

# PRODUTO EDUCACIONAL

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA

SUHELEN SALES SOUTO SOUZA  
JOSÉ ANTÔNIO ARAÚJO ANDRADE

## O DESENVOLVIMENTO DOS NÚMEROS INTEIROS NO DIÁLOGO ENTRE PARES





# **O DESENVOLVIMENTO DOS NÚMEROS INTEIROS NO DIÁLOGO ENTRE PARES**





**ppgecem**

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

COLEÇÃO DE E-BOOKS *PRÁTICAS PEDAGÓGICAS E FORMAÇÃO DOCENTE*

# **O DESENVOLVIMENTO DOS NÚMEROS INTEIROS NO DIÁLOGO ENTRE PARES**

Suhelen Sales Souto Souza  
José Antônio Araújo Andrade

## Copyright © dos autores

Todos os direitos garantidos. Qualquer parte desta obra pode ser reproduzida, transmitida ou arquivada desde que levados em conta os direitos dos autores.

### Ficha catalográfica elaborada pela Coordenadoria de Desenvolvimento do Acervo da Biblioteca Universitária da UFLA

---

Souza, Suhelen Sales Souto

O desenvolvimento dos números inteiros no diálogo entre pares / Suhelen Sales Souto Souza, José Antônio Araújo Andrade. – Lavras: PPGCEM/UFLA, 2022. (Práticas pedagógicas e formação docente) 50 p. : il.

Bibliografia.

ISBN: 978-65-998258-2-8

1. Formação de professores. 2. Ensino de matemática. 3. Prática de ensino. I. Andrade, José Antônio Araújo. II. Título. III. Série.

CDD – 370.71

---

Ficha elaborada por Rafael Chaves Alem Martins (CRB 6/3590)

**Coordenador da Coleção de e-books *Práticas Pedagógicas e Formação Docente*:**  
José Antônio Araújo Andrade

**Editor responsável:**  
José Antônio Araújo Andrade

**Revisão:**

**Capa:**  
Suhelen Sales Souto Souza e José Antônio Araújo Andrade

**Diagramação:**  
José Antônio Araújo Andrade



## **Coleção de e-books Práticas Pedagógicas e Formação Docente**

José Antônio Araújo Andrade

Marianna Meirelles Junqueira

Iraziet da Cunha Charret

### **Conselho Editorial**

Dra. Adair Mendes Nacarato – Universidade São Francisco – Brasil

Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – Brasil

Dra. Adriana Correia de Almeida – Instituto Federal do Sul de Minas – Brasil

Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Dra. Cristina Carvalho de Almeida – Instituto Federal do Sul de Minas – Brasil

Dr. Evandro Fortes Rozentalski – Universidade Federal de Itajubá – Brasil

Dra. Flávia Cristina Figueiredo Coura – Universidade Federal de São João Del Rei – Brasil

Dra. Francine de Paulo Martins Lima – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Frederico Augusto Totti – Universidade Federal de Alfenas – Brasil

Dr. Gildo Giroto Junior – Universidade Estadual de Campinas – Brasil

Dra. Iraziet da Cunha Charret – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. João Pedro da Ponte – Universidade de Lisboa – Portugal

Dr. José Antônio Araújo Andrade – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dra. Leonor Santos – Universidade de Lisboa – Portugal

Dr. Luciano Fernandes Silva – Universidade Federal de Itajubá – Brasil

Dra. Maria do Carmo de Sousa – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Dra. Marianna Meirelles Junqueira – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Regilson Maciel Borges – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dra. Regina Célia Grando – Universidade Federal de Santa Catarina – Brasil

Dr. Ronei Ximenes Martins – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Vitor Fabrício Machado Souza – Universidade Federal do Paraná – Brasil

Dr. Wilson Elmer Nascimento – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Brasil



## SUMÁRIO

<b>1 APRESENTAÇÃO</b>	<b>9</b>
<b>2 PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA E COMPARTILHADA</b>	<b>13</b>
<b>MÓDULO 1</b>	<b>13</b>
<b>MÓDULO 2</b>	<b>20</b>
<b>MÓDULO 3</b>	<b>28</b>
<b>MÓDULO 4</b>	<b>35</b>
<b>MÓDULO 5</b>	<b>44</b>
<b>MÓDULO 6</b>	<b>46</b>
<b>3 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>47</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>49</b>





O curso intitulado *O desenvolvimento lógico-histórico dos números inteiros<sup>1</sup> no diálogo entre pares*, foi elaborado como objeto de pesquisa apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, com o objetivo de *investigar as relações que os professores do Ensino Fundamental Anos Iniciais estabelecem com os saberes docentes mobilizados para se ensinar Matemática, em um processo de formação compartilhada cujo enfoque seja a prática pedagógica*.

Entendemos o lógico–histórico como um método de análise do desenvolvimento da humanidade e conseqüentemente do conhecimento humano, considerando como o conhecimento foi se constituindo e vem se desenvolvendo ao longo da história, o porquê aconteceu dessa forma, qual o motivo histórico.

Defende-se que, o movimento lógico-histórico pode se configurar enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática. Considera-se que, o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza esta tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma que o lógico reflete os principais períodos da história do objeto. (SOUSA, 2018, p. 1)

O curso foi planejado para desenvolver-se em um ambiente de formação compartilhada, em que possibilita “estudos e ações pedagógicas que contribua na formação dos atores envolvidos, sendo esse processo mediado pela universidade nos aspectos voltados ao ensinar e às interações no contexto da práxis” (ANDRADE, 2012, p. 7). Dessa forma, o público alvo do curso são tanto os formadores de

---

<sup>1</sup>Baseados em Caraça (1971) entendemos a sequência dos números inteiros como os números naturais acrescidos do zero. “Ao primitivo, de hoje ou dos tempos pré-históricos, não ocorre, porém, o considerar o zero como um número, por isso, não chamaremos ao zero um número natural e à sucessão 0, 1, 2, 3,... chamaremos sucessão dos números inteiros” (CARAÇA, 1951, p. 6).

professores (mediadores do curso), quanto os professores e professoras, que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, em formação continuada.

Ressaltamos que não temos a pretensão e nem o propósito que o curso seja um algoritmo a ser seguido. O desenvolvimento de cada módulo e do curso em si, dependerá das interações e identidade profissional de cada professor e professora envolvido.

A identidade profissional é a forma como os professores se definem a si mesmos e aos outros. É uma construção do seu *eu* profissional, que evolui ao longo da sua carreira docente e que pode ser influenciada pela escola, pelas reformas e contextos políticos [...]. (MARCELO, 2009, p. 11)

Sugerimos o curso em 6 módulos (Quadro 1), com um total de 80 horas<sup>2</sup>. A duração de cada módulo poderá ser fracionada e organizada de acordo com a disponibilidade e necessidade de cada grupo.

**Quadro 1 – Cronograma do curso**

<b>Módulo</b>	<b>Duração</b>	<b>Situações Desencadeadoras de Aprendizagem Docente</b>
<b>1</b>	8 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Apresentação da proposta de formação compartilhada e do cronograma de atividades.</li> <li>▪ Socialização das experiências que os professores e professoras vivenciaram com a Matemática ao longo do processo formativo (educação básica e ensino superior) e das práticas pedagógicas que realizam como docentes.</li> <li>▪ Discussão sobre mitos da Matemática.</li> <li>▪ Discussão sobre o que é o memorial de formação e proposição da elaboração de memoriais por parte dos professores e professoras.</li> </ul>
<b>2</b>	8 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Introdução a Teoria Histórico-Cultural.</li> <li>▪ Estudo do desenvolvimento lógico-histórico dos números inteiros.</li> </ul>
<b>3</b>	8 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Estudo do nexos conceitual base dos números inteiros.</li> </ul>
<b>4</b>	8 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davidov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração</li> </ul>
<b>5</b>	16 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Planejamento de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) do conceito de número inteiro, em grupo.</li> </ul>
<b>6</b>	8 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Socialização do desenvolvimento das SDA do conceito de número inteiro.</li> <li>▪ Confraternização.</li> </ul>
<b>Individual</b>	24 h	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Escrita do memorial de formação, planejamento e desenvolvimento das SDA do conceito de número inteiro, leituras de textos propostos.</li> </ul>

Fonte: Dos autores (2022).

<sup>2</sup>Essa duração é apenas uma sugestão, nossa intenção não é engessar o curso. Essa proposta foi feita pensando na realidade que a pesquisador e pesquisador viviam com o seu grupo. Podendo esse tempo ser maior ou menor, dependendo da interação do grupo.

A carga horária total consiste nas seguintes atividades:

- Encontros presenciais (discussões, socializações, realização de atividades de ensino do curso).
- Planejamento de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) dos conceitos estudados, planejados individualmente e coletivamente.
- Desenvolvimento em sala de aula das SDA.
- Escrita do memorial de formação.

Dessa forma, apresentamos a proposta do curso de formação continuada e compartilhada para professores e professoras que Ensinam Matemática.





## PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA E COMPARTILHADA

O objetivo do curso é criar um espaço para problematizar, vivenciar e refletir sobre o ensinar Matemática, em que, a partir do estudo do conceito de números inteiros, serão socializadas questões vivenciadas na prática docente e discutidas as opções didático-pedagógicas para o ensino da Matemática fundamentados na teoria histórico-cultural.

A partir desses estudos e discussões, propomos a elaboração de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) com o grupo. Cada professor e professora irão desenvolver em suas respectivas turmas e, posteriormente, compartilhar como foi o desenvolvimento das SDA, bem como suas percepções, contribuindo para a formação coletiva.

A seguir será detalhado o planejamento de cada encontro, no qual chamamos de módulo.

### MÓDULO 1

Sugerimos que se inicie o primeiro encontro com a apresentação do curso e seu cronograma, de modo que os/as participantes compreendam como será a dinâmica das atividades e se organizem para os encontros presenciais. Em seguida, é relevante propor uma discussão e socialização das práticas docentes para interação e conhecimento do grupo em si.

