modelos Logístico e Gompertz não se sobrepuseram, sendo a *A. viridis* a que demonstrou maior valor de α , indicando maior acúmulo de massa seca na estrutura reprodutiva para essa espécie, já a *A. spinosus* foi a que apresentou menor acúmulo. A espécie *A. hybridus* apresentou maior valor de β e menor valor para k, indicando início do ciclo de reprodução mais tardio e lento.

Os ajustes dos dois modelos para a massa seca nas estruturas reprodutivas estão representados na Figura 4.2, em azul estão representadas as curvas do modelo Logístico e em vermelho as

curvas do modelo Gompertz, de forma visual pode-se observar que ambos os modelos se ajustaram bem aos dados.

Figura 4.2 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de massa seca nas estruturas reprodutivas das espécies de plantas daninhas do gênero *Amaranthus*



Fonte: Da autora (2021)

Os pontos críticos dos modelos que melhor se ajustaram aos dados da massa seca nas estruturas reprodutivas, estão apresentados na Tabela 4.9. A planta daninha *A. deflexus* foi a que obteve menores valores de PAM, PI, PDM e PDA, a abscissa dos pontos de PAM e PDM foram 45 e 57 dias, respectivamente, o que indica que essa espécie possui ciclo reprodutivo anterior às demais, com acúmulo máximo de massa seca de $8,136 \text{ g planta}^{-1}$, aproximadamente aos 63 DAS, enquanto a espécie *A. viridis* aos 69 DAS apresentou acúmulo máximo de massa seca, de $17,357 \text{ g planta}^{-1}$.

Dentre as 5 espécies a que expressou menor acúmulo máximo de massa seca foi a *spinosus*, com PAM próximo o da *A. viridis* de aproximadamente 69 DAS com $7,684 \text{ g planta}^{-1}$.

Tabela 4.9 – Pontos críticos do melhor modelo selecionado para cada espécie: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI) ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa seca nas estruturas reprodutivas

Espécies	Ponto	PAM	PI	PDM	PDA
<i>A. deflexus</i>	Abscissa	45,078	51,245	57,412	62,767
	Ordenada	0,701	3,533	6,549	8,136
<i>A. hybridus</i>	Abscissa	51,671	64,165	76,659	87,509
	Ordenada	1,325	6,680	12,383	15,385
<i>A. retroflexus</i>	Abscissa	57,126	64,169	71,212	76,428
	Ordenada	3,102	7,339	11,575	13,331
<i>A. spinosus</i>	Abscissa	54,136	59,788	65,440	69,627
	Ordenada	1,788	4,230	6,672	7,684
<i>A. viridis</i>	Abscissa	49,679	56,876	64,073	69,403
	Ordenada	4,038	9,555	15,072	17,357

Ajuste para a massa seca total

Na Tabela 4.10 observa-se os avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos para massa seca total. O modelo Gompertz apresentou menores valores para o AIC e DPR, e maior valor para R^2 nas espécies: *A. hybridus*, *A. retroflexus* e *A. viridis*, enquanto o modelo Logístico obteve melhor ajuste nas espécies *A. deflexus* e *A. spinosus*, indicando que descrevem melhor os dados.

Tabela 4.10 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico e Gompertz e von Bertalanffy para massa seca total

Espécies	Modelo	AIC	DPR	R^2
<i>A. deflexus</i>	Logístico	7,8088	0,3024	0,9996
	Gompertz	13,6757	0,4364	0,9992
	von Bertalanffy	38,8105	1,8887	0,9836
<i>A. hybridus</i>	Logístico	28,0888	1,0742	0,9990
	Gompertz	19,6786	0,6351	0,9997
	von Bertalanffy	47,6487	3,3068	0,9903
<i>A. retroflexus</i>	Logístico	33,5992	1,5159	0,9977
	Gompertz	4,5106	0,0782	0,9991
	von Bertalanffy	44,8653	2,7735	0,9925
<i>A. spinosus</i>	Logístico	19,4175	0,6248	0,9994
	Gompertz	20,3833	0,6637	0,9994
	von Bertalanffy	47,2316	3,2061	0,9851
<i>A. viridis</i>	Logístico	22,5218	0,7586	0,9989
	Gompertz	18,3387	0,1606	0,9989
	von Bertalanffy	35,6930	1,7278	0,9946

