



**KATIA ALVES CAMPOS**

**FUNÇÃO DISCRIMINANTE DE FISHER COMO  
ALTERNATIVA À ANÁLISE DE VARIÂNCIA  
MULTIVARIADA**

**LAVRAS – MG**

**2012**

**KATIA ALVES CAMPOS**

**FUNÇÃO DISCRIMINANTE DE FISHER COMO ALTERNATIVA À  
ANÁLISE DE VARIÂNCIA MULTIVARIADA**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

Orientador

Dr. Augusto Ramalho de Moraes

**LAVRAS – MG**

**2012**

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da  
Biblioteca da UFLA**

Campos, Katia Alves.

Função discriminante de Fisher como alternativa à análise de variância multivariada / Katia Alves Campos. – Lavras : UFLA, 2012.

106 p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2012.

Orientador: Augusto Ramalho de Moraes.

Bibliografia.

1. Café. 2. Simulação. 3. Correlação. 4. Transformação de dados.  
I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.535

**KATIA ALVES CAMPOS**

**FUNÇÃO DISCRIMINANTE DE FISHER COMO ALTERNATIVA À  
ANÁLISE DE VARIÂNCIA MULTIVARIADA**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 06 de novembro de 2012.

Dr. André Delly Veiga	IFSULDEMINAS
Dr. Antônio Policarpo Souza Carneiro	UFV
Dr. Renato Ribeiro de Lima	UFLA
Dr. Ruben Delly Veiga	UFLA

Dr. Augusto Ramalho de Morais  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2012**

*Sem vocês não haveria porquê...*  
*Arildo, Luis Gustavo, Luis Gabriel e Luis Guilherme.*

**DEDICO**

## AGRADECIMENTOS

Aos professores do Departamento de Ciência Exatas da UFLA, pelos ensinamentos e companheirismo;

Ao professor Augusto Ramalho de Moraes, mais que um orientador tornou-se um amigo, que abriu um mundo novo de possibilidades para minha vida profissional, minha eterna admiração;

Aos professores da banca, pela disponibilidade, compreensão e pelas valiosas contribuições que muito engrandeceram este trabalho;

Aos meus colegas de curso, pelo crescimento que obtivemos em conjunto. A todos meus alunos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais (IFSULDEMINAS), *campus* Machado, principalmente aos integrantes do grupo Estudando, Pesquisando e Avançando na Aprendizagem (EPAA);

A todos os funcionários do Departamento de Ciências Exatas, em especial à Josi (secretária da Pós-graduação), pelo suporte, realizado com tamanha prontidão e alegria, que tornam, mesmo os maiores obstáculos, transponíveis;

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), ao Departamento de Ciências Exatas (DEX) e ao IFSULDEMINAS, pela oportunidade para a realização do doutorado;

E, sobretudo à minha família, pelo apoio incondicional, meu amor. Muito obrigada a todos!

"Da vida não quero muito... quero apenas saber que tentei tudo o que quis,  
tive tudo o que pude, amei tudo o que valia e  
perdi apenas o que no fundo, nunca foi meu."  
Anônimo

## RESUMO

No planejamento de experimentos é comum a mensuração de muitas variáveis respostas, de forma a descrever adequadamente um dado fenômeno. Este trabalho foi desenvolvido de maneira a propor uma alternativa à análise de variância multivariada (MANAVA), por meio da utilização da função discriminante linear de Fisher (FDF), que retorna, uma nova variável a qual pode ser analisada univariadamente. Com o propósito de validar a técnica foram simulados experimentos com quatro tratamentos, com base em seis cenários, sob  $H_0$  e  $H_1$ , tanto para tratamentos quanto para as variâncias dos erros, considerando-se quatro níveis correlação entre um grupo de sete variáveis respostas. Para cada situação foram gerados 1000 experimentos. Após a simulação, estimou-se as FDF e comparou-se os testes F das análises de variâncias univariadas, dos dados transformados pela FDF, aos testes F aproximados da MANAVA. Também foram avaliados a normalidade e a homogeneidade dos erros. Em todos os cenários simulados foram avaliadas as porcentagens de aceite de  $H_0$  para tratamentos. Visando generalizar para experimentos com mudas de cafeeiro, ensaios que normalmente utilizam diversas características para avaliar a qualidade de mudas, foram simulados experimentos com base nas médias e nas variâncias obtidas em um ensaio com mudas de café *Coffea arabica* L.; Catuaí Vermelho IAC 44. As comparações viabilizam a adoção da FDF na análise de experimentos, visto que análise de variância dos dados transformados detectou diferenças compatíveis as diferenças apontadas por meio da MANAVA, além de não ser influenciada pelo aumento dos níveis de correlação e da quantidade de variáveis correlacionadas, apresentando alto índice de informação.

Palavras-chave: Café. Simulação. Correlação. Transformação de dados.



## ABSTRACT

During the planning stages of an experiment, the measurement of many response variables is common in order to adequately describe a given phenomenon. This work was developed in order to propose an alternative to multivariate analysis of variance (MANOVA) through the use of Fisher's Linear Discriminant Function (LDF), which returns a new variable which may be univariately analyzed. With the purpose of validating the technique, experiments were simulated with four treatments, based on six scenarios, under  $H_0$  and  $H_1$ , for the treatments as well as for the error variances, considering four correlation levels among a group of seven response variables. For each situation, 1000 experiments were generated. After the simulation, the LDF's were estimated and the F tests of the univariate variance analyses, of the data transformed by the LDF, were compared to MANOVA approximate F tests. The error normality and homogeneity were also evaluated. In all simulated scenarios, the  $H_0$  acceptance percentages of the treatments were evaluated. Aiming at generalizing to coffee plant seedling experiments, trails which normally use various characteristics to evaluate seedling quality, experiments were simulated based on the means and variances obtained in a trail with *Coffea arabica* L. and Catuaí Vermelho IAC 44 coffee seedlings. The comparisons enable the adoption of LDF in experiment analysis, since the variance analysis of the transformed data detected differences compatible with the differences indicated by the MANOVA, in addition to not being influenced by the increase of the correlation levels and the quantity of correlated variables, presenting a high information index.

Keywords: Coffee. Simulation. Correlation. Data transformation.

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 Aceitação da hipótese nula para tratamentos ( %), obtida em cada cenário ( $H_0 - H_0$ ,  $H_0 - H_1$ ,  $H_1 2s - H_0$ ,  $H_1 8s - H_0$ ,  $H_1 2s - H_1$  e  $H_1 8s - H_1$ ) para os testes F, da análise dos dados transformados pela FDF (F FDF), e em cada teste F aproximado da análise multivariada (Roy, Wilks, H-L e Pillai) ..... 73
- Figura 2 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F dos dados transformados pelas FDF, nos a) níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)..... 77
- Figura 3 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F aproximado máximo autovalor  $\theta$  de Roy, nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)..... 78
- Figura 4 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e no número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7), obtidas pelos testes F aproximado a)  $\Lambda$  de Wilks e b) Hotelling-Lawley ..... 79
- Figura 5 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F aproximado Pillai, nos a) níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4,5, 6, 7) ..... 80

Figura 6	Representação gráfica do comportamento do percentual de informação $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$ estimado para os dados transformados por meio da FDF, para a) os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7).....	82
Figura 7	Representação gráfica do comportamento do quadrado médio do erro (QME) estimado para os dados transformados por meio da FDF, para a) os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7) .....	83
Figura 8	Representação gráfica do comportamento do critério de informação de Akaike (AIC) estimado para os dados transformados por meio da FDF, para a) os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7) .....	84
Figura 9	Representação gráfica do comportamento da aceitação ( $p < 0,05$ ), da a) normalidade dos erros (teste Shapiro-Wilk) e da b) homocedasticidade de variâncias (teste Bartlett), estimados para os dados transformados por meio da FDF nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e no número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7) .....	85
Figura 10	Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F dos dados transformados pelas FDF, e pelos quatro testes F aproximados a) nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) no número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7).....	94

- Figura 11 Representação gráfica do comportamento do percentual de informação estimado para os dados transformados por meio da FDF, dos dados gerados sob  $H_R$ , para a) níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7) ..... 95
- Figura 12 Representação gráfica do comportamento do quadrado médio do erro (QME) e do critério de Akaike (AIC), estimados para os dados transformados por meio da FDF, para os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7) ..... 97
- Figura 13 Representação gráfica do comportamento da aceitação,  $p < 0,05$ , da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk) e da homocedasticidade de variâncias (Bartlett) estimados para os dados transformados por meio da FDF, para os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7) ..... 98

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Esquema de análise de variância multivariada com as fontes de variação, número de graus de liberdade e matrizes das somas de quadrados e de produtos para um experimento no delineamento inteiramente casualizado.....	37
Tabela 2	Valores populacionais de média, de variância e respectivos coeficientes de variação (C.V.) que serviram de base para a realização das simulações .....	49
Tabela 3	Descrição das combinações de hipóteses adotadas para estabelecimento dos cenários simulados e respectivas denominações.....	51
Tabela 4	Número de variáveis de cada subconjunto, número de subconjuntos possíveis e constituição dos subconjuntos formados com agrupamentos variando de 2 a 7 variáveis que apresentaram correlações nas simulações. (para cada um dos quatro níveis adotados).....	52
Tabela 5	Valores populacionais de média e variância que serviram de base para a realização das simulações para o cenário real $H_R$ .....	58
Tabela 6	Número de variáveis respostas em cada subconjuntos, número de subconjuntos possíveis e constituição dos subconjuntos formados com agrupamentos variando de 2 a 7 variáveis respostas, para a formação da função discriminante linear de Fisher e análise de variância multivariada .....	59

Tabela 7	Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e do teste F para tratamentos, nos níveis de 1 % e 5 %, sob a hipótese nula ( $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ), obtidas para os dados simulados com $\rho = 0$ , e sob cenário homocedástico ( $H_0 - H_0$ ) e heterocedástica ( $H_0 - H_1$ ) .....	63
Tabela 8	Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e do teste F para tratamentos, nos níveis de 1 % e 5 %, sob hipótese nula ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ), dos dados simulados com $\rho = 0$ , e sob hipóteses homocedásticas, com diferenças na médias dadas por dois ( $H_1 2s - H_0$ ) e oito desvios padrão ( $H_1 8s - H_0$ ).....	65
Tabela 9	Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e do teste F para tratamentos, nos níveis de 1 % e 5 %, sob hipótese nula ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ), dos dados simulados com $\rho = 0$ , e sob hipótese heterocedástica, com diferenças nas médias dadas por dois ( $H_1 2s - H_1$ ) ou oito desvios padrão ( $H_1 8s - H_1$ ).....	66
Tabela 10	Valores da porcentagem de informação média $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$ dada pelo maior autovalor ( $\lambda_1$ ), do quadrado médio do erro (QME) e do critério de informação de Akaike médio (AIC), porcentagem da aceitação da normalidade dos erros, Shapiro-Wilk, 5 % (S-W) e da homogeneidade de variâncias, Bartlett, 5 % (B), para cada cenário simulado .....	67
Tabela 11	Porcentagem de aceitação da hipótese nula para os dois cenários simulados sob $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ (com $p < 0,01$ ), nos diferentes critérios de seleção de variáveis e testes F da análise da FDF e da análise multivariada.....	74

Tabela 12	Porcentagem de aceitação da hipótese nula do teste F da análise da FDF e dos testes da análise de multivariada, para os cenários simulados sobre a hipótese nula falsa das médias dos tratamentos, com $p < 0,01$ .....	75
Tabela 13	Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e da hipótese nula (teste F), $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ , obtidas para os dados simulados na ausência de correlação com $\rho = 0$ , sob as médias e variâncias obtidas do ensaio real ( $H_R$ ) .....	87
Tabela 14	Cinco primeiros subconjuntos selecionados, por critério de seleção ( $\hat{\tau}^2$ , $\hat{\zeta}^2$ , $\hat{\xi}^2$ e AICMULT) e seus respectivos percentuais de seleção para o cenário $HR$ .....	89
Tabela 15	Porcentagem de informação do maior autovalor $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$ , médias das estimativas do quadrado médio do erro da variância (QME) e do critério de informação Akaike médio (AIC), percentuais de aceitação de normalidade dos erros (S-W) e homogeneidade de variâncias (B), ambos em 5 %, por critério de seleção ( $\hat{\rho}_1^2$ , $\hat{\tau}^2$ , $\hat{\zeta}^2$ , $\hat{\xi}^2$ e AICMULT) para o cenário simulado sobre os dados reais $H_R$ .....	90
Tabela 16	Porcentagem de aceitação da hipótese nula para os dados simulados sobre média e variância obtidas no experimento real $H_R$ ( $p < 0,01$ ) .....	93

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	16
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	18
<b>2.1</b>	<b>Características utilizadas para avaliação de mudas</b> .....	19
<b>2.1.1</b>	<b>Pesquisas com mudas de café</b> .....	22
<b>2.2</b>	<b>Estudos com aplicação de análise multivariada</b> .....	26
<b>2.3</b>	<b>Análise de variância univariada</b> .....	31
<b>2.4</b>	<b>Análise de variância multivariada</b> .....	34
<b>2.5</b>	<b>Análise discriminante</b> .....	43
<b>3</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	48
<b>3.1</b>	<b>Material</b> .....	48
<b>3.1.1</b>	<b>Hipóteses sobre as médias</b> .....	49
<b>3.1.2</b>	<b>Hipóteses sobre as variâncias</b> .....	50
<b>3.1.3</b>	<b>Níveis de correlação</b> .....	52
<b>3.2</b>	<b>Métodos</b> .....	53
<b>3.2.1</b>	<b>Avaliação das pressuposições</b> .....	53
<b>3.2.2</b>	<b>Obtenção da função discriminante de Fisher</b> .....	54
<b>3.2.3</b>	<b>Análise de variância multivariada</b> .....	55
<b>3.2.4</b>	<b>Comparação FDF e MANAVA</b> .....	56
<b>3.2.5</b>	<b>Efeito da correlação nos testes multivariados</b> .....	56
<b>3.2.6</b>	<b>Simulação sob os dados do experimento real</b> .....	57
<b>3.2.7</b>	<b>Programa computacional</b> .....	60
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	61
<b>4.1</b>	<b>Avaliação das pressuposições</b> .....	61
<b>4.2</b>	<b>Eficiência da FDF</b> .....	67
<b>4.3</b>	<b>Comparação FDF/MANAVA</b> .....	71
<b>4.4</b>	<b>Efeitos da correlação nos testes propostos</b> .....	76
<b>4.4.1</b>	<b>Efeitos da correlação na validação da FDF</b> .....	81
<b>4.5</b>	<b>Simulação como base nos dados de mudas de cafeeiro</b> .....	85
<b>4.5.1</b>	<b>Avaliação das pressuposições</b> .....	86
<b>4.5.2</b>	<b>Seleção das características de qualidade de mudas de cafeeiro</b> .....	88
<b>4.5.3</b>	<b>Eficiência da FDF</b> .....	89
<b>4.5.4</b>	<b>Comparação FDF/MANAVA</b> .....	91
<b>4.5.5</b>	<b>Efeitos da correlação nos testes propostos</b> .....	94
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	99
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	100
	<b>APÊNDICE</b> .....	106



## 1 INTRODUÇÃO

Em trabalhos de pesquisa de diversas áreas a obtenção de várias variáveis respostas é uma prática comum. Assim, o relacionamento entre variáveis medidas (observadas) em uma mesma parcela ocorre naturalmente, contribuindo conjuntamente na descrição de dado fenômeno. Deste modo, os métodos de análise multivariada surgem como uma necessidade, pois permitem o estudo dessas informações simultaneamente.

Por exemplo, em experimentos com mudas de café, é mensurada mais de uma variável resposta no intuito de se fazer uma melhor caracterização das plantas e dos tratamentos utilizados. Esses experimentos apresentam, como opção de análise de seus dados, a análise de variância univariada (ANAVA) e a análise de variância multivariada (MANAVA), poucas vezes utilizada. Ambas análises, porém, apresentam inconvenientes: na primeira, o problema está na maneira com que os resultados individuais de cada variável resposta são simplesmente avaliados obtendo-se uma conclusão conjunta, cujo nível de significância não é conhecido; enquanto que, na segunda, embora a análise seja feita conjuntamente envolvendo todas as variáveis respostas e se conheça o nível de significância, sua implementação é mais complexa, de interpretação prática mais difícil.

Uma alternativa é a utilização de uma opção para o tratamento de dados multivariados por transformação, por meio da função discriminante linear de Fisher (FDF).

Diante da carência de técnicas experimentais específicas para avaliação de dados provenientes de experimentos nos quais são obtidas várias variáveis respostas, este trabalho teve por objetivos, utilizando simulação de dados:

- a) Avaliar a eficiência da transformação dos dados multivariados por meio da função discriminante linear de Fisher em seis diferentes cenários de simulação em que foi considerada a presença ou não de correlação;
- b) avaliar a eficiência da transformação dos dados multivariados por meio da função discriminante linear de Fisher de experimento com muda de cafeeiro.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O café é uma das bebidas mais populares do mundo, sendo consumido em praticamente todos os países. Tem grande relevância para a economia mundial, particularmente, para a economia do Brasil, segundo maior consumidor e o maior produtor, responsável por cerca de 9,2 % de todas as exportações brasileiras do agronegócio em 2011 (BRASIL, 2012). A cultura do café contribui para o quadro econômico e social brasileiro por influenciar a balança comercial, transferir renda aos outros setores da economia, gerar capital para o agronegócio e contribuir para a fixação de mão de obra no meio rural, especialmente na região sul de Minas Gerais, que atualmente é a maior produtora do Estado e do Brasil, correspondendo a 53,6 % da produção mineira e a 25,2 % da produção nacional (MARTINS; XAVIER; SPROESSER, 2010).

A pesquisa na cafeicultura tem possibilitado, para citar alguns avanços, o desenvolvimento de novas tecnologias e de novas variedades da planta, a redução dos custos de produção, a melhoria da qualidade do café, o aumento da produtividade e a diminuição dos ataques de pragas e doenças, entre muitos outros envolvendo áreas importantes como o melhoramento genético, a biotecnologia e o manejo de pragas. Todos esses fatores dependem de uma boa formação de mudas.

Desse modo, é interessante utilizar métodos estatísticos que permitam um procedimento adequado e eficiente para avaliar a qualidade de mudas de café por meio de testes mais simples e efetivos. Entre essas alternativas, o uso dos dados transformados por meio da função discriminante linear de Fisher, capaz de, por meio de uma combinação linear que representa a soma ponderada das variáveis independentes, transformar o espaço multidimensional em unidimensional, sem perda de informações (HAIR et al., 2009).

## 2.1 Características utilizadas para avaliação de mudas

Na literatura consultada, não foi encontrado consenso sobre quais variáveis devam ser utilizadas para avaliar a qualidade de mudas. Gomes et al. (2002) abordam as características mais adotadas para avaliar a qualidade de mudas prontas para o plantio tais como altura, diâmetro do coleto e pesos secos - da parte aérea e da parte radicular. Além disso, comentam que podem ser utilizadas individualmente, em conjunto ou combinadas, sendo usual o peso seco total obtido pela soma dos pesos secos das partes aérea e radicular. Porém, afirmam que são necessárias definições mais acertadas para indicar qual ou quais características das mudas são capazes de responder às exigências quanto à sobrevivência e ao crescimento, determinados pelas adversidades encontradas no campo após o plantio.

A escolha de características para ranquear a qualidade das mudas não está ainda muito bem definida e não é operacionalmente viável na maioria dos viveiros, pois a mensuração, por vezes, é destrutiva. Comumente, as características utilizadas baseiam-se em seus aspectos morfológicos ou fisiológicos. Contudo, as características mais habituais são as morfológicas, pois apresentam mensuração e interpretação mais fáceis, além de proporcionarem como vantagem, a compreensão intuitiva por parte dos viveiristas (GOMES et al., 2002).

Birchler et al. (1998) também afirmam que o número de possíveis características morfológicas que se pode considerar é alto, e, como algumas delas são altamente correlacionadas, devem ser escolhidas aquelas que forneçam maiores informações e que sejam de mais simples obtenção. Esses autores apresentam uma revisão sobre as medidas que podem caracterizar uma muda ideal, correlacionando-as com os efeitos obtidos na planta após o plantio no campo. Além disso, comentam que a altura e o diâmetro são medidas de fácil

obtenção e sua mensuração ocorre por métodos não destrutivos, por isto devem ser preferidas. Os mesmos autores argumentam que a medida da altura fornece uma aproximação grosseira da fotossíntese e da transpiração aérea, mas ignora a arquitetura do caule. A medida do diâmetro dá uma ideia do transporte de água, da resistência mecânica e da relativa capacidade de tolerar altas temperaturas na superfície do solo. Comentam, ainda, que existem muitos estudos sobre a influência da altura e do diâmetro na sobrevivência após o transplante para o campo, mas que tais estudos são divergentes.

