

PRODUTO EDUCACIONAL

GUIA FORMATIVO

BRUNA MARIA DA SILVA
AMANDA CASTRO OLIVEIRA

UM CONVITE À MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA



ppgecem

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

**UM CONVITE À MODELAGEM
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**



COLEÇÃO DE E-BOOKS *PRÁTICAS PEDAGÓGICAS E FORMAÇÃO DOCENTE*

UM CONVITE À MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Bruna Maria da Silva
Amanda Castro Oliveira



Copyright © dos autores

Todos os direitos garantidos. Qualquer parte desta obra pode ser reproduzida, transmitida ou arquivada desde que levados em conta os direitos dos autores.

**Ficha catalográfica elaborada pela Coordenadoria de
Desenvolvimento do Acervo da Biblioteca Universitária da UFLA**

Silva, Bruna Maria da.

Um convite à modelagem matemática na educação básica [recurso eletrônico] / Bruna Maria da Silva, Amanda Castro Oliveira. – Lavras: PPGECM/UFLA, 2024.

1 recurso online (66 p.) : il. color.

Modo de acesso: <http://repositorio.ufla.br/handle/1/56524>

Publicação digital (e-book) no formato PDF.

ISBN:978-65-84982-23-9

1. Educação - Matemática. 2. Educação - crítica. 3. Matemática - Modelagem. 4. Formação Continuada. I. Oliveira, Amanda Castro. II. Título.

CDD - 370.71

Bibliotecária: Defátima Aparecida Silva Pessoa - CRB6/1496

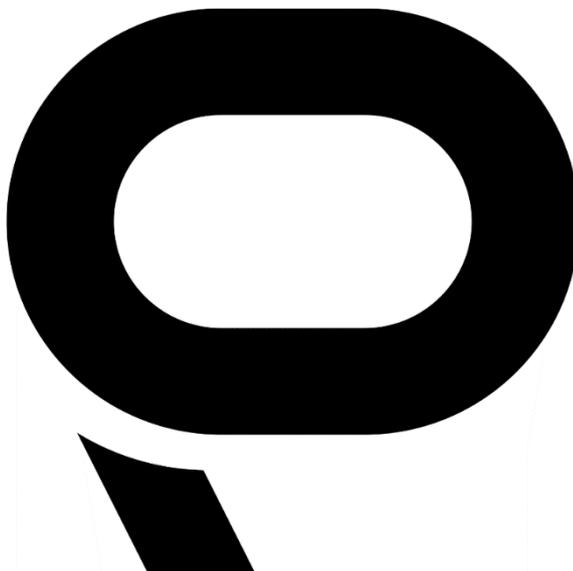
Coordenador da Coleção de e-books *Práticas Pedagógicas e Formação Docente*:
José Antônio Araújo Andrade

Editor responsável:
José Antônio Araújo Andrade

Revisão:
Andrezza Rabello

Capa:
Bruna Maria da Silva Amanda Castro Oliveira e José Antônio Araújo Andrade

Diagramação:
José Antônio Araújo Andrade



Coleção de e-books Práticas Pedagógicas e Formação Docente

José Antônio Araújo Andrade

Marianna Meirelles Junqueira

Iraziet da Cunha Charret

Conselho Editorial

Dra. Adair Mendes Nacarato – Universidade São Francisco – Brasil

Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – Brasil

Dra. Adriana Correia de Almeida – Instituto Federal do Sul de Minas – Brasil

Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Dra. Cristina Carvalho de Almeida – Instituto Federal do Sul de Minas – Brasil

Dr. Evandro Fortes Rozentalski – Universidade Federal de Itajubá – Brasil

Dra. Flávia Cristina Figueiredo Coura – Universidade Federal de São João Del Rei – Brasil

Dra. Francine de Paulo Martins Lima – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Frederico Augusto Totti – Universidade Federal de Alfenas – Brasil

Dr. Gildo Giroto Junior – Universidade Estadual de Campinas – Brasil

Dra. Iraziet da Cunha Charret – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. João Pedro da Ponte – Universidade de Lisboa – Portugal

Dr. José Antônio Araújo Andrade – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dra. Leonor Santos – Universidade de Lisboa – Portugal

Dr. Luciano Fernandes Silva – Universidade Federal de Itajubá – Brasil

Dra. Maria do Carmo de Sousa – Universidade Federal de São Carlos – Brasil

Dra. Marianna Meirelles Junqueira – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Regilson Maciel Borges – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dra. Regina Célia Grando – Universidade Federal de Santa Catarina – Brasil

Dr. Ronei Ximenes Martins – Universidade Federal de Lavras – Brasil

Dr. Vitor Fabrício Machado Souza – Universidade Federal do Paraná – Brasil

Dr. Wilson Elmer Nascimento – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Brasil

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO DO GUIA FORMATIVO.....	13
BRAINSTORMING.....	15
2 INTRÓITO.....	17
3 ADOÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROMOÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA.....	19
4 TEÓRICOS E CONCEPÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	23
4.1 A concepção de Bassanezi	24
4.2 A concepção de Burak	25
4.3 A concepção de Biembengut.....	27
4.4 A concepção de Caldeira	28
4.5 A concepção de Barbosa	29
4.6 A concepção de D’Ambrósio	30
5 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRTICA.....	35
6 MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCRTICA E OS DOCENTES.....	39
6.1 O papel do professor em relação à promoção da Modelagem Matemática Sociocrítica.....	39
6.2 A relevância da formação continuada dos docentes para o trabalho com a Modelagem Matemática Sociocrítica.....	43
7 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRTICA NO DESENVOLVIMENTO DE PLANOS DE AULA	47
8 FINALIZANDO.....	59
AVALIAÇÃO DA FORMAÇÃO E DO GUIA FORMATIVO.....	61
REFERÊNCIAS.....	63

ÍCONES INTERATIVOS



TROCANDO IDEIAS. Traz para o estudo de formação, questões polêmicas ou reflexivas propostas para o formando.



LINKS INTERESSANTES. Indica um *link* eletrônico relacionado ao conteúdo em formação.



CONHECENDO. Indica que conhecimentos relacionados ao conteúdo em formação são trazidos para a leitura e estudo.



POR DENTRO DO ASSUNTO. Indica a exigência de pesquisa a ser realizada, na intenção de obter mais informações para a formação proposta.



REALIZE. Indica alguma atividade teórica ou prática a ser realizada como requisito para a formação integral.



SUGESTÃO DE LEITURA. Apresenta sugestões bibliográficas e literárias sobre o tema em formação, com fontes para novas informações complementares ao que já foi referenciado.

APRESENTAÇÃO DO GUIA FORMATIVO

Caros colegas e docentes de Matemática,

Este Guia Formativo é um produto educacional, parte da dissertação para fins da conclusão da Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Federal de Lavras (UFLA), sobre a Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica, mediante a abordagem de desafios e possibilidades de docentes na Educação Básica.

Sua proposição, de forma a desmistificar desafios em relação à Modelagem Matemática, se faz relevante, considerando a promoção de um confronto entre a realidade (ensino tradicional) e o Universo Matemático (sociocrítico), seguindo a linha de Malheiros (2014; 2016) de que a modelagem não é uma simples metodologia para as salas de aula da Educação Básica, mas uma proposta para a educação para a vida.

Desta forma, seu objetivo é servir de subsídio para a formação continuada e práticas nas salas de aula de docentes na Educação Básica. Portanto, tem como público alvo os professores de Matemática, de escolas públicas e privadas e, ainda, estudantes de graduação e pós-graduação em Matemática e Educação Matemática ou especializações afins.

Este material destina-se, então, ao âmbito da prática docente, podendo ser adaptado para cursos de formação, formação continuada, disciplinas de graduação e pós-graduação, permissivos à inserção de novos textos, novas leituras, discussões apropriadas e relatos de práticas, tornando-o sempre atual e relevante para a Educação Básica.

Propostas de formação devem significar espaços para discussão de ideias, de temas relevantes à prática docente e, aqui, especialmente à prática matemática,

sendo esta interferente no âmbito escolar, na comunidade em que se encontra e em seu entorno.

Portanto, este guia tem como característica, além de trazer informações, experiências e conhecimentos, promover a interação para que a aprendizagem sobre a Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica possa se caracterizar como significativa, bem como o protagonismo do seu público-alvo no decorrer de sua abordagem.

Esperamos que este material possa inspirar e incentivar os docentes de Matemática a implementar a Modelagem Matemática em suas aulas na Educação Básica.

Bruna e Amanda

BRAINSTORMING



Antes de começarmos com o conteúdo deste Guia Formativo, convidamos você para realizarmos um *brainstorming*¹, a partir das questões abaixo:

- ✓ Como você vê o ensino da Matemática na Educação Básica, nos dias de hoje?
- ✓ Quais os principais obstáculos e desafios que você enfrenta ao lecionar a disciplina de Matemática na Educação Básica?
- ✓ Já ouviu falar em Modelagem Matemática? E sabe o que é ou qual é seu significado/finalidade/utilidade na Educação Básica?
- ✓ Como você se sente a respeito das práticas de ensino que utiliza em suas aulas? É aberto(a) a novos métodos de ensino?
- ✓ Você considera importante que o professor de Matemática esteja em constante atualização, para acompanhamento da inovação nas práticas e metodologias de ensino? Por quê?

¹ O *brainstorming* ou tempestade de ideias, mais que uma técnica dinâmica, é uma atividade desenvolvida para explorar a potencialidade criativa de um indivíduo ou de um grupo, colocando-a a serviço de objetivos pré-determinados. É usada para levantar ideias, soluções de problemas ou, ainda, para criar coisas novas



INTRÓITO

Um dos grandes desafios enfrentados pela Educação Matemática, no momento atual, é a renovação do processo de ensino e aprendizagem, por meio de adoção de metodologias inovadoras que promovem o desenvolvimento de habilidades e competências destinadas às soluções matemáticas relacionadas ao cotidiano e realidade dos alunos (FORNER; MALHEIROS, 2020).

