



**HENRIQUE MOREIRA DABIEN HADDAD**

**ROTEAMENTO OTIMIZADO NO INVENTÁRIO  
FLORESTAL DAS ÁRVORES DE BELO  
HORIZONTE**

**LAVRAS – MG**

**2015**

**HENRIQUE MOREIRA DABIEN HADDAD**

**ROTEAMENTO OTIMIZADO NO INVENTÁRIO FLORESTAL DAS  
ÁRVORES DE BELO HORIZONTE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Manejo Florestal, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Prof. Dr. Lucas Rezende Gomide

**LAVRAS – MG**

**2015**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Haddad, Henrique Moreira Dabien.

Roteamento Otimizado no Inventário Florestal das Árvores de  
Belo Horizonte / Henrique Moreira Dabien Haddad. – Lavras :  
UFLA, 2015.

63 p.

Dissertação (mestrado acadêmico)–Universidade Federal de  
Lavras, 2015.

Orientador(a): Lucas Rezende Gomide.

Bibliografia.

1. Otimização em redes. 2. Programação linear inteira. 3.  
Metaheurística. 4. Arborização urbana. I. Universidade Federal de  
Lavras. II. Título.

**HENRIQUE MOREIRA DABIEN HADDAD**

**ROTEAMENTO OTIMIZADO NO INVENTÁRIO FLORESTAL DAS  
ÁRVORES DE BELO HORIZONTE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Manejo Florestal, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 26 de fevereiro de 2015

Prof. Dr. Julio Eduardo Arce UFPR

Prof. Dr. Luis Marcelo Tavares de Carvalho UFLA

Orientador

Prof. Dr. Lucas Rezende Gomide

**LAVRAS - MG**

**2015**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus e aos meus pais pelo presente da vida.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), ao Departamento de Engenharia Florestal e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal pela oportunidade concedida para realização do mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos.

Aos professores do Departamento de Engenharia Florestal da UFLA, pelos ensinamentos transmitidos e harmoniosa convivência.

Ao professor Dr. Lucas Rezende Gomide pela orientação, paciência, amizade, dedicação e seus ensinamentos que foram de grande relevância para a realização deste trabalho e meu crescimento profissional.

Ao Dr. Julio Eduardo Arce e Dr. Luis Marcelo Tavares de Carvalho pela disposição de participar como membro da banca examinadora.

Aos amigos Dimas Vital e Gustavo Gontijo pela disponibilidade em ajudar na condução do trabalho.

À minha namorada e a meus amigos.

## RESUMO

Este trabalho foi realizado com o objetivo de avaliar a viabilidade da aplicação de um modelo de roteamento via PLI, visando melhorar o planejamento do inventário florestal urbano da cidade de Belo Horizonte, minimizando as distâncias percorridas pelas equipes de inventário. Os dados analisados no estudo foram oriundos do projeto "Inventário das árvores de Belo Horizonte", envolvendo quatro lotes na subregião Pampulha. Inicialmente, compararam-se três métodos de agrupamento dos lotes (*K-mean*, Ward, p-mediana) visando confrontá-los com a divisão empírica atualmente utilizada, almejando, por meio da aplicação do modelo desenvolvido, definir qual método de agrupamento se sobressairia sobre os demais. Um dos lotes da área de estudo teve sua rota real resgatada com o objetivo de comparação com a saída do modelo de PLI, visando quantificar a melhora que o modelo poderia propiciar. Além do método exato, foi proposto um método aproximativo (*simulated annealing*), para resolução do roteamento, na esperança de que o tempo de processamento dos dados pudesse ser reduzido em detrimento da exploração de todas as soluções. Também foi realizada uma simulação com a melhora proporcionada pela aplicação do modelo de PLI, para cenários envolvendo combinações entre o número de lotes e o de pessoas em uma equipe, visando dimensionar o impacto da aplicação da técnica no projeto. Pela análise dos resultados foi possível constatar uma melhora de 6,36% propiciada pela implantação do modelo de PLI. A utilização da *simulated annealing* também mostrou potencial de aplicação, já que seu tempo de processamento foi 7.200 vezes menor para obtenção de uma solução a 1,87% do valor da resposta de PLI, para o cenário mais complexo, sendo sua aplicação altamente recomendada. Os métodos de agrupamento propostos obtiveram respostas próximas ao empírico, porém mostraram-se piores, para o arranjo estudado. A simulação envolvendo possíveis taxas de melhora pela utilização do modelo de roteamento mostrou o impacto que a implantação do mesmo pode ter no projeto, com ganhos expressivos em tempo efetivo de trabalho, rendimento de uma equipe e no orçamento.