Uma sugestão é que os professores e as professoras relatem vivências que tiveram com a Matemática desde a educação básica até o ensino superior, evidenciando como enxergavam a Matemática enquanto estudantes e se de alguma maneira isso influencia e/ou influenciou a sua prática docente. Para que o grupo sint-

se confortável para iniciar a discussão, pode ser utilizado o recurso digital Mentimeter<sup>3</sup>, e solicitar que digitem, no mínimo três palavras, que os/as remetem a Matemática. Neste recurso, as palavras que aparecem repetidamente vão ficando maiores, como é mostrado na Figura 1:

**Figura 1** – Mentimeter: Quais palavras lhe remetem à Matemática?



Fonte: Dos autores (2019).

Conforme as palavras forem surgindo, as discussões poderão ser problematizadas. Acredita-se que durante essas discussões possam surgir alguns mitos em torno da Matemática e do ensino da Matemática. Entendemos que esses mitos são estereótipos comuns entre estudantes, pais e até mesmo especialistas sobre a Matemática.

Para aprofundarmos a discussão e reflexão sobre esses mitos, propomos as tirinhas<sup>4</sup> que seguem abaixo, em que o humor consiste na crítica de alguns destes mitos que muitos de nós carregamos, consciente ou inconscientemente, desde a educação básica e que estão tão consolidados no senso comum que até soam como “naturais” e acabam por interferir em nossa prática docente<sup>5</sup>.

<sup>3</sup>Disponível em [www.menti.com](http://www.menti.com). Trata-se de um recurso digital para fazer e realizar uma enquete interativa. É gratuito e não necessita de registro. Os participantes podem acessar com um celular ou computador, com internet, e com um código, respondem instantaneamente sem a necessidade de se identificarem. Enquanto a enquete é “alimentada” ela pode ser projetada por um Datashow, para que todos acompanhem.

<sup>4</sup>As tirinhas foram elaboradas por Silva (2019) em sua pesquisa de mestrado desenvolvida no programa de Pós Graduação em Educação na Universidade Federal de Lavras – UFLA.

<sup>5</sup>Para conduzirmos este momento, nos baseamos em uma proposta, feita pela Prof<sup>a</sup> Dra. Maria do Carmo de Sousa da UFSCar, na disciplina de Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 1.

## Mitos acerca da Matemática e do ensino da Matemática

**1º Mito:** Alunos possuem dificuldades, pois não aprenderam bem no ano anterior.

**2º Mito:** Desenvolvimento linear e verdades inquestionáveis.

**Figura 2 – Primeiro e segundo mito.**



Fonte: Silva (2019).

**3º Mito:** Ensino constituído essencialmente pelo ensino de regras

**Figura 3 – Terceiro mito.**



Fonte: Silva (2019).

**4º Mito:** Surge sem relação com a realidade.

**Figura 4 – Quarto mito.**



Fonte: Silva (2019).

**5º mito:** Criada por matemáticos e sábios.

**6º mito:** A matemática não é para todos.

**Figura 5 –** Quinto e sexto mito.



Fonte: Silva (2019).

Além desses mitos, outros poderão surgir e serem discutidos. Assim, propomos reflexões, com sugestão abaixo, acerca da desmistificação dos assuntos abordados. Neste momento, é importante que os professores e as professoras possam se posicionar, concordando, discordando, ou ampliando a discussão e enriquecendo essa experiência.

**1º Mito:** Alunos possuem dificuldades, pois não aprenderam bem no ano anterior.

**Desmistificação:** de acordo com Souza (2018), o aluno ou a aluna pode aparentar ter se apropriado de determinado conhecimento mediante as propostas do professor, enquanto na verdade apenas domina as técnicas para resolver determinada situação e/ou exercício. Neste caso, provavelmente terá dificuldades no ano seguinte, pois o conceito não foi realmente construído. Porém, mesmo que o aluno tenha assimilado muito bem todos os conteúdos de um ano, isso não garante que ele irá ter facilidade no ano seguinte, principalmente quando houver ruptura conceitual, como por exemplo em nossa tirinha (Figura 2), no estudo dos números naturais, não é possível resolver a divisão de 2 por 4, mas quando avançamos para os números racionais, isso é possível.

**2º Mito:** Desenvolvimento linear e verdades inquestionáveis

**Desmistificação:** A história é construída essencialmente pelo homem, assim como o conhecimento, que é uma produção social e não individual. Dessa forma, o conhecimento e a Matemática, perpassou e ainda perpassa por um longo processo de estruturação, com muitas idas e vindas. De acordo com Sousa (2018) um exemplo

seria a descoberta do número irracional que já havia sido feita por Pitágoras (500 a C). No entanto, por muitos séculos tal conhecimento foi escondido, ficando proibido a sua divulgação pelos discípulos de Pitágoras.

**3º Mito:** Ensino constituído essencialmente pelo ensino de regras

**Desmistificação:** Conforme discutimos no mito 1, apenas a memorização e domínio de técnicas não garante que o conteúdo tenha sido consolidado. Por isso, muitas vezes o aluno diz que sabe determinado conteúdo, porém não consegue desenvolver atividades desse mesmo conteúdo com outros contextos., por exemplo, o aluno consegue realizar muito bem o algoritmo da adição, porém não consegue resolver uma situação problema que envolva a ideia de adição, justamente por não ter se apropriado do conceito.

**4º Mito:** Surge sem relação com a realidade

**Desmistificação:** A medida que a humanidade se desenvolve, suas necessidades também vão se desenvolvendo. Para atender essas necessidades o homem vai constituindo determinado conhecimento, é o lógico–histórico, teve um motivo para a sociedade “para e pensar” sobre determinado assunto, ou seja, para colocar determinado conhecimento em movimento. Como por exemplo, quando precisou começar a realizar contagem de suas criações, precisou criar estratégias para realizar esse processo.

**5º mito:** Criada por matemáticos e sábios

**Desmistificação:** Grande parte do conhecimento Matemática que temos hoje, foi criado por personagens anônimos em um longo processo de evolução até ser apropriado e estruturado por estudiosos (filósofos e matemáticos). Como por exemplo, às margens do Rio Nilo, funcionários do governo utilizavam cordas com nós equidistantes para fazer a medição das propriedades após as cheias do rio, em que utilizavam as propriedades do triângulo retângulo, muito antes dos estudos de Pitágoras.

**6º mito:** A matemática não é para todos

**Desmistificação:** Cada pessoa tem seu ritmo de desenvolvimento, uns conseguem mais rápido e outros precisam de um tempo um pouco maior, porém todos são capazes de aprender e dominar a Matemática. A forma como concebemos o conhecimento interfere na maneira como aprendemos, por exemplo, se a Matemática é vista como verdade absoluta e algo inatingível, é possível que isso gere certa dificuldade no aprendizado. Por isso é fundamental trabalharmos a desmistificação em torno da Matemática e seu ensino.

Nas desmistificações, sugerimos não aprofundar teoricamente as discussões, dado que será feito, posteriormente, no desenvolvimento das atividades dos próximos módulos. Para finalizar este primeiro módulo, propomos ao grupo que as discussões iniciais sobre a Matemática em diferentes momentos de suas vidas culminem na elaboração de um memorial de formação, no qual cada professor e professora narre que relações vem desenvolvendo com a Matemática ao longo de sua vida, explicitando as concepções e (re)significações que possam estar ocorrendo consigo mesmos.

O objetivo é possibilitar uma prática reflexiva em cada professor e professora, pois durante a escrita, “prática e reflexão unem-se, estabelecendo um íntimo diálogo e permitindo por meio da tríade lembrar/repensar/re-significar uma possibilidade de construir/refazer/transformar suas próprias experiências e práticas pedagógicas” (FREITAS; SOUSA, 2004, p. 65). Dessa forma, é relevante que a escrita do memorial não se restrinja apenas a essa versão inicial, enfatizamos que essa prática continue sendo desenvolvida, não só durante o curso, como em toda trajetória profissional.

Para orientar sobre a escrita do memorial, sugerimos a leitura e discussão do texto<sup>6</sup>: **Memorial de formação: quando as memórias narram a história da formação**, seguidos das seguintes problematizações:

- Que fatos relacionados à Matemática marcaram a sua vida de estudante da Educação Básica?
- E na formação inicial?

---

<sup>6</sup>PRADO, G. V. T.; SOLIGO, R. [Memorial de formação: quando as memórias narram a história da formação](#). In: PRADO, G.; SOLIGO, R. (Org.). Porque escrever é fazer história: revelações, subversões, superações. Campinas, SP: Graf, 2005. p. 45-60.

- Que relações vêm desenvolvendo com a Matemática ao longo de sua vida? Explícite traumas, bloqueios, paixões, concepções e etc.
- Essas relações têm alguma influência na sua prática docente?

Ressaltamos que a escrita dessa primeira versão do memorial de formação, seja feita antes do início do segundo módulo, pois é possível que no desenvolvimento dos encontros hajam (re)significações das relações estabelecidas com os saberes docentes desenvolvidas nas práticas pedagógicas em Matemática. Assim, com o registro inicial é possível que os professores e as professoras tenham essa percepção, pois a “escrita da narrativa remete o sujeito a uma dimensão de auto escuta, como se estivesse contando para si próprio suas experiências e as aprendizagens que construiu ao longo da vida, através do conhecimento de si” (SOUZA, 2006, p. 14).

## MÓDULO 2

Sugerimos como estudo e preparação para o primeiro encontro deste módulo, um vídeo<sup>7</sup> de aproximadamente 44 minutos, no qual a prof<sup>a</sup>. Dra. Marta Kohl aborda as principais ideias dos estudos de Vigotski, que fundamentam a Teoria Histórico-Cultural, suporte teórico do curso. Assim, este módulo se inicia com a introdução a Teoria Histórico-Cultural e, para orientar as discussões, disponibilizamos um mapa conceitual, para ser impresso no tamanho A2, para melhor visualização e organização das ideias.

