

**João Bosco Estevam**

**Heurísticas para o problema de roteamento de veículos capacitados - PRVC  
Visando aplicação no Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos**

Monografia apresentada ao Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Ciência da Computação, para obtenção do título de Bacharel

Orientador  
Prof. Ricardo Martins de Abreu Silva

Lavras  
Minas Gerais - Brasil  
2003



**João Bosco Estevam**

**Heurísticas para o problema de roteamento de veículos capacitados - PRVC  
Visando aplicação no Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos**

Monografia apresentada ao Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Ciência da Computação, para obtenção do título de Bacharel

*Aprovada em Dezembro de 2003*

---

Prof. Guilherme Bastos Alvarenga

---

Profa. Renata Couto Moreira

---

Prof. Ricardo Martins de Abreu Silva  
(Orientador)

Lavras  
Minas Gerais - Brasil



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Logística</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos - GCS</b>	<b>9</b>
3.1	Logística versus Gerenciamento da cadeia de suprimentos - GCA .	10
3.2	Classificação . . . . .	11
3.2.1	Decisões de transporte . . . . .	11
3.3	Aplicando . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Problemas Correlatos</b>	<b>13</b>
4.1	Problema do Carteiro Chinês . . . . .	14
4.2	Problema do Caixeiro Viajante - PCV . . . . .	14
4.2.1	Importância atual do PCV . . . . .	14
4.2.2	Métodos de solução para o PCV . . . . .	14
4.2.3	Problema dos Múltiplos caixeiros . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Problema Geral de coletas e entregas - PGCE</b>	<b>17</b>
5.1	Formulação do problema Geral . . . . .	18
5.1.1	Considerações para os casos especiais: . . . . .	20
5.2	Modelo Matemático . . . . .	21
5.3	Características do Problema . . . . .	23
5.3.1	Restrições de Tempo . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Complexidade</b>	<b>25</b>
6.1	A classe $P$ . . . . .	25
6.2	A Classe NP-Completo . . . . .	26
6.3	A Classe NP-Difícil . . . . .	27

<b>7</b>	<b>Métodos de solução</b>	<b>29</b>
7.1	Algoritmos exatos . . . . .	29
7.2	Heurísticos . . . . .	30
7.3	Metaheurísticas . . . . .	31
7.4	Combinação de algoritmos . . . . .	32
7.5	Outros métodos . . . . .	32
<b>8</b>	<b>Metodologia</b>	<b>33</b>
8.1	Pesquisa . . . . .	33
8.2	Tecnologia . . . . .	33
8.2.1	Linguagem de Programação . . . . .	34
8.2.2	Softwares utilizados . . . . .	34
8.3	Métodos heurísticos estudados . . . . .	35
8.4	Heurística Implementada . . . . .	39
8.5	Metaheurística Implementada . . . . .	39
8.5.1	Componentes e operadores do algoritmo . . . . .	40
8.6	Estratégia de Testes . . . . .	42
8.7	Ambiente de Testes . . . . .	43
<b>9</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>45</b>
9.1	Resultados e conclusão . . . . .	45
9.2	Propostas de Trabalhos Futuros . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>49</b>
<b>10</b>	<b>Anexo - A</b>	
	<b>Teoria dos Grafos</b>	<b>53</b>
10.1	Caminho . . . . .	53
10.2	Cadeia . . . . .	53
10.3	Ciclo . . . . .	54
10.4	Passeio . . . . .	54
10.5	Circuito . . . . .	54
10.6	Grafo conexo . . . . .	54
10.7	Grafo desconexo . . . . .	55
10.8	Árvore . . . . .	55
10.9	Grafo euleriano . . . . .	55
10.10	Grafo hamiltoniano . . . . .	55

<b>11 Anexo - B</b>	
<b>Resultados dos testes para a Heurística de Clark &amp; Wright</b>	<b>57</b>
11.1 Teste A . . . . .	57
11.2 Teste B . . . . .	66
11.3 Teste CE . . . . .	74
11.4 Teste CMP . . . . .	82
11.5 Teste F . . . . .	87
11.6 Teste P-VRP . . . . .	89
11.7 Teste RY-VRP . . . . .	99
11.8 Outro . . . . .	99



# Lista de Figuras

1.1	Estratégia para solução de PRV . . . . .	3
2.1	Representação esquemática do conceito de logística . . . . .	7
6.1	Representação das classes . . . . .	28
10.1	Exemplo de grafos direcionado, não direcionado e misto . . . . .	54



*Dedico esta monografia às mulheres da minha vida: minha mãe Elbi, minha avó  
Hilda, minhas irmãs Patrícia e Regina, e minha tia Thelma...  
Amo vocês, Obrigado.*



## **Agradecimentos**

Antes de tudo agradeço a Deus, por te me enviado na família em que estou e por sempre ter me concedido amigos e companheiros reais e invisíveis, os quais nunca me faltaram.

Agradeço em especial ao meu grande amigo Jones pelo incentivo e prova de que a ciência esta em nossa vida e em nossas mãos, ao professor Ricardo pela orientação, aos membros da banca pela contribuição no trabalho, à professora Ana pelo apoio, aos amigos do UFLATEC por toda a ajuda, aos camaradas Cícero, Diego, Éderson e Wendel, aos companheiros da República K-ZONA - nossa grande casa aqui em Lavras e às minhas queridas amigas Neuza e Raquel.

Que Deus possa levar o meu agradecimento refletido de muita luz, paz e felicidade a todos.

Muito Obrigado.



## Resumo

A melhor qualidade no atendimento ao cliente é marcante nos dias de hoje. O Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos - GCS (*Supply Chain Management - SCM*), visa fornecer às organizações uma diferenciação competitiva estrategicamente importante, indo do usuário final - clientes, até os fornecedores, os quais proporcionam serviços e informações que agregam valor aos seus clientes. Entretanto, este novo modelo agrega um grande desempenho operacional, e no setor de TRANSPORTE, mais especificamente nas decisões de transporte, pesquisas apontam como seu principal problema. O modelo de transporte citado faz parte de uma classe de problemas bem difundida pela ciência da computação que são os problemas de coleta e entrega, ou de roteamento. Estes são problemas de otimização combinatorial para o qual a obtenção de soluções exatas é uma tarefa difícil. A maioria dos algoritmos conhecidos para encontrar soluções exatas para este problema consome um grande tempo de processamento, o que torna inviável quando o número de variáveis é crescente, sendo necessários para isso soluções aproximadas ou HEURÍSTICAS para a resolução destes problemas. Este trabalho teve como objetivo o estudo, implementação e comparação de heurísticas que resolvem o problema de roteamento de veículos, mais especificamente, o problema de roteamento de veículos capacitados, com o intuito de aplicação no GCS, com a confecção de um software que otimize as rotas necessárias para o atendimento aos clientes.

## **Abstract**

The best quality of service to the customer is very important for presents days. The Supply Chain Management-SCM, provide to organization one competitive difference strategies important going to the finally user - costumers, for the providers, who's giving service and information aggregate value to theirs customers. These new model add a great operational performance, and in the transportation section especifically the transportations decisions, research point like theirs principal problem the transportation model, are part of one kind of problems are well spread out by the computer science, which are the pickup and delivery problem or the routing. They are combinatorial optimization problem for which the obtention of accurate solutions is a difficult work. The majority of algorithms knowing for problem use a lot of time of processament that turn inviable when a number of variables are increasing, to be necessary for that solutions approximately or heuristics. This work had as objective the study, implementation and comparison of heuristics that resolve the vehicles routing problem, more specifically, the capability vehicles routing problem, with the intention of application in model SCM, with the confection of a software that optimizes the necessary routes for the attendance to the customers.

# Capítulo 1

## Introdução

Em tempo de globalização os mercados se tornam competitivos e mais exigentes, com isso há uma busca constante por melhorias no desempenho operacional das empresas na tentativa de oferecer uma melhor qualidade no atendimento ao cliente, aproveitando ao máximo os recursos disponíveis, de forma a minimizar os custos do processo produtivo.

Um sistema logístico completo, é definido com o planejamento, a organização e o controle de todas as operações de movimento e estoque relativos ao fluxo de mercadorias, desde o ponto de aquisição de matéria-prima até o consumidor final objetivando a máxização da produtividade. Num contexto mais amplo, suas atividades típicas seriam: O TRANSPORTE, a gestão de estoques, o processamento de pedidos, compras, armazenagem, manuseio de materiais, embalagem e programação da produção. As transações dentro desse sistema adquirem importância decisiva na satisfação junto ao cliente, executando suas necessidades com agilidade e flexibilidade, a custos reduzidos.

Essa busca da integração e da colaboração, ocasionou o crescimento de novos conceitos, sendo um dos principais o Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos - GCS (*Supply Chain Management - SCM*) fazendo com que a logística se torne parte integrante ou seu subconjunto, ou seja, uma de suas preocupações. Definindo GCS como a integração dos processos industriais e comerciais, partindo do consumidor final e indo até os fornecedores iniciais, gerando produtos, serviços e informações que agregam valor ao cliente. O gerenciamento da cadeia de suprimentos adquire então, valor estratégico para as empresas envolvidas, com o objetivo de agregar valor ao consumidor e eliminar tudo o que não tenha valor para o cliente e que acarrete custos e perda de tempo.

Baseando em estudos de caso realizados no GCS, não são as vantagens ou estratégias mercadológicas que garantem o sucesso da empresa, e sim o transporte, tanto de matéria-prima quanto de produtos acabados, considerada a atividade logística mais importante, representando em média um a dois terços do total dos custos envolvidos em todo o sistema [5] e [23].

A distribuição de mercadorias, Problema de Coletas e Entregas - *Pickup and Delivery Problem*, conhecido genericamente como Problema de Roteamento de Veículos - *Vehicle Routing Problem*, se torna com isso um dos mais importantes componentes do GCS, pelo fato de possuir soluções para o problema de transporte.

O roteamento de veículos é um problema de otimização combinatorial difícil (NP-Difícil). Um típico problema de roteamento consiste de uma frota de veículos localizados em um depósito que precisam ser alocados para suprir algum tipo de serviço, para clientes geograficamente distribuídos em uma região, ao menor custo possível, atendendo a todas as demais restrições impostas ao problema [1].

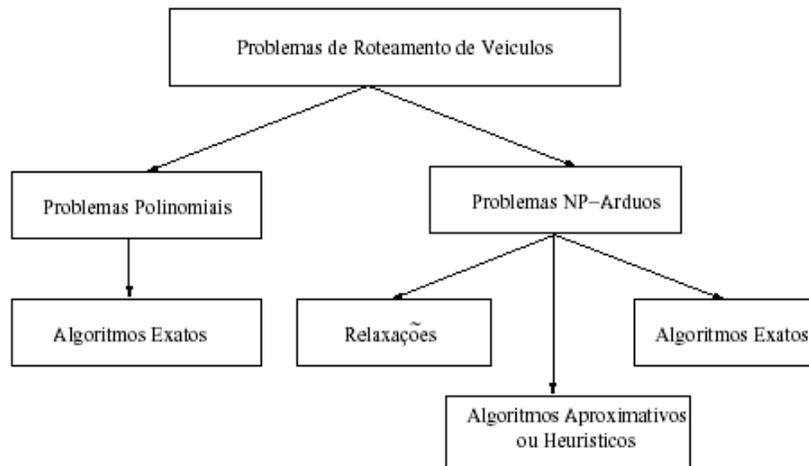
A dificuldade de solução atrai muitos pesquisadores, onde tem se encontrado uma crescente pesquisa por algoritmos que solucionem este problema, através de soluções aceitáveis em tempo adequado de computação. O limite de tempo computacional é sempre um desafio, problemas de roteamento são considerados NP-Hard, por que não existem algoritmos exatos que podem garantir uma busca ótima de *Rota* no espaço de tempo computacional viável, quando o número de localidades a visitar é grande.

Um dos caminhos mais curtos para se chegar a soluções otimizadas é através da pesquisa operacional - PO, ciência que objetiva fornecer ferramentas quantitativas ao processo de tomada de decisões [3]. É constituída por um conjunto de disciplinas isoladas, tais como: Programação Linear, Teoria das Filas, Simulação, Programação Dinâmica, Teoria dos Jogos, etc. De uma maneira geral, todas as disciplinas que constituem a PO se apóiam em quatro ciências fundamentais: Matemática, Economia, Estatística e a Computação.

Conhecendo a dificuldade de se encontrar soluções para esses problemas de otimização, deve-se buscar dentre essas ciências uma forma de encontrar as soluções desejadas. Segundo [15], existem os seguintes grupos de métodos para a resolução de problemas de otimização: algoritmos exatos, algoritmos aproximados, métodos de programação linear e não linear, algoritmos estocásticos e algoritmos analógicos.

De modo geral, muitas aplicações que requerem soluções para problemas NP-Difícil não exigem uma solução exata, tornando aceitável o uso de métodos que os resolvam através de soluções aproximadas ou Heurísticas. Tais heurísticas consis-

tem de um conjunto de regras ou procedimentos, que permitem determinar soluções satisfatórias para um determinado problema [1], e são consideradas como as únicas ferramentas práticas para resolver problemas de otimização combinatorial difíceis, veja figura 1.1.



**Figura 1.1:** Estratégia para solução de PRV

Neste trabalho, são considerados problemas com espaço de busca discreto e que seja estático - o que significa conhecer os dados do problema e estes não variam após o início da rota - sendo introduzido por [6] com o artigo intitulado *The Truck Dispatching Problem*, ficando mais conhecido simplesmente como Problema de Roteamento de veículos (*Vehicle Routing Problem - VRP*). Estas propriedades levam a uma explosão combinatorial de candidatos à solução, de modo que uma busca exaustiva pela solução ótima dentre as soluções candidatas, representa um procedimento computacionalmente intratável [16]. Em vista dessa inviabilidade, o estudo tem sido conduzido para métodos que obtêm soluções sub-ótimas (aproximadas), de forma rápida e eficiente. Além dos métodos heurísticos clássicos originados no campo da pesquisa operacional o trabalho apresenta técnicas modernas chamadas *metaheurísticas*, para comparação e verificação de qual delas possui a melhor solução para a base de testes proposta.

Entende-se por problema de roteamento, como o problema de se obter um circuito de menor custo sobre uma rede de  $n$  clientes ou postos, se diferenciando

do problema clássico do *Caixeiro Viajante* que será visto adiante, pelo fato de possuir mais de um veículo na frota. Quando nesses veículos houver uma restrição de capacidade, são chamados de *problema de roteamento de veículos capacitados* - PRVC, o qual será o foco a ser abordado neste trabalho por ser uma das principais restrições que observamos no gerenciamento da cadeia de suprimentos.

O objetivo do trabalho será mostrar diferentes métodos heurísticos para a solução do problema de roteamento de veículos com restrição de capacidade, e comparar dois métodos: sendo um método heurístico de construção de rotas conhecido como método de *Clark and Wright* ou das economias - *savings*, e o outro uma metaheurística de caráter evolutivo. Segundo [Ochi (1994)], junção de conceitos de otimização combinatorial e Inteligência Artificial viabilizaram a construção das chamadas *Melhor Estratégias* ou dos *Métodos Inteligentemente Flexíveis*, as metaheurísticas, caracterizando-se por dar menor rigidez no trato com os problemas, gerando uma maior flexibilidade frente aos demais métodos heurísticos. Para este trabalho abordamos o Algoritmo Genético - AG.

Observando que o GCS é focado em sua grande parte no setor de transporte, o trabalho expõe soluções algorítmicas, que se relacionam ao setor de distribuição de cargas. Dando um enfoque maior, é claro, à ciência da computação, com a comparação dos algoritmos. Mas servindo como base para a criação de softwares para a área.

Nas seções a seguir serão apresentados os conceitos citados na introdução, a metodologia aplicada na resolução e os algoritmos implementados, e finalizando os resultados que foram adquiridos durante o projeto juntamente com algumas considerações finais.

## Capítulo 2

# Logística

Alguns conceitos básicos sobre logística:

- É o processo de planejar, implementar e controlar eficientemente, ao custo correto, o fluxo e armazenagem de matérias-primas e estoque durante a produção e produtos acabados, e as informações relativas a estas atividades, desde o ponto de origem até o ponto de consumo, visando atender aos requisitos do cliente. (definição do Council of Logistics Management).
- A Logística é o processo de gerenciar estrategicamente a aquisição, movimentação e armazenagem de materiais, peças e produtos acabados (e os fluxos de informações correlatas) através da organização e seus canais de marketing, de modo a poder maximizar as lucratividades presente e futura através do atendimento dos pedidos a baixo custo. (CHRISTOPHER, 1997).

### **Logística Empresarial**

- Todas as atividades de movimentação e armazenagem, que facilitam o fluxo de produtos desde o ponto de aquisição da matéria-prima até o ponto de consumo final, assim como dos fluxos de informação que colocam os produtos em movimento, com o propósito de providenciar níveis de serviço adequados aos clientes a um custo razoável. (definição de Ronald H. Ballou no seu livro "Logística Empresarial").

### **Logística Reversa ou Inversa**

- No mercado é considerada como o caminho que a embalagem toma após a entrega dos materiais, no sentido da reciclagem das mesmas. Muitos profissionais também utilizam esta expressão para considerar o caminho inverso

feito para a entrega, voltando para a origem, só que agora somente com as embalagens.

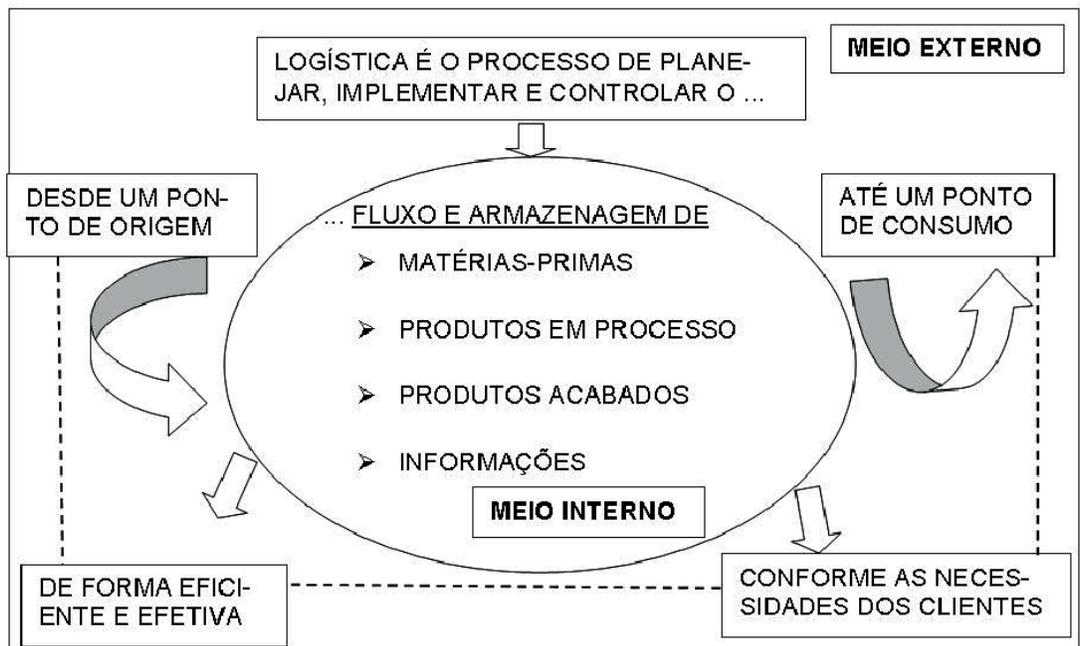
Estes conceitos podem ser sintetizados através de uma representação esquemática, que pode ser visualizada na figura 2.1. O esquema representado sintetiza o conceito de logística e, além disso, permite perceber a relação da logística com o meio ambiente interno e com o externo, como elemento integrador das funções administrativas de abastecimento, planejamento, controle da produção e distribuição física. Outro aspecto importante a ressaltar é o fato de que, a logística somente satisfaz necessidades dos clientes e, como consequência, as necessidades da empresa em termos de lucratividade e rentabilidade, se conseguir entregar seus produtos:

- Com a qualidade esperada pelos clientes;
- Na forma desejada pelos clientes;
- Ao custo adequado;
- Com o preço esperado pelo cliente (aquele que ele está disposto a pagar);
- No local esperado pelo cliente; e principalmente,
- No prazo certo.

Através das atividades de TRANSPORTE a logística consegue agregar o valor de lugar (o produto certo no local esperado pelo cliente) e, através dos estoques, consegue agregar valor temporal aos produtos (o produto certo na hora desejada pelo cliente). Para conseguir atender a esses requisitos de espacialidade e temporalidade, é necessário integrar todas as funções logísticas interna e externamente.

Como se percebe nos conceitos apresentados, a logística começa desde o ponto de aquisição da matéria-prima passando por toda a organização até o ponto de consumo final.

Trata-se de uma visão integradora de todos os processos de gestão envolvendo todos os elos de uma cadeia produtiva.



