



**NATIELE DE ALMEIDA GONZAGA**

**DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DA MASSA SECA DA PLANTA  
DE MILHO CONSIDERANDO A CULTURA ANTECESSORA  
POR MODELOS NÃO LINEARES**

**LAVRAS - MG**

**2022**

**NATIELE DE ALMEIDA GONZAGA**

**DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DA MASSA SECA DA PLANTA DE MILHO  
CONSIDERANDO A CULTURA ANTECESSORA POR MODELOS NÃO LINEARES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de mestre.

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz  
Orientador

Prof. Dr. Edilson Marcelino Silva  
Coorientador

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes  
Coorientador

**LAVRAS – MG  
2022**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Gonzaga, Natiele de Almeida.

Descrição do acúmulo da massa seca da planta de milho  
considerando a cultura antecessora por modelos não lineares /

Natiele de Almeida Gonzaga. – Lavras : UFLA, 2022.

70 p. : il.

Orientador(a): Prof. Dr. Joel Augusto Muniz.

Coorientador(a): Prof. Dr. Edilson Marcelino Silva, Prof. Dr.  
Tales Jesus Fernandes.

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de  
Lavras, 2022.

Bibliografia.

1. Dissertação. 2. Curvas de crescimento. 3. Modelos não  
lineares. I. Muniz, Joel Augusto. II. Silva, Edilson Marcelino. III.  
Fernandes, Tales Jesus. IV. Título.

**NATIELE DE ALMEIDA GONZAGA**

**DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DA MASSA SECA DA PLANTA DE MILHO  
CONSIDERANDO A CULTURA ANTECESSORA POR MODELOS NÃO LINEARES  
DESCRIPTION OF THE DRY MASS ACCUMULATION OF THE MAIZE PLANT  
CONSIDERING THE PRECEDENT CULTURE BY NONLINEAR MODELS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de mestre.

APROVADA em 06 de Outubro de 2022.

Profa. Dra. Alessandra Querino da Silva    UFGD

Prof. Dr. Silvio de Castro Silveira        FEOL

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz  
Orientador

Prof. Dr. Edilson Marcelino Silva  
Coorientador

Prof. Dr. Tales Jesus Fernandes  
Coorientador

**LAVRAS – MG  
2022**

*A meu adorado Deus acima de tudo, pois sem Ele nada é possível!*  
*Aos meus pais, Sirlei e Antonio, por tudo que eles representam na minha vida.*  
*A todos meus familiares e amigos que, contribuíram e me incentivaram de forma direta para*  
*a finalização desse trabalho.*

**DEDICO**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que sempre me iluminou, tornando possível a conclusão de mais uma etapa de minha vida.

Aos meus pais, que sempre confiaram em mim, me apoiaram e compreenderam minha ausência.

Aos meus irmãos, que de alguma maneira me apoiaram nesta jornada.

Ao meu querido amigo Frei Rogério, por sempre rezar pela minha caminhada e me encorajar a lutar pelos meus objetivos de vida.

Ao meu orientador, professor Joel Augusto Muniz, pelas orientações, paciência, dedicação, experiências compartilhadas e auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu coorientador, professor Edilson Marcelino Silva, pela paciência, apoio, atenção, orientação e grande contribuição neste trabalho.

Ao meu coorientador, professor Tales Jesus Fernandes, pela orientação e contribuição na melhoria deste trabalho.

À todos os meus amigos da UFLA, pelo companheirismo no mestrado, em especial a Rafaela, a Diana e ao Lucas, que estiveram ao meu lado em muitos momentos desde que me mudei para Lavras (MG).

À minha amiga e professora Alessandra Querino da Silva, pelo grande incentivo e apoio nesta jornada, além de fazer parte da banca, contribuindo com sugestões que melhoraram este trabalho.

Ao professor Silvio de Castro Silveira, membro da banca, pelas sugestões que foram de fundamental importância para a melhoria deste trabalho.

Ao Grupo de Estudos em Regressão Não Linear, por compartilharem experiências, além de estarem sempre dispostos a ajudar, mesmo a distância.

À Universidade Federal de Lavras e ao Departamento de Estatística, em especial aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária pelo conhecimento transmitido.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

*“Trabalhemos como se tudo dependesse de nós.  
Confiemos como se tudo dependesse de Deus”.*

*(São João Bosco)*

## RESUMO

O milho é o cereal mais produzido no mundo, sendo utilizado tanto na alimentação humana quanto animal. O Brasil ocupa o ranking de terceiro maior produtor mundial e o segundo maior exportador dessa cultura. Porém, apesar de sua grande importância para o agronegócio brasileiro, a produtividade dessa cultura ainda é considerada baixa, sendo assim, faz-se necessário o estudo do crescimento das plantas de milho, o que pode auxiliar no manejo adequado da cultura e, conseqüentemente, no aumento da produtividade. O crescimento vegetal apresenta comportamento sigmoidal, o qual é bem ajustado através de modelos não lineares. Com isso, este trabalho teve como objetivo comparar o ajuste dos modelos não lineares Logístico, Gompertz e von Bertalanffy aos dados de acúmulo de massa seca total, dos colmos, das folhas e das espigas em plantas de milho, em grama/m<sup>2</sup>, cultivadas com palhadas de cobertura oriundas de feijão comum, milheto e *Brachiaria brizantha* em relação aos dias após a emergência das plantas. Os dados analisados foram obtidos de Oliveira et al. (2013). O experimento foi conduzido no verão do ano agrícola 2007/2008, na Fazenda Capivara, localizada no município de Santo Antônio de Goiás (GO). Os pressupostos de normalidade, homocedasticidade e independência residual foram verificados com os testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson, respectivamente, considerando uma estrutura de erros autorregressiva AR(1) e heterocedasticidade de variâncias, quando necessários. Os modelos foram ajustados pelo método de mínimos quadrados utilizando o algoritmo de Gauss-Newton por meio do software R. A qualidade do ajuste foi avaliada com base nos valores do coeficiente de determinação (R<sup>2</sup>), do desvio padrão residual (DPR) e do critério de informação de Akaike (AIC). Os modelos não lineares utilizados descreveram adequadamente o acúmulo da massa seca da planta de milho considerando a cultura antecessora, tendo os modelos Gompertz e von Bertalanffy apresentado os melhores ajustes para a massa seca dos colmos, os modelos Logístico e von Bertalanffy para a massa seca das espigas, o modelo Gompertz para a massa seca das folhas e os modelos Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca total, com base nos avaliadores de qualidade utilizados. Na cultura antecessora de feijão comum ocorreu maior acúmulo de massa seca dos colmos e folhas de milho.

Palavras-chave: *Brachiaria Brizantha*. Feijão Comum. Milheto. Regressão.

## ABSTRACT

Maize is the most produced cereal in the world, being used both in human and animal food. Brazil ranks as the third largest producer in the world and the second largest exporter of this culture. However, despite its great importance for Brazilian agribusiness, the productivity of this culture is still considered low, therefore, it is necessary to study the growth of maize plants, which can help in the proper management of the culture and, consequently, in increasing productivity. Plant growth presents sigmoidal behavior, which is well adjusted through nonlinear models. Therefore, this study aimed to compare the fit of the non-linear Logístico, Gompertz and von Bertalanffy models to the data on the accumulation of total dry mass, stems, leaves and ears in maize plants, in  $\text{gram/m}^2$ , cultivated with cover straws from common bean, millet and *Brachiaria brizantha* in relation to days after plant emergence. The analyzed data were obtained from Oliveira et al. (2013). The experiment was carried out in the summer of the 2007/2008 agricultural year, at Fazenda Capivara, located in the municipality of Santo Antônio de Goiás (GO). The assumptions of normality, homoscedasticity and residual independence were verified with the Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan and Durbin-Watson tests, respectively, considering an autoregressive AR(1) error structure and heteroscedasticity of variances, when necessary. The models were fitted by the least squares method using the Gauss-Newton algorithm using the R software. The goodness of fit was evaluated based on the values of the coefficient of determination ( $R^2$ ), the residual standard deviation (DPR) and the criterion of Akaike Information (AIC). The non-linear models used adequately described the growth of the dry mass of the maize plant considering the previous crop, with the Gompertz and von Bertalanffy models presenting the best adjustments for the dry mass of the stems, the Logístico and von Bertalanffy models for the dry mass of the culms. ears, the Gompertz model for the dry mass of the leaves and the Gompertz and von Bertalanffy models for the total dry mass, based on the quality evaluators used. In the predecessor crop of common bean, there was a greater accumulation of dry mass of maize stalks and leaves.

Keywords: *Brachiaria brizantha*. Common bean. Millet. Regression.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Planta de Milho.....	17
Figura 2.2 – Palhada de cobertura na plantação de milho .....	19
Figura 2.3 – Plantação e grãos de feijão.....	20
Figura 2.4 – Plantação e grãos de milheto.....	21
Figura 2.5 – Planta de <i>Brachiaria Brizantha</i> .....	22
Figura 2.6 – Modelo Estatístico.....	24
Figura 2.7 – Gráfico Função Sigmoides.....	28
Figura 2.8 – Curva do modelo logístico com ponto de inflexão.....	30
Figura 2.9 – Curva do modelo Gompertz com ponto de inflexão.....	31
Figura 2.10 – Curva do modelo von Bertalanffy com ponto de inflexão.....	32
Figura 4.1 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para o acúmulo de matéria seca dos colmos nas culturas antecessoras.....	46
Figura 4.2 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para o acúmulo de matéria seca das folhas nas culturas antecessoras.....	50
Figura 4.3 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de matéria seca das espigas nas culturas antecessoras.....	55
Figura 4.4 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy com e sem adição do parâmetro autorregressivo AR(1) para o acúmulo de matéria seca total nas culturas antecessoras.....	59

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca dos colmos.....	43
Tabela 4.2 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca dos colmos.....	44
Tabela 4.3 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados para massa seca dos colmos (grama/m <sup>2</sup> ) em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de <i>Brachiaria Brizantha</i> , milheto e feijão comum.....	45
Tabela 4.4 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa das folhas.....	47
Tabela 4.5 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca das folhas.....	48
Tabela 4.6 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy ajustados para massa seca das Folhas (grama/m <sup>2</sup> ) em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de <i>Brachiaria Brizantha</i> , milheto e feijão comum.....	49
Tabela 4.7 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa das espigas.....	51
Tabela 4.8 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca das espigas.....	52
Tabela 4.9 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) ajustados para massa seca das espigas (grama/m <sup>2</sup> ) em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de <i>Brachiaria Brizantha</i> , milheto e feijão comum.....	53
Tabela 4.10 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca total.....	56

Tabela 4.11 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca total.....	57
Tabela 4.12 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy com estrutura de erros autorregressivos de primeira ordem (AR1) ajustados para massa seca total (folhas, colmos, espigas) em grama/m <sup>2</sup> em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de <i>Brachiaria Brizantha</i> , milheto e feijão comum.....	58

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	14
2.	REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1	Acúmulo de matéria seca na planta de milho.....	16
2.2	Sistema Plantio Direto (SPD).....	18
2.3	Culturas antecessoras.....	19
2.3.1	Feijão Comum.....	19
2.3.2	Milheto.....	21
2.3.3	<i>Brachiaria Brizantha</i> .....	22
2.4	Estudo Longitudinal e Transversal.....	23
2.5	Modelagem e análise do crescimento de plantas.....	24
2.6	Modelos de regressão.....	24
2.7	Modelos não lineares.....	27
2.7.1	Modelo Logístico.....	29
2.7.2	Modelo Gompertz.....	30
2.7.3	Modelo von Bertalanffy.....	31
2.8	Estimação dos parâmetros em modelos não lineares.....	33
2.8.1	Método dos Mínimos Quadrados.....	33
2.8.2	Métodos iterativos.....	35
2.8.3	Análise de Resíduos.....	36
2.8.4	CrITÉrios para seleção de modelos.....	38
3.	MATERIAL E MÉTODOS.....	40
3.1	Material.....	40
3.2	Métodos .....	40
3.2.1	Modelos ajustados .....	41
3.2.2	Método iterativo.....	41
3.2.3	Análise dos resíduos .....	41
3.2.4	Comparação e seleção dos modelos.....	42
3.2.5	Recursos Computacionais.....	42
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	43

<b>4.1</b>	<b>Massa seca dos colmos.....</b>	<b>43</b>
<b>4.2</b>	<b>Massa seca das folhas.....</b>	<b>46</b>
<b>4.3</b>	<b>Massa seca das espigas.....</b>	<b>51</b>
<b>4.4</b>	<b>Massa seca total.....</b>	<b>56</b>
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>60</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>61</b>
	<b>ANEXO.....</b>	<b>67</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O milho (*Zea mays* L.) é uma espécie pertencente à família Gramineae/Poaceae, com origem no teosinto, *Zea mays*, uma subespécie mexicana que há mais de 8000 anos é cultivada em muitas partes do Mundo. Possui grande adaptabilidade, representada por variados genótipos, permitindo o seu cultivo desde o Equador até ao limite das terras temperadas e desde o nível do mar até altitudes superiores a 3600 metros, encontrando-se, assim, em climas tropicais, subtropicais e temperados (BARROS; CALADO, 2014).

O milho é uma das principais culturas do Brasil sendo cultivada praticamente em todo o território nacional. É utilizado tanto na alimentação humana quanto animal, devido ao seu alto valor nutricional. Os maiores produtores de milho do mundo são USA, China, Brasil (USDA, 2021).

O Brasil é o terceiro maior produtor mundial de milho (USDA, 2021), e essa cultura possui grande importância no agronegócio brasileiro, contribuindo tanto para o setor econômico como social do país. Porém, apesar de sua grande importância para o agronegócio brasileiro, a produtividade do milho ainda é considerada baixa.

Um dos principais fatores que atuam na baixa produtividade do milho é o manejo inadequado do nitrogênio, cuja eficiência de utilização pela planta é influenciada pelo sistema de cultivo, tipo de fertilizante e formas de manejo (AMADO et al., 2002).

Para a plantação de milho é fundamental definir o sistema que será utilizado no plantio, com isso tem-se o Sistema de Plantio Convencional e o Sistema de Plantio Direto (SPD). No Sistema de Plantio Convencional são utilizadas práticas tradicionais para o preparo do solo, com isso toda a vegetação do terreno é removida e a terra é revolvida através da aração e da gradagem. No plantio, semeadura e no desenvolvimento das plantas, os cuidados com o solo são feitos por meio da capina e do uso de defensivos e fertilizantes (AGRIQ, 2021). Já no Sistema de Plantio Direto (SPD) visa-se menor revolvimento do solo e mantém o máximo de resíduos das culturas anteriores, as palhadas de cobertura, deixando um solo rico em matéria orgânica. Como o solo fica coberto, ocorre menor erosão e maior fertilidade (CHINELATO, 2019).

Todas as plantas de milho seguem o mesmo padrão geral de desenvolvimento, mas os intervalos de tempo entre os estádios e os números de folhas desenvolvidas variam entre diferentes híbridos, estações do ano, datas de plantio e locais (MAIS SOJA, 2020).

Vários tipos de modelos estatísticos podem ser usados para estudar os processos de crescimento envolvidos no sistema de produção vegetal. Estudos vêm mostrando que o

crescimento das plantas e o acúmulo de biomassa têm comportamento sigmoidal descrito por modelos não lineares. Estes modelos fornecem informações e estimativas úteis, pois permitem interpretação prática dos parâmetros, principalmente no que se referem aos processos biológicos (JANE et al., 2020).

Com base nos parâmetros dos modelos de crescimento vegetal pode-se inferir sobre taxa de crescimento e desenvolvimento, grau de amadurecimento e teor máximo acumulado de nutrientes. As informações obtidas podem contribuir no manejo adequado da cultura, possibilitando assim a detecção de fatores que prejudicam o desenvolvimento como: época adequada da adubação de cobertura, ocorrências de deficiências hídricas e nutricionais, incidência de pragas e doenças, assim como condições climáticas desfavoráveis. Os fatores que mais tem afetado a produtividade do milho são o clima, manejo de nutrientes, fertilidade do solo, práticas culturais, potencial genético dos materiais e manejo de pragas e doenças (OLIVEIRA et al., 2013).

Entender o crescimento e o desenvolvimento da planta de milho e o comportamento das variáveis envolvidas no processo são importantes na busca de aumento da produtividade da cultura. Assim, o objetivo deste trabalho foi caracterizar o desempenho agrônômico do milho, descrevendo o acúmulo de massa seca total, dos colmos, das folhas e das espigas de milho em relação aos dias após a emergência das plantas cultivadas sobre palhada de feijão comum, *Brachiaria Brizantha* e milheto, usando os modelos não lineares Logístico, Gompertz e von Bertalanffy e indicando o modelo mais adequado.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção é apresentada uma revisão de literatura sobre a cultura do milho, Sistema de Plantio Direto, culturas antecessoras, análise de crescimento, os modelos não lineares, a estimação dos parâmetros, bem como os avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos.