Entendemos que, como o foco do módulo é o estudo do desenvolvimento lógico-histórico dos números inteiros, não é imprescindível o aprofundamento da Teoria Histórico-Cultural, por esse motivo sugerimos esse mapa conceitual já esteja pronto. Porém, caso seja possível, seria significativo que os professores e professoras produzissem seus próprios mapas conceituais a partir a leitura da obra “A Construção do Pensamento e da Linguagem”<sup>8</sup>, de Vigotski e dos artigos “Vigotski e a pedagogia histórico-crítica - a questão do desenvolvimento psíquico” (DUARTE, 2013)<sup>9</sup>, “A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov” (LIBÂNEO, 2004)<sup>10</sup> e “A sociologia da infância e a teoria histórico-cultural: algumas considerações” (PRESTES, 2013)<sup>11</sup> para aprofundamento da teoria.

Para o desenvolvimento deste módulo, elaboramos uma sequência de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem Docente (SDA Docente), baseados nos trabalhos de Rezende (2010) e Brasil (2014), no qual exploram os nexos conceituais dos números inteiros (senso numérico, correspondência um a um, agrupamento, valor posicional, base, composição e decomposição) através da

<sup>7</sup>Disponível em <https://youtu.be/T1sDZNSTuyE>

<sup>8</sup>VIGOTSKI, Lev Semenovitch. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009, 520p.

<sup>9</sup>DUARTE, N. Vigotski e a pedagogia histórico-crítica: a questão do desenvolvimento psíquico. **Nuances**: estudos sobre Educação, Presidente Prudente, SP, v. 24, n. 1, p. 19-29, jan./abr. 2013.

<sup>10</sup>LIBÂNEO, José Carlos. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. *Revista Brasileira de Educação*, Set /Out /Nov /Dez 2004, p. 5-27.

<sup>11</sup>PRESTES, Zoia. A sociologia da infância e a teoria histórico-cultural: algumas considerações. *Revista Educação Pública*, Cuiabá, v. 22, n. 49/1, p. 295-304, maio/ago, 2013.

dialética lógico-histórico, possibilitando um ambiente de trocas, aprendizagem e (re)significações a partir do diálogo entre pares.

Entendemos como nexos conceituais, os conhecimentos que necessito mobilizar para construir o conceito central, são “os elos que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (SOUSA, 2018, p. 50), ou seja, “o elo entre as formas de pensar o conceito” (SOUSA, 2018, p. 51).

O objetivo ao trabalhar dessa forma é possibilitar que, diante das situações propostas, os professores e as professoras vivenciem e criem estratégias semelhantes às criadas pelo homem na história da construção desse conceito e não apenas entendam, mas sintam a necessidade semelhante a que gerou o processo de criação dos números inteiros.

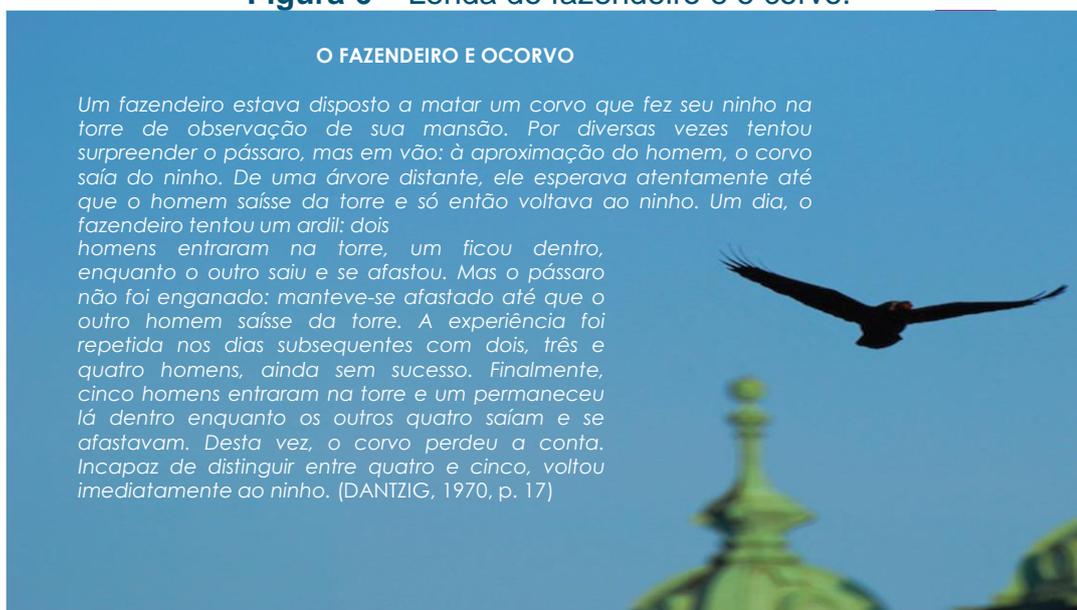
Segundo Caraça (1951) é muito cômodo e falso pensarmos que a humanidade criou primeiro todos os números para depois aplica-los à prática. A verdade foi contrária, os números surgiram e desenvolveram em um longo processo, milhares de anos, a partir de problemas simples de contagem do dia a dia, e a medida que a civilização foi desenvolvendo-se esse processo foi se aperfeiçoando, “pode afirma-se com segurança que o homem primitivo de há 20.000 ou mais anos não tinha destes números o mesmo conhecimento que temos hoje” (CARAÇA, 1951, p. 4).

As três Situações Desencadeadoras de Aprendizagem Docente (SDAD) a seguir, exploram respectivamente os nexos senso numérico, correspondência um a um e agrupamento.

## SDAD 1: O homem e o corvo

Para trabalhar o primeiro nexso conceitual, senso numérico, iniciamos com a seguinte situação:

**Figura 6 – Lenda do fazendeiro e o corvo.**

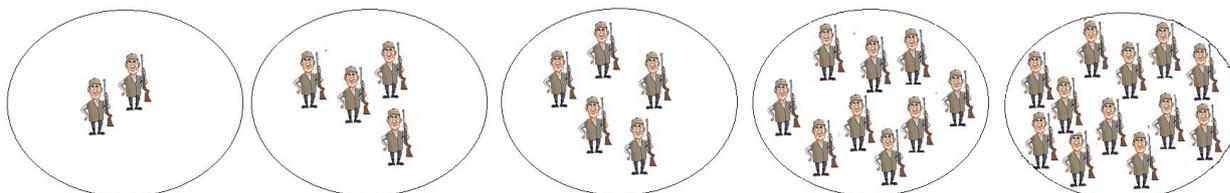


Fonte: Brasil (2014).

Sugerimos que a leitura seja feita por uma pessoa em voz alta e em seguida, propomos os seguintes questionamentos: O que vocês entenderam da situação? Será que o corvo sabia contar? Como ele sabia quando ainda restava alguém na torre? Mas por que ele não percebeu que havia um quinto homem na torre?

A princípio, deixamos a questão em aberto, e apresentamos uma nova situação, semelhante ao do corvo, em que através de uma apresentação em Power Point se exibiu uma sequência de cinco imagens com quantidades diferentes de homens (2, 4, 5, 9, 12) e dispostos de forma desorganizada, conforme figura abaixo.

**Figura 7 – Quantidade de caçadores.**



Fonte: Dos autores (2019).

Para que os professores e professoras não sejam pegos de surpresa e fiquem perdidos gerando a necessidade de reapresentação das imagens, é importante que antes da apresentação, seja explicado que será uma sequência de cinco imagens

passadas rapidamente (em cada slide aparece apenas um conjunto de homens), no qual terão que memorizar a quantidade de homens que há em cada uma delas. Dessa forma, a apresentação deve ser rápida para que os professores e as professoras não tenham tempo para realizar a contagem, sendo necessário utilizarem suas capacidades do senso numérico.

Em seguida, sugerimos que seja registrado em um quadro (Quadro 2) as quantidades de homens que os professores e as professoras conseguiram identificar em cada conjunto (slide). É necessário que mantenham essas informações registradas, pois retornaremos a elas durante a Atividade 3.

**Quadro 2 – Organização dos registros do grupo no segundo módulo – SDAD 1.**

DOCENTE	FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3	FIGUARA 4	FIGURA 5

Fonte: Dos autores (2019).

Organizando as informações dessa maneira, convidamos os professores e as professoras a refletirem e discutir sobre os resultados. Acredita-se que a partir da terceira imagem já comece a haver alguma divergência entre os números, justamente pelo fato do nosso senso numérico conseguir distinguir com facilidade até cinco elementos.

Nas discussões, é importante abordar qual quantidade os professores e professoras mais acertaram e erraram, a partir de qual quantidade os erros começaram a se tornar mais frequentes, e questioná-los como fizeram para identificar tais quantidades. Em seguida, propomos a retomada da Atividade 1, como acreditam que o corvo identificou a quantidade de pessoas que havia na torre. Afinal de contas, o corvo sabia contar?

Neste momento, é importante definir que senso numérico é “a capacidade que permite diferencias, sem contar, pequenas quantidades de grandes quantidades e perceber onde há mais ou menos e perceber quando há igualdade entre dois conjuntos” (BRASIL, 2014, p. 7).

Pelo fato de o homem nômade não ter moradia fixa e não possuir bens, não tinha necessidades de contar, vivia apenas do que a natureza lhe oferecia e assim precisava apenas reconhecer pequenas quantidades para saber se o que caçava, pescava e/ou colhia era suficiente para alimentar seu pequeno bando. Mas com o

desenvolvimento da humanidade, mudou seus hábitos, fixou moradia, começou a plantar seu próprio alimento e a ter criações, com isso às necessidades foram mudando.

## **SDAD 2: De professor à pastor de ovelhas**

Essa atividade tem por objetivo desenvolver a noção de correspondência um a um, outro nexos conceitual dos números inteiros. Para isso, propomos que cada professor e professora se imagine como um pastor de ovelhas, e como tal precisa cuidar de seu rebanho.