Palavras-chave: Otimização em redes. Programação linear inteira. Metaheurística. Arborização urbana.

## ABSTRACT

This study was conducted with the objective of evaluating the feasibility of implementing a routing model via ILP, aiming at improving the planning of urban forest inventory of the city of Belo Horizonte, Minas Gerais, Brazil, minimizing the distances covered by the inventory teams. The data analysed in the study originated from the "Inventory of Belo Horizonte trees" project, involving four lots in the Pampulha subregion. Initially, we compared three lot clustering methods (K-mean, Ward, p-median) in order to compare them with the empirical division currently used, aiming at, by means of applying the developed model, defining which clustering method would be better. One of the study area lots had its real route retrieved with the purpose of comparison with the output of the ILP model, aiming at quantifying the improvement the model could provide. In addition to the exact method, we proposed an approximate method (simulated annealing) for routing resolution, in the hope that the data processing time could be reduced in detriment of the exploitation of all solutions. We also performed a simulation with the improvement provided by applying the ILP model for scenarios involving combinations between the number of lots and the number people in a team, aiming at demensioning the impact applying the technique in the project. With the results of the analysis, it was possible to verify an improvement of 6.36% provided by the implementation of the ILP model. The use of simulated annealing also showed potential of application, given that its processing time was 7.200 times lower to obtain a solution to 1.87% of the ILP response value, for the more complex scenario, being highly recommended. The proposed clustering methods obtained responses close to the empirical, however, they proved to be worse for the studied arrangement. The simulation involving potential improvement rates for the use of the routing model showed the impact that its implementation may have in the project, with significant gains in effective working time and improvement on the team and on the budget.

Keywords: Optimization networks. Integer linear programming. Metaheuristic. Urban forestry.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Complexo contendo as duas ilhas e as sete pontes na cidade de Königsberg .....	19
Figura 2 Grafo do problema das pontes de Königsberg .....	20
Figura 3 Estrutura dos principais problemas de roteamento encontrados na literatura .....	23
Figura 4 Simulação de rota para um grafo contendo o Problema do Carteiro Chinês.....	32
Figura 5 Visão geral da área de estudo na subregião da Pampulha (a) contemplando 4 os lotes (b) e suas respectivas ruas (c) .....	34
Figura 6 Número de ordem da árvore na rua e sentido de caminhamento nas ruas com canteiro central .....	35
Figura 7 Exemplo de funcionamento do programa para garantir o fluxo entre vértices com número par e ímpar de ligações.....	39
Figura 8 Exemplo de funcionamento das trocas estabelecidas entre os vértices ímpares do grafo na geração de uma nova solução candidata .....	41
Figura 9 Grafo do lote 1 localizado na subregião Pampulha e utilizado na comparação entre o modelo de roteamento e o trabalho executado em campo de forma empírica.....	42
Figura 10 Grafo da área total envolvendo os 4 lotes e 115 vértices, utilizados na comparação em um problema de maior instância.....	43
Figura 11 Representação dos lotes gerados por cada método de agrupamento, sendo: (a) empírico; (b) <i>K-mean</i> ; (c) Ward; e (d) p-mediana .....	45
Figura 12 Exemplo de agrupamento que gerou um grafo com várias ruas sem saída .....	48
Figura 13 Roteamento definido pelo modelo de PLI para o lote 1 .....	49