Na Tabela 4.11 apresenta-se as estimativas dos parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz, com os intervalos de confiança de 95% para a massa seca total nas plantas daninhas estudadas. Considerando a variância heterogênea e adicionado o parâmetro autorregressivo de primeira ordem AR(1), quando necessário.

Todos os parâmetros foram significativos pelo teste t de Student a 5% de significância, e seus intervalos de confiança não contiveram o zero, indicando que os modelos foram adequados para descrever o acúmulo de massa seca total em relação ao tempo nas espécies estudadas, em geral o modelo Gompertz apresentou menor amplitude.

Tabela 4.11 – Estimativas para os parâmetros dos modelos Logístico e Gompertz com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) com seus respectivos intervalos de confiança de 95%, ajustados para massa seca total ($g\ planta^{-1}$)

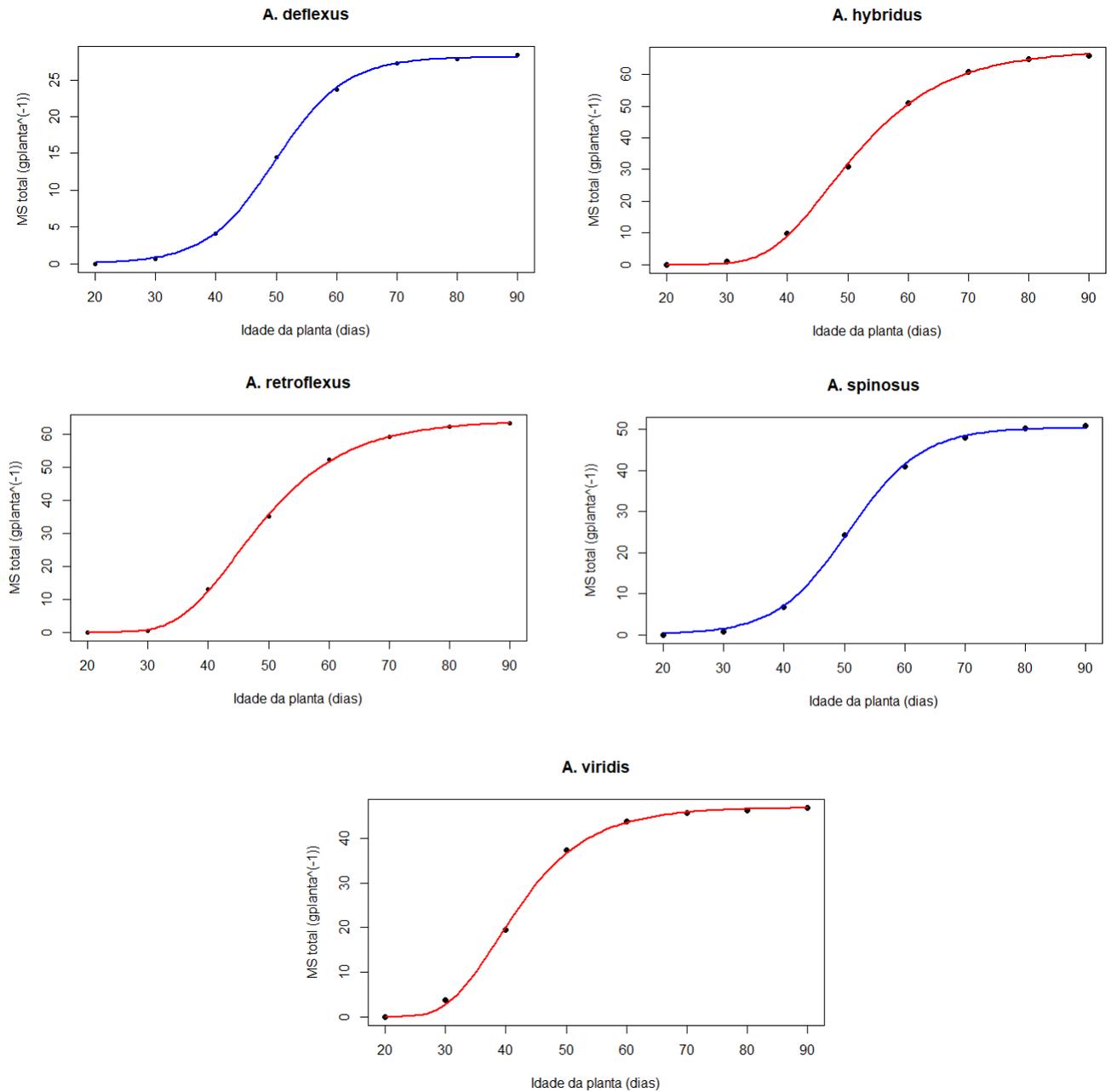
Modelos	Espécies	Parâmetros	IC inf.	Estimativa	IC sup.
Gompertz	<i>A. hybridus</i>	α	66,331	67,467	68,603
		β	46,652	47,100	47,549
		k	0,090	0,097	0,103
	<i>A. retroflexus</i>	α	60,789	62,756	64,723
		β	43,769	44,360	44,951
		k	0,106	0,111	0,116
	<i>A. viridis</i>	α	45,969	47,217	48,465
		β	37,811	38,427	39,043
		k	0,106	0,114	0,123
Lógico	<i>A. deflexus</i>	α	27,724	28,106	28,489
		β	49,425	49,880	50,335
		k	0,162	0,174	0,186
	<i>A. spinosus</i>	α	49,542	50,362	51,181
		β	50,203	50,748	51,293
		k	0,154	0,167	0,180