### 2.1 Acúmulo de matéria seca na planta de milho

É importante compreender a fisiologia do acúmulo de matéria seca (MS) da cultura de milho para aperfeiçoar as práticas de fertilização. Matéria seca é a porção que sobra de qualquer alimento após a retirada de toda a sua umidade e normalmente é representada em porcentagem variando de cultivar para cultivar. Faz-se necessário conhecer a porcentagem de matéria seca de uma cultivar, pois nutrientes como proteína, minerais e vitaminas fazem parte dela (EMBRAPA, 2016).

A produção de milho no Brasil caracteriza-se pelo plantio em duas épocas: primeira safra (ou safra de verão) e segunda safra (ou safrinha). O milho safra de verão é plantado entre outubro e dezembro, já o milho safrinha pode ser cultivado entre janeiro e abril. A segunda safra é chamada de safrinha pelo fato de não ser plantada em um período ideal para a cultura, podendo ocorrer déficit hídrico, também pode ser prolongado por existir menor insolação em algumas regiões do país (CHINELATO, 2019).

Vasconcelos et al. (1998) constataram que o crescimento da planta de milho pode ser modelado por meio de uma função linear, ao passo que a curva do acúmulo de matéria seca tem comportamento não linear sigmoidal. Segundo os autores, a curva da matéria seca é praticamente linear dos 40 aos 80 dias após a emergência (DAE), com máximo acúmulo ocorrendo entre 100 e 110 DAE. Verificaram ainda que, em geral, ocorre redução na quantidade de matéria seca no final do ciclo da planta, após a formação total dos grãos.

Von Pinho et al. (2009) mostraram que o estudo da marcha de absorção e do acúmulo de matéria seca em função dos estádios fenológicos da cultura do milho, auxilia na definição das quantidades utilizadas e das épocas de realização das adubações. Os autores afirmaram ainda que a extração de nutrientes depende da produtividade da cultura e da acumulação dos mesmos nos grãos na parte aérea da planta.

Segundo Amado et al. (2002) o nitrogênio é o nutriente aplicado em maior quantidade na planta do milho, o mais limitante para o crescimento e desenvolvimento da planta e o que mais onera o custo de produção. Aguiar et al. (2008) relata que uma boa opção para diminuir

os custos com a utilização de fertilizantes nitrogenados é a utilização de plantas de cobertura do solo, também conhecidas como adubos verdes, antecedentes ao milho. Sendo uma alternativa viável, principalmente para os pequenos agricultores, ou para aqueles que pretendem agregar valor ao produto, com a agricultura orgânica.

A redução de custo e do insucesso são fatores indispensáveis, no entanto, é difícil prever exatamente o clima, pois o mesmo varia ao longo do tempo e do espaço. O clima pode ser considerado o fator de maior risco para a atividade agrícola, sendo a água, e ou, a chuva um dos elementos indispensáveis que contribuem tanto para o sucesso da cultura (SILVA et al., 2004).

A temperatura também é um dos principais fatores que podem afetar o rendimento de grãos de milho. Porém, o conceito de temperatura ótima deve ser visto com cuidado, pois a temperatura pode variar com o estágio de desenvolvimento da planta, por exemplo, a temperatura ótima para a germinação não é a mesma do florescimento (ROMANO, 2005).

Maldaner et al. (2014) relata que o período em que ocorre a irrigação é o que influencia na produção do milho, não a quantidade de água irrigada, mas, onde 60 a 80 % da pluviometria foram suficientes para altas produções de grãos de milho. Os grãos por espiga e o número de espigas por planta são menos afetados caso ocorra estresse hídrico no período crítico (BERGAMASCHI et al., 2004). Na Figura 2.1 apresentam-se as partes da planta de Milho.

Figura 2.1 – Planta de Milho



Fonte: Depositphotos

## 2.2 Sistema Plantio Direto (SPD)

O Sistema de Plantio Direto (SPD) é a técnica de semeadura na qual a semente é colocada no solo não revolvido (sem prévia aração ou gradagem). Considerada uma prática inovadora, uma alternativa de manejo que preconiza o mínimo revolvimento do solo, presença de palhada na superfície do solo e rotação de culturas. O SPD é uma boa alternativa de manejo na busca por aumento de produtividade, proporcionando redução no tempo despendido em operações agrícolas, aumento dos teores de matéria orgânica, redução as oscilações de temperatura do solo, entre outros (CASTRO FILHO et al., 1991; NASCENTE et al., 2011; CRUSCIOL et al., 2012; NASCENTE; CRUSCIOL, 2012).

Sendo considerado um sistema de produção sustentável, o SPD teve grande crescimento mundial, conhecido por ser uma técnica de cultivo conservacionista. Desde que começou a utilização desse sistema observou-se uma redução de danos ao solo e de gases poluentes no ambiente, mantendo a qualidade do solo para as próximas culturas que virão (ROSA, 2016). Com o uso desse sistema, problemas que eram comuns no plantio convencional são contornados, obtendo melhor rendimento e racionalização dos custos de produção.

Além de aumentar a velocidade de decomposição do material vegetal, gerada pelas altas temperaturas, as culturas anuais não produzem quantidades suficientes de fitomassa, sendo assim rapidamente metabolizada pelos microrganismos do solo. Sem cobertura, o solo se torna mais facilmente denso, retendo menor quantidade de água e fica mais suscetível à erosão, comprometendo o sistema. Com isso, a solução para esses problemas se dá através do uso de plantas de cobertura, capaz de suprir as exigências nutricionais e melhorar a sanidade das plantas (AGUIAR et al., 2008; BERTIN et al., 2005).

As culturas de cobertura produzem boa quantidade de massa, contribuindo para a formação de uma camada de palha sobre o solo, sendo capazes de reciclar nutrientes, diminuindo as perdas por lixiviação, beneficiando em produtividade as culturas econômicas sem aumentar os custos. Devido a isso, as palhadas de cobertura (Figura 2.2) possuem papel muito importante na superfície do solo.

Importância da palhada de cobertura na superfície do solo (WWF, 2021):

- a) evita a erosão reduzindo o impacto da chuva na superfície do solo; como grande parte do terreno fica coberta de palha é protegido da erosão, pois se houver chuva forte, o impacto da gota será amortecido pela palha antes de atingir a superfície do

solo. Com isso, não há necessidade de replantio, implicando em novo preparo do solo com maior gasto de combustível, sementes e adubos;

- b) mais tempo para semear: Enquanto no Plantio Convencional é possível semear de 3 a 6 dias após uma chuva forte, no Sistema Plantio Direto pode-se semear de 6 a 12 dias após uma chuva;
- c) aumenta o teor de matéria orgânica do solo;
- d) promove a reciclagem de nutrientes;
- e) promove a supressão de plantas daninhas.

Figura 2.2 – Palhada de cobertura na plantação de milho



Fonte: Agropós

## 2.3 Culturas Antecessoras

Existem diversas culturas que podem ser usadas como antecessoras na plantação do milho como, por exemplo, o feijão comum, milheto e *Brachiaria Brizantha* que serão descritas a seguir.

### 2.3.1 Feijão comum

O feijão comum (*Phaseolus vulgaris L.*) é uma das principais culturas produzidas no Brasil e no mundo. Sua importância ultrapassa o aspecto econômico, devido a sua relevância enquanto fator de segurança alimentar e nutricional e sua importância cultural na culinária de diversos países e culturas (POSSE et al., 2010). Tem elevado potencial produtivo, visto que as

pesquisas oferecem ao produtor rural técnicas compatíveis aos vários sistemas de produção (CARBONELL et al., 2003; YOKOYAMA et al., 2000; ZIMMERMANN et al., 1996).

É um dos alimentos básicos do povo brasileiro e integrante dos hábitos de consumo de grande parcela da população, sendo uma das mais importantes fontes proteicas na dieta humana em países em desenvolvimento das regiões tropicais e subtropicais. É uma planta de ciclo curto e cultivada em várias épocas do ano (LIMA, 2020; POSSE et al., 2010; RAMOS; LEMOS; SILVA, 2005; SILVA; WANDER, 2013).

A produção de feijão comum é realizada por diversos tipos de produtores, em diversas regiões do Brasil, utilizando-se diferentes níveis tecnológicos. Dentre os produtores, a agricultura familiar é marcada como a grande responsável pela produção de feijão no país (SILVA; WANDER, 2013).

O cultivo de feijão é bastante alastrado em todo o território nacional no sistema solteiro ou consorciado com outras culturas. É também reconhecido como cultura de subsistência em pequenas propriedades, embora tenha havido crescente interesse de produtores de outras classes, com a utilização de tecnologias avançadas, incluindo irrigação, controle fitossanitário e colheita mecanizada (POSSE et al., 2010).

O nitrogênio possui papel importante no desenvolvimento da planta de feijão comum, principalmente no desenvolvimento da produtividade de grãos (PEREIRA et al., 2016).

O feijão comum (Figura 2.3) possui grande importância econômica e social devido, ao grande contingente de mão de obra aplicada durante o ciclo da cultura e também pela acessibilidade de grande parte da população, principalmente pelas classes economicamente menos favorecidas. Por isso, ocupa um lugar de grande importância na agricultura brasileira, sendo caracterizado como um forte produto no mercado interno ( LIMA, 2020; POSSE et al., 2010).

Figura 2.3 – Plantação e grãos de feijão



Fonte: Enciclopédia Global

Fonte: Agronegócio

### 2.3.2 Milheto

O milheto (*Pennisetum glaucum* (L)) é uma gramínea anual que vem sendo muito utilizado. Nos últimos anos houve um aumento da área plantada, sobretudo nas regiões de Cerrado, devido ao enorme potencial de cobertura do solo oferecido para a prática do plantio direto, assim como para o uso como forrageiro na pecuária de corte ou de leite (PEREIRA FILHO et al., 2004).

A cultura do milheto (Figura 2.4), possui características agrônômicas importantes, como a alta produção de massa seca, favorecendo sua utilização como cobertura do solo ou adubação verde (TORRES, 2018).

É determinado como uma das culturas responsáveis pelo desenvolvimento do Sistema Plantio Direto na região central do Brasil, pois apresenta grande quantidade de biomassa, alta resistência à seca e ciclagem dos nutrientes (KLUTHCOUSKI et al., 2003; OLIVEIRA et al., 2013; PACHECO et al., 2011).

Na utilização da cultura como cobertura de solo é necessário rendimento e durabilidade da massa, capacidade de extração de nutrientes e insensibilidade ao fotoperiodismo (SANTOS, 1999).

A sua resistência à seca e sua capacidade de extração de nutrientes contribuem para uma boa produção de massa seca mesmo em diversas condições. Dependendo das condições de clima e solo e da época de semeadura, o milheto é uma cultura de fácil instalação, pois possui grande capacidade de produção de sementes e amplo período de plantio (NETTO, 1998).

Figura 2.4 – Planta de Milheto



Fonte: Portal Embrapa

### 2.3.3 *Brachiaria Brizantha*

A *Brachiaria Brizantha* é uma gramínea que possui sistema radicular profundo e vigoroso, pela ótima adaptação a solos que possuem baixa fertilidade, fácil estabelecimento, grande produção de biomassa e alta persistência na superfície do solo (KLUTHCOUSKI et al., 2000; SANTOS et al., 2007; NASCENTE et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2011; RAMOS et al., 2021).

Possui como principais características alta produção de forragem, persistência, boa capacidade de rebrota, tolerância ao frio, à seca e ao fogo. Exige solos bem drenados, de média a alta fertilidade onde produz de 8 a 20 toneladas de matéria seca por hectare, por ano (EMBRAPA, 2021).

Dentre as forrageiras, o gênero *Brachiaria* é o mais utilizado, a *Brachiaria Brizantha* é mais conhecida, sendo utilizada pelos pesquisadores da área de tecnologia e produção de sementes. É a principal espécie do gênero no País, possivelmente, em virtude da sua adaptação edafoclimática, elevada produção de massa verde e seca e grande utilização no sistema plantio direto (SOUSA, 2019).

A *Brachiaria Brizantha* representada na Figura 2.5, é a gramínea forrageira de maior importância econômica no Brasil. Por possuir relativa facilidade de manejo, tornou-se responsável pelo avanço da pecuária brasileira, oferece também pastagens de qualidade razoável e investimentos moderados (SILVA et al., 2022).

Figura 2.5 – Planta de *Brachiaria Brizantha*



Fonte: Lavoura 10- Aegro

## 2.4 Estudo Longitudinal e Transversal

As pesquisas envolvendo coleta de dados ao longo do tempo podem ser: longitudinal ou transversal. No estudo longitudinal o objetivo é avaliar mudanças globais ou individuais ao longo do tempo, podendo ser meses, anos ou até décadas. É fundamental acompanhar o mesmo indivíduo ao longo do tempo, para determinar as variações que possam ocorrer no estudo de maneira mais precisa. A maior desvantagem desse estudo está relacionada com seu custo, pois em muitos casos é necessário um grande esforço para garantir a observação das unidades amostrais nos instantes pré-determinados e em outras, o período de observação pode ser muito longo (SINGER; NOBRE; ROCHA, 2011). Geralmente, os dados longitudinais apresentam a característica da dependência com erros correlacionados. Essa suposição de erros correlacionados exige a modelagem da matriz de covariância dos dados (FAUSTO et al., 2008).

No estudo transversal os dados são levantados e analisados em um tempo definido como observacional, em diferentes indivíduos da mesma população com idades diferentes, tendo o objetivo de coletar dados para estudar em um determinado ponto no tempo. Este estudo possui algumas vantagens, dentre elas o baixo custo, a facilidade de realização, a rapidez com que é empregado e a objetividade na coleta de dados, sendo uma ferramenta de grande utilidade para descrever características da população e podendo oferecer valiosas informações para o avanço do conhecimento científico (BASTOS; DUQUIA, 2007; RIBEIRO et al., 2018).

Em estudos sobre o crescimento vegetal que envolvem, por exemplo, a mensuração da massa seca, as coletas precisam ser destrutivas, impossibilitando medidas repetidas em um mesmo indivíduo. Logo, em estudos de crescimento vegetal é empregada a coleta transversal de dados.

Em estudos sobre crescimento de animais são realizadas medições desde o nascimento até a fase adulta. Fernandes et al. (2022) avaliaram, por meio do modelo não linear de von Bertalanffy, curvas de crescimento de coelhos mestiços de Gigante de Flandres e Nova Zelândia Branco, utilizando-se o método longitudinal e o método transversal, a fim de estimar o crescimento do peso em função das idades, concluindo-se que os dois métodos se mostraram adequados para descrever o crescimento de coelhos, e o método transversal revelou-se uma boa alternativa, com ganho de tempo na coleta dos dados e apresentando estimativas consistentes.

## 2.5 Modelagem e análise do crescimento de plantas

Análise de crescimento é a parte da fisiologia vegetal em que se usam modelos matemáticos para analisar índices de crescimento das plantas. E tem se mostrado de muito valor no estudo das reações das plantas. Através da análise de crescimento é possível quantificar diferenças entre plantas e entre espécies (REIS; MÜLLER, 1979).

De um modo geral, as análises utilizadas para recomendações agrícolas têm sido a correlação e a regressão, pois auxiliam no conhecimento qualitativo das variáveis e suas interações envolvidas nos sistemas de produção de culturas, contribuindo para a progressão da ciência na agricultura (JAME; CURTFORTH, 1996).

Segundo Jame e Curtforth (1996), modelo é definido como uma série de equações matemáticas que descrevem um sistema físico. O modelo simula uma cultura por meio da estimativa do desenvolvimento e crescimento de seus componentes, como folhas, raízes, colmos e grãos.

Para simular o desenvolvimento e crescimento da planta do milho diversos métodos são utilizados. Os modelos genéricos no caso descrevem os processos de respiração, assimilação, desenvolvimento e crescimento da planta sem considerar a espécie da cultura (ROMANO, 2005).

Utilizam-se vários tipos de modelos (empíricos ou mecanísticos) de acordo com suas habilidades, facilitando a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal (JONES, 1992). Os modelos empíricos representam de forma simplificada as relações entre a resposta fisiológica das plantas e as variáveis ambientais, durante diferentes estádios fenológicos de uma cultura (CRUZ et al., 2011; FONSECA et al., 2007; TONATO et al., 2010). E os modelos mecanísticos são utilizados, recentemente, para simular o crescimento de pastagens tropicais e subtropicais. Esses modelos são complexos e necessitam de conhecimentos sobre diversos processos fisiológicos da planta (CRUZ et al., 2011; Rymph et al., 2004).