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Resumo dos cenários testados no estudo para efeito comparativo entre os métodos de agrupamento .....	44
Tabela 2 Soluções apresentadas pelo modelo de PLI após o agrupamento em lotes .....	46
Tabela 3 Número de variáveis de decisão, iterações e tempo de processamento para as saídas dos cenários 10, 11, 12 e 13.....	47
Tabela 4 Soluções obtidas pelos agrupamentos testados (cenários 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) para comparação entre o método exato e o aproximativo.....	51
Tabela 5 Cenários envolvendo variações no número de membros da equipe (N) e de lotes, obtendo variáveis economizadas pela aplicação do modelo de PLI, desconsiderando o tempo de medição já que o mesmo torna-se constante .....	53

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	10
2	OBJETIVOS.....	13
3	REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
3.1	Programação linear .....	14
3.2	Teoria dos grafos.....	18
3.3	Problemas de roteamento.....	21
3.3.1	Aplicações dos modelos de roteamento.....	25
4	MATERIAL E MÉTODOS .....	31
4.1	Descrição do problema abordado.....	31
4.2	Área de estudo.....	33
4.3	Agrupamento em lotes na cidade .....	35
4.4	Modelo matemático.....	36
4.5	<i>Simulated annealing</i> .....	38
4.6	Cenários teste e análise dos resultados.....	41
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	45
5.1	Agrupamentos em lotes.....	45
5.2	Modelo PLI x Executado .....	49
5.3	Modelo PLI x <i>simulated annealing</i> .....	51
5.4	Projeção e simulação de dados .....	52
6	CONCLUSÕES .....	54
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	55

## 1 INTRODUÇÃO

À medida que as cidades se expandem, tanto vertical quanto horizontalmente, alteram sua paisagem natural, diminuindo gradativamente as áreas verdes. A artificialização do meio urbano diminui a qualidade ambiental local e os efeitos dessa perda são sentidos facilmente pela população. Assim, a preocupação com a arborização urbana é um tema que toma maiores proporções a cada dia para as populações das cidades, tendo em vista que a qualidade de vida está diretamente relacionada com o equilíbrio ambiental (MAZIOLI, 2012).

Os benefícios da arborização urbana são muitos e variados. Entre os mais importantes, destacam-se a moderação do microclima local, a absorção de gases do efeito estufa (entre eles o dióxido de carbono), a redução do impacto das gotas de chuva no solo e do escoamento superficial de água, a redução da poluição sonora, a oferta de abrigo para animais, além de benefícios indiretos como áreas de lazer, pontos atrativos da cidade, pontos de referência, entre outros (ARAUJO; DE ARAUJO, 2011). Porém, na maioria das cidades, a arborização urbana foi, e ainda é implantada e conduzida sem planejamento. A precariedade da situação traz alguns problemas para as cidades e as plantas, sendo o mais grave deles o tombamento das árvores, que já resultou em pessoas perdendo a vida.

O ponto de partida para o planejamento e gestão da arborização urbana é a realização de um censo das árvores, que irá fornecer bases para o poder público agir corretamente. Nesse inventário, que possui caráter tanto qualitativo quanto quantitativo, a proposta é georreferenciar as árvores, coletar informações como estado fitossanitário, risco iminente de queda e problemas estruturais, identificação da espécie, altura, distância de redes de transmissão de energia elétrica, dentre outros. As informações armazenadas serão de grande valia em programas de poda, abate e substituição de árvores, promovendo assim

benefícios diretos à sociedade. Contudo, este tipo de procedimento apresenta um elevado custo aos municípios, e demandam de longo período de tempo para a sua conclusão, a depender do tamanho do município e programas de arborização implantados no passado. Algumas cidades podem apresentar até milhões de árvores em suas ruas.