Observa-se que os intervalos de confiança das estimativas dos parâmetros k para os dois modelos apresentaram sobreposição, o que indica que não há diferença no índice de acúmulo para a massa seca total nessas espécies.

Considerando os intervalos de confiança para a estimativa de α nos modelos Logístico e Gompertz em todas as espécies, observa-se que houve sobreposição somente para a planta daninha *A. retroflexus* e *A. hybridus*, sendo a *A. deflexus* a que possui menor valor para essa estimativa. Em relação a estimativa do parâmetro β para esses modelos, na espécie *A. viridis* verifica-se que não houve sobreposição, com menor valor para o ponto de inflexão.

Os ajustes dos modelos Logístico e Gompertz para a massa seca total estão representados na Figura 4.3, pode-se observar que todos se ajustaram bem aos dados.

Figura 4.3 – Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de massa seca total das espécies de plantas daninhas do gênero *Amaranthus*



Fonte: Da autora (2021)

Considerando-se os modelos que descreveram melhor os dados, calculou-se os pontos críticos das curvas utilizando os valores dos parâmetros encontrados: ponto de aceleração máxima

(PAM), ponto de inflexão (PI), ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA) para massa seca total, apresentam-se na Tabela 4.12.

Tabela 4.12 – Pontos críticos do melhor modelo selecionado para cada espécie: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI) ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa seca total

Espécies	Ponto	PAM	PI	PDM	PDA
<i>A. hybridus</i>	Abscissa	37,182	47,100	57,018	65,631
	Ordenada	4,925	24,822	46,047	57,166
<i>A. retroflexus</i>	Abscissa	35,693	44,360	53,027	60,554
	Ordenada	4,581	23,089	42,800	53,174
<i>A. viridis</i>	Abscissa	29,988	38,427	46,866	54,195
	Ordenada	3,447	17,372	32,202	40,008
<i>A. deflexus</i>	Abscissa	42,311	49,880	57,449	63,055
	Ordenada	5,939	14,053	22,167	25,528
<i>A. spinosus</i>	Abscissa	42,862	50,748	58,634	64,475
	Ordenada	10,643	25,181	39,719	45,742

A planta daninha *A. viridis* foi a que atingiu menores valores de PAM, PI, PDM e PDA, com acúmulo máximo de massa seca de 40,008 g *planta*⁻¹, aproximadamente aos 54 DAS, enquanto a *A. deflexus* aos 63 dias, obteve menor acúmulo, de 25,528 g *planta*⁻¹. Já a espécie *A. hybridus* apresentou maior acúmulo de 57,166 g *planta*⁻¹ aproximadamente aos 66 DAS.

Todas as espécies, exceto a *A. deflexus*, alcançaram valores para o acúmulo de massa seca total maiores que nas espécies *E. heterophylla*, *E. hyssopifolia* e *E. hirta* avaliadas por Ferreira et al. (2017), também maior em relação ao capim camalote (CARVALHO et al., 2005a) e a *Digitaria insularis* (MACHADO et al., 2006).

5 CONCLUSÃO

Para a massa seca nas raízes o modelo Gompertz foi mais adequado na descrição do acúmulo de massa seca nas espécies *A. deflexus*, *A. hybridus*, *A. retroflexus* e *A. spinosus*, enquanto o modelo Logístico apresentou melhor ajuste na espécie *A. viridis*.

Para a massa seca nas estruturas reprodutivas o modelo Gompertz foi mais adequado nas espécies *A. deflexus* e *A. hybridus* e o modelo Logístico obteve melhor ajuste nas espécies *A. retroflexus*, *A. spinosus* e *A. viridis*.

Enquanto que para massa seca total o modelo Gompertz apresentou melhores ajustes nas espécies *A. hybridus*, *A. retroflexus* e *A. viridis* e o modelo Logístico nas espécies *A. deflexus* e *A. spinosus*.

A. viridis teve ciclo vegetativo mais curto, com maior acúmulo de massa seca nas estruturas reprodutivas, *A. deflexus* foi a espécie que apresentou menor acúmulo máximo de massa seca total e nas raízes, nas estruturas reprodutivas obteve pouca diferença em relação a *A. spinosus*. Já a *A. hybridus* alcançou maiores valores de massa seca total e nas raízes.