## 2.6 Modelos de regressão

O termo “*Regressão*” foi proposto por Galton, em um estudo onde ele evidenciou que a altura dos filhos não reflete a altura dos pais, mas tende a regredir para a média da população e com isso, foi utilizado o termo “regredir” (DEMÉTRIO; ZOCCHI, 2006).

A análise de regressão é amplamente usada nas mais diversas áreas como física, biologia, economia, entre outras. É uma das técnicas estatísticas mais utilizadas atualmente que tem como objetivo modelar a relação entre variáveis por meio de funções matemáticas (HOFFMANN, 2015).

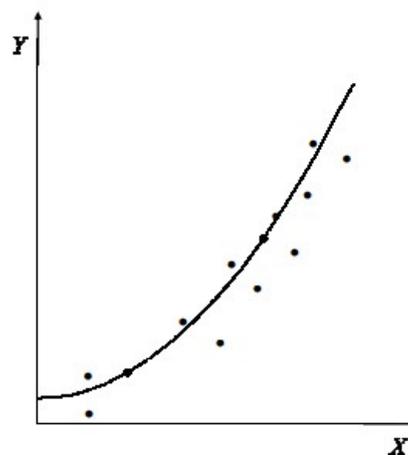
São usados para descrever a relação entre uma variável resposta, denotada por  $Y$ , e uma ou mais covariáveis denotadas por  $X$ , geralmente chamadas de variáveis explicativas, preditoras ou regressoras. Segundo Seber e Wild (1989), matematicamente essa relação pode ser escrita como:

$$Y_i = f(X_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i$$

em que  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y_i$  representa os valores observados ou variáveis dependentes,  $X_i$  as variáveis independentes;  $\boldsymbol{\theta}$  é o vetor de parâmetros do modelo;  $f(\cdot)$  uma forma funcional e  $\varepsilon_i$  os erros aleatórios atribuídos ao modelo, sendo independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal com média zero e variância constante, ou seja,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

É comum, que a variável dependente seja afetada por outros fatores, além dos considerados no modelo adotado e não são considerados no modelo por vários motivos, como indisponibilidade dos valores, impossibilidade de mensuração, entre outros. Com isso, o conjunto de pares de valores  $(X_i, Y_i)$  corresponde a um conjunto de ponto, dispersos em torno da curva representativa da função (Figura 2.6), e dizemos que as duas variáveis estão relacionadas de acordo com um modelo estatístico (HOFFMANN, 2015):

Figura 2.6 – Modelo estatístico:  $Y_i = f(X_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i$



Fonte: Hoffman (2015)

Segundo Drapper e Smith (1998) os modelos de regressão são classificados de três formas:

- **Modelos Lineares:** são aqueles lineares em seus parâmetros, para os quais as derivadas parciais em relação a qualquer parâmetro não dependem de parâmetros do modelo, como exemplo, usando o modelo polinomial de 3º grau, tem-se:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \varepsilon.$$

no qual:

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  são os parâmetros do modelo,

$x$  é a parte determinística,

$Y$  a variável resposta,

$\varepsilon$  é o erro aleatório associado ao modelo.

Fazendo as respectivas derivadas parciais em relação a cada um dos parâmetros:

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_0} = 1, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = x, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta_2} = x^2, \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta_3} = x^3.$$

Observa-se que as derivadas parciais não dependem de parâmetros, logo é um modelo linear.

- **Modelos não lineares:** são aqueles não lineares em seus parâmetros, ou seja, pelo menos uma das derivadas parciais em relação a qualquer parâmetro depende de algum parâmetro do modelo e não existe transformação que possa torná-los lineares, como por exemplo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1^X + \varepsilon.$$

As derivadas parciais em relação aos parâmetros são dadas por:

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta_0} = 1 \text{ e } \frac{\partial Y}{\partial \beta_1} = X\beta_1^{X-1}.$$

Observa-se que pelo menos uma das derivadas parciais depende de parâmetros, logo é um modelo não linear.

- **Modelos linearizáveis:** são aqueles não lineares em seus parâmetros inicialmente, mas que podem se tornar lineares usando alguma transformação, por exemplo:

$$Y = e^{(\alpha + \beta x)} \varepsilon$$

Note que:

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = e^{(\alpha + \beta x)} \varepsilon \quad \text{e} \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} = x e^{\alpha + \beta x} \varepsilon.$$

Observa-se que pelo menos uma das derivadas parciais depende de parâmetros.

Assim, como o erro é multiplicativo, aplicando a transformação logarítmica em ambos os lados, obtemos:

$$\ln Y = \alpha + \beta x + \ln(\varepsilon)$$

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial \alpha} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \ln Y}{\partial \beta} = x.$$

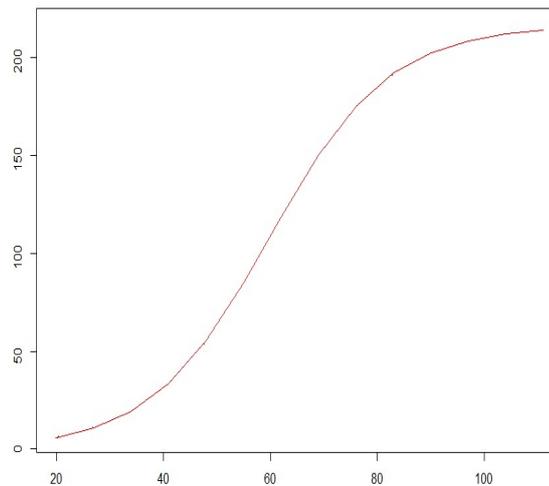
Observa-se que com o uso da transformação ao obtermos as derivadas parciais nenhuma dependeu de parâmetro, o que caracteriza o modelo linearizável.

## 2.7 Modelos não lineares

Muitos processos científicos podem ser bem ajustados por funções lineares, mas em relação aos fenômenos biológicos geralmente os melhores ajustes são obtidos por meio dos modelos não lineares. Devido ao fato de que a taxa de crescimento de uma planta acontece de forma rápida em sua fase inicial e diminui a velocidade ao longo do tempo, tendendo a uma estabilidade na fase adulta (MISCHAN; PINHO, 2014).

Modelos não lineares estatisticamente descrevem alguma quantidade relacionada à distribuição de probabilidades de uma variável aleatória  $Y$  como uma função, não linear nos parâmetros. Usualmente são sustentados por alguma informação sobre a relação entre  $Y$  e  $X$ , estando vinculada à diferentes graus de conhecimento como uma análise de um diagrama de dispersão de  $y$  contra  $x$ , restrições de forma da função, ser sigmóide, ou seja, pode ser caracterizado por uma curva em formato de “S”, conhecidas como curvas sigmóides ou sigmóides como mostra a Figura 2.7 (BONAT; RIBEIRO; ZEVIANI, 2013).

Figura 2.7 – Gráfico Função Sigmoide



Fonte: Da autora (2022)

De acordo com Draper e Smith (1998), o modelo de regressão não linear pode ser escrito como:

$$Y_i = f(X_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i, \quad (2.1)$$

em que  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y_i$  representa as variáveis dependentes;  $X_i$  as variáveis independentes;  $\boldsymbol{\theta}$  é o vetor de parâmetros do modelo e  $\varepsilon_i$  o erro aleatório associado a  $i$ -ésima observação,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ .

Segundo Zeviani, Ribeiro e Bonat (2013) o uso de modelos não lineares possuem algumas vantagens e desvantagens. Das vantagens temos que:

- a) Sua escolha é baseada em teoria ou princípios mecanísticos (físicos, químicos ou biológicos) ou qualquer outra informação prévia;
- b) Alguns parâmetros são quantidade de interesse para o pesquisador providos de interpretação;
- c) Podem ser realizadas predições fora do domínio observado de  $x$ ;
- d) Geralmente são mais parcimoniosos, pois apresentam menos parâmetros que os lineares;
- e) Partem do conhecimento do pesquisador sobre o fenômeno alvo.

Com relação às desvantagens, os autores apresentam:

- a) Requerem métodos iterativos de estimação baseados no fornecimento de valores iniciais para os parâmetros;
- b) Métodos de inferência são aproximados;

c) Exigem conhecimento do pesquisador sobre o fenômeno alvo.

Seber e Wild (1989) indicam que muitos desses modelos se enquadram em categorias, como, por exemplo, os modelos de crescimento, que são usados para descrever curvas de crescimento, os mais utilizados segundo Fernandes et al. (2015) são: Logístico, Gompertz, von Bertalanffy, Brody e Richards.

### 2.7.1 Modelo Logístico

Foi proposto em 1838, por Verhulst, com o objetivo de estudar o crescimento de uma população (SEBER; WILD, 1989).

O modelo logístico é adequado para representar dados de crescimento de organismos vivos, onde o crescimento experimental é exponencial e, após o ponto de inflexão, é assintótico (MISCHAN; PINHO, 2014).

Segundo Zeviani, Júnior e Bonat (2013) o modelo logístico, assim como muitos outros, possui mais de uma parametrização. Com base nos estudos de Fernandes et al. (2015) a que apresentou melhor desempenho para o modelo Logístico, visto à interpretação prática de todos os parâmetros foi:

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i. \quad (2.2)$$

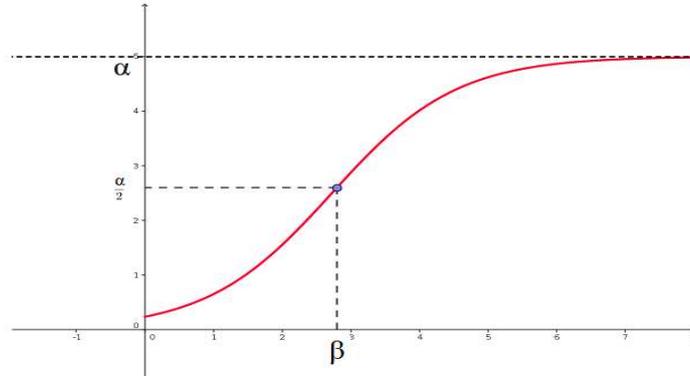
em que,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y_i$  a  $i$ -ésima observação da variável dependente;  $x_i$  a  $i$ -ésima observação da variável independente;  $\alpha$  é o valor esperado para o crescimento máximo em estudo;  $\beta$  a abscissa do ponto de inflexão, no qual o crescimento passa a ser desacelerado;  $\kappa$  é um índice associado ao crescimento, quanto maior o valor dele, menos tempo é necessário para que o objeto em estudo atinja seu ponto de inflexão;  $\varepsilon_i$  os erros aleatórios atribuídos ao modelo associados a  $i$ -ésima observação, pressupondo-se que seja independente e identicamente distribuído seguindo uma distribuição normal de média zero e variância constante, ou seja,  $\varepsilon_i \sim N(0; \sigma^2)$  (FERNANDES et al., 2015).

O modelo logístico apresenta a reta  $y = \alpha$  como assíntota horizontal, a abscissa do ponto de inflexão é dada por  $x = \beta$ , no qual o valor da variável independente anula a derivada de segunda ordem da função (MISCHAN; PINHO, 2014). Substituindo o valor da abscissa na função obtém-se:

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{\kappa(\beta - \beta)}} = \frac{\alpha}{2}.$$

Desta forma, a função Logística possui ponto de inflexão  $(\beta, \frac{\alpha}{2})$ . Com isso, observa-se que o ponto de inflexão da função é exatamente na metade do valor assintótico  $\alpha$ .

Figura 2.8 – Curva do modelo Logístico com ponto de inflexão



Fonte: Da autora (2022)

### 2.7.2 Modelo Gompertz

Foi proposto por Benjamim Gompertz em 1825 e por muito tempo foi usado nas ciências atuariais no estudo das tábuas de vida. A partir de 1940, passou a ser utilizado por pesquisadores no estudo de curva de crescimento para fenômenos biológicos (SEBER; WILD, 2003).

O modelo Gompertz tem um crescimento inicialmente exponencial e, a seguir, assintótico (MISCHAN; PINHO, 2014). Esse modelo apresenta a seguinte parametrização:

$$Y_i = \alpha e^{-e^{k(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i. \quad (2.3)$$

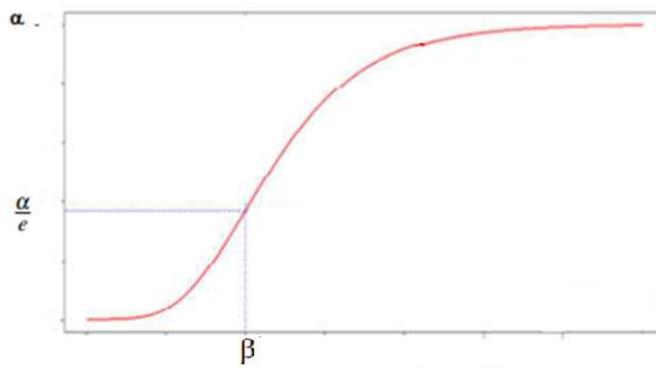
Os parâmetros possuem mesma interpretação do modelo logístico. Com assíntota horizontal sendo  $y = \alpha$ . Porém, o seu ponto de inflexão não é simétrico, ocorrendo antes da metade da curva.

Com a derivada de segunda ordem igual a zero a abscissa do ponto de inflexão é encontrada, a qual é dada por  $x = \beta$  e, substituindo na função obtêm-se:

$$Y_i = \alpha e^{-e^{k(\beta - \beta)}} = \alpha e^{-e^0} = \alpha e^{-1} = \frac{\alpha}{e}.$$

Desta forma, a função Gompertz possui ponto de inflexão  $(\beta, \frac{\alpha}{e})$ . Com isso, observa-se que o ponto de inflexão da função  $\frac{\alpha}{e} < \frac{\alpha}{2}$  é atingido antes da metade da curva.

Figura 2.9 – Curva do modelo Gompertz com ponto de inflexão



Fonte: Da autora (2022)

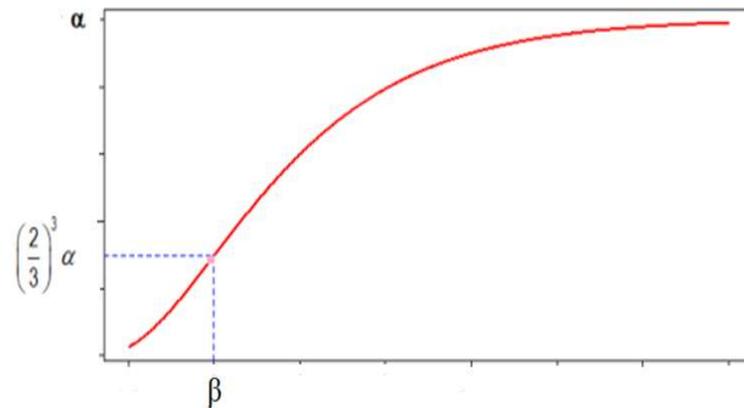
### 2.7.3 Modelo von Bertalanffy

Foi proposto por Ludwig von Bertalanffy em 1938 e se aplica a um grande número de espécies animais, sendo bastante empregado em estudos de crescimento de peixes (MISCHAN; PINHO, 2014). É um modelo não linear que apresenta o formato sigmoideal não simétrico em relação ao ponto de inflexão, tornando-se útil para modelagem de crescimento vegetal (FERNANDES et al., 2019). Uma possível parametrização para esse modelo é:

$$Y_i = \alpha \left( 1 - \frac{e^{K(\beta - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i. \quad (2.4)$$

A interpretação dos parâmetros é a mesma apresentada no modelo Logístico. O ponto de inflexão desse modelo é obtido pela segunda derivada, dado por  $(\beta, \left(\frac{2}{3}\right)^3 \alpha)$  (SEBER; WILD, 2003).

Figura 2.10 – Curva do modelo von Bertalanffy com ponto de inflexão



Fonte: Da autora (2022)

Muitos pesquisadores têm usado os modelos não lineares para ajustar curvas de crescimento. Jane et al. (2019), em seus estudos, compararam o ajuste dos modelos não lineares Logístico e Gompertz na descrição do crescimento de pimentas da cultivar Doce. Com base nos avaliadores de qualidade de ajuste concluíram que o modelo Logístico se apresentou mais adequado.

Pereira et al. (2017) estudaram os modelos Brody e Logístico em seu trabalho sobre a evolução do diâmetro da copa de plantas do cafeeiro, cultivadas em duas densidades de plantio, em que o modelo Logístico se mostra mais eficiente na descrição do diâmetro de copa do cafeeiro após a poda.