Quanto ao peso da matéria seca total, Bernardino et al. (2005) e Gomes et al. (2002) concordam que apesar de ser destrutivo, essa é uma importante característica, mas que devem ser considerados os pesos secos da parte aérea e da parte radicular separadamente; principalmente porque em espécies com maior quantidade de folhas, tais medidas podem apresentar distorções. Para essas características também existem divergências sobre qual é a mais representativa no desenvolvimento da cultura no campo. A explicação para o peso seco é a rusticidade da planta e o fato de correlacionar-se diretamente com a sobrevivência e com o desempenho inicial das mudas após o plantio em campo (GOMES et al., 2002).

Segundo Fonseca, É. et al. (2002), as medidas morfológicas não devem ser utilizadas isoladamente para a classificação do padrão de qualidade de mudas, pois corre-se o risco de serem selecionadas mudas altas, porém fracas, e serem descartadas as menores, mas vigorosas.

Peixoto e Peixoto (2009) afirmam que o desenvolvimento vegetal compreende tanto o crescimento quanto a diferenciação, o primeiro, um processo quantitativo, enquanto o segundo é qualitativo. Fazem ainda um resumo do desenvolvimento das técnicas para análise do crescimento das plantas e comentam sobre a massa da matéria seca, que é uma medida simples de análise de crescimento; sobre as medidas da raiz - comprimento, volume ou diâmetro,

que são importantes, mas acumulam dificuldades e por isto tendem a ser desconsideradas; sobre a área foliar, que representa inúmeros parâmetros fisiológicos, além de representar "a matéria prima para a fotossíntese"; e sobre alguns índices que foram criados para julgar o desenvolvimento das plantas. Finalizam reconhecendo que as características não devem ser usadas individualmente.

Existem trabalhos que, além de estudar alguns fatores, fazem testes para decidir qual característica da muda é mais informativa, como ocorre em métodos de seleção de variáveis, por meio de técnicas diversas ou mesmo por facilidade e importância dessas características.

Fonseca, É. et al. (2002) avaliaram a influência do período de permanência sob sombreamento das mudas em viveiro sobre a qualidade das mudas de crindiúvas, *Trema micrantha* (L.) Blume. Estudaram ainda diversas medidas morfológicas e além de determinar o período ideal para sombreamento, entre 45 e 60 dias, e para o plantio de 120 dias de idade, indicaram um índice baseado na relação entre estas variáveis como boa medida de qualidade para mudas de viveiro suspenso.

Gomes et al. (2002) trabalharam com tamanhos de tubetes e tempos para o plantio de forma a determinar as medidas que são mais representativas da qualidade das mudas de eucalipto, *Eucalyptus grandis*. Os mesmos avaliaram nove características dessas mudas, e por meio da técnica de agrupamentos, apontaram como características mais informativas a altura e a razão entre a altura e o peso da matéria seca da parte aérea. Além disso, aconselharam o uso da altura, principalmente por ser não destrutiva. Os autores indicaram os tubetes de 110 cm<sup>3</sup> para mudas de 90 dias de idade como o ideal para plantio.

### 2.1.1 Pesquisas com mudas de café

Brasil (2012) afirma que o país é responsável por um dos maiores programas mundiais de pesquisas sobre o café, o que está possibilitando avanços significativos para a cafeicultura em diversas áreas, como o melhoramento genético, a biotecnologia e o manejo de pragas.

Segundo Müller, Miglioranza e Fonseca (2008) a aquisição de mudas de qualidade é um dos principais fatores responsáveis pela oneração da implantação e pela vida útil da cultura, por isso mencionam a necessidade da pesquisa nessa fase, visando à produção de mudas de cafeeiro de boa qualidade.

As pesquisas sobre mudas de café versam sobre diversos aspectos da planta, avaliam muitas variáveis respostas, e, na maioria das vezes, faz-se a análise univariada - para cada característica em estudo - e finaliza-se com um consenso sobre os resultados obtidos. Na sequência serão apresentados alguns trabalhos que exemplificam o exposto anteriormente. Os experimentos são sobre diversas cultivares e recipientes, planejados tanto no delineamento inteiramente casualizado quanto em blocos casualizados e quanto aos fatores vão desde únicos até os esquemas fatoriais e, em alguns casos, com tratamentos adicionais.

Braun et al. (2007) testaram diferentes níveis de sombreamento para o desenvolvimento inicial de mudas formadas em tubetes. Avaliaram a altura, o diâmetro do caule, as massas fresca e seca da parte aérea, o volume de raiz e a área foliar. Após análises de variâncias univariadas, que apresentaram apenas o diâmetro não significativo e diferentes conclusões para os testes de médias aplicados, estabeleceram como melhor o nível mais elevado de sombreamento (75 %).

Carvalho et al. (2007) avaliaram a viabilidade de recuperação de mudas de cafeeiro produzidas em tubetes. Para tal ensaio mensuraram número, altura e diâmetro dos brotos, número de nós, área foliar, massa seca da parte aérea e do

sistema radicular e as relações entre as duas massas. Após os desdobramentos significativos, embora cada variável tenha respondido de maneira diferente ao teste de médias, a conclusão foi obtida de forma conjunta. Assim, afirmaram que mudas remanescentes produzidas em tubetes podem ser recuperadas e apresentam melhor desenvolvimento em relação às tradicionais de meio ano se podadas em abril e se apresentarem diâmetro maior que 4 cm.

Marana et al. (2008) estudaram o efeito de doses de fertilizante de liberação lenta e dois substratos sobre o desenvolvimento e a qualidade das mudas produzidas em tubetes. Avaliaram nove características morfológicas, matéria seca da raiz, do caule, da parte aérea e da muda toda, número de folhas, área foliar, diâmetro do caule, altura da parte aérea e do sistema radicular; além de três relações entre elas. Aplicaram as análises de variância e de regressão univariadas. A conclusão também foi obtida de forma conjunta. Sendo que desta maneira indicaram a adoção de 10 kg de fertilizante de liberação lenta por m<sup>3</sup> de substrato.

Dias e Melo (2009) avaliaram altura da parte aérea, diâmetro do caule, número de folhas, área foliar, matéria seca aérea, radicular e total, além da relação entre o comprimento da raiz e o comprimento da parte aérea. Realizaram análise de variância univariada e aplicaram o teste de Tukey, na comparação das médias para decidir qual fonte de material orgânico; e a análise de regressão, para determinar quais proporções destes materiais devem ser adotadas. Cada característica em estudo apontou para uma solução e estas foram agrupadas de forma a permitir a conclusão que a adição de 40 % do adubo cama de peru ao substrato artificial favoreceu o desenvolvimento das mudas de cafeeiro formadas em tubetes. Afirmaram ainda que o esterco bovino, em qualquer proporção, e os resíduos de fumo, acima de 60 % apresentaram efeitos prejudiciais ao desenvolvimento das mudas.



Yamashita et al. (2009), testando a tolerância de mudas de cafeeiro, formadas em vasos de polietileno, a herbicidas aplicados pós-emergência, avaliaram, além da fitointoxicação por meio de avaliações visuais, a altura, o número de folhas, o diâmetro de caule, o comprimento do sistema radicular, as massas verde e seca da parte aérea e do sistema radicular. Encontraram apenas o número de folhas com diferenças significativas pelo teste F da análise de variância univariada, não havendo redução da altura, massa seca quando comparadas a testemunha, embora todos os herbicidas tenham provocados sintomas de fitointoxicação, leves ou moderados, com recuperação até os 49 dias após aplicação.

Miglioranza et al. (2010), ao testarem a qualidade de mudas formadas em sacos plásticos sob diferentes porcentagens de sombreamento, estudaram seis variáveis respostas: área foliar, comprimento da raiz pivotante, altura de muda, diâmetro do colo, peso da matéria seca da parte aérea e da parte radicular. Obtiveram, como resultados para a análise de variância univariada, a não significância do teste F para a característica altura e a significância desse teste para as outras variáveis, cujos testes de médias apontaram conclusões diferentes. Para a detecção da característica que melhor avalia a qualidade da muda, foram feitas as correlações entre as variáveis em estudo, que mostraram a altura, o diâmetro e os pesos secos como direta e altamente correlacionadas, sendo o diâmetro considerado a característica mais informativa devido ao fato de ser não destrutiva. Quanto ao sombreamento, foram indicadas como melhores mudas aquelas formadas sob 50 % de sombreamento.

Tatagiba, Pezzopane e Reis (2010) avaliaram o diâmetro do coleto, a altura da parte aérea, a área foliar, a relação entre o comprimento da raiz e da parte aérea, e as matérias secas das partes aérea, radicular e total. Tais características foram avaliadas utilizando-se de análises de variâncias univariadas e do teste Tukey. Assim, concluíram que as mudas apresentaram

respostas distintas para as características de crescimento estudadas em função dos níveis de sombreamento adotados no estudo, indicaram de 22 a 50 % o intervalo de sombreamento que deve ser adotado. Detectaram ainda, que em nível de 88 % de sombreamento, houve tendências de aumento para a altura e a área foliar e de redução para o diâmetro do coleto.

Santana et al. (2011) trabalharam com adubação foliar de organominerais em mudas de cafeeiro. Mensuraram seis características de qualidade das mudas e utilizaram a função discriminante de Fisher como mais uma variável. As análises univariadas obtiveram a aceitação da igualdade entre os efeitos dos tratamentos para o diâmetro do coleto, a matéria seca da parte radicular e o comprimento radicular, enquanto que, detectaram diferenças nas variáveis área foliar, altura da parte aérea e da planta, além dos dados transformados pela função discriminante.

Concluíram que a adição de frações húmicas favoreceu o desenvolvimento da parte aérea e que o tratamento com maior teor de nitrogênio apresentou maior tendência de crescimento da planta.

De modo a avaliarem a influência dos manejos, orgânico e convencional na formação de mudas de três cultivares de *Coffea arabica* L., Silva et al. (2012) testaram três fontes de resíduo orgânico nos manejos orgânico e convencional. Mensuraram oito características da qualidade das mudas e também usaram os dados transformados por meio da função discriminante linear de Fisher. Os autores concluíram com o estudo das características que há diferenças na influência da composição dos substratos nas cultivares e com a análise da função discriminante de Fisher que o manejo convencional é superior ao orgânico.

Em muitos outros trabalhos são aplicadas técnicas univariadas a dados multirespostas. Esses são alguns estudos que ilustram a variedade de parâmetros que são mensurados em experimentos com mudas de café e que, de acordo com Demétrio (1985), por não levarem em conta a correlação existente entre tais

variáveis respostas, geram uma conclusão conjunta sem um nível de confiança conhecido.

## **2.2 Estudos com aplicação de análise multivariada**

Os métodos multivariados surgem como uma necessidade de se analisarem dados em pesquisas que envolvem um conjunto de variáveis, como no caso de experimentos com mudas de café, pois permitem a análise dessas variáveis simultaneamente. Entre as metodologias multivariadas, podem ser citadas a análise de agrupamento, a técnica de componentes principais, a análise fatorial, a análise de correlação canônica, a análise discriminante e a análise de variância multivariada (BARROSO; ARTES, 2003; CHATFIELD; COLLINS, 1980; FERREIRA, 2011; HAIR et al., 2009; MANLY, 2008; MINGOTI, 2007).

As técnicas multivariadas são aplicadas em diversas áreas do conhecimento, tais como educação, genética, zootecnia, psicologia, odontologia e economia. Abaixo são citados alguns exemplos em que tais técnicas complementam os resultados das técnicas univariadas tradicionais ou mesmo superam-nas, porém na área agrícola são poucos os estudos que as utilizam, estando tais processos mais ligados a testes para novas cultivares.

Fonseca e Silva (1999) trabalharam com 50 amostras de feijão, *Phaseolus vulgaris* L., de várias regiões brasileiras e consideraram as variáveis: altura da planta, número de nós do caule principal, comprimento e largura do folíolo central, comprimento e largura da vagem, número de sementes por vagem, peso de 100 grãos, data de 50 % da floração e ciclo cultural. Eles constataram a superioridade das técnicas multivariadas quando comparadas às univariadas na seleção de descritores e na identificação das duplicidades de acessos de feijão. Para verificar a existência de variabilidade entre os acessos, primeiramente, fizeram as análises de variância univariadas; apenas as características

comprimento e largura do folíolo central e o ciclo cultural foram não significativos. Por meio do estudo das variáveis canônicas concluíram que todas as características estudadas são importantes para a descrição do germoplasma do feijão, mesmo as não significativas.

Costa et al. (2000) estimaram os coeficientes de herdabilidade e de predição genética, pelo método multivariado, e compararam os ganhos genéticos obtidos por meio da seleção entre e dentro de progênies, individual e combinada, em seringueira, *Hevea brasiliensis*, em que o material genético constituiu-se de 22 progênies de meios-irmãos. Para testar a diferença entre famílias, utilizaram os caracteres produção de borracha seca, espessura de casca, número totais de anéis e circunferência do caule, por meio de análises de variância univariadas. Os valores de herdabilidade foram avaliados pelo método univariado, e os de predição genética, pelo método multivariado. Foram apresentados as acurácias, os ganhos genéticos diretos e a nova média da população, associados ao método univariado e aos multivariados que, após comparação, mostraram valores mais expressivos de acurácia e de ganho genético por meio dos testes do método multivariado. Sugeriram a seleção combinada como técnica promissora, por apresentar maior acurácia e ganho genético.

Fonseca et al. (2000) pesquisaram a divergência genética de três raças suínas, por meio do estudo de seis características reprodutivas. Utilizando-se de análises de variância multivariada, da função discriminante linear de Fisher, de comparações múltiplas e de análise das variáveis canônicas, verificaram que a raça Duroc foi inferior às demais no desempenho. As raças Landrace e Large White foram semelhantes e com alta divergência genética em relação à raça Duroc.

Uma revisão das principais cultivares melhoradas de café arábica foi realizada por Adão (2002), o qual estudou a divergência genética de 42 progênies por técnicas multivariadas. Adotou análises de variância univariadas

para oito características e estudou a divergência genética por meio da distância generalizada de Mahalanobis. Concluiu que, para classificar as progênies quanto à uniformidade de maturação, deve-se considerar a porcentagem de frutos cereja, passa e seco no momento da colheita. Para selecionar as progênies, deve-se basear no vigor vegetativo, pois estas características são muito correlacionadas e que, para escolher o progenitor, deve-se utilizar a porcentagem de frutos chochos, o diâmetro da copa do cafeeiro e a sua altura média, pois estes são os caracteres que mais influenciam a formação dos grupos de dissimilaridade.

Fonseca, R. et al. (2002) compararam dois híbridos experimentais e dois híbridos comerciais de frango de corte, utilizando dados de seis características de carcaça. Por meio de análises multivariadas de variância detectaram diferenças significativas em quatro características, e concluíram que os híbridos das linhas comerciais estão próximos aos híbridos em desenvolvimento. Com a análise de discriminante linear de Fisher afirmaram que os híbridos comerciais foram superiores aos demais.

Ledo, Ferreira e Ramalho (2003) apresentaram a análise de variância multivariada para os cruzamentos dialélicos aplicada na seleção de genótipos superiores, fazendo uma extensão do caso univariado, e mostraram que esta técnica pode ser utilizada para estimar a heterose em várias características simultaneamente. Tais autores, partindo do método dos quadrados mínimos, explicitaram as expressões dos estimadores dos efeitos genéticos desse modelo e de suas respectivas variâncias. Posteriormente, obtiveram as matrizes de soma de quadrados e produtos relacionados. Finalmente, apresentaram os testes multivariados para as hipóteses de interesse. Os autores comentam ainda, que para programas de melhoramento genético, a extensão multivariada, por "estimar as matrizes de variâncias e covariâncias dos efeitos genéticos do modelo", leva vantagem, pois usa mais informações que as técnicas univariadas tradicionais.

Outro exemplo de aplicação da técnica multivariada - a análise de componentes principais - aparece nas análises de Theodoro et al. (2003) em que buscaram relacionar as mudanças das características químicas, físicas e microbiológicas do solo em diferentes sistemas de plantio de produção de café: "café orgânico", "em conversão" e "convencional", em relação a um fragmento de mata nativa. Concluíram que de modo geral os sistemas proporcionam aumentos de fertilidade do solo quando comparados à mata nativa; que o manejo do café orgânico apresenta maiores alterações nas características químicas do solo em relação ao convencional e que a mata nativa registra maior acidez do solo. Os autores comentam ainda, que análise de componentes principais permitiu uma visualização conjunta das características que mais influenciaram no comportamento do solo dos diferentes sistemas estudados. Embora os autores apresentem técnicas multivariadas de análise, utilizaram análises de variância univariadas.

De maneira a estudar a divergência genética entre linhas de suínos, Torres Filho et al. (2005) quantificaram três características de desempenho e cinco reprodutivas, trabalharam tanto as análises de variância univariadas quanto as técnicas de função discriminante linear de Fisher, seguidas de análises de variância univariadas e utilizaram também a análise de variância multivariada, teste de maior autovalor de Roy e o contraste de médias da união e interseção de Roy. Com tais análises concluíram que existia divergência genética tanto para as características de desempenho quanto para as reprodutivas entre as duas linhas de raça de suínos avaliadas, sugerindo a formação de uma nova linha a partir do cruzamento entre estas raças buscando alta produtividade e variabilidade genética.

Carneiro et al. (2006) trabalharam com populações de ovinos da raça Santa Inês de três microregiões do Piauí, por meio da análise de três populações e sete características de crescimento, objetivando estudar a divergência genética

entre os animais por meio de técnicas multivariadas, função discriminante linear de Fisher, agrupamento e variáveis canônicas. Concluíram que há menor dissimilaridade na fase antes da primeira muda, e as técnicas de agrupamento separaram os ovinos em dois grupos de acordo com a população; os ovinos de exposição sempre aparecem separados daqueles que são criados em pasto nativo e daqueles que recebem suplementação no período de seca. Os dois últimos aparecem sempre juntos, sendo portanto menos divergentes enquanto que os animais de exposição foram considerados superiores.

Uma aplicação de análise multivariada em estudos de consorciação de culturas foi realizada por Bezerra Neto et al. (2007), com a finalidade de avaliar o desempenho de sistemas consorciados de dois cultivares de cenoura e quatro de alface crespa. Além da análise de variância multivariada usaram também, análise de variância univariada dos rendimentos das culturas separadamente, dos rendimentos combinados dos sistemas consorciados e da eficiência produtiva por modelos de análise de dados. A característica avaliada na alface foi a massa fresca da parte aérea, e, na cenoura, rendimento de raízes comerciais. Para as comparações múltiplas da análise multivariada, utilizaram a técnica das variáveis canônicas ou função discriminante. Para os autores, a utilização do método multivariado mostrou-se bastante informativo, em função da maior capacidade discriminante, permitindo uma descrição da superioridade relativa dos tratamentos por meio da técnica das variáveis canônicas. Dos quatro tipos de análise de dados abordados pelos autores, somente por meio daquele que se utilizou dos escores normalizados da variável canônica, foi possível uma comparação mais eficiente dos tratamentos; possibilitando identificar as combinações das cultivares de cenoura com a cultivar de alface *Lucy Brown* como os tratamentos mais promissores.

Existem muitos outros exemplos de aplicações da análise multivariada, mas poucos trabalhos com ensaios cujo enfoque sejam mudas, menos ainda com

mudas de cafeeiro. Não foram encontrados, na literatura consultada, autores que utilizaram a análise de variância multivariada como técnica estatística, para mudas.

Trabalhos recentes, utilizam a técnica de análise de discriminante linear de Fisher, em mudas de cafeeiro, como técnica adicional à análise de variância univariada (SANTANA et al., 2011; SILVA et al., 2012).

Por meio da simulação, o autor do presente trabalho tenta validar a técnica da função discriminante linear de Fisher, como transformação que aplicada às variáveis originais reduz o espaço  $p$  dimensional a um espaço unidimensional, e retorne uma nova variável que poderá ser analisada univariadamente e que contenha grande parte da informação.

### **2.3 Análise de variância univariada**

A análise de variância é uma importante técnica para avaliar a variabilidade de um conjunto de dados, sendo um método extremamente poderoso e flexível, que estuda as diferentes causas de variação presentes nos dados experimentais. Diversos autores, entre eles Banzatto e Kronka (2006), Campos (1984), Gomez e Gomez (1984), Petersen (1994) e Pimentel-Gomes (1987, 2009), escreveram sobre esse método estatístico, que teve suas bases iniciadas com os estudos de Fisher.

Esta técnica estatística baseia-se na decomposição da variação total das amostras em duas partes: entre grupos e dentro de grupos. A variabilidade "entre" é proveniente das diferenças entre as populações ou os tratamentos, e a variabilidade "dentro" é causada pelas diferenças dentro de cada amostra ou erro experimental. Quanto maior a diferença "entre", maior a evidência de as médias das populações serem diferentes; e, quanto maior a diferença "dentro", maior será a dificuldade para concluir se as médias das populações são diferentes.



Recebe o nome de análise de variância porque essas variações são medidas por meio das somas de quadrados dos desvios em relação à média e, são definidas para cada uma das fontes de variação.

Apesar de poder ser aplicada em diversas áreas do conhecimento, a análise de variância é, principalmente, usada na estatística experimental, que apresenta como conceitos básicos a repetição, a casualização e o controle local. Esse último determina qual delineamento, e conseqüentemente, qual modelo estatístico será associado ao experimento.