REFERÊNCIAS

- BARROSO, A.; FERREIRA, P.; MARTINS, D. Growth and development of ipomoea weeds. **Planta Daninha**, v. 37, 2019.
- BELLE, C. et al. Plantas daninhas como hospedeiras alternativas para meloidogyne incognita. **Nematologica**, v. 47, n. 1, p. 26–33, 2017.
- BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, Rio de Janeiro, v. 47, p. 1287–1294, 1979.
- BRIGHENTI, A. M.; OLIVEIRA, M. de. Biologia de plantas daninhas. **Embrapa Milho e Sorgo-Capítulo em livro científico (ALICE)**, In: OLIVEIRA JÚNIOR, RS; CONSTANTIN, J.; INOUE, MH (Ed.). Biologia e manejo . . . , 2011.
- BUCHHOLTZ, K. P. Report of the terminology committee of the weed science society of america. **Weeds**, v. 15, p. 388–389, 1967.
- CÂNDIDO, A. C. S. et al. Potencial alelopático de lixiviados das folhas de plantas invasoras pelo método sanduiche. **Revista Brasileira de Biociências**, v. 8, n. 3, 2010.
- CARINI, F. et al. Nonlinear models for describing lettuce growth in autumn-winter. **Ciência Rural**, SciELO Brasil, v. 50, 2020.
- CARVALHO, F. et al. Alocação de matéria seca e capacidade competitiva de cultivares de milho com plantas daninhas. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 29, p. 373–382, 2011.
- CARVALHO, L.; BIANCO, S.; GUZZO, C. Interferência de euphorbia heterophylla no crescimento e acúmulo de macronutrientes da soja. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 28, p. 33–39, 2010.
- CARVALHO, L. B. **Plantas Daninhas**. Lages, SC: Editado pelo autor, 2013. 82 p.
- CARVALHO, S. et al. Crescimento, desenvolvimento e produção de sementes da planta daninha capim-branco (chloris polydactyla). **Planta Daninha**, v. 23, p. 603–609, 2005a.
- CARVALHO, S. J. P. et al. Suscetibilidade diferencial de plantas daninhas do gênero amaranthus aos herbicidas trifloxysulfuron-sodium e chlorimuron-ethyl. **Planta daninha**, SciELO Brasil, v. 24, p. 541–548, 2006.
- CARVALHO, S. J. P.; LÓPEZ-OVEJERO, R. F.; CHRISTOFFOLETI, P. J. Crescimento e desenvolvimento de cinco espécies de plantas daninhas do gênero amaranthus. **Bragantia**, SciELO Brasil, v. 67, n. 2, p. 317–326, 2008.
- CARVALHO, S. J. P. d. et al. Crescimento e desenvolvimento da planta daninha capim-camalote. **Bragantia**, v. 64, p. 591–600, 2005b.
- CHIAPINOTTO, D. et al. Cross-resistance of rice flatsedge to als-inhibiting herbicides. **Planta Daninha**, v. 35, 2017.

- CHRISTOFFOLETI, P. J. O futuro da biotecnologia e o desafio no controle de plantas daninhas. **Revista Cultivar**, 2018.
- CONAB - COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Acompanhamento de safra brasileiro – grãos**: Boletim 8º levantamento – safra 2020/2021. Brasília: Companhia Nacional de Abastecimento, 2021. Disponível em: <<https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/graos/boletim-da-safra-de-graos>>. Acesso em: 17 mai. 2021.
- DALL’AGNOL, A. et al. O complexo agroindustrial da soja brasileira. **Embrapa Soja-Circular Técnica (INFOTECA-E)**, Londrina: Embrapa Soja, 2007., 2007.
- DIEL, M. I. et al. Production of biquinho pepper in different growing seasons characterized by the logistic model and its critical points. **Ciência Rural**, SciELO Brasil, v. 50, 2020.
- DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1998. 706 p.
- DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression: I. **Biometrika**, London, v. 37, n. 3/4, p. 409–428, 1950.
- FERNANDES, F. A. et al. Parameterizations of the von bertalanffy model for description of growth curves. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 38, n. 3, p. 369–384, 2020.
- FERNANDES, T. J. et al. < b> parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 37, n. 4, p. 397–402, 2015.
- FERNANDES, T. J. et al. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. Editora UFLA, 2014.
- FERNANDES, T. J. et al. Curva de crescimento em altura na cernelha e comprimento corporal de equinos mangalarga marchador. **Ciência Rural**, SciELO Brasil, v. 50, n. 12, 2020.
- FERREIRA, D. T. et al. Análise de crescimento de espécies daninhas do gênero euphorbia. **Revista Agro@ mbiente On-line**, v. 11, n. 2, p. 145–152, 2017.
- FIALHO, C. M. T. et al. Teor foliar de nutrientes em plantas daninhas e de café cultivadas em competição. **Planta daninha**, SciELO Brasil, v. 30, p. 65–73, 2012.
- FONTES, P. C. R.; DIAS, E. N.; SILVA, D. J. H. d. Dinâmica do crescimento, distribuição de matéria seca e produção de pimentão em ambiente protegido. **Horticultura Brasileira**, v. 23, p. 94–99, 2005.
- FRANCISCHINI, A. C. et al. Resistance of amaranthus retroflexus to acetolactate synthase inhibitor herbicides in brazil. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 32, p. 437–446, 2014.
- FREITAS, F. C. L. et al. Interferência de plantas daninhas na cultura do feijão-caupi. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 27, p. 241–247, 2009.