**Figura 2.1:** Representação esquemática do conceito de logística



## Capítulo 3

# Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos - GCS

Desde os anos 90 até os dias atuais a logística apresenta um enfoque mais estratégico, em que passa a ser vista como um elemento diferenciador para as organizações. Junto a esta estratégia surge o novo conceito de Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos, com a utilização das ferramentas disponibilizadas pela tecnologia da informação - TI.

O GCS envolve o conjunto de processos e de organizações, indo desde a fonte de matéria-prima até o cliente final. Essa nova forma de gerenciamento busca organizar a produção com base na demanda estimada (com a maior exatidão possível), integrando as duas pontas da cadeia (fornecedores e clientes). É um novo modelo administrativo adotado pelas empresas para evitar o desperdício, reduzir custos e oferecer um melhor serviço ao consumidor. Trata-se de uma abordagem que implica na conjugação de todos os esforços inter e intra-organizacionais no sentido de atender às necessidades e/ou desejos do cliente final.

Embora o GCS seja um conceito ainda em evolução, sua importância é indiscutível por permitir que as organizações enxerguem a cadeia de valor genérica, proposta por [PORTER, (1997)] [19], de forma interdependente ou relacionada, pois o ocorrido numa das partes afeta o custo ou a lucratividade de outra. Estes enlaces implicam a necessidade de uma correta coordenação entre atividades, o qual é uma fonte de vantagens competitivas [20].

O conceito de GCS visa fornecer às organizações uma diferenciação competitiva estrategicamente importante.

### 3.1 Logística versus Gerenciamento da cadeia de suprimentos - GCA

O nome Gerenciamento da cadeia de suprimentos (*Supply Chain Management*) tem recebido destaque na imprensa de negócios nos últimos tempos. Como todo conceito novo, tem havido muita confusão no seu emprego. A mais comum é confundi-lo como uma nova definição de logística, ou como uma extensão do conceito de logística. Para esclarecer essas dúvidas, vamos nos basear na própria definição de logística adotada em 1998 pelo *Council of Logistics management* [21]:

*Logística é a parcela do processo da cadeia de suprimentos que planeja, implanta e controla o fluxo eficiente e eficaz de matérias-primas, estoque em processo, produtos acabados e informações relacionadas, desde seu ponto de origem até o ponto de consumo, com o propósito de atender aos requisitos dos cliente*

Essa definição assume a logística como parte integrante ou um subconjunto do GCS, sendo caracterizado como uma de suas preocupações. Enquanto GCS:

*Supply Chain Management é a integração dos diversos processos de negócios e organizações, desde o usuário final até os fornecedores originais, que proporcionam os produtos, serviços e informações que agregam valor para o cliente.*

As implicações práticas destes diferentes conceitos estão em diversas formas e setores, mas duas são fundamentais: uma de caráter intra-organizacional (ponto de vista de uma empresa) e outra, do ponto de vista inter-organizacional (ou seja, das diversas empresas componentes da cadeia).

A questão intra-organizacional é mais simples: sob a ótica de uma empresa, o SCM envolve tanto as operações logísticas como de manufatura. Seu foco maior é na integração entre essas duas funções, englobando muitas vezes a gestão (fluxo) de pagamentos e parte do projeto do produto (*design for supply chain*). Enfatizando a eficiência *individual* da firma. Problemas comumente tratados são previsão de vendas e sincronização interna de operações.

Já a questão inter-organizacional é por si mesma mais complexa: além do problema intra-organizacional acima, envolve também a seleção e a organização dos parceiros a clientes e a fornecedores no fluxo logístico - o cliente de uma empresa será o fornecedor de outra mais à frente. Por exemplo uma indústria de chocolates vai ser fornecedora de um atacadista, por sua vez será fornecedora

de um varejista. No final destas cadeias está sempre o consumidor final. Sendo consideradas as palavras chaves, colaboração e compartilhamento de informações, que pode ser conseguida de diversas maneiras (parceiria, esquemas de incentivos), enfatizando um novo paradigma, a eficiência *coletiva*, veja o artigo [22].

Há toda uma nova classe de problemas quando se observa a cadeia como um todo. Dentro de serviços de necessidade repetitiva, agregados ao processo primário, destaca-se o TRANSPORTE como o problema de maior parcela prejuizo dentro do GCS.

## 3.2 Classificação

Classificamos as decisões para o GCS em duas amplas categorias:

1. Decisão Estratégica;
2. Decisão Operacional;

Desisão estratégica são feitas tipicamente sobre um horizonte mais longo de tempo. Enquanto decisões operacionais são pequenos termos que focam nas atividades do dia-a-dia das serviços. Há quatro áreas principais de decisão em GCS, e há elementos estratégicos e operacionais em cada uma destas áreas.

1. Localização
2. Produção
3. Transporte - distribuição
4. Inventory

Neste trabalho vamos focar apenas nos elementos etratégicos e operacionais relacionados ao transporte.

### 3.2.1 Decisões de transporte

As decisões de transporte [5] podem envolver o modo de seleção, o tamanho do carregamento, e a *programação do roteamento*. Estas decisões são influenciadas pela proximidade dos armazéns aos clientes e a rede, que por sua vez, influenciam a posição do armazém. Os níveis do serviços (tamanho da carga por exemplo) respondem também às decisões do transporte com o tamanho do armazém.

### **3.3 Aplicando**

O transporte é considerado o problema de maior parcela dentro do GCS. O estudo do problema de coletas e entregas e mais especificadamente o problema de roteamento de veículos capacitados, mostra que estudos sobre estes problemas tem a intenção de uma minimização destes prejuizos contabilizados pelo setor operacional.

A minimização deste prejuizo fará com que as empresas tenham um maior lucro. As heurísticas aqui implementadas reduzirão o percurso do transporte e em consequência diminuirão prejuizo.

## Capítulo 4

# Problemas Correlatos

Neste capítulo são abordados problemas que possuem relação ao problema de roteamento, como o problema do caixeiro viajante, carteiro chinês, dentre outros.

Existe dentro da otimização uma classe de problemas, que pode ser considerado como um conjunto organizado de meios, que objetiva o atendimento de demandas de alguma rede de transporte que é conhecido como *sistema de roteamento*.

Dentre os vários problemas dessa classe, os principais por ordem de complexidade são:

- O problema do carteiro chinês (ver Mei-Ko [1962] *Chinese Mathematics*).
- O problema do caixeiro viajante rodoviário-PCVR (Ver Fleischmann [1985]).
- O problema dos *Múltiplos*-caixeiros viajantes - PCVM.
- O problema de roteamento com depósito único e múltiplos veículos - PRDMV.
- O problema de roteamento com múltiplos depósitos e múltiplos veículos - PRMDMV.
- O problema de roteamento de veículos capacitados - PRVC.
- O problema de roteamento com janelas de tempo - PRVJT.

A busca de uma solução para esses processos visa uma melhor alocação de recursos. Tais recursos podem ser o capital investido, equipamentos, tarefas, e até mesmo o tempo, que cuidadosamente medidos serão alocados nas quantidades corretas para a obtenção do melhor resultado possível.

## 4.1 Problema do Carteiro Chinês

É o problema que objetiva cobrir com um passeio (ou rota) por todos os arcos de um grafo, minimizando a distancia total percorrida. O passeio do carteiro distingue-se do circuito Euleriano [veja o Anexo-A], por nele ser permitida a repetição de arestas.

## 4.2 Problema do Caixeiro Viajante - PCV

O problema do Caixeiro Viajante é um dos mais tradicionais e conhecidos problemas de programação matemática (ver Melamed [1990] e Campello e Maculan [1994]). Os problemas de roteamento lidam em sua maior parte com passeios ou *rotas* sobre pontos de demanda ou oferta. Esses pontos podem ser representados por cidades, postos de trabalho ou atendimento, depósitos, etc. Dentre os tipos de passeios um dos mais importantes é o *hamiltoniano*, em que o PCV é uma demonstração clássica para esse passeio, onde o Caixeiro Viajante tem como objetivo encontrar em um grafo  $G = (V, A)$  qualquer o caminho hamiltoniano de menor custo.

### 4.2.1 Importância atual do PCV

A importância do PCV é devida a pelo menos três de suas características, que são: sua grande aplicação prática (ver Bellmore e Nemhauser [1968], Burkard [1979], Reinelt [1994]), uma enorme relação com outros modelos (ver Laporte *et al.* [1996]) e sua grande dificuldade de solução exata (ver Papadimitriou e Steiglitz [1982], Gould [1991] e Zhang [1997])

Dessa forma, a importância do modelo é indiscutível, tanto sob o aspecto prático, como o teórico. Considerado intratável por Garey e Johnson [1979] e classificado por Karp [1975] como NP-Difícil.

### 4.2.2 Métodos de solução para o PCV

O PCV como problemas correlatos, necessitam das formulações da Programação Inteira, embora a Programação Dinâmica também seja usada (ver Christofides, [1979]).

Tendo em vista a extrema importância da obtenção de bons resultados para a solução exata do PCV, em problemas de porte real, como roteamento de veículos,

e sendo o PCV NP-Difícil, faz-se necessário utilizar métodos aproximativos, ou seja as HEURÍSTICAS.

### **Métodos exatos**

De acordo com Bodin [1983], em termos de métodos exatos para a solução do PCV e seus problemas descendentes, existem essencialmente, duas abordagens:

- Programação Inteira Mista
- Programação Dinâmica

Essas abordagens são utilizadas para problemas de pequeno porte.

### **Algoritmos aproximativos de solução - Métodos Heurísticos**

Segundo Fisher e Jaikumar [1981], os procedimentos heurísticos podem ser classificados em 4 grupos principais:

- Procedimentos de construção de rotas
- Algoritmos de melhoria de rota
- Técnicas de duas fases (procedimentos compostos)
- Métodos de otimização incompletos.

Nas seções a seguir alguns destes itens serão abordados com maior clareza.

#### **4.2.3 Problema dos Múltiplos caixeiros**

Diversos caixeiros saem de um depósito comum e visitam os  $n$  nós de uma rede, de modo que cada nó seja visitado uma única vez por um único caixeiro, que deve retornar ao depósito comum no final da rota.

Os problemas de roteamento de veículos merecem uma atenção maior. Para isso criamos um capítulo específico dos problemas de coleta e entrega, o qual veremos a seguir.



## Capítulo 5

# Problema Geral de coletas e entregas - PGCE

Este capítulo representa a principal referência para o trabalho, onde é apresentado a teoria do problema geral de coletas e entregas e seu sub problema que é o problema de roteamento.

No problema geral de coletas e entregas PGCE - *General Pickup and Delivery Problem - GPD* um grupo de rotas - *Tours* tem que ser construídos na ordem que satisfaça os requerimentos do transporte. Uma frota de veículos é avaliada para operar as rotas. Cada veículo tem uma dada capacidade, uma origem e um destino. Cada requerimento de transporte, especifica o tamanho da carga a ser transportada, as localidades onde ela será colhida (origem) e a localidade onde ela será entregue (destino). Cada carga terá que ser transportada por um veículo de um grupo de origens para um grupo de destinos sem "transbordo" em outra localidade. Três problemas de roteamento são considerados casos especiais do PGCE [2].

1. O problema de coletas e entregas PCE, cada transporte requer especificamente uma simples origem e um simples destino e todos os veículos partem e retornam para um depósito central.
2. O problema de selecionar um passeio (*Dial-a-Ride Problem*), é um PCE onde as cargas a serem distribuídas são unitárias e estas são consideradas pessoas. Falando-se usualmente como clientes ao invés de requerimentos de transporte, e todos os tamanhos das cargas são iguais a 1 (um).
3. O problema de roteamento de roteamento de veículo - PRV (*Vehicle Routing*

*Problem*), considerado um PCE em que todas as origens ou todos os destinos são localizados nos depósitos.

4. O problema de roteamento de veículos capacitados (*Capability Vehicle Routing Problem*), considerado um PCE em que todas as origens ou todos os destinos são localizados nos depósitos, diferenciando do PRV apenas com relação a restrição de capacidade que foi adicionada.

Este capítulo é baseado no estudo foi feito por [Savelsbergh, (1995)] [2], onde modelou o problema geral de coletas e entregas. O presente trabalho se tem por base este modelo para a implementação e a busca da solução, observando que o é considerado apenas uma instância deste problema, mais especificamente, o Problema de Roteamento de Veículos Capacitados, também conhecido como *Capability Vehicle Routing Problem - CVRP*.

## 5.1 Formulação do problema Geral

Primeiro:

1. Avalia-se os veículos para operar as rotas. Neste trabalho os veículos não são avaliados pelo fato de se garantir veículos idênticos.
2. Cada carga é transportada seguindo um pedido específico.
  - Tamanho da carga
  - Origem e Destino

### Definindo as variáveis

Onde:

$N \rightarrow$  Conjunto de pedidos (requerimentos) de transporte. Onde o transporte pedido  $i \in N$ .

$\bar{q}_i \rightarrow$  Tamanho da carga do pedido  $i$ . Onde  $\bar{q}_i \geq 0$ .

$$\bar{q}_i = \sum_j^{N_i^+} q_j = - \sum_j^{N_i^-} q_j$$

Quantidades positivas para coletas e quantidades negativas para entregas.

$N^+ = \cup_{i \in N} N_i^+ \rightarrow$  Conjunto de todas as Origens

$N^- = \cup_{i \in N} N_i^- \rightarrow$  Conjunto de todos os Destinos

definindo o conjunto de todas as origens e todos os destinos  $V$  como:

$$V = N^+ \cup N^-$$

E ainda,

$M \rightarrow$  conjunto de veículos,

$k \rightarrow$  um veículo onde  $k \in M$ .

$Q_k \rightarrow$  capacidade do veículo  $k$  onde  $Q_k \geq 0$  e

$k^+ \rightarrow$  localização inicial do veículo,

$k^- \rightarrow$  localização final do veículo.

$M^+ = \{k^+ | k \in M\} \rightarrow$  conjunto de localizações iniciais dos veículos

$M^- = \{k^- | k \in M\} \rightarrow$  conjunto de localizações finais dos veículos,

definindo  $W$  conjunto de localizações iniciais e finais dos veículos como:

$$W = M^+ \cup M^-$$

Para todo  $i, j \in (V \cup W)$  temos:

- $d_{ij} \rightarrow$  Distância da viagem.
- $t_{ij} \rightarrow$  Tempo da viagem.
- $c_{ij} \rightarrow$  Custo da viagem.

**Obs:** O tempo de permanência na origem /destino é incorporado ao  $t_{ij}$ .

**Definindo a rota:**

$R_k \rightarrow$  é uma rota do veículo  $k$  direcionada através de um subconjunto  $V_k \subset V$ , onde:

1.  $R_k$  inicia em  $k^+$  e finaliza em  $k^-$ .
2.  $(N_i^+ \cup N_i^-) \cap V_k = 0$  ou  $(N_i^+ \cup N_i^-) \cap V_k = (N_i^+ \cup N_i^-)$  para todo  $i \in N$ .
3. Se  $(N_i^+ \cup N_i^-) \subseteq V_k$  Então todas as localidades em  $N_i^+$  são visitadas antes de todas as localidades em  $N_i^-$ .
4. O veículo  $k$  visita cada localidade em  $V_k$  exatamente uma vez.
5. O veículo nunca carrega acima de sua capacidade  $Q_k$ .

**Definindo o Plano de coleta/entrega:**

Um plano de coleta  $R$  é um conjunto de rotas  $R_k$ .

$R = \{R_k | k \in M\}$  assim como:  
 $\{V_k | k \in M\}$  é uma partição de  $V$ .

**5.1.1 Considerações para os casos especiais:****Problema de coletas e entregas**

$|W| = 1$  e  $|N_i^+| = |N_i^-| = 1$  para todo  $i \in N$ .

Sendo definido  $i^+$  como o único elemento de  $N_i^+$  e  $i^-$  como o único elemento de  $N_i^-$ .

**Exemplo:** Empresa com uma garagem principal e rotas definidas sem retorno à garagem principal em suas subrotas.

**Problema de selecionar um passeio**

$|W| = 1$  e  $|N_i^+| = |N_i^-| = 1$  e  $\bar{q}_i = 1$  para todo  $i \in N$ .

**Problema de roteamento de veículos**

$|W| = 1$  e  $|N_i^+| = |N_i^-| = 1$  para todo  $i \in N$  e  $N^+ = W$  ou  $N^- = W$ .

## Aplincando a modelagem ao trabalho

Como tratamos o problema de roteamento de veículos capacitados como subconjunto do PCE, teremos:

$$|W| = 1 \text{ e } |N_i^+| = |N_i^-| = 1 \text{ para todo } i \in N \text{ e } N^+ = W \text{ ou } N^- = W.$$

Sendo um início e um fim único com a capacidade dos veículos  $Q_k$  onde  $k \in M$  e  $Q_k \geq 0$ . Sendo idêntico ao problema de roteamento de veículos com o acréscimo de uma restrição de capacidade.

## 5.2 Modelo Matemático

### Variáveis de decisão

1.  $Z_i^k$  onde  $(i \in N, k \in M) \rightarrow$  é igual a 1 se o pedido de transporte  $i$  é determinado para o veículo  $k$  e (0) zero caso contrário. Verifica se o veículo vai para o pedido  $i$ .
2.  $X_{ij}^k$  onde  $[(i, j) \in (V \times V) \cup \{(k^+, j) | j \in V\} \cup \{(j, k^-) | j \in V\}; k \in M]$  Sendo igual a 1 se o veículo  $k$  vai da localidade  $i$  para  $j$  e 0 (zero) no caso contrário. Verifica se o veículo  $k$  vai para o pedido, e por onde ele vai passar.
3.  $S_i$  onde  $(i \in (V \cup W)) \rightarrow$  Especifica o tempo de partida para o vértice  $i$ . Verifica em qual tempo o veículo sai.
4.  $Y_i$  onde  $(i \in (V \cup W)) \rightarrow$  especifica a carga para os veículos que chegaram no vértice  $i$ . Verificar se garanti a carga do veículo no vértice que ele acabou de chegar.
5.  $q_{k^+} = 0$  para todo  $k \in M$ . Definindo  $q_{k^+}$  (as cargas nas posições iniciais dos veículos  $k$ ) iguais a 0 (zero) para todos os veículos.

### Função Objetivo:

$$MIN \quad \sum_i^N \sum_j^N c_{ij} \quad t_{ij} \quad d_{ij} \quad X_{ij}^k \quad \text{para todo } j > i$$

**Sujeito a:**

1.  $\sum_k^M Z_i^k = 1$  para todo  $i \in N$
2.  $\sum_j^{V \cup W} X_{ij}^k = \sum_j^{(V \cup W)} X_{jl}^k = Z_i^k$  para todo  $i \in N, l \in (N_i^+ \cup N_i^-)$   
e  $k \in M$
3. (a)  $\sum_j^{(V \cup k^-)} X_{k^+j}^k = 1$  para todo  $k \in M$   
(b)  $\sum_i^{(V \cup k^+)} X_{ik^-}^k = 1$  para todo  $k \in M$
4. (a)  $S_{k^+} = 0$  para todo  $(k \in M)$ .  
(b)  $S_p \leq S_q$  para todo  $i \in N, p \in N_i^+, q \in N_i^-$   
(c)  $X_{ij}^k = 1 \rightarrow S_i + t_{ij} \leq S_j$  para todo  $i, j \in (V \cup W)$  e  $k \in M$ .  
(d)  $S_i \geq 0$  sendo  $i \in (V \cup W)$ .
5. (a)  $Y_{k^+} = 0$  para todo  $k \in M$ .  
(b)  $\sum_k^M Q_k Z_i^k \geq Y_i$  para todo  $i \in N, l \in (N_i^+ \cup N_i^-)$ .  
(c)  $X_{ij}^k = 1 \rightarrow Y_i + q_i = Y_j$  para todo  $i, j \in (V \cup W), k \in M$ .  
(d)  $Y_i \geq 0$  para todo  $i \in (V \cup W)$ .
6. (a)  $X_{ij}^k \in \{0, 1\}$  para todo  $i, j \in (V \cup W), k \in M$ .  
(b)  $Z_i^k \in \{0, 1\}$  para todo  $i \in N, k \in M$ .

**Onde:**

A restrição (1) Assegura que cada pedido de transporte é determinado para exatamente 1 (um) veículo, (2) um veículo somente entra ou parte de uma localidade  $l$  se ele é uma origem ou um destino de um pedido de transporte determinado para aquele veículo, (3) Garante que cada veículo inicia e termina no lugar correto, (4) Garantir os tempo com relação às restrições de (3), (4a) tempo inicial, (4b) o tempo

nas próximas localidades são sempre maiores que os tempos das localidades anteriores, (5) Formam as restrições que garantem a capacidade, (5a) todos os veículos no início estão vazios, (5b) a capacidade dos veículos no local do pedido sempre tem que ser maior que a carga para os veículos que chegam ao nó  $l$ . Somente posso buscar o que meu veículo suporte, (5c) A carga específica para os veículos que chegam a  $i$  mais a quantidade de carga em  $i$  tem que ser a carga específica em  $j$ , (6)retrições de tipo.