Rosa (2018) alega que sejam incontáveis os indícios sobre os benefícios do uso da modelagem na prática docente enquanto alternativa de melhoria do ensino da Matemática na Educação Básica. E de acordo com Pires (2019), estudos sobre a Modelagem Matemática são bem-vindos, pois advém de reflexões pertinentes às mudanças demandadas do ensino tradicional e pelo movimento em prol da Educação Matemática Crítica.

Assim, o reconhecimento de que a Matemática tem um papel social importante representa um dos passos relevantes para as mudanças e renovação do processo de ensino.

A Modelagem Matemática na Educação Matemática, proposta no final da década de 1970 e no início da década de 1980, constituiu-se como uma alternativa de inserção de situações-problemas nas salas de aula providas do contexto da realidade daqueles que interpretam a Matemática quando suas propostas são apresentação de soluções por meio de investigações (PIRES; SILVA; GOMES, 2021).

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), a adoção desta metodologia parte de resultados relacionados às situações reais, com apresentação de estratégias e propostas de melhores condições para decisões, mediante avaliações qualitativas e quantitativas a partir da situação inicial detectada.

Neste sentido é que a modelagem se torna recurso relevante para o processo de ensino de aprendizagem da Matemática, a partir de contatos com os conteúdos e fenômenos naturalmente presentes na vida dos pares envolvidos, permeado de

discussão sobre temas de interesses sociais e da atualidade (ou temas geradores) dos mesmos, demandando por estratégias de solução criadas – e, por isso, diz-se que pode representar um processo sociocrítico de aprendizagem, embasando a prática docente na Educação Básica, como apresentado neste guia formativo.



ADOÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROMOÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA



Trocando ideias

O cenário brasileiro é oportuno para implementação da prática docente na perspectiva da Educação Matemática Crítica (FRANGO, 2019). Você acredita nesta afirmativa? Explique o porquê isto acontece?



Mas, o que podemos entender como Educação Matemática Crítica?

A concepção de Educação Matemática Crítica (EMC) foi disseminada durante os anos de 1970 pelo dinamarquês Ole Skovsmose, tendo como função a proposta para resolução de problemas inerentes ao meio e à sociedade para promoção de justiça social (PIRES, 2019).

Forner e Malheiros (2019) destacam que, neste sentido, a EMC pode ser pensada à luz de Paulo Freire, quando assegura que a educação muda as pessoas e estas promovem transformações e mudanças no mundo. Para os autores, a perspectiva freiriana sobre a necessidade da realização de constantes leituras de mundo veio inspirar e abrir possibilidades para diversas áreas do conhecimento, estando entre elas a Educação Matemática.



O objetivo principal de uma EMC é a abrangência do cotidiano para incorporação de pensamentos críticos (que envolvem ações e reflexões) sobre questões da sociedade e presentes na vida.

Dentre as propostas críticas para a Educação Matemática, tendencialmente a Modelagem Matemática é uma excelente estratégia, sendo um dos meios “que levam os alunos a despertar maior interesse, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir” (BASSANEZI 2002, p.7).

Barbosa (1999; 2009) elenca algumas justificativas para a inclusão desta tendência na organização curricular da Educação Básica:

- ✓ Motivação;
- ✓ Viabilização do processo de aprendizagem; preparo para o uso da Matemática Crítica associada às demais áreas;
- ✓ Desenvolvimento de habilidades e competências gerais;
- ✓ Compreensão do papel sociocrítico da Matemática na sociedade – sendo este argumento destacado para a formação de indivíduos atuantes ativamente na sociedade, com habilidades e competências para o uso da Matemática em debates sociais.

Já Silva (2011) elenca objetivos do ensino da Matemática Crítica por meio da Modelagem Matemática, sendo os principais:

- ✓ Promoção da aprendizagem significativa;
- ✓ Capacitação dos alunos para o uso de conhecimentos matemáticos a serem aplicados na diversidade de ações cotidianas;
- ✓ Promoção de competências como análises e valorizações de informações de fontes diversificadas, para que a Matemática possa ser utilizada como uma expressão crítica frente aos problemas cotidianos e da atualidade;
- ✓ Desenvolvimento de habilidades como raciocinar frente aos problemas e resolvê-los, não deixando de comunicar os resultados e;
- ✓ Aprimoramento das atitudes de autonomia e cooperação frente ao protagonismo oportunizado.

Forner e Malheiros (2020) alegam que a Modelagem Matemática motiva estudantes ao mesmo passo que favorece uma aprendizagem significativa, desenvolvendo olhares críticos para modelos matemáticos e suas intervenções junto aos mesmos para a sociedade e para as diversas outras ciências.



O ponto de partida é sempre uma situação para qual a Matemática possa ser compreendida, analisada e utilizada para soluções de contextos iniciais.

Malheiros (2016) e Malheiros, Souza e Forner (2021) compreendem que o caminho para se fazer uma Matemática Crítica em sala de aula não pode se distanciar da modelagem enquanto proposta, considerando a observação da realidade, a necessidade de questionamentos, a proposição de discussões acerca do observado e questionado e as investigações para apresentação de soluções.



Por isso diz-se que é uma forma de modificar ações em salas de aula a partir da compreensão do mundo.

A Modelagem Matemática veio revolucionar e inovar o processo de ensino, desmistificando que o conhecimento esteja somente no sujeito ou somente no objeto, propagando que esteja então na interação entre o sujeito e o objeto (o meio, a realidade, o contexto) (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).



Neste cenário, o professor vai mediar o processo de ensino a partir de objetos que os estudantes consigam explorar.



Fique por dentro do assunto

- ✓ Qual a relação entre a Modelagem e (o pensamento de) Paulo Freire?
- ✓ Como as concepções/ideias de Paulo Freire podem ser aplicadas pelos docentes ao ensino da Matemática na Educação Básica?



Realize

- ✓ Agora é a sua vez! Em suas salas de aula, como as concepções/ideias de Paulo Freire, poderiam ser aplicadas à Educação Matemática (e à Modelagem Matemática)?



Link interessante

D'Ambrósio entrevistando Paulo Freire:

<https://www.youtube.com/watch?v=o8OUA7jE2UQ>



Sugestão de leitura

ARAÚJO, J. L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. **Bolema**, v.26, n.43, ago. 2012

FRANKENSTEIN, M. Educação matemática crítica: uma aplicação da Epistemologia de Paulo Freire. In. BICUDO, M. A. V. (Org.) **Educação Matemática**. 2. Ed. São Paulo: Centauro, 2005.

FREIRE, P. **Conscientização: Teoria e Prática da Libertação** – uma introdução ao pensamento de Paulo Freire. São Paulo: Centauro, 2008.

MESQUITA, M. N.; CEOLIM, A. J. Modelagem matemática: abordagens na educação básica na perspectiva da educação matemática crítica. **RPEM**, Campo Mourão, v.6, n.12, p.281-305, 2017.

ROSA, M.; REIS, F. S.; OREY, D. C. A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n.2, p.159-184, 2012.



TEÓRICOS E CONCEPÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

Como a Modelagem Matemática está presente no campo da Educação Básica desde a década de 1970, muitas concepções sobre o tema surgiram ao longo deste período, estando disponíveis para explicar sua proposta e seu conceito.



Trocando ideias

- ✓ Quem são os teóricos/autores, especialmente no âmbito da Modelagem Matemática?
- ✓ Quais suas contribuições?
- ✓ Qual a proposta ou enfoque de cada teórico/autor?



Conhecendo

- ✓ Bassanezi
- ✓ Burak
- ✓ Biembengut
- ✓ Caldeira
- ✓ Barbosa
- ✓ D'Ambrósio

 Esta estruturação não se dá em uma linearidade temporal, mas em uma sequência explicativa para que a Modelagem Matemática (voltada para a Educação e para o ensino) possa ser compreendida.

3.1 A concepção de Bassanezi

A Modelagem Matemática pode ser compreendida como as formas de promover transformações de problemas da realidade em problemas matemáticos, cuja proposta é a resolução destes ou busca de informações a partir da interpretação da linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2002).

 Estudantes = posição de atores principais em seus processos de construção da aprendizagem (sujeitos do processo cognitivo), induzindo-os às buscas de respostas de determinados problemas e construindo seus conhecimentos.

 Docentes = orientadora/coordenadora do ensino e da aprendizagem, auxiliando os estudantes na seleção e na organização das informações, na elaboração de hipóteses e problemas, na criação de resoluções.

A Modelagem Matemática ocupa-se de valorizar o saber fazer dos estudantes/alunos e de desenvolver suas competências de avaliações do processo de construção de modelos para distintos contextos de aplicações, tendo como ponto de partida suas realidades e seus ambientes (BASSANEZI, 2002).