FRÜHAUF, A. C. et al. Nonlinear models in the study of the cedar diametric growth in a seasonally dry tropical forest c. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 15, n. 4, p. 1–8, 2020.

FRÜHAUF, A. C. et al. Predição do desenvolvimento em altura de plantas de feijoeiro por meio de modelos não lineares e polinomial. **Revista Agrogeoambiental**, v. 13, n. 3, p. 572–582, 2021.

GEMELLI, A. et al. Estratégias para o controle de capim-amargoso (*digitaria insularis*) resistente ao glyphosate na cultura milho safrinha. **Revista Brasileira de Herbicidas**, v. 12, n. 2, p. 162–170, 2013.

GIRALDELI, A. L. Como identificar e combater as 6 principais plantas daninhas da soja. 2020. Blog da Aegro sobre gestão no campo e tecnologias agrícolas. 25 Mai. 2020. Disponível em: <<https://blog.aegro.com.br/plantas-daninhas-da-soja/>>. Acesso em: 16 Maio. 2021.

HORAK, M. J.; LOUGHIN, T. M. Growth analysis of four amaranthus species. **Weed Science**, Cambridge University Press, v. 48, n. 3, p. 347–355, 2000.

JANE, S. A. et al. Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane rb92579 variety1. **Revista Ciência Agronômica**, SciELO Brasil, v. 51, 2020.

JANE, S. A. et al. Comparison of polynomial and nonlinear models on description of pepper growth. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 14, n. 4, p. 1–7, 2019.

JANE, S. A. et al. Adjusting the growth curve of sugarcane varieties using nonlinear models. **Ciência Rural**, SciELO Brasil, v. 50, n. 3, 2020.

KARAM, D. Manejo integrado de plantas daninhas. In: SIMPÓSIO SOBRE MANEJO DE PLANTAS DANINHAS NO SEMI-ÁRIDO, 1., 2007 **Embrapa Milho e Sorgo-Artigo em anais de congresso (ALICE)**. [S.l.], 2007.

KARAM, D. et al. Cultivo do milho. **Planta Daninha**, Embrapa milho e sorgo. 6. ed., 2010. Versão eletrônica. Disponível em: <<https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/27041/1/Plantas-daninhas.pdf>> Acesso em: 16 Mai. 2021.

KARAM, D. et al. Resistência de plantas daninhas a herbicidas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MILHO E SORGO, 32. Lavras, 2018. “Soluções integradas para os sistemas de produção de milho e sorgo no Brasil” : livro de palestras. Sete Lagoas: Associação Brasileira de Milho e Sorgo, 2018. cap. 31, p. 901-932.

KOZLOWSKI, L. A. et al. Período crítico de interferência das plantas daninhas na cultura do feijoeiro-comum em sistema de semeadura direta. **Planta daninha**, SciELO Brasil, v. 20, p. 213–220, 2002.

MACHADO, A. et al. Análise de crescimento de *digitaria insularis*. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 24, p. 641–647, 2006.

MARCOLINI, L. W. et al. Interferência de caruru-de-mancha sobre características de crescimento e produção da beterraba. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 28, p. 41–46, 2010.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 24, p. 1761–1770, 2002.

MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. d. **Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014. 184 p.

MOREIRA, H. J. C.; BRAGANÇA, H. B. N. **Manual de identificação de plantas infestantes**. Campinas, SP: FMC Agricultural Products, 2011. 1017 p.

OLIVEIRA, A. R. D.; FREITAS, S. D. P.; VIEIRA, H. D. Interferência de trapoerabas no desenvolvimento de mudas de café. 2005.