Para a validade da análise de variância é necessário que sejam satisfeitos alguns pressupostos. Os efeitos ambientais e de tratamentos devem apresentar efeitos aditivos, condição essa imposta por meio do modelo adotado. Os erros experimentais devem ser independentes e normalmente distribuídos, com média zero e variância  $\sigma^2$ , isto é,  $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ . E as variâncias do erro homogêneas.

Após a determinação do modelo linear do experimento, devem-se estimar seus parâmetros e particionar a soma dos desvios quadrados sobre a média geral em uma ou mais somas de quadrados, dependendo do modelo planejado. A cada uma dessas partições estão associados seus graus de liberdade. A razão entre as somas de quadrados e seus respectivos graus de liberdade que é denominada quadrado médio e é definida para cada efeito em estudo.

O modelo fixo do delineamento inteiramente casualizado, para um fator, com I tratamentos e J repetições, pode ser representado por (1), (SEARLE, 1987):

$$y_{ij} = \mu + t_i + \epsilon_{ij} \quad (1)$$

em que, para  $i = 1, \dots, I$  e  $j = 1, \dots, J$ ;

$y_{ij}$  é o valor observado na parcela que recebeu o  $i$ -ésimo tratamento na  $j$ -ésima repetição;

$\mu$  é uma constante, fixa, associada a cada observação;

$t_i$  é o efeito do  $i$ -ésimo tratamento suposto fixo;

$\epsilon_{ij}$  é o erro atribuído à parcela que recebeu o  $i$ -ésimo tratamento na  $j$ -ésima repetição.

De maneira geral o teste de hipóteses para os  $I$  níveis de um fator (tratamentos) pode ser estabelecido como

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_I \quad (2)$$

contra a hipótese alternativa  $H_1$  de que nem todos os tratamentos têm a mesma média.

A hipótese de nulidade da análise de variância, ou de igualdade de tratamentos, como em (2), estabelece que as médias dos tratamentos envolvidos no experimento não diferem estatisticamente entre si, contra a hipótese alternativa que nem todos os tratamentos têm a mesma média. Um critério para o teste da hipótese de igualdade de tratamentos é o teste F, por exemplo para o modelo fixo, pode ser estimado pela razão entre o quadrado médio da fonte de variação em estudo, nesse caso tratamentos, e o quadrado médio dos resíduos.

Assim, sob  $H_0$  têm-se dois estimadores imparciais diferentes para o mesmo parâmetro  $\sigma^2$ , e a razão entre estas estimativas segue uma distribuição F com  $(I-1)$  e  $(I-1)(J-1)$  graus de liberdade (BARBIN, 1993).

Um critério para o teste da hipótese de igualdade dos efeitos de tratamentos, de acordo com Searle (1987) entre outros é verificar se

$$F_{calc} = \frac{QMT_{rat}}{QM Res} \leq F_{\alpha; (I-1), (I-1)(J-1)}$$

Logo, rejeita-se a hipótese de nulidade em um nível  $\alpha$  de significância, se o valor calculado para  $F$  for maior que o valor crítico com  $(I-1)$  e  $(I-1)(J-1)$  graus de liberdade.

A rejeição da hipótese de nulidade, não indica quais tratamentos são diferentes entre si. São necessários outros testes para essa determinação. Segundo Bertoldo et al. (2008), existe grande dificuldade na escolha do procedimento correto em relação ao tipo de fator experimental estudado. Basicamente quando os fatores são qualitativos emprega-se um teste de médias, que adota uma diferença mínima significativa e quando os fatores são quantitativos realiza-se a análise de regressão.

#### **2.4 Análise de variância multivariada**

Na maioria dos experimentos, em geral, cada parcela fornece observações de duas ou mais variáveis respostas, que devem ser analisadas por algum método estatístico. Nos experimentos com mudas de café, por exemplo, cada parcela fornece informações sobre algumas características da muda, como altura ( $Y_1$ ), diâmetro ( $Y_2$ ), número de folhas ( $Y_3$ ), área foliar ( $Y_4$ ) entre outras. Caso essas variáveis sejam independentes, as análises univariadas serão suficientes, mas o que se observa é a existência de certa correlação entre elas; por exemplo, plantas mais altas em geral têm maior diâmetro, sugerindo maior número de folhas e maior área foliar.

Em casos como este, quando é mensurada mais de uma variável resposta, uma opção natural para se fazer a análise do conjunto de dados é a análise de variância multivariada, sobre a qual diversos autores, entre eles Chatfield e Collins (1980), Ferreira (2011), Hair et al. (2009) e Manly (2008) afirmam ser apenas uma extensão da análise de variância univariada, independentemente do delineamento em questão, e as diferenças ficam apenas

na quantidade de cálculos necessários, nos testes de hipóteses e interpretação de resultados, que são mais complexos.

É possível ter testes univariados não significativos enquanto o teste multivariado é significativo, e o inverso também pode acontecer. O primeiro caso acontece quando há acúmulo de evidências das variáveis individuais no teste global e o segundo, quando a diferença de todas as variáveis significativas é superada pela evidência de não diferença das demais variáveis (MANLY, 2008).

Uma vantagem da análise multivariada, conforme salientam Haase e Ellis (1987), é que, apenas na análise de variância multivariada, são consideradas as correlações existentes entre as variáveis dependentes o que simplesmente não é considerado em uma série de análises univariadas. Esses autores, já alertavam sobre a ideia de Manly (2008), de que se forem adotadas múltiplas análises de variância ao menos deve ser utilizada uma correção para os níveis de significância.

O modelo linear para um delineamento inteiramente casualizado (3), com I tratamentos de efeitos supostos fixos, J repetições e no qual foram mensuradas p variáveis, pode ser escrito como (SEARLE, 1987):

$$y_{ijl} = \mu_l + t_{il} + \epsilon_{ijl} \quad (3)$$

no qual  $i = 1, 2, \dots, I$ ;  $j = 1, 2, \dots, J$  e  $l = 1, 2, \dots, p$ ;

$y_{ijl}$  é o valor observado da l-ésima variável, sob o i-ésimo tratamento e na j-ésima repetição;

$\mu_l$  é uma constante, fixa, associada a cada l-ésima variável resposta observada;

$t_{il}$  é o efeito devido ao i-ésimo tratamento, suposto fixo, na l-ésima variável;

$\epsilon_{ijl}$  é o efeito aleatório associado a  $ijl$ -ésima observação da combinação de tratamento, repetição e variável, e, além disso, os  $\epsilon_{ij1}' = [\epsilon_{ij1}, \dots, \epsilon_{ijp}]$  têm distribuição multinormal  $p$ -dimensional com vetor nulo de médias e uma matriz de covariâncias  $\Sigma$  comum a todas as combinações  $I$  e  $J$ . Os vetores  $\epsilon_{ij1}'$  correspondentes a diferentes unidades experimentais em cada repetição são independentemente distribuídos.

Em uma  $p$ -dimensional análise de variância multivariada existirão  $p$  somas de quadrados dos desvios da média geral. Além disso, existem medidas de covariância entre pares de componentes, surgindo assim somas de produtos. As matrizes simétricas formadas pelas somas de quadrados e somas de produtos, serão particionadas, como foram as somas de quadrados na análise de variância univariada, em uma ou mais somas de quadrados e de produtos, com seus respectivos graus de liberdade.

Como existe aumento nos cálculos necessários, segundo Chatfield e Collins (1980), é indispensável o uso de programas computacionais, para o caso de experimentos maiores e nesse caso, as operações são apresentadas matricialmente.

As somas de quadrados e de produtos para o modelo estatístico (3) estão resumidas na Tabela 1, na qual  $\mathbf{H}$  é a matriz formada pelas somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos tratamentos;  $\mathbf{R}$  é a matriz de somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos fatores não controlados e  $\mathbf{T}$  é a matriz de soma de quadrados e de produtos devidos a todos os dados. Para obtê-las, os termos de soma de quadrados assumem as posições na diagonal principal da matriz e os termos de soma de produtos, as posições fora da diagonal, respeitando a ordenação das variáveis.

Tabela 1 Esquema de análise de variância multivariada com as fontes de variação, número de graus de liberdade e matrizes das somas de quadrados e de produtos para um experimento no delineamento inteiramente casualizado

Fontes de Variação	G.L.	Soma de Quadrados e de Produtos
Tratamentos	I - 1	<b>H</b>
Resíduos	I ( J-1 )	<b>R</b>
Total	IJ - 1	<b>T</b>

Nota: I – Tratamentos ; J - repetições

Novamente o interesse em particionar a soma de quadrados e produtos está em testar a hipótese de igualdade dos efeitos dos parâmetros do modelo, que pode ser escrita, de maneira idêntica para o modelo univariado (2). Minhoto (2009) comenta que a hipótese linear no modelo multivariado estabelece a não existência de uma relação linear entre o conjunto de variáveis observadas (Y) e o conjunto de níveis do fator em estudo (X). A não existência de relação linear equivale a admitir a igualdade das médias em todas as variáveis observadas, para todos os níveis do teste de interesse.

A diferença entre o teste de hipótese do modelo univariado para o modelo multivariado está na impossibilidade de estabelecer o teste *F*. Assim adotam-se os conceitos de variâncias generalizadas (JOHNSON; WHICHERN, 2007), que, segundo Ferreira (2011, p. 331), "surgem como decorrência de métodos estatísticos utilizados na construção desses testes". Alguns testes têm sido propostos e esses baseiam-se nas funções de  $\theta_i$ , isto é, nos autovalores  $\lambda_i$  da equação (4):

$$|\mathbf{H} - \theta \mathbf{R}| = 0 \quad (4)$$

Vale ressaltar que quando  $p=1$ , tem-se a análise univariada e o único auto-valor  $\theta = \frac{H}{R}$  é correspondente ao teste  $F$ .

A seguir serão mostradas as estatísticas de quatro critérios baseados em  $\lambda_i$  ou nas matrizes de soma de quadrados e produtos  $\mathbf{H}$ , que é a matriz de somas de quadrados e de produtos cujo efeito se quer testar;  $\mathbf{R}$  é a matriz de soma de quadrados e de produtos dos resíduos;  $v_H$  e  $v_R$  são os graus de liberdade associados a essas matrizes; para  $p$  variáveis em estudo;  $v_1$  e  $v_2$  os graus de liberdade associados aos critérios e também as respectivas aproximações de  $F$  para cada critério, adaptados de Ferreira (2011) e Haase e Ellis (1987).

### 1. Teste do máximo autovalor de Roy ( $\theta$ ):

$$\theta = \frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1} \quad (5)$$

Os números de graus de liberdade, são dados por:

$$v = \max(p, v_H)$$

$$v = v_R - v_1 + v_H$$

e, a aproximação de  $F$  tem como estimador:

$$F \text{ aprox. Roy} = \frac{v_2 * \theta}{v_1}$$

em que:

$\lambda_1$  é o máximo autovalor de (4);

$p$  é o número de variáveis;

$v_R$  é o número de graus de liberdade do resíduo;

$v_H$  é o número de graus de liberdade relativo ao efeito que se quer testar.

## 2. Teste Lâmbda de Wilks :

$$\Lambda = \frac{|R|}{|H+R|} = \prod_{i=1}^s \frac{1}{1+\lambda_i} \quad (6)$$

Os números de graus de liberdade, são dados por:

$$v_1 = p * v_H$$

$$v_2 = v_R - \frac{p - v_H + 1}{2} * \sqrt{\frac{p^2 * v_H^2 - 4}{p^2 + v_H^2 - 5}} - \frac{p * v_H - 2}{2}$$

e, a aproximação de F tem como estimador:

$$F \text{ approx. Wilks} = \frac{1 - \Lambda^{\frac{1}{t}}}{\Lambda^{\frac{1}{t}}} \frac{v_2}{v_1}$$

em que:

$R$  é a matriz de somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos fatores não controlados;

$H$  é a matriz formada pelas somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos tratamentos;

$| \quad |$  representa o determinante da matriz de soma de quadrados e de produtos;

$$s = \min (p, v_H);$$

$p$  é o número de variáveis;

$v_H$  é o número de graus de liberdade relativo ao efeito que se quer testar;

$\lambda_i$  são os autovalores de (4);



$v_R$  é o número de graus de liberdade do resíduo;

$$t = \sqrt{\frac{p^2 v_H^2 - 4}{p^2 + v_H^2 - 5}} \text{ se } p^2 + v_H^2 - 5 > 0 \text{ ou } t = 1 \text{ caso contrário.}$$

### 3. Teste de Hotelling e Lawley:

$$U = tr(HR^{-1}) = \sum_{i=1}^s \lambda_i \quad (7)$$

Os números de graus de liberdade, são dados por:

$$v_1 = p * v_H$$

$$v_2 = 4 + \frac{v_1 + 2}{\frac{(v_R + v_H - p - 1)(v_R - 1)}{(v_R - p - 3)(v_R - p) - 1}}$$

e, a aproximação de F tem como estimador:

$$F \text{ aprox. Hotelling Lawley} = \frac{U}{\frac{v_1 * (v_2 - 2)}{v_2 * (v_R - p - 1)}}$$

em que:

$tr$  é o traço;

$R$  é a matriz de somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos fatores não controlados;

$H$  é a matriz formada pelas somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos tratamentos;

$$s = \min(p, v_H);$$

$p$  é o número de variáveis;

$v_H$  é o número de graus de liberdade relativo ao efeito que se quer testar;

$\lambda_i$  são os autovalores de (4);

$v_R$  é o número de graus de liberdade do resíduo.

#### 4. Teste de Pillai:

$$V = \text{tr} [H (H + R)^{-1}] = \sum_{i=1}^s \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i} \quad (8)$$

Os números de graus de liberdade, são dados por:

$$v_1 = \min(p, v_H) * \left( 2 * \frac{(\text{abs}(p - v_H) - 1)}{2} + \min(p, v_H) + 1 \right)$$

$$v_2 = 2 * ((\min(p - v_H)) \left( \frac{v_R - p - 1}{2} \right) + 1)$$

e, a aproximação de F tem como estimador:

$$F_{\text{aprox. Pillai}} = \frac{V}{\min(p, v_H) - V} \frac{v_2}{v_1}$$

em que:

$\text{tr}$  é o traço;

$\mathbf{R}$  é a matriz de somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos fatores não controlados;

$\mathbf{H}$  é a matriz formada pelas somas de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos tratamentos;

$s = \min(p, v_H)$ ;

$p$  é o número de variáveis;

$\lambda_i$  são os autovalores de (4);

$v_H$  é o número de graus de liberdade relativo ao efeito que se quer testar;

$v_R$  é o número de graus de liberdade do resíduo.

Segundo Johnson e Whichern (2007) rejeita-se  $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_I$ , se a razão das variâncias generalizadas dadas por (5), (6), (7) e (8) é maior que o valor do escore da distribuição exata. A decisão, normalmente, é tomada com base no valor-p.

Chatfield e Collins (1980) comentam que a estatística mais poderosa depende da estrutura da hipótese alternativa, em particular, a estatística de Roy é melhor quando as médias dos tratamentos estão na mesma grandeza ou próximo disso. Ainda sobre os critérios, comentam que os critérios de  $\Lambda$  de Wilks, de Hotelling e Lawley e de Pillai são assintoticamente equivalentes e diferem pouco em poder para pequenas amostras. Sendo que  $\Lambda$  de Wilks é mais adotado por razões históricas e por ser mais flexível e robusto que os outros dois.

Há o agravante de que nem sempre os critérios são concordantes, em relação à rejeição ou à aceitação da hipótese de nulidade e não há consenso sobre qual dos critérios deva ser utilizado (CHATFIELD; COLLINS, 1980; DEMÉTRIO, 1985; FERREIRA, 2011; MORRISON, 1990). Manly (2008) após apresentá-los, afirma que os testes são robustos para tamanhos de amostras iguais.

Após a escolha do critério de teste das hipóteses da análise de variância multivariada e também como no caso univariado após a rejeição da hipótese de igualdade entre os efeitos dos tratamentos, é preciso identificar qual ou quais efeitos levaram à rejeição da hipótese nula. Segundo Morrison (1990), quando se utiliza a raiz máxima de Roy como teste da hipótese de nulidade dos efeitos dos tratamentos, o princípio da união-interseção de Roy é o teste de comparações múltiplas mais adequado, pois é uma continuação lógica desse teste.

Demétrio (1985) afirma, em relação ao teste do maior autovalor de Roy, que este calcula os intervalos de confiança simultâneos de todas as funções

lineares dos contrastes de tratamentos, e se comparados os resultados obtidos para a análise multivariada, o número de diferenças significativas é menor do que os obtidos com a análise univariada de variância, porque o critério de rejeição da hipótese nula é mais rigoroso uma vez que leva em consideração o nível conjunto de significância.

## **2.5 Análise discriminante**

A proposta inicial de Fisher (1936) para a função discriminante linear (FDF) era estabelecer um critério para separação de três populações de plantas por meio de medidas de suas folhas. A ideia era transformar as observações multivariadas, por meio de combinações lineares dessas variáveis, em observações univariadas de tal forma que as variáveis transformadas se apresentassem o mais separadas possível.

Assim, a análise discriminante é uma técnica de análise multivariada utilizada para diferenciar ou discriminar populações e classificar ou alocar indivíduos em populações pré-definidas. Para a discriminação, estabelecem-se funções das variáveis observadas que sejam responsáveis ou possam explicar as diferenças entre populações. Para a alocação ou classificação, determinam-se as funções que além de separar as populações sejam capazes de alocar ou classificar novos indivíduos em uma das populações (FERREIRA, 2011; HAIR et al., 2009; MANLY, 2008; MINGOTI, 2007).

Uma possível aplicação da FDF, que foi abordada por Pimentel-Gomes (2009), é a sua utilização para a transformação de dados multivariados em uma nova variável, por meio da variável canônica principal, o que possibilita nova opção de análise de variância dos dados multivariados, além da análise de variância multivariada (MANAVA). Desse modo, por meio da aplicação da primeira função discriminante linear de Fisher (FDF) às observações

multivariadas, pode-se reduzir o espaço  $p$  dimensional a um espaço unidimensional, a partir do qual pode ser realizada a análise de variância univariada (ANAVA).

Nesta abordagem em que se faz a transformação dos dados multivariados em univariados, calcula-se apenas a primeira função discriminante linear, associada ao maior autovalor e seu autovetor de  $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$ . Uma justificativa para a adoção apenas da primeira função discriminante linear se deve à porcentagem de informação que pode ser calculada em (9), e normalmente grande parte da informação se esgota com esta primeira função (HAIR et al., 2009; MANLY, 2008; PIMENTEL-GOMES, 2009):

$$\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s} \quad (9)$$

A ideia inicial apresentada por Fisher era encontrar uma combinação linear das variáveis originais  $y_1, y_2, \dots, y_p$ , e cada  $y_l$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ) é o vetor de dados da  $l$ -ésima variável, como:

$$Z = a_1 y_1 + a_2 y_2 + \dots + a_p y_p \quad (10)$$

sendo  $a_l$  os coeficientes do autovetor associado ao maior autovalor  $\lambda_1$  de  $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$ .

Sobre os coeficientes de ponderação  $a_l$ , de (10), Simeão e Padovani (2008) afirmam que podem ser interpretados como coeficientes de um modelo de regressão múltipla ou de análise fatorial e como tal, servem para identificar as variáveis que mais contribuem para distinguir os grupos dentro de uma mesma função.

A função  $Z$  é uma combinação linear das variáveis originais construída de tal maneira que o teste  $F$  de tratamentos dessa análise de variância tenha o valor máximo. Após a transformação dos dados, segue-se a análise de variância normalmente, mas o valor da estatística do teste  $F$ , pode ser obtido diretamente dos graus de liberdade e do valor de  $\lambda_1$ , maior autovalor, por (11):

$$F_{\max} = \frac{(I-1)(J-1)}{I-1} \lambda_1 \quad (11)$$

Na expressão (11) a fração que multiplica o maior autovalor  $\lambda_1$  é a razão entre os números de graus de liberdade associados aos resíduos e aos efeitos dos tratamentos.

De acordo com Ferreira (2011), o método foi generalizado para mais de duas populações, sem pressupor que as populações são normais multivariadas, mas assumindo a homogeneidade das matrizes de covariâncias e que estas tenham posto completo (PADOVANI; ARAGON, 2005). Se este pressuposto não for verificado o indicado é o uso da função discriminante quadrática. É possível encontrar diversos trabalhos, que embora não sejam unânimes, fazem comparação entre o desempenho da função discriminante linear e quadrática na classificação e alocação correta de indivíduos a populações multivariadas e normalmente distribuídas, mas não foram encontrados trabalhos que comparassem o desempenho dessas funções, linear e quadrática, na transformação dos dados.

Gilbert (1969) indicou a função discriminante quadrática como melhor quando as matrizes de covariâncias não são iguais, mas comentou que a função linear é adequada para a classificação, embora não seja satisfatória para a estimação de riscos.