Assim, devido a sua capacidade natural de reconhecer quantidades, desconfia-se que seu rebanho esteja diminuindo com o passar dos dias, levando-o a conclusão que algum vizinho os esteja furtando ou algum animal anda “visitando” seu pasto. Mas como o pastor pode ter certeza disso? O que você faria para diagnosticar essa situação? Como saberia se está faltando ovelhas? Após os professores e professoras elaborarem suas estratégias para resolver este problema, façam uma socialização do que pensaram para tal situação.

Encontramos na história, que quando o rebanho era pequeno, o pastor dava nome a suas ovelhas e associava esse nome a alguma característica específica da ovelha, assim lhe permitia saber se estava faltando e caso sim, qual delas. Porém quando o rebanho era um pouco maior, memorizar tantos nomes não era uma tarefa tão fácil, então outra estratégia era, ao soltar as ovelhas no pasto, colocava uma pedrinha para cada ovelha, que passava em sua frente, dentro de um saco. Ao final do dia, quando as ovelhas retornavam para o cercado, mesmo que o pastor ainda não soubesse exatamente quantas ovelhas tinha, esse método lhe dava condições de ter um controle se estava ou não faltando algum animal.

Prossiga questionando o que significa sobrar ou faltar pedrinhas dentro do saco, e solicite que relacionem a eficácia dessas estratégias com as que foram criadas pelo grupo. Finalizamos este momento explicitando que no processo de desenvolvimento da humanidade, surgiu a necessidade de registrar quantidades cada vez maiores, para que pudessem ter controle do que se produzia e se essa quantidade era suficiente para alimentar seu bando.

Seu senso numérico já não bastava, então criou-se o método de hoje chamamos de correspondência um a um, que “é a relação que se estabelece na

comparação unidade a unidade entre os elementos de duas coleções. Nessa comparação, é possível determinar se duas coleções tem a mesma quantidade de objetos ou não, e qual tem mais ou qual tem menos”. (BRASIL, 2014, p. 15)

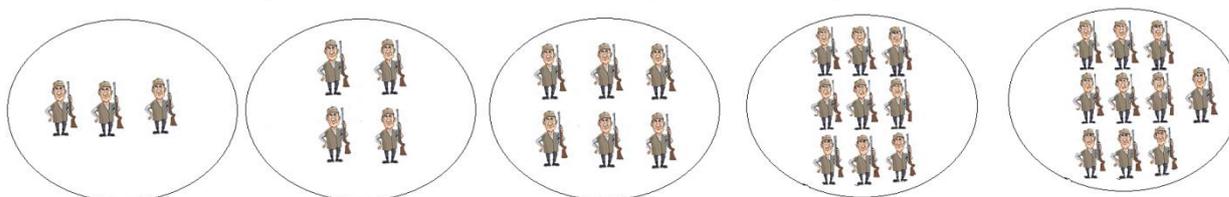
### SDAD 3: Juntando varetas

Iniciamos essa SDA Docente com a seguinte problematização: E se você tivesse mais de quatrocentas ovelhas, esses métodos elaborados na SDA Docente 2 seriam práticos? Como você faria para registrar essa quantidade? Com essa pergunta, pretende-se gerar a necessidade de uma sistematização da contagem, já que a correspondência um a um não é tão eficiente para uma quantidade maior de elementos, como por exemplo quatrocentos. Nesta SDA Docente, abordaremos a noção de agrupamento, outro nexos conceitual dos números inteiros.

É possível que na SDA Docente 2, alguém tenha feito a contagem das ovelhas por agrupamento. Nesse caso, a SDA Docente 3 pode ser iniciada questionando a(s) pessoa(s) o motivo de usarem tal estratégia.

Em seguida, retornamos à SDA Docente 1 – O homem e o corvo, porém apresentamos outra sequência de cinco imagens, agora com 3, 4, 6, 9 e 10 homens organizados de forma ordenada (linha e coluna), conforme ilustrado abaixo.

**Figura 8** – Quantidade de caçadores – organizados.



Fonte: Dos autores (2019).

A apresentações da segunda sequência deve ser realizada no mesmo tempo proposto na SDA Docente 1, porém espera-se que os professores e professoras sintam mais facilidade desta vez, devido a organização dos conjuntos, que foram agrupados em colunas com quantidades iguais de elementos, ficando apenas a última imagem com uma coluna diferente.

Para verificar tal situação, registramos as quantidades encontradas em um quadro (Quadro 3) e, em seguida, solicitamos que analisem desse quadro e relacionem com o Quadro 2, que deve estar visível, então problematizamos: São as

mesmas quantidades? Houve mais ou menos erros? Por que isso aconteceu? Qual das duas sequências vocês tiveram mais facilidade para identificar as quantidades? Por que acreditam que foi mais fácil?

**Quadro 3 – Organização dos registros do grupo no segundo módulo – SDAD 3.**

DOCENTE	FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3	FIGUARA 4	FIGURA 5

Fonte: Dos autores (2019).

Como estabelecemos uma relação entre os valores encontrados nas duas situações, optamos por colocar quantidades diferentes de homens, para que, caso os professores e professoras sintam mais facilidade na contagem da segunda sequência (Figura 7), seja devido a organização e não por terem memorizado os números da SDA Docente 1.

Após este momento, retomamos o questionamento feito no início da SDA Docente, “E se você tivesse mais de quatrocentas ovelhas, como faria para registrar essa quantidade?”. Para isso, sugerimos entregar um punhado de grãos de feijão (quantidades entre 45 e 55 grãos, já separados em saquinhos de chup-chup) para cada professor e professora, para que simulem seus rebanhos e apresentem suas posses. Porém, para registrar ainda não podem utilizar os números, apenas desenhos ou outra estratégia que queiram. Finalizamos socializando as estratégias criadas.

Espera-se que essas estratégias sejam mais aprimoradas do que as utilizadas da SDA Docente 1, pois anteriormente contávamos apenas com o senso numérico e a correspondência um a um. Situação semelhante ao processo lógico-histórico da criação dos números, em que a partir de novas necessidades o homem foi aperfeiçoando sua maneira de contar.

Os povos primitivos mais atrasados que hoje se conhecem têm uma vida social tão pouco desenvolvida que, para os problemas que se lhes põem, bastam os números naturais. É só quando o nível de civilização se vai elevando e, em particular, quando o regime de propriedade se vai estabelecendo, que aparecem novos problemas [...], os quais exigem a introdução de novos números. (CARAÇA, 1951, p. 5 – 6)

Assim, a partir da socialização das estratégias, definimos um novo nexos conceitual, o agrupamento. “A necessidade de contar grandes quantidades levou o

ser humano a superar a correspondência um a um e organizar “montes” ou “grupos” de quantidades, ou seja, a contagem por agrupamento” (BRASIL, 2014, p. 15).

## MÓDULO 3

Dando continuidade ao módulo anterior, iremos aprofundar as reflexões acerca do nexos conceitual agrupamento, pois é “importante refletir que, hoje, o agrupamento do nosso sistema é decimal porque a humanidade, no início da nossa civilização, teve os dedos das mãos como instrumento de contagem” (BRASIL, 2014, p. 13).

Devido ao fato de agruparmos de dez em dez e utilizarmos dez símbolos para isso, dizemos que nosso sistema de numeração é escrito na base 10. Base “nada mais é do que o número de unidades que é necessário agrupar no interior de uma ordem dada para formar uma unidade de ordem imediatamente superior” (IFRAH, 1997, p. 48).

É fundamental que os professores e professoras compreendam os sistemas de numeração que não sejam de base dez, para que consolidem seus conhecimentos sobre a construção do nosso sistema de numeração, já que o princípio da base marcou o nascimento dele (IFRAH, 1997) e de outros que temos na história. Por tanto, propomos neste módulo uma sequência de SDA Docente para que possamos trabalhar o princípio da base.

Ressaltamos que, em concordância com Brasil (2014), essa prática deve ficar restrita aos professores e professoras, não devendo ser levado para a sala de aula, principalmente na fase de alfabetização, pois pode gerar grande confusão e atrapalhar o processo de construção do conceito.

### **SDAD 4: Jogo das fichas coloridas I (Nunca 2)**

Essa SDA Docente pode ser desenvolvida em duplas, e o material necessário é um dado e várias fichas retangulares com as cores rosa, lilás e amarela, conforme ilustração abaixo:

Figura 9 – Jogo das fichas coloridas 1.



Fonte: Brasil (2014).

Os professores e professoras, um(a) de cada vez, lançam o dado, e o número que sair na face de cima corresponde a quantidade de fichas rosas que a pessoa deverá pegar. Ao agrupar duas fichas rosas, troca-se por uma azul, e, ao agrupar duas fichas azuis, troca por uma amarela. Vence quem conseguir duas fichas amarelas primeiro.

Ao final, levantamos os seguintes questionamentos: Qual o valor de cada ficha? Qual sua pontuação final? Pretende-se que os professores e professoras cheguem a conclusão que cada ficha rosa vale um ponto, cada azul 2 pontos e cada amarela 4 pontos, então vence quem fizer 8 pontos primeiro.

### **SDAD 5: Jogo das fichas coloridas II (Nunca 4)**

Essa SDA Docente é semelhante à anterior, porém as trocas ocorrem da seguinte forma: ao agrupar quatro fichas rosas, troca-se por uma azul, e, ao agrupar quatro fichas azuis, troca por uma amarela. Vence quem conseguir duas fichas amarelas primeiro. Questionaremos o que mudou do primeiro para o segundo jogo. Pretende-se que os professores e professoras concluam que a ficha rosa continua valendo um ponto cada uma, porém cada azul agora vale 4 pontos e cada amarela 16 pontos, então vence quem fizer 32 pontos primeiro.

### **SDAD 6: Jogo Nunca 10**

Para essa SDA Docente sugerimos o material dourado e dois dados. A soma das faces superiores dos dados corresponde a quantidade de cubinhos que o professor deve pegar e, a cada 10 cubinhos, deve-se efetuar a troca por uma barrinha (dezena), que ao agrupar 10, deve-se efetuar nova troca por uma placa. Vence quem conseguir a placa primeiro (centena).