OLIVEIRA, C. et al. População de caruru (*Amaranthus hybridus*) resistente ao glyphosate são encontradas no Rio Grande do Sul. **BOLETIM INFORMATIVO**. v. 28, n 1, ANO 2019 ISSN 1679-0901 da Sociedade Brasileira da Ciência das Plantas Daninhas, 2019.

PATRIANOVA, M. E.; KROLL, C. D.; BÉRZIN, F. Sequência e cronologia de erupção dos dentes decíduos em crianças do município de itajaí (sc). **RSBO Revista Sul-Brasileira de Odontologia**, Universidade da Região de Joinville, v. 7, n. 4, p. 406–413, 2010.

PEIXOTO, C. P.; PEIXOTO, M. Dinâmica do crescimento vegetal: princípios básicos. **Tópicos em ciências agrárias**, p. 38, 2009.

PENCKOWSKI, L. H. et al. Alerta! cresce o número de lavouras com *Amaranthus hybridus* resistente ao herbicida glifosato no sul do Brasil. **Revista FABC**, 2020. Abril/Maio. Disponível em: <<https://www.upherb.com.br/ebook/REVISTA-Fabc.pdf>>. Acesso em: 07 jun. 2021.

PEREIRA, A. A. et al. Modelagem não linear do crescimento em altura do cafeeiro irrigado e não irrigado em diferentes densidades. **IRRIGA**, v. 1, n. 1, p. 140–149, 2016.

PEREIRA, A. A. et al. Descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro cultivar rubi mg 1192, utilizando modelos de regressão. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 236–271, 2014.

PEREIRA, S.; SILVA, A. Toxicidade da fração polar obtida de *amaranthus hybridus* sobre a germinação e plântulas de feijão-caupi. **Conexão Ciência (Online)**, v. 15, p. 56–70, 11 2020.

PLACIDO, H. F. Plantas daninhas do milho: conheça as principais infestantes e o que fazer para controlá-las. 2020. Blog da Aegro sobre gestão no campo e tecnologias agrícolas. 16 Dez. 2020. Disponível em: <<https://blog.aegro.com.br/plantas-daninhas-do-milho/>>. Acesso em: 14 Mai. 2021.

PRADO, T. K. L. d. et al. Study on the growth curve of the internal cavity of ‘dwarf green’ coconut fruits. **Revista Ciência Agronômica**, v. 51, n. 3, 2020.

PUIATTI, G. A. et al. Análise de agrupamento em seleção de modelos de regressão não lineares para descrever o acúmulo de matéria seca em plantas de alho. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 31, n. 3, p. 337–351, 2013.

- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2021. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.
- REIS, R. M. et al. Modelos de regressão não linear aplicados a grupos de acessos de alho. **Horticultura Brasileira**, SciELO Brasil, v. 32, p. 178–183, 2014.
- REIS, R. M.; SILVA, A. R.; CECOM, P. R. Ajustes de modelos não-lineares aos dados de matéria seca do alho. In: 56ª REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA E 14º SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA. Maringá, Paraná, 2011.
- RIBEIRO, R. et al. Curva de crescimento em altura na cernelha de equinos da raça mangalarga marchador considerando-se heterocedasticidade. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, SciELO Brasil, v. 70, p. 272–278, 2018.
- RONCHI, C. P. et al. Acúmulo de nutrientes pelo cafeeiro sob interferência de plantas daninhas. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 21, p. 219–227, 2003.
- SALGADO, T. P. et al. Interferência das plantas daninhas no feijoeiro carioca. **Planta daninha**, SciELO Brasil, v. 25, n. 3, p. 443–448, 2007.
- SANTOS, J. C. F. et al. Manejo agroecológico de plantas daninhas da cultura do café. Embrapa Rondônia, 2014.
- SARI, B. G. et al. Nonlinear modeling for analyzing data from multiple harvest crops. **Agronomy Journal**, Wiley Online Library, v. 110, n. 6, p. 2331–2342, 2018.
- SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. **Nonlinear regression**. New Jersey: J. Wiley & Sons, Inc. Hoboken, 2003.
- SELLERS, B. A. et al. Comparative growth of six amaranthus species in missouri. **Weed Science**, BioOne, v. 51, n. 3, p. 329–333, 2003.
- SENAR - SERVIÇO NACIONAL DE APRENDIZAGEM RURAL. **Café: controle de pragas, doenças e plantas daninhas**. 1. ed. Brasília, 2017. 71 p.
- SHAPIRO, S.; WILK, M. An analysis of variance test for normality. **Biometrika**, Cambridge, v. 52, n. 3, p. 591–611, 1965.
- SHAW, W. C. Integrated weed management systems technology for pest management. **Weed science**, JSTOR, p. 2–12, 1982.
- SILVA, A. F. et al. Densidades de plantas daninhas e épocas de controle sobre os componentes de produção da soja. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 26, p. 65–71, 2008.
- SILVA, E. M. et al. Método de newton e gauss-newton na estimação dos parâmetros de modelo de regressao nao linear. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 728–734, 2019.