Miranda et al. (2021) estudaram a descrição do crescimento da planta de pinhão manso utilizando os modelos Logístico e Gompertz, concluindo-se que o modelo Logístico se destacou para os acessos CNPAE-169 e CNPAE-102 e o modelo Gompertz para o acesso CNPAE-259.

Para a descrição do crescimento de mamíferos de corte Fernandes (2019) utilizou o modelo de von Bertalanffy, com ajustes mais confiáveis, sugere-se este modelo na descrição da curva de crescimento de mamíferos de corte.

Brito et al. (2007) analisaram modelos de crescimento resultantes da combinação e variações dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey aplicados em *Leucaena Leucocephala* (lam.) de wit. Os resultados obtidos nas análises indicaram que todos os modelos testados se ajustaram de maneira satisfatória aos dados, podendo assim ser utilizados para se estimar o crescimento em altura da *Leucaena*.

Em todos os estudos apresentados nesta seção, os autores obtiveram bons resultados ao analisar os modelos não lineares, o que ressalta a importância desse tipo de modelo para fenômenos biológicos.

## 2.8 Estimação dos parâmetros em modelos não lineares

Nesta seção serão abordados os métodos de estimação de parâmetros em modelos não lineares, testes para a análise de resíduos e critérios para selecionar os melhores ajustes.

### 2.8.1 Método dos Mínimos Quadrados

Para estimar os parâmetros em modelos não lineares existem vários métodos, dentre eles o mais utilizado é o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), que tem como objetivo minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os dados observados e o valor estimado, minimizando a soma de quadrados dos resíduos (DRAPER; SMITH, 1998).

Para a realização da inferência dos parâmetros é indispensável que o vetor de erros apresente alguns pressupostos como: erros serem identicamente distribuídos, independentes, com distribuição normal de média zero e variância homogênea (SEBER; WILD, 2003).

Gallant (1987) classifica o método dos mínimos quadrados de três maneiras distintas:

- i. Ordinários:** os erros não violam nenhuma das pressuposições, ou seja,  $\varepsilon \sim N(0, \mathbf{I}\sigma^2)$ .
- ii. Ponderados:** os erros são heterocedásticos, ou seja, não atendem a pressuposição de homogeneidade ou homocedasticidade de variâncias,  $\varepsilon \sim N(0, \mathbf{D}\sigma^2)$ , em que  $\mathbf{D}$  é uma matriz diagonal, positiva definida, com elementos da diagonal sendo os pesos que ponderam a variância  $\sigma^2$ .
- iii. Generalizados:** os erros não atendem a pressuposição de independência e/ou de homogeneidade de variâncias, logo são correlacionados e possivelmente heterocedásticos.  $\varepsilon \sim N(0, \mathbf{M}\sigma^2)$ , em que  $\mathbf{M}$  é a matriz de variâncias e covariâncias dos resíduos, os elementos da diagonal principal são as variâncias e fora dela a correlação dos erros.

A seleção do método de mínimos quadrados (MMQ) a ser utilizado depende dos erros do modelo de regressão analisado, se o vetor de erros apresentarem particularidades de um modelo ordinário, utiliza-se o MMQ ordinários, se for as de um modelo ponderado, o MMQ ponderados pode ser utilizado e de um modelo generalizado, pode-se usar o MMQ generalizados.

Ilustrando o método dos mínimos quadrados, considera-se uma equação de regressão não linear. Esta equação pode ser escrita na forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Sendo:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}; f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} f(X_1, \boldsymbol{\theta}) \\ f(X_2, \boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ f(X_n, \boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Tem-se que  $E[\mathbf{Y}] = E[f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}] = E[f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})] + E[\boldsymbol{\varepsilon}]$ .

Como  $E[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0$ , assim:

$$E[\mathbf{Y}] = E[f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})] = f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}).$$

O resíduo é dado pela diferença entre o valor real e o valor esperado,  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})$ .

Esse método consiste na estimação dos parâmetros, minimizando a soma de quadrados dos resíduos (SQRes) e associada à equação acima, é dada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} SQRes(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = \{\mathbf{Y}' - [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]'\}[\mathbf{Y} - f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})] \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) - [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]'\mathbf{Y} + [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) \end{aligned}$$

Utilizando a propriedade da transposta de matrizes  $(A'B)' = B'A$ , tem-se:

$$= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})$$

Esta é uma forma quadrática e seu ponto crítico é obtido derivando-se  $SQRes(\boldsymbol{\theta})$  em relação à  $\boldsymbol{\theta}$  e igualando-se a derivada a zero. Assim,

$$\frac{\partial SQRes(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = -2\mathbf{Y}' \times \frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]'}{\partial \boldsymbol{\theta}} \times f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) + [f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})]' \times \frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

em que  $\frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  é a matriz das derivadas parciais, também conhecida como matriz jacobiana de dimensões  $n \times p$ , sendo  $n$  o número de observações e  $p$  a quantidade de parâmetros do modelo. Representada como:

$$\frac{\partial f(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_1)} & \frac{\partial f(x_1; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_2)} & \dots & \frac{\partial f(x_1; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_p)} \\ \frac{\partial f(x_2; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_1)} & \frac{\partial f(x_2; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_2)} & \dots & \frac{\partial f(x_2; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_p)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_1)} & \frac{\partial f(x_n; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_2)} & \dots & \frac{\partial f(x_n; \boldsymbol{\theta})}{\partial (\theta_p)} \end{bmatrix}$$

Seja a matriz jacobiana chamada de  $\mathbf{X}$ , e recordando a propriedade da transposta de matrizes  $(\mathbf{A}'\mathbf{B})' = \mathbf{B}'\mathbf{A}$ , então:

$$-2 \mathbf{Y}'\mathbf{X} + 2[\mathbf{f}(\mathbf{X};\boldsymbol{\theta})]' \mathbf{X} = 0 \rightarrow \mathbf{X}' \mathbf{f}(\mathbf{X};\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}.$$

Esse é o sistema de equações normais (SEN) para o modelo não linear, onde a matriz  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{f}(\mathbf{X};\boldsymbol{\theta})$  dependem de  $\boldsymbol{\theta}$ , logo esse sistema não possui uma solução explícita para  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ . Dessa forma, é necessária a utilização de métodos de busca numérica para uma aproximação desta solução, os métodos iterativos (DRAPER; SMITH, 1998).

### 2.8.2 Métodos iterativos

Visto anteriormente, o método de mínimos quadrados minimiza a soma de quadrados dos erros. Entretanto, o Sistema de Equações Normais Não lineares não possui uma solução explícita, ou seja, recorrendo a necessidade do uso de métodos iterativos para se obter a solução. Com relação aos métodos iterativos, existem diversos como o de Gauss-Newton, Steepest-Descent, Marquardt, entre outros (BATES; WATTS, 1988), sendo o de Gauss-Newton o mais utilizado (CARNEIRO et al., 2014; FERNANDES et al., 2015; ZEVIANI et al., 2012).

Mesmo com critérios sendo estabelecidos a convergência não é garantida em qualquer método iterativo, a escolha de bons valores iniciais é muito importante, pois determinará o número de interações até que a convergência aconteça, diminuindo a possibilidade do algoritmo convergir para mínimos locais. Drapper e Smith (1998) apresentam procedimentos para obter valores iniciais, como:

- a) Analisar o comportamento da função ou de suas derivadas em relação aos parâmetros analiticamente ou graficamente;
- b) Transformar a função para obter um comportamento mais simples, como o caso linear;
- c) Reduzir dimensões das funções com a atribuição de determinados valores para alguns parâmetros.

### Método de Gauss-Newton

O método de Gauss-Newton é um dos mais usados para estimativas dos parâmetros de modelos não lineares, procurando minimizar a soma de quadrados dos erros. Este método é uma generalização do algoritmo de mínimos quadrados e, tem por objetivo encontrar os estimadores dos parâmetros para modelo em que a soma de quadrados dos resíduos seja mínima (SEBER; WILD, 2003).

É um método iterativo que consiste em linearizar a função não linear utilizando a série de Taylor, com aproximação até a derivada de primeira ordem (SILVA et al., 2019; SEBER, WILD, 2003) da função  $f(\mathbf{X}_i; \boldsymbol{\theta})$ , em torno do valor inicial  $\boldsymbol{\theta}^0$ , e é dada por:

$$f(\boldsymbol{\theta}) \approx f(\boldsymbol{\theta}^0) + F(\boldsymbol{\theta}^0)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0)$$

Substituindo os termos dessa expansão no SEN, tem-se:

$$\mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X}'[f(\boldsymbol{\theta}^0) + F(\boldsymbol{\theta}^0)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0)] = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Usando  $F(\boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}$  a matriz de derivadas parciais do modelo. Logo,

$$\mathbf{X}'[f(\boldsymbol{\theta}^0) + \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0)] = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Utilizando a propriedade distributiva em  $\mathbf{X}'$ :

$$\mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}^0) + \mathbf{X}'\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Subtraindo  $\mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}^0)$  em ambos os lados da igualdade, temos:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{X}'f(\boldsymbol{\theta}^0)$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0) = \mathbf{X}'[\mathbf{Y} - f(\boldsymbol{\theta}^0)]$$

Observe que  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - f(\boldsymbol{\theta}^0)$  multiplicando pela inversa de  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , tem-se:

$$\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0 = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

Logo, a forma iterativa de Gauss-Newton é dada por:

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0 + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

De modo geral:

$$\boldsymbol{\theta}^n = \boldsymbol{\theta}^{n-1} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

Repete-se esse processo até que algum critério de convergência pré-estabelecido seja atingido ( $|\hat{\boldsymbol{\theta}}^n - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{n-1}| < \delta$ , em que  $\delta$  é algum valor fixo muito pequeno, por exemplo  $\delta = 10^{-6}$ ).

### 2.8.3 Análise de Resíduos

A análise de resíduos verifica se o modelo é adequado para realizar a inferência. Considera-se inicialmente ao estimar os parâmetros do modelo que os pressupostos sobre os resíduos como independência, normalidade e homocedasticidade sejam atendidos. Caso algum pressuposto não seja atendido, a estimação dos parâmetros deve ser recomposta, considerando as características apresentadas pelo vetor de resíduos (PEREIRA et al., 2014).

Para testar a hipótese de independência pode ser utilizado o teste de Durbin-Watson (DURBIN; WATSON, 1951), que testa a existência de autocorrelação de primeira ordem. As hipóteses do teste são:

$H_0$ : Os resíduos são independentes.

$H_1$ : Os resíduos não são independentes.

Caso a hipótese nula seja rejeitada, é necessário incluir um termo autoregressivo de primeira ordem no modelo. A estatística de teste é:

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$

em que  $n$  é o número de observações,  $\varepsilon_i$  é o resíduo no tempo  $i$ , e  $\varepsilon_{i-1}$  é o resíduo no tempo  $i - 1$ .

Verificando a normalidade dos resíduos um dos testes mais utilizados é o teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965), em que a hipótese nula assume que os resíduos seguem distribuição normal. No qual as hipóteses do teste são:

$H_0$ : Os resíduos seguem uma distribuição Normal.

$H_1$ : Os resíduos não seguem uma distribuição Normal.

Se a hipótese nula for rejeitada, indica que os resíduos não seguem uma distribuição normal e para contornar esse problema existem algumas soluções, como transformar os dados ou escolher outro modelo (SILVA, 2020). A estatística de teste é a seguinte:

$$W = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2}$$

em que  $\bar{x}$  é a média amostral,  $x_{(i)}$  são os valores amostrais ordenados e o valor  $b$  é calculado com base nas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem. Menores valores de  $W$  são evidências sobre os desvios de normalidade.

Para verificar a homocedasticidade pode-se utilizar o teste de Breusch-Pagan (BREUSCH; PAGAN, 1979), que testa a hipótese nula de que as variâncias dos resíduos são iguais. As hipóteses são:

$H_0$ : As variâncias dos resíduos são homogêneas.

$H_1$ : As variâncias dos resíduos não são homogêneas.

Inicialmente a estatística do teste é obtida ajustando-se os modelos e encontrando os resíduos e os valores ajustados padronizados, calculando da seguinte forma:

$$u_i = \frac{e_i^2}{SQE/n}$$

Após encontrar os resíduos é realizado o cálculo da estatística de teste:

$$BP = \frac{SQreg}{2}$$

em que  $SQreg$  é a soma de quadrado da regressão. Esta estatística tem distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

#### 2.8.4 Critérios para seleção de modelos

Em um experimento, quando se calcula as estimativas para os parâmetros dos modelos, é interessante a escolha de critérios para selecionar os melhores ajustes e para isso utiliza-se os avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos.

##### **Coefficiente de Determinação ( $R^2$ )**

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) indica o quanto da variação dos dados foi explicada pelo modelo. O  $R^2$  varia entre 0 e 1, e indica, em porcentagem, o quanto o modelo consegue explicar os valores observados. Sendo assim quanto mais próximo de 1 melhor será o modelo. O coeficiente de determinação é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT}$$

em que:  $SQR$  é a soma de quadrados dos resíduos e  $SQT$  é soma de quadrados total. A interpretação prática é: quanto maior o valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ), melhor é o ajuste.

##### **Desvio padrão residual (DPR)**

O DPR indica a distância entre os valores observados e as estimativas do modelo ajustado, é calculado pela seguinte equação:

$$DPR = \sqrt{\frac{SQR}{n - p}}$$

em que  $SQR$  é soma de quadrados dos resíduos,  $n$  é o número de observações e  $p$  o número de parâmetros do modelo. A interpretação prática do DPR é: quanto menor o seu valor, melhor o ajuste.

### **Critério de Informação de Akaike (AIC)**

Este critério foi proposto por Akaike (1974), e constitui numa medida relativa de qualidade de ajuste de um modelo estatístico estimado, evitando-se modelos com excesso de parâmetros, sendo definido pela seguinte equação:

$$AIC = n \ln \left( \frac{SQR}{n} \right) + 2p$$

em que:  $n$  é o tamanho amostral,  $p$  é o número de parâmetros ajustados pela regressão,  $SQR$  é a soma dos quadrados dos resíduos e  $\ln$  é o operador logaritmo natural.

O modelo que apresenta menor valor de critério de informação de Akaike (AIC) é considerado o modelo que melhor se ajusta aos dados.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção são apresentados os dados de acúmulo de massa seca da planta de milho analisados e a forma como eles foram obtidos, bem como a metodologia de análise dos mesmos, por meio dos modelos não lineares.

#### 3.1 Material

Os dados utilizados para o ajuste dos modelos foram extraídos de Oliveira et al. (2013). O experimento foi conduzido no verão do ano agrícola 2007/2008, na Fazenda Capivara, localizada no município de Santo Antônio de Goiás (GO).

A área experimental começou a ser cultivada sob Sistema Plantio Direto em 2005/2006, com a cultura do milho, sendo cultivada com feijão no inverno de 2006 e milho mais *B. Brizantha* associado no verão de 2006/2007. No inverno de 2007, foram cultivados feijão comum, *B. Brizantha* e milheto, para serem utilizados como cobertura no cultivo do milho, no verão de 2007/2008.

O delineamento experimental foi o de blocos completos casualizados, com três tratamentos (palhadas de cobertura) e cinco repetições. Cada parcela experimental apresentava área total de 45,0 m<sup>2</sup> (10 linhas de 5,0 m, espaçadas em 0,90 m), sendo metade (segunda, terceira, oitava e nona linhas) destinada à coleta de plantas e a outra metade (quarta, quinta, sexta e sétima linhas) à avaliação da produtividade. A primeira e última linhas, juntamente com os 0,5 m das extremidades das linhas, foram consideradas bordadura.

Para a análise de crescimento, as amostragens de plantas foram realizadas a cada sete dias, a partir de 20 dias após a emergência (DAE), tendo sido coletadas duas plantas por parcela, introduzidas em sacos plásticos e conduzidas ao laboratório, mensurando-se o acúmulo de massa seca (grama/m<sup>2</sup>) total, das folhas, dos colmos e das espigas.

#### 3.2 Métodos

O primeiro passo foi ajustar os modelos não lineares aos dados e verificar se as pressuposições foram atendidas na análise de resíduos pelos testes de Shapiro-Wilk, Breush-Pagan e Durbin-Watson. Na presença de heterocedasticidade de variâncias, foram realizados novos ajustes utilizando a ponderação por pesos estimados, incorporando, a heterocedasticidade no momento da estimação dos parâmetros dos modelos.