Dunn e Marks (1974) concluíram que para grandes amostras e autovalores grandes, a função quadrática é muito melhor que a linear, já para

autovalores pequenos é fracamente melhor; e que em pequenas amostras a função quadrática tem desempenho muito pior que a forma linear para pequenos autovalores e a tendência é incrementada com o número de parâmetros.

Kronmal e Wahl (1977) afirmaram que mesmo quando há restrição na igualdade entre as matrizes de covariâncias, a função linear é a mais comum devido a sua simplicidade e fizeram diversas considerações, indicando a função linear quando o tamanho da amostra é pequeno.

Krzanowski (1977) apresentou alguns problemas que surgem com o desempenho da função discriminante linear de Fisher sob condições não ótimas, mas destacou que a função linear é a mais empregada pela simplicidade da técnica e pela possibilidade de comparar e avaliar a classificação.

Kane, Bayne e Beauchamp (1983) fizeram generalizações e recomendações de maneira a ajudar na escolha do processo de discriminação e comentaram que a especificação da forma da função discriminante pode ser uma das partes mais importantes de uma análise discriminante.

Simeão e Padovani (2008) revisaram os aspectos teóricos da análise de discriminante linear e quadrática, com o levantamento histórico e posterior evolução. Eles salientaram que o avanço do desenvolvimento de técnicas classificatórias se deu com o advento dos computadores em diversas áreas agrícolas e apresentaram uma ferramenta livre para tais análises. Entretanto, afirmaram que mesmo não existindo a homogeneidade entre as matrizes de covariâncias a função discriminante linear é aplicada para se efetuar a discriminação.

Segundo Carneiro et al. (2006), vários trabalhos aplicam a FDF com a abordagem de transformação de dados multivariados em uma nova variável. Tais trabalhos foram encontrados, sobretudo em zootecnia (CARNEIRO et al., 2006; FONSECA et al., 2000; FONSECA, R. et al., 2002; TORRES FILHO et al., 2005).

Com mudas de café, a FDF foi utilizada como mais uma variável resposta nos trabalhos de Santana et al. (2011) na avaliação do uso de adubação foliar no período de viveiro e de Silva et al. (2012) na comparação de composições de substratos e de manejos em três cultivares de *Coffea arabica*.



### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Para a realização deste trabalho foram feitas simulações com o intuito de avaliar as taxas de aceitação das hipóteses de nulidade para tratamentos, em quatro níveis de correlações entre as variáveis, igualdade de médias e de variâncias para tratamentos e desigualdade entre médias e variâncias. Em todos esses cenários foram aplicadas a análise de variância univariada, a análise de variância multivariada e obtida a função discriminante linear de Fisher com vista na sua utilização como alternativa para dados multivariados.

Sem perda de generalidades para a simulação dos dados e análise estatística considerou-se um experimento realizado no delineamento inteiramente casualizado, com cinco repetições e quatro tratamentos.

#### 3.1 Material

Os dados analisados foram gerados a partir de seis situações experimentais que retratam possíveis experimentos, com sete variáveis respostas ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$ ,  $V_5$ ,  $V_6$  e  $V_7$ ), os valores iniciais das médias e das variâncias populacionais que serviram de base para a realização das simulações foram estimados em um experimento com mudas de cafeeiro (*Coffea arabica*) L., cultivar Catuaí Vermelho IAC- 44, cujo objetivo do estudo original foi testar três fontes de adubação orgânica: (A) esterco curtido de aves de postura ( $70 \text{ l/m}^3$ ), (B) esterco curtido de gado bovino leiteiro ( $300 \text{ l/m}^3$ ), (C) húmus de minhocas ( $200 \text{ l/m}^3$ ) e, (D) um tratamento testemunha (controle) que recebeu apenas a adubação química comum a todos os outros tratamentos, tais valores estão relacionados na Tabela 2.

Tabela 2 Valores populacionais de média, de variância e respectivos coeficientes de variação (C.V.) que serviram de base para a realização das simulações

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$
média	21,03	2,56	21,22	0,67	0,18	20,24	7,41
variância	22,35	0,10	4,44	0,10	0,01	60,08	1,17
C.V.	22,49	12,54	9,93	46,52	34,79	38,29	14,57

Os cenários criados para a simulação são combinações entre as hipóteses sobre as médias e as hipóteses sobre as variâncias dos erros, descritos na sequência.

### 3.1.1 Hipóteses sobre as médias

A simulação dos dados foi feita considerando duas situações:

#### 1. Simulação sob $H_0$ verdadeira:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu,$$

em que:

$\mu_i$  é a média populacional de cada variável, no  $i$ -ésimo tratamento, com  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , para cada variável resposta simulada,

$\mu$  é a média populacional de cada variável resposta simulada.

#### 2. Simulação sob $H_0$ falsa:

$$H_1 : \begin{cases} \mu_1 = \mu \\ \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu + 2\sigma \end{cases}$$

em que:

$\mu_i$  é a média populacional de cada variável, no  $i$ -ésimo tratamento, com  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , para cada variável resposta simulada,

$\mu$  é a média populacional de cada variável resposta simulada, e

$\sigma$  é a raiz quadrada da variância populacional de cada variável resposta simulada.

Os valores de  $\mu$  e  $\sigma$  foram apresentados na Tabela 2.

Com o intuito de testar a reação das decisões dos métodos testados ao aumento da diferença entre as médias, ainda foram simulados dados sob a hipótese alternativa para a média dos tratamentos em que a diferença entre as médias foi ampliada para oito desvios padrão:

$$H_1 : \begin{cases} \mu_1 = \mu \\ \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu + 8\sigma \end{cases}$$

### 3.1.2 Hipóteses sobre as variâncias

Foram estabelecidas hipóteses sobre as variâncias, de maneira a propor uma situação favorável (simulação sob  $H_0$  verdadeira) e outra desfavorável (sob  $H_0$  falsa), tendo em vista avaliar a eficiência dos métodos multivariados testados em dados que violem a homocedasticidade:

#### 1. Simulação sob $H_0$ verdadeira:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma^2 ,$$

em que:

$\sigma_i^2$  é a variância populacional de cada variável, no  $i$ -ésimo tratamento, com  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , para cada variável resposta simulada,

$\sigma^2$  é a variância populacional de cada variável resposta simulada.

## 2. Simulação sob $H_0$ falsa:

$$H_1 : \begin{cases} \sigma_1^2 = \sigma^2 \\ \sigma_2^2 = 4 \sigma^2 \\ \sigma_3^2 = 16 \sigma^2 \\ \sigma_4^2 = 64 \sigma^2 \end{cases},$$

em que:

$\sigma_i^2$  é a variância populacional de cada variável, no  $i$ -ésimo tratamento, com  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , para cada variável resposta simulada,

$\sigma^2$  é a variância populacional de cada variável resposta simulada.

Para facilitar a apresentação dos resultados das análises cada cenário, utilizado para a simulação, foi denominado por um binômio, cujo o primeiro termo faz referência a hipótese sobre as médias dos tratamentos e o segundo termo sobre as variâncias dos erros, na Tabela 3 está apresentada uma descrição resumida das hipóteses relativas às médias e às variâncias, utilizadas para a simulação dos dados.

Tabela 3 Descrição das combinações de hipóteses adotadas para estabelecimento dos cenários simulados e respectivas denominações

Hipótese sobre as médias ( $\mu$ )	Diferença entre as médias	Hipótese sobre as variâncias ( $\sigma^2$ )	Razão entre as variâncias	Denominação dos cenários simulados
verdadeira	$0\sigma$	verdadeira	$0 \sigma^2$	$H_0 - H_0$
verdadeira	$0\sigma$	falsa	$4^i \sigma^2$	$H_0 - H_1$
falsa	$2 \sigma$	verdadeira	$0 \sigma^2$	$H_1 2s - H_0$
falsa	$8 \sigma$	verdadeira	$0 \sigma^2$	$H_1 8s - H_0$
falsa	$2 \sigma$	falsa	$4^i \sigma^2$	$H_1 2s - H_1$
falsa	$8 \sigma$	falsa	$4^i \sigma^2$	$H_1 8s - H_1$

$i = 0, 1, 2, 3$

### 3.1.3 Níveis de correlação

Para cada um dos cenários simulados, foram estabelecidos quatro níveis de correlação entre os erros das variáveis respostas para a simulação dos dados:

1. correlação baixa, considerando  $\rho = 0, 2$ ;
2. correlação média, considerando  $\rho = 0, 5$ ;
3. correlação alta, considerando  $\rho = 0, 9$  e
4. sem considerar correlação  $\rho = 0, 0$ .

Portanto, cada um dos seis cenários propostos para a simulação foram gerados 1000 experimentos, em cada uma das 121 possibilidades de combinação do número de variáveis respostas correlacionadas (Tabela 4), em cada um dos níveis de correlação estabelecidos.

Tabela 4 Número de variáveis de cada subconjunto, número de subconjuntos possíveis e constituição dos subconjuntos formados com agrupamentos variando de 2 a 7 variáveis que apresentaram correlações nas simulações. (para cada um dos quatro níveis adotados)

Número de variáveis correlacionadas	Número de subconjuntos	Constituição dos subconjuntos de variáveis correlacionadas
0	1	-
2	21	$V_1$ e $V_2$ ; $V_1$ e $V_3$ ; ...; $V_6$ e $V_7$
3	35	$V_1, V_2$ e $V_3$ ; $V_1, V_2$ e $V_4$ ; ...; $V_5, V_6$ e $V_7$
4	35	$V_1, V_2, V_3$ e $V_4$ ; ...; $V_4, V_5, V_6$ e $V_7$
5	21	$V_1, V_2, V_3, V_4$ e $V_5$ ; ...; $V_3, V_4, V_5, V_6$ e $V_7$
6	7	$V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$ e $V_6$ ; ...; $V_2, V_3, V_4, V_5,$
7	1	$V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$ e $V_7$
Soma	121	

De modo que para um dado cenário têm 363 situações, num total de 363000 experimentos simulados.

## **3.2 Métodos**

A fim de avaliar a eficiência da transformação dos dados multivariados por meio da função discriminante linear de Fisher e comparar seus resultados aos testes da análise de variância multivariada cada conjunto de dados simulados foram submetidos aos testes descritos na sequência:

### **3.2.1 Avaliação das pressuposições**

Para cada uma das sete variáveis respostas ( $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$  e  $V_7$ ) simuladas em cada um dos diferentes cenários propostos, na ausência de correlação, foi realizada a análise de variância (univariada) segundo Pimentel-Gomes (2009), sendo avaliados os pressupostos de normalidade do erro, por meio do teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965), e homogeneidade de variâncias, por meio do teste de Bartlett (BARTLETT, 1937), além do teste F para tratamentos. De maneira a verificar se a simulação foi realizada dentro dos critérios propostos.

Para avaliação dos testes em cada variável resposta simulada, contou-se o número de vezes em que a hipótese de nulidade foi aceita, apresentando os resultados por meio de porcentagem (número de aceite de  $H_0/1000$ )100.

### 3.2.2 Obtenção da função discriminante de Fisher

Assim, após a simulação, para cada um dos seis cenários propostos, foi obtida a função discriminante linear de Fisher (FDF), e para escrever a combinação linear

$$Z = a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_ly_l$$

que será utilizada para transformar o espaço  $p$  dimensional em unidimensional, é necessário encontrar o auto vetor  $t$  que maximiza a razão soma de quadrados das distâncias entre as médias das populações e sua variância:

$$\frac{t'Ht}{t'Rt}$$

na qual:

$t$  é o autovetor associado ao maior autovalor ( $\lambda_1$ ) de  $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$ , e  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{H}$ , são, respectivamente, como na análise multivariada de variância, as matrizes de soma de quadrados e de produtos devidos aos efeitos dos fatores não controlados e dos tratamentos.

As funções discriminantes lineares amostrais são determinadas após calcular os  $s$  autovalores não nulos ( $\lambda_s$ ) de  $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$ , sendo  $s \leq (I - 1, p)$ , em que

$I$  é o número de tratamentos e  $p$  o número de características avaliadas; e ainda  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_s$ . Nesse trabalho,  $p = 7$ ,  $I = 4$ , portanto  $s = 3$ .

Os dados transformados, por meio da aplicação das FDF, foram submetidos aos mesmos testes propostos para as variáveis respostas simuladas

na ausência de correlação, de modo a avaliar as características de normalidade e homogeneidade de variância desta nova variável.

Para os cenários simulados sob heterocedasticidade ( $H_0 - H_1$ ,  $H_1 2s - H_1$  e  $H_1 8s - H_1$ ) a proposta é verificar a possibilidade do uso da transformação dos dados por meio da FDF, como alternativa de tratamento dos dados heterocedásticos.

De maneira a validar a FDF foram estimados:

- a) o percentual de explicação dado pela transformação, que pode ser calculado por meio da expressão (9), indicado por Padovani e Aragon (2005);
- b) uma estimativa da variância, o quadrado médio do erro (QME), obtido na análise de variância (univariada) dos dados transformados pelas FDF;
- c) o critério de informação de Akaike (AIC) aplicado aos dados transformados por meio da FDF.

Foi calculado o valor médio destas três estatísticas, por número de variáveis correlacionadas e nível estabelecido para correlação.

### **3.2.3 Análise de variância multivariada**

Os subconjuntos de variáveis respostas gerados também foram submetidos às análises de variância multivariadas (MANOVA), sendo os tratamentos avaliados por meio dos quatro testes: máximo autovalor  $\theta$  de Roy (5);  $\Lambda$  de Wilks (6); Hotelling e Lawley (7) e Pillai (8), descritos em 2.5 e de acordo com sugestões apresentadas por Ferreira (2011) e Haase e Ellis (1987).



### 3.2.4 Comparação FDF e MANAVA

De modo a comparar os resultados obtidos por cada uma das duas metodologias multivariadas, FDF e MANAVA, foram confrontados os valores p obtidos para as análises univariadas, realizadas com os dados transformados pelas respectivas FDF estimadas aos valores de p obtidos pelos quatro testes F aproximados para as análises de variância multivariada.

A comparação foi realizada por meio da contagem dos valores de p que aceitaram a hipótese nula da igualdade das médias dos tratamentos ( $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ) e posterior cálculo da porcentagem de aceitação considerando os níveis de significância de 1 e 5 %.

### 3.2.5 Efeito da correlação nos testes multivariados

De maneira a avaliar a influência da correlação existente entre as variáveis resposta simuladas nos resultados dos testes F, tanto da ANAVA realizada com os dados transformados por meio da FDF, quanto com os aproximados da MANAVA, em cada hipótese simulada, foram agrupados os percentuais de aceitação da hipótese nula dos testes realizados com o subconjunto formado com todas as variáveis simuladas ( $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$  e  $V_7$ ) pelo:

- a) nível de correlação estipulado para a simulação ( $\rho = 0, 0; \rho = 0, 2; \rho = 0, 5$  e  $\rho = 0, 9$ );
- b) e número de variáveis respostas simuladas com correlação (0, 2, 3, 4, 5, 6, e 7).

Estas separações foram estabelecidas de maneira a permitir a comparação do comportamento da aceitação por meio dos testes propostos com o aumento tanto no nível de correlação, quanto na quantidade de variáveis correlacionadas, em ambos os casos o primeiro valor representa a ausência da correlação.

### **3.2.6 Simulação sob os dados do experimento real**

Visando generalizar para experimentos com mudas de cafeeiro, ensaios que normalmente utilizam diversas características para avaliar a qualidade de mudas, também foram simulados 1000 experimentos com base nas médias e nas variâncias obtidas no ensaio com mudas de café, descrito em 3.1. Semelhante ao estabelecido para os seis cenários de simulação foram estipulados os níveis de correlação, como estruturados em 3.1.3. Tais dados e seus resultados foram denominados como cenário real e representados por  $H_R$ .

As características morfológicas da qualidade de mudas, mensuradas aos 180 dias após o plantio, foram: altura da muda (AM), medida com régua, em centímetros, a partir do coleto até a gema apical; diâmetro do coleto (DC), medido com paquímetro digital, expresso em milímetros; comprimento radicular (CR), medido com régua, em centímetros, do pivô central até o coleto; peso seco da parte aérea (MA) e peso seco da raiz (MR), ambos determinados em balança digital, em gramas, após secagem em estufa até atingirem peso constante; área foliar (AF) determinada conforme Silva, Leite e Ferreira (2008); número de folhas verdadeiras (NF). E, ainda, foi obtida a variável: peso seco total das mudas (MT), em gramas, obtido pela soma MR e MA. Tais características de qualidade de muda são as mais usuais em diversos trabalhos aplicados quando se quer mostrar a diferença e/ou eficiência de um ou mais fatores. Os valores observados em cada tratamento estão apresentados na Tabela 5.

Estas oito características foram agrupadas de maneira a abranger todos os subconjuntos possíveis dessas características, realizando combinações conforme indicado na Tabela 6, foram excluídos os subconjuntos que apresentavam características linearmente dependentes, de modo que não foram consideradas as combinações em que a MT ocorria juntamente com MA ou MR. No total foram formadas 151 combinações.

Devido ao grande número de variáveis respostas que podem ser avaliadas em um experimento, adotou-se alguns critérios para a seleção de maneira a indicar quais situações, subconjuntos dessas variáveis respostas, poderiam representar o conjunto total das variáveis de maneira mais informativa e parcimoniosa,

Tabela 5 Valores populacionais de média e variância que serviram de base para a realização das simulações para o cenário real  $H_R$

Tratamento	AM	DC	CR	MA	MR	AF	NF	MT
Médias								
$T_1$	25,91	2,99	23,80	1,05	0,27	29,16	7,95	MA+MR
$T_2$	23,60	2,55	20,90	0,83	0,18	25,11	7,50	MA+MR
$T_3$	18,03	2,35	20,20	0,42	0,15	14,31	7,45	MA+MR
$T_4$	16,57	2,35	19,99	0,39	0,14	12,40	6,75	MA+MR
Variâncias								
$T_1$	4,08	0,03	2,05	0,02	0,00	1,44	0,67	MA+MR
$T_2$	16,15	0,07	5,05	0,03	0,00	18,91	2,00	MA+MR
$T_3$	2,60	0,01	1,22	0,00	0,00	3,90	0,70	MA+MR
$T_4$	9,15	0,04	1,12	0,01	0,00	11,21	1,25	MA+MR

AM - altura da muda, DC - diâmetro do coleto, CR - comprimento radicular, MA - peso seco da parte aérea, MR - peso seco radicular, AF - área foliar, NF - número de folhas e MT - peso seco total.

Tabela 6 Número de variáveis respostas em cada subconjuntos, número de subconjuntos possíveis e constituição dos subconjuntos formados com agrupamentos variando de 2 a 7 variáveis respostas, para a formação da função discriminante linear de Fisher e análise de variância multivariada

Número de variáveis	Número de subconjuntos	Constituição dos subconjuntos
2	26	AM+DC, AM+CR, ..., NF+MT
3	45	AM+DC+CR, AM+DC+MA, ..., AF+NF+MT
4	45	AM+DC+CR+MA, AM+DC+CR+MR, ...,
5	26	AM+DC+CR+MA+MR, ..., CR+MA+MR+AF+NF
6	8	AM+DC+CR+MA+MR+AF, ..., DC+CR+MA+MR
7	1	AM+DC+CR+MA+MR+AF+NF
Total	151	

considerou-se que:

- a) pelos quatro critérios adimensionais associados aos testes F da MANAVA foram escolhidas (selecionadas) aquelas situações que apresentaram maiores valores de suas estimativas:

$$\hat{\rho}_1^2 = \theta_1,$$

$$\hat{t}^2 = 1 - \Lambda^{\frac{1}{r}},$$

$$\hat{\zeta}^2 = \frac{U}{U+r},$$

$$\hat{\xi}^2 = \frac{V}{r},$$

em que:

$\theta_1$  é a estimativa do teste do máximo autovalor  $\theta$  de Roy (5)

$\Lambda$  é a estimativa do teste  $\Lambda$  de Wilks (6),

$U$  é a estimativa do teste de Hotelling e Lawley (7),

$V$  é a estimativa do teste de Pillai (8)

$r$  é o posto da matriz de soma de quadrados e de produtos  $\mathbf{H}$ .

- b) pelo critério de informação Akaike as situações foram selecionadas a partir do menor valor estimado.

A seleção foi realizada para cada uma das situações apresentadas na Tabela 6, que consta em cada hipótese das 151 combinações de variáveis nos quatro cenários de correlação. Portanto, levando em consideração o conjunto das 1000 simulações, após a escolha dos subconjuntos em cada um dos cinco critérios, foi calculada a porcentagem de vezes que cada combinação de variáveis respostas foi selecionada, em cada uma das 363 situações.

Toda a metodologia aplicada aos dados gerados em cada um dos seis cenários, para a comparação entre a FDF e MANAVA, assim como o estudo dos efeitos das correlações nos testes.