A execução de serviços de inventário de árvores urbanas carece de equipes bem treinadas, sistemas digitais de coleta de dados (formulários) e, principalmente, um bom planejamento da atividade, estabelecendo cronogramas e metas às equipes formadas. Por outro lado, verifica-se que o deslocamento entre unidades amostrais é a maior fonte de despesa, já que este tempo não efetivo de trabalho, contribui para o aumento dos gastos e atrasos no cumprimento de metas.

Em razão da natureza da atividade, censo, há a necessidade de se percorrer todas as ruas e levantar toda a população de árvores. O deslocamento entre as ruas pode gerar dúvidas nas melhores rotas, já que geralmente são definidas durante a execução da atividade. Nesse caso, pode-se presumir uma perda de eficiência no trabalho, culminando em deslocamentos desnecessários e desgastes físicos das equipes. Todos estes fatores promovem um aumento nos gastos e tempo de execução. Porém, ao se utilizar modelos de programação matemática obtêm-se respostas mais precisas ao problema, permitindo a elaboração de cronogramas de execução da atividade por lote de ruas.

O problema do roteamento de veículos (PRV) e suas variações são difundidos na literatura (ANTIQUERA et al., 2014; BATISTA; SCARPIN, 2014; BENEVIDES, 2014; OLIVEIRA, 2014; BRASILEIRO; LACERDA, 2008; HEINEN; OSÓRIO, 2008; DE OLIVEIRA et al., 2004; PUREZA; FRANÇA, 2001; STEINER et al., 2000), podendo ser aplicados em outros tipos de serviços como: coleta de lixo, varredura de ruas, leituras (água e energia), carteiros, entre outros.

A abordagem do trabalho contribui, significativamente, para outros projetos da área, tornando-se, então, uma referência para pesquisa. Sendo assim, a otimização assume um importante papel no processo, já que sua aplicação permite testar possibilidades para redução de custos e tempo de execução do trabalho.

## 2 OBJETIVOS

Diante do exposto, o objetivo geral do presente trabalho foi planejar as operações de inventário florestal urbano de forma otimizada, tendo como referência a pesquisa operacional e a geração de um roteiro de execução da atividade por equipe em um lote. Esse objetivo pode ser desdobrado em outros específicos, como:

- Testar diferentes métodos de divisão dos lotes (conjunto de ruas) e comparar com a divisão empírica realizada.
- Desenvolver um modelo matemático de programação linear inteira capaz de solucionar o problema do roteamento das equipes de inventário florestal urbano.
- Aplicar a metaheurística *simulated annealing* na resolução do problema de roteamento em arcos, comparando com o executado em campo e o ótimo obtido pelo modelo matemático. Além disso, verificar a capacidade da metaheurística em resolver problemas em diferentes níveis de complexidade.
- Comparar o planejamento realizado pelo uso do modelo de programação matemática e o realizado pelas equipes de campo.
- Simular as possibilidades de melhora do emprego do modelo de PLI, analisando de que forma sua implantação poderá influenciar economicamente no projeto.

### **3 REFERENCIAL TEÓRICO**

#### **3.1 Programação linear**

A fim de auxiliar os processos de tomadas de decisões nas atividades florestais, são utilizadas várias técnicas que visam à maximização do retorno financeiro. Uma das mais importantes é a pesquisa operacional, sendo voltada para a resolução ótima de problemas reais, desde os mais simples aos mais complexos (SILVA; SILVA; LEITE, 2007).

A programação linear (PL) é um ramo da pesquisa operacional que objetiva a solução de problemas de otimização, que são problemas que buscam uma resposta ótima por meio da maximização dos lucros ou minimização dos custos, buscando a distribuição eficiente de recursos limitados para atender a um determinado objetivo (MONTEVECHI, 2000). Colin (2007) reporta que a PL busca a alocação ótima de recursos limitados.