### 3.2.1 Modelos ajustados

Para analisar e modelar o crescimento e produtividade da planta de milho, os modelos de regressão não linear utilizados foram: Logístico (2.2), Gompertz (2.3) e von Bertalanffy (2.4).

$$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{K(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

$$Y_i = \alpha e^{-e^{K(\beta - x_i)}} + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

$$Y_i = \alpha \left( 1 - \frac{e^{K(\beta - x_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i \quad (2.4)$$

### 3.2.2 Método iterativo

A estimação dos parâmetros dos modelos foi feita com base no método dos mínimos quadrados, utilizando o algoritmo de convergência de Gauss-Newton, em que os valores iniciais para os parâmetros foram obtidos por meio da análise gráfica do comportamento da função.

### 3.2.3 Análise dos resíduos

Para a análise de resíduos, ou seja, para verificar ao nível de 5% de significância os pressupostos de normalidade, homogeneidade e independência do modelo foram usados os testes de Shapiro-Wilk, Breuch-Pagan e Durbin-Watson, respectivamente.

Com os ajustes feitos foram realizadas as análises e quando atendido o pressuposto de normalidade os intervalos de confiança foram construídos, na violação do pressuposto de independência residual, foram realizados novos ajustes aos modelos com a inclusão do termo autorregressivo de primeira ordem (AR1).

Na violação do pressuposto de homocedasticidade, o fator de ponderação foi estimado por meio do argumento "weights" da função "gnls" do software R (R Core Team, 2021), as classes testadas foram "VarExp()", "VarIdent()", "VarPower()" e selecionou-se a classe que apresentou o menor valor de AIC.

Utilizou-se o teste t de Student para significância dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\kappa$ , em que a hipótese nula ( $H_0$ ) refere-se ao parâmetro ser igual a zero, e a hipótese alternativa ( $H_a$ ) refere-

se ao parâmetro ser diferente de zero. Foram obtidos também os intervalos de 95% de confiança.

### **3.2.4 Comparação e seleção dos modelos**

A avaliação e comparação da qualidade do ajuste do modelo que melhor descreve os dados foram realizadas utilizando o critério de informação de Akaike (AIC), o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e desvio padrão residual (DPR), indicando como melhor o modelo aquele que apresentou o maior valor de  $R^2$  e menores valores para o DPR e AIC.

### **3.2.5 Recursos Computacionais**

Todas as análises foram realizadas com o software estatístico R de acesso livre (R Core Team, 2021). Os pacotes utilizados foram nlme, car, lmtest e qpcR e as rotinas encontram-se em anexo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão apresentados resultados e discussão referentes a cada variável estudada: Massa seca dos colmos, das folhas, espigas e Massa seca total.

### 4.1 Massa seca dos colmos

Após ajustar os modelos Logístico, Gompertz e Von Bertalanffy aos dados, considerando que todas as pressuposições sobre o vetor de erros são adotadas, ou seja, os resíduos são independentes e identicamente distribuídos seguindo uma normal de média zero e variância constante ( $\epsilon \sim N(0, I\sigma^2)$ ), foi realizada a análise de resíduos com base nos testes: Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan. Estes mesmos testes foram utilizados em trabalhos como o de Fernandes et al. (2014), Muniz, Nascimento e Fernandes (2017) e Silva et al. (2021) para verificar as pressuposições dos resíduos obtidos a partir de ajustes de modelos não lineares. Na Tabela 4.1 apresentam-se os resultados obtidos na aplicação destes testes para os três modelos para a massa seca dos colmos.

Tabela 4.1 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca dos colmos.

Característica	Modelo	SW	BP	DW
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,300	0,018*	0,346
	Gompertz	0,331	0,015*	0,757
	Von Bertalanffy	0,056	0,027*	0,664
Matéria seca Milheto	Logístico	0,348	0,311	0,465
	Gompertz	0,317	0,237	0,610
	Von Bertalanffy	0,518	0,223	0,613
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,981	0,381	0,148
	Gompertz	0,800	0,324	0,263
	Von Bertalanffy	0,548	0,309	0,315

\*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2022)

Observando-se os resultados apresentados na Tabela 4.1, pelo teste de Shapiro-Wilk percebe-se que a pressuposição de normalidade residual foi atendida em todos os modelos e em todas as culturas antecessoras ( $p$ -valor  $>0,05$ ).

A pressuposição de homogeneidade de variâncias dos resíduos foi violada ( $p$ -valor  $< 0,05$ ) pelo teste de Breusch-Pagan em todos os modelos na cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha*, mostrando que existe heterogeneidade de variâncias. Com isso, os parâmetros

foram estimados usando o método de mínimos quadrados ponderados, de modo que os pontos com maior variabilidade influenciem menos nas estimativas dos parâmetros. É comum ocorrer heterocedasticidade de variâncias entre medidas, quando se faz ajuste de modelos a dados obtidos ao longo do tempo, pois as plantas se desenvolvem e ocorre uma maior variação à medida que elas crescem (Fernandes et al., 2014). Como os dados são transversais, existe heterocedasticidade de variâncias, pois a medida é realizada em diferentes plantas ocorrendo variabilidade entre elas.

E pelo teste de Durbin-Watson percebe-se que a pressuposição de independência residual foi atendida em todos os casos ( $p$ -valor  $> 0,05$ ), mostrando que os resíduos não possuem autocorrelação. Como era de se esperar em análise de dados cuja coleta foi realizada pelo método transversal, uma vez que as medidas não são realizadas nas mesmas plantas. O mesmo ocorreu no estudo de Ribeiro et al. (2018) no qual foram observados equinos provenientes de diferentes criatórios, caracterizando um estudo transversal de crescimento.

Os avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos para a massa seca dos colmos estão apresentados na Tabela 4.2. Pelos resultados obtidos, observa-se que todos os modelos ajustaram-se bem aos dados, sendo que o modelo Gompertz apresentou menor valor para o AIC e maior valor para  $R^2$  na palhada de *Brachiaria Brizantha*. Para a palhada de milho o modelo Gompertz também se mostra mais adequado, pois apresenta menores valores de DPR e AIC que os demais modelos. Já para a palhada de feijão comum, o modelo von Bertalanffy apresentou melhor ajuste, possuindo menores valores de DPR e AIC e maior valor de  $R^2$ .

Tabela 4.2 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca dos Colmos.

<b>Característica</b>	<b>Modelo</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>DPR</b>	<b>AIC</b>
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,989	20,084	128,352
	Gompertz	0,991	18,504	126,058
	Von Bertalanffy	0,990	4,659	126,513
Matéria seca Milheto	Logístico	0,958	45,360	151,165
	Gompertz	0,963	43,710	150,127
	Von Bertalanffy	0,964	44,060	150,351
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,918	77,950	166,325
	Gompertz	0,938	70,430	163,483
	Von Bertalanffy	0,945	67,510	162,297

Fonte: Da autora (2022)

Na Tabela 4.3 apresentam-se as estimativas intervalares ao nível de 95% de confiança dos parâmetros dos modelos Logístico, Gompertz e Von Bertalanffy para a massa seca dos colmos.

Tabela 4.3 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos que melhor se ajustaram aos dados para massa seca dos colmos (grama/m<sup>2</sup>) em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha*, milho e feijão comum.

Característica	Modelo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
MS <i>B. Brizantha</i>	Gompertz	$\alpha$	512,434	495,115	529,752
		$\beta$	36,854	35,375	38,332
		$\kappa$	0,097	0,078	0,116
MS Milheto	Gompertz	$\alpha$	598,831	555,698	651,944
		$\beta$	36,553	33,075	39,932
		$\kappa$	0,078	0,053	0,119
MS Feijão Comum	Von Bertalanffy	$\alpha$	738,900	679,561	816,850
		$\beta$	32,487	28,838	35,647
		$\kappa$	0,093	0,053	0,135

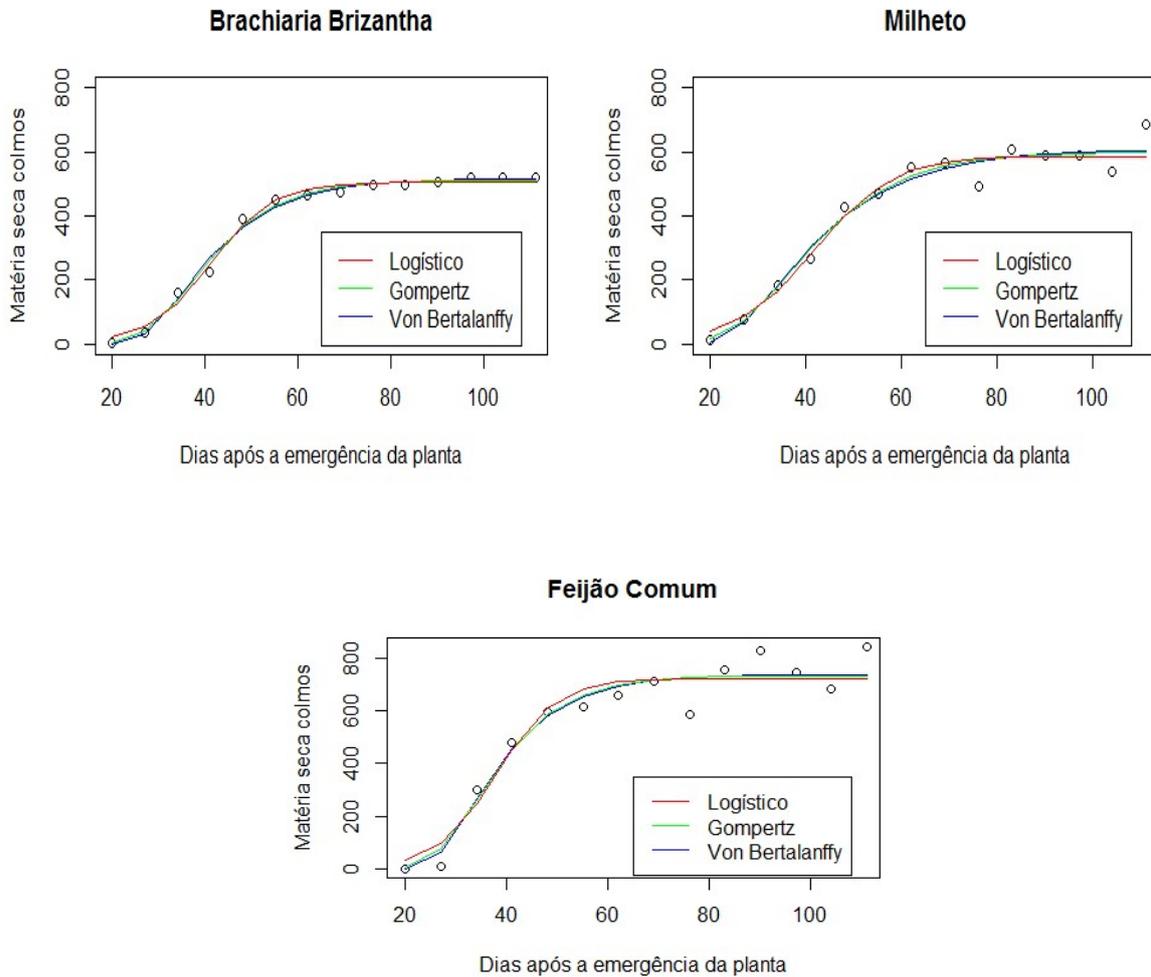
Fonte: Da autora (2022)

As análises feitas pelo teste t de Student para os parâmetros da Tabela 4.3 indicaram que todos foram significativos ao nível de 5% de probabilidade. Além disso, seus intervalos de confiança não contêm o zero, indicando que os modelos foram adequados para descrever o acúmulo de massa seca dos colmos em relação aos dias após a emergência das plantas. De acordo com as estimativas intervalares para os modelos que melhor se ajustaram aos dados nas três palhadas de coberturas, observa-se que não há intersecção entre os intervalos de confiança, sendo que o modelo von Bertalanffy na palhada de feijão comum apresenta maior acúmulo de massa seca dos colmos (679,561 g/m<sup>2</sup> à 816,850 g/m<sup>2</sup>).

Os resultados dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  encontrados em todos os modelos se assemelham aos de Oliveira et al. (2013) e Sangoi et al. (2002), verificando-se que o maior acúmulo de massa seca dos colmos ocorreu no final do ciclo. Já no estudo de Silva (2019) concluiu-se que a biomassa seca do colmo foi diminuindo com o desenvolvimento da espiga.

Os ajustes dos modelos para a massa seca dos colmos estão representados na Figura 4.1, pode-se observar que todos se ajustaram bem aos dados.

Figura 4.1 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para o acúmulo de matéria seca dos colmos nas culturas antecessoras.



Fonte: Da autora (2022)

#### 4.2 Massa seca das folhas

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 4.4 para o ajuste dos modelos propostos para a massa seca das folhas de milho, observa-se que o pressuposto de normalidade não foi atendido no modelo Logístico para cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha*. Nesse caso, optou-se por trabalhar com os modelos que não apresentaram a violação dessa pressuposição, como foi feito no trabalho de Silva et al. (2020). A não normalidade dos resíduos também foi verificada por Cunha (2011) no estudo de modelos de regressão para a descrição do crescimento de frutos da ameixeira, por Lima et al. (2017) no estudo de modelos não lineares na descrição do acúmulo de boro em diferentes partes do

feijoeiro cultivar Jalo e também por Mangueira et al. (2016) que usou o modelo logístico considerando diferentes distribuições para os erros aplicado a dados de altura do milho.

O pressuposto de homogeneidade de variâncias também não foi atendido nos modelos Logístico e Gompertz na cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha*. Já o pressuposto de independência residual foi atendido em todos os modelos e em todas as culturas antecessoras, o que é comum em coleta de dados transversal.

Tabela 4.4 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa das folhas.

<b>Característica</b>	<b>Modelo</b>	<b>SW</b>	<b>BP</b>	<b>DW</b>
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,022*	0,004*	0,973
	Gompertz	0,682	0,004*	0,929
	Von Bertalanffy	0,709	0,188	0,583
Matéria seca Milheto	Logístico	0,051	0,441	0,476
	Gompertz	0,120	0,210	0,229
	Von Bertalanffy	0,183	0,051	0,150
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,890	0,386	0,061
	Gompertz	0,943	0,400	0,101
	Von Bertalanffy	0,897	0,567	0,110

\*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2022)

Com base nos resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos (Tabela 4.5) é importante ressaltar que os valores estão próximos em todos os critérios, porém o modelo Gompertz apresenta maior valor de  $R^2$  e menores valores de DPR e AIC em todas as culturas antecessoras, com isso mostra ser mais adequado para ajustar os dados de acúmulo de massa seca das folhas. Moura et al. (2008) mostram que o modelo de Gompertz foi o que apresentou melhores ajustes na simulação de crescimento das plantas de feijão-caupi e milho.

Tabela 4.5 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca das folhas.

<b>Característica</b>	<b>Modelo</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>DPR</b>	<b>AIC</b>
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Gompertz	0,991	8,540	104,409
	Von Bertalanffy	0,990	9,672	107,892
Matéria seca Milheto	Logístico	0,989	9,635	107,784
	Gompertz	0,992	8,742	105,062
	Von Bertalanffy	0,991	9,553	107,547
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,933	34,600	143,583
	Gompertz	0,937	34,180	143,238
	Von Bertalanffy	0,933	34,787	143,733

Fonte: Da autora (2022)

Na Tabela 4.6 são apresentadas as estimativas dos parâmetros dos modelos que melhor se ajustam aos dados, com os intervalos de 95% de confiança para a massa seca das folhas. Comparando-se as estimativas intervalares do modelo Gompertz nas três culturas antecessoras pode-se observar que existe intersecção entre os intervalos da cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* e milheto. E no intervalo de confiança da cultura antecessora de feijão comum ocorre maior acúmulo de massa seca das folhas (327,450 g/m<sup>2</sup> à 377,553 g/m<sup>2</sup>).

Percebe-se também que as estimativas intervalares de  $\alpha$  possuem valores próximos em todos os modelos, sendo similares aos encontrados por Oliveira et al. (2013), verificando-se que o maior acúmulo de massa seca de folhas ocorre no florescimento, pois a planta prioriza a produção de folhas para a produção de fotoassimilados.