#### **Observação:**

Nossa função objetivo será apenas em relação à distância percorrida  $d_{ij}$ .

### **5.3 Características do Problema**

Uma característica muito importante do problema de roteamento é o caminho em que o pedido do transporte se torna disponível. Em uma situação estática, todos os pedidos são conhecidos então bastam que as rotas sejam construídas. Em uma situação dinâmica, alguns dos pedidos são conhecidos então, as rotas são construídas e os outros pedidos se tornam disponíveis em tempo real durante a execução das rotas.

Os principais problemas de roteamento são classificados como estáticos, enquanto os principais PCE são dinâmicos. Na prática os problemas dinâmicos são resolvidos com uma sequência de problemas estáticos.

Um depósito também é um conceito importante no problema de roteamento. Na literatura, o depósito é usualmente o lugar onde veículos iniciam e terminam suas rotas.

#### **5.3.1 Restrições de Tempo**

Uma generalização do PRVC é o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (PRVJT) que, além da limitação de capacidade, o veículo deve visitar um consumidor dentro de um intervalo de tempo, denominada janela de tempo. Normalmente, se considera permitido ao veículo chegar antes do horário previsto em um consumidor, mas será necessário esperar o momento de iniciar o descarregamento, ou seja, esperar a "abertura" da janela de tempo. Todo veículo não deverá chegar a uma determinada localidade após o tempo final definido para esta localidade. Cada encomenda tem um tempo de descarga. Em alguns casos, costuma-se relaxar a janela de tempo, permitindo a chegada do veículo após o fechamento da

janela de tempo. Esta abordagem é conhecida como janela *soft* de tempo. Quando esta janela de tempo ou restrição não pode ser violada diz-se ser do tipo *difícil*.

Neste trabalho não vamos abordar estas restrições e consideraremos como parte de estudo para trabalhos futuros.

## Capítulo 6

# Complexidade

Grande parte de problemas de conhecidos possuem complexidade de tempo que pode ser classificada em dois grupos seguintes. O primeiro grupo é composto pelos algoritmos polinomiais no tempo de execução, cuja função de complexidade é  $O(p(n))$ , onde  $p(n)$  é um polinômio. O segundo grupo é composto pelos algoritmos exponenciais no tempo de execução, cuja função de complexidade é  $O(c^n)$ ,  $c > 1$ . Este grupo contém problemas cujos melhores algoritmos conhecidos são não-polinomiais.

Algoritmos com complexidade de tempo não-polinomial demandam tal quantidade de tempo para executar que mesmo problemas de tamanho pequeno a moderado [30] não podem ser resolvidos.

### 6.1 A classe $P$

A classe  $P$  de problemas de decisão contém os problemas cuja complexidade é polinomial no tamanho da entrada. Para se demonstrar que um problema à classe  $P$ , basta mostrar um algoritmo polinomial que o resolva. Mas para demonstrar que um problema não pertence à classe  $P$ , não basta mostrar um algoritmo exponencial, pois isto não mostra que não há algum polinomial. E nem dizer que todos os algoritmos conhecidos para resolve-lo sejam exponenciais. Devemos provar que não existe e nem nunca existirá algoritmo polinomial para resolvê-lo. Por exemplo, os algoritmos exatos conhecidos até agora para o problema do caixeiro viajante são todos exponenciais. Entretanto, não é conhecida uma prova de que seja impossível obter um algoritmo polinomial para resolver o caixeiro viajante. Sabemos apenas que ninguém foi capaz de criar um algoritmo polinomial. Não se sabe, portanto se

o caixeiro viajante pertence ou não à classe P.

## 6.2 A Classe NP-Completo

Esta classe envolve os problemas de "maior dificuldade" entre todos os problemas de NP. Os problemas pertencentes à classe NP-Completo são todos equivalentes entre si. Um problema  $p$  pertence à classe NP-Completo se as seguintes condições forem satisfeitas.

1.  $\pi \in NP$
2. todo problema de decisão  $\pi' \in NP$  satisfaz  $\pi' \leq \pi$

Observe que (2) implica que todo problema da classe NP pode ser transformado polinomialmente no problema  $\pi$  NP-Completo. Nisto reside a importância desta classe de problemas: se um problema NP-Completo puder ser resolvido em tempo polinomial, então todos os problemas NP também podem... (e consequentemente  $P = NP$ ). Logo, se  $\pi \in NP - Completo$ , e alguém mostrar que  $\pi \in P$ , então  $P = NP$ . Este é o chamado teorema de *Cook*, formulado por *Stephen Cook* em 1971. Por isto dizemos que os problemas NP-Completo são os mais difíceis de NP, pois se um deles puder ser resolvido em tempo polinomial, então todos de NP o serão. Para demonstrar que um problema é NP-Completo utilizando a definição acima, teríamos que mostrar que todos os problemas pertencentes a NP se reduzem polinomialmente a ele. Isto seria inviável de ser feito na prática, mesmo porque nem sabemos quais são todos os problemas da classe NP. Mas podemos utilizar o seguinte:

Sejam  $\pi_1$  e  $\pi_2$  problemas de decisão  $\in NP$ . Se  $\pi_1$  é NP-Completo e  $\pi_1 \leq \pi_2$  então  $\pi_2$  é também NP-Completo. O fato acima, apesar de simples, é bastante poderoso. Vem nos dizer que para mostrar que um problema  $\pi$  é NP-Completo, não precisamos mostrar que todos os problemas NP se reduzem a ele, basta escolher um problema qualquer, comprovadamente NP-Completo, e mostrar que este se reduz ao problema  $p$  em questão. Ou seja, para se provar que  $\pi \in NP$ -Completo é suficiente provar que:

1.  $\pi \in NP$
2. um problema NP-Completo  $\pi'$  é tal que  $\pi' \leq \pi$

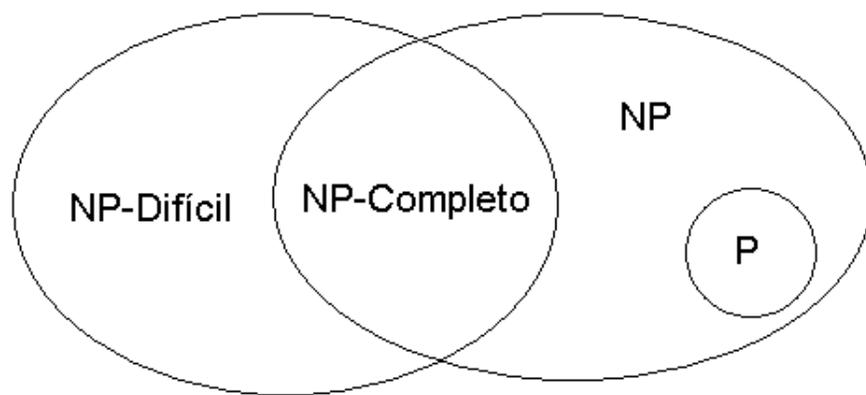
Isto é suficiente porque, por transitividade, se todos de NP  $\alpha$  um problema NP-Completo e este problema NP-Completo  $\alpha$   $\pi$ , então todos de NP  $\alpha$   $\pi$ , mostrando que  $\pi$  é NP-Completo. A grande vantagem é que podemos fazer apenas uma transformação polinomial.

Contudo, para que este esquema de prova possa ser utilizado, é necessário escolher algum problema  $\pi'$  que seja NP-Completo. Já existem diversos problemas catalogados como NP-Completo. Mas, para se identificar o primeiro problema desta classe, o processo acima não se aplica. *Stephen Cook*, em 1971, encontrou o ponto de partida através do problema de Satisfabilidade. Seus trabalhos lhe conferiram o prêmio Turing em 1982. Ele propôs uma questão: há algum problema em NP que, se for mostrado que ele está em P, então  $P = NP$ ? Ele mesmo encontrou a resposta através do teorema: *Satisfabilidade está em P se e somente se  $P = NP$* . Isto foi feito através de uma transformação polinomial genérica de todos os problemas da classe NP no problema de Satisfabilidade, cuja demonstração foge do escopo deste texto. Uma vez que este primeiro problema foi identificado, a tarefa para outros problemas fica bem mais simples utilizando o esquema acima. *Richard Karp*, em 1972, apresentou outros 24 problemas importantes que se reduzem à Satisfabilidade, mostrando assim que também são NP-Completo.

### 6.3 A Classe NP-Difícil

A classe NP-Difícil compreende os problemas para os quais apenas o passo (2) do esquema para se demonstrar que um problema é NP-Completo é considerada. Ou seja, um problema  $\pi$  é NP-Difícil se um problema NP-Completo  $\pi'$  é tal que  $\pi' \alpha \pi$ , não importando se  $\pi$  é ou não NP. Desta forma, a classe NP-Completo é a intersecção da classe NP-Difícil e NP. Somente problemas de decisão podem ser NP-Completo, já que em problemas de otimização necessitamos verificar se uma dada solução é realmente a melhor, e isto não poderá ser feito em tempo polinomial. Além disso, se  $\pi_1$  é um problema de decisão e  $\pi_2$  o correspondente de otimização, é quase certo que  $\pi_1 \alpha \pi_2$ .

Existem vários artigos que contém a prova formal, em que confirmam que problemas de roteamento são NP-Difíceis. Não sendo o foco principal deste trabalho, esta não será demonstrada.



**Figura 6.1:** Representação das classes

## Capítulo 7

# Métodos de solução

Neste capítulo apresentamos métodos de soluções para os problemas de otimização. A abordagem dos métodos de solução dos algoritmos seguem por critério de complexidade, começando pelos menos complexos.

### 7.1 Algoritmos exatos

São algoritmos enumerativos, que varrem o espaço de soluções e buscam aquela que apresenta a melhor métrica.

Distinguem-se quanto à abrangência em:

- enumeração explícita, onde todo o espaço de soluções é examinado. Devido à característica de explosão combinatória dos problemas, esta abordagem só pode ser aplicada na resolução de problemas de instâncias pequenas.
- enumeração implícita, onde apenas parte do espaço de soluções é examinado. Tal espaço é particionado, de modo a eliminar conjuntos inteiros de soluções, através da utilização de limites obtidos por relaxações, ou pela utilização de programação dinâmica.

A enumeração explícita, também denominada enumeração total, de todas as soluções de um determinado problema e a posterior escolha daquela que tenha a melhor métrica para o caso sob estudo é uma forma de abordagem válida. No entanto, o tamanho do espaço de soluções dos problemas combinatórios cresce de forma exponencial [16]. Uma forma mais interessante de tratar o problema, é fazer o que se denomina enumeração implícita das soluções, utilizando-se técnicas

de relaxação e restrições. Um problema é relaxado quando se considera apenas um subconjunto das condições. Uma restrição é aplicada quando novas condições são adicionadas ao problema. Efetivamente com essa abordagem está se dividindo o conjunto de soluções viáveis em subconjuntos progressivamente menores, calculando limites na função objetivo sobre cada subconjunto, e utilizando esses limites para descartar certos subconjuntos considerados anteriormente. Esse procedimento segue até que cada subconjunto tenha produzido uma solução viável, ou que seja provado que não contenha nenhuma solução melhor do que aquela já conhecida até o ponto da exploração do espaço de soluções. A melhor solução encontrada nesse procedimento é então o ótimo global. *Como esses procedimentos sempre levam ao ótimo global, são denominados métodos exatos.*

Algoritmos destinados a encontrar soluções exatas para problemas NP-Difícil são construídos a partir de métodos capazes de determinar limites superiores e inferiores para a solução buscada e um esquema de enumeração. Para cada instância, os limites inferiores e superiores, ou seja, as soluções viáveis, vão sendo calculados, até que certa instância tenha que ser dividida em subproblemas, de tal forma que a união desses subproblemas conduza a soluções viáveis do problema inicial [15].

## 7.2 Heurísticos

São algoritmos onde não existe a garantia de se encontrar a solução ótima, porém têm o atrativo de serem executados em tempo polinomial. São também denominados HEURÍSTICOS, ou seja, buscam resolver o problema baseados em regras empíricas, cuja aplicação costuma ser dependente do tipo de problema. Dividem-se em:

- de construção, onde uma solução é gerada apenas a partir dos dados do problema.
- de melhoria, onde os algoritmos partem de uma solução existente e usam um movimento particular para melhorá-la, otimizando ou melhorando a solução.

Esses algoritmos são também denominados *sub-ótimos*. Quando se estuda esses tipos de algoritmos, a dúvida que surge imediatamente, é se existe alguma forma de determinar quão distante da solução ótima está a solução encontrada.

Para que os algoritmos aproximados tenham atrativo sobre os exatos, eles devem possuir a propriedade de ter tempos de execução mais curtos e oferecer soluções razoáveis para os problemas encontrados na prática. Em algumas abordagens, onde se desenvolvem sistemas para solução específica desses problemas de otimização, empregam-se geradores de soluções aproximadas para iniciar os algoritmos mais rigorosos com valores de limite superior da solução viável, auxiliando então a acelerar o tempo de execução desses últimos.

### 7.3 Metaheurísticas

As heurísticas para solução de problemas de otimização discreta geralmente não conseguem encontrar a solução ótima global, mas sim algum ótimo local. A partir de um ótimo local, não se consegue gerar nenhuma melhora uma vez atingida aquela solução. Como exposto acima, uma forma de evitar que se chegue a uma solução muito aquém do mínimo global é a re-execução dos algoritmos várias vezes. Uma outra possibilidade é a perturbação do fluxo de busca das soluções que admita, em passos intermediários, soluções com valores acima do mínimo já encontrado até aquele momento, aumentando assim a chance de trilhar por caminhos no espaço de soluções que levem a mínimos menores e também escapando de um mínimo local. O ingrediente fundamental nessas abordagens é a introdução de alguma aleatoriedade no procedimento. Entre as abordagens nessa linha, pode-se citar as motivadas por fenômenos de evolução nos algoritmos genéticos [1].

Nas abordagens que permitem soluções intermediárias em que não há uma melhora explícita na solução, há o risco do algoritmo entrar num ciclo (eventualmente infinito) se não houver algum esquema para eliminação de soluções repetidas. Uma forma de eliminar este problema é o uso de listas que contêm movimentos temporariamente proibidos. Essas listas são denominadas de listas de *Tabus* e algoritmos baseados nessa técnica são denominados de *tabu search*. Em geral, todas estas abordagens, denominadas metaheurísticas [14], são de aplicação mais geral, não se limitando a problemas de otimização discreta. São, portanto, atrativas para ambientes de resolução de problemas mais genéricos, pois muitas delas permitem tratar certos problemas com pouco conhecimento sobre sua estrutura e comparativamente a outras técnicas com pouco esforço. Entretanto, não está claro até agora se essas técnicas podem realmente competir com algoritmos mais especializados.

## 7.4 Combinação de algoritmos

Conforme explanado anteriormente, os problemas de otimização discreta somente podem ser abordados por algoritmos heurísticos, exceto nos casos em que as instâncias dos problemas tenham tamanho bem reduzido, pelo fato desses problemas possuírem restrições de tempo que impedem de serem executados por um método exato. Outra forma é poder combinar esses algoritmos de algum modo, na tentativa de se obter soluções melhores do que as obtidas individualmente pela execução de cada um deles. Em adição à seqüência óbvia de se ter um algoritmo de construção seguido por um de melhoria, não há nenhuma regra que nos permita determinar qual a forma de agrupá-los para se obter o melhor resultado. Quando um sistema de uso geral é construído, faz-se uma série de compromissos e determina-se uma ordem de operação dos algoritmos. O que é necessário é uma maneira de organizar os algoritmos para que operem da melhor maneira possível, permitindo que cooperem entre si, obtendo soluções que não seriam encontradas por cada um deles isoladamente. A idéia é formar algoritmos heurísticos, que cooperam entre si.

## 7.5 Outros métodos

- **Métodos de Programação Linear e não Linear** utilizam algoritmos como o Simplex, Pontos Interiores, etc. Para utilizarmos estes métodos, inicialmente relaxa-se o problema ignorando as restrições de integralidade dos problemas, para em seguida construir a solução utilizando-se um algoritmo polinomial, sobre a forma de uma busca por melhoria, onde garantimos que um ótimo local é um ótimo global.
- **Algoritmos Estocásticos** utilizam aleatoriedade na tentativa de fugir de mínimos locais a que estão sujeitos os algoritmos heurísticos, combinada com uma regra para evitar que esses algoritmos entrem em ciclos ao tentar sucessivamente soluções locais já experimentadas.
- **Algoritmos Analógicos** motivados por fenômenos observados na natureza, resolvem problemas sem oferecer uma percepção de como alcançaram a solução. Têm como atrativo, a possibilidade de serem aplicados a problemas de estrutura pouco conhecida [27] [28].

## Capítulo 8

# Metodologia

Neste capítulo é apresentada os métodos e fundamentos que foram necessários para a formulação do trabalho, bem como a estrutura física para os testes e os programas utilizados.

### 8.1 Pesquisa

O projeto contou com 4 (quatro) fases:

1. Estudo do problema de roteamento;
2. Estudo de métodos de solução para problemas de roteamento com restrição de capacidade;
3. Escolha de dois métodos heurísticos que solucionem o problema;
4. Implementação destes métodos escolhidos e testá-los em bases de testes específicas.

### 8.2 Tecnologia

Com o propósito de comparação entre os algoritmos para a solução do problema de roteamento utilizamos a linguagem de programação JAVA e *softwares* de apoio na implementação.

### 8.2.1 Linguagem de Programação

Dentre as várias linguagens de programação existentes hoje, foi escolhida a linguagem de programação *JAVA*, da plataforma *JAVA2*, devido a vários fatores, sendo os principais:

- grande quantidade de classes utilitárias (vetor, listas ) intrínsecas à própria linguagem.
- suporte ao *garbage collector*, que encoraja o desenvolvimento de aplicações bastante robustas sem a preocupação do desenvolvedor com a gerência de memória.
- linguagem de constante crescimento no campo científico e de trabalho.
- possibilidade da utilização da biblioteca do *CERN*, de nome *colt*, utilizada em estudos nucleares, a qual possui uma estrutura científica para implementação de problemas complexos.

Atualmente a plataforma Java 2 está dividida em três edições, cada uma direcionada a diferentes tipos de aplicação, que são as edições Enterprise Edition J2EE, Standard Edition J2SDK e Micro Edition J2ME.

Utilizamos o pacote J2SE versão J2SDK1.4.0-01, a qual tem aplicação voltada para computadores pessoais.

Uma melhor especificação da linguagem pode ser encontrado em [24] e sobre a biblioteca *colt* em [25].

### 8.2.2 Softwares utilizados

#### Sistemas operacionais

- Linux
- Windows 2000
- Windows XP

#### Editores de Texto

- GEL;
- NetBeans;

- Anjuta;
- E para codificação do texto WinEdt <http://www.winedt.com>.

### Máquina virtual

Como citado acima utilizamos a plataforma Java2 e pacote J2SE versão J2SDK1.4.0-01.

### Codificação do texto

Foi utilizada a linguagem  $\text{\LaTeX}$  com compilador  $\text{\MikTeX}$  e biblioteca padrão para monografias do departamentos de ciência da computação UFLA - DCC, `uflamon.cls`.

## 8.3 Métodos heurísticos estudados

Nesta sessão apresento os diferentes métodos heurísticos estudados para a solução do problema de roteamento.

### Métodos de construção de rotas

1. Heurística de inserção do vizinho mais próximo:

Esta Heurística, inicia-se num nó qualquer e então visita-se o vizinho mais próximo do nó o qual partiu o algoritmo. O próximo passo, visita o vizinho mais próximo ainda não visitado e assim sucessivamente, retornando ao final de todos ( $n - 1$ ) vizinhos visitados para o nó o qual o algoritmo partiu.

Etapas:

- (a) Comece com todos os nós o começo de um trajeto.
- (b) Encontre um nó, que não está no trajeto, que é o mais próximo ao último nó adicionado. Adicione-o ao trajeto.
- (c) Repita a etapa 2 até que todos os nós pertençam ao trajeto. Então, junte os primeiros e últimos nós do trajeto.

Para gráficos simétricos, completos, o comportamento do pior caso do algoritmo é:

$$\frac{\text{comprimento da rota pelo do vizinho mais proximo}}{\text{comprimento da rota otimo}} \leq \frac{1}{2}[\log_2(n)] + \frac{1}{2}$$

onde  $[x]$  é o inteiro o menor  $\geq x$ , e  $n$  são o número de nós na rede. O algoritmo da inserção do vizinho mais próximo é da complexidade de tempo  $O(n^2)$ .