### **3.2.7 Programa computacional**

Todas as simulações realizadas e suas respectivas análises, tanto para os dados reais quanto para os dados simulados, foram feitas por meio de rotinas específicas elaboradas no programa estatístico R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Avaliação das pressuposições

Do total de simulações para cada um dos cenários testados estudou-se o comportamento dos dados que foram simulados sem considerar correlação. Nas Tabelas 7, 8 e 9 estão representados os percentuais de aceitação das hipóteses nulas:

- a) para o efeito dos tratamentos

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

- b) para as variâncias

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$$

- c) para normalidade dos erros

$$e_i \sim N(0, s^2)$$

nas análises univariadas das sete variáveis respostas. Para tanto, após estimar os valores dos testes e o valor  $p$  para cada um deles, procedeu-se à contagem dos testes que validavam tais hipóteses. Para os pressupostos da análise de variância, homocedasticidade e normalidade dos erros, a contagem se deu sob nível de significância de 5 % e para o teste F, tanto em valores  $p > 0,01$  quanto em  $p > 0,05$ .

Pode-se observar na Tabela 7, que de modo geral, houve um bom controle do erro tipo I, pois todas as variáveis respostas simuladas apresentaram

aceitação da igualdade dos efeitos dos tratamentos superior a 95 % para o cenário  $H_0 - H_0$ .

O teste de Shapiro-Wilk detectou que em mais de 96 % houve o aceite da normalidade, o teste de Bartlett detectou que em mais de 99 % dos casos houve aceite de homocedasticidade e, o teste F aceitou a hipótese de igualdade de tratamentos próximos dos níveis de confiança de 95 % e 99 %, respectivamente para os níveis de significância de 1 e 5 %.

Quanto aos dados simulados sob  $H_0 - H_1$  os testes de Shapiro-Wilk, Bartlett e F, apresentaram percentagem de aceitação da igualdade dos efeitos dos tratamentos pouco inferior ao dos resultados simulados sob  $H_0 - H_0$ ; os percentuais de aceitação de homocedasticidade variou de 95,97 % até 96,77 % o que pode ser considerado alto, já que na simulação esperava-se detectar mais casos de heterogeneidade; no entanto são inferiores ao caso de homocedasticidade que detectou mais de 99 % de aceite de  $H_0$ .

Tabela 7 Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e do teste F para tratamentos, nos níveis de 1 % e 5 %, sob a hipótese nula ( $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ), obtidas para os dados simulados com  $\rho = 0$ , e sob cenário homocedástico ( $H_0 - H_0$ ) e heterocedástica ( $H_0 - H_1$ )

Cenário	Variável	Shapiro-Wilk	Bartlett	Teste F(p<0,01)	Teste F
$H_0 - H_0$	$V_1$	97,13	99,47	99,43	95,47
	$V_2$	96,97	99,57	99,10	95,53
	$V_3$	97,37	99,60	98,83	95,07
	$V_4$	97,13	99,30	98,83	94,97
	$V_5$	96,77	99,53	99,40	96,03
	$V_6$	97,07	99,43	98,60	95,30
	$V_7$	97,53	99,67	99,03	95,07
$H_0 - H_1$	$V_1$	94,13	95,97	96,47	90,17
	$V_2$	93,67	96,77	95,90	90,43
	$V_3$	94,23	96,93	96,03	90,80
	$V_4$	93,53	95,97	96,03	90,60
	$V_5$	94,17	96,67	96,30	90,47
	$V_6$	93,90	96,80	96,33	90,33
	$V_7$	93,57	96,50	96,03	91,07

No caso de normalidade dos erros, observa-se (Tabela 7) que sob o cenário  $H_0 - H_1$ , a porcentagem de detecção de  $H_0$  variou de 93,53 % a 94,23 %, reforçando a presunção de que a presença de certo nível de heterocedasticidade, maiores cuidados se deve ter com relação à normalidade dos erros.

De modo geral, o teste Bartlett obteve elevados valores de aceite da homocedasticidade. Os cenários simulados sob a igualdade das variâncias dos tratamentos ( $H_0 - H_0$ ,  $H_1 2s - H_0$  e  $H_1 8s - H_0$ ) obtiveram o percentual mínimo 99,30 % das amostras geradas consideradas homocedásticas, em duas variáveis respostas:  $V_4$  (Tabela 7) e  $V_1$  (Tabela 8 cenário  $H_1 8s - H_0$ ), quando a diferença entre as médias foi estipulada em oito desvios padrão. E, mesmo o percentual de aceitação da homogeneidade das variâncias, para os dados simulados sob a



heterocedasticidade ( $H_0 - H_1$ ,  $H_1 2s - H_1$  e  $H_1 8s - H_1$ ) com amplitude de 64 vezes a variância populacional ( $\sigma^2$ ), ficou elevado entre 97,37 %, variável  $V_2$  e 95,80 %,  $V_3$ , ambas obtidas para o cenário  $H_1 8s - H_1$  (Tabela 9).

Do mesmo modo, para o teste F houve uma redução na porcentagem de aceitação de  $H_0$ . No nível de 1 % observa-se uma porcentagem de aceite de  $H_0$  de 96 % (aproximadamente) e no nível de 5 %, um percentual de 90 %. E esta redução em relação ao cenário  $H_0 - H_0$  é devida à presença de variâncias heterogêneas.

Já para os dados simulados sob o cenário de  $H_0$  falsa para as médias dos tratamentos, mas homocedástico ( $H_1 - H_0$ ), observa-se na Tabela 8, a porcentagem de aceite de normalidade dos erros não foi afetada com o aumento nas diferenças entre as médias de tratamentos; o mesmo ocorreu com aceite da homogeneidade de variâncias (teste de Bartlett). Para o teste F, a diferença de dois desvios padrão, no nível de significância 0,01, apresenta valores de aceitação da igualdade de tratamentos mínima 47,77 % para a variável resposta  $V_2$  e máxima 51,20 % ( $V_4$ ). Este erro de detecção nas diferenças dos efeitos dos tratamentos, erro tipo II, pode ser explicado em função da variabilidade dos dados, indicando que diferença entre médias de dois desvios padrão não é facilmente detectada. Entretanto ao aumentar a diferença entre as médias para oito desvios padrão, houve rejeição em 100 % dos conjuntos estudados, tanto em para o nível de significância de 1 % quanto de 5 % (Tabela 8).

Tabela 8 Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e do teste F para tratamentos, nos níveis de 1 % e 5 %, sob hipótese nula ( $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ), dos dados simulados com  $\rho = 0$ , e sob hipóteses homocedásticas, com diferenças na médias dadas por dois ( $H_{12s} - H_0$ ) e oito desvios padrão ( $H_{18s} - H_0$ )

Cenários	Variável	Shapiro-Wilk	Bartlett	Teste	Teste F
$H_{12s} - H_0$	$V_1$	96,93	99,53	49,77	19,20
	$V_2$	96,70	99,37	47,77	19,13
	$V_3$	97,10	99,43	49,97	<0,0001
	$V_4$	97,33	99,73	51,20	21,67
	$V_5$	96,70	99,50	49,53	19,77
	$V_6$	96,20	99,43	50,83	20,50
	$V_7$	96,70	99,60	50,33	20,20
$H_{18s} - H_0$	$V_1$	97,13	99,30	<0,0001	<0,0001
	$V_2$	96,80	99,57	<0,0001	<0,0001
	$V_3$	97,17	99,60	<0,0001	<0,0001
	$V_4$	96,47	99,43	<0,0001	<0,0001
	$V_5$	97,13	99,63	<0,0001	<0,0001
	$V_6$	97,40	99,53	<0,0001	<0,0001
	$V_7$	97,17	99,60	<0,0001	<0,0001

Para o cenário heterocedástico, Tabela 9, quando a diferença entre as médias foi estabelecida em dois desvios padrão, mesmo se considerado o nível de significância  $p < 0,05$ , o percentual de aceitação da igualdade entre o efeito dos tratamentos foi superior a 86 % dos casos. Vale o mesmo raciocínio feito para os dados simulados com médias diferentes e homocedásticos; e, mesmo tendo aumentado a diferença entre médias para oito desvios padrão, houve aceitação superior a 14 %. Tal fato reforça a pressuposição de que a heterogeneidade da variância interfere na detecção da igualdade dos tratamentos, pois o cenário  $H_0 - H_1$ , também apresentou diminuição no percentual de aceitação da hipótese nula para as médias dos tratamentos.

Tabela 9 Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e do teste F para tratamentos, nos níveis de 1 % e 5 %, sob hipótese nula ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ ), dos dados simulados com  $\rho = 0$ , e sob hipótese heterocedástica, com diferenças nas médias dadas por dois  $H_1 2s - H_1$ ) ou oito desvios padrão ( $H_1 8s - H_1$ )

Cenários	Variável	Shapiro-Wilk	Bartlett	Teste	Teste F
$H_1 2s - H_1$	$V_1$	93,10	96,13	95,37	88,10
	$V_2$	93,37	96,33	96,27	87,97
	$V_3$	94,30	96,43	95,40	88,30
	$V_4$	94,47	96,30	95,63	88,13
	$V_5$	93,97	96,60	96,00	88,57
	$V_6$	94,00	96,17	95,40	87,77
	$V_7$	93,90	96,17	95,07	87,23
$H_1 8s - H_1$	$V_1$	94,33	96,67	58,03	27,30
	$V_2$	93,43	97,37	59,50	28,37
	$V_3$	92,90	95,80	59,67	29,33
	$V_4$	93,40	96,43	60,40	28,37
	$V_5$	93,93	97,07	58,80	27,37
	$V_6$	94,43	96,57	57,90	27,83
	$V_7$	93,80	96,63	57,40	26,87

Observa-se, também, que os percentuais de aceitação de normalidade e homogeneidade de variâncias foram menores do que aqueles observados sob  $H_0$ . Para o teste de Bartlett, talvez fosse esperado até um menor percentual de aceitação, já que a simulação é feita sob  $H_1$ ; mas, o teste de Shapiro-Wilk, os dados são simulados sob normalidade, logo esperava-se uma aceitação maior. Com o aumento na diferença entre as médias (Tabela 9) de dois desvios padrão para oito, não houve diferenças significativas nas porcentagens de aceitação de normalidade e homocedasticidade. Isto sugere que a simulação foi realizada dentro dos critérios propostos dando confiabilidade aos dados obtidos.

## 4.2 Eficiência da FDF

Com o intuito de validar a viabilidade do uso da função discriminante linear de Fisher (FDF) na transformação de conjuntos de variáveis respostas em dados univariados para posterior análise de variância univariada (ANAVA), após a obtenção da FDF, estimaram-se, os valores médios da porcentagem de informação ou explicação, por meio da expressão de (9).

A porcentagem de explicação obtida por meio do estudo da FDF pode ser comparada por critério de seleção e em cada um dos seis cenários na Tabela 10. Os valores da porcentagem de explicação ficaram no intervalo [44,79 %; 94,48 %], indicando que o uso da FDF é bastante informativo.

Tabela 10 Valores da porcentagem de informação média  $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$  dada pelo maior autovalor ( $\lambda_1$ ), do quadrado médio do erro (QME) e do critério de informação de Akaike médio (AIC), porcentagem da aceitação da normalidade dos erros, Shapiro-Wilk, 5 % (S-W) e da homogeneidade de variâncias, Bartlett, 5 % (B), para cada cenário simulado

	$H_0 - H_0$	$H_0 - H_1$	$H_1 2s - H_0$	$H_1 8s - H_0$	$H_1 2s - H_1$	$H_1 8s - H_1$
$\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$	44,79	55,87	63,31	94,48	55,92	70,94
QME	0,01	0,14	0,02	0,02	0,14	0,16
AIC	-44,51	-0,57	-37,23	-34,42	-1,27	1,51
S-W	96,92	97,27	96,94	96,94	97,25	97,22
B	96,87	93,33	96,90	96,85	92,93	93,39

Ao considerar os cenários gerados, tem-se que  $H_0 - H_0$  apresentou os menores valores de informação quando comparados a todos os outros, sugerindo

que a FDF deve apresentar restrições quando os efeitos dos tratamentos forem nulos. Podendo aumentar o erro tipo I.

Os cenários simulados sob heterocedasticidade tanto sob a igualdade dos efeitos dos tratamentos quanto com diferenças entre suas médias de dois desvios padrão ( $H_0 - H_1$  e  $H_1 2s - H_1$ ) têm percentuais médios de informação muito semelhantes e tal semelhança entre o percentual de informação destes dois cenários e seus valores médios estimados abaixo de 56 % reforçam a necessidade de atenção, pois podem ser indícios de que a FDF é menos rigorosa e detecta diferenças quando estas não existem. Os outros cenários simulados sob a hipótese alternativa para tratamentos apresentaram percentuais de informação superiores a 60 %.

Há grande incremento no percentual de informação, com o aumento na diferença entre médias dos tratamentos.

Os cenários simulados sob  $H_0$  falsa para os tratamentos, nos quais, também, foi mantida a homogeneidade de variâncias, apresentam os mais elevados percentuais de informação, sendo aumentados conforme se aumenta a diferença entre as médias, por exemplo,  $H_1 2s - H_0$  (63,31 %) e  $H_1 8s - H_0$  (94,48 %), sugerindo que a FDF, quando aplicada a dados homocedásticos, é capaz de detectar mais eficientemente as diferenças dos efeitos dos tratamentos, e esta capacidade aumenta com o aumento na diferença das médias. Entretanto estes percentuais caem, ao se considerar os dados heterocedásticos, os valores percentuais de explicação para dois desvios padrão caem para 55,92 % e 70,94 % para oito desvios padrão, o que pode indicar que mesmo com grandes diferenças entre os efeitos dos tratamentos quando existirem indicações de heterogeneidade das variâncias é necessária uma análise mais criteriosa dos dados antes de proceder à transformação dos dados pela FDF.

As observações sobre o percentual de informação sugerem que há a necessidade de outros testes, quando a ANAVA dos dados transformados por

meio da FDF detectar diferença entre os efeitos dos tratamentos juntamente com valores pequenos do percentual de informação (para os dados simulados sob a igualdade dos efeitos dos tratamentos e homocedásticos os valores de informação foram menores que 56 %), pois pode ser indício de erro tipo I e não existir diferença significativa entre os efeitos dos tratamentos.

Uma estimativa da variância, o quadrado médio do erro (QME), também foi avaliada para justificar o uso da FDF. Na Tabela 10, encontram-se as médias dos QME em cada cenário simulado. Há tendência de que as menores estimativas médias do QME sejam atribuídas ao cenário  $H_0 - H_0$ , seguidas por  $H_1 2s - H_0$  e  $H_1 8s - H_0$ , portanto geradas sem presença de diferença entre variâncias. Os valores encontrados de QME para os cenários homocedásticos estão, conforme o esperado, pois quando é incluída a diferença entre as variâncias, os valores médios do QME tendem a aumentar naturalmente, visto que é uma estimativa da variância.

O aumento na diferença entre as médias dos tratamentos, de dois para oito desvios padrão, para os cenários homocedásticos não influencia a estimativa do QME médio, entretanto tal aumento nas médias dos cenários heterocedásticos implica aumento das estimativas médias dos QME.

O critério de informação de Akaike (AIC) aplicado aos dados transformados por meio das FDF também traz informações sobre a eficiência do uso da FDF. Esses valores estão apresentados na Tabela 10. E quando comparados, os cenários simulados, assim como aconteceu para estimativas médias das variâncias (QME), as menores estimativas médias do AIC foram atribuídas aos dados transformados provenientes das simulações sob homogeneidade de variâncias, sugerindo mais uma vez que os dados devam ser primeiramente tratados quando há evidências de heterocedasticidade.

Quanto as pressuposições testadas, os valores de aceitação da hipótese nula para a normalidade dos erros (Tabela 10) mostram que todos os cenários

simulados apresentaram dados transformados por meio da FDF com valores superiores a 96 % de aceitação da normalidade dos erros. Fato que viabiliza o uso da transformação dos dados por meio da FDF, pois os percentuais de aceitação da normalidade do erro, testados por meio do teste Shapiro-Wilk, por meio das respectivas FDF foram semelhantes aos obtidos quando foi realizada a avaliação univariada na ausência de correlação, Tabela 10.

Ao comparar estes resultados com os apresentados nas Tabelas 7 e 8, verifica-se que os cenários simulados sob homogeneidade de variâncias apresentam valores de aceitação da hipótese de normalidade dos erros dos dados transformados, em qualquer critério, no intervalo formado pelos menor e maior percentuais da avaliação das variáveis respostas geradas em cada cenário. Por exemplo, se considerar  $H_1 2s - H_0$  (Tabela 8), os valores estão [96,20; 97,33] %, respectivamente para as variáveis  $V_6$  e  $V_4$ , enquanto os dados transformados apresentaram 96,94 % da aceitação da normalidade.

Os cenários gerados sob a heterocedasticidade, apresentaram elevação do percentual de aceitação da normalidade quando comparado ao estudo univariado sem a presença de correlação (Tabelas 7 e 9) com a aceitação da normalidade dos dados transformados, por exemplo, o menor valor individual do cenário  $H_1 8s - H_1$  foi atribuído à variável  $V_3$  (92,90 %) e para os dados transformados o aceite ficou em 97,22 %.

A aceitação da homocedasticidade (Tabela 10), tem uma amplitude maior que a encontrada para a normalidade dos erros, [92,93 %; 96,90 %]. E, como esperado, os menores valores de aceitação da hipótese nula da homogeneidade de variâncias foram atribuídos aos cenários simulados sob a violação dessa hipótese. O teste de Bartlett dos dados transformados pela FDF rejeitaram em maior número de vezes a homocedasticidade, quando comparado ao mesmo teste aplicado às variáveis geradas sem a presença de correlação e estudadas individualmente (Tabelas 7 a 9). Univariadamente os valores

simulados sob homocedasticidade apresentaram aceite superior a 99 % e, para os dados transformados, este valor cai para aproximadamente 96 %. Os cenários sob a hipótese alternativa da homogeneidade das variâncias apresentam valores próximos a 93 %, entretanto o estudo univariado apresentou aceite sempre superior a 95 %.

Estes resultados sugerem, também, a necessidade de testes nas variáveis originais, antes da transformação dos dados, pois se existir violação da homogeneidade das variâncias, deve-se tomar providências para controlar a violação.

Os cenários simulados sob a hipótese alternativa para efeito dos tratamentos com amplitudes diferentes de médias, estipuladas pela diferença do número de desvios padrão adicionados à média geral, não apresentam grandes alterações no número de vezes em que são aceitas as hipóteses nulas dos pressupostos.

Os elevados valores de aceitação das hipóteses nulas dos pressupostos da normalidade dos erros e da homogeneidade de variâncias dos dados transformados por meio da FDF, mesmo para os cenários simulados sob heterocedasticidade, são indicativos da eficiência da FDF ao lidar com dados que violam tais pressupostos.

### **4.3 Comparação FDF/MANAVA**

De modo a verificar se a aplicação da função discriminante linear de Fisher (FDF) apresenta resultados compatíveis aos encontrados por meio da análise de variância multivariada (MANAVA), conforme proposto, foram comparados os valores-p da análise de variância (ANAVA) para os dados transformados ao nível de significância obtido em cada teste F aproximado da



MANAVA, máximo autovalor  $\theta$  de Roy,  $\Lambda$  de Wilks, Hotelling e Lawley (U) e Pillai (V).

Os cenários simulados foram definidos sob  $H_0$  verdadeira ou sob  $H_0$  falsa para tratamentos, respectivamente 3.1.1 e 3.1.2, a análise também deve ser assim feita. Para os cenários simulados sob a hipótese nula,  $H_0 - H_0$  e  $H_0 - H_1$ , esperava-se que tanto o teste F, da ANAVA com os dados transformados, quanto os testes F aproximados, da MANAVA, aceitassem a igualdade entre os efeitos dos tratamentos com percentuais elevados. E de maneira inversa, as hipóteses geradas sob a hipótese alternativa,  $H_{12s} - H_0$ ,  $H_{18s} - H_0$ ,  $H_{12s} - H_1$  e  $H_{18s} - H_1$ , apresentassem percentuais pequenos de aceite da igualdade dos tratamentos, visto que foram simuladas com no mínimo dois desvios padrão de diferença.

Em diversas situações dentre as simuladas, os testes F aproximados não detectam as diferenças entre os efeitos dos tratamentos de forma unânime ou esperada, entretanto pode ser observado que qualquer que seja o subconjunto de variáveis resposta estudado, para qualquer hipótese simulada, quando não há equivalência dos testes F aproximados, há um ranqueamento do poder desses testes, em ordem decrescente, Pillai (V),  $\Lambda$  de Wilks, Hotelling-Lawley (U) e  $\theta$  de Roy (Figura 1). Tal constatação contraria a afirmação de Chatfield e Collins (1980) de que os testes Pillai (V),  $\Lambda$  de Wilks, Hotelling-Lawley (U) são assintoticamente equivalentes e diferem pouco em poder para pequenas amostras.

A aceitação da hipótese nula dada por meio do valor-p do teste F da ANAVA, dos dados transformados pela FDF, é igual ou inferior ao encontrado por  $\theta$  de Roy, independente do cenário analisado, Figura 1. Uma possível explicação para o comportamento menos rigoroso das ANAVAS dos dados transformados por meio da FDF pode estar na forma como ela é construída, que

determina o teste F de tratamentos da análise de variância com máximo valor possível (PIMENTEL- GOMES, 2009).