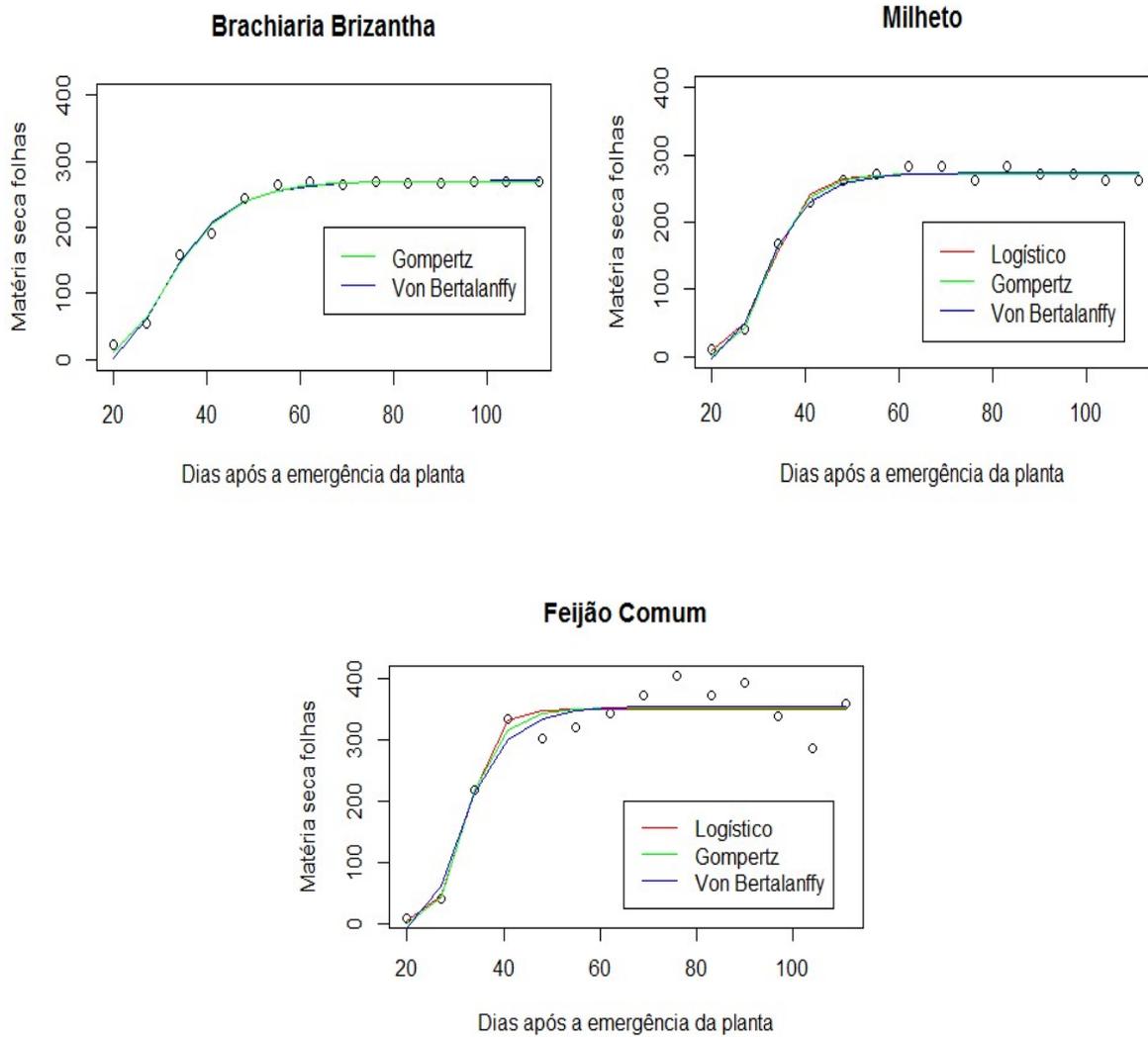
Tabela 4.6 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos que melhor se ajustaram aos dados para massa seca das folhas (grama/m<sup>2</sup>) em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha*, milho e feijão comum.

Característica	Modelo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
MS <i>B. Brizantha</i>	Gompertz	$\alpha$	269,661	262,772	276,550
		$\beta$	30,003	28,841	31,164
		$\kappa$	0,118	0,097	0,138
MS Milheto	Gompertz	$\alpha$	271,747	265,386	278,194
		$\beta$	30,329	29,390	31,247
		$\kappa$	0,183	0,149	0,225
MS Feijão Comum	Gompertz	$\alpha$	351,739	327,450	377,553
		$\beta$	30,553	27,750	34,192
		$\kappa$	0,211	0,105	1,060

Fonte: Da autora (2022)

Os ajustes dos modelos para a massa seca das folhas estão representados na Figura 4.2, pode-se observar que o modelo Gompertz se ajustou bem aos dados.

Figura 4.2 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para o acúmulo de matéria seca das Folhas nas culturas antecessoras.



Fonte: Da autora (2022)

### 4.3 Massa seca das espigas

Na Tabela 4.7 apresentam-se os resultados obtidos na aplicação dos testes Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson dos três modelos para massa seca das espigas.

Tabela 4.7 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa das espigas.

Característica	Modelo	SW	BP	DW
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,475	0,099	0,031*
	Gompertz	0,413	0,099	0,081
	Von Bertalanffy	0,909	0,135	0,080
Matéria seca Milheto	Logístico	0,219	0,042*	0,272
	Gompertz	0,470	0,086	0,743
	Von Bertalanffy	0,024*	0,601	0,577
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,215	0,012*	0,147
	Gompertz	0,348	0,018*	0,178
	Von Bertalanffy	0,746	0,297	0,064

\*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2022)

De acordo com os resultados obtidos pelo teste de Shapiro-Wilk observa-se que a pressuposição de normalidade residual não foi atendida no modelo von Bertalanffy na cultura antecessora de milheto (p-valor < 0,05). Com isso, optou-se por trabalhar com os modelos que não apresentaram esta violação.

Pelo teste de Breusch-Pagan pode-se verificar que a pressuposição de homogeneidade de variâncias foi violada no modelo Logístico nas culturas antecessoras de milheto e feijão comum, assim como no modelo Gompertz na cultura antecessora de feijão comum (p-valor < 0,05). Estimando os parâmetros pelo método de mínimos quadrados ponderados houve melhora nos resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste, com diminuição nos valores dos critérios AIC e DPR, o que também foi apresentado no trabalho de Fernandes et al. (2014).

Com os resultados obtidos através do teste de Durbin-Watson na cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* há violação no pressuposto de independência residual no modelo Logístico (p-valor < 0,05), embora não fosse o esperado devido a metodologia de coleta de dados. Com essa violação foram realizados novos ajustes e modelando a dependência residual estimou-se os parâmetros pelo método de mínimos quadrados generalizados, incluindo o

termo autorregressivo de primeira ordem (AR1). Resíduos autocorrelacionados também foram verificados por Fröhlich et al. (2020) no estudo de crescimento diamétrico de cedro.

Os avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos para massa seca das espigas estão apresentados na Tabela 4.8. Todos os modelos ajustaram-se bem aos dados, sendo que o modelo von Bertalanffy apresentou menores valores para o AIC e DPR e maior valor para  $R^2$  na cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* e o modelo Logístico apresentou menores valores para o AIC e DPR nas demais culturas. Muniz, Nascimento e Fernandes (2017) analisaram o crescimento de frutos de Cacau, em que o modelo Logístico foi o mais eficiente na descrição do crescimento.

Tabela 4.8 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca das espigas.

<b>Característica</b>	<b>Modelo</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>DPR</b>	<b>AIC</b>
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,973	84,490	169,326
	Gompertz	0,982	71,660	163,967
	Von Bertalanffy	0,983	71,100	163,748
Matéria seca Milheto	Logístico	0,977	2,367	158,025
	Gompertz	0,990	59,330	158,682
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,968	2,046	164,229
	Gompertz	0,971	34,781	172,593
	Von Bertalanffy	0,965	151,053	184,847

Fonte: Da autora (2022)

Na Tabela 4.9 apresentam-se as estimativas dos parâmetros dos modelos, com os intervalos de confiança de 95% para a massa seca das espigas. Considerando a variância heterogênea e adicionado o parâmetro autorregressivo de primeira ordem AR(1), quando necessário.

Tabela 4.9 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos que melhor se ajustaram aos dados para massa seca das espigas (grama/m<sup>2</sup>) em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha*, milho e feijão comum.

Característica	Modelo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
MS B. Brizantha	Von Bertalanffy	$\alpha$	2212,000	1680,112	5508,152
		$\beta$	76,930	67,259	119,651
		$\kappa$	0,022	0,010	0,029
MS Milheto	Logístico	$\alpha$	1354,806	1151,200	1558,412
		$\beta$	70,655	65,827	75,482
		$\kappa$	0,113	0,098	0,137
MS Feijão Comum	Logístico	$\alpha$	1873,257	1537,291	2209,223
		$\beta$	74,771	69,137	80,405
		$\kappa$	0,103	0,083	0,124

Fonte: Da autora (2022)

Observando-se os resultados apresentados na Tabela 4.9 tem-se que todos os parâmetros foram significativos, com intervalo de confiança que não incluíram o zero. Com base nas estimativas dos intervalos de confiança para os modelos mais adequados observa-se que ocorre intersecção entre os intervalos do modelo Von Bertalanffy na palhada de *Brachiaria Brizantha* e do modelo Logístico na palhada de Feijão Comum, mostrando que, em ambos os modelos, existe maior acúmulo de massa seca das espigas. Em relação aos resultados dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  encontrados para todos os modelos são semelhantes aos de Oliveira et al. (2013), em que as espigas apresentaram valores crescentes de matéria seca a partir do seu surgimento até, praticamente, o final do ciclo representando dentre as estruturas avaliadas, o maior acúmulo de massa seca. Para Souza, Luís e Piletti (2016) o que determina o potencial de produtividade são características como comprimento de espiga, o diâmetro, o número de espigas por área, a densidade dos grãos.

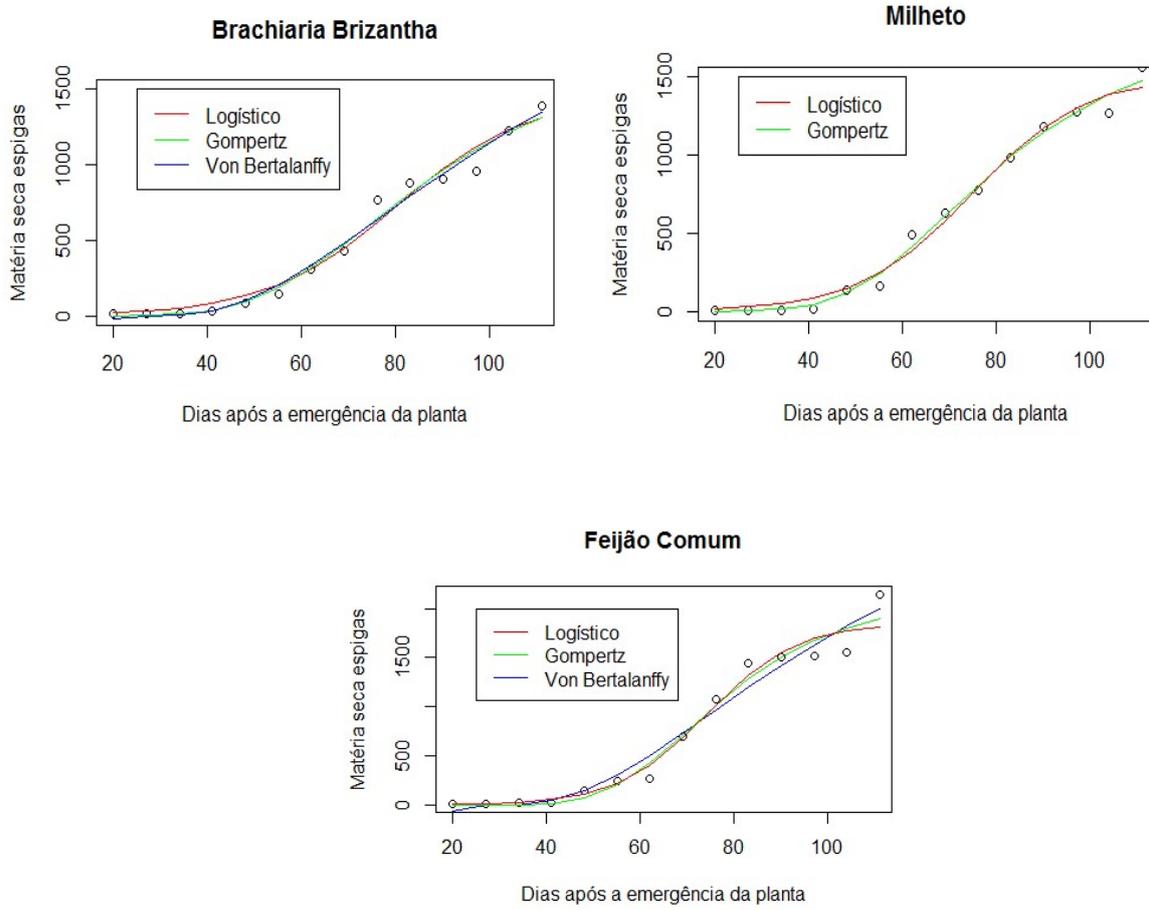
Para a cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* observa-se que a estimativa do parâmetro  $\beta$  foi de 30 DAE (Tabela 4.6) para a massa seca das folhas, 36 DAE (Tabela 4.3) para a massa seca dos colmos e 76 DAE (Tabela 4.9) para a massa seca das espigas e não houve sobreposição nos intervalos de confiança. Para a cultura antecessora de milho observa-se que a estimativa do parâmetro  $\beta$  foi de 30 DAE (Tabela 4.6) para a massa seca das folhas, 36 DAE (Tabela 4.3) para a massa seca dos colmos e 70 DAE (Tabela 4.9) para a massa seca das espigas e também não houve sobreposição nos intervalos de confiança. De acordo com Oliveira et al. (2013) verificou-se maior acúmulo de matéria seca de folhas no

florescimento, ocorrendo o de colmo mais tardiamente. Este comportamento é explicado pelo fato de que a planta prioriza a produção de folhas para a produção de fotoassimilados. Posteriormente, há a necessidade de sustentar os futuros frutos, sendo, para isto, necessário acumular matéria seca nos colmos. Por outro lado, o acúmulo de matéria seca das espigas ocorreu após o acúmulo de matéria seca dos colmos, provavelmente devido à translocação de fitoassimilados de folhas e colmos para as espigas.

Para a cultura antecessora de feijão comum observa-se que a estimativa do parâmetro  $\beta$  foi de 30 DAE (Tabela 4.6) para a massa seca das folhas, 32 DAE (Tabela 4.3) para a massa seca dos colmos e 74 DAE (Tabela 4.9) para a massa seca das espigas e neste caso houve sobreposição dos intervalos de confiança na massa seca das folhas e nos colmos. Mostrando que a planta está acumulando massa seca nas folhas e colmos no mesmo período.

Na Figura 4.3 apresentam-se os ajustes dos modelos em cada tratamento, visualizando-se que a curva do modelo von Bertalanffy se ajusta melhor aos dados na palhada de cobertura de *B. Brizantha* e o modelo Logístico apresenta melhor ajuste aos dados nas palhadas de milheto e feijão comum.

Figura 4.3 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para o acúmulo de matéria seca das espigas nas culturas antecessoras.



Fonte: Da autora (2022)

#### 4.4 Massa seca total

Na Tabela 4.10 apresentam-se os resultados obtidos na aplicação dos testes de Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan para os três modelos (Logístico, Gompertz e von Bertalanffy) na massa seca total (considerando os colmos, folhas e espigas) para as culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha*, milho e feijão comum.

Tabela 4.10 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), aplicados aos resíduos dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para massa seca total.

Característica	Modelo	SW	BP	DW
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,796	0,074	0,008*
	Gompertz	0,962	0,072	0,067
	Von Bertalanffy	0,975	0,070	0,131
Matéria seca Milheto	Logístico	0,189	0,279	0,222
	Gompertz	0,870	0,228	0,695
	Von Bertalanffy	0,808	0,209	0,840
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,821	0,013*	0,078
	Gompertz	0,576	0,037*	0,117
	Von Bertalanffy	0,769	0,051	0,126

\*significativo ao nível de 5% de probabilidade

Fonte: Da autora (2022)

Com os resultados obtidos na Tabela 4.10 e considerando um nível de significância de 5%, verifica-se que a pressuposição de normalidade foi atendida em todos os modelos e em todas as palhadas de cobertura, ou seja, p-valor do teste de Shapiro-Wilk maior que 0,05.

Observa-se pelo teste de Breusch-Pagan que o pressuposto de homogeneidade das variâncias dos resíduos no modelo Logístico e Gompertz para a cultura antecessora de feijão comum não foi atendido (p-valor < 0,05), mostrando que existe heterogeneidade de variâncias nos resíduos desses modelos. Carvalho et al. (2014) ajustaram modelos não lineares de efeitos fixos, com ponderação e misto-aplicações, e concluíram que os modelos com ponderação corrigiram a heterocedasticidade.

Observa-se pelo teste de Durbin-Watson que, para o modelo Logístico na cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* os resíduos apresentaram autocorrelação (p-valor < 0,05). Com essa violação estimou-se os parâmetros pelo método de mínimos quadrados generalizados, incluindo o termo autorregressivo de primeira ordem (AR1).