Durante as SDA Docente 1, 2 e 3 é importante atentarmos aos comentários feitos pelos professores, buscando entender quais relações estão estabelecendo em torno dos três jogos, como estão assimilando, podendo fazer algumas problematizações para aprofundar a reflexão.

## SDAD 7: Primeiras calculadoras da história

Para contextualizar esta SDAD, iniciamos contando a seguinte história:

### ***Contagem e o princípio do Sistema de Numeração de Base Dez*** <sup>12</sup>

*Certas tribos de Madagascar tinham um costume bem prático para avaliar seus rebanhos. Elas faziam as ovelhas desfilarem em "fila indiana" por uma passagem bem estreita. Quando cada um saía, depositava-se uma pedra num fosso cavado no chão. Com a passagem da décima ovelha, substituía-se as dez pedras deste fosso por uma delas apenas, depositada numa segunda fileira, reservada para as dezenas.*

*Depois se recomeçava a amontoar pedras no primeiro fosso, até a passagem da vigésima ovelha, quando se colocava uma segunda pedra na segunda fileira. Quando esta última contava, por sua vez, com dez pedrinhas, tendo sido contadas cem ovelhas, estas eram substituídas por uma pedra colocada num terceiro fosso, reservada para centenas. E assim por diante, até a última ovelha.*

*Ao atingir, por exemplo, 456 ovelhas, havia seis pedras na primeira fileira, cinco na segunda e quatro na terceira. Sem o saber, esses malgaxes tinham inventado o ábaco. Outros povos tiveram a ideia de substituir essas colunas por hastes de metal ou de madeira dispostas paralelamente e cada pedra por uma bola furada que podia correr livremente ao longo dessas hastes – foi assim que inventaram o contador mecânico.*

Propomos que os professores suponham que, na história apresentada acima, os agrupamentos não fossem feitos de 10 em 10, e sim de 4 em 4, seguindo a mesma lógica narrada na história, e então simulem como ficaria. Em seguida, questionamos: Em caso de um aumento significativo do rebanho, teria uma forma mais eficiente para o registro do número de ovelhas? Se sim, qual?

---

<sup>12</sup>Adaptado de Ifrah (1997).

Neste momento, espera-se que os professores sugiram a criação de símbolos para o registro dessas quantidades, uma vez que com grandes quantidades as estratégias elaboradas até então já não são tão práticas.

### **SDAD 8: Tribos Madagascar<sup>13</sup>**

Suponhamos que a tribo Madagascar, diante da dificuldade em registrar suas posses, criou um sistema de numeração em que os doze primeiros termos são: **<, +, N, <I, <<, <+, <N, +I, +<, ++, +N, NI**. E registraram o sumiço de **+N<** ovelhas. Que número é esse?

As SDA Docente anteriores (1, 2 e 3) foram planejadas para que dessem subsídios para que os professores e as professoras possam concluir que esse sistema de numeração, Madagascar, é um sistema de base quatro, ou seja, as trocas ocorrem de quatro em quatro, assim como o Jogo das fichas coloridas II. Assim, **+N<** poderia ser reescrito como 231(4), utilizando os algarismos indo-arábicos, portanto, passando este número para a base decimal, encontramos 45.

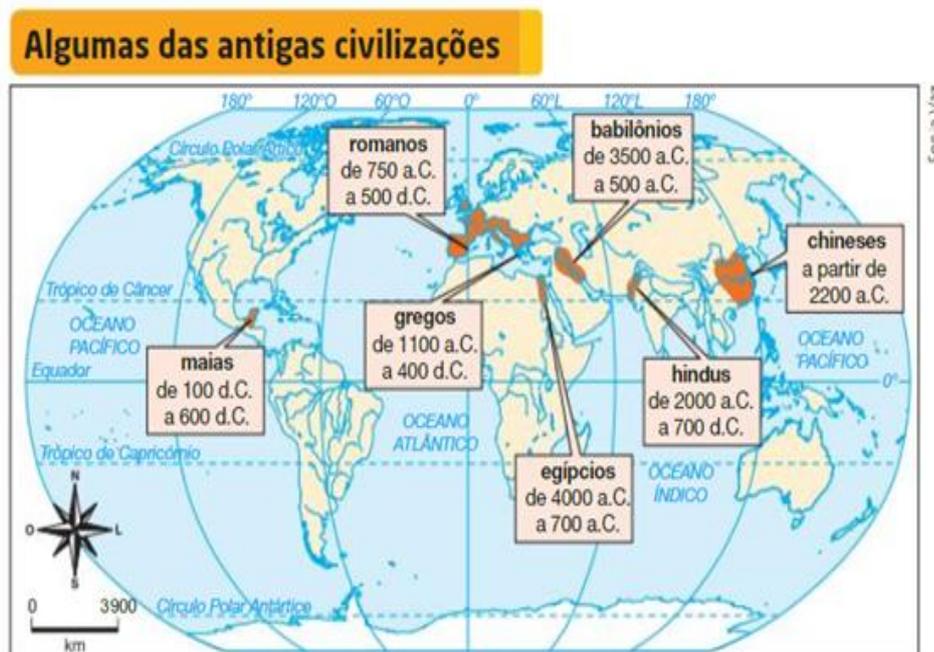
Após “desvendarem” este sistema de numeração, discutiremos que a necessidade da humanidade em registrar quantidades cada vez maiores, fez com que fossemos aperfeiçoando a maneira de contar e representar. As marcas foram substituídas por símbolos que obedeciam a certas regras e assim, foram sendo criados vários sistemas de numeração. Definimos sistema de numeração como um conjunto de símbolos combinados segundo um conjunto de regras, constituídas sócio-historicamente, usados para descrever (representar) quantidades.

Abaixo, podemos observar a localização geográfica de alguns povos que criaram os principais sistemas de numeração da história (romanos, babilônico, mais, chinês, grego, egípcio), e em seguida, os símbolos utilizados por eles (Figuras 10 e 11).

---

<sup>13</sup>Adaptado de ROSA, J. E., MORAES, S. P. G. de, CEDRO, W. L. **A Formação do Pensamento Teórico em uma Atividade de Ensino de Matemática**. In: MOURA, M. O.de (Org.). A Atividade Pedagógica na teoria Histórico Cultural. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016b. Cap. 6. pp. 155-186.

**Figura 10** – Mapa-múndi de algumas civilizações que criaram sistema de numeração.



**Fonte:** Castrucci; Giovanni; Giovanni Júnior (2015).

O sistema de numeração dos hindus foi aperfeiçoado e difundido pelos árabes por toda a Europa, passando por um longo processo de evolução até chegar o sistema de numeração que utilizamos hoje, conhecido como Indo-arábico.

**Figura 11** – Evolução do sistema de numeração Indo-arábico.

HINDU 300 a.C.	-	=	≡	𑆑	𑆒	𑆓	𑆔	𑆕	𑆖	𑆗
HINDU 500 d.C.	𑆑	𑆒	𑆓	𑆔	𑆕	(	𑆖	𑆗	𑆘	0
ARABE 900 d.C.	1	𐌶	𐌷	𐌸	𐌹	7	𐌺	𐌻	𐌼	0
ARABE (ESPANHA) 1000 d.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ITALIANO 1400 d.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

**Fonte:** <http://producao.virtual.ufpb.br/books/camyle/introducao-a-computacao-livro/livro/livro.chunked/ch03s01.html>. Acessado em 25/04/2020 às 15:21

Além desse sistema, o único que ainda é utilizado é o sistema de numeração Romano, porém aparecem apenas em algumas situações, como para representar capítulos de livros, hora nos relógios e outras poucas situações.

Com o intuito de chegar à conclusão que esses sistemas de numeração não permaneceram até os dias atuais (exceto Romanos e hindus, que foi aperfeiçoado)

por não serem práticos, ou seja, suas próprias regras dificultavam sua utilização (ex: à medida que aumentavam os números, era necessário criar novos símbolos), iremos analisar brevemente as principais características de apenas três desses sistemas de numeração. São eles:

- Egípcio: Possui sete símbolos e cada um pode ser representado no máximo nove vezes. Possui base 10, porém não é posicional, ou seja, não importa a posição dos símbolos para representar uma quantidade. Adicionavam-se os valores de cada símbolo para encontrar a quantidade representada.
- Babilônico: era posicional, e como possuía apenas dois símbolos para representar todas as quantidades, utilizava-se espaço entre os símbolos para diferenciar o tipo de agrupamento. Além disso, o agrupamento era de 60 em 60 (base sexagesimal).
- Romano: os símbolos são escritos em ordem decrescente de grandeza e utiliza-se o princípio aditivo e subtrativo para representar as quantidades. Possui sete símbolos (letras maiúsculas do alfabeto latino).

Aliado ao valor posicional, o novo símbolo (o zero) permitiu a escrita e a operação com grandes números, utilizando-se somente dez algarismos, já que a cada novo agrupamento de 10 era feito sem a necessidade de novos símbolos. Assim, a criação do zero foi fundamental para o fortalecimento do sistema de numeração Indo-arábico, pois “[...] marcou a etapa decisiva de uma revolução sem a qual não se poderia imaginar o progresso da matemática, das ciências e das técnicas modernas” (IFRAH, 1997, p. 685). Porém, esse novo conhecimento enfrentou grande resistência na Europa devido à superstições e medo do desconhecido.

A partir dessas discussões, enunciamos as principais características do nosso sistema de numeração.

- Possui 10 símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) distintos para representar infinitos números.
- Possui um símbolo para representar ausência de quantidade (“vazio”).
- Possui base 10, por isso é chamado de sistema decimal.
- É posicional, ou seja, os símbolos possuem valores distintos, de acordo com a sua posição no número (um mesmo símbolo pode ter valores diferentes).