## 2. Clark and Wright:

- (a) Calcular os ganhos  $g_{i,j}$ , para todos os pares  $i, j$  ( $i \neq j, i \neq d, j \neq d$ );
- (b) Ordenar os pares  $i, j$  na ordem decrescente dos valores do ganho  $T_{ij}$ ;
- (c) Começar pelo par  $i, j$  com maior ganho  $T_{i,j}$  e proceder na sequência obtida em (2);
- (d) Para um par de nós  $i, j$ , correspondente ao  $K^{simo}$  elemento da sequência (2) verificar se  $i$  e  $j$  estão ou não incluídos em um roteiro já existente:
  - i. Se  $i$  e  $j$  não foram incluídos em nenhum dos roteiros já abertos, então criar um novo roteiro
  - ii. Se exatamente um dos pontos  $i$  ou  $j$  já pertence a um roteiro pré-estabelecido, verificar se esse ponto é o primeiro ou o último do roteiro (adjacente ao nó  $d$ , depósito). Se isso ocorrer, acrescentar o arco  $i, j$  a esse roteiro. Caso contrário, passar para a etapa seguinte, saltando o par  $i, j$ ;
  - iii. Se ambos os nós  $i$  e  $j$  já estão presentes a dois roteiros pré-estabelecidos (roteiros diferentes), verificar se ambos são extremos dos respectivos roteiros (adjacentes ao nó  $d$ ). Neste caso fundir os dois roteiros em um só. Caso contrário, passar para a etapa seguinte, pulando o par  $i, j$ ;
  - iv. Se ambos os nós  $i$  e  $j$  pertencem a um mesmo roteiro, pular para a etapa seguinte;
  - v. Continuar o processo até que a lista completa de "ganhos" seja exaurida. Se sobrar algum ponto não incluído, em nenhum roteiro, deverão ser formados roteiros individualizados, ligando o depósito a cada ponto retornando à base.

```
if (i && j) não estão em nenhum roteiro
    Criar um roteiro com i e j;
else
    if (i || j) estiver em um roteiro
        if este nó é um extremo de um roteiro
            Agrega i e j ao roteiro;
```

```

        else
            Abandonar o par i e j;

    else
        if i e j estão em roteiros diferentes
            if i e j são extremos de seus roteiros
                Unir os dois roteiros;

            else
                Abandonar o par i e j;

    else
        Abandonar o par i e j;

```

### Algoritmo Genético

A Computação Evolutiva se destina, predominantemente, à resolução de problemas que são modelados como problemas de otimização.

É formada por um conjunto de técnicas de otimização eficazes, principalmente, na resolução de casos pertencentes a classes de problemas cujos espaços de busca têm um caráter combinatório e portanto de cardinalidade explosiva. Esta eficiência no uso de tais problemas é, preferencialmente, o que a diferencia das demais já que as técnicas convencionais, para esses casos, não são capazes de obtenção da solução ótima, ainda que local.

Os algoritmos da computação evolutiva mantêm uma população de soluções potencial, extraído do espaço das soluções possíveis, onde cada representa uma possível solução para o problema, aqui identificado também por indivíduo. Estas soluções são avaliadas por algum critério, produzindo valores ou *fitness* que indicam o quanto cada uma delas está adaptada ao modelo, fase esta chamada de seleção. Para completar a etapa evolutiva ou geração são aplicados operadores genéticos. O operador de cruzamento cria novos indivíduos, através da transferência de características entre dois ou mais indivíduos, tentando assim modelar o cruzamento entre seres vivos. O operador de mutação é responsável pela criação de novos indivíduos, através da modificação de atributos de um dado indivíduo, esperando com isto que estes novos indivíduos estejam mais bem adaptados às novas condições do meio, o que faz deste operador um modelo do fenômeno de mutação entre os seres vivos. Após um número de gerações a condição de parada deve ser atendida a qual, geralmente, indica a existência, na população, de um indivíduo

que represente uma solução aceitável para o problema ou quando o número máximo de gerações for atingido, caso em que o resultado pode indicar uma resposta não satisfatória.

- Um indivíduo da população ou fenótipo é representado por uma única estrutura binária chamada cromossomo ou genótipo.
- Os cromossomos possuem uma lista de atributos ou variáveis, definidos em função das características do problema, conhecidos como genes.
- Os possíveis valores que um determinado gene pode assumir são denominados alelos e a posição do cromossomo em que eles aparecem é chamada de locus.
- Estas soluções são avaliadas por algum critério, produzindo valores ou fitness que indicam o quanto cada uma delas está adaptada ao modelo, fase esta chamada de seleção, uma clara referência ao princípio de seleção natural de Darwin.
- Os operadores genéticos de cruzamento e mutação simulam respectivamente o cruzamento e a mutação que ocorrem nos seres vivos.

O algoritmo genético é o método que melhor representa o paradigma da computação evolutiva.

Foram introduzidos por Holland, em 1975, com o objetivo de formalizar matematicamente e explicar rigorosamente processos de adaptação em sistemas naturais e desenvolver sistemas artificiais (simulados em computador) que mantenham os mecanismos originais, encontrados em sistemas naturais.

O processo de evolução executado por um algoritmo genético corresponde a um procedimento de busca no espaço de soluções potenciais para o problema e, como enfatiza Michalewicz, esta busca requer um equilíbrio entre dois objetivos aparentemente conflitantes: a procura das melhores soluções na região que se apresenta promissora ou fase de intensificação e a procura de outra região, que se espera ainda mais promissora, ou exploração do espaço de busca. Este equilíbrio é o que potencializa o método, na busca de um ótimo global, diferenciado, por um lado, dos métodos convencionais que predominantemente fazem intensificação pois usam uma informação local, com é a derivada, por outro lado, diferencia-se dos métodos de busca aleatória nos quais predominam a exploração do espaço de busca.

## 8.4 Heurística Implementada

A heurística de Clarke & Wright (1964) foi escolhida devido a sua simplicidade e ao fato de fornecer bons resultados. Seu método baseia-se no conceito de *ganho* que pode ser obtido ao se ligar dois nós de forma sucessiva em um roteiro. Admitindo que existem  $n$  pontos a serem visitados (coleta ou entrega), partindo o veículo de um depósito  $D$  qualquer e retornando ao mesmo após um ciclo.

Uma primeira solução sem eficiência a princípio é usar  $n$  veículos cada um fazendo um roteiro atendendo a um ponto.

Roteiro:

$$Deposito \rightarrow PONTO \rightarrow Deposito$$

O percurso total dessa solução é:

$$L = 2 * \sum_{i=1}^n C_{d,i}$$

Onde  $C$  é o custo do depósito  $d$  até o ponto  $i$ .

Entretanto, para cada dois nós  $i$  e  $j$ , se depois de passar pelo nó  $i$  o veículo passar por  $j$  haverá um ganho.

O ganho  $S(i, j)$  pode ser calculado como:

$$S(i, j) = L_a - L_b \Rightarrow 2 * C_{D,i} + 2 * C_{D,j} - (C_{D,i} + C_{i,j} + C_{j,D})$$

Ou simplesmente :

$$S(i, j) = C_{D,i} + C_{j,D} - C_{i,j}$$

O procedimento faz uso deste conceito de buscando pares de pontos  $i, j$  com maior valor de ganho e que não violem as restrições de tempo e capacidade.

Após esse procedimento basta seguir o algoritmo apresentado na seção anterior

## 8.5 Metaheurística Implementada

O algoritmo genético foi escolhido na implementação pelo fato de ser o método que melhor representa o paradigma da computação evolutiva. Na implementação seguimos os seguintes passos:

INICIO

1- Inicializamos a população

2- Avaliamos os indivíduos segunda as restrições impostas ao problema de roteamento capacitado

Repita:

3- Selecionamos indivíduos para reprodução através de "torneios", e a cada dois indivíduos escolhido um é eliminado da população.

4- Aplicamos a reprodução e mutação

5- Avaliamos os indivíduos da nova população

6- Selecionamos os indivíduos para sobreviver seguindo o critério de menor custo e garantindo a possibilidade de indivíduos mutantes e uma outra porcentagem de indivíduos escolhidos aleatoriamente.

Até: CRITÉRIO DE PARADA

FIM

obs: no nosso caso definimos o critério de parada como não termos mais indivíduos para cruzamento ou a menor adaptabilidade do indivíduo não variou em duas gerações, considerando o número de gerações igual a 5000.

### 8.5.1 Componentes e operadores do algoritmo

1. A primeira decisão a ser tomada leva em conta a natureza dos indivíduos ou soluções possíveis. No nosso algoritmo modelamos o indivíduo como um vetor que contém todos os clientes a visitar, onde cada cliente é considerado um gene.
2. O tamanho da população é para nós uma constante (nossos testes tinham o tamanho de 500 indivíduos),
3. A geração da população inicial (conjunto de indivíduos) foi aleatória, só que garantíamos a restrição de capacidade, onde *marcamos* para 1 (um) o gene

que fará parte da rota e zero o gene que não fará parte da rota. Considere que todos os genes estão inicialmente marcados com 0s (zeros).

4. A avaliação ou adaptabilidade do indivíduo em nosso trabalho é o custo relacionado ao transporte, em que o veículo sairá do depósito e percorrerá todos os cliente enquanto sua capacidade permitir. Tendo como bons indivíduos as rotas formadas por clientes em que os veículos a percorrem num menor custo possível (em Km).
5. Na fase de seleção implementamos o torneio, quando escolhemos 5 (cinco) indivíduos aleatoriamente e os 2 (dois) com melhor adaptação (menor custo de viagem) são escolhidos para compor a nova população e estes serão *pais*.
6. O cruzamento responsável pela troca de informações genéticas entre indivíduos é feito a partir de uma constante chamada de *Parâmetro de Cruzamento* que irá fazer com que os indivíduos sejam criados para a nova população de acordo com seu valor. No cruzamento dois *pais* são escolhidos e dentro deste vetor (Pai) escolhemos uma posição aleatória, a parte inicial de um primeiro vetor (Pai-1), fará parte de um filho (Filho-1) e a parte final outro filho (Filho-2), o outro vetor escolhido (Pai-2), também contribuirá com informações para a geração de novos indivíduos, aonde a primeira parte irá para o Filho-2 e a segunda para o Filho-1. Nesta fase também temos que garantir a restrição de capacidade, onde trocamos informações até que encontremos um indivíduo apto a participar da nova população, ou seja não ultrapassamos a capacidade máxima do veículo.
7. Com a mutação introduzimos, com a troca de genes na população presente, material genético novo capaz de conduzir a um ótimo global. O número de vezes que a operação é realizada depende de um *Parâmetro de mutação*, que para o nosso trabalho ficou determinado em 4% da nova população.
8. Ainda temos que dizer quem vai sobreviver nesta nova população e para isso escolhemos os indivíduos de melhor adaptabilidade para serem os candidatas a formarem as rotas.
  - (a) Ordenamos por menor custo todas as rotas (indivíduos), após o critério de parada estabelecido.
  - (b) A partir da rota de menor custo verificamos nas próximas se possuem elementos que já estão inseridos nas primeiras, se existirem, eliminamos o indivíduo, senão incluímos a rota na nova população. Faremos

isso para todos os indivíduos, ou até que visitemos todos os membros (clientes) da rede de transporte.

- (c) Se depois de percorrer todos os membros, ainda existirem clientes sem pertencer às rotas, criamos rotas separadas com esses clientes.

## 8.6 Estratégia de Testes

Os algoritmos foram comparados segundo dois critérios: qualidade nas respostas encontradas e tempo de execução.

Para a realização dos testes foi utilizados arquivos com testes que formam um biblioteca de testes, de uso da comunidade científica mundial para o estudo de problemas de otimização, roteamento, caixeiro viajante dentre outros de nome *TSPLIB*, a qual pode ser copiada livremente da internet em [26].

O objetivo dos testes foi verificar qual dos algoritmos implementados se aproxima mais da solução *ótima até então encontrada*.

Após encontrar a solução, somatório do custo de todas as rotas, é calculado o desvio percentual para mensurarmos quanto o resultado se aproximou do resultado ótimo até então encontrado. Fórmula do desvio percentual:

$$\frac{f(S) - f(S^*)}{f(S^*)}$$

Sendo  $f(S)$  a solução proposta e  $f(S^*)$  a solução ótima da instância do problema (ou a melhor até então encontrada).

O formato dos arquivos são do tipo:

**Exemplo:**

```
NAME: A-n32-k5
COMMENT: Augerat et al, Min no of trucks:5,
          OptimalValue:784
TYPE: CVRP
DIMENSION: 3
EDGE-WEIGHT-TYPE: EUC-2D
CAPACITY: 10
NODE-COORD-SECTION
1 82 76
2 96 44
3 50 5
DEMAND-SECTION
1 0
```

```
2 19
3 21
DEPOT-SECTION
1
-1
EOF
```

Onde temos o nome do arquivo, um comentário exibindo nome do autor dos teste( resultado ótimo e número mínimo de veículos), o tipo de problema tratado pelo teste,(neste exemplo o CVRP - *Capability Vehicle Routing Problem* problema que o trabalho aborda), a capacidade do veículo, as coordenadas dos nós, a demanda em cada nó, o depósito e a *string* de fim de arquivo "EOF".

## 8.7 Ambiente de Testes

Para os testes utilizamos uma máquina AMD(Duron) 747Mhz, com 128 MB de RAM. Sistema operacional Windows XP.



## Capítulo 9

# Considerações Finais

Neste capítulo mostramos os resultados obtidos com a computação dos testes em cada algoritmo e demonstramos propostas para trabalhos futuros.

### 9.1 Resultados e conclusão

Observando cada algoritmo implementado, foi percebido que o algoritmos de *Clark & Wright* teve uma melhor performance, mas devemos levar em consideração a codificação do algoritmo genético que foi implementada, sabendo que o algoritmo genético tem a possibilidade de possuir uma melhor eficiência [12] [13].

Mas conseguimos mostrar que a heurística de construção de rotas *Clark & Wright* possui bons resultados, tendo em vista que os testes encontraram soluções com resultados em média 8% acima da melhor distância percorrida, segundo a melhor solução até então encontrado para os testes da TSPLIB.

O melhor teste foi executado foi para o arquivo E-n30-k3 que conseguiu uma qualidade de solução no valor 0,262% a mais que a melhor para este arquivo, sendo um resultado quase ótimo.

Com relação ao tempo de processamento, os algoritmos tem posições diferentes. O algoritmo de *Clark & Wright* varia apenas com o tamanho do vetor, quando cria sua matriz de custo, e quando ordena os ganhos para o início do algoritmo.

Enquanto o algoritmo genético implementado, segui o critério de parada, onde só pára após encontrar a menor adaptabilidade e esta não variar após duas gerações, garantindo uma probabilidade dos melhores indivíduos estarem dentro da população.

Veja a tabela abaixo com alguns dos testes.

<i>INSTANCIA</i>	<i>QUALID CW</i>	<i>QUALID AG</i>	<i>TEMPO CW</i>	<i>TEMPO AG</i>
<i>A – n32 – k5</i>	0,07613	0,15621	261	1419
<i>A – n33 – k5</i>	0,07722	0,16263	140	1874
<i>A – n34 – k5</i>	0,04165	0,15001	141	1648
<i>A – n36 – k5</i>	0,05647	0,19541	140	1459
<i>A – n45 – k7</i>	0,06106	0,24362	170	1784
<i>A – n53 – k7</i>	0,09336	0,1546	220	1923
<i>A – n54 – k7</i>	0,0293	0,16542	220	1741
<i>A – n60 – k9</i>	0,00985	0,18351	290	1685
<i>A – n69 – k9</i>	0,07687	0,18452	430	1985
<i>A – n80 – k10</i>	0,04158	0,13272	591	2012
<i>B – n31 – k5</i>	0,01178	0,14231	130	1589
<i>B – n38 – k6</i>	0,03914	0,14589	150	1458
<i>B – n39 – k5</i>	0,0367	0,17417	150	1389
<i>B – n41 – k6</i>	0,08334	0,18475	160	1685
<i>B – n52 – k7</i>	0,03372	0,15853	220	1795
<i>B – n56 – k7</i>	0,06324	0,19687	251	2432
<i>B – n63 – k10</i>	0,04882	0,18845	301	2978
<i>B – n64 – k9</i>	0,07033	0,21632	310	2598
<i>B – n67 – k10</i>	0,0648	0,18541	361	2845
<i>B – n68 – k9</i>	0,01027	0,16145	361	2693
<i>B – n78 – k10</i>	0,03338	0,16894	541	1555
<i>E – n22 – k4</i>	0,03672	0,14326	100	989
<i>E – n23 – k3</i>	0,09154	0,18741	100	1365
<i>E – n30 – k3</i>	0,00262	0,15748	110	1101
<i>E – n51 – k5</i>	0,1867	0,30541	210	1812
<i>E – n76 – k7</i>	0,1651	0,36152	480	1954
<i>E – n76 – k8</i>	0,16191	0,39145	481	2115
<i>E – n76 – k10</i>	0,1654	0,41235	531	2212
<i>E – n101 – k8</i>	0,16612	0,29215	881	1997
<i>E – n101 – k14</i>	0,08109	0,17544	971	2556
<i>M – n101 – k10</i>	0,02258	0,13128	892	2012
<i>M – n121 – k7</i>	0,01072	0,16421	1262	3251
<i>M – n151 – k12</i>	0,1199	0,25314	2373	3854
<i>F – n45 – k4</i>	0,09008	0,17451	170	1741
<i>F – n135 – k7</i>	0,09008	0,18174	170	3145
<i>F – n72 – k4</i>	0,07641	0,18564	401	2389
<i>P – n16 – k8</i>	0,10062	0,3265	80	3120
<i>P – n20 – k2</i>	0,06361	0,1741	90	989
<i>P – n40 – k5</i>	0,13181	0,2014	151	1798
<i>P – n65 – k10</i>	0,08225	0,2812	311	1987
<i>P – n76 – k4</i>	0,27171	0,33214	440	2014
<i>P – n101 – k4</i>	0,17376	0,28014	791	1354
<i>Mdia</i>	0,08163	0,20992	400,56097	2029,29268

Com isso os testes mostram que o algoritmo de *Clark & Wright* teve uma melhor performance nos testes em comparação com o algoritmo genético aqui implementado.

As rotas formadas pela heurística de *Clark & Wright* podem ser vistas no Anexo-B.

## 9.2 Propostas de Trabalhos Futuros

A formulação do algoritmo genético implementado, não garantiu um resultado esperado segundo estudos feitos na área de roteamento, o qual mostram que o algoritmo genético tem uma probabilidade de ser superior [12] [13].

Como proposta de trabalhos, proponho uma melhor codificação do indivíduo e principalmente um estudo para selecionar os indivíduos para sobreviver e para formar as rotas finais, a qual acredito ter sido a causa de não chegarmos mais próximo da solução. Outra proposta é utilizar o algoritmo genético construtivo [29].

Na maioria dos problemas reais, o tempo é um dado marcante para melhor atendimento ao cliente [5]. Com isso para trabalhos futuros pretendemos abordar soluções que tratem do problema de roteamento de veículos capacitados com janelas de tempo, e posteriormente este mesmo problema será tratado dinamicamente, ou seja a cada instante poderemos ter novos dados inseridos ao problema.



# Referências Bibliográficas

- [1] Pacca, Henrique L. Luna & Goldberg, Marco Cesar, "*Otimização Combinatória e Programação Linear : modelos e algoritmos*", Ed.Campus,2000
- [2] Savelsbergh, M. W. P., *The General Pickup and Delivery Problem*, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, USA
- [3] Wagner, H. M., *Pesquisa Operacional* Tradução POLI-USP *Principles of operations Research*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1986.
- [4] Daskin, Mark S., *Network and Discrete location : Models, Algorithms, and Applications*, A Wiley-Interscience Publication, 1995.
- [5] Ballou, Ronald H., *Logística Empresarial - transportes, administração de materiais, distribuição física* São Paulo: Atlas, 1993.
- [6] G.B.Dantzig and R.H. Ramser, *The Truck Dispatching Problem* Management Science, 6, 80 (1959)
- [7] Mateus, G. R., *Otimização em Redes : Relatório Técnico*, DCC UFMG, 1996
- [8] <http://www.math.princeton.edu/tsp/index.html>, *Traveling Salesman Problem - TSP ou Problema do Caixeiro Viajante* Princeton University Mathematics Department.
- [9] CLARK G., WRIGHT, J. W., 1964, *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points*. Operation Research, v. 12, p. 568-581.
- [10] Shafer, G. *A mathematical theory of evidence*. Princeton, Princeton University Press, 1976.