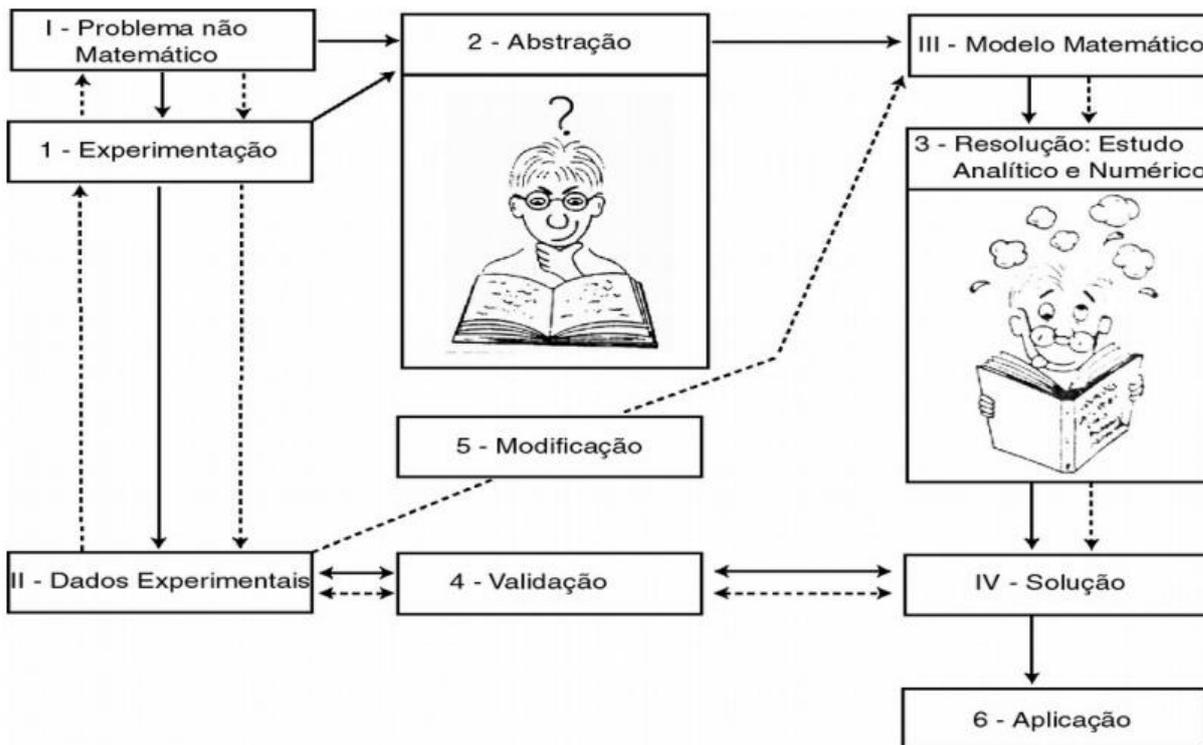
 A modelagem contempla o objetivo do ensino que é o aprender a aprender.

Bassanezi (2015) propõe etapas para a modelagem (Figura 1), sendo elas:

- ✓ Experimentação – processo do levantamento de dados;
- ✓ Abstração – seleção variáveis, formulação de problemas e hipóteses;
- ✓ Resolução – Aplica-se a linguagem matemática e procura-se pelas soluções matemáticas. Ainda, a construção do modelo;

- ✓ Validação – discussão do modelo criado e/ou as soluções encontradas para os problemas formulados ou testes;
- ✓ Modificação – quando necessário, reformulação do modelo testado/validado;
- ✓ Modelo Matemático – eleição de um modelo que se aproxima da situação real.

Figura 1 – Etapas da Modelagem Matemática propostas por Bassanezi.



Fonte: Silva, Braga e Giordano (2021, p. 1685).

3.2 A concepção de Burak

Modelagem Matemática = um conjunto de procedimentos que objetivam o estabelecimento de um paralelo para explicação matemática sobre os fenômenos inerentes no cotidiano dos sujeitos, auxiliando-os nas previsões para tomadas de decisões (BURAK, 1992).



A concepção da Modelagem Matemática proposta por Burak (1992; 1998) compreende uma metodologia alternativa para ensinar Matemática, cujo foco está no interesse dos sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem.



Ponto de partida para moldar a autonomia dos alunos, tornando-os agentes ativos no processo de aprendizagem.

A concepção de Burak (1998) sobre a modelagem é influenciada pelas ciências humanas, pois considera os sujeitos, o ambiente social, o ambiente cultural e outros.

Para a construção do modelo matemático, Burak (1998) apresenta 5 etapas a serem seguidas (Quadro 1), pautando-se no objetivo de desenvolver nos sujeitos (alunos) uma atitude crítica e reflexiva e uma ação colaborativa.

Quadro 1 – Fases da construção do modelo matemático de Burak.

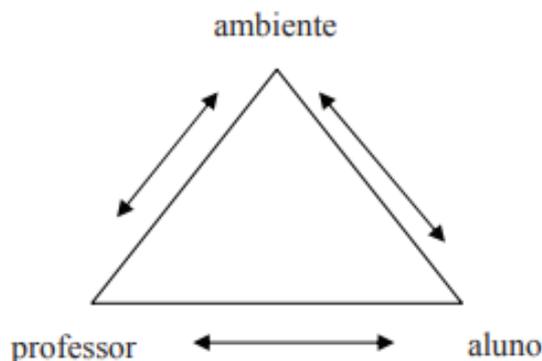
Fases do modelo matemático	Etapas do modelo matemático
Escolha do tema	Momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema.
Ação ou pesquisa exploratória	Escolhido o tema, os alunos buscam matérias/fontes/subsídios teóricos para a obtenção de informações e noções prévias sobre aquilo que queiram desenvolver ou realizar a pesquisa.
Formulação do problema ou especificação do interesse	De posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos para o levantamento de questões pertinentes ao tema, com problemas simples ou complexos.
Resolução dos problemas e o trabalho dos conteúdos matemáticos no contexto do tema	Nesta etapa busca-se dar respostas aos problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser apreendido a partir dos problemas por meio de exemplos simples ou até mesmo de forma empírica, para posteriormente ser sistematizado.
Validação do modelo ou análise crítica das soluções	Etapa completamente crítica, tanto em relação à Matemática quanto a demais requisitos, tais como visibilidade e adequação das soluções apresentadas/encontradas, podendo ser em algumas ocasiões lógicas matemáticas coerentes, mas que nem sempre sejam viáveis às situações em estudo.

Fonte: Burak (1998).

Burak e Kluber (2008) alegam que em todas estas etapas apresentadas pela concepção de Burak (1992;1998) se faz perceptível que todo desenvolvimento da atividade se dê mediante a interação entre professor-aluno-ambiente, “sem a

predominância de um ou de outro, valendo-se, porém, da interação entre as três dimensões, porque o aluno deve buscar, o professor deve mediar e o ambiente é a fonte de toda a pesquisa” (p.22) – como esquematizam na Figura 2 (que segue).

Figura 2 – Interação necessária na concepção de Modelagem Matemática de Burak



Fonte: Burak e Kluber (2008, p.22)

↪ A concepção de Modelagem Matemática de Burak (1992; 1998), em todas as suas cinco etapas, destinam-se e se propõem para a Educação Básica, cabendo aos docentes assumir o papel de mediação.

↪ Ponto comum entre Bassanezi (2002; 2015) e Burak (1992; 1998) = os estudantes se ocupam da escolha de temas geradores e os docentes do auxílio para a busca de soluções matemáticas pertinentes para os problemas identificados/escolhidos.

3.3 A concepção de Biembengut

Para Biembengut (1999, p.20), a Modelagem Matemática é compreendida como “o processo que envolve a obtenção de um modelo”, no qual tem-se o intuito de alinhar Matemática com realidade.

Na concepção de Biembengut (1999), a modelagem ocupa-se do reconhecimento da situação-problema e da familiarização do tema a ser modelado e, portanto, segue os seguintes procedimentos:

- ✓ Interação – reconhecimento ou familiarização com o assunto ou com a situação real em si;
- ✓ Matematização – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos; os estudantes são desafiados e, por isso, as experiências que trazem de suas vidas associadas à criatividade são determinantes para a tradução do problema a ser transportado para a linguagem matemática;
- ✓ Modelo Matemático – interpretação da solução e validação do modelo (o uso em si).

Para Biembengut (1999), a modelagem é advinda da Matemática aplicada, no qual busca explicar fenômenos mensuráveis.



Pela busca de explicação de fenômenos mensuráveis, Burak e Kluber (2008) acreditam que a Modelagem Matemática de Biembengut (1999) destina-se mais para a educação em nível de Ensino Superior, justamente por privilegiar a obtenção de um modelo matemático acima de tudo.

3.4 A concepção de Caldeira

Modelagem Matemática = um ambiente de aprendizagem que a promove como uma metodologia que não se preocupa em reproduzir os conteúdos colocados no currículo de forma linear, mas em demonstrar a relevância da Matemática (e suas aplicações) no cotidiano, no meio social e na vida das pessoas (CALDEIRA, 2004; 2005; 2009)



Trata-se de uma metodologia dinâmica e investigativa, marcada pela criticidade, na qual os alunos utilizam-se de problemas relevantes de determinado grupo para que investiguem até a chegada à uma resposta.

Burak e Kluber (2008) acreditam que a concepção de Caldeira (2005) esteja propensa ao rompimento do currículo tradicional da Matemática na Escola Básica, pois assume-se como uma proposta metodológica dinâmica.



Existência de uma abrangência que vai além do ensino de conteúdos matemáticos, pois encorajam-se as decisões pertinentes à participação ativa e protagonizada, tanto dos docentes quanto dos estudantes, transformando-os em agentes de mudanças do meio social em que estejam inseridos.

A Modelagem Matemática vai além do simples ensino de conteúdos, pois busca oportunizar a tomada de decisões e o diálogo entre os sujeitos e o ambiente (SILVA; BRAGA; GIORDANO, 2021).



A concepção de Modelagem Matemática de Caldeira (2004; 2005; 2009) é convergente com a concepção de Burak (1992; 1998).

3.5 A concepção de Barbosa

Modelagem Matemática = uma possibilidade dos estudantes promoverem indagações de distintas situações, por meio da Matemática, isentando-se de procedimentos previamente fixados (BARBOSA, 2001; 2004).