As características de cada sistema de numeração foram importantes para chegarmos a esse sistema que possuímos hoje. Assim, finalizamos este módulo



## MÓDULO 4

Para formalização e ampliação das ideias trabalhadas nos jogos das fichas coloridas (I e II) e o Jogo nunca 10 propomos neste módulo, trabalhar o movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davýdov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração. É considerável esse aprofundamento, pois a ideia de adicionar já está incluída na própria noção da sequência de números inteiros, visto que para encontrarmos o próximo termo, sempre somamos uma unidade a esse termo (CARAÇA, 1951).

Ainda de acordo com Caraça (1951), a operação da adição é a mais simples das operações fundamentais e todas as outras dependem dela. Já a subtração é a operação que resolve o seguinte problema: *dada a soma e uma das parcelas, determine a outra parcela*. Por isso, dizemos que a subtração é a operação inversa da adição, se relacionam entre si, por isso fazem parte do mesmo campo conceitual, o aditivo.

Para a elaboração da sequência das SDAD deste módulo, nos apoiamos no trabalho de Silveira (2015).

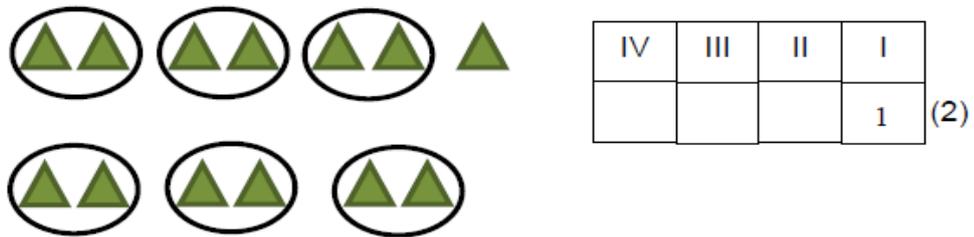
### SDAD 9: Registre o número abaixo no sistema binário, considerando que a unidade de medida é um triângulo



Fonte: Silveira (2015).

Espera-se que os professores e professoras percebam que assim como no jogo das Fichas Coloridas I, estamos trabalhando a base binária, porém agora de uma maneira mais formalizada, utilizando o quadro de valor e posição. Desenvolvendo o seguinte raciocínio:

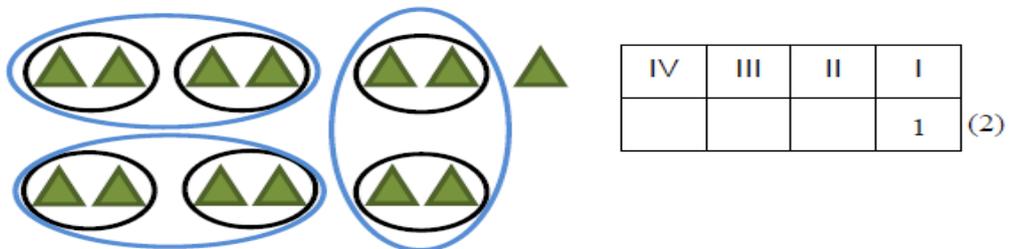
**Figura 14 – SDAD 9 de representação binária 2.**



Fonte: Silveira (2015).

Fazendo o agrupamento dois a dois, restando um triângulo que é registrado no quadro na ordem I.

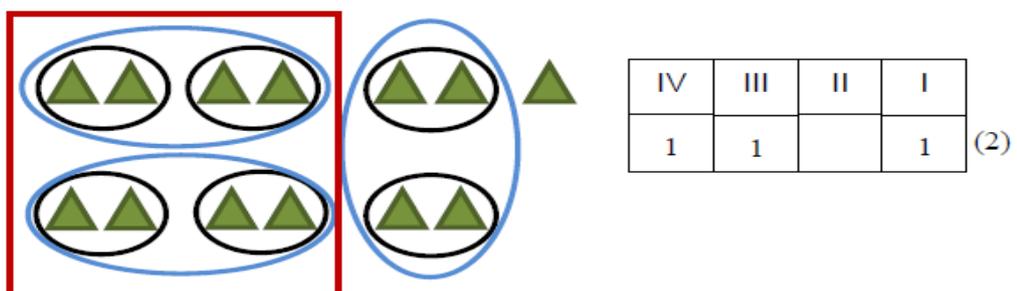
**Figura 15 – SDAD 9 de representação binária 3.**



Fonte: Silveira (2015).

Fazemos um novo agrupamento dos grupos formado anteriormente, porém agora não sobrou nenhum elemento, então pulamos o registro da ordem II.

**Figura 16 – SDAD 9 de representação binária 3.**



Fonte: Silveira (2015).

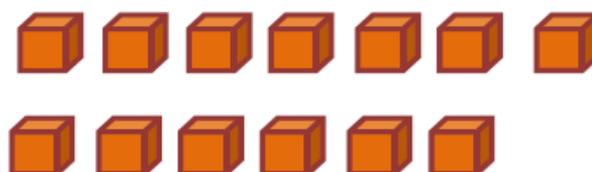
O processo de agrupamento é repetido, sempre agrupando dois a dois o grupo formado anteriormente, e neste caso, formamos um novo agrupamento, que será registrado na ordem IV e sobrou um elemento que será registrado na ordem III.

Neste momento, é importante que os professores e professoras percebam a importância do algarismo zero, para que possa “pular” a segunda ordem quando

estiverem fazendo o registro da quantidade. A importância do zero “[...] consiste no fato deste ser comum a todos os sistemas de numeração, pois ele e o algarismo um (1) representam sempre a base numérica. Por exemplo, no sistema binário a base é  $10_2$ , ternário  $10_3$ , duodecimal  $10_{12}$ , no decimal 10, assim como os demais sistemas”. (SILVEIRA, 2015, p. 48)

**SDAD 10: Registrar a quantidade abaixo no sistema duodecimal (base 12) e tridecimal (base 13)**

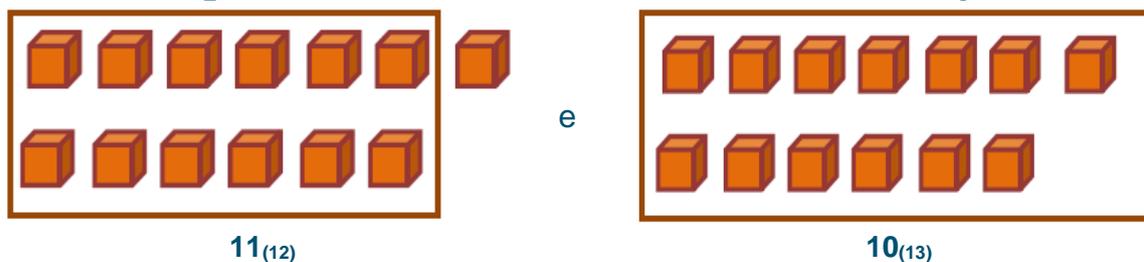
**Figura 17 – SDAD 10 duodecimal e tridecimal.**



Fonte: Silveira (2015).

Espera-se que os professores e professoras cheguem à conclusão que na base 12 fazemos um único agrupamento restando um elemento e na base 13 forma-se um grupo não restando nenhum elemento. É importante chamar a atenção para a notação que está sendo utilizada para representar a base que está sendo utilizada, isso é fundamental para diferenciarmos as quantidades.

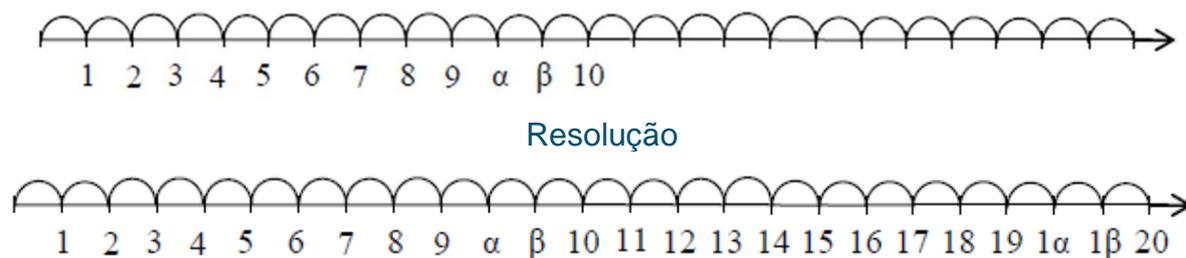
**Figura 18 – SDAD 10 duodecimal e tridecimal – resolução.**



Fonte: Silveira (2015).

### SDAD 11: Representar o sistema duodecimal na reta numérica abaixo, que está incompleta

Figura 19 – SDAD 11 duodecimal e tridecimal na reta numérica.



Fonte: Silveira (2015).

Pretende-se que os professores e professoras concluaem que o sistema de numeração tridecimal, ou outro qualquer, comporta-se de maneira análoga, e que “o número de sinais, figura ou algarismos diferentes, de cada sistema de numeração denomina-se base do sistema” (COSTA, 1866, p. 18).

### SDAD 12: Escrita dos números no sistema de numeração Madagascar

Para esta SDA Docente, retomaremos ao sistema de numeração Madagascar, trabalhado no SDA Docente 5 do terceiro módulo. O objetivo desta SDA Docente é perceber como os professores e professoras estão assimilando e estruturando a ideia de base e/ou se o conceito já está consolidado.

Para isso, retomamos algumas conclusões que foram feitas anteriormente:

- Sequência dos 12 primeiros termos:  $\lt$ ,  $\+$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\lt\mathbf{l}$ ,  $\lt\lt$ ,  $\lt\+$ ,  $\lt\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{+}$ ,  $\mathbf{+}$ ,  $\mathbf{+}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}$ .
- Possui um símbolo para representar o número zero:  $\mathbf{l}$
- Possui quatro símbolos:  $\mathbf{l}$ ,  $\lt$ ,  $\mathbf{+}$ ,  $\mathbf{N}$ .