- [11] Zamboni, L. V. de S, *Técnicas de Roterização de Veículos Aplicadas ao Transporte Escolar* Dissertação de Mestrado, UFPR, 1997
- [12] Fleishfresser, S. A., *Abordagem de um problema de entrega de jornais a assinantes por meio de Métodos Heurísticos e Método Estatístico* Dissertação de Mestrado, UFPR, 2001
- [13] Colombo, J. A. A., *Localização e Roteamento para Serviços de Atendimento Emergencial - O Caso da Segurança Eletrônica* Dissertação de Mestrado, UFPR, 2001
- [14] Rabak, C. S., *Otimização do Processo de Inserção Automática de Componentes Eletrônicos Empregando a Técnica de Times Assíncronos* Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1999.
- [15] Parker, R. G. & Rardin, R. L., *Discrete Optimization* Computer Science and Scientific Computing Academic Press, Inc., 1988.
- [16] Garey, M. R.; Johnson, D. S., *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness* W. H. Freeman and Company, 1979.
- [17] Bernardi, R. de, *Aplicando a Técnica de Times Assíncronos na Otimização de Problemas de Empacotamento Unidimensional* Dissertação de Mestrado, POLI-USP, 2001
- [18] Cardoso, Patrícia Alcântara M. Sc. *Sistema de Monitoramento de Desempenho Aplicado à Logística*. Anais do ENEGEP 1999, Rio de Janeiro.
- [19] PORTER, Michael E. *Estratégia Competitiva: estratégias para análise de indústrias e da concorrência*. 7<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- [20] BAÑEGIL, Tomás M. *El Sistema Just in Time y la Flexibilidad de la Producción*. Madrid: ed. Pirámide S.A., 1993.
- [21] Council of Logistics Management, <http://www.clml.org>
- [22] Yoshizaki, Hugo: *Diferenças entre o Supply Chain Management e Logística*, Poli USP - 2000.
- [23] , Associação Brasileira de Logística <http://www.aslog.org.br>, Vantine Consultoria <http://www.vantine.com.br>, Comunidade Virtual de Profissionais de Logística <http://www.cvlog.net>.

- [24] Gosling, J., Joy, B., Steele, G. The Java Language Specification. Addison-Wesley, 1996. URL: <ftp://ftp.javasoft.com/docs/specs/langspec-1.0.pdf>. Acessado em 5 de junho de 2002.
- [25] *The Colt Distribution - Open Source Libraries for High Performance Scientific and Technical Computing in Java* <http://hoschek.home.cern.ch/hoschek/colt/>
- [26] Biblioteca de teste para problemas de roteamento e caixeiro viajante, <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/> ou <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/index.html?/Problem%20Instances/CVRPTWInstances.html>
- [27] J.R. Leigh, J.R., *Applied Digital Control*, Phillips, C. L., *Feedback Control Systems* & Ogata, *Discrete Time Control Systems*, Prentice Hall.
- [28] Albert, C. L., Coggan, D. A., *Fundamentals of Industrial Control*, ISA.
- [29] Furtado, J. C & Lorena, L. A. N., *Algoritmo Genético Construtivo na otimização de problemas combinatoriais de agrupamentos*, LACESM/CT - UFSM - Universidade Federal de Santa Maria.
- [30] ZIVIANI, N. *Projeto de Algoritmos Com Implementações em Pascal e C* ; Pioneira Thomson Learning ; 1993.



## Capítulo 10

# Anexo - A

## Teoria dos Grafos

**Grafo** ou **Rede** é uma coleção de vértices (pontos, ou nós)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e uma coleção de arestas (arcos ou linhas)  $a_1, a_2, \dots, a_m$  conectando todos ou alguns destes vértices.

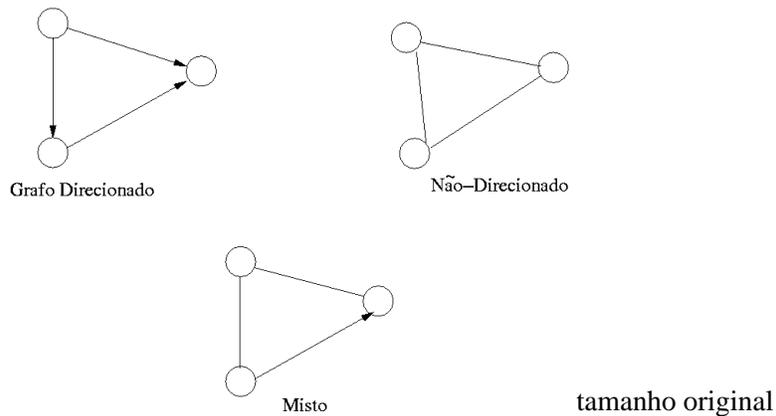
Um grafo é denotado e descrito por  $G = (V, A)$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arestas. Com relação às arestas o grafo pode ser, direcionado (ou orientado), isto é, as arestas possuem uma direção, não-direcionado (ou não-orientado), quando suas linhas não possuem direção, ou misto, com linhas direcionadas e não direcionadas veja a figura 10.1.

### 10.1 Caminho

Caminho é uma seqüência de arestas em que todos os nós visitados são distintos.

### 10.2 Cadeia

Uma cadeia é uma seqüência qualquer de arestas adjacentes que ligam dois vértices. O conceito de cadeia vale também para grafos direcionados, bastando que se ignore o sentido da orientação dos arcos. Uma cadeia é dita ser elementar se não passa duas vezes pelo mesmo vértice. É dita ser simples se não passa duas vezes pela mesma aresta. O comprimento de uma cadeia é o número de arestas que a compõe.



**Figura 10.1:** Exemplo de grafos direcionado, não direcionado e misto

### 10.3 Ciclo

Um ciclo é uma cadeia simples e fechada (o vértice inicial é o mesmo que o vértice final).

### 10.4 Passeio

Um passeio euleriano ou trilha fechada ou passeio de Euler de  $G$ , é um passeio fechado que contém cada aresta de  $G$  exatamente uma vez, mas pode repetir arestas.

### 10.5 Circuito

Um circuito é um caminho simples e fechado, onde se tem uma sequência distinta de arcos que repete o último nó visitado.

### 10.6 Grafo conexo

Um grafo  $G(V, A)$  é dito ser conexo se há pelo menos uma cadeia ligando cada par de vértices deste grafo  $G$ .

## 10.7 Grafo desconexo

Um grafo  $G(V, A)$  é dito ser desconexo se há pelo menos um par de vértices que não está ligado por nenhuma cadeia.

## 10.8 Árvore

Uma árvore é um grafo conexo sem ciclos.

## 10.9 Grafo euleriano

Um grafo  $G$  é dito ser *euleriano* se há um ciclo em  $G$  que contenha todas as suas arestas. Este ciclo é dito ser um ciclo euleriano, porque passa por todas as arestas do grafo  $G$ .

## 10.10 Grafo hamiltoniano

Um grafo  $G$  é dito ser *hamiltoniano* se existe um ciclo em  $G$  que contenha todos os seus vértices, sendo que cada vértice só aparece uma vez no ciclo. Este ciclo é chamado de ciclo hamiltoniano, porque passa por todos os nós de  $G$ . O **Problema do Caixeiro Viajante** é um exemplo clássico de ciclo hamiltoniano, que veremos a seguir.



# Capítulo 11

## Anexo - B

# Resultados dos testes para a Heurística de Clark & Wright

A base de testes foi a *TSPLIB*, sendo considerado os testes A, B, CE, CMP, F, P-VRP e RY-VRP os quais podem ser encontrados em [26].

### 11.1 Teste A

1. NAME A-n32-k5

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Optimal value:784)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 32

Capacidade do Caminhão: 100.0

—————===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====—————

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  29  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  28  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.07613286906457523 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 843.688169346627

Tempo de Processamento → 6639 milisegundos

2. NAME A-n33-k5

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Optimal value:661)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 33

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 9 → 8 → 27 → 6 → 28 → 26 → 31 → 1

Rota ⇒ 1 → 17 → 4 → 10 → 18 → 11 → 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 7 → 20 → 15 → 22 → 2 → 32 → 30 → 1

Rota ⇒ 1 → 16 → 5 → 14 → 33 → 21 → 3 → 1

Rota ⇒ 1 → 25 → 12 → 19 → 29 → 24 → 23 → 1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.07722817090151059 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 712.0478209658985

Tempo de Processamento → 140 milisegundos

3. NAME A-n36-k5

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Optimal value:799)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 36

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 15 → 35 → 24 → 7 → 4 → 5 → 20 → 32 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 10 \rightarrow 29 \rightarrow 13 \rightarrow 3 \rightarrow 36 \rightarrow 9 \rightarrow 16 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 23 \rightarrow 33 \rightarrow 14 \rightarrow 18 \rightarrow 31 \rightarrow 30 \rightarrow 34 \rightarrow 19 \rightarrow 22 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 21 \rightarrow 12 \rightarrow 25 \rightarrow 28 \rightarrow 26 \rightarrow 17 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 11 \rightarrow 8 \rightarrow 27 \rightarrow 1$

---

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.05647285382081697$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 844.1218102028328$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 140$  milisegundos

#### 4. NAME A-n53-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Optimal value:1010)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 53

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

#### SEQUÊNCIA DAS ROTAS

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 17 \rightarrow 33 \rightarrow 16 \rightarrow 20 \rightarrow 24 \rightarrow 44 \rightarrow 43 \rightarrow 51 \rightarrow 37$   
 $\rightarrow 50 \rightarrow 30 \rightarrow 45 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow 27 \rightarrow 41 \rightarrow 19 \rightarrow 39 \rightarrow 28 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 42 \rightarrow 12 \rightarrow 25 \rightarrow 14 \rightarrow 53 \rightarrow 35 \rightarrow 26 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 31 \rightarrow 3 \rightarrow 38 \rightarrow 46 \rightarrow 49 \rightarrow 13 \rightarrow 23 \rightarrow 29 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 40 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 22 \rightarrow 18 \rightarrow 10 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 32 \rightarrow 36 \rightarrow 9 \rightarrow 47 \rightarrow 52 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 48 \rightarrow 4 \rightarrow 34 \rightarrow 7 \rightarrow 21 \rightarrow 1$

---

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.09336665173599194$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1104.3003182533519$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 220$  milisegundos

5. NAME A-n61-k9

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 9, Best value:1035)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 61

Capacidade do Caminhão: 100.0

-----SEQUÊNCIA DAS ROTAS-----

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  47  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  28  $\rightarrow$  57  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  36  $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  33  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  34  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  29  $\rightarrow$  61  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  58  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  59  $\rightarrow$  52  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  56  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  45  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  1

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.08831283175422033 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  1126.403780865618

Tempo de Processamento  $\rightarrow$  301 milisegundos

6. NAME A-n45-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Best value:1146)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 45

Capacidade do Caminhão: 100.0

-----SEQUÊNCIA DAS ROTAS-----

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 12 \rightarrow 28 \rightarrow 34 \rightarrow 45 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 11 \rightarrow 23 \rightarrow 18 \rightarrow 24 \rightarrow 26 \rightarrow 39 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 10 \rightarrow 15 \rightarrow 25 \rightarrow 29 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 27 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 41 \rightarrow 17 \rightarrow 21 \rightarrow 8 \rightarrow 19 \rightarrow 14 \rightarrow 33 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 35 \rightarrow 36 \rightarrow 40 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.061069117615553996$ , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1215.9852087874249$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 170$  milisegundos

7. NAME A-n53-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Optimal value:1010)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 53

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

SEQUÊNCIA DAS ROTAS

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 17 \rightarrow 33 \rightarrow 16 \rightarrow 20 \rightarrow 24 \rightarrow 44 \rightarrow 43 \rightarrow 51 \rightarrow 37$   
 $\rightarrow 50 \rightarrow 30 \rightarrow 45 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow 27 \rightarrow 41 \rightarrow 19 \rightarrow 39 \rightarrow 28 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 42 \rightarrow 12 \rightarrow 25 \rightarrow 14 \rightarrow 53 \rightarrow 35 \rightarrow 26 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 31 \rightarrow 3 \rightarrow 38 \rightarrow 46 \rightarrow 49 \rightarrow 13 \rightarrow 23 \rightarrow 29 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 40 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 22 \rightarrow 18 \rightarrow 10 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 32 \rightarrow 36 \rightarrow 9 \rightarrow 47 \rightarrow 52 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 48 \rightarrow 4 \rightarrow 34 \rightarrow 7 \rightarrow 21 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.09336665173599194$ , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1104.3003182533519$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 220$  milisegundos

8. NAME A-n54-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Best value:1167)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 54

Capacidade do Caminhão: 100.0

----- SEQUÊNCIA DAS ROTAS -----

Rota ⇒ 1 → 20 → 9 → 32 → 41 → 49 → 38 → 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 45 → 54 → 4 → 23 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 36 → 16 → 27 → 46 → 22 → 34 → 10 → 39 → 12 → 1

Rota ⇒ 1 → 53 → 47 → 52 → 25 → 43 → 15 → 3 → 28 → 33 → 1

Rota ⇒ 1 → 17 → 7 → 26 → 48 → 42 → 35 → 31 → 1

Rota ⇒ 1 → 21 → 50 → 37 → 2 → 18 → 11 → 30 → 24 → 1

Rota ⇒ 1 → 44 → 5 → 29 → 8 → 40 → 51 → 6 → 19 → 1

-----  
RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.029303355794644027 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 1201.1970162123496

Tempo de Processamento → 220 milisegundos

9. NAME A-n60-k9

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 9, Best value:1408)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 60

Capacidade do Caminhão: 100.0

----- SEQUÊNCIA DAS ROTAS -----

Rota ⇒ 1 → 51 → 44 → 57 → 13 → 10 → 52 → 33 → 1

Rota ⇒ 1 → 43 → 46 → 6 → 55 → 11 → 1

Rota ⇒ 1 → 50 → 31 → 37 → 23 → 49 → 2 → 3 → 1

Rota ⇒ 1 → 56 → 16 → 27 → 28 → 18 → 38 → 58 → 30 → 1

Rota ⇒ 1 → 59 → 25 → 29 → 45 → 54 → 32 → 1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  36  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  47  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  34  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.009859801924187036 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  1421.8826011092553  
Tempo de Processamento  $\rightarrow$  290 milisegundos

10. NAME A-n61-k9

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 9, Best value:1035)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 61

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  47  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  28  $\rightarrow$  57  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  36  $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  33  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  34  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  29  $\rightarrow$  61  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  58  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  59  $\rightarrow$  52  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  56  $\rightarrow$  1  
Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  45  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.08831283175422033 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  1126.403780865618  
Tempo de Processamento  $\rightarrow$  301 milisegundos

11. NAME A-n62-k8

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 8, Best value:1290)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 62

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 8 → 51 → 18 → 59 → 34 → 27 → 56 → 60 → 1

Rota ⇒ 1 → 29 → 35 → 32 → 36 → 5 → 22 → 42 → 24 → 28 → 40 →  
25 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 46 → 48 → 4 → 43 → 55 → 10 → 31 → 19 → 1

Rota ⇒ 1 → 54 → 13 → 15 → 6 → 61 → 26 → 12 → 50 → 2 → 47 → 1

Rota ⇒ 1 → 41 → 7 → 33 → 58 → 44 → 30 → 62 → 1

Rota ⇒ 1 → 17 → 38 → 23 → 45 → 3 → 20 → 39 → 1

Rota ⇒ 1 → 37 → 53 → 49 → 57 → 21 → 1

Rota ⇒ 1 → 52 → 9 → 11 → 16 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.048690951299229804 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 1352.8113271760064

Tempo de Processamento → 270 milisegundos

12. NAME A-n69-k9

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 9, Best value:1168)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 69

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 41 → 40 → 9 → 60 → 21 → 42 → 36 → 46 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 2 → 37 → 49 → 18 → 33 → 11 → 51 → 27 → 1

Rota ⇒ 1 → 54 → 10 → 31 → 52 → 7 → 4 → 16 → 45 → 34 → 50 → 3  
→ 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 67 \rightarrow 69 \rightarrow 39 \rightarrow 57 \rightarrow 63 \rightarrow 30 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 15 \rightarrow 26 \rightarrow 48 \rightarrow 5 \rightarrow 61 \rightarrow 56 \rightarrow 66 \rightarrow 28 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 44 \rightarrow 17 \rightarrow 38 \rightarrow 64 \rightarrow 12 \rightarrow 47 \rightarrow 6 \rightarrow 55 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 19 \rightarrow 32 \rightarrow 68 \rightarrow 22 \rightarrow 62 \rightarrow 65 \rightarrow 8 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 20 \rightarrow 24 \rightarrow 59 \rightarrow 13 \rightarrow 23 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 29 \rightarrow 35 \rightarrow 43 \rightarrow 58 \rightarrow 53 \rightarrow 25 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.07687373293483517$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1257.7885200678875$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 430$  milisegundos

13. NAME A-n80-k10

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 10, Best value:1764)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 80

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota 1  $\Rightarrow 1 \rightarrow 69 \rightarrow 44 \rightarrow 17 \rightarrow 62 \rightarrow 58 \rightarrow 20 \rightarrow 27 \rightarrow 36 \rightarrow 66 \rightarrow 70$   
 $\rightarrow 57 \rightarrow 48 \rightarrow 34 \rightarrow 1$   
Rota 2  $\Rightarrow 1 \rightarrow 47 \rightarrow 21 \rightarrow 76 \rightarrow 26 \rightarrow 42 \rightarrow 16 \rightarrow 56 \rightarrow 10 \rightarrow 55 \rightarrow 73$   
 $\rightarrow 1$   
Rota 3  $\Rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 25 \rightarrow 35 \rightarrow 3 \rightarrow 38 \rightarrow 9 \rightarrow 79 \rightarrow 31 \rightarrow 6 \rightarrow 1$   
Rota 4  $\Rightarrow 1 \rightarrow 12 \rightarrow 53 \rightarrow 29 \rightarrow 80 \rightarrow 19 \rightarrow 49 \rightarrow 15 \rightarrow 1$   
Rota 5  $\Rightarrow 1 \rightarrow 59 \rightarrow 33 \rightarrow 5 \rightarrow 23 \rightarrow 46 \rightarrow 51 \rightarrow 77 \rightarrow 71 \rightarrow 1$   
Rota 6  $\Rightarrow 1 \rightarrow 30 \rightarrow 18 \rightarrow 32 \rightarrow 28 \rightarrow 60 \rightarrow 65 \rightarrow 40 \rightarrow 61 \rightarrow 78 \rightarrow 1$   
Rota 7  $\Rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 45 \rightarrow 24 \rightarrow 63 \rightarrow 64 \rightarrow 72 \rightarrow 11 \rightarrow 1$   
Rota 8  $\Rightarrow 1 \rightarrow 54 \rightarrow 67 \rightarrow 68 \rightarrow 39 \rightarrow 52 \rightarrow 4 \rightarrow 75 \rightarrow 1$   
Rota 9  $\Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow 22 \rightarrow 41 \rightarrow 1$   
Rota 10  $\Rightarrow 1 \rightarrow 50 \rightarrow 74 \rightarrow 37 \rightarrow 43 \rightarrow 14 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.04158094154188428 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 1837.3487808798839

Tempo de Processamento → 591 milisegundos

## 11.2 Teste B

1. NAME B-n31-k5

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Optimal value:672)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 31

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 3 → 11 → 28 → 21 → 1

Rota ⇒ 1 → 15 → 16 → 12 → 25 → 20 → 2 → 4 → 1

Rota ⇒ 1 → 24 → 14 → 18 → 7 → 10 → 23 → 1

Rota ⇒ 1 → 27 → 29 → 9 → 13 → 8 → 31 → 1

Rota ⇒ 1 → 30 → 5 → 17 → 19 → 6 → 26 → 22 → 1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.011781524050710803 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 679.9171841620777

Tempo de Processamento → 130 milisegundos

2. NAME B-n38-k6

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 6, Optimal value:805)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 38

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 24 \rightarrow 19 \rightarrow 34 \rightarrow 5 \rightarrow 31 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 28 \rightarrow 6 \rightarrow 13 \rightarrow 25 \rightarrow 30 \rightarrow 35 \rightarrow 9 \rightarrow 18 \rightarrow 37 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 33 \rightarrow 4 \rightarrow 38 \rightarrow 3 \rightarrow 36 \rightarrow 14 \rightarrow 29 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 17 \rightarrow 27 \rightarrow 8 \rightarrow 26 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 15 \rightarrow 16 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow 21 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 22 \rightarrow 12 \rightarrow 23 \rightarrow 7 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 32 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.03914657734342906$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 836.5129947614604$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 150$  milisegundos

3. NAME B-n41-k6

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 6, Optimal value:829)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 41

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 21 \rightarrow 41 \rightarrow 11 \rightarrow 24 \rightarrow 13 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 23 \rightarrow 17 \rightarrow 33 \rightarrow 37 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 26 \rightarrow 7 \rightarrow 34 \rightarrow 35 \rightarrow 12 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 20 \rightarrow 27 \rightarrow 6 \rightarrow 14 \rightarrow 31 \rightarrow 9 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 30 \rightarrow 15 \rightarrow 18 \rightarrow 29 \rightarrow 2 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 25 \rightarrow 36 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 38 \rightarrow 4 \rightarrow 19 \rightarrow 22 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 28 \rightarrow 39 \rightarrow 40 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.08334525612746489$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 898.0932173296684$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 160$  milisegundos