Resíduos autocorrelacionados também foram verificados por Muianga et al. (2016) no estudo da descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares e

por Silva et al. (2021) no estudo da curva de crescimento de Eucalipto Grandis x Eucalipto Urofila em diferentes classificações de local.

Na Tabela 4.11 são apresentados os resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste dos três modelos para a massa seca total de milho nas culturas antecessoras de *B. Brizantha*, milho e feijão comum.

Tabela 4.11 – Avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a massa seca total.

<b>Característica</b>	<b>Modelo</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>DPR</b>	<b>AIC</b>
Matéria seca <i>B. Brizantha</i>	Logístico	0,973	124,738	179,657
	Gompertz	0,983	98,030	172,742
	Von Bertalanffy	0,986	90,530	170,514
Matéria seca Milheto	Logístico	0,974	133,600	181,409
	Gompertz	0,983	111,600	176,373
	Von Bertalanffy	0,985	105,700	174,842
Matéria seca Feijão Comum	Logístico	0,960	67,411	196,730
	Gompertz	0,964	7,683	192,573
	Von Bertalanffy	0,967	202,500	193,055

Fonte: Da autora (2022)

Para a massa seca total nas culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha* e milho, o modelo von Bertalanffy apresentou maior valor de R<sup>2</sup>, menores valores de DPR e AIC, mostrando ser mais adequado para descrever os dados. Para a massa seca total na cultura antecessora de feijão comum, o modelo Gompertz mostra ser mais adequado para descrever os dados, pois apresenta menores valores de DPR e AIC.

Tabela 4.12 – Intervalos de 95% de confiança para os parâmetros dos modelos que melhor se ajustaram aos dados para massa seca total (folhas, colmos, espigas) em grama/m<sup>2</sup> em plantas de milho cultivadas em área com culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha*, milho e feijão comum.

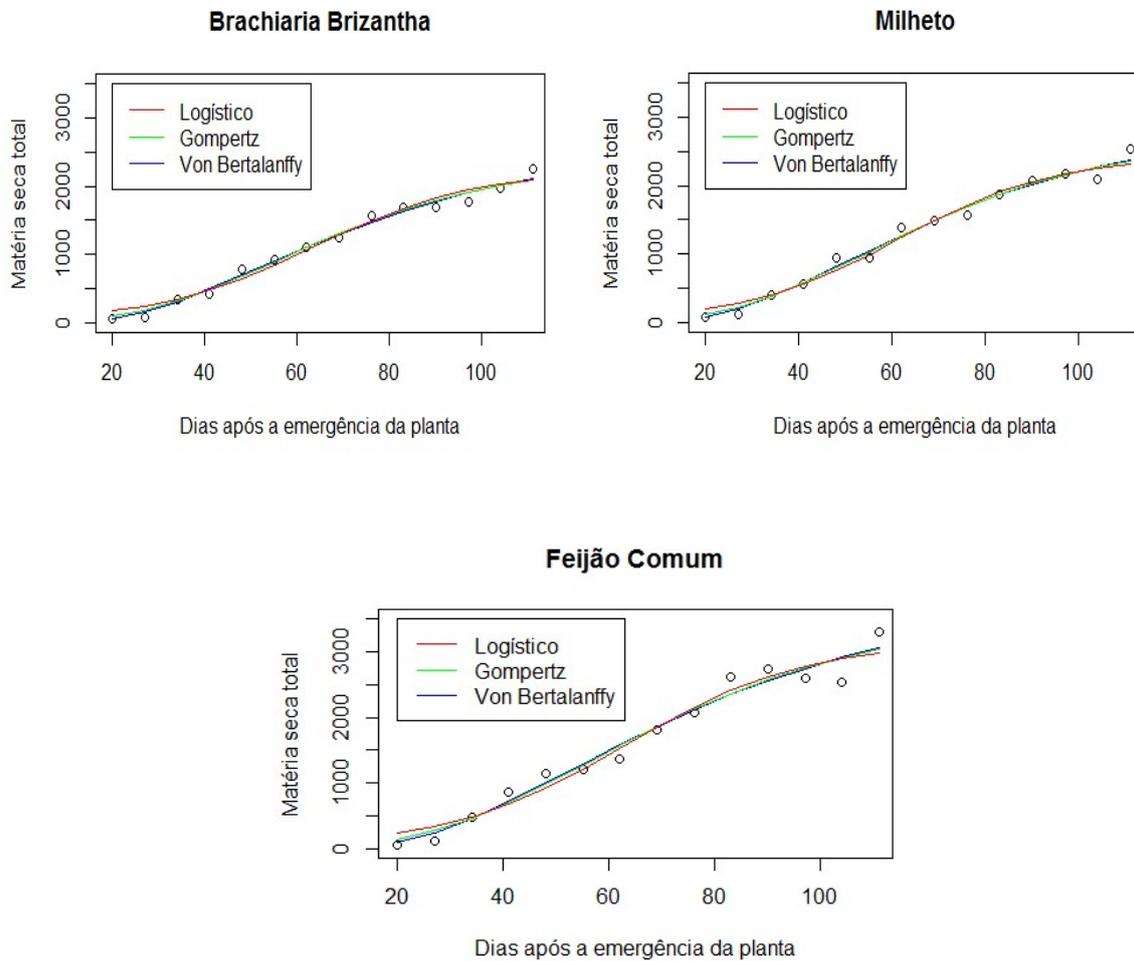
Característica	Modelo	Parâmetro	Estimativa	LI	LS
MS <i>B. Brizantha</i>	Von Bertalanffy	$\alpha$	2661,000	2221,180	3635,904
		$\beta$	51,330	45,597	63,464
		$\kappa$	0,025	0,016	0,035
MS Milheto	Von Bertalanffy	$\alpha$	2959,000	2481,866	4003,547
		$\beta$	49,920	44,311	61,496
		$\kappa$	0,025	0,016	0,035
MS Feijão Comum	Gompertz	$\alpha$	3253,959	2561,098	3946,819
		$\beta$	52,675	44,397	60,953
		$\kappa$	0,039	0,026	0,052

Fonte: Da autora (2022)

As análises realizadas pelo teste t de Student na Tabela 4.12 indicaram que todos os parâmetros foram significativos ao nível de 5% de significância. Observa-se que os limites dos intervalos de confiança não incluíram o zero. Analisando as estimativas intervalares dos modelos que melhor se ajustaram a cada cultura antecessora, percebe-se que existe intersecção entre os três intervalos, indicando que as três culturas antecessoras apresentam valores de acúmulo de massa seca total em comum. Os resultados dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  encontrados são semelhantes aos de Oliveira et al.(2013) e Andrade (1993).

Na Figura 4.4 são ilustrados o ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e Von Bertalanffy. Observa-se que os três modelos avaliados ajustaram-se bem aos dados da matéria seca total de milho em cada cultura antecessora.

Figura 4.4 – Ajuste dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para o acúmulo de matéria seca total nas culturas antecessoras.



Fonte: Da autora (2022)

## 5 CONCLUSÕES

Para descrever o acúmulo máximo de massa seca dos colmos em plantas de milho cultivadas em área com cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* e milheto, o modelo mais adequado foi o Gompertz. Já para a cultura antecessora de feijão comum o modelo von Bertalanffy melhor se ajustou aos dados.

Para descrever o acúmulo de massa seca das folhas em plantas de milho cultivadas em área com cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha*, milheto e feijão comum o modelo Gompertz foi mais adequado.

Para a massa seca das espigas o modelo von Bertalanffy descreve melhor os dados em plantas de milho cultivadas em área com cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* e o modelo Logístico para as culturas antecessoras de milheto e feijão comum.

Para descrever o acúmulo máximo de massa seca total em plantas de milho cultivadas em área com cultura antecessora de *Brachiaria Brizantha* e milheto o modelo Von Bertalanffy se ajustou melhor aos dados e na cultura antecessora de feijão comum, o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o Gompertz.

Os maiores valores de acúmulo de massa seca nos colmos e folhas foram obtidos quando este foi cultivado sobre a palhada de feijão comum. Para a massa seca das espigas as palhadas de *Brachiaria Brizantha* e feijão comum apresentaram maior acúmulo de massa seca. Já para massa seca total, todas as palhadas de coberturas tiveram o mesmo acúmulo de massa seca.

Nas culturas antecessoras de *Brachiaria Brizantha* e milheto houve acúmulo máximo de massa seca primeiramente nas folhas, depois nos colmos e por último nas espigas. Já na cultura antecessora de feijão comum, o acúmulo máximo de massa seca das folhas e dos colmos ocorreu no mesmo período e por último ocorreu o máximo acúmulo nas espigas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. A. new look at the statistical model identification. **IEEE transactions on automatic control**, Iee, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974
- AGUIAR, R. A. et al. Análise econômica de diferentes práticas culturais na cultura do milho (*Zea mays* L.). **Pesquisa Agropecuária Tropical**, vol. 38, núm. 4, outubro-diciembre, 2008, pp. 241-248.
- AMADO, T. J. C. et al. Recomendação de adubação nitrogenada para o milho no RS e SC adaptada ao uso de culturas de cobertura do solo, sob sistema de plantio direto. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 26, n. 2, p. 241-248, 2002
- ANDRADE, F. H. **Crecimiento y rendimiento comparados de maíz, girasol y soja**. Balcarce: INTA/EEA, 1993. (Boletín técnico, 114).
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: Wiley, 1988.
- BARROS, J. F.C.; CALADO, J. G. **A cultura do milho**. 2014.
- BASTOS, J. L. D; DUQUIA, R. P. Um dos delineamentos mais empregados em epidemiologia: estudo transversal. **Scientia Medica**, Porto Alegre, v. 17, n. 4, p. 229-232, 2007.
- BERGAMASCHI, H. et al. **Distribuição hídrica no período crítico do milho e produção de grãos**. Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília, v.39, n.9, p.831-839, set. 2004.
- BERTIN, E. G. et al. Plantas de cobertura em pré-safra ao milho em plantio direto. **Acta Scientiarum. Biological Sciences**, vol. 27, núm. 3, julio-septiembre, 2005, pp. 379-386
- BRITO, C. C. R. et al. Modelos de crescimento resultantes da combinação e variações dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey aplicados em *Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit. **Ciência Florestal**, v. 17, n. 2, p. 175-185, 2007.
- BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, Rio de Janeiro, v. 47, p. 1287–1294, 1979.
- CASTRO FILHO, C. et al. **Tillage methods and soil and water conservation in Southern Brasil**. Soil Tillage and Research, Amsterdam, v. 20, n. 2-4, p. 271-293, 1991.
- CARBONELL, S.A.M. et al. **Cultivares comerciais de feijoeiro para o Estado de São Paulo: Características e melhoramento**. In: CASTRO, J.L.; ITO, M.F. (Coord.). DIA DE CAMPO DE FEIJÃO, 19, 2003, Capão Bonito. Campinas: Instituto Agrônômico, 2003. p.5-27 (Documentos IAC, 71).
- CARNEIRO, A. P. S. et al. Identidade de modelos não lineares para comparar curvas de crescimento de bovinos Tabapuã. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 49, n. 1, p. 57-62, jan. 2014.
- CARVALHO et al. Ajustes de modelos não lineares de efeitos fixos, com ponderação e misto-aplicações. **Rev. Bras. Biom.**, São Paulo, v.32, n.2, p.296-307, 2014.
- CHINELATO, G. **Plantação de milho: 5 passos para maior produção e lucro**. Blog da Aegro, 2019. Disponível em: <https://blog.aegro.com.br/plantacao-de-milho/> Acesso em 06 jan. 2022.

CRUSCIOL, C. A. C. et al. **An innovative crop-forage intercrop system: early cycle soybean cultivars and palisadegrass.** *Agronomy Journal*, Madison, v. 104, n. 4, p. 1085-1095, 2012.

CRUZ, P. G. et al. **Modelos empíricos para estimar o acúmulo de matéria seca de capim-marandu com variáveis agrometeorológicas.** *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.46, n.7, p.675-681, jul. 2011

DEMÉTRIO, C. G. B.; ZOCCHI, S. S. **Modelos de regressão.** Piracicaba: ESALQ/USP, 2006.

DESENVOLVIMENTO DA CULTURA DO MILHO: estádios x práticas de manejo. Mais soja, 2020. Disponível em: <<https://maissoja.com.br/desenvolvimento-da-cultura-do-milho-estadios-x-praticas-de-manejo2/>> Acesso em 25 abr. 2022

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis.** 3rd ed. New York:J. Wiley, 1998. 706p

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression. ii. **Biometrika**, JSTOR, v.38, n.1/2, p.159-177, 1951.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA). Disponível em: <<https://www.embrapa.br/en/busca-de-solucoes-tecnologicas/-/produto-servico/863/brachiaria-brizanthacv-marandu>> Acesso em 10 jun. 2022

EMBRAPA TERRITORIAL. **O que é matéria seca (MS) dos alimentos? Qual importância? Como determiná-la?**. Campinas, 2016. Disponível em: <<https://cloud.cnpqc.embrapa.br/sac/2016/05/24/o-que-e-materia-seca-ms-dos-alimentos-qual-a-sua-importancia-como-determina-%c2%adla/>> Acesso em 12 mai. 2022

FANCELLI, A. L.; DOURADO NETO, D. **Milho: estratégias de manejo para alta produtividade.** Piracicaba: ESALQ/USP/LPV, 2003.

FAUSTO, M. A. et al. O modelo de regressão linear misto para dados longitudinais: uma aplicação na análise de dados antropométricos desbalanceados. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 24, p. 513-524, 2008.

FERNANDES, T. J. et al. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 207-215, abr./jun. 2014.

FERNANDES, T. J. et al. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. **Acta Scientiarum Technology**, Editora da Universidade Estadual de Maringá-EDUEM, v. 37, n. 4, p. 397-402, 2015

FERNANDES, F. A. et al. Growth curves of meat-producing mammals by von Bertalanffy's model. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 54, 2019.

FERNANDES, F. A. et al. Cross-sectional and longitudinal method for describing growth curve of rabbits. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 74, n. 4, p. 731-740, 2022.

FRÜHAUF, A. C. et al. Nonlinear models in the study of the cedar diametric growth in a seasonally dry tropical forest c. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 15, n. 4, p. 1-8, 2020.

FONSECA, E.L et al. Modelo agrometeorológico-espectral para estimativa da disponibilidade de forragem no bioma "Campos Sulinos". **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v.15, p.241-249, 2007.

GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical models.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987. 610 p.

- HOFFMANN, R. **Análise de regressão: uma introdução à econometria [recurso eletrônico]**. Piracicaba: ESALQ/USP, 2015
- JANE, S. A. et al. Adjusting the growth curve of sugar cane varieties using non linear models. **Ciência Rural**, v. 50, n. 3, e20190408, 2020.
- JANE, S. A. et al. Comparison of polynomial and nonlinear models of description of pepper growth. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 14, n. 4, e7180, 2019.
- JAME, Y.W.; CURTFORTH, H.W. Crop growth models for decision support systems. **Canadian Journal of Plant Science**, v.76, p. 9-19, 1996.
- JONES, H.G. **A quantitative approach to plantenvironment interactions**. In: Plants and microclimate: a quantitative approach to environmental plant physiology. 2. ed. Cambridge: Cambridge University, 1992, p. 1-8.
- KLUTHCOUSKI, J. *et al.* (Eds.). Integração lavourapecuária. **Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão**, 2003.
- KLUTHCOUSKI, J. *et al.* Sistema Santa Fé - tecnologia Embrapa: integração lavoura-pecuária pelo consórcio de culturas anuais com forrageiras, em áreas de lavoura, nos sistemas direto e convencional. **Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão**, 2000 (Circular técnica, 38).
- LIMA, K. P. de. **Modelos não lineares com erro assimétrico para descrição do acúmulo de matéria seca do feijoeiro cultivar Bolinha**. 2020. 86 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária)–Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2020.
- LIMA, K. P et al. USO DE MODELOS NÃO LINEARES NA DESCRIÇÃO DO ACÚMULO DE BORO EM DIFERENTES PARTES DO FEJJOEIRO CULTIVAR JALO. (2017). **Brazilian Journal of Biometrics**.
- MALDANER, L. J. et al. EXIGÊNCIA AGROCLIMÁTICA DA CULTURA DO MILHO (*Zea mays*). **Revista Brasileira de Energias Renováveis**, v. 3, p. 13-23, 2014
- MANGUEIRA, R. A. F. et al. LOGISTIC MODEL CONSIDERING DIFFERENT ERROR DISTRIBUTIONS APPLIED IN MAIZE HEIGHT DATA. (2016). **Brazilian Journal of Biometrics**.
- MISCHAN, M. M.; PINHO, S. Z. de. **Modelos não lineares [recurso eletrônico]: funções assintóticas de crescimento**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014. 184 p
- MIRANDA, L.F. et al Modelos não lineares para descrição do crescimento da planta de pinhão manso (*Jatropha curcas* L.). **Revista Ciência Agrônômica** , 52, 2021.
- MOURA, M.S.B et al. Modelos de crescimento para o feijão-caupi e o milho, sob sistemas de plantio exclusivo e consorciado, no Semiárido brasileiro. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v.16, n. 3, p.275-284, 2008.
- MUNIZ, J. A; NASCIMENTO, M. S; FERNANDES, T.J. Nonlinear models for description of cação fruit growth with assumption violations. **Revista Caatinga**, Mossoró, v.30, n. 1, p.250-257, 2017.
- MUIANGA, C. A. et al. Descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal - SP, v.38, n. 1. 22-32, 2016.
- NASCENTE, A. S. et al. Desenvolvimento e produtividade de cultivares de arroz de terras altas em função do manejo do solo. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 41, n. 2, p. 186-192, 2011.