Valoriza a autonomia do aluno frente às situações distintas, não se distanciando do pensamento de Paulo Freire.

Burak e Kluber (2008) registram que esta concepção demonstra e valoriza o interesse dos alunos e, quando estes se envolvem com a modelagem, são ofertados por oportunidades de aprendizagem da Matemática escolar, a partir de todas as suas possibilidades – cognitivas, biológicas, culturais, sociais e outras.



A criação destas possibilidades se dá pelos próprios alunos em conjunto com os docentes. Esta concepção acorda com as propostas de Burak (1992; 1998), pois o interesse dos alunos se faz foco e orientação do trabalho.



O modelo matemático é um procedimento aberto e prático, que se encaminha a partir do andamento das atividades.

3.6 A concepção de D'Ambrósio

A Modelagem Matemática pode ser compreendida como “um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (D'AMBROSIO, 1986, p.11).

As contribuições de D'Ambrósio – enquanto teórico sobre a prática da Modelagem na Educação Matemática e um dos representantes brasileiros na comunidade internacional da Educação Matemática – vieram corroborar com o entendimento sobre o papel da Matemática na sociedade (LOZADA, 2021).

D'Ambrósio (1986) acredita que fomentar os sujeitos com ferramentas para que saibam tomar decisões, através de análises e validações que possam transformar a realidade e melhorar a vida da sociedade, deve ser o objetivo da educação.



Para que Modelagem Matemática funcione em operação, faz-se necessário um engajamento dos docentes, a começar pela demanda de sua formação e de sua formação continuada.



Realize

- ✓ Como decidir usar uma ou outra abordagem (em sua sala de aula) e quais os pontos em comum entre elas?



Fique por dentro do assunto

Os teóricos elencados anteriormente vêm inspirando outros pesquisadores e motivando desenvolvimento de estudos e outras pesquisas sobre Modelagem para aulas de Matemática em todo o Brasil.

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) tem uma página destinada aos Grupos de Trabalho de Modelagem – o chamado GT 10 da SBEM. Faça uma consulta à página (e, também outras dissertações, teses e artigos científicos) e apresente outros/outros pesquisadores/pesquisadores



Link interessante

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática:

<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-10>



Sugestões de leitura

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 4 ed. São Paulo. Contexto. 2016.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Revista Veritati**, Salvador, v.1, n.4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de São Paulo. Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Sobre a Modelagem Matemática do saber e seus limites. *In*: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D. e ARAÚJO, J. L. (Org.) **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. São Paulo: SBEM, 2007.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *In*: **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v.1, n.1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1992.

CALDEIRA, A. D.; MAGNUS, M. C. M.; CAMBI, B. Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma engrenagem da maquinaria curricular. **Educação, Ciência e Cultura**, Canoas, v. 23, n. 15, 2018.

LOZADA, C. O. Modelagem matemática: um olhar para as ideias de Ubiratan D'Ambrósio. **Revista de Educação Matemática**, v.2, n.1, 2021.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Modelagem Matemática: uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de Matemática. **Educere et Educare**, Cascavel, v. 9, n.1, 2014.



MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRTICA



Trocando ideias

- ✓ Como o conceito da Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica contribui para a formação cidadã dos alunos?



A explicação da formação cidadã dos alunos e a relação com a Modelagem Matemática

Jacobini e Wodewotzki (2007) defendem a ideia da possibilidade de, simultaneamente, envolver os alunos para conceberem a Matemática e a realidade social (a observação do seu meio), podendo este processo ocorrer por meio de investigações que se dão por meio de convivências práticas úteis e dotadas de significados e sentidos.



Tem-se aí a Modelagem Matemática contribuindo para a formação cidadã dos alunos = por meio das discussões promovidas, a emancipação cidadã destes, passando-os de passivos no processo de ensino e aprendizagem para a condição de agentes ativos.

Para Silva e Kato (2012) as discussões promovidas pela modelagem são potencialmente promotoras da formação cidadã dos alunos, considerando que os

conceitos matemáticos explorados estejam inerentes à exploração do cotidiano (ou seja, da sociedade) em que estes estão inseridos.

A perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática caracteriza-se pela presença da democracia em sua organização, considerando os interesses dos alunos e compartilhamento da condução das atividades, pois o professor vem dividir espaço, seu espaço, sendo permissivo em relação à participação ativa e protagonizada destes sujeitos (JACOBINI; WODEWOTZKI, 2007).

Silva e Kato (2012) compreendem que esta atuação crítica (ou o desenvolvimento do senso crítico) esteja direcionada para debates que envolvam situações problemas que privilegiam compreender de forma crítica o mundo da mesma forma que compreender o papel que os indivíduos têm em seus meios e na sociedade.



As atividades da modelagem podem ser conduzidas de forma matemática, com a identificação de possibilidades de ações e interações por meio de conteúdos que possam modificar, melhorar ou aprimorar a sociedade, o meio e os cidadãos envolvidos.

A perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática fundamenta-se na EMC, sendo a atuação crítica/espírito crítico dos alunos na sociedade, por meio do conhecimento matemático, outro elemento caracterizador. O trabalho em grupo para abordagem de problemas matemáticos e não matemáticos embasados na realidade contemplem tal perspectiva, sendo que discussões promovidas ao longo das investigações para proposição de modelos de soluções são bem-vindas. Nas discussões promovidas, pode-se perceber o funcionamento de ideologias (ROSA, OREY, 2007).

Coelho Filho, Carvalho e Cangussu (2021) acreditam que a caracterização da sociocriticidade da modelagem esteja atrelada ao fenômeno de transformação do meio – que representa intervenção e autonomia – que é promovida por meio da Matemática.

Silva e Kato (2012) organizaram algumas unidades de significados para a construção das características da perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática – como mostrado no Quadro 2.

Quadro 2 – Unidades e significados para a construção das características da perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática

Unidades	Significados
Trabalho em grupo	Os alunos são convidados a trabalhar em grupo; os grupos podem ser subdivisões da classe, o grupo todo da sala de aula e incluir o professor
Participação crítica e democrática nas escolas	Os alunos discutem o material e apresentam seus argumentos, participando ativamente e criticamente das aulas, fazendo da sala de aula um espaço democrático
Escolha dos problemas pelos alunos	Os alunos participam decisivamente na escolha do tema que irão discutir, bem como a elaboração do problema que tem características, a princípio, não-matemático
Desenvolvimento de ações comunitárias	Os alunos levam as discussões sobre os problemas e/ou modelo para a comunidade, por meio de ações ou intervenções
Atuação crítica na sociedade	Promoção da participação crítica dos estudantes na sociedade
Utilizar problemas não-matemáticos da realidade	Desenvolvimento de problema ou situação-problema da realidade ou do cotidiano da comunidade
Interpretar os modelos matemáticos de acordo com a realidade	Utilizar a Matemática na construção do modelo com vistas à compreensão do problema real
Considerar a cultura dos alunos	Levar em conta os conhecimentos que fazem parte da cultura dos estudantes.

Fonte: Silva e Kato (2012, p. 823-829, *adaptado*)



Por dentro do assunto

Barbosa (2003) foi o precursor do uso do termo sociocrítica enquanto uma perspectiva inovadora para a Modelagem Matemática e, mais tarde, reforçado por Skovsmose (2007) denominando uma Matemática que objetiva o oportunizado de discussões entre alunos acerca dos moldes matemáticos enquadrados na sociedade, contextualizando assim a EMC.

- ✓ Pesquise mais sobre os precursores e caracterize-os, bem como contextualize o termo sociocrítico para a Modelagem Matemática.



Sugestão de leitura

SILVA, C. A **Perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica**: possíveis aproximações. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2011.

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? **Bolema**, v. 26, n. 43, p. 817-838, ago. 2012.

SILVA, C.; KATO, L. A.; PAULO, I. J. C. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.17, n.1, p.109-123, 2012.



MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCRIÁTICA E OS DOCENTES



Trocando ideias

Para Skovsmose (2014; 2018), o objetivo principal de qualquer processo que envolva ensino e aprendizagem é sempre promover condições para o desenvolvimento da reflexão crítica dos sujeitos envolvidos (que no caso, alunos e cidadãos) conhecedores de suas histórias e que, por isso, dotados de capacidade de construção de uma sociedade melhor.

- ✓ Como podemos pensar o papel do professor em relação à promoção da Modelagem Matemática Sociocrítica, a partir da consideração de Skovsmose (2014; 2018)?

5.1 O papel do professor em relação à promoção da Modelagem Matemática Sociocrítica

Os docentes que ensinam Matemática na Educação Básica não pode desconsiderar que os alunos são frutos de contextos histórico-culturais relacionados ao meio em que vivem (SILVA; BRAGA; GIORDANO, 2021).



Os docentes devem considerar que nem todos os alunos aprendem (ou seja, desenvolvem o processo cognitivo) da mesma maneira e no mesmo ritmo, pois a cultura e a socialização (o contexto social) são fatores influenciadores do processo.



Por isso, o diálogo é essencial na construção do conhecimento, contribuindo para aprendizagem colaborativa, que é de suma importância na Modelagem Matemática.



O sócio interacionismo como fundamento da Modelagem Matemática

Na Modelagem Matemática, deve-se buscar um problema e/ou questão que seja relevante ao grupo, e não um problema qualquer (KACZMAREK; BURAK, 2016).



Deve-se haver a construção do processo de ensino e aprendizagem a partir dos interesses dos estudantes ou de um grupo deles.



O interesse tem sentido universal na vida dos sujeitos (VYGOTSKY, 2010).