SILVA, É. M. d. et al. Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of ‘green dwarf’ coconut fruits. **Revista Brasileira de Fruticultura**, SciELO Brasil, v. 43, 2021.

SILVA, É. M. d. et al. Description of blackberry fruit growth by nonlinear regression models. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 42, 2020.

SILVA, K. S. O caruru (amaranthus sp.) será a nova buva? **weedout**, 2020. Disponível em: <<https://weedout.com.br/caruru/>>. Acesso em: 10 jun. 2021.

SILVA, M. L. **Modelagem não linear da dinâmica do carbono em solo tratado com lodo de curtume**. 56 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) — Universidade Federal de Lavras - UFLA, Lavras, 2021.

SINGER, J. D. et al. **Applied longitudinal data analysis: Modeling change and event occurrence**. [S.l.]: Oxford university press, 2003.

SOUZA, F. A. C. d. et al. Morphometric characteristics of the mangalarga marchador horse breed determined by nonlinear models. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 54, 2019.

SOUZA, G. d. S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. [S.l.]: EMBRAPA-SPI Brasília, 1998. 489 p.

SPADER, V.; VIDAL, R. A. Interferência de brachiaria plantaginea sobre características agrônômicas, componentes do rendimento e produtividade de grãos do milho. **Planta Daninha**, SciELO Brasil, v. 18, p. 465–470, 2000.

TEIXEIRA, G. L. et al. Growth curves of campolina horses using nonlinear models. **Livestock Science**, Elsevier, v. 251, p. 104631, 2021.

VASCONCELOS, M. C. C.; SILVA, A. F. A.; LIMA, R. S. Interferência de plantas daninhas sobre plantas cultivadas. **Agropecuária científica no semiárido**, v. 8, n. 1, p. 01–06, 2012.

VIVAN, R. A. A importância das plantas daninhas na agricultura. **Página Rural**, 2011. Disponível em: <<https://www.paginarural.com.br/artigo/2236/a-importancia-das-plantas-daninhas-naagricultura#:~:text=Entretanto%2C%20muitos%20benef%C3%ADcios%20tamb%C3%A9m%20podem,decumbens%2C%20B>>. Acesso em: 06 abr. 2021.

WHITE, R. T.; ARZI, H. J. Longitudinal studies: Designs, validity, practicality, and value. **Research in science education**, Springer, v. 35, n. 1, p. 137–149, 2005.

ZEFERINO, A. et al. Acompanhamento do crescimento. **Jornal de Pediatria**, Porto Alegre, v. 79, p. 23–32, 2003.

ZEVIANI, W. M.; JÚNIOR, P. J. R.; BONAT, W. H. Curso-modelos de regressão não linear. **Laboratório de Estatística e Geoinformação, Departamento de Estatística, Universidade Federal do Paraná, 58º RBRAS e 15º SEAGRO**, Campina Grande–PB, 101 p., 2013.