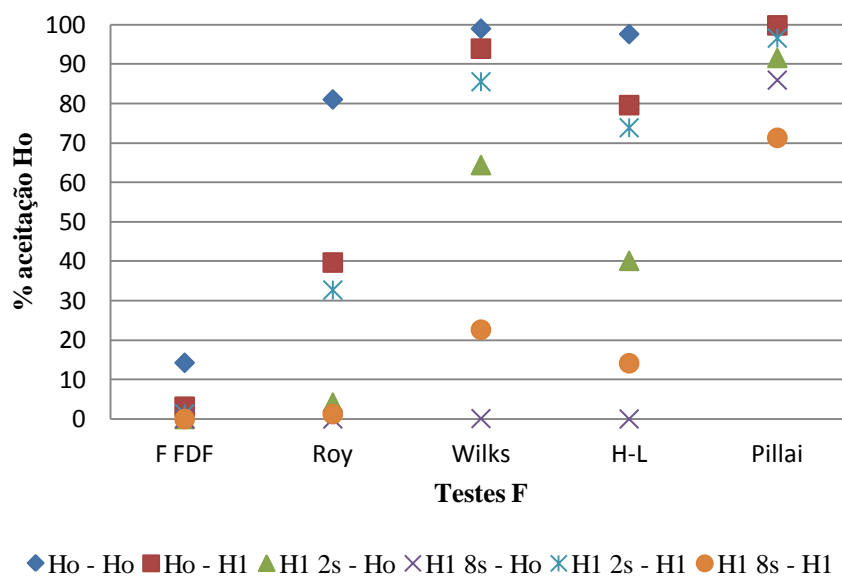


Figura 1 Aceitação da hipótese nula para tratamentos ( %), obtida em cada cenário ( $H_0 - H_0$ ,  $H_0 - H_1$ ,  $H_1 2s - H_0$ ,  $H_1 8s - H_0$ ,  $H_1 2s - H_1$  e  $H_1 8s - H_1$ ) para os testes F, da análise dos dados transformados pela FDF (F FDF), e em cada teste F aproximado da análise multivariada (Roy, Wilks, H-L e Pillai)

Na Tabela 11, estão os percentuais de aceitação da igualdade dos efeitos dos tratamentos para os cenários simulados  $H_0 - H_0$  e  $H_0 - H_1$ . Em ambos os casos, os dados transformados por meio das FDF foram mais sensíveis, com menores valores do erro tipo I.

Tabela 11 Porcentagem de aceitação da hipótese nula para os dois cenários simulados sob  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$  (com  $p < 0,01$ ), nos diferentes critérios de seleção de variáveis e testes F da análise da FDF e da análise multivariada

Cenário	Teste F	$\theta$ Roy	$\Lambda$ de Wilks	Hotelling e Lawley (U)	Pillai (V)
$H_0 - H_0$	14,26	81,03	98,97	97,61	99,53
$H_0 - H_1$	3,11	39,68	93,91	79,59	99,81

Os testes da MANAVA são, em geral, mais rigorosos que a ANAVA dos dados transformados por meio da FDF, quando observados os dados simulados sob igualdade de efeito de tratamentos, pois a porcentagem de aceitação de  $H_0$  dos testes multivariados foram maiores do que pelo uso da FDF. Tomando apenas o teste  $\theta$  de Roy, que apresenta o menor rigor dos quatro testes F aproximados, a aceitação da igualdade dos efeitos dos tratamentos chega a ser 5,7 vezes a aceitação da encontrada pelo teste F dos dados transformados. Esta tendência se mantém para o cenário sob heterogeneidade de variâncias,  $H_0 - H_1$ , no qual apresenta diferenças maiores, a aceitação por meio do teste  $\theta$  de Roy ficou mais de 12 vezes superior ao aceite estabelecido pelo teste F dos dados transformados. Tais diferenças sugerem que a FDF apresente maiores erro tipo I.

Tanto os testes F aproximados quanto o teste F dos dados transformados por FDF, para o cenário  $H_0 - H_1$  apresentaram índices de aceitação da hipótese nula de tratamentos menores dos que os encontrados para o cenário  $H_0 - H_0$ , sugerindo que a heterocedasticidade deva ser contornada antes da aplicação de tais testes. A mesma interpretação foi feita quando do estudo da eficiência da FDF (4.2). Vale ressaltar que o teste F aproximado (V) de Pillai, o mais rigoroso em todas as situações, não foi afetado pela presença de diferenças nas variâncias no cenário simulado  $H_0 - H_1$ , apresentando percentuais de aceitação da hipótese nula maiores do que os encontrados para os cenários sem variância  $H_0 - H_0$ .

Na Tabela 12, estão apresentadas as percentagens de aceitação de  $H_0$ , nos cenários de variâncias homocedásticas e com diferença entre as médias dos tratamentos de dois e oito desvios padrão. A ANAVA dos dados transformados consegue detectar as diferenças de tratamentos desde o primeiro cenário,  $H_{12s} - H_0$ , sendo os percentuais de aceitação da hipótese nula para tratamentos menores que 1 %.

Tabela 12 Porcentagem de aceitação da hipótese nula do teste F da análise da FDF e dos testes da análise de multivariada, para os cenários simulados sobre a hipótese nula falsa das médias dos tratamentos, com  $p < 0,01$

Cenários	Teste F	$\theta$ Roy	$\Lambda$ de Wilks	Hotelling e Lawley (U)	Pillai (V)
$H_{12s} - H_0$	0,01	4,15	64,40	40,11	91,57
$H_{18s} - H_0$	<0,0001	<0,0001	0,10	<0,0001	85,93
$H_{12s} - H_1$	1,32	32,71	85,54	73,86	96,57
$H_{18s} - H_1$	<0,0001	1,24	22,64	14,13	71,30

Entretanto, a MANAVA quando comparada a ANAVA dos dados transformados por meio da FDF é mais rigorosa e aceita a hipótese nula, mesmo existindo diferença de dois desvios padrão, aumentando o erro tipo II dos testes.

Com o aumento na diferença entre as médias dos tratamentos para oito desvios padrão  $H_{18s} - H_0$ , os testes já se apresentam compatíveis, persistindo ainda, apenas o teste F aproximado de Pillai (V) com altos índices de aceitação da igualdade dos efeitos dos tratamentos (maior erro tipo II).

Esses resultados sugerem que o aumento da diferença dos efeitos dos tratamentos faz com que a MANAVA apresente menor erro tipo II, exceto o F aproximado de Pillai que mesmo com diferenças de oito desvios padrão não as consegue detectar.

Os cenários gerados com médias diferentes e variâncias heterocedásticas, estão na Tabela 12. Novamente pode-se perceber que, quando se aumenta a diferença entre as médias, a aceitação da igualdade das médias dos tratamentos é menor do que os valores encontrados para os cenários simulados sem variâncias distintas.

Como aconteceu para os cenários de médias distintas e homocedásticos o teste F da ANAVA dos dados transformados por meio da FDF foi capaz de detectar as diferenças dos efeitos dos tratamentos de maneira mais eficaz.

A presença de heterogeneidade de variâncias parece atrapalhar a rejeição da hipótese nula, principalmente para a MANAVA, e assim como aconteceu para as hipóteses homocedásticas.

Os erros encontrados, tanto o tipo I quanto o tipo II, podem ser explicados se considerar a afirmação feita por diversos autores, dentre eles Manly (2008), os quais ressaltam que a igualdade ou desigualdade de efeitos univariados pode não ser confirmada com a análise de variância multivariada.

#### **4.4 Efeitos da correlação nos testes propostos**

Foram estimados os percentuais de aceitação de  $H_0$  para tratamentos, sob os diferentes cenários, em função dos níveis de correlação e do número de variáveis correlacionadas, para a avaliação do comportamento dos resultados obtidos pelo teste F oriundos dos dados transformados pela FDF e dos resultados oriundos dos testes da análise multivariada, considerando o nível nominal de significância de 1 %.

O teste F da ANAVA dos dados transformados por meio da FDF é pouco afetado tanto pelo nível de correlação quanto pela quantidade de variáveis correlacionadas. Na Figura 2, observa-se que não houve efeito do aumento no nível de correlação entre as variáveis sobre a porcentagem de aceitação de  $H_0$ ,

em todas os cenários simulados. Para o cenário  $H_0 - H_0$ , os valores de aceitação de  $H_0$  situam-se em torno de 15 %, e nos demais cenários, as porcentagens foram menores do que o nível de 5 %.

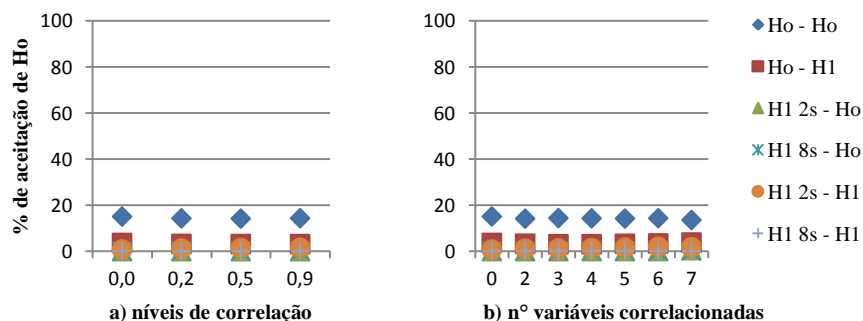


Figura 2 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F dos dados transformados pelas FDF, nos a) níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

O número de variáveis correlacionadas não afetou a porcentagem de aceitação de  $H_0$ , em todos os cenários. Para o cenário  $H_0 - H_0$ , as taxas de aceitação de  $H_0$  ficaram próximas a 15 %, enquanto que para os demais cenários, as porcentagens de aceitação de  $H_0$  ficaram menores que 5 %.

A porcentagem de aceitação da hipótese  $H_0$ , obtida pelo critério  $\theta$  de Roy (Figura 3), variou de acordo com o cenário simulado; o nível de correlação somente afetou o cenário  $H_1 2s - H_0$ , que na ausência de correlação tinha aproximadamente 0 % de aceitação, passando para 7,5 % no nível de alta correlação entre as variáveis; sugestionando que a correlação interfere na precisão do erro tipo II. E, com o aumento do número de variáveis correlacionadas, houve aumento na porcentagem de aceitação de  $H_0$  nos cenários  $H_1 2s - H_1$ ,  $H_1 2s - H_0$  e  $H_1 8s - H_1$ .

Nos outros cenários, os valores da aceitação de  $H_0$  permaneceram praticamente constantes com o aumento do número de variáveis correlacionadas.

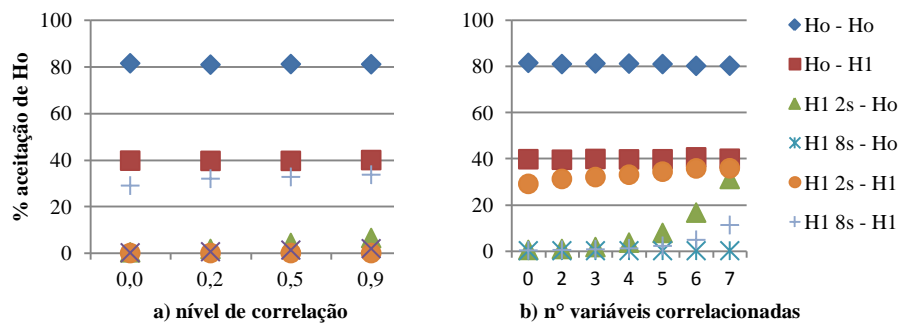


Figura 3 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F aproximado máximo autovalor  $\theta$  de Roy, nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

Na Figura 4, estão representados os percentuais de aceite de  $H_0$ , para tratamentos, agrupados por efeitos da correlação, tanto por nível quanto pelo número de características geradas com correlação, para os critérios multivariados  $\Lambda$  de Wilks e Hotelling-Lawley. Nela percebe-se que os maiores incrementos foram para o cenário homocedástico com menor diferença entre as médias ( $H_1 2s - H_0$ ) e também que, quando se aumentam as diferenças para oito desvios padrão, o nível de correlação mantém sua influência, mas com variações menores, entretanto o número de variáveis continua produzindo maior aceitação da hipótese nula, principalmente para  $\Lambda$  de Wilks.

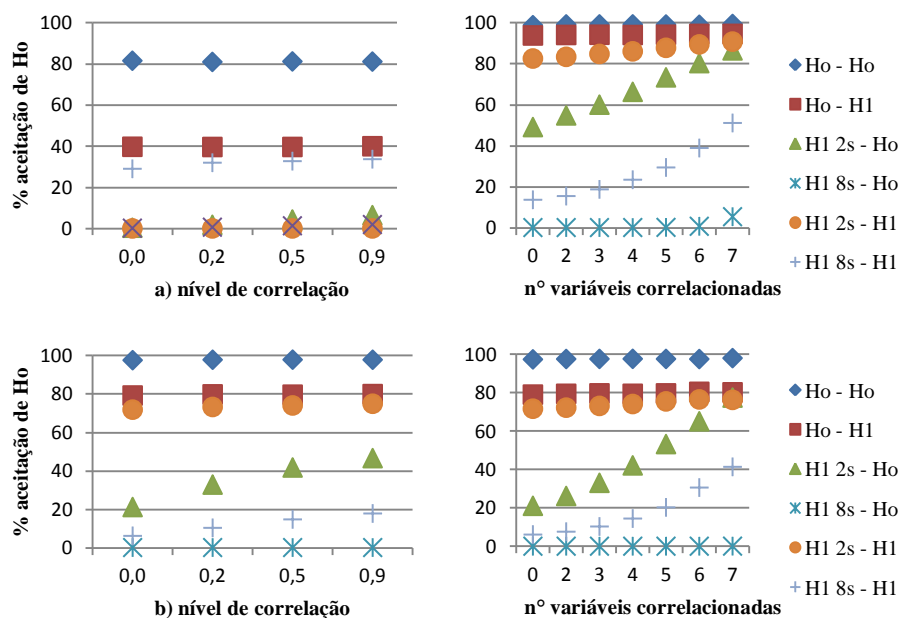


Figura 4 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e no número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7), obtidas pelos testes F aproximado a)  $\Lambda$  de Wilks e b) Hotelling-Lawley

De modo geral, os testes  $\Lambda$  de Wilks e Hotelling-Lawley são semelhantes com diferenças apenas na aceitação menor por parte do critério Hotelling-Lawley nos cenários simulados sob diferença entre as médias dos tratamentos, portanto, Hotelling-Lawley apresenta menor erro tipo II, quando comparado ao teste  $\Lambda$  de Wilks; entretanto há, mesmo na ausência de correlação, altos índices de aceite de  $H_0$  que são incrementados com o aumento no nível de correlação e no número de variáveis correlacionadas.

A tendência, quando existe, para esses três testes F aproximados ( $\theta$  de Roy,  $\Lambda$  de Wilks e Hotelling-Lawley) é de aumento na aceitação com o aumento tanto do nível de correlação, quanto da quantidade de variáveis correlacionadas.



No primeiro caso o incremento é gradual, enquanto que o número de variáveis tem uma aceleração de crescimento a partir de quatro variáveis.

O critério Pillai (Figura 5) apresenta, para os cenários simulados sob a hipótese alternativa, uma tendência crescente de aceitação com o aumento do nível/número de variáveis com correlação. Dentre os quatro testes multivariados estudados, o critério de Pillai é o mais rigoroso em todos os cenários simulados, e mesmo com diferenças de oito desvios padrão e variâncias homogêneas ( $H_1$  8s -  $H_0$ ) esse teste apresentou aceitação de  $H_0$ , mesmo na ausência de correlação, superior a 80 %.

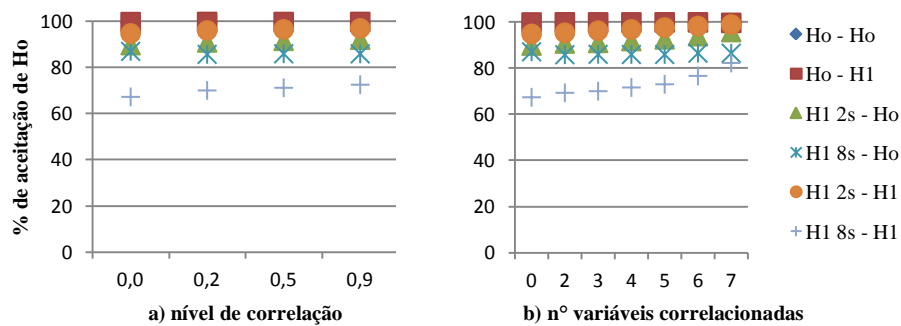


Figura 5 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F aproximado Pillai, nos a) níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4,5, 6, 7)

De forma geral, os testes aproximados da MANAVA foram mais influenciados pela presença de correlação e do aumento no número de variáveis correlacionadas que o teste F da ANAVA dos dados transformados por meio da FDF quando na introdução de correlação, tanto em nível quanto em número de variáveis correlacionadas, sugerindo que os testes F aproximados apresentam aumento do erro tipo II, com a presença de correlação.

#### 4.4.1 Efeitos da correlação na validação da FDF

Os testes realizados para a validação do uso da FDF, porcentagem de informação (Equação 9) atribuída às FDF, quadrado médio do erro (QME) da ANAVA dos dados transformados e do critério de informação Akaike dos dados transformados (AIC), além da normalidade do erro (Shapiro-Wilk) e homocedasticidade (Bartlett) dos dados transformados por meio da FDF também foram estudadas sobre a interferência do nível de correlação e do número de variáveis geradas sob correlação.

O percentual médio de explicação dos cenários simulados  $H_0 - H_0$ ,  $H_0 - H_1$  e  $H_1 2s - H_1$  que foram os com menor índice dos seis cenários simulados, permanece constante com o aumento do nível de correlação e do número de variáveis correlacionadas, não ultrapassando a 60 %; entretanto os outros cenários apresentam diminuição, aproximadamente 10 %, da informação com o aumento do nível de correlação. Com o aumento do número de variáveis correlacionadas, a retração da explicação do maior autovalor chega a aproximadamente 20 % para o cenário  $H_1 2s - H_0$  (Figura 6).

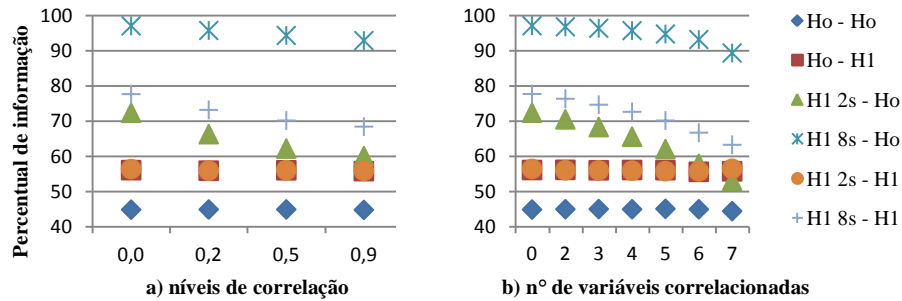


Figura 6 Representação gráfica do comportamento do percentual de informação  $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$  estimado para os dados transformados por meio da FDF, para a) os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

O QME separa os casos homocedásticos, com valores inferiores a 0,03 e variação entre os níveis e quantidade de variáveis na ordem  $10^{-2}$  ou menor, dos casos heterocedásticos com maior tendência de queda, com o aumento do nível de correlação e do número de variáveis (Figura 7). Os dados simulados com médias iguais,  $H_0 - H_0$ ,  $H_0 - H_1$ , apresentaram queda com o aumento do nível/número, já os dados gerados com médias distintas, tanto dois quanto oito desvios padrão, mostraram aumento no QME no primeiro intervalo ( $\rho = 0$ , 0 a  $\rho = 0$ , 2) e depois queda. Isso indica que a FDF apresenta melhores estimativas de variância para dados heterocedásticos com altos valores de  $\rho$  e com muitas variáveis correlacionadas.

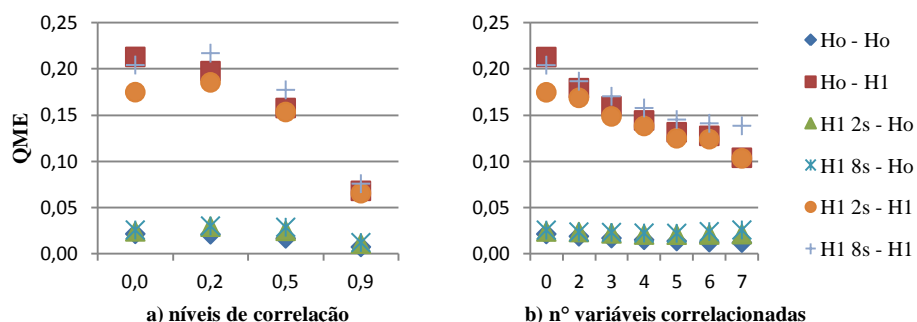


Figura 7 Representação gráfica do comportamento do quadrado médio do erro (QME) estimado para os dados transformados por meio da FDF, para a) os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

O critério Akaike, Figura 8, apresentou queda tanto com o aumento do nível quanto do número de variáveis correlacionadas, mais acentuada na passagem do último nível de correlação. Tal fato sugere que a FDF quando aplicada a dados que apresentem altos valores de  $\rho$ , são mais informativas que as transformações realizadas com conjuntos de dados pouco correlacionados. As tendências apresentadas pelo critério de informação são semelhantes às tendências observadas para as estimativas do QME.