A modelagem permite livre escolha de um tema, tornando os alunos agentes ativos na aprendizagem, gerando interesse e, conseqüentemente, deixando-os motivados ao desenvolvimento; ou seja, a definir problemas, estratégias e soluções (KACZMAREK; BURAK, 2016).



Compete aos docentes a promoção de um ambiente de aprendizagem permissivo a motivação deste desenvolvimento.



Trocando ideias

- ✓ O que podemos entender por ambiente de aprendizagem?
- ✓ Como docentes podem contribuir para a promoção de um ambiente de aprendizagem propício ao desenvolvimento da Modelagem Matemática?



Ambiente de aprendizagem para a promoção da Modelagem Matemática

Ambiente de aprendizagem é um espaço propenso e permissivo à reflexão dos sujeitos (alunos) acerca de resolução de problemas, com o uso da Matemática, a partir de uma sequência de ideias próprias de: proposição/levantamento de estratégias de solução; levantamento de hipóteses; validação dos resultados obtidos (KACZMAREK; BURAK, 2016).

A construção da aprendizagem não acontece de forma linear ou sequencial; é a partir do problema que os conteúdos vêm surgindo, sendo possível observar a evolução constante do aluno (SILVA; BRAGA; GIORDANO, 2021).



O professor deve considerar que cada aluno tem seu tempo próprio de aprendizagem (COELHO FILHO; CARVALHO; CANGUSSU, 2021).

Por embasar-se na sociocriticidade, a metodologia da modelagem esbarra-se no funcionamento do lado emocional e motivacional do aluno (SILVA; BRAGA; GIORDANO, 2021).

 Compreende que o funcionamento da cognição não se dá dissociado da emoção (da afetividade).

 Por isso diz-se que a cognição se origina da motivação.



O professor se ocupa de um olhar especial para a interação social motivada, essencial para o desenvolvimento da cognição.

A Modelagem Matemática é uma excelente estratégia para formação de alunos críticos e reflexivos, participantes ativos no meio em que estão inseridos, e a tomada de consciência depende dos professores, para que possam criar subsídios e estratégias para esta possibilidade de ambiente de aprendizagem (SILVA; BRAGA; GIORDANO, 2021; COELHO FILHO; CARVALHO; CANGUSSU, 2021).

A atuação docente requer compromisso, motivação e colaboração, com o objetivo de conhecer as demandas dos alunos, buscar a interação entre eles e interferir de forma positiva no processo educacional de cada indivíduo, estimulando o desenvolvimento de suas habilidades para que alcancem os objetivos almejados (BIEMBENGUT; HEIN, 2005).

 Para que realmente ocorra essa troca de conhecimentos, o professor deve assumir o papel de mediador da atividade e fazer com que seus alunos sejam o centro do processo de aprendizagem.

 O professor tem o papel de mediador e facilitador das interações entre os estudantes e o objeto de conhecimento. Cabe a ele criar situações e questionamentos que incentivem a curiosidade e permitam o aprendizado dos estudantes (KACZMAREK; BURAK, 2016).



O papel do professor em relação à promoção da Modelagem Matemática Sociocrítica como ambiente de aprendizagem, resume-se em colaboração/cooperação, mediação e promoção da interação social.



Realize

- ✓ Repense a sua prática docente nas salas de aula da Educação Básica. O que você reformularia para que se tornasse um promotor de um ambiente de aprendizagem propenso ao trabalho com a Modelagem Matemática Sociocrítica, atuando como colaborador, motivador e mediador do processo?

5.2 A relevância da formação continuada dos docentes para o trabalho com a Modelagem Matemática Sociocrítica



Trocando ideias

- ✓ Como você, enquanto docente de Matemática na Educação Básica, vem cuidando de sua qualificação profissional?
- ✓ Você considera a formação continuada relevante para a sua prática docente?
- ✓ Na sua opinião, como é possível promover formação continuada na prática docente?
- ✓ Como é possível promover formação continuada na prática docente? especificamente em relação à Modelagem Matemática?
- ✓ Você é um constante pesquisador de sua prática docente?
- ✓ Como você vem provendo sua formação continuada?



Fique por dentro do assunto

- ✓ Como os docentes próximos a você, ou seja, seus colegas de profissão que lecionam matemática vem cuidando da formação continuada? Você já observou?
- ✓ Como a formação continuada dos docentes, especificamente em Modelagem Matemática, vem ocorrendo, segundo a literatura contemporânea (pesquisas e estudos atuais publicados)?

A qualificação dos docentes não ocorre somente por meio de cursos de graduação; o professor necessita buscar novos conhecimentos na sua área específica, sem deixar de lado a busca por novas experiências e inovação na área pedagógica e, por isso, diz-se que ele precisa ser um constante pesquisador de sua prática (ROSA, 2018).



Os docentes devem estar cientes de que sua formação é constante, por isso se diz continuada, por estar integrada ao cotidiano escolar, em evolução permanente (D'AMBRÓSIO, 2010).



A formação continuada dos docentes incentiva o uso de novas práticas pedagógicas, inovando-se, atualizando-se, proporcionando o condicionamento da teoria à prática (FORNER; MALHEIROS, 2020).



A formação continuada sinaliza o momento para reabastecimento da bagagem profissional, do aperfeiçoamento de conhecimentos e novos aprendizados.

Especificamente sobre a Matemática, cuja proposta se dê por meio da Modelagem enquanto uma metodologia, recurso e inovação, uma alternativa para os docentes é a da formação continuada, para adesão e prática em salas de aula da Educação Básica (MALHEIROS; SOUZA; FORNER, 2021).



A formação continuada pode ser promovida por meio de propostas de ambientes de aprendizagem que possibilitem o exercício da Matemática Crítica – como por exemplo, a proposição de GUIAS de formação docente.



A formação continuada dos docentes de Matemática deve ser uma proposta frequente, constante e contínua, comprometida para o favorecimento e a produção de ressignificados do ofício do professor – o que pode refletir, de forma direta, na qualidade do ensino desta disciplina.

[...] podemos dizer que embora a formação inicial seja um processo fundamental na construção da identidade profissional do professor, é na formação continuada que essa identidade vai se consolidando, ou seja, a formação continuada constitui-se num processo por meio do qual o professor vai ampliando saberes e formas que lhe possibilitem produzir a própria existência nessa e a partir dessa profissão (ROSA, 2018, p. 245-246).



Realize

- ✓ Comente o conteúdo da citação anterior (ROSA, 2018) acerca da relevância da formação continuada dos docentes de Matemática, relacionando-o com a demanda pela formação continuada para aptidão da mesma com a metodologia de Modelagem Matemática na Educação Básica e, ainda, com a possibilidade deste guia configurar-se de forma exitosa com a proposta de formação continuada para tanto.



Sugestão de leitura

ALMEIDA, L. M. W. Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática. Paraná, **Anais... X EPREM – Encontro Paranaense em Educação Matemática**, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma Educação Matemática Crítica: a Modelagem Matemática como alternativa. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.12, n.2, p.221-241, 2010. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2752/3304>>. Acesso em: 10 abr. 2022.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BURAK, D.; KLUBER, T. E. Considerações sobre Modelagem Matemática em uma perspectiva da Educação Matemática. **Rev. Margens**, v.7, n.8, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistamargens/article/view/2745/2870>>.

KLÜBER, T. E. Formação De Professores de Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Questões Emergentes. **Educere et Educare**, v.12, n.14, jan. 2017.

MESQUITA, M. N.; CEOLIM, A. J.; CIBOTTO, R. A. G. Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica: abordagens na educação básica. **Revista Brasileira de Educação**, v.26, n.1, p.1-25, 2021. Disponível em: <<http://old.scielo.br/pdf/rbedu/v26/1809-449X-rbedu-26-e260022.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2022.

OLIVEIRA, W. P. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. **Rev. Bras. Estud. Pedagog.**, v.98, n.249, p.503-521, 2017. Disponível em: <<http://old.scielo.br/pdf/rbeped/v98n249/2176-6681-rbeped-98-249-00503.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2022.



MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRTICA NO DESENVOLVIMENTO DE PLANOS DE AULA

A oferta de exemplos representa possibilidades de conhecer o trabalho de novas metodologias em detrimento ao ensino tradicional, para que o docente construa a sua prática.



Link interessante

Exemplo de atividade envolvendo Modelagem Matemática:

AVELAR, P. Mar de lama: modelagem na educaçao matemática. **Youtube**, ago. 2019. <https://www.youtube.com/watch?v=RGKAKQfzJ8I>



Fique por dentro do assunto

O exemplo mostrado pelo vídeo partiu da seguinte problemática:

- ✓ Quanto de rejeito, proveniente da ruptura da barragem de mineração do Córrego do Feijão (Brumadinho) deveria ser retirado para começar um trabalho de recuperação ambiental?

As autoras deste guia formativo escolheram este vídeo-exemplo, considerando:

- ✓ Ser uma situação/problema social/comunitária atual, sendo este um dos requisitos de propostas críticas da Educação Matemática;

- ✓ Por ser um tema que desperta interesse em ampliar conhecimentos e, por isso, auxilia na estruturação de maneiras de pensar e agir sobre o problema.



Trocando ideias

- ✓ Que contribuições esta atividade trouxe aos alunos?
- ✓ Identifique possíveis obstáculos e desafios que os alunos enfrentaram nesta atividade?
- ✓ Quais conteúdos matemáticos esta atividade contemplou?
- ✓ Qual o envolvimento da Educação Matemática Crítica com esta atividade?