4. NAME B-n43-k6

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 6, Optimal value:742)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 43

Capacidade do Caminhão: 100.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 20 → 15 → 29 → 38 → 2 → 24 → 11 → 1

Rota ⇒ 1 → 27 → 7 → 25 → 23 → 14 → 12 → 4 → 1

Rota ⇒ 1 → 43 → 37 → 3 → 9 → 13 → 39 → 32 → 1

Rota ⇒ 1 → 10 → 8 → 16 → 17 → 35 → 40 → 18 → 19 → 6 → 34 → 1

Rota ⇒ 1 → 5 → 21 → 22 → 1

Rota ⇒ 1 → 36 → 42 → 41 → 28 → 26 → 33 → 30 → 31 → 1

-----  
RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.05386032661264174 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 781.9643623465802

Tempo de Processamento → 160 milisegundos

5. NAME B-n45-k6

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 6, Optimal value:678)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 45

Capacidade do Caminhão: 100.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 10 → 22 → 32 → 42 → 39 → 1

Rota ⇒ 1 → 44 → 3 → 37 → 11 → 12 → 25 → 15 → 18 → 1

Rota ⇒ 1 → 34 → 41 → 4 → 16 → 19 → 35 → 7 → 1

Rota ⇒ 1 → 36 → 45 → 8 → 21 → 27 → 26 → 43 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 40 → 9 → 23 → 13 → 33 → 24 → 38 → 20 → 29 → 28 → 1

Rota ⇒ 1 → 17 → 31 → 2 → 6 → 30 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.09741713765591678$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 744.0488193307116$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 191$  milisegundos

6. NAME B-n50-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Optimal value:741)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 50

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 38 \rightarrow 12 \rightarrow 9 \rightarrow 21 \rightarrow 6 \rightarrow 37 \rightarrow 46 \rightarrow 22 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 36 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 27 \rightarrow 40 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 50 \rightarrow 45 \rightarrow 20 \rightarrow 18 \rightarrow 49 \rightarrow 3 \rightarrow 41 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 29 \rightarrow 33 \rightarrow 16 \rightarrow 35 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 11 \rightarrow 43 \rightarrow 17 \rightarrow 28 \rightarrow 25 \rightarrow 44 \rightarrow 15 \rightarrow 19 \rightarrow 26 \rightarrow 31 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 24 \rightarrow 30 \rightarrow 47 \rightarrow 10 \rightarrow 39 \rightarrow 13 \rightarrow 23 \rightarrow 34 \rightarrow 48 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 32 \rightarrow 42 \rightarrow 8 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.010527374783771132$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 748.8007847147744$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 210$  milisegundos

7. NAME B-n52-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Optimal value:747)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 52

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 49 → 39 → 23 → 27 → 24 → 13 → 51 → 46 → 5 → 1

Rota ⇒ 1 → 14 → 47 → 18 → 50 → 16 → 20 → 33 → 35 → 17 → 10 → 1

Rota ⇒ 1 → 4 → 12 → 29 → 25 → 32 → 15 → 40 → 22 → 1

Rota ⇒ 1 → 2 → 19 → 31 → 21 → 43 → 41 → 1

Rota ⇒ 1 → 48 → 38 → 36 → 34 → 8 → 44 → 3 → 1

Rota ⇒ 1 → 52 → 6 → 9 → 28 → 30 → 11 → 45 → 1

Rota ⇒ 1 → 42 → 26 → 7 → 37 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.033723433667374965 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 772.1914049495291

Tempo de Processamento → 220 milisegundos

8. NAME B-n56-k7

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 7, Optimal value:707)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 56

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 29 → 41 → 6 → 13 → 10 → 39 → 51 → 23 → 24 → 11 → 1

Rota ⇒ 1 → 47 → 9 → 45 → 15 → 52 → 18 → 44 → 1

Rota ⇒ 1 → 33 → 50 → 34 → 12 → 31 → 35 → 55 → 56 → 21 → 32 → 3 → 1

Rota ⇒ 1 → 19 → 20 → 43 → 30 → 38 → 8 → 16 → 25 → 7 → 54 → 1

Rota ⇒ 1 → 53 → 17 → 36 → 22 → 27 → 5 → 40 → 48 → 1

Rota ⇒ 1 → 42 → 46 → 26 → 1

Rota ⇒ 1 → 4 → 14 → 37 → 49 → 28 → 2 → 1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.06324553736762785 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 751.7145949189129

Tempo de Processamento → 251 milisegundos

9. NAME B-n64-k9

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 9, Optimal value:861)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 64

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 38 → 45 → 46 → 7 → 54 → 59 → 1

Rota ⇒ 1 → 25 → 6 → 36 → 15 → 5 → 60 → 52 → 56 → 23 → 10 → 1

Rota ⇒ 1 → 21 → 3 → 64 → 43 → 40 → 58 → 1

Rota ⇒ 1 → 13 → 37 → 49 → 61 → 16 → 20 → 4 → 33 → 1

Rota ⇒ 1 → 24 → 26 → 2 → 27 → 1

Rota ⇒ 1 → 34 → 30 → 12 → 29 → 57 → 14 → 17 → 1

Rota ⇒ 1 → 9 → 22 → 28 → 35 → 41 → 39 → 18 → 1

Rota ⇒ 1 → 53 → 44 → 50 → 63 → 1

Rota ⇒ 1 → 11 → 19 → 51 → 62 → 48 → 1

Rota ⇒ 1 → 32 → 55 → 42 → 47 → 31 → 8 → 1

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.07033233305538067 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 921.5561387606828

Tempo de Processamento → 310 milisegundos

10. NAME B-n67-k10

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 10, Best value:1033)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 67

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 61 → 4 → 31 → 58 → 62 → 63 → 1

Rota ⇒ 1 → 45 → 41 → 65 → 7 → 35 → 37 → 43 → 1

Rota ⇒ 1 → 21 → 20 → 2 → 50 → 36 → 12 → 15 → 5 → 1

Rota ⇒ 1 → 8 → 51 → 47 → 40 → 54 → 1

Rota ⇒ 1 → 67 → 52 → 33 → 9 → 24 → 38 → 66 → 1

Rota ⇒ 1 → 39 → 11 → 30 → 25 → 60 → 28 → 44 → 42 → 1

Rota ⇒ 1 → 59 → 16 → 57 → 56 → 55 → 23 → 53 → 46 → 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 32 → 19 → 27 → 3 → 17 → 18 → 1

Rota ⇒ 1 → 64 → 22 → 26 → 49 → 10 → 1

Rota ⇒ 1 → 34 → 48 → 1

Rota ⇒ 1 → 14 → 29 → 6 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.06480834477471613 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 1099.9470201522818

Tempo de Processamento → 361 milisegundos

11. NAME B-n68-k9

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 9, Best value:1304)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 68

Capacidade do Caminhão: 100.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 52 → 62 → 3 → 23 → 50 → 57 → 34 → 1

Rota ⇒ 1 → 68 → 37 → 33 → 7 → 59 → 11 → 25 → 19 → 29 → 43 → 1

Rota ⇒ 1 → 53 → 21 → 27 → 58 → 38 → 42 → 9 → 16 → 1

Rota ⇒ 1 → 13 → 46 → 10 → 49 → 35 → 45 → 17 → 60 → 31 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 47 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 63 \rightarrow 55 \rightarrow 22 \rightarrow 18 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 48 \rightarrow 8 \rightarrow 44 \rightarrow 67 \rightarrow 66 \rightarrow 28 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 32 \rightarrow 5 \rightarrow 61 \rightarrow 36 \rightarrow 65 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 51 \rightarrow 41 \rightarrow 56 \rightarrow 4 \rightarrow 12 \rightarrow 40 \rightarrow 24 \rightarrow 64 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 30 \rightarrow 26 \rightarrow 39 \rightarrow 54 \rightarrow 20 \rightarrow 1$

---

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.010272260769010421$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1317.3950280427896$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 361$  milisegundos

#### 12. NAME B-n78-k10

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 10, Best value:1266)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 78

Capacidade do Caminhão: 100.0

---

#### ===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 49 \rightarrow 14 \rightarrow 34 \rightarrow 56 \rightarrow 36 \rightarrow 60 \rightarrow 5 \rightarrow 20 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 10 \rightarrow 29 \rightarrow 75 \rightarrow 40 \rightarrow 62 \rightarrow 51 \rightarrow 42 \rightarrow 15 \rightarrow 37 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 77 \rightarrow 33 \rightarrow 74 \rightarrow 32 \rightarrow 21 \rightarrow 55 \rightarrow 4 \rightarrow 76 \rightarrow 48 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 54 \rightarrow 69 \rightarrow 19 \rightarrow 11 \rightarrow 26 \rightarrow 12 \rightarrow 65 \rightarrow 41 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 52 \rightarrow 46 \rightarrow 47 \rightarrow 35 \rightarrow 13 \rightarrow 16 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 43 \rightarrow 17 \rightarrow 67 \rightarrow 61 \rightarrow 7 \rightarrow 63 \rightarrow 3 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 28 \rightarrow 50 \rightarrow 6 \rightarrow 64 \rightarrow 23 \rightarrow 72 \rightarrow 9 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 31 \rightarrow 38 \rightarrow 71 \rightarrow 30 \rightarrow 58 \rightarrow 66 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 73 \rightarrow 2 \rightarrow 27 \rightarrow 45 \rightarrow 24 \rightarrow 78 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 25 \rightarrow 53 \rightarrow 22 \rightarrow 44 \rightarrow 68 \rightarrow 70 \rightarrow 57 \rightarrow 39 \rightarrow 59 \rightarrow 18 \rightarrow 1$

---

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.03338934330770784 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 1308.2709086275581  
Tempo de Processamento → 541 milisegundos

### 11.3 Teste CE

1. NAME E-n22-k4

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 4, Optimal value:375)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 22

Capacidade do Caminhão: 6000.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 9 → 7 → 2 → 3 → 6 → 8 → 10 → 1

Rota ⇒ 1 → 11 → 4 → 5 → 12 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 20 → 22 → 21 → 19 → 1

Rota ⇒ 1 → 13 → 16 → 18 → 17 → 15 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.03672609557101138 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 388.77228583912927  
Tempo de Processamento → 100 milisegundos

2. NAME E-n23-k3

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 3, Optimal value:569)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 23

Capacidade do Caminhão: 4500.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 22 → 9 → 5 → 6 → 10 → 8 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 19 \rightarrow 20 \rightarrow 15 \rightarrow 21 \rightarrow 23 \rightarrow 18 \rightarrow 16 \rightarrow 17 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$   
 $\rightarrow 7 \rightarrow 12 \rightarrow 13 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 11 \rightarrow 14 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.09154163855378988$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 621.0871923371064$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 100$  milisegundos

3. NAME E-n30-k3

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 3, Optimal value:534)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 30

Capacidade do Caminhão: 4500.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 20 \rightarrow 21 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 25 \rightarrow 26 \rightarrow 28 \rightarrow 30 \rightarrow 7 \rightarrow$   
 $27 \rightarrow 29 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 24 \rightarrow 15 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 18 \rightarrow 8 \rightarrow 14 \rightarrow 17 \rightarrow 16 \rightarrow 12 \rightarrow 13$   
 $\rightarrow 11 \rightarrow 19 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 23 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 22 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.0026276743331390606$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 535.4031780938963$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 110$  milisegundos

4. NAME E-n33-k4

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 4, Optimal value:835)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 33

Capacidade do Caminhão: 8000.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 6 → 7 → 11 → 19 → 20 → 22 → 23 → 21 → 24 → 25 → 26  
→ 18 → 16 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 27 → 28 → 17 → 29 → 30 → 1

Rota ⇒ 1 → 3 → 13 → 12 → 33 → 9 → 10 → 8 → 5 → 1

Rota ⇒ 1 → 4 → 2 → 15 → 32 → 31 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.009697956088733329 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 843.0977933340923

Tempo de Processamento → 131 milisegundos

##### 5. NAME E-n51-k5

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 5, Optimal value:521)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 51

Capacidade do Caminhão: 160.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 24 → 8 → 44 → 25 → 21 → 36 → 37 → 4 → 29 → 32 → 27  
→ 1

Rota ⇒ 1 → 18 → 38 → 45 → 43 → 20 → 41 → 42 → 14 → 26 → 15 →  
1

Rota ⇒ 1 → 16 → 46 → 34 → 40 → 31 → 35 → 22 → 30 → 51 → 10 →  
11 → 50 → 1

Rota ⇒ 1 → 7 → 49 → 9 → 23 → 3 → 17 → 39 → 6 → 47 → 1

Rota ⇒ 1 → 13 → 48 → 5 → 19 → 28 → 2 → 33 → 12 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.1867065158910852 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 618.2740947792554  
Tempo de Processamento → 210 milisegundos

6. NAME E-n76-k10

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 10, Best value:832)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 76

Capacidade do Caminhão: 140.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 16 → 58 → 48 → 37 → 70 → 72 → 61 → 71 → 21 → 38 → 30 → 1

Rota ⇒ 1 → 24 → 57 → 44 → 42 → 43 → 65 → 23 → 62 → 1

Rota ⇒ 1 → 25 → 50 → 11 → 32 → 26 → 56 → 19 → 51 → 1

Rota ⇒ 1 → 12 → 66 → 67 → 60 → 15 → 1

Rota ⇒ 1 → 17 → 64 → 2 → 74 → 22 → 29 → 63 → 1

Rota ⇒ 1 → 52 → 4 → 45 → 33 → 10 → 40 → 73 → 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 59 → 39 → 54 → 20 → 55 → 14 → 28 → 1

Rota ⇒ 1 → 5 → 46 → 6 → 49 → 75 → 31 → 1

Rota ⇒ 1 → 35 → 47 → 53 → 9 → 36 → 8 → 27 → 1

Rota ⇒ 1 → 69 → 3 → 34 → 7 → 18 → 41 → 1

Rota ⇒ 1 → 68 → 76 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.16540299004402664 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 969.6152877166302  
Tempo de Processamento → 531 milisegundos

7. NAME E-n76-k7

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 7, Best value:683)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 76

Capacidade do Caminhão: 220.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 30 → 16 → 58 → 48 → 37 → 70 → 72 → 61 → 71 → 21 →  
38 → 6 → 20 → 55 → 14 → 28 → 1

Rota ⇒ 1 → 25 → 50 → 24 → 57 → 44 → 42 → 43 → 65 → 23 → 62 →  
22 → 29 → 1

Rota ⇒ 1 → 73 → 10 → 40 → 59 → 11 → 32 → 26 → 56 → 19 → 51 →  
33 → 45 → 1

Rota ⇒ 1 → 39 → 12 → 66 → 67 → 60 → 15 → 54 → 36 → 9 → 1

Rota ⇒ 1 → 31 → 49 → 75 → 63 → 2 → 74 → 34 → 64 → 17 → 4 → 41  
→ 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 68 → 27 → 8 → 47 → 53 → 35 → 46 → 5 → 1

Rota ⇒ 1 → 76 → 69 → 3 → 7 → 52 → 18 → 1

-----=====

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.1651008823084536 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 795.7639026166738

Tempo de Processamento → 480 milisegundos

#### 8. NAME E-n76-k8

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 8, Best value:735)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 76

Capacidade do Caminhão: 180.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 55 → 14 → 16 → 58 → 48 → 37 → 70 → 72 → 61 → 71 →  
21 → 38 → 6 → 1

Rota ⇒ 1 → 64 → 24 → 57 → 44 → 42 → 43 → 65 → 23 → 62 → 22 →  
75 → 1

Rota ⇒ 1 → 4 → 25 → 50 → 11 → 32 → 26 → 56 → 19 → 51 → 33 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 39 \rightarrow 12 \rightarrow 66 \rightarrow 67 \rightarrow 60 \rightarrow 15 \rightarrow 20 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 18 \rightarrow 41 \rightarrow 45 \rightarrow 10 \rightarrow 40 \rightarrow 73 \rightarrow 59 \rightarrow 13 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 46 \rightarrow 30 \rightarrow 49 \rightarrow 29 \rightarrow 63 \rightarrow 2 \rightarrow 74 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 35 \rightarrow 47 \rightarrow 28 \rightarrow 53 \rightarrow 9 \rightarrow 36 \rightarrow 54 \rightarrow 8 \rightarrow 27 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 76 \rightarrow 52 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 31 \rightarrow 69 \rightarrow 5 \rightarrow 68 \rightarrow 1$

---

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.16191652797209313$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 854.0086480594885$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 481$  milisegundos

#### 9. NAME E-n76-k14

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 14, Best value:1032)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 76

Capacidade do Caminhão: 100.0

#### ===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 37 \rightarrow 70 \rightarrow 72 \rightarrow 61 \rightarrow 71 \rightarrow 21 \rightarrow 38 \rightarrow 30 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 44 \rightarrow 42 \rightarrow 43 \rightarrow 65 \rightarrow 23 \rightarrow 62 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 40 \rightarrow 32 \rightarrow 26 \rightarrow 56 \rightarrow 19 \rightarrow 51 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 25 \rightarrow 50 \rightarrow 24 \rightarrow 57 \rightarrow 2 \rightarrow 74 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 39 \rightarrow 66 \rightarrow 67 \rightarrow 60 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 16 \rightarrow 58 \rightarrow 22 \rightarrow 48 \rightarrow 6 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 54 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 36 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 20 \rightarrow 55 \rightarrow 14 \rightarrow 28 \rightarrow 53 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 31 \rightarrow 49 \rightarrow 75 \rightarrow 29 \rightarrow 63 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 41 \rightarrow 13 \rightarrow 73 \rightarrow 11 \rightarrow 59 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 10 \rightarrow 33 \rightarrow 45 \rightarrow 18 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 52 \rightarrow 17 \rightarrow 64 \rightarrow 34 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 35 \rightarrow 47 \rightarrow 8 \rightarrow 27 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 76 \rightarrow 5 \rightarrow 46 \rightarrow 69 \rightarrow 7 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 68 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.04560907805696979$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1079.0685685547928$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 560$  milisegundos

10. NAME E-n101-k8

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 8, Best value:817)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 101

Capacidade do Caminhão: 200.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 81 \rightarrow 25 \rightarrow 30 \rightarrow 80 \rightarrow 34 \rightarrow 82 \rightarrow 10 \rightarrow 79 \rightarrow 35 \rightarrow 36 \rightarrow 66 \rightarrow 72 \rightarrow 67 \rightarrow 21 \rightarrow 52 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 61 \rightarrow 85 \rightarrow 18 \rightarrow 46 \rightarrow 47 \rightarrow 48 \rightarrow 37 \rightarrow 50 \rightarrow 65 \rightarrow 12 \rightarrow 64 \rightarrow 91 \rightarrow 33 \rightarrow 11 \rightarrow 31 \rightarrow 71 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 74 \rightarrow 23 \rightarrow 42 \rightarrow 56 \rightarrow 26 \rightarrow 40 \rightarrow 68 \rightarrow 24 \rightarrow 57 \rightarrow 76 \rightarrow 75 \rightarrow 73 \rightarrow 22 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 43 \rightarrow 16 \rightarrow 44 \rightarrow 15 \rightarrow 45 \rightarrow 39 \rightarrow 87 \rightarrow 17 \rightarrow 62 \rightarrow 86 \rightarrow 92 \rightarrow 101 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 70 \rightarrow 32 \rightarrow 8 \rightarrow 89 \rightarrow 63 \rightarrow 20 \rightarrow 49 \rightarrow 83 \rightarrow 9 \rightarrow 84 \rightarrow 6 \rightarrow 97 \rightarrow 7 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 95 \rightarrow 96 \rightarrow 98 \rightarrow 93 \rightarrow 38 \rightarrow 99 \rightarrow 94 \rightarrow 60 \rightarrow 100 \rightarrow 3 \rightarrow 58 \rightarrow 88 \rightarrow 59 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 51 \rightarrow 77 \rightarrow 69 \rightarrow 4 \rightarrow 78 \rightarrow 5 \rightarrow 55 \rightarrow 13 \rightarrow 27 \rightarrow 41 \rightarrow 14 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 90 \rightarrow 19 \rightarrow 53 \rightarrow 28 \rightarrow 29 \rightarrow 54 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo → 0.1661289430870229 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 952.7273465020977  
Tempo de Processamento → 881 milisegundos

11. NAME E-n101-k14

COMMENT: (Christophides and Eilon, Min no of trucks: 14, Best value:1077)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 101

Capacidade do Caminhão: 112.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 79 → 35 → 36 → 66 → 72 → 67 → 21 → 25 → 30 → 81 → 1