- NASCENTE, A. S.; CRUSCIOL, C. A. C. Cover crops and herbicide timing management on soybean yield under no-tillage system. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 47, n. 2, p. 187-192, 2012.
- NASCENTE, A. S. et al. **Brachiaria ruziziensis and herbicide on yield of upland rice**. *Planta Daninha*, Viçosa, v. 30, n. 4, p. 729-735, 2012.
- NETTO, D.M. A cultura do milheto. **Embrapa Milho e Sorgo-Comunicado Técnico (INFOTECA-E)**, 1998.
- OLIVEIRA, P. et al. Crescimento e produtividade de milho em função da cultura antecessora. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, v. 43, p. 239-246, 2013.
- OLIVEIRA, P. de et al. Consórcio de milho com braquiária e guandu-anão em sistema de dessecação parcial. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 46, n. 10, p. 1184- 1192, 2011.
- PACHECO, L. P. et al. Produção de fitomassa e acúmulo e liberação de nutrientes por plantas de cobertura na safrinha. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 46, n. 1, p. 17-25, 2011
- PEREIRA, E. T.L et al. Adubação nitrogenada de cobertura em linhagem de feijão-comum. In: **Embrapa Arroz e Feijão-Resumo em anais de congresso (ALICE)**. In: ENCONTRO NACIONAL DE PLANTIO DIRETO NA PALHA, 15., 2016, Goiânia. Palha, ambiente e renda: resumos apresentados. Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão, 2016.
- PEREIRA, A. A et al. Modelagem do diâmetro de copa do cafeeiro podado cultivado em diferentes densidades e regimes hídricos. **Coffee Science**, Lavras, v.11, n.4, p.495-501, 2017.
- PEREIRA, A. A. et al. Descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro cultivar Rubi MG 1192, utilizando modelos de regressão, *CoffeeScience* , Lavras, v. 9, n. 2, p. 236-271, 2014.
- PEREIRA FILHO, I. A. et al. Manejo da cultura do milheto. **Embrapa Milho e Sorgo-Circular Técnica (INFOTECA-E)**, 2003.
- POSSE, S. C. P. et al. **Informações técnicas para o cultivo do feijoeiro-comum na região central-brasileira: 2009-2011**. Vitória, ES: Incaper, 2010. 245 p.
- R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2021. Disponível em: < <https://www.R-project.org/>>
- RAMOS, D. S. et al. Fotossensibilização hepatógena causada por *Brachiaria brizantha* cv. Marandu em ovino no Rio Grande do Sul: relato de caso. **Brazilian Journal of Animal and Environmental Research**, v.4, n.1, p.1240-1246. 2021.
- RAMOS JUNIOR, E. U.; LEMOS, L. B.; SILVA, T. R. B. D. (2005). **Componentes da produção, produtividade de grãos e características tecnológicas de cultivares de feijão**. *Bragantia*, 64, 75-82.
- Receituário Agrônomo- Agriq, 2021. Disponível em:<<https://agriq.com.br/plantio/>> Acesso em 15 out. 2021
- REIS, G. G. dos; MÜLLER, M. W. **Análise de crescimento de plantas; mensuração do crescimento**. Belém: FCAP, 1979. 47 f. (FCAP. Informe Didático; 01)
- RIBEIRO, R.A. et al. Curva de crescimento em altura na cernelha de equinos da raça Mangalarga Marchador considerando-se heterocedasticidade. **Arquivo brasileiro de medicina veterinária e zootecnia (ONLINE)**, v. 70, p. 272-278, 2018.

- RIBEIRO, T. D. et al. The use of the nonlinear models in the growth of pears of ‘Shinseiki’ cultivar. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 48, n. 1, p. 01–07, 2018b.
- RYMPH, S.J. et al. Adapting the CROPGRO model to predict growth and composition of tropical grasses: developing physiological parameters. **Soil and Crop Science Society of Florida Proceedings**, v.63, p.37-51, 2004.
- ROMANO, M. R. **Desempenho fisiológico da cultura de milho com plantas de arquitetura contrastante: parâmetros para modelos de crescimento**. 2005. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- ROSA, C. L. **Sistema de plantio direto**. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo – Câmpus Barretos, 2016, 22p.
- SANGOI, L. et al. Acúmulo de matéria seca em híbridos de milho sob diferentes relações entre fonte e dreno. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 37, n. 3, p. 259– 267, 2002.
- SANTOS, F.G. Milheto no Brasil: desenvolvimento de cultivares. In: **workshop internacional de milheto**, 1999, Planaltina. Anais. Planaltina: Embrapa Cerrados, 1999. p. 161-168.
- SANTOS, R. S. M. et al. Componentes da parte aérea e raízes de pastagens de *Brachiaria* spp. em diferentes idades após a reforma, como indicadores de produtividade em ambiente de Cerrado. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 37, n. 2, p. 119-124, 2007.
- SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. **Nonlinear regression**. New Jersey: J. Wiley, 1989. 752 p
- SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. **Nonlinear regression**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2003
- SILVA, A.C.B. **Modelagem e validação do crescimento e produção de milho**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2019.
- SILVA, A.Q. et al. Seed quality of *Brachiaria brizantha* by X-ray image analysis using a Bayesian approach. **Acta Scientiarum. Agronomia** , v. 44, p. e55960, 2022.
- SILVA et al. EUCALYPTUS GRANDIS X EUCALYPTUS UROPHYLLAGROWTH CURVE IN DIFFERENT SITE CLASSIFICATIONS, CONSIDERING RESIDUAL AUTOCORRELATION. **Revista Brasileira de Biometria**, Lavras, v.39, n.1, p.122-138, 2021 - doi: 10.28951/rbb.v39i1.511.
- SILVA, S. C.; SOARES, E. G. S. **Zoneamento agroclimático**, 2004.
- SILVA, É. M. et al. Descrição do crescimento de frutos de amora-preta por modelos não lineares. **Revista Brasileira de Fruticultura** , v. 42, 2020.
- SILVA, O. F; WANDER, A. E. O feijão-comum no Brasil: passado, presente e futuro. **Embrapa Arroz e Feijão-Documents (INFOTECA-E)**, 2013.
- SILVA, E. M. et al. Método de Newton e Gauss-Newton na estimação dos parâmetros de modelo de regressão não linear. **Sigmae**, Alfenas, v. 8, n. 2, p. 728-734, 2019.
- SINGER, J. M.; NOBRE, J. S.; ROCHA, F. M. M. **Análise de dados longitudinais**. São Paulo, 2011.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, Cambridge, v.52, n.3-4, p.591-611, 1965.

SOUZA, L. C. F; LUIS, A. J; PILETTI, L. M. M. S. CARACTERÍSTICAS AGRONÔMICAS DO MILHO EM FUNÇÃO DA CULTURA ANTECESSORA EM SISTEMA PLANTIO DIRETO. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, v. 15, n. 2, p. 272-280, 2016.

SOUSA, T. O. **Dormência e teste de deterioração controlada para sementes de *Brachiaria brizantha***. 2019. 78p. Tese (Doutorado em Produção Vegetal)- Programa de Pós-Graduação em Produção Vegetal, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhona e Mucuri, Diamantina, 2019.

TONATO, F. et al. Desenvolvimento de modelos preditores de acúmulo de forragem em pastagens tropicais. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.45, p.522-529, 2010.

TORRES, R. R. **Resposta da irrigação na produção de forragem de milheto**. 2018. 106 p. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018.

UNITED STATES DEPARTMENT AGRICULTURE – USDA. Agricultural Projections. 2021, Disponível em: <<http://www.usda.gov/wps/portal/usda/usdahome>> Acesso em 15 nov. 2021

VASCONCELOS, C.A. *et al.* Acumulação de massa seca e de nutrientes em milho cultivado no período inverno-primavera. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.33, n.11, p.1335-1345, 1998.

VON PINHO, R.G. *et al.* Marcha de absorção de macronutrientes e acúmulo de matéria seca em milho. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**. V.8, n.2, p.157-173, 2009.

WORLD WIDE FUND FOR NATURE (WWF). Plantio Direto. 2021, Disponível em: <[https://www.wwf.org.br/natureza\\_brasileira/reducao\\_de\\_impactos2/agricultura/agr\\_acoes\\_resultados/agr\\_solucoes\\_cases\\_plantio2/](https://www.wwf.org.br/natureza_brasileira/reducao_de_impactos2/agricultura/agr_acoes_resultados/agr_solucoes_cases_plantio2/)> Acesso em 10 nov. 2021.

YOKOYAMA, L.P.; WETZEL, C.T.; VIEIRA, E.H.N.; PEREIRA, G.V. Sementes de feijão: Produção, uso e comercialização. In: VIEIRA, E.H.N.; RAVA, C.A. (Ed.). Sementes de feijão: Produção e tecnologia. **Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão**, 2000. p.249-270.

ZEVIANI, W. M. et al. Modelos não lineares para a liberação de potássio de esterco animal em latossolos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 10, p. 1789-1796, 2012.

ZEVIANI, W. M. ; RIBEIRO Jr, P. J. ; BONAT, W. H.. **Curso Modelos de regressão não linear. Campina Grande – PB 58° RBRAS e 15° SEAGRO**, julho 2013. 101 p.

ZIMMERMANN, M.J.O.; CARNEIRO, J.E.S.; DEL PELOSO, M.J.; COSTA, J.G.C.; RAVA, C.A.; SARTORATO, A.; PEREIRA, P.A.A. Melhoramento genético e cultivares. In: ARAUJO, R.S.; RAVA, C.A.; STONE, L.F.; ZIMMERMANN, M.J.O. (Coords.). **Cultura do feijoeiro comum no Brasil**. Piracicaba: POTAFOS, 1996, p.223-273.

## ANEXO

```
#####
  Rotina em R utilizada para obtenção das estimativas dos parâmetros, testes estatísticos e
  geração de gráficos
#####
```

**##BRACHIARIA BRIZANTHA## MS Colmos**

```
# carregando os dados
dados<-read.table("dados.txt", head=T)
dados
dae<- dados$dae
msC<- dados$msC
dados <-data.frame(dae,msC)
plot(dae,msC,xlab = "Dias após a emergência da planta",ylab = "Matéria seca colmos")
```

**##### MODELO LOGISTICO #####**

```
log <- nls(msC~a/(1+exp(k*(b-dae))),start=c(a=600,b=40,k=0.05))
summary(log)
lines(dae,fitted(log),col= "red")
```

```
shapiro.test(residuals(log)) #normalidade
MG=attr(log$m$fitted(),"gradient")
mlg=lm(msC~-1+MG)
library(lmtest)
bptest(mlg) #Homocedasticidade
library(car)
dwtest(mlg) #Independência
```

**## PROBLEMA NA INDEPENDÊNCIA--MODELO AUTORREGRESSIVO##**

```
library(nlme)
log.1 <- gnls(msC~a/(1+exp(k*(b-dae))),start= c(a=600,b=40,k=0.05)), correlation=corAR1())
summary(log.1)
```

**## PROBLEMA NA HOMOCEASTICIDADE##**

```
library(nlme)
log1 <- gnls (msC~a/(1+exp(k*(b-dae))),start=c(a=505,b=41,k=0.15), weights = varPower(),
data=dados)
summary(log1)
log2 <- gnls(msC~a/(1+exp(k*(b-dae))),start=c(a=505,b=41,k=0.15), weights = varExp(),
data=dados)
summary(log2)
log3 <- gnls(msC~a/(1+exp(k*(b-dae))),start=c(a=505,b=41,k=0.15), weights = varIdent(),
data=dados)
summary(log3)
```

```
lines(dae, fitted(log3))
```

```
library(qpcR)
```

```
Rsq(log3) #Coeficiente de determinação
```

```
intervals(log3) #Intervalo de Confiança
```

```
##### MODELO GOMPERTZ #####
```

```
gomp <- nls(msC~a*exp(-exp(k*(b-dae))),start=c(a=600,b=40,k=0.05))
```

```
summary(gomp)
```

```
lines(dae,fitted(gomp), col="green")
```

```
shapiro.test(residuals(gomp)) #normalidade
```

```
MG=attr(gomp$m$fitted(),"gradient")
```

```
mlg=lm(msC~-1+MG)
```

```
library(lmtest)
```

```
bptest(mlg) #Homocedasticidade
```

```
library(car)
```

```
dwtest(mlg) #Independência
```

```
## PROBLEMA NA HOMOCEDESTICIDADE##
```

```
gomp1 <- gnls(msC~a*exp(-exp(k*(b-dae))),start=c(a=512,b=36,k=0.09), weights =  
varPower(), data=dados)
```

```
summary(gomp1)
```

```
gomp2 <- gnls(msC~a*exp(-exp(k*(b-dae))),start=c(a=512,b=36,k=0.09), weights = varExp(),  
data=dados)
```

```
summary(gomp2)
```

```
gomp3 <- gnls(msC~a*exp(-exp(k*(b-dae))),start=c(a=512,b=36,k=0.09), weights =  
varIdent(), data=dados)
```

```
summary(gomp3)
```

```
lines(dae, fitted(gomp3))
```

```
library(qpcR)
```

```
Rsq(gomp3) #Coeficiente de determinação
```

```
intervals(gomp3) #Intervalo de Confiança
```

```
##### MODELO VON BERTALANFFY #####
```

```
vb <- nls(msC~a*(1-(exp(k*(b-dae)))/3)^3,start=c(a=600,b=40,k=0.05))
```

```
summary(vb)
```

```
lines(dae,fitted(vb), col= "blue")
```

```
shapiro.test(residuals(vb)) #normalidade
```

```
MG=attr(vb$m$fitted(),"gradient")
```

```
mlg=lm(msC~-1+MG)
```

```
library(lmtest)
```

```
bptest(mlg) #Homocedasticidade
```

```
library(car)
```

```
dwtest(mlg) #Independência
```

```
## PROBLEMA NA HOMOCEDESTICIDADE##
```

```
vb1 <- gnls(msC~a*(1-(exp(k*(b-dae)))/3)^3,start=c(a=517,b=35,k=0.09), weights =  
varPower(), data=dados)
```

```
summary(vb1)
```

```
vb2 <- gnls(msC~a*(1-(exp(k*(b-dae)))/3)^3,start=c(a=517,b=35,k=0.09), weights = varExp(),  
data=dados)
```

```
summary(vb2)
```

```
vb3 <- gnls(msC~a*(1-(exp(k*(b-dae)))/3)^3,start=c(a=517,b=35,k=0.09), weights =  
varIdent(), data=dados)
```

```
summary(vb3)
```

```
lines(dae, fitted(vb3))
```

```
library(qpcR)
```

```
Rsq(vb1) #Coeficiente de determinação
```

```
intervals(vb1) #Intervalo de Confiança
```

```
##GRÁFICO##
```

```
plot(dae,msC, main="Brachiaria Brizantha", xlab="Dias após a emergência da planta",ylab=  
="Matéria seca colmos", ylim = c(0,800), xlim = c(20,110))
```

```
lines(dae,fitted(log),col="red")
```

```
lines(dae,fitted(gomp), col="green")
```

```
lines(dae,fitted(vb), col="blue")
```

```
legend(65,350, c("Logístico","Gompertz","Von Bertalanffy"),  
col= c("red","green","blue"), lty= c(1,1,1))
```

```
#####
```

OBS:

Repete-se a mesma ideia para as outras culturas antecessoras de Milheto e Feijão Comum.

Para a massa seca total, das espigas e das folhas o procedimento foi o mesmo descrito acima.

```
#####
```