Fique por dentro do assunto

Considerando a teoria sobre a Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica, o exemplo do vídeo anterior e os passos da construção do modelo matemático de Burak (1998) apresentado anteriormente no Quadro 1 que ressalta:

- ✓ Escolha do tema;
- ✓ Ação ou pesquisa exploratória;
- ✓ Formulação do problema ou especificação do interesse;
- ✓ Resolução dos problemas e o trabalho dos conteúdos matemáticos no contexto do tema e;
- ✓ Validação do modelo ou análise crítica das soluções

É apresentado em Silva (2023, p.106), cuja pesquisa é de autoria das autoras deste guia formativo, um modelo crítico reflexivo de passo-a-passo para construção de um modelo matemático (Quadro 3, que segue), que embora compreenda todas as

propostas contidas no modelo de Burak (1998), se difere do mesmo, pois é estruturado o processo em três fases, sendo que o modelo burakiano preconiza cinco. Este modelo vem subsidiar o desenvolvimento de planos de aula de docentes em formação continuada, sobre a metodologia para as aulas da disciplina de Matemática na Educação Básica.

Quadro 3 – Construção de um Modelo Matemático em três etapas

Fases da Modelagem	Etapas da Modelagem
Fase Preparatória	<p>-Escolha do tema É a etapa em que o professor apresenta o tema para a sala de aula e os alunos definem a sua situação-problema; ou pode-se deixar o tema livre para que os próprios alunos escolham.</p> <p>-Pesquisa sobre o tema É a etapa de planejamento e coleta de dados quantitativos e qualitativos, para que hipóteses possam ser formuladas. Elas podem acontecer mediante pesquisa em livros ou meios eletrônicos e ida a campo utilizando-se de todos os instrumentos e meios disponíveis e necessários;</p>
Fase de Desenvolvimento	<p>-Formulação de problemas matemáticos A partir de questionamentos, a situação problema identificada inicialmente passa a ser escrita usando a linguagem matemática para a sua transcrição;</p> <p>-Elaboração de modelos matemáticos Para elaboração dos modelos matemáticos, uma análise geral dos dados coletados é realizada, para que as variáveis do problema sejam selecionadas. Assim, os modelos matemáticos podem ser devidamente identificados. O objetivo é o despertar de uma imagem mental da situação a ser modelada;</p> <p>-Resolução de problemas matemáticos Como uma etapa de extrema importância para a modelagem matemática, os alunos experimentam as prováveis abordagens identificadas para a solução do problema que vai acontecer por meio de um modelo desenvolvido, visando a solução que melhor se adequar. Ainda, nesta etapa, são sistematizados os conceitos matemáticos que foram identificados quando os modelos foram elaborados;</p> <p>-Interpretação da solução Para que a solução seja interpretada, sugere-se diversas e prováveis representações para a solução obtida – sendo algébrica, geométrica, gráfica ou analítica. Desta forma, os conceitos relacionados ao problema são retomados;</p>
Fase da Apresentação	<p>-Comparação do modelo com a realidade Esta é a etapa da validação do modelo desenvolvido, considerando a (in)coerência entre os resultados obtidos e a realidade identificada.</p>

Quando detectadas as coerências, inferências acerca da realidade por meio do modelo podem ser realizadas;

-Avaliação e apresentação do resultado

É a etapa reservada para trocas de experiências entre os envolvidos (grupos e pares), onde sugestões são bem-vindas para melhoria dos projetos. Além disso, é o momento em que os grupos realizam a exposição de suas pesquisas (em todas as suas fases)

Fonte: Silva (2023, p.106)

Como exemplo de plano de aula, afim de facilitar o entendimento acerca desta metodologia, vamos utilizar um problema de origem da Física para que um modelo matemático fosse construído em busca de sua solução, vindo exercitar os objetivos do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) enaltecidos pelo Ministério da Educação (MEC) e ressaltados por Rosa, Reis e Orey (2018, p.179) sobre a importância de “atividades que realcem o interesse natural dos alunos para a aprendizagem da Matemática a partir da modelagem, utilizando-a em diferentes esferas do conhecimento humano”.



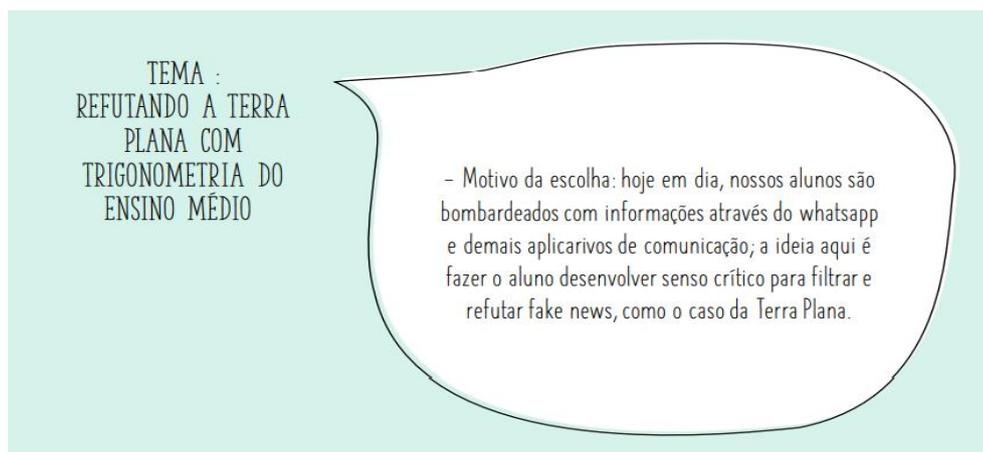
Compreende-se que os saberes se constroem de forma contextualizada, sendo emergentes de experiências vividas ou reforçados pelos significados das culturas em que os indivíduos estejam inseridos.



A dimensão crítica da Modelagem Matemática motiva a um processo de aprendizagem dialético, considerando que o processo esteja enraizado na inserção histórica dos envolvidos, que por interesse ou necessidade buscam solucionar problemas presentes no cotidiano.

O plano de aula a ser retratado abaixo se encontra em SILVA (2023, p.120), seu tema é ‘Refutando a Terra com Trigonometria no Ensino Médio’ foi devidamente justificada a escolha, considerado como de interesse dos alunos – conforme a Figura 3.

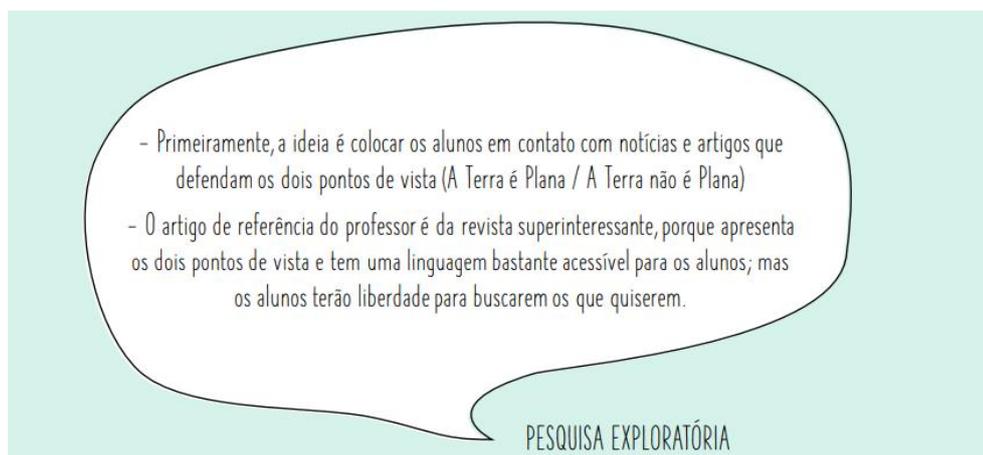
Figura 3 – Fase da Escolha do Tema.



Fonte: Silva (2023, p.120).

A fase de ação ou pesquisa exploratória buscou matérias/fontes/subsídios teóricos para a obtenção de informações e noções prévias sobre aquilo que os alunos dos quais o plano de aula de dedica possam desenvolver ou realizar a pesquisa. Nota-se que a pesquisa exploratória se caracteriza por três fases (a partir de três momentos) e envolve um contexto multidisciplinar: História, Física e Matemática – como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Fase da ação ou pesquisa exploratória.



- Os alunos também serão convidados a pesquisarem sobre a história de Eratóstenes e como ele fez para calcular a circunferência terrestre em 200 a.C.
- O texto de referência escolhido é do IMECC (Unicamp), mas novamente os alunos terão liberdade para pesquisarem a história onde bem entenderem.

PESQUISA EXPLORATÓRIA

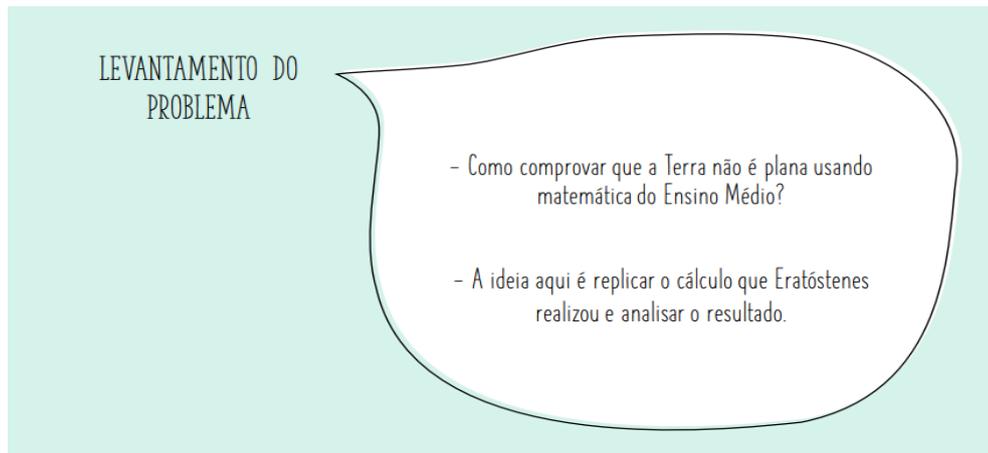
- Após pesquisarem o método que Eratóstenes utilizou para calcular a circunferência terrestre, visando replicar o cálculo, os alunos deverão pesquisar a distância da cidade onde estão situados até a Linha do Equador.