A aceitação da homogeneidade de variâncias dos dados transformados por FDF, assim como ocorreu com o QME e o AIC, separou os cenários gerados homocedásticos dos heterocedásticos; conforme Figura 9. Com o aumento do nível de correlação e do número de variáveis há estabilização dos grupos, com tendência constante. De qualquer maneira o intervalo de aceitação da normalidade fica entre 96,5 e 97,5 %. E a homogeneidade de variâncias dos dados transformados pela FDF também separa os cenários gerados, sendo que os homocedásticos ficam constantes, próximos a 97 % de aceitação da hipótese nula, e os heterocedásticos, entre 92 e 94 % (Figura 9).

Assim, mesmo não tendo o teste F e os pressupostos da normalidade dos erros e homogeneidade de variâncias dos dados transformados por meio da FDF sido influenciados pelo nível de correlação e pelo número de variáveis correlacionadas a FDF apresenta queda no percentual de explicação com seus aumentos. Entretanto apresentam-se melhoras no critério de Akaike e no QME dos dados simulados sob heterocedasticidade.

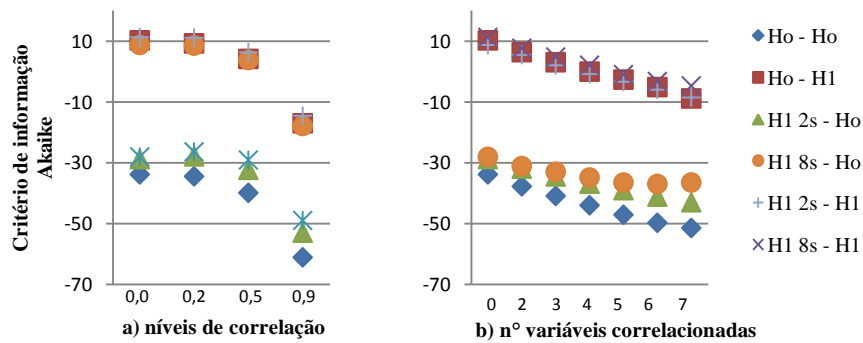


Figura 8 Representação gráfica do comportamento do critério de informação de Akaike (AIC) estimado para os dados transformados por meio da FDF, para a) os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

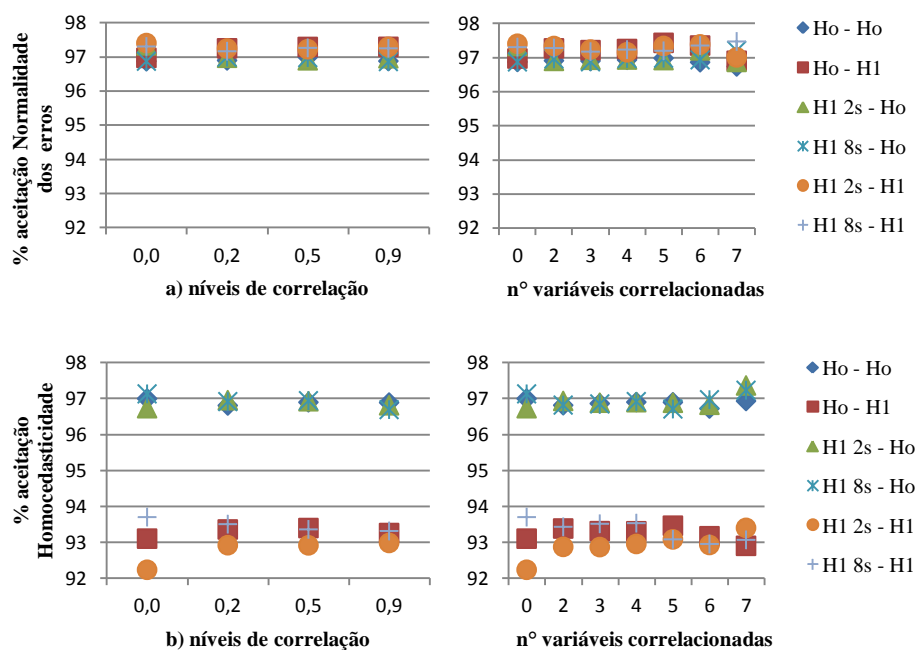


Figura 9 Representação gráfica do comportamento da aceitação ( $p < 0,05$ ), da a) normalidade dos erros (teste Shapiro-Wilk) e da b) homocedasticidade de variâncias (teste Bartlett), estimados para os dados transformados por meio da FDF nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e no número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

#### 4.5 Simulação como base nos dados de mudas de cafeeiro

Com as médias e as variâncias, estimadas por tratamento, obtidas no ensaio descrito em 3.2.6, foram simulados 1000 conjuntos de dados, que obedeceram às estruturas de correlação descritas em 3.1.3; tal cenário foi denominado  $H_R$ .

#### 4.5.1 Avaliação das pressuposições

Dos dados gerados sob os valores de médias e variâncias obtidas com o ensaio real,  $H_R$ , foi analisado o comportamento dos dados simulados, sem a presença de correlação ( $\rho = 0, 0$ ), quanto à validade dos pressupostos da normalidade dos erros e da homogeneidade de variâncias; para tanto foi calculado o percentual de aceite das hipóteses no nível de significância de 5 % e também foi avaliada a porcentagem de aceitação da igualdade dos efeitos dos tratamentos nos níveis de significância de 1 % e de 5 % ( $p < 0,01$  e  $p < 0,05$ ).

Os resultados médios da porcentagem de aceitação de  $H_0$  mostram que nenhuma característica rejeitou a hipótese de normalidade dos erros e homogeneidade de variâncias mais em mais de 4 % das simulações. Os dados gerados para o cenário  $H_R$  apresentaram um intervalo de aceitação da normalidade dos erros entre 96,40 % e 97,73 % (teste Shapiro-Wilk), respectivamente correspondente às características DC e CR. E, a porcentagem de a aceitação da hipótese de igualdade de variâncias (teste de Bartlett) ficou entre 98,00 % (AF) e 99,23 % (CR), (Tabela 13).

Os valores obtidos para ambos os testes com as características de qualidade de mudas de cafeeiro do ensaio real (Tabela 13) também apresentaram altos valores de aceitação dos pressupostos, no nível de significância de 5 %, nenhuma característica rejeitou a hipótese de normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), e apenas a característica MR estimou um  $p < 0,02$  para a teste Bartlett da homogeneidade de variâncias, enquanto as demais características obtiveram valores de significância superiores a 0,05.

Verifica-se, também, que o teste F não foi significativo em número elevado de vezes para as variáveis NF e CR, indicando que os tratamentos pouco influenciaram essas características. Já, para MA, AF e MT houve alta rejeição de

$H_0$ ; isto sugere que essas variáveis, e principalmente, a MA e a AF foram influenciadas de modo significativo pelos tratamentos.

Tabela 13 Percentagens de aceitação da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk), da homogeneidade de variâncias (Bartlett) e da hipótese nula (teste F),  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ , obtidas para os dados simulados na ausência de correlação com  $\rho = 0$ , sob as médias e variâncias obtidas do ensaio real ( $H_R$ )

Característica	Shapiro-Wilk	Bartlett	Teste F(p<0,01)	Teste F (p<0,05)
AM	97,00	98,37	5,47	0,47
DC	96,40	98,73	3,53	0,20
CR	97,73	99,23	32,20	9,67
MA	97,17	98,93	<0,0001	<0,0001
MR	97,37	98,77	5,43	0,53
AF	97,00	98,00	<0,0001	<0,0001
NF	96,93	99,07	92,60	77,97
MT	96,87	98,63	<0,0001	<0,0001

Esses resultados estabeleceram valores de significância semelhantes aos encontrados, quando da análise de variância univariada com os dados reais; em que apenas a característica NF aceitou a igualdade dos efeitos dos tratamentos ( $p=0,46$ ), e, nos dados simulados, esta característica apresentou 92,60 % ( $p<0,01$ ) e 77,97 % ( $p<0,05$ ) de aceite para  $H_0$  de tratamentos. A característica CR também apresentou uma aceitação relativamente alta da hipótese nula (32,20 %,  $p<0,01$  e 9,67 %,  $p <0,05$ ) e na análise dos dados reais rejeitou a hipótese nula para tratamentos, com valor  $p=0,005$ .

As demais características (Tabela 13) apresentam valores bem inferiores de aceite da igualdade dos efeitos dos tratamentos, menores que 6 % ( $p<0,01$ ) e menores que 1 % ( $p<0,05$ ). Estas características de qualidade de mudas de cafeeiro do ensaio real apresentaram valores p inferiores a 0,001, indicando efeito significativo dos tratamentos sobre essas características.



#### 4.5.2 Seleção das características de qualidade de mudas de cafeeiro

Os cinco critérios de seleção adotados apresentaram grande divergência na indicação dos subconjuntos de características com melhores qualidade de explicação, resultados que confirmam a afirmação de Huberty (2002) sobre a não coincidência de seleções apresentada quando se utilizam diversos critérios. Na Tabela 14, estão apresentadas as cinco combinações de características que foram mais vezes escolhidas em cada critério de seleção.

O critério  $\hat{\rho}_1^2$  indicou a adoção de todas as características de qualidade de mudas de cafeeiro e linearmente independentes, em 100,00 % das simulações sob  $H_R$ .

A seleção realizada por meio dos critérios  $\hat{t}^2$ ,  $\hat{\zeta}^2$  e  $\hat{\xi}^2$  apresentaram, para os dados simulados sob o ensaio real  $H_R$ , os maiores percentuais de indicação para subconjuntos formados por duas características da qualidade de mudas de cafeeiro. Além disso, os três critérios apresentam em comum, para o subconjunto mais vezes selecionado, a característica área foliar, que também foi indicada para o estudo desenvolvido com os dados reais. Entretanto, esses critérios de seleção indicaram muitos subconjuntos, por exemplo, o critério  $\hat{t}^2$  indicou 117 combinações, sendo a combinação mais vezes selecionada a indica o DC e a AF em 15,92 %; por meio do critério  $\hat{\zeta}^2$  todas as combinações das características de qualidade de mudas foram selecionadas com percentuais menores que 10 %. E o critério  $\hat{\xi}^2$ , também apresentou grande variação na seleção das combinações e a combinação mais vezes indicada foi a mesma selecionada pelo critério  $\hat{t}^2$ , diâmetro do coleto e área voliar em 18,00 % das simulações sob  $H_R$ .

Tabela 14 Cinco primeiros subconjuntos selecionados, por critério de seleção ( $\hat{\tau}^2$ ,  $\hat{\zeta}^2$ ,  $\hat{\xi}^2$  e AICMULT) e seus respectivos percentuais de seleção para o cenário *HR*

$\hat{\tau}^2$	$\hat{\zeta}^2$	$\hat{\xi}^2$	AICMULT
NF,DC 15,92	AF,MT 9,63	AF,DC 18,00	DC,MA,MR 67,59
NF,MR 14,79	AF,MA 5,16	AF,MR 17,90	MA,MR 32,08
NF,MT 10,67	AF,DC 4,36	AF,CR 11,03	DC,MR 0,33
NF,CR 9,19	AF,AM 4,01	MA,MR 10,05	- -
MA,MT 7,03	AF,MR 3,61	MA,DC 6,93	- -

A seleção por meio do critério de Akaike (AICMULT), apresentou a indicação de quatro subconjuntos das características, sendo a combinação das características DC, MA e MR escolhida em 67,47 % das vezes; esta seleção também foi a indicada no estudo com os dados reais. Seguida pela combinação MA e MT com 32,17 % das seleções; ambas as combinações apresentam características não destrutivas, tal escolha vem a ser uma vantagem em experimentos que necessitem de continuidade.

#### 4.5.3 Eficiência da FDF

Com o objetivo de avaliar a utilização da função discriminante linear de Fisher foi calculado o percentual médio de explicação  $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$ , dado pelo maior autovalor ( $\lambda_1$ ), com o qual foi construída a FDF. Também foram calculados os valores médios da estimativa da variância (QME) e do critério de Akaike para os dados transformados por meio das FDF selecionadas e testadas a normalidade dos erros (Shapiro-Wilk) e a homogeneidade de variâncias (Bartlett), ambos os testes estão apresentados em porcentagem de aceitação da hipótese nula no nível de significância de 5 %. Estes valores estão apresentados, por critério de seleção, na Tabela 15.

Tabela 15 Porcentagem de informação do maior autovalor  $\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$ , médias das estimativas do quadrado médio do erro da variância (QME) e do critério de informação Akaike médio (AIC), percentuais de aceitação de normalidade dos erros (S-W) e homogeneidade de variâncias (B), ambos em 5 %, por critério de seleção ( $\hat{\rho}_1^2$ ,  $\hat{\tau}^2$ ,  $\hat{\zeta}^2$ ,  $\hat{\xi}^2$  e AICMULT) para o cenário simulado sobre os dados reais  $H_R$

Critérios de Seleção	$\left(\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^s \lambda_s}\right)$	QME	AIC	S-W	B
$\hat{\rho}_1^2$	82,52	0,01	-61,51	97,01	96,59
$\hat{\tau}^2$	89,13	0,46	-11,66	97,07	95,66
$\hat{\zeta}^2$	93,67	0,24	-30,08	97,01	96,43
$\hat{\xi}^2$	81,20	0,78	-6,00	97,14	94,25
AICMULT	85,62	0,01	-52,59	97,15	95,23

Observa-se que os conjuntos de características selecionadas pelo critério  $\hat{\zeta}^2$ , obteve o menor valor de explicação médio, dado pelo percentual de informação, mas, ainda com uma informação superior a 80 %. Este valor é relevante, principalmente quando é comparado aos valores de percentual de informação obtidos para os outros seis cenários simulados sob a hipótese nula para efeitos dos tratamentos (Tabela 10), entre 44,79 % e 55,87 %.

Enquanto os dados do cenário simulado sobre médias e variâncias obtidas no ensaio real  $H_R$ , apresentam percentuais de informação no intervalo [81,20 %; 93,67 %] dependendo do critério de seleção adotado, tais valores evidenciam a importância da FDF no tratamento de dados multivariados com o intuito de facilitar sua análise, pois normalmente o que se têm em ensaios são dados multirespostas que mesclam as hipóteses nulas com as alternativas, tanto para médias de tratamentos quanto para as variâncias.

As estimativas médias do QME, assim como os valores médios do critério de informação de Akaike (AIC) estimados para os dados transformados

pelas FDF apresentaram diferenças de acordo com o critério de seleção adotado, mas com os melhores valores atribuídos, em ambos os casos, para os critérios  $\hat{\rho}_1^2$  e AICMULT; seguidos na ordem pelos subconjuntos de características de qualidade de mudas de cafeeiro selecionados por  $\hat{\zeta}^2$ ,  $\hat{t}^2$  e  $\hat{\xi}^2$ .

Não há correspondência entre o ranqueamento estabelecido por essas estimativas (QME e AIC) e o percentual de informação, quando considerado o critério de seleção adotado, embora os maiores valores tenham sido estimados para o critério de seleção  $\hat{\zeta}^2$  que também obteve o menor percentual de informação.

A aceitação da hipótese de normalidade dos erros das características selecionadas e transformadas por meio da FDF, testada pelo teste Shapiro-Wilk (5 %) ficou, em média, acima de 97% para todas as seleções, independentemente do critério adotado; o mesmo aconteceu com as outras simulações nas quais o percentual ficou superior a 96 % (Tabela 10).

A hipótese de homogeneidade de variâncias, para os dados, após a transformação pela FDF, apresentou para o teste Bartlett (5 %) aceite acima de 94 % para os dados simulados sob  $H_R$ . Novamente o critério que selecionou características que após a transformação apresentaram maior violação da hipótese nula foi  $\hat{\zeta}^2$ , ficando o percentual de aceitação da homocedasticidade para  $H_R$  mais próximo do valor encontrado para os dados gerados sob as hipóteses nulas para a homogeneidade de variância, que dos dados simulados sob os cenários sob  $H_0$  falsa (Tabela 10)

#### 4.5.4 Comparação FDF/MANAVA

A comparação do aceite da hipótese nula para o efeito de tratamentos do teste F, da análise de variância univariada, dos dados transformados por meio da

FDF e os testes F aproximados, da análise de variância multivariada, são equivalentes e ficaram, quase na totalidade, próximos a 100 % de rejeição da hipótese nula, em qualquer critério de seleção utilizado (Tabela 16). Houve apenas diferenças para o teste F aproximado de Pillai que não rejeitou a igualdade dos efeitos dos tratamentos, sendo que as aceitações de  $H_0$  chegaram a 39,44 % para os testes realizados com as características selecionadas por  $\hat{\rho}_1^2$ , a 14,94 % por AICMULT e a 12,99 % pelo critério  $\hat{\zeta}^2$ . Ao contrário dos demais testes F, por exemplo  $\Lambda$  de Wilks o segundo teste mais rigoroso aceitou a hipótese nula em apenas 0,78 % das vezes. O critério de Pillai também foi mais rigoroso em todos os seis cenários simulados, entretanto os conjuntos selecionados por  $\hat{t}^2$  e  $\hat{\zeta}^2$  apresentaram rejeição equivalente, mesmo para Pillai (Tabela 16).

Tais observações sugerem que quando os dados têm médias ora sob a hipótese nula ora sob a hipótese alternativa das médias dos tratamentos deve-se utilizar para a seleção das características de qualidade de mudas de cafeeiro os critérios  $\hat{t}^2$  ou  $\hat{\zeta}^2$ , pois ambos os critérios foram compatíveis em todos os testes F aproximados da MANOVA e teste F da ANOVA dos dados transformados por meio da FDF e foram mais parcimoniosos, utilizando nas cinco primeiras seleções duas características de qualidade de mudas.

Houve maiores rejeições da hipótese nula, em cada F aproximado, quando se utilizaram, para a seleção das características que seriam analisadas por meio da MANOVA, os critérios de seleção associados a estas estatísticas, corroborando com a afirmação de Huberty (2002) sobre serem os critérios de seleção transformações dos testes F aproximados e que portanto devem ser usados de forma conjunta. O teste  $\theta$  de Roy é o único F aproximado que não obtém as maiores rejeições com o critério de seleção associado a ele ( $\hat{\rho}_1^2$ ) e sim com o critério associado a estatística de Hotelling-Lawley ( $\hat{\zeta}^2$ ). E, quando se

utilizaram todas as características linearmente independentes, que foram selecionadas pelo critério  $\hat{\rho}_1^2$ , obteve-se a maior rejeição da hipótese nula para os dados transformados pelas FDF, quando comparados os percentuais atribuídos aos dados transformados a partir das seleções de características realizadas pelos outros critérios.

Tabela 16 Porcentagem de aceitação da hipótese nula para os dados simulados sobre média e variância obtidas no experimento real  $H_R$  ( $p < 0,01$ )

Critério de seleção	Teste F	$\theta$ Roy	$\Lambda$ de Wilks	Hotelling e Lawley (U)	Pillai (V)
$\hat{\rho}_1^2$	<0,0001	<0,0001	0,78	0,09	39,44
$\hat{\tau}^2$	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	0,11
$\hat{\zeta}^2$	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	12,99
$\hat{\xi}^2$ ,	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001
AICMULT	<0,0001	<0,0001	0,05	<0,0001	14,94

Em estudos com mudas de cafeeiro, normalmente as características não estarão apenas sob a hipótese nula ou sob a hipótese alternativa, portanto a equivalência do teste F dos dados multivariados transformados por meio da FDF aos testes F aproximados da MANAVA sugere que a FDF possa ser aplicada como alternativa mais simples de tratamento multivariado. E nestes casos, os subconjuntos selecionados por  $\hat{\tau}^2$  ou  $\hat{\xi}^2$ , devem ser preferidos para a seleção de características para a formação da FDF. Uma vez que, levando em consideração que o critério  $\hat{\xi}^2$ , selecionou características que, após a transformação, obtiveram menores percentuais de informação, valores de QME e AIC e menores aceites da homocedasticidade, o critério que deve ser adotado para a seleção das características de qualidade de mudas é  $\hat{\tau}^2$ .

Com base nestas observações pode-se afirmar que a análise univariada da nova variável obtida pela FDF e a análise multivariada (MANOVA) foram capazes de detectar diferenças entre tratamentos, contudo a aplicação da FDF é mais fácil, pois transforma a variação total de várias variáveis em uma só e apresenta mais facilidade de aplicação dos diferentes testes para avaliação dos tratamentos.