Em seguida, propomos a seguinte situação: sabe-se que em um determinado rebanho saíram para pastar 456 ovelhas e retornaram apenas 324, escreva estes números no sistema Madagascar. Para essa SDA Docente é necessário que os professores e professoras realizem a mudança de base dos números 456 e 324, que estão na base 10, para a base quatro, encontrando que  $456_{(10)} = 13020_{(4)}$  e  $324_{(10)} = 11010_{(4)}$ .

Uma sugestão é que seja disponibilizado o material dourado para que possam ir realizando as trocas como no jogo das Fichas Coloridas II (nunca 4). Como são dois números grandes, não é viável fazer essa mudança de base no material concreto,

porém isso pode ajudar a assimilação para que os professores e professoras estruturarem um algoritmo para resolver essa situação.

Em seguida, propomos a sequência de SDA Docente que visam trabalhar o algoritmo da adição e subtração em diferentes bases. As SDA Docente podem ser impressas e entregues todas juntas para que os professores e professoras possam ir resolvendo, é oportuno que o material dourado esteja disponível. Durante as SDA Docente é importante nos atentarmos para as resoluções e posicionamentos dos professores e professoras e, se necessário, podemos fazer algumas intervenções. As resoluções das SDA Docente se encontram em anexo.

SDA Docente 5: Calcule:

**Figura 20 – Cálculo em outras bases com resposta.**

a)  $33_{(5)} + 1 = \boxed{\phantom{00}}_{(5)}$

c)  $26_{(7)} + 1 = \boxed{\phantom{00}}_{(7)}$

b)  $34_{(5)} + 1 = \boxed{\phantom{00}}_{(5)}$

d)  $12_{(3)} + 1 = \boxed{\phantom{00}}_{(3)}$

#### Resolução

$$33_{(5)} + 1 = \boxed{34}_{(5)}$$

$$26_{(7)} + 1 = \boxed{30}_{(7)}$$

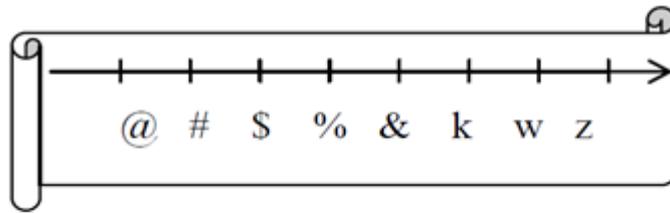
$$34_{(5)} + 1 = \boxed{40}_{(5)}$$

$$12_{(3)} + 1 = \boxed{20}_{(3)}$$

Fonte: Silveira (2015).

**SDAD 13: Calcule**

**Figura 21 – Sequência numérica com resposta.**

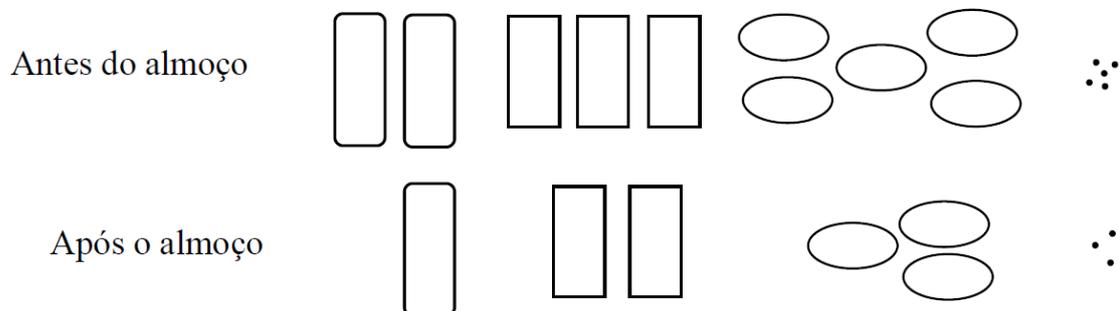


- |                    |                  |                   |
|--------------------|------------------|-------------------|
| a) \$96 + 1 = \$97 | c) w29 - 1 = w28 | f) #00 - 1 = @99  |
| b) \$99 + 1 = %00  | d) z00 - 1 = w99 | g) #99 + 1 = \$00 |
| c) w99 + 1 = z00   | e) &00 - 1 = %99 | h) #00 + 1 = #01  |

Fonte: Silveira (2015).

**SDAD 14: A partir do registro da produção realizada antes e após o almoço, determine a quantidade de lápis produzido em um dia de trabalho.**

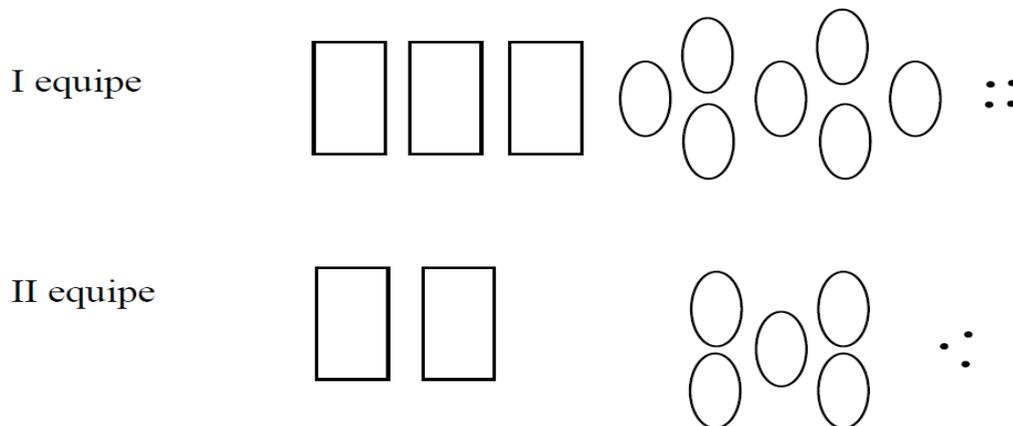
**Figura 22 – Cálculo com representação pictórica.**



Fonte: Silveira (2015).

**SDAD 15: Determine a quantidade de carros (de brinquedo) produzida por duas equipes e registre no QVL – Quadro Valor de Lugar.**

**Figura 23 – Cálculo com reagrupamento com representação pictórica.**



Fonte: Silveira (2015).

**Figura 24 – Algoritmo de adição com reagrupamento.**

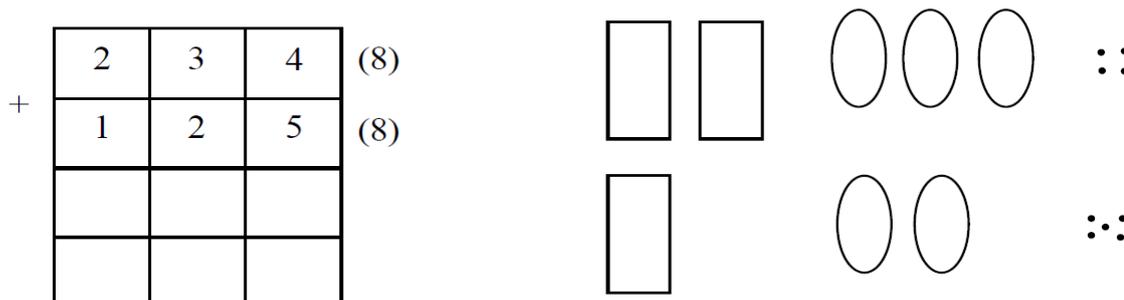
	C	D	U		C	D	U
	3	7	4	+	3	7	4
+	2	5	3		<del>5</del>	<del>12</del>	7
	5	12	7		6	2	7

Fonte: Silveira (2015).

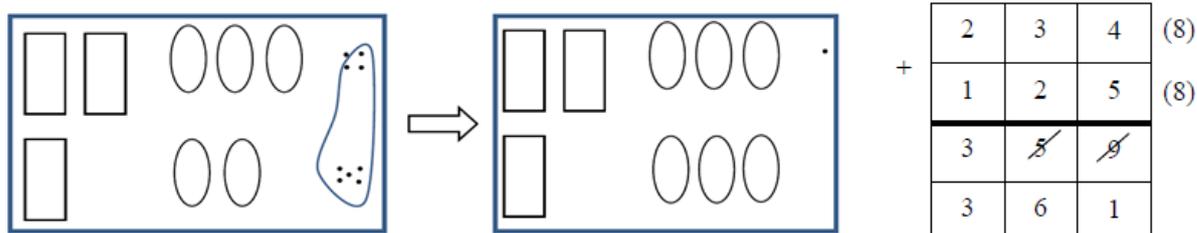
Neste momento, é importante questionarmos o porquê foi necessário realizar as correções no quadro valor de lugar, atentando-se para a ideia de agrupamento.

SDA Docente 9: Soma com agrupamento na base 8 – algoritmo e representação simbólica.

**Figura 25 – Algoritmo de adição com reagrupamento na base oito com resolução.**



Resolução:



Fonte: Silveira (2015).

### SDAD 16: Adição com agrupamento

**Figura 26** – Adição em diferentes bases com uma das parcelas desconhecidas.

a)  $7_{(8)} + \square_{(8)} = 10_{(8)}$

d)  $5_{(6)} + \square_{(6)} = 10_{(6)}$

b)  $70_{(8)} + \square_{(8)} = 100_{(8)}$

e)  $5_{(9)} + \square_{(9)} = 10_{(9)}$

c)  $700_{(8)} + \square_{(8)} = 1000_{(8)}$

f)  $5_{(7)} + \square_{(7)} = 10_{(7)}$

Resolução

a)  $7_{(8)} + 1_{(8)} = 10_{(8)}$

d)  $5_{(6)} + 1_{(6)} = 10_{(6)}$

b)  $70_{(8)} + 10_{(8)} = 100_{(8)}$

e)  $5_{(9)} + 4_{(9)} = 10_{(9)}$

c)  $700_{(8)} + 100_{(8)} = 1000_{(8)}$

f)  $5_{(7)} + 2_{(7)} = 10_{(7)}$

Fonte: Silveira (2015).