PESQUISA EXPLORATÓRIA

Fonte: Silva (2023, p. 121).

A fase de formulação de problema ou explicação do interesse, foi bem estruturada, pois a fase (anterior) da pesquisa exploratória (em seus três momentos) reuniu materiais suficientes para que o levantamento da questão fosse pertinente e fundamentado. Assim, nesta fase foi explicado o interesse (ou seja, a apresentação da ideia que seria reaplicação do cálculo de Eratóstenes, para análise do resultado obtido) é formulado um problema simples (que no caso, como comprovar que a Terra não é plana usando Matemática do Ensino Médio) – conforme evidenciado na Figura 5.

Figura 5 – Fase da formulação do problema ou explicação do interesse.

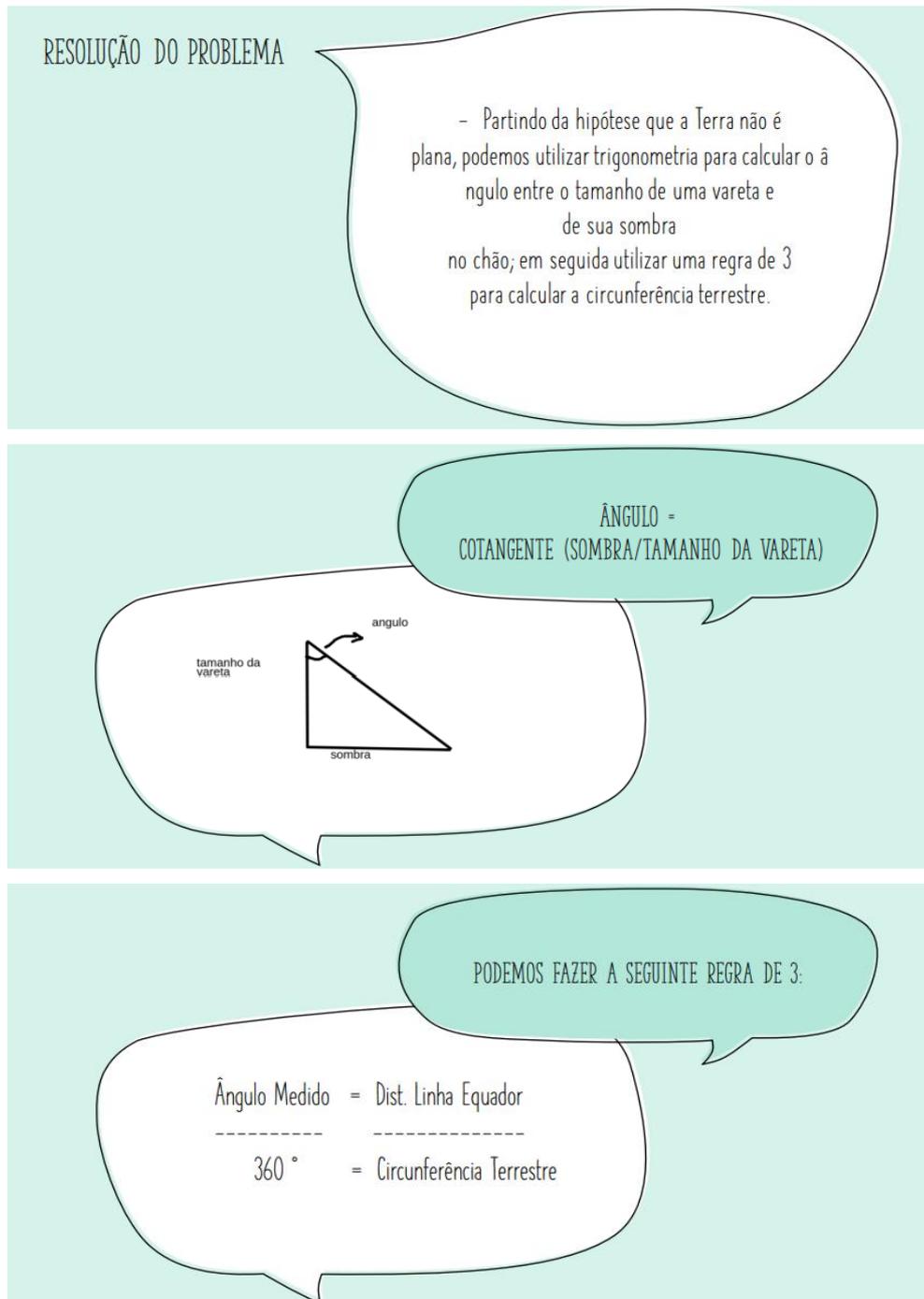


Fonte: Silva (2023, p. 122).

A fase da resolução dos problemas e do trabalho dos conteúdos matemáticos no contexto do tema foi aquela em que buscou-se dar respostas ao problema levantado com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser apreendido (no caso de pesquisa) a partir dos problemas por meio de exemplos simples, para posteriormente ser sistematizado.

Percebe-se pela sua apresentação uma sequência lógica de resolução e trabalho envolvendo os conteúdos matemáticos no contexto do tema escolhido. Teve como ponto de partida a hipótese de que a Terra não é plana e da possibilidade do uso da trigonometria para cálculo do ângulo entre o tamanho de uma vareta e de sua sombra no chão. Na sequência, propôs-se a aplicação da regra de três, para o cálculo da circunferência terrestre – onde apresentam-se os modelos, conforme a Figura 6.

Figura 6 – Fase do trabalho dos conteúdos matemáticos.

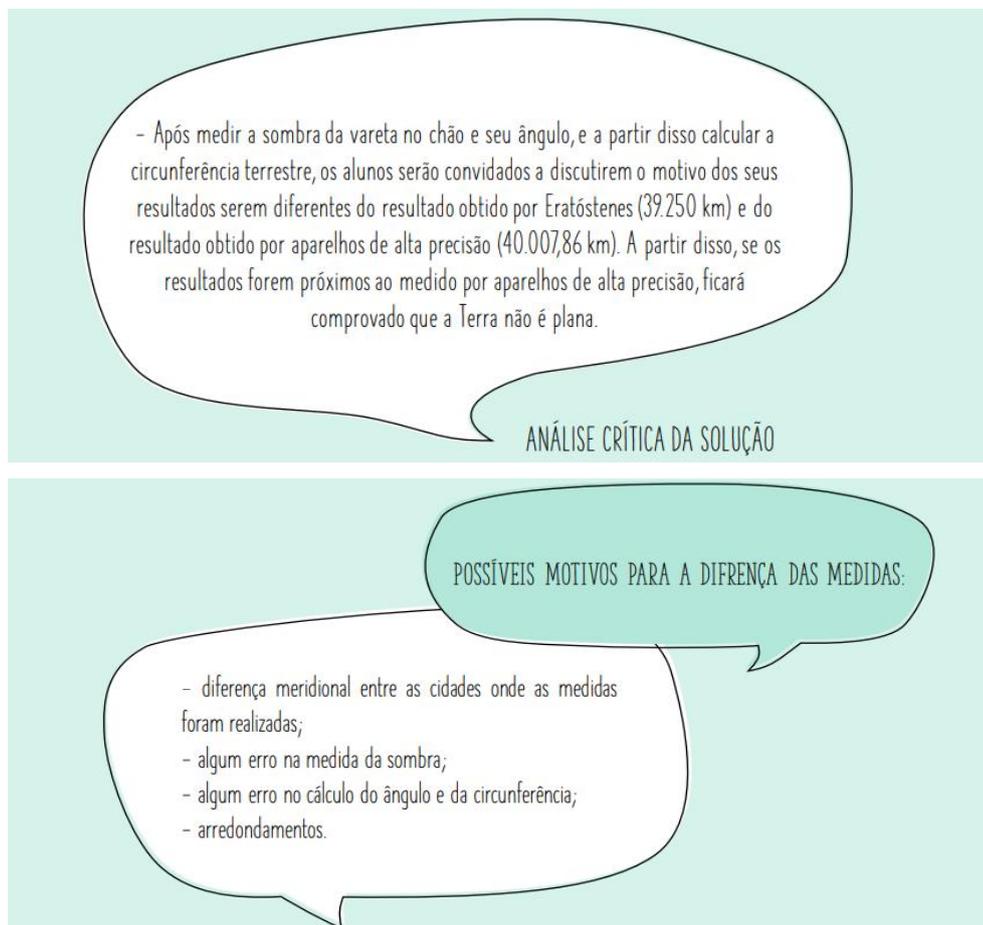


Fonte: Silva (2023, p.123).

Por fim, na fase de validação do modelo ou análise crítica das soluções convida-se para a visibilidade da solução encontrada, envolvendo a Matemática com a situação em estudo. A análise crítica da solução dá-se pelo resultado dos cálculos comparados aos resultados de Eratóstenes e também dos aparelhos de alta precisão

– que se próximos podem ser comprobatórios da hipótese precisamente levantada. Assim, a criticidade instaura-se, ainda, na discussão dos motivos das semelhanças/diferenças dos resultados obtidos em detrimento aos demais – como mostrado pela Figura 7.

Figura 7 – Fase da validação do modelo ou análise crítica das soluções.



Fonte: Silva (2023, p.124).