Rota ⇒ 1 → 9 → 47 → 48 → 37 → 50 → 65 → 12 → 20 → 1

Rota ⇒ 1 → 56 → 26 → 40 → 68 → 24 → 57 → 22 → 1

Rota ⇒ 1 → 15 → 45 → 39 → 87 → 17 → 92 → 1

Rota ⇒ 1 → 89 → 63 → 11 → 64 → 91 → 33 → 31 → 71 → 70 → 1

Rota ⇒ 1 → 74 → 73 → 75 → 76 → 23 → 42 → 16 → 44 → 43 → 58 → 1

Rota ⇒ 1 → 51 → 52 → 10 → 82 → 34 → 80 → 4 → 1

Rota ⇒ 1 → 93 → 38 → 101 → 86 → 62 → 85 → 18 → 46 → 61 → 1

Rota ⇒ 1 → 19 → 8 → 49 → 83 → 84 → 6 → 1

Rota ⇒ 1 → 41 → 5 → 55 → 69 → 78 → 77 → 1

Rota ⇒ 1 → 7 → 97 → 100 → 94 → 99 → 60 → 95 → 1

Rota ⇒ 1 → 59 → 3 → 88 → 98 → 96 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 54 → 27 → 13 → 2 → 32 → 53 → 90 → 1

Rota ⇒ 1 → 28 → 29 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.08109807284996708 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 1164.3426244594145  
Tempo de Processamento → 971 milisegundos

## 11.4 Teste CMP

### 1. NAME M-n101-k10

COMMENT: (Christophides et al, Min no of trucks: 10, Best value:820)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 101

Capacidade do Caminhão: 200.0

-----SEQUÊNCIA DAS ROTAS-----

Rota ⇒ 1 → 82 → 79 → 77 → 72 → 71 → 74 → 78 → 80 → 81 → 73 →  
62 → 65 → 69 → 67 → 1

Rota ⇒ 1 → 56 → 55 → 54 → 57 → 59 → 61 → 60 → 58 → 1

Rota ⇒ 1 → 99 → 97 → 96 → 95 → 93 → 94 → 98 → 101 → 100 → 4  
→ 1

Rota ⇒ 1 → 33 → 34 → 32 → 36 → 38 → 39 → 40 → 37 → 35 → 1

Rota ⇒ 1 → 12 → 13 → 15 → 17 → 20 → 16 → 19 → 18 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 92 → 90 → 89 → 86 → 85 → 83 → 84 → 87 → 88 → 91 →  
1

Rota ⇒ 1 → 44 → 43 → 41 → 42 → 50 → 53 → 51 → 52 → 49 → 46 →  
45 → 47 → 48 → 1

Rota ⇒ 1 → 76 → 2 → 3 → 5 → 7 → 10 → 9 → 8 → 6 → 11 → 1

Rota ⇒ 1 → 21 → 22 → 23 → 25 → 26 → 28 → 30 → 31 → 29 → 27 →  
24 → 1

Rota ⇒ 1 → 70 → 63 → 75 → 64 → 66 → 68 → 1

### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.0225838963895009 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 838.5187950393907

Tempo de Processamento → 892 milisegundos

### 2. NAME M-n121-k7

COMMENT: (Christophides et al, Min no of trucks: 7, Best value:1065)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 121

Capacidade do Caminhão: 200.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 101 → 54 → 56 → 57 → 59 → 61 → 64 → 67 → 65 → 63  
→ 62 → 66 → 60 → 58 → 55 → 53 → 1

Rota ⇒ 1 → 38 → 39 → 40 → 43 → 42 → 45 → 48 → 47 → 50 → 51 →  
52 → 49 → 46 → 44 → 41 → 111 → 1

Rota ⇒ 1 → 18 → 17 → 20 → 26 → 29 → 33 → 36 → 32 → 35 → 37 →  
31 → 34 → 28 → 25 → 23 → 24 → 27 → 30 → 21 → 22 → 110 → 1

Rota ⇒ 1 → 99 → 69 → 74 → 77 → 78 → 80 → 81 → 79 → 76 → 73 →  
75 → 72 → 71 → 70 → 68 → 1

Rota ⇒ 1 → 89 → 2 → 3 → 9 → 13 → 14 → 15 → 16 → 12 → 11 → 10  
→ 5 → 4 → 6 → 7 → 8 → 1

Rota ⇒ 1 → 88 → 93 → 90 → 92 → 91 → 115 → 109 → 119 → 19 →  
114 → 84 → 118 → 85 → 113 → 86 → 87 → 112 → 1

Rota ⇒ 1 → 120 → 82 → 83 → 96 → 103 → 100 → 102 → 97 → 94 →  
95 → 98 → 116 → 117 → 104 → 105 → 108 → 107 → 106 → 121 → 1

=====

### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.010720139767940302 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 1076.4169488528564

Tempo de Processamento → 1262 milisegundos

### 3. NAME M-n151-k12

COMMENT: (Christophides et al, Min no of trucks: 12, Best value:1053)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 151

Capacidade do Caminhão: 200.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 121 → 10 → 104 → 21 → 129 → 67 → 72 → 66 → 137 →  
36 → 136 → 35 → 79 → 130 → 1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  120  $\rightarrow$  45  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  141  $\rightarrow$  87  $\rightarrow$  142  $\rightarrow$  17  
 $\rightarrow$  114  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  85  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  147  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  124  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  108  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  65  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  144  $\rightarrow$  37  
 $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  125  $\rightarrow$  47  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  115  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  56  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  140  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  68  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  57  $\rightarrow$  76  $\rightarrow$  134  $\rightarrow$  23  
 $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  146  $\rightarrow$  58  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  70  $\rightarrow$  102  $\rightarrow$  71  $\rightarrow$  123  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  132  $\rightarrow$  33  $\rightarrow$  91  $\rightarrow$  64  $\rightarrow$   
127  $\rightarrow$  109  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  63  $\rightarrow$  149  $\rightarrow$  89  $\rightarrow$  128  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  107  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  83  $\rightarrow$  84  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  126  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  119  $\rightarrow$  61  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  103  $\rightarrow$  34  $\rightarrow$  82  $\rightarrow$  52  $\rightarrow$  135  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  122  $\rightarrow$  80  
 $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  78  $\rightarrow$  117  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  138  $\rightarrow$  88  $\rightarrow$  145  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  143  $\rightarrow$  101  $\rightarrow$  92  $\rightarrow$  86  $\rightarrow$  62  $\rightarrow$   
94  $\rightarrow$  99  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$  93  $\rightarrow$  98  $\rightarrow$  118  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  74  $\rightarrow$  75  $\rightarrow$  73  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  111  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  131  $\rightarrow$  151  $\rightarrow$  81  
 $\rightarrow$  69  $\rightarrow$  110  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  148  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  97  $\rightarrow$  105  $\rightarrow$  100  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  96  $\rightarrow$  95  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  3  
 $\rightarrow$  116  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  59  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  90  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  133  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  77  $\rightarrow$  112  $\rightarrow$  139  $\rightarrow$   
150  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  106  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  28  $\rightarrow$  29  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  113  $\rightarrow$  1

---

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.11990377037009084 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  1179.2586701997056

Tempo de Processamento  $\rightarrow$  2373 milisegundos

#### 4. NAME M-n200-k16

COMMENT: (Christophides et al, Min no of trucks: 16, Best value:?)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 200

Capacidade do Caminhão: 200.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 189 \rightarrow 67 \rightarrow 162 \rightarrow 72 \rightarrow 66 \rightarrow 137 \rightarrow 36 \rightarrow 136 \rightarrow 165 \rightarrow 35 \rightarrow 79 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 92 \rightarrow 193 \rightarrow 15 \rightarrow 120 \rightarrow 45 \rightarrow 39 \rightarrow 141 \rightarrow 87 \rightarrow 142 \rightarrow 192 \rightarrow 17 \rightarrow 62 \rightarrow 7 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 52 \rightarrow 132 \rightarrow 33 \rightarrow 91 \rightarrow 127 \rightarrow 64 \rightarrow 182 \rightarrow 65 \rightarrow 50 \rightarrow 144 \rightarrow 37 \rightarrow 48 \rightarrow 169 \rightarrow 125 \rightarrow 47 \rightarrow 200 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 74 \rightarrow 76 \rightarrow 57 \rightarrow 187 \rightarrow 24 \rightarrow 140 \rightarrow 188 \rightarrow 40 \rightarrow 68 \rightarrow 171 \rightarrow 26 \rightarrow 56 \rightarrow 166 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 83 \rightarrow 49 \rightarrow 124 \rightarrow 20 \rightarrow 108 \rightarrow 176 \rightarrow 12 \rightarrow 63 \rightarrow 160 \rightarrow 149 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 158 \rightarrow 34 \rightarrow 82 \rightarrow 121 \rightarrow 10 \rightarrow 104 \rightarrow 21 \rightarrow 129 \rightarrow 161 \rightarrow 31 \rightarrow 123 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 138 \rightarrow 3 \rightarrow 179 \rightarrow 116 \rightarrow 145 \rightarrow 58 \rightarrow 16 \rightarrow 44 \rightarrow 143 \rightarrow 43 \rightarrow 173 \rightarrow 88 \rightarrow 96 \rightarrow 95 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 19 \rightarrow 84 \rightarrow 115 \rightarrow 9 \rightarrow 175 \rightarrow 46 \rightarrow 126 \rightarrow 18 \rightarrow 114 \rightarrow 174 \rightarrow 85 \rightarrow 6 \rightarrow 97 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 78 \rightarrow 159 \rightarrow 4 \rightarrow 186 \rightarrow 80 \rightarrow 130 \rightarrow 170 \rightarrow 30 \rightarrow 122 \rightarrow 164 \rightarrow 25 \rightarrow 135 \rightarrow 131 \rightarrow 55 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 22 \rightarrow 73 \rightarrow 198 \rightarrow 5 \rightarrow 156 \rightarrow 111 \rightarrow 146 \rightarrow 42 \rightarrow 23 \rightarrow 134 \rightarrow 75 \rightarrow 172 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 147 \rightarrow 53 \rightarrow 154 \rightarrow 107 \rightarrow 195 \rightarrow 8 \rightarrow 183 \rightarrow 89 \rightarrow 11 \rightarrow 190 \rightarrow 109 \rightarrow 71 \rightarrow 102 \rightarrow 163 \rightarrow 70 \rightarrow 133 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 118 \rightarrow 98 \rightarrow 152 \rightarrow 93 \rightarrow 38 \rightarrow 101 \rightarrow 194 \rightarrow 86 \rightarrow 99 \rightarrow 94 \rightarrow 60 \rightarrow 105 \rightarrow 100 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 77 \rightarrow 197 \rightarrow 117 \rightarrow 69 \rightarrow 81 \rightarrow 151 \rightarrow 178 \rightarrow 110 \rightarrow 196 \rightarrow 180 \rightarrow 199 \rightarrow 41 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 90 \rightarrow 167 \rightarrow 61 \rightarrow 119 \rightarrow 148 \rightarrow 184 \rightarrow 14 \rightarrow 59 \rightarrow 153 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 112 \rightarrow 177 \rightarrow 51 \rightarrow 103 \rightarrow 185 \rightarrow 13 \rightarrow 150 \rightarrow 27 \rightarrow 181 \rightarrow 106 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 29 \rightarrow 139 \rightarrow 155 \rightarrow 54 \rightarrow 28 \rightarrow 168 \rightarrow 32 \rightarrow 191 \rightarrow 128 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 113 \rightarrow 157 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Distancia percorrida no roteamento → 1412.7749898650081

Tempo de Processamento → 5017 milisegundos

5. NAME M-n200-k17

COMMENT: (Christophides et al, No of trucks: 17, Best value:?)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 200

Capacidade do Caminhão: 200.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 189 → 67 → 162 → 72 → 66 → 137 → 36 → 136 → 165 → 35 → 79 → 1

Rota ⇒ 1 → 92 → 193 → 15 → 120 → 45 → 39 → 141 → 87 → 142 → 192 → 17 → 62 → 7 → 1

Rota ⇒ 1 → 52 → 132 → 33 → 91 → 127 → 64 → 182 → 65 → 50 → 144 → 37 → 48 → 169 → 125 → 47 → 200 → 1

Rota ⇒ 1 → 74 → 76 → 57 → 187 → 24 → 140 → 188 → 40 → 68 → 171 → 26 → 56 → 166 → 1

Rota ⇒ 1 → 83 → 49 → 124 → 20 → 108 → 176 → 12 → 63 → 160 → 149 → 1

Rota ⇒ 1 → 158 → 34 → 82 → 121 → 10 → 104 → 21 → 129 → 161 → 31 → 123 → 2 → 1

Rota ⇒ 1 → 138 → 3 → 179 → 116 → 145 → 58 → 16 → 44 → 143 → 43 → 173 → 88 → 96 → 95 → 1

Rota ⇒ 1 → 19 → 84 → 115 → 9 → 175 → 46 → 126 → 18 → 114 → 174 → 85 → 6 → 97 → 1

Rota ⇒ 1 → 78 → 159 → 4 → 186 → 80 → 130 → 170 → 30 → 122 → 164 → 25 → 135 → 131 → 55 → 1

Rota ⇒ 1 → 22 → 73 → 198 → 5 → 156 → 111 → 146 → 42 → 23 → 134 → 75 → 172 → 1

Rota ⇒ 1 → 147 → 53 → 154 → 107 → 195 → 8 → 183 → 89 → 11 → 190 → 109 → 71 → 102 → 163 → 70 → 133 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 118 \rightarrow 98 \rightarrow 152 \rightarrow 93 \rightarrow 38 \rightarrow 101 \rightarrow 194 \rightarrow 86 \rightarrow 99 \rightarrow 94 \rightarrow 60 \rightarrow 105 \rightarrow 100 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 77 \rightarrow 197 \rightarrow 117 \rightarrow 69 \rightarrow 81 \rightarrow 151 \rightarrow 178 \rightarrow 110 \rightarrow 196 \rightarrow 180 \rightarrow 199 \rightarrow 41 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 90 \rightarrow 167 \rightarrow 61 \rightarrow 119 \rightarrow 148 \rightarrow 184 \rightarrow 14 \rightarrow 59 \rightarrow 153 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 112 \rightarrow 177 \rightarrow 51 \rightarrow 103 \rightarrow 185 \rightarrow 13 \rightarrow 150 \rightarrow 27 \rightarrow 181 \rightarrow 106 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 29 \rightarrow 139 \rightarrow 155 \rightarrow 54 \rightarrow 28 \rightarrow 168 \rightarrow 32 \rightarrow 191 \rightarrow 128 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 113 \rightarrow 157 \rightarrow 1$

---

#### RESULTADO FINAL

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 1412.7749898650081$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 5708$  milisegundos

## 11.5 Teste F

### 1. NAME F-n45-k4

COMMENT: (Fisher: problem 10, Min no of trucks: 4, Best value:728)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 45

Capacidade do Caminhão: 2010.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 29 \rightarrow 34 \rightarrow 28 \rightarrow 30 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 36 \rightarrow 33 \rightarrow 32 \rightarrow 35 \rightarrow 37 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 22 \rightarrow 21 \rightarrow 20 \rightarrow 23 \rightarrow 24 \rightarrow 27 \rightarrow 26 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 11 \rightarrow 19 \rightarrow 12 \rightarrow 13 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \rightarrow 18 \rightarrow 17 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 16 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 44 \rightarrow 45 \rightarrow 31 \rightarrow 42 \rightarrow 41 \rightarrow 40 \rightarrow 43 \rightarrow 39 \rightarrow 38 \rightarrow 10 \rightarrow 25 \rightarrow 1$

---

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.09008170440839425 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 793.579480809311  
Tempo de Processamento → 170 milisegundos

2. NAME F-n72-k4

COMMENT: (Fisher: problem 11, Min no of trucks: 4, Best value:238)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 72

Capacidade do Caminhão: 30000.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 33 → 35 → 61 → 62 → 59 → 60 → 64 → 63 → 65 → 66 →  
67 → 68 → 70 → 38 → 39 → 41 → 69 → 40 → 58 → 57 → 42 → 56 →  
55 → 1

Rota ⇒ 1 → 21 → 30 → 31 → 22 → 23 → 29 → 28 → 45 → 43 → 44 →  
47 → 54 → 46 → 53 → 49 → 48 → 51 → 71 → 52 → 50 → 26 → 25 →  
27 → 24 → 1

Rota ⇒ 1 → 32 → 15 → 20 → 3 → 16 → 14 → 18 → 17 → 13 → 2 → 72  
→ 7 → 11 → 6 → 4 → 9 → 5 → 8 → 10 → 1

Rota ⇒ 1 → 36 → 12 → 19 → 1

Rota ⇒ 1 → 34 → 37 → 1

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.07641264179035939 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 256.18620874610554  
Tempo de Processamento → 401 milisegundos

3. NAME F-n135-k7

COMMENT: (Fisher: problem 12, Min no of trucks: 7, Best value:1165)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 135

Capacidade do Caminhão: 2210.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  116  $\rightarrow$  115  $\rightarrow$  107  $\rightarrow$  108  $\rightarrow$  109  $\rightarrow$  110  $\rightarrow$  121  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  82  $\rightarrow$  113  $\rightarrow$  127  $\rightarrow$  125  $\rightarrow$  124  $\rightarrow$  123  $\rightarrow$  122  $\rightarrow$  128  $\rightarrow$  129  
 $\rightarrow$  130  $\rightarrow$  114  $\rightarrow$  111  $\rightarrow$  112  $\rightarrow$  126  $\rightarrow$  71  $\rightarrow$  70  $\rightarrow$  69  $\rightarrow$  134  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  119  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  66  $\rightarrow$  131  $\rightarrow$  120  $\rightarrow$  117  $\rightarrow$  132  $\rightarrow$  118  $\rightarrow$  133  
 $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  72  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  28  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  84  $\rightarrow$  85  $\rightarrow$  86  $\rightarrow$  87  $\rightarrow$   
88  $\rightarrow$  83  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  29  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  93  $\rightarrow$  94  $\rightarrow$  95  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  97  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$   
96  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  45  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  9  
 $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  89  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  90  $\rightarrow$  91  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  65  $\rightarrow$  78  $\rightarrow$  34  $\rightarrow$  81  $\rightarrow$  68  $\rightarrow$  80  $\rightarrow$  64  $\rightarrow$  79  $\rightarrow$  67  $\rightarrow$  47  $\rightarrow$   
92  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  73  $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  76  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  61  $\rightarrow$  62  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  56  $\rightarrow$  57  $\rightarrow$   
104  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  103  $\rightarrow$  105  $\rightarrow$  102  $\rightarrow$  36  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  100  $\rightarrow$  99  $\rightarrow$  101  $\rightarrow$  98  $\rightarrow$   
106  $\rightarrow$  58  $\rightarrow$  59  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  52  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  63  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  33  $\rightarrow$  135  
 $\rightarrow$  77  $\rightarrow$  75  $\rightarrow$  74  $\rightarrow$  1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.08345290044797292 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  1262.2226290218885

Tempo de Processamento  $\rightarrow$  1783 milisegundos

## 11.6 Teste P-VRP

1. NAME P-n16-k8

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 8, Best value:435)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 16

Capacidade do Caminhão: 35.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 13 \rightarrow 16 \rightarrow 12 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 11 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.10062328750669444$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 478.7711300654121$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 80$  milisegundos

**2. NAME P-n19-k2**

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 2, Best value:212)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 19

Capacidade do Caminhão: 160.0

---

**SEQUÊNCIA DAS ROTAS**

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 14 \rightarrow 16 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow 17 \rightarrow 18 \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 12 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 19 \rightarrow 5 \rightarrow 11 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.15246921577047198$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 244.32347374334006$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 91$  milisegundos

**3. NAME P-n20-k2**

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 2, Best value:220)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 20

Capacidade do Caminhão: 160.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  12  
 $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  1

-----  
RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.0636141497876808 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  233.99511295328978

Tempo de Processamento  $\rightarrow$  90 milisegundos

4. NAME P-n21-k2

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 2, Best value:211)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 21

Capacidade do Caminhão: 160.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  12  
 $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  1

-----  
RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.1193622345693753 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  236.1854314941382

Tempo de Processamento  $\rightarrow$  90 milisegundos

5. NAME P-n22-k2

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 2, Best value:216)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 22

Capacidade do Caminhão: 160.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 15 → 18 → 10 → 14 → 9 → 19 → 20 → 4 → 13 → 16 → 12  
→ 1

Rota ⇒ 1 → 7 → 21 → 6 → 22 → 8 → 3 → 11 → 5 → 2 → 17 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.10879231478297663 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 239.49913999312295

Tempo de Processamento → 90 milisegundos

6. NAME P-n40-k5.vrp

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Best value:458)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 40

Capacidade do Caminhão: 140.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 21 → 36 → 37 → 4 → 29 → 32 → 27 → 8 → 24 → 1

Rota ⇒ 1 → 10 → 11 → 34 → 40 → 31 → 35 → 22 → 30 → 17 → 1

Rota ⇒ 1 → 7 → 25 → 15 → 26 → 14 → 20 → 5 → 18 → 16 → 38 → 1

Rota ⇒ 1 → 6 → 39 → 12 → 3 → 23 → 9 → 2 → 33 → 1

Rota ⇒ 1 → 13 → 19 → 28 → 1

=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.1318166588702425 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 518.3720297625711