#### 4.5.5 Efeitos da correlação nos testes propostos

Pelos resultados mostrados na Figura 10, pode-se observar a influência que o nível de correlação e o número de características correlacionadas provocaram nas porcentagens de aceitação de igualdade de tratamentos obtidas pelo teste F da FDF e testes F da análise multivariada.

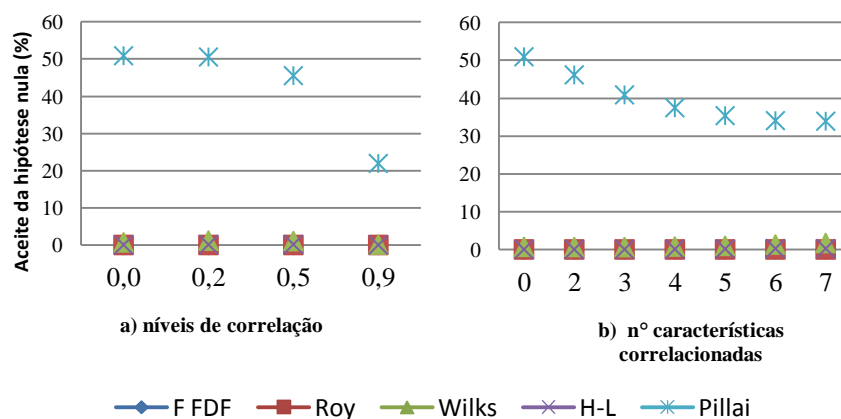


Figura 10 Representação gráfica do comportamento da aceitação da hipótese nula de médias de tratamento pelo teste F dos dados transformados pelas FDF, e pelos quatro testes F aproximados a) nos níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) no número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

Além de apresentar pior controle do tipo II, o teste F aproximado de Pillai também foi o mais influenciado pelo aumento no nível de correlação, chegando a melhorar o erro tipo II, aproximadamente em 30 % (percentual da aceitação da hipótese nula), com tendência de queda na sua aceitação, sendo que a menor variação ocorreu com a passagem dos dados simulados sem a correlação para o seu menor nível e a maior na passagem para o maior nível de correlação. Com o aumento do número de características correlacionadas à aceitação passa de 50 % para as análises dos dados gerados sem correlação para pouco mais de 30 %, de aceite de  $H_0$ , quando simuladas as sete características com correlação, apresentando, portanto, aumento na rejeição da hipótese nula, onde pelas análises dos outros testes F ela realmente deve ser rejeitada, Figura 10.

Verificou-se que a porcentagem de informação dada pelo maior autovalor e que corresponde à explicação dada pela FDF variou de 80 % a 86 %, conforme ilustrado na Figura 11.

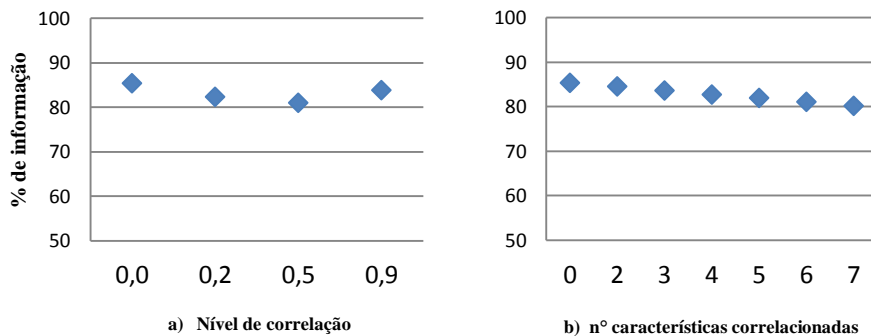


Figura 11 Representação gráfica do comportamento do percentual de informação estimado para os dados transformados por meio da FDF, dos dados gerados sob  $H_R$ , para a) níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e b) número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)



O aumento do nível de correlação (até  $\rho=0,5$ ) implica na redução da informação dada pelo maior autovalor; entretanto, quando se utilizou  $\rho=0,9$  observou-se aumento dessa explicação retornando quase ao nível obtido para os dados gerados sem a presença de correlação. Já o número de características geradas com correlação é inversamente proporcional ao percentual de informação (Figura 11), ocorrendo ligeiro decréscimo da explicação à medida que se aumentou o número de características, mas com valores de informação acima de 80 %.

O QME e o AIC apresentaram comportamento semelhante com a introdução de correlação (passagem de  $\rho=0,0$  para 0, 2), houve aumento das estimativas e depois constante queda, mostrando que os dados transformados por meio das FDF com maiores níveis de correlação apresentam melhores estimativas médias de QME e AIC. E, o aumento do número de características correlacionadas também acarreta redução tanto do QME quanto de AIC, conforme se observa na Figura 12, possivelmente por incorporar maior quantidade de informação.

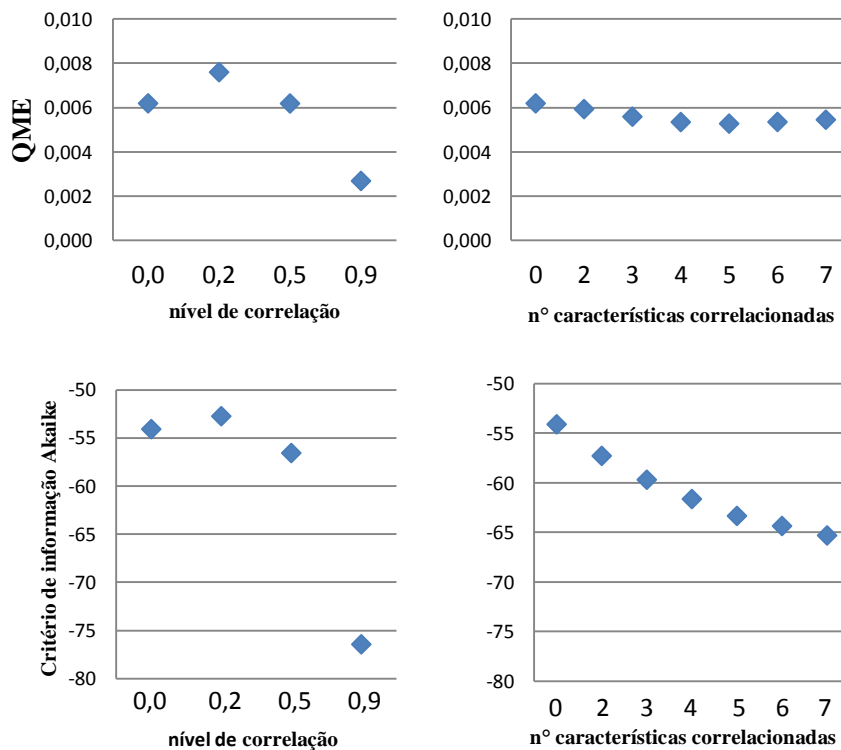


Figura 12 Representação gráfica do comportamento do quadrado médio do erro (QME) e do critério de Akaike (AIC), estimados para os dados transformados por meio da FDF, para os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

O comportamento da porcentagem de aceitação dos pressupostos da normalidade dos erros e da homogeneidade de variâncias, conforme se visualiza na Figura 13, teve pouca influência do nível de correlação e do número de características. Todos os valores médios situam-se acima de 96 % de aceitação. Mas, observa-se pequeno antagonismo na introdução de correlação, enquanto a normalidade obteve um aumento da aceitação de sua hipótese nula, tanto com o nível correlação quanto com o número de características, a homocedasticidade

teve uma redução no aceite da hipótese nula. Entretanto, estas variações não ultrapassaram 1 % e ambos os testes apresentaram elevados níveis de aceite da hipótese nula (Figura 13).

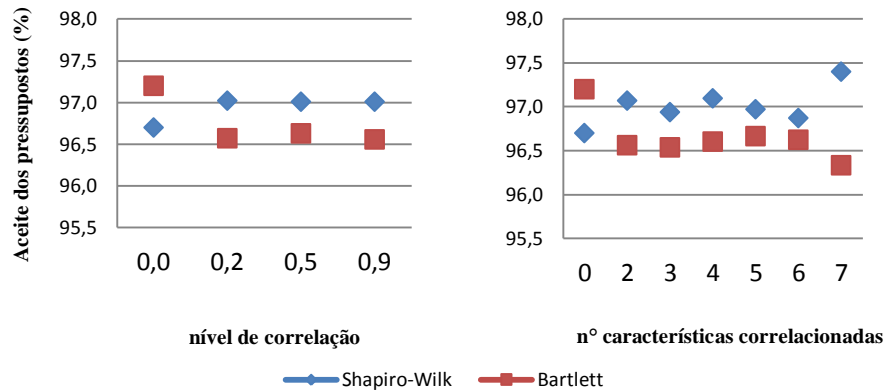


Figura 13 Representação gráfica do comportamento da aceitação,  $p < 0,05$ , da normalidade dos erros (Shapiro-Wilk) e da homocedasticidade de variâncias (Bartlett) estimados para os dados transformados por meio da FDF, para os níveis de correlação (0,0; 0,2; 0,5 e 0,9) e o número de características correlacionadas (0, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

Com estas observações, pode-se afirmar que a FDF não é influenciada de forma a restringir seu uso, quando se analisam dados de características de qualidade de mudas de café com a presença de correlação.

## 5 CONCLUSÕES

A utilização da técnica de transformação de dados multivariados por meio da função discriminante de Fisher (FDF) em dados univariados mostra-se como alternativa viável a ser aplicada na análise de experimentos.

A análise de variância dos dados transformados por meio da FDF detecta diferenças compatíveis com a análise de variância multivariada, destacando-se pela facilidade do processo de decisão.

A utilização da FDF possibilita a transformação de dados multivariados de características de mudas de cafeeiro em dados univariados com alta eficiência prática.

Os elevados valores de aceitação das hipóteses nulas dos pressupostos da normalidade dos erros e da homogeneidade de variâncias dos dados transformados por meio da FDF, mesmo para os casos simulados sob heterocedasticidade, são indicativos da eficiência da FDF ao lidar com dados que violam tais pressupostos.

## REFERÊNCIAS

- ADÃO, W. A. **Análise de cultivares do cafeeiro (*Coffea arabica* L.) por meio de características morfológicas e agrônômicas**. 2002. 58 p. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2002.
- BANZATTO, D. A.; KRONKA, S. N. **Experimentação agrícola**. 4. ed. Jaboticabal: Funep, 2006. 237 p.
- BARBIN, D. **Componentes de variância: teoria e aplicações**. 2. ed. Piracicaba: FEALQ, 1993. 120 p.
- BARROSO, L. P.; ARTES, R. Análise multivariada. In: Simpósio de Estatística Aplicada a Experimentação Agrônômica, 10.; Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria, 48., 2003, Lavras. **Anais...** Lavras: UFLA, 2003. 1 CD-ROM.
- BARTLETT, M. S. Properties of sufficiency and statistical tests. **Proceedings of the Royal Society of London, Series A**, London, v. 160, n. 2, p. 268-282, 1937.
- BERNARDINO, D. C. S. et al. Crescimento e qualidade de mudas de *Anadenanthera macrocarpa* (Benth.) Brenan em resposta à saturação por bases do substrato. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 29, n. 6, p. 863-870, ago. 2005.
- BERTOLDO, J. G. et al. Problemas relacionados com o uso de testes de comparação de média em artigos científicos. **Biotemas**, Florianópolis, v. 21, n. 2, p. 145-153, jun. 2008.
- BEZERRA NETO, F. et al. Desempenho de sistemas consorciados de cenoura e alface avaliados através de métodos uni e multivariados. **Horticultura Brasileira**, Campinas, v. 25, n. 4, p. 514-520, out./dez. 2007.
- BIRCHLER, T. et al. La planta ideal: revision del concepto, parametros definitorios e implementacion practica. **Investigacion Agraria, Sistemas y Recursos Forestales**, Madrid, v. 7, n. 1/2, p. 109-121, 1998.
- BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Café no Brasil**. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br/vegetal/culturas/cafe/saiba-mais>>. Acesso em: 12 abr. 2012.

BRAUN, H. et al. Produção de mudas de café 'Conilon' propagadas vegetativamente em diferentes níveis de sombreamento. **IDESIA**, Arica, v. 25, n. 3, p. 85-91, set./dez. 2007.

CAMPOS, H. de. **Estatística aplicada à experimentação com cana-de-açúcar**. Piracicaba: FEALQ, 1984. 292 p.

CARNEIRO, P. L. S. et al. Estudo de populações de ovinos Santa Inês utilizando técnicas de análise multivariada. **Revista Científica de Produção Animal**, Teresina, v. 8, n. 1, p. 40-50, 2006.

CARVALHO, E. M. et al. Recuperação de mudas de cafeeiro em tubetes através de podas. **Coffee Science**, Lavras, v. 2, n. 1, p. 79-86, jan./jun. 2007.

CHARNET, R. et al. **Análise de modelos de regressão linear**: com aplicações. 2. ed. Campinas: UNICAMP, 2008. 356 p.

CHATFIELD, C.; COLLINS, A. J. **Introduction to multivariate analysis**. Gembloux: Presses Agromiques, 1980. 362 p.

COSTA, R. B. et al. Seleção combinada univariada e multivariada aplicada ao melhoramento genético da seringueira. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 2, p. 381-388, fev. 2000.

DEMÉTRIO, C. G. B. **Análise dimensional para dados de cana-de-açúcar**. 1985. 144 f. Tese (Doutorado em Agronomia) - Escola Superior Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 1985.

DIAS, R.; MELO, B. Proporção de material orgânico no substrato comercial artificial para a produção de mudas de cafeeiro em tubetes. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 33, n. 1, p. 144-152, jan./fev. 2009.

DUNN, O. J.; MARKS, S. Discriminant functions when covariance matrices are unequal. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 69, n. 346, p. 555-559, 1974.

FERREIRA, D. F. **Estatística multivariada**. 2. ed. Lavras: UFLA, 2011. 675 p.

FISHER, R. A. The use of multiple measurements in taxonomic problems. **Annals of Eugenics**, London, v. 7, n. 2, p. 179-188, 1936.

FONSECA, É. P. et al. Padrão de qualidade de mudas de *Trema micrantha* (L.) Blume, produzidas sob diferentes períodos de sombreamento. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 26, n. 4, p. 515-523, jul./ago. 2002.

FONSECA, J. R.; SILVA, H. T. Identificação de duplicidades de acessos de feijão por meio de técnicas multivariadas. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 34, n. 3, p. 409-414, mar. 1999.

FONSECA, R. et al. Avaliação de frangos de corte utilizando técnicas de análise multivariada: I., características de carcaça. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 54, n. 5, p. 525-529, out. 2002.

\_\_\_\_\_. Estudo da divergência genética entre raças suínas utilizando técnicas de análise multivariada. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 52, n. 4, p. 403-409, ago. 2000.

GILBERT, E. S. The effect of unequal variance-covariance matrices on Fisher's linear discriminant function. **Biometrics**, Arlington, v. 25, p. 505-515, 1969.

GOMES, J. M. et al. Parâmetros morfológicos na avaliação de qualidade de mudas de *Eucalyptus grandis*. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 26, n. 6, p. 655-664, nov. 2002.

GOMEZ, K. A.; GOMEZ, A. A. **Statistical procedures for agricultural research**. 2nd ed. New York: J. Wiley, 1984. 680 p.

HAASE, R. F.; ELLIS, M. V. Multivariate analysis of variance. **Journal of Counseling Psychology**, Washington, v. 34, n. 4, p. 404-413, Oct. 1987.

HAIR, J. F. et al. **Análise multivariada de dados**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2009. 688 p.

HUBERTY, C. J. A history of effect size indices. **Educational and Psychological Measurement**, Oregon, v. 62, p. 227-240, Apr. 2002.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied multivariate statistical analysis**. 6th ed. New Jersey: Prentice Hall, 2007. 800 p.

KANE, V. E.; BAYNE, C. K.; BEAUCHAMP, J. J. Assessment of Fisher and logistic linear and quadratic discrimination models. **Computational Statistics & Data Analysis**, Voorburg, v. 1, p. 257-273, 1983.

KRONMAL, R. A.; WAHL, P. W. Discriminant functions when covariances are unequal and sample sizes are moderate. **Biometrics**, Arlington, v. 33, n. 3, p. 479-484, 1977.

KRZANOWSKI, W. J. The performance of Fisher's linear discriminant function under nonoptimal conditions. **Technometrics**, Washington, v. 19, n. 2, p. 191-200, 1977.

LEDO, C. A. S.; FERREIRA, D. F.; RAMALHO, M. A. P. Análise de variância multivariada para cruzamentos dialéticos. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, n. 6, p. 1214-1221, nov./dez. 2003.

MANLY, B. J. F. **Métodos estatísticos multivariados**: uma introdução. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2008. 229 p.

MARANA, J. P. et al. Índice de qualidade e crescimento de mudas de café produzidas em tubetes. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 1, p. 39-45, jan./fev. 2008.

MARTINS, R. S.; XAVIER, W. S.; SPROESSER, R. L. Custos de transação nas operações de exportação de café na região sul de Minas Gerais. **Organizações Rurais e Agroindustriais**, Lavras, v. 12, n. 3, p. 411-422, 2010.

MIGLIORANZA, E. et al. Estudos de parâmetros para determinação da qualidade de mudas de *Coffea arabica* L. cv. Mundo Novo sob efeito do sombreamento. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v. 14, n. 11, p. 5-8, fev. 2010.

MINGOTI, S. A. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada**: uma abordagem. Belo Horizonte: UFMG, 2007. 297 p.

MINHOTO, M. J. P. **Seleção de variáveis em estatística multivariada**. 2009. 170 p. Tese (Doutorado em Matemática e Estatística) - Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa, 2009.

MORRISON, D. F. **Multivariate statistical methods**. 3rd ed. New York: MacGraw-Hill, 1990. 414 p.



MÜLLER, M.; MIGLIORANZA, E.; FONSECA, E. P. Produção de mudas de cafeeiro (*Coffea arabica* L.) cv. Mundo Novo em tubetes. **Revista UNIMAR**, Marília, v. 19, n. 3, jul. 2008. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/RevUNIMAR/article/view/4558/3108>>. Acesso em: 12 abr. 2012.

PADOVANI, C. R. P.; ARAGON, F. F. Programa computacional para método de discriminante de Fisher. **Revista Energia na Agricultura**, Botucatu, v. 20, n. 1, p. 1-10, 2005.

PEIXOTO, C. P.; PEIXOTO, M. F. S. P. Dinâmica do crescimento vegetal: princípios básicos. In: CARVALHO, C. A. L. et al. (Org.). **Tópicos em ciências agrárias**. Cruz das Almas: Nova Civilização, 2009. v. 1, p. 37-53.

PETERSEN, R. G. **Agricultural field experiments: design and analysis**. New York: M. Dekker, 1994. 409 p.

PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de estatística experimental**. 15. ed. Piracicaba: FEALQ, 2009. 451 p.

\_\_\_\_\_. **Estatística moderna na pesquisa agropecuária**. 3. ed. Piracicaba: POTAFOS, 1987. 160 p.

R Development Core Team. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 12 abr. 2012.

SANTANA, S. L. A. et al. Fertilização foliar em mudas de cafeeiro com organominerais líquidos. **Tecnologia & Ciência Agropecuária**, João Pessoa, v. 5, n. 3, p. 9-13, set. 2011.

SEARLE, S. R. **Linear models for unbalanced data**. New York: J. Wiley, 1987. 563 p.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality: complete samples. **Biometrika**, London, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, Dec. 1965.

SILVA, E. A. et al. Desenvolvimento de mudas de cafeeiro *Coffea arabica* L sob diferentes composições de substratos. **Enciclopédia Biosfera**, Goiânia, v. 8, n. 14, p. 337-346, jun. 2012.

SIMEÃO, S. F. A. P.; PADOVANI, C. R. Utilização da função discriminante quadrática em ciências experimentais. **Revista Energia na Agricultura**, Botucatu, v. 23, n. 1, p. 116-134, 2008.

TATAGIBA, S. D.; PEZZOPANE, J. E. M.; REIS, E. F. Crescimento vegetativo de mudas de café arábica (*Coffea arabica* L.) submetidas a diferentes níveis de sombreamento. **Coffee Science**, Lavras, v. 5, n. 3, p. 251-261, set./dez. 2010.

THEODORO, V. C. A. et al. Alterações químicas em solo submetido a diferentes formas de manejo do cafeeiro. **Revista Brasileira Ciência do Solo**, Viçosa, MG, v. 27, n. 6, nov./dez. 2003. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0100-06832003000600008&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-06832003000600008&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 12 abr. 2012.

TORRES FILHO, R. A. et al. Estudo da divergência genética entre linhas de suínos utilizando técnicas de análise multivariada. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 57, n. 3, p. 390-395, 2005.

YAMASHITA, O. M. et al. Tolerância de mudas de café Conillon (*Coffea canephora*) a herbicidas aplicados em pós-emergência. **Scientia Agraria**, Curitiba

## APÊNDICE

Todas as rotinas implementadas no programa estatístico R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012) podem ser solicitadas por meio do email: [katia@mch.ifsuldeminas.edu.br](mailto:katia@mch.ifsuldeminas.edu.br)