Fique por dentro do assunto

Malheiros (2016) e Malheiros, Souza e Forner (2021) compreendem que o caminho para se fazer uma Matemática Crítica em sala de aula, não pode se distanciar da modelagem como metodologia – ou seja, compreender que os alunos precisam da observação da realidade, de questionamentos, de discussões de investigações para

apresentação de soluções e aprender Matemática. Por isso diz-se que a metodologia é uma forma de modificar ações em salas de aula a partir da compreensão do mundo.

O ambiente acadêmico (graduação) e cursos de formação continuada (cursos de extensão, aperfeiçoamento, pós-graduação) ou até mesmo guias formativos não são as únicas alternativas e possibilidades para os docentes que desejam trabalhar com a Modelagem Matemática. Um dos ambientes mais importantes para que esta formação possa acontecer é a escola, é no desenvolvimento da prática docente que se dá nas salas de aula, junto aos alunos, para o trabalho das habilidades e competências relacionadas à Matemática.



Realize

- ✓ Para a prática da Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica, desafiamos você para a elaboração de um plano de aula para a Educação Básica, a partir do modelo de Burak (1998), conforme o Quadro 1, ou do modelo proposto por Silva (2023), conforme o Quadro 3.



Sugestão de leitura

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v.1, n.46, p. 06-15, set. 2015.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? **Revista Zetetiké**, Campinas, v.7, n.1, p.67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, v.1, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas Práticas Pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, v.14. n. 26, 2009.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: Obstáculos e Apontamentos. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v.1, n.46, p. 53-62, set. 2015.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e Dificuldades Apresentados por Professores de Matemática Recém-Formados ao Utilizarem Modelagem Matemática em suas Aulas na Educação Básica. **Bolema**, v. 31, n. 58, p. 760-776, ago. 2017.

FORNER; R.; MALHEIROS, A. P. S. Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. **Bolema**, v. 34, n. 67, p. 501-521. 2020.

MUTTI, G. S. L.; KLUBER, T. E. Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores na Modelagem Matemática. **Revista da Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 11, n.2, p.85-107, 2018.

OLIVEIRA, W. P. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. **Rev. Bras. Estud. Pedagógico**, v.98, n.249, p.503-521, 2017.

ROSA, C. C. Modelagem matemática e formação de professores: um diálogo entre ensinar e aprender. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul**, v.11, n.26, p.241-258, 2018.

ROSA, M.; REIS, F. S.; OREY, D. C. A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v.14, n.2, p.159-184, maio/ago. 2012.

SETTI, E. J. K.; VERTUAN, R. E.; ROCHA, Z. F. D. C. Reflexões acerca da Prática Docente em uma Primeira Experiência com Modelagem Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, 2016.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**. v. 26, n.43, ago. 2012.



FINALIZANDO

A produção deste Guia Formativo sobre a Metodologia da Modelagem Matemática numa Perspectiva Sociocrítica que atenda aos anseios da comunidade acadêmica e sirva de subsídio para a formação continuada e práticas nas salas de aula dos docentes da Educação, destina-se aos docentes que lecionam Matemática, em seus diversos tipos de formação (inicial ou continuada).

O mesmo estruturou-se de forma dinâmica e interativa, a partir de temas abraçados pela Modelagem Matemática, sendo fundamentado em sua teoria envolvida (com a promoção de discussões teóricas). Sua preocupação central foi ofertar a protagonização dos docentes em suas ações (ou em sua própria formação), em suas práticas (como questionadora de seu próprio trabalho) e em sua capacidade de promotora de ambientes de aprendizagem que possam colaborar com a melhoria da educação.

Esperamos que o todo abordado em suas linhas seja uma oferta de possibilidades que contribuam para suas práticas docentes em salas de aula da Educação Básica.

AVALIAÇÃO DA FORMAÇÃO E DO GUIA FORMATIVO



Caro(a) professor(a) de Matemática da Educação Básica,

- ✓ Após o conteúdo abordado neste guia formativo, o que você entende por Modelagem Matemática?
- ✓ O conteúdo deste guia formativo trouxe contribuições para sua prática docente? Quais?
- ✓ Após o estudo interativo promovido por este guia formativo, você analisaria adotar a metodologia de Modelagem Matemática em sua prática pedagógica nas salas de aula da Educação Básica? Por quê?
- ✓ Você acha que inserir a Modelagem Matemática nas aulas da disciplina, na Educação Básica, pode trazer contribuições? De que forma?
- ✓ Qual foi o ponto mais relevante deste guia formativo?
- ✓ Quais as suas sugestões e críticas acerca deste guia formativo?

Sua experiência é muito importante e merece ser compartilhada. Por favor, encaminhe o seu relato para: **ibrunasilva62@gmail.com**

Não se esqueça também de compartilhar as suas experiências com a Direção e a Coordenação Pedagógica da sua escola, e com demais professores da disciplina de Matemática, na intenção de ser um multiplicador de propostas inovadoras e colaborativas para a promoção da Educação Básica de qualidade

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? **Revista Zetetiké**, Campinas, v.7, n.1, p.67-85, 1999.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, v.1, n. 15, p. 5-23, 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva**, v. 27, n.1, p.65-74, 2003.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, v.16, n.4, p.73-80, 2004.
- BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas Práticas Pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, v.14. n. 26, 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Editora Furb, 1999.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2005.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação. São Paulo, 1992.
- BURAK, D. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat**, v.1, n.1, p. 32-41, 1998.
- BURAK, D.; KLUBER, E. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Revista Educação, Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n.1, 2008.

BURAK, D.; KLUBER, T. E. Considerações sobre Modelagem Matemática em uma perspectiva da Educação Matemática. **Rev. Margens**, v.7, n.8, 2013.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. *In*: ANPED SUL. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2004.

CALDEIRA, A. D. A Modelagem Matemática e suas relações com o currículo. *In*: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. **Anais...** Feira de Santana: UEFS, 2005.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

COELHO FILHO, M. S.; CARVALHO, D. S.; CANGUSSU, E. S. Modelagem Matemática e as interações sociais da Teoria de Vygotsky. **Educação Contemporânea**, Belo Horizonte, v.16, n.1, p.48-55, 2021.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

FORNER; R.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem e o legado de Paulo Freire: sinergias e possibilidades para a educação básica. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, n. 21, p. 57-70, jan. /abr. 2019.

FORNER; R.; MALHEIROS, A. P. S. Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. **Bolema**, v. 34, n. 67, p. 501-521. 2020.

FRANGO, E. R. **As contribuições de um curso de formação em Modelagem Matemática para o desenvolvimento de um guia formativo na perspectiva dos professores participantes**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2019.

JACOBINI, O. R., WODEWOTZKI, M. L. L. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da Educação Matemática Crítica. **Bolema**, v.12, n. 25, p. 71-88, 2007.

KACZMAREK, D.; BURAK, D. Modelagem no ensino da Matemática e a teoria vygotskyana: um olhar sobre as ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. *In*: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (orgs.). **Modelagem Matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

LOZADA, C. O. Modelagem matemática: um olhar para as ideias de Ubiratan D'Ambrosio. **Revista de Educação Matemática**, v.2, n.1, 2021.

MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v.9, n.21, 2016.

MALHEIROS, A. P. S.; SOUZA, L. B.; FORNER, R. Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v.12, n.2, p.1-22, 2021.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PIRES, E. M. **Tendências metodológicas na educação matemática: obstáculos e resistências**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2019.

PIRES, M. N. M.; SILVA, K. A. P.; GOMES, J. C. S. P. Formação de Professoras dos Anos Iniciais em Modelagem Matemática. **Sisyphus Journal of Education**, v. 9, n. 2, P. 154-180, 2021.

ROSA, C. C. Modelagem matemática e formação de professores: um diálogo entre ensinar e aprender. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul**, v.11, n.26, p.241-258, 2018.

ROSA, M.; OREY, D. C. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sócio-crítica. **Revista Horizontes**, v.25, n.2, p.197-206, 2007.

ROSA, M.; REIS, F. S.; OREY, D. C. A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v.14, n.2, p.159-184, maio/ago. 2012.

SILVA, B. M. **Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica: Desafios e Possibilidades dos docentes na Educação Básica**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2023.

SILVA, C. A. **Perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações**. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2011.

SILVA, A. W. J.; BRAGA, R. M.; GIORDANO, C. C. Contribuições do Pensamento Vygotskiano para a Modelagem Matemática. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 16, n. 3, p.1681-1693, jun. 2021.

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? **Bolema**, v. 26, n. 43, p. 817-838, ago. 2012.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: Incerteza, matemática, responsabilidade**. São Paulo. Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2014.

SKOVSMOSE, O. Interpretação de significado em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v.32, n.62, p.764-780, 2018.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *In*: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2010.

A RESPEITO DAS AUTORAS

Bruna Maria da Silva

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática/PPGECM, pela Universidade Federal de Lavras/MG (UFLA) (2023). Licenciatura em Matemática, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG) - Campus Formiga (2020). Especialização na Pós-graduação Lato sensu em Finanças Corporativas e Estatística, pela FAVENI (2021). Participou do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e do Projeto Residência Pedagógica (PRP).

AMANDA CASTRO OLIVEIRA

Professora Associada no Departamento de Educação em Ciências Físicas e Matemática, do Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Lavras. Tem experiência com a formação de professores de Matemática. Vinculada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática PPGECM da UFLA, orientando na área de Educação Matemática e Educação Matemática Crítica. Foi coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática da UFLA de Setembro de 2012 a Maio de 2017. Bacharel em Física pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2001), Mestre em Física pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2003) e Doutora em Modelagem Computacional – Laboratório Nacional de Computação Científica (2007). Foi bolsista de pós-doutorado no Laboratório Nacional de Computação Científica. Embaixadora do Parent in Science.