Tempo de Processamento → 151 milisegundos

7. NAME P-n45-k5

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Best value:510)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 45

Capacidade do Caminhão: 150.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 8 → 44 → 25 → 21 → 36 → 37 → 4 → 29 → 32 → 27 → 2  
→ 1

Rota ⇒ 1 → 18 → 38 → 16 → 45 → 43 → 20 → 41 → 42 → 14 → 26 →  
1

Rota ⇒ 1 → 39 → 10 → 11 → 34 → 40 → 31 → 35 → 22 → 30 → 17 →  
1

Rota ⇒ 1 → 3 → 23 → 9 → 24 → 15 → 19 → 5 → 1

Rota ⇒ 1 → 13 → 6 → 12 → 33 → 28 → 7 → 1

=====

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.1923480973785777 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento → 608.0975296630746

Tempo de Processamento → 170 milisegundos

#### 8. NAME P-n50-k7

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 7, Best value:554)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 50

Capacidade do Caminhão: 150.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 34 → 24 → 44 → 42 → 43 → 23 → 2 → 29 → 1

Rota ⇒ 1 → 6 → 16 → 21 → 38 → 37 → 48 → 22 → 49 → 1

Rota ⇒ 1 → 17 → 50 → 25 → 19 → 26 → 32 → 11 → 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 9 → 36 → 20 → 15 → 12 → 39 → 8 → 1

Rota ⇒ 1 → 4 → 45 → 33 → 10 → 40 → 41 → 1

Rota ⇒ 1 → 5 → 46 → 30 → 14 → 28 → 3 → 31 → 1

Rota ⇒ 1 → 35 → 47 → 27 → 18 → 7 → 1

=====

#### RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.10563373568072826 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 612.5210895671235  
Tempo de Processamento → 210 milisegundos

9. NAME P-n50-k10

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 10, Best value:696)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 50

Capacidade do Caminhão: 100.0

—————===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 17 → 24 → 44 → 42 → 43 → 23 → 2 → 1

Rota ⇒ 1 → 16 → 21 → 38 → 37 → 48 → 6 → 1

Rota ⇒ 1 → 50 → 25 → 19 → 26 → 32 → 40 → 1

Rota ⇒ 1 → 15 → 12 → 39 → 1

Rota ⇒ 1 → 30 → 49 → 22 → 29 → 1

Rota ⇒ 1 → 10 → 33 → 45 → 4 → 1

Rota ⇒ 1 → 46 → 28 → 14 → 20 → 36 → 9 → 1

Rota ⇒ 1 → 18 → 41 → 11 → 13 → 1

Rota ⇒ 1 → 31 → 3 → 34 → 7 → 1

Rota ⇒ 1 → 35 → 47 → 8 → 27 → 1

Rota ⇒ 1 → 5 → 1

—————=====

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.05506331811171309 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 734.3240694057523  
Tempo de Processamento → 221 milisegundos

10. NAME P-n55-k10

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 10, Best value:669)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 55

Capacidade do Caminhão: 115.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  45  $\rightarrow$  33  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  36  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  28  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  29  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  52  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  34  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  47  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  1

-----  
RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow$  0.10423064109416014 , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow$  738.7302988919931

Tempo de Processamento  $\rightarrow$  250 milisegundos

S

11. NAME P-n60-k10

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 10, Best value:706)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 60

Capacidade do Caminhão: 120.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  44  $\rightarrow$  42  $\rightarrow$  43  $\rightarrow$  57  $\rightarrow$  24  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  11  $\rightarrow$  32  $\rightarrow$  26  $\rightarrow$  56  $\rightarrow$  19  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  52  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  38  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  12  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  58  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  48  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 17 \rightarrow 4 \rightarrow 45 \rightarrow 33 \rightarrow 10 \rightarrow 40 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 34 \rightarrow 2 \rightarrow 29 \rightarrow 3 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 46 \rightarrow 30 \rightarrow 28 \rightarrow 53 \rightarrow 9 \rightarrow 36 \rightarrow 8 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 18 \rightarrow 41 \rightarrow 13 \rightarrow 59 \rightarrow 27 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 31 \rightarrow 5 \rightarrow 35 \rightarrow 47 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.133420340870166$  , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 800.1947606543372$   
Tempo de Processamento  $\rightarrow 320$  milisegundos

12. NAME P-n65-k10

COMMENT: (Augerat et al, . No of trucks: 10, Best value:792)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 65

Capacidade do Caminhão: 130.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 64 \rightarrow 24 \rightarrow 57 \rightarrow 44 \rightarrow 42 \rightarrow 43 \rightarrow 65 \rightarrow 23 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 58 \rightarrow 16 \rightarrow 38 \rightarrow 21 \rightarrow 61 \rightarrow 37 \rightarrow 48 \rightarrow 6 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 11 \rightarrow 32 \rightarrow 26 \rightarrow 56 \rightarrow 19 \rightarrow 51 \rightarrow 45 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 36 \rightarrow 15 \rightarrow 60 \rightarrow 12 \rightarrow 39 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 52 \rightarrow 4 \rightarrow 25 \rightarrow 50 \rightarrow 17 \rightarrow 34 \rightarrow 3 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 49 \rightarrow 22 \rightarrow 62 \rightarrow 29 \rightarrow 63 \rightarrow 2 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 41 \rightarrow 33 \rightarrow 10 \rightarrow 40 \rightarrow 59 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 54 \rightarrow 20 \rightarrow 55 \rightarrow 14 \rightarrow 28 \rightarrow 53 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 47 \rightarrow 35 \rightarrow 31 \rightarrow 30 \rightarrow 46 \rightarrow 1$   
Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 27 \rightarrow 13 \rightarrow 18 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo → 0.0822523408789025 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 857.1438539760908  
Tempo de Processamento → 311 milisegundos

13. NAME P-n76-k4

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 4, Best value:589)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 76

Capacidade do Caminhão: 350.0

----- SEQUÊNCIA DAS ROTAS -----

Rota ⇒ 1 → 46 → 31 → 75 → 49 → 30 → 16 → 58 → 48 → 37 → 70 →  
72 → 61 → 71 → 21 → 38 → 6 → 20 → 55 → 14 → 28 → 53 → 9 → 8  
→ 1

Rota ⇒ 1 → 73 → 11 → 32 → 26 → 56 → 19 → 51 → 25 → 50 → 24 →  
57 → 44 → 42 → 43 → 65 → 23 → 62 → 22 → 29 → 63 → 1

Rota ⇒ 1 → 59 → 39 → 12 → 66 → 67 → 60 → 15 → 54 → 36 → 4 →  
45 → 33 → 10 → 40 → 41 → 1

Rota ⇒ 1 → 76 → 68 → 47 → 35 → 5 → 69 → 52 → 17 → 64 → 2 → 74  
→ 34 → 3 → 7 → 13 → 18 → 27 → 1

RESULTADO FINAL

Qualidade do Algoritmo → 0.27171831530220325 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 749.0420877129977  
Tempo de Processamento → 440 milisegundos

14. NAME P-n76-k5

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 5, Best value:631)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 76

Capacidade do Caminhão: 280.0

----- SEQUÊNCIA DAS ROTAS -----

Rota ⇒ 1 → 31 → 75 → 49 → 30 → 16 → 58 → 48 → 37 → 70 → 72 →  
61 → 71 → 21 → 38 → 6 → 20 → 55 → 14 → 28 → 1

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 64 \rightarrow 2 \rightarrow 74 \rightarrow 25 \rightarrow 50 \rightarrow 24 \rightarrow 57 \rightarrow 44 \rightarrow 42 \rightarrow 43 \rightarrow 65 \rightarrow 23 \rightarrow 62 \rightarrow 22 \rightarrow 29 \rightarrow 63 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 36 \rightarrow 15 \rightarrow 60 \rightarrow 67 \rightarrow 66 \rightarrow 12 \rightarrow 39 \rightarrow 11 \rightarrow 32 \rightarrow 26 \rightarrow 56 \rightarrow 19 \rightarrow 51 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 69 \rightarrow 3 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 4 \rightarrow 45 \rightarrow 33 \rightarrow 10 \rightarrow 40 \rightarrow 73 \rightarrow 59 \rightarrow 54 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 53 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 76 \rightarrow 5 \rightarrow 46 \rightarrow 35 \rightarrow 47 \rightarrow 68 \rightarrow 27 \rightarrow 13 \rightarrow 41 \rightarrow 18 \rightarrow 52 \rightarrow 7 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo  $\rightarrow 0.20270918921850173$  , do melhor encontrado

Distancia percorrida no roteamento  $\rightarrow 758.9094983968746$

Tempo de Processamento  $\rightarrow 460$  milisegundos

15. NAME P-n101-k4

COMMENT: (Augerat et al, Min no of trucks: 4, Optimal value:681)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 101

Capacidade do Caminhão: 400.0

---

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 55 \rightarrow 25 \rightarrow 30 \rightarrow 80 \rightarrow 34 \rightarrow 82 \rightarrow 10 \rightarrow 79 \rightarrow 35 \rightarrow 36 \rightarrow 66 \rightarrow 72 \rightarrow 67 \rightarrow 21 \rightarrow 33 \rightarrow 91 \rightarrow 64 \rightarrow 12 \rightarrow 65 \rightarrow 50 \rightarrow 37 \rightarrow 48 \rightarrow 47 \rightarrow 46 \rightarrow 18 \rightarrow 85 \rightarrow 6 \rightarrow 100 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 14 \rightarrow 59 \rightarrow 41 \rightarrow 74 \rightarrow 23 \rightarrow 42 \rightarrow 56 \rightarrow 26 \rightarrow 40 \rightarrow 68 \rightarrow 24 \rightarrow 57 \rightarrow 76 \rightarrow 75 \rightarrow 73 \rightarrow 22 \rightarrow 27 \rightarrow 28 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 54 \rightarrow 3 \rightarrow 58 \rightarrow 43 \rightarrow 16 \rightarrow 44 \rightarrow 15 \rightarrow 45 \rightarrow 39 \rightarrow 87 \rightarrow 17 \rightarrow 62 \rightarrow 86 \rightarrow 92 \rightarrow 101 \rightarrow 38 \rightarrow 99 \rightarrow 94 \rightarrow 60 \rightarrow 93 \rightarrow 98 \rightarrow 88 \rightarrow 96 \rightarrow 97 \rightarrow 95 \rightarrow 7 \rightarrow 1$

Rota  $\Rightarrow 1 \rightarrow 29 \rightarrow 2 \rightarrow 70 \rightarrow 53 \rightarrow 8 \rightarrow 89 \rightarrow 32 \rightarrow 13 \rightarrow 81 \rightarrow 69 \rightarrow 4 \rightarrow 78 \rightarrow 77 \rightarrow 51 \rightarrow 52 \rightarrow 31 \rightarrow 71 \rightarrow 11 \rightarrow 63 \rightarrow 20 \rightarrow 49 \rightarrow 83 \rightarrow 9 \rightarrow 84 \rightarrow 61 \rightarrow 19 \rightarrow 90 \rightarrow 1$

---

**RESULTADO FINAL**

Qualidade do Algoritmo → 0.17376746631502035 , do melhor encontrado  
Distancia percorrida no roteamento → 799.3356445605289  
Tempo de Processamento → 791 milisegundos

## 11.7 Teste RY-VRP

1. NAME att48

COMMENT: (Rinaldi,Yarrow/iraque)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 48

Capacidade do Caminhão: 15.0

-----===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota ⇒ 1 → 43 → 18 → 27 → 20 → 37 → 7 → 30 → 28 → 8 → 19 → 36  
→ 44 → 31 → 38 → 9 → 1

Rota ⇒ 1 → 48 → 6 → 29 → 42 → 3 → 26 → 5 → 35 → 45 → 11 → 25  
→ 32 → 39 → 22 → 14 → 1

Rota ⇒ 1 → 34 → 4 → 41 → 17 → 23 → 2 → 10 → 40 → 16 → 46 → 33  
→ 21 → 13 → 12 → 47 → 1

Rota ⇒ 1 → 15 → 24 → 1

-----  
RESULTADO FINAL

Distancia percorrida no roteamento → 43477.3776284936

Tempo de Processamento → 170 milisegundos

## 11.8 Outro

1. NAME Teste-n201

COMMENT: (Joao)

TYPE: CVRP

Dimensão do Problema: 400

Capacidade do Caminhão: 3900.0

===== SEQUÊNCIA DAS ROTAS =====

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  191  $\rightarrow$  328  $\rightarrow$  327  $\rightarrow$  218  $\rightarrow$  213  $\rightarrow$  359  $\rightarrow$  61  $\rightarrow$  117  $\rightarrow$  288  
 $\rightarrow$  209  $\rightarrow$  334  $\rightarrow$  89  $\rightarrow$  323  $\rightarrow$  115  $\rightarrow$  174  $\rightarrow$  304  $\rightarrow$  194  $\rightarrow$  197  $\rightarrow$  123  $\rightarrow$   
278  $\rightarrow$  102  $\rightarrow$  122  $\rightarrow$  250  $\rightarrow$  121  $\rightarrow$  175  $\rightarrow$  166  $\rightarrow$  112  $\rightarrow$  80  $\rightarrow$  315  $\rightarrow$  68  
 $\rightarrow$  144  $\rightarrow$  161  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  271  $\rightarrow$  56  $\rightarrow$  76  $\rightarrow$  365  $\rightarrow$  54  $\rightarrow$  249  $\rightarrow$  77  $\rightarrow$  320  $\rightarrow$  22  $\rightarrow$   
286  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  177  $\rightarrow$  118  $\rightarrow$  347  $\rightarrow$  179  $\rightarrow$  386  $\rightarrow$  311  $\rightarrow$  283  $\rightarrow$  135  $\rightarrow$  16  
 $\rightarrow$  14  $\rightarrow$  276  $\rightarrow$  246  $\rightarrow$  21  $\rightarrow$  188  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  67  $\rightarrow$  351  $\rightarrow$  63  $\rightarrow$  343  $\rightarrow$  127  $\rightarrow$  104  $\rightarrow$  352  $\rightarrow$  374  $\rightarrow$  94  $\rightarrow$   
390  $\rightarrow$  251  $\rightarrow$  74  $\rightarrow$  297  $\rightarrow$  108  $\rightarrow$  6  $\rightarrow$  137  $\rightarrow$  395  $\rightarrow$  156  $\rightarrow$  373  $\rightarrow$  81  
 $\rightarrow$  282  $\rightarrow$  153  $\rightarrow$  133  $\rightarrow$  182  $\rightarrow$  170  $\rightarrow$  230  $\rightarrow$  109  $\rightarrow$  157  $\rightarrow$  361  $\rightarrow$  143  
 $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  105  $\rightarrow$  227  $\rightarrow$  69  $\rightarrow$  196  $\rightarrow$  357  $\rightarrow$  7  $\rightarrow$  131  $\rightarrow$  171  $\rightarrow$  199  
 $\rightarrow$  255  $\rightarrow$  13  $\rightarrow$  39  $\rightarrow$  98  $\rightarrow$  354  $\rightarrow$  58  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  310  $\rightarrow$  190  $\rightarrow$  27  $\rightarrow$  198  
 $\rightarrow$  293  $\rightarrow$  65  $\rightarrow$  55  $\rightarrow$  321  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  371  $\rightarrow$  291  $\rightarrow$  229  $\rightarrow$  232  $\rightarrow$  31  $\rightarrow$  233  $\rightarrow$  360  $\rightarrow$  126  $\rightarrow$  237  
 $\rightarrow$  91  $\rightarrow$  353  $\rightarrow$  17  $\rightarrow$  319  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  100  $\rightarrow$  266  $\rightarrow$  264  $\rightarrow$  184  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$   
141  $\rightarrow$  66  $\rightarrow$  120  $\rightarrow$  378  $\rightarrow$  349  $\rightarrow$  124  $\rightarrow$  185  $\rightarrow$  367  $\rightarrow$  277  $\rightarrow$  96  $\rightarrow$  119  
 $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  139  $\rightarrow$  274  $\rightarrow$  259  $\rightarrow$  362  $\rightarrow$  86  $\rightarrow$  159  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  356  $\rightarrow$  269  
 $\rightarrow$  85  $\rightarrow$  342  $\rightarrow$  107  $\rightarrow$  370  $\rightarrow$  300  $\rightarrow$  306  $\rightarrow$  25  $\rightarrow$  90  $\rightarrow$  111  $\rightarrow$  254  $\rightarrow$   
212  $\rightarrow$  155  $\rightarrow$  346  $\rightarrow$  262  $\rightarrow$  18  $\rightarrow$  331  $\rightarrow$  385  $\rightarrow$  380  $\rightarrow$  358  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  302  $\rightarrow$  285  $\rightarrow$  260  $\rightarrow$  148  $\rightarrow$  221  $\rightarrow$  208  $\rightarrow$  151  $\rightarrow$  149  $\rightarrow$   
142  $\rightarrow$  138  $\rightarrow$  41  $\rightarrow$  206  $\rightarrow$  145  $\rightarrow$  87  $\rightarrow$  172  $\rightarrow$  181  $\rightarrow$  397  $\rightarrow$  318  $\rightarrow$  368  
 $\rightarrow$  381  $\rightarrow$  325  $\rightarrow$  9  $\rightarrow$  60  $\rightarrow$  256  $\rightarrow$  295  $\rightarrow$  383  $\rightarrow$  265  $\rightarrow$  173  $\rightarrow$  132  $\rightarrow$   
350  $\rightarrow$  241  $\rightarrow$  348  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  62  $\rightarrow$  279  $\rightarrow$  322  $\rightarrow$  49  $\rightarrow$  210  $\rightarrow$  261  $\rightarrow$  158  $\rightarrow$  215  $\rightarrow$  202  
 $\rightarrow$  164  $\rightarrow$  73  $\rightarrow$  238  $\rightarrow$  299  $\rightarrow$  64  $\rightarrow$  186  $\rightarrow$  163  $\rightarrow$  235  $\rightarrow$  267  $\rightarrow$  189  $\rightarrow$   
324  $\rightarrow$  195  $\rightarrow$  344  $\rightarrow$  253  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  128  $\rightarrow$  116  $\rightarrow$  167  $\rightarrow$  336  $\rightarrow$  396  $\rightarrow$   
231  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  387  $\rightarrow$  1

Rota  $\Rightarrow$  1  $\rightarrow$  355  $\rightarrow$  165  $\rightarrow$  244  $\rightarrow$  217  $\rightarrow$  225  $\rightarrow$  33  $\rightarrow$  146  $\rightarrow$  312  $\rightarrow$  245  
 $\rightarrow$  30  $\rightarrow$  394  $\rightarrow$  379  $\rightarrow$  201  $\rightarrow$  169  $\rightarrow$  154  $\rightarrow$  204  $\rightarrow$  51  $\rightarrow$  298  $\rightarrow$  305  $\rightarrow$   
317  $\rightarrow$  247  $\rightarrow$  301  $\rightarrow$  389  $\rightarrow$  388  $\rightarrow$  84  $\rightarrow$  391  $\rightarrow$  309  $\rightarrow$  83  $\rightarrow$  307  $\rightarrow$  234  
 $\rightarrow$  45  $\rightarrow$  37  $\rightarrow$  1

Rota ⇒ 1 → 384 → 150 → 200 → 110 → 377 → 36 → 103 → 393 → 23  
→ 106 → 236 → 296 → 308 → 313 → 340 → 258 → 398 → 239 → 372  
→ 280 → 338 → 224 → 366 → 32 → 257 → 263 → 10 → 392 → 268 →  
97 → 339 → 363 → 369 → 1

Rota ⇒ 1 → 382 → 399 → 11 → 192 → 20 → 400 → 28 → 180 → 176  
→ 294 → 314 → 29 → 275 → 78 → 284 → 95 → 243 → 223 → 329 →  
136 → 219 → 289 → 99 → 332 → 178 → 113 → 162 → 26 → 376 → 1

Rota ⇒ 1 → 101 → 19 → 341 → 193 → 92 → 345 → 52 → 4 → 93 → 48  
→ 228 → 152 → 43 → 187 → 364 → 88 → 326 → 290 → 129 → 226 →  
216 → 140 → 72 → 303 → 335 → 1

Rota ⇒ 1 → 207 → 79 → 59 → 292 → 242 → 220 → 75 → 281 → 160 →  
47 → 337 → 71 → 252 → 316 → 147 → 57 → 272 → 38 → 333 → 214  
→ 270 → 222 → 273 → 34 → 12 → 114 → 130 → 1

Rota ⇒ 1 → 42 → 211 → 287 → 330 → 168 → 375 → 240 → 248 → 205  
→ 82 → 8 → 183 → 125 → 134 → 70 → 5 → 1

Rota ⇒ 1 → 24 → 44 → 2 → 203 → 1

---

#### RESULTADO FINAL

Distancia percorrida no roteamento → 1.2095525073866785E9

Tempo de Processamento → 32487 milisegundos

15 caminhões

---