Estamos tão habituados a fazer operações no sistema decimal, que muitas vezes as fazemos mecanicamente, sem parar para refletir o processo, é apenas “pego um emprestado” ou “vai um” entre outros passos procedimentais no qual, a maior parte das vezes, nos ensinaram a memorizar, assim “mais do que destreza no fazer contas – e habilidade nas técnicas operatórias, espera-se que os alunos compreendam o que fazem e construam os conceitos envolvidos nessas operações[...]” (BRASIL, 2014, p. 7)

Assim, com essas SDA Docente, pretende-se desafiar os professores e professoras a se movimentarem fora do processo automático, pensando e refletindo

cada etapa, possibilitando a compreensão de que a lógica das operações é sempre a mesma, independente de qual base. O que se diferencia são quantas unidades são necessárias para fazer o agrupamento para a base imediatamente superior ou o símbolo utilizado para representar os números, e dessa forma possibilitar nos apropriarmos do entendimento conceitual do algoritmo de adição e subtração.

## MÓDULO 5

Vimos que o processo de criação dos números foi um processo lento que perpassou milhares de anos e à medida que a civilização foi se desenvolvendo e mudando seus hábitos, como fixar moradia e possuir propriedades, a maneira de contar também precisou ir se aperfeiçoando.

Para o primitivo, e mesmo para o filósofo antigo, os números estavam impregnados de Natureza – a Natureza em cuja labuta o homem adquiriu todos os seus conhecimentos – os números estavam ligados às coisas de que eles se serviam para contar. Para o homem civilizado de hoje o número natural é um ser puramente aritmético, desligado das coisas reais e independente delas – é uma pura conquista do seu pensamento. Com essa atitude, o homem de hoje, esquecido da humilde origem histórica do número, e elevando-se (ou julgando elevar-se) acima da realidade imediata, concentra-se nas suas possibilidades de pensamento e procura tirar delas o maior rendimento. (CARAÇA, 1951, p. 9-10)

As sequências das SDA Docente propostas nos módulos anteriores, buscaram justamente percorrer esse processo da construção lógico – histórica dos números inteiros. Além disso, elas foram planejadas e propostas para que os professores e professoras fossem colocados em uma situação de necessidade semelhante ao que a humanidade passou para criar tal conhecimento.

Assim, neste módulo colocamos em prática as discussões e estudos feitos até então. Dessa forma propomos que cada professor e professora elaborem Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) para suas turmas e com os conteúdos que estiverem trabalhando e/ou acharem pertinentes. As SDA tem por objetivo suscitar a atividade nos alunos e possibilitar um processo de significação em torno de determinado conceito.

O cronograma do curso prevê um tempo individual para planejamento e elaboração das SDA, porém é imprescindível que durante o planejamento ocorram encontros com todo o grupo, pois concordamos com Canário (2007) que é na escola que os professores aprendem a profissão, desde quando estudante da educação básica até o exercício da profissão e, por esse motivo, a interação entre os pares se torna tão fundamental, pois pode proporcionar simultaneamente o desenvolvimento profissional, ou seja, “professores que aprendem a refletir junto com seus pares colaboram reciprocamente para o desenvolvimento profissional de cada um e enriquecem-se mutuamente” (GATTI et al., 2019, p. 190). Além disso, é um possível

momento para analisarmos como os professores e professoras estão sistematizando e concebendo o que estará sendo discutido ao longo do processo.

Após o planejamento das SDA cada professor e professora irá desenvolver sua proposta em suas respectivas turmas. É fundamental que professores e professoras vão produzindo suas narrativas após cada interação com o grupo e principalmente após o desenvolvimento das SDA em sala de aula, essas narrativas irão compor seus memoriais de formação. A “escrita da narrativa remete o sujeito a uma dimensão de auto escuta, como se estivesse contando para si próprio suas experiências e as aprendizagens que construiu ao longo da vida, através do conhecimento de si” (SOUZA, 2006, p. 14).

Este módulo é destinado a socialização das práticas desenvolvidas em sala de aula, bem como um fechamento do curso. Os professores e professoras podem compartilhar suas experiências, percepções e apresentar seus memoriais de formação, com a narrativas do desenvolvimento das SDA em sala de aula. Neste momento é possível verificar como foi o processo de (re)significação dos professores e professoras e além disso construir “comunidades de prática”, no qual Gatti et. al (2019, p. 186) discorre:

A reflexão na prática profissional, que tem na teoria e na reflexão coletiva suas bases de sustentação, poderá oportunizar ao professor a tomada de consciência do sentido de sua profissão, e, assim, ressignificar a sua prática, levando-o a refletir sobre sua cultura, suas experiências pessoais e profissionais, o que lhe possibilitará o exercício da autonomia. Desse modo, quando desenvolver a reflexão com seus pares, o professor exercerá a dimensão crítica, política e social da atividade docente.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos o desenvolvimento profissional docente como “uma atitude permanente de indagação, de formulação de questões e procura de soluções” (MARCELO, 2009, p. 9), que ocorre a todo momento que o professor reflete a sua própria prática. Essa tomada de consciência do professor é o primeiro passo para o desenvolvimento profissional docente. Assim, iniciamos o curso propondo discussões e reflexões sobre os mitos e as concepções dos professores em torno da Matemática e seu ensino, além das Situações Desencadeadores de Aprendizagem Docente, fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural.

Tais pressupostos teóricos orientaram a elaboração do curso, entendendo que “o desenvolvimento profissional se produz tanto pela reflexão dos docentes, como pela aplicação de novos procedimentos (evidentemente que nem sempre a reflexão conduz a aprendizagem)” (MARCELO, 2009, p. 16). Espera-se que esse curso favoreça a criação de comunidade práticas que valorizem o diálogo entre pares, possibilitando o desenvolvimento profissional.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, J. A. A. **O estágio na licenciatura em matemática: um espaço de formação compartilhada de professores.** 2012. 201 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas /** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

CANÁRIO, R. A prática profissional na formação de professores. In. PAIVA, Bartolo. **Formação profissional de professores no ensino superior.** Porto: Porto Editora, 2001. P. 31 – 45.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Fotogravura Nacional, 1951. COSTA 1866 p 16

CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI, Jose Ruy; GIOVANNI JR., José Ruy. **Conquista da Matemática.** 3.ed.São Paulo: FTD, 2015 ( 6º ano).

DUARTE, N. Vigotski e a pedagogia histórico-crítica - a questão do desenvolvimento psíquico. Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente, SP, v. 24, n. 1, p. 19-29, jan./abr. 2013

FREITAS, D.; SOUSA JR, A. J. de. **Importância do memorial de formação enquanto estratégia de formação profissional no projeto veredas.** Revista Olhares e Trilhas, v. 5, 2004.

GATTI, B. A.; BARRETTO, E. S. S.; ANDRÉ, M. E. D. A.; ALMEIDA, P. C. A. **Professores do Brasil: novos cenários de formação.** Brasília: UNESCO, 2019. 351 p.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos.** Volume 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo; tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997 - 2v.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Trad. por Paulo Bezerra. Ed. Civilização Brasileira S.A., coleção Perspectivas do Homem, vol. 123, 1978.

LIBÂNEO, José Carlos. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov.** Revista Brasileira de Educação, Set /Out /Nov /Dez 2004, p. 5-27.

MARCELO G. C. **Desenvolvimento Profissional: passado e futuro.** Sísifo – Revista das Ciências da Educação, n. 08, p. 7-22, jan./abr. 2009.

NÓVOA, A. **Firmar a posição como professor. Afirmar a profissão docente.** Cadernos de Pesquisa. 2017. Vol.47, n.166, p. 1106-1133.

PRADO, G. V. T.; SOLIGO, R. **Memorial de formação: quando as memórias narram a história da formação.** In: PRADO, G.; SOLIGO, R. (Org.). Porque escrever é fazer história: revelações, subversões, superações. Campinas, SP: Graf, 2005. p. 45-60.

PRESTES, Zoia. **A sociologia da infância e a teoria histórico-cultural: algumas considerações.** Revista Educação Pública, Cuiabá, v. 22, n. 49/1, p. 295-304, maio/ago, 2013.

REZENDE, J. P. **Nexos conceituais de números naturais como sustentação para o desenvolvimento de atividade de ensino.** 2010. Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.

SILVEIRA, G. M. **Unidade entre o lógico e histórico no movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davydov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração.** 2015. 186 p. Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2015.

SOUSA, M. C. **O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática.** Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag. Uberlândia, MG, v.2, n.1, p.40-68, jan./abr. 2018.

SOUZA, E. C. **O conhecimento de si: estágio e narrativa de formação de professores.** Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

VIGOTSKI, L. S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem.** São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009, 520p.

---

## ***A RESPEITO DOS AUTOES***

### **Suhelen Sales Souto Souza**

Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) na Universidade Federal de Lavras (UFLA). É membro do grupo de pesquisa Práticas Pedagógicas orientadas pela Teoria Histórico-Cultural (PPTHC - DGP/CNPq). Possui Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (2014). Atua como docente de Matemática na Educação Básica na rede privada de Lavras – MG.

### **José Antônio Araújo Andrade**

Atua como docente e pesquisador permanente dos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) e em Educação Científica e Ambiental, ambos na Universidade Federal de Lavras (UFLA). Atualmente está atuando como coordenador do PPGECM. É líder do grupo de pesquisa Práticas Pedagógicas orientadas pela Teoria Histórico-Cultural (PPTHC - DGP/CNPq). Possui Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade São Francisco (2000), Mestrado em Educação pela Universidade São Francisco (2004) e Doutorado em Educação na Universidade Federal de São Carlos (2012). Tem experiência na área de Matemática e Educação Matemática, com ênfase no Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Teoria Histórico-Cultural da Atividade; Modelagem na Educação Matemática, História das Ciências, Educação Matemática Mediada por Tecnologias Digitais e Formação de Professores.