Caixeta Filho (2001) afirma que a PL é uma técnica aprimorada de resolução de conjuntos de equações por sucessivas inversões de matrizes, incorporando uma equação linear adicional representativa de um dado comportamento que deverá ser otimizado. Já, para Iudícibus (1998), a PL representa uma ferramenta que deve ser considerada, pois se trata de um instrumento poderoso de análise e selecionamento de alternativas ótimas.

Hillier e Lieberman (2013), explorando o significado da PL, referem-se à programação como uma forma de planejamento, enquanto linear indica as propriedades lineares das funções do modelo.

A vasta aplicação da PL é atribuída à disponibilidade de se utilizar técnicas programáveis de busca da solução por modelos exatos ou aproximativos (heurísticos e metaheurísticos), além da simplicidade no entendimento dos

modelos matemáticos envolvidos nos problemas (KONOWALENKO, 2012). Assim, os problemas de PL possuem a seguinte constituição:

- Uma função objetivo (função linear), sendo formada pelas variáveis de decisão e coeficientes associados de forma linear, cujo valor deve ser otimizado.
- Restrições do modelo, que são as relações de interdependência existentes entre as variáveis de decisão que se expressam por um conjunto de equações ou inequações lineares, ou seja, as condições técnicas do problema.
- Restrições de não negatividade, que são variáveis de decisão que devem ser positivas ou nulas.

Dessa maneira, o objetivo é expresso, então, por meio da função linear denominada função objetivo. As informações são apresentadas em forma de equações e inequações lineares, sendo uma para cada recurso e que são denominadas de restrições do modelo, que, na verdade, nada mais são que regras que administram o consumo dos recursos (MOREIRA, 2007).

As atividades que consomem recursos e as proporções de consumo desses recursos devem ser definidas no planejamento das atividades. A distribuição dos recursos na montagem dos problemas deve ser coerente com as restrições do modelo (MONTEVECHI, 2000).

As variáveis presentes, dentro de um modelo de PL, são classificadas em dois tipos: a) parâmetros – apresentam-se como valores fixos que não podem ser controlados, tendo a função de coeficientes de variações das decisões ou valores máximos ou mínimos que irão compor as restrições; e b) variáveis de decisão – compõem a função objetivo e as restrições, podendo assumir qualquer valor desde que respeitem as condições técnicas e tipos de variáveis as quais estão submetidas (WINSTON, 2004).

De acordo com Belfiore e Fávero (2012), um problema de PL possui as seguintes propriedades:

- Proporcionalidade – é aplicável à função objetivo e às restrições funcionais sendo diretamente proporcional ao valor da variável de decisão.
- Aditividade – o valor total da função do modelo de PL ou das funções de restrição corresponde à soma das contribuições individuais de cada variável de decisão.
- Divisibilidade e não negatividade – as variáveis de decisão podem assumir quaisquer valores não negativos dentro de um intervalo, inclusive, valores não inteiros, desde que satisfaçam às restrições funcionais e às condições de não negatividade.
- Certeza – os coeficientes da função objetivo, os coeficientes das restrições e os termos independentes de uma função de PL são valores constantes e conhecidos (determinísticos).

Quando todas as variáveis envolvidas nos sistemas de equações do modelo pertencerem ao conjunto de números inteiros, o modelo é denominado então como um modelo de programação linear inteira (PLI), que é uma variação da PL. Alves e Delgado (1997) afirmam que um problema de programação linear inteira (PLI) consiste em um problema de programação linear (PL), no qual todas ou alguma(s) das suas variáveis são discretas. Os problemas de PLI podem ser de programação linear inteira pura (PLIP), quando todas as variáveis estão sujeitas à condição de integralidade, ou de programação linear inteira mista (PLIM), quando apenas algumas variáveis estão sujeitas a essa mesma condição.

Além disso, há ainda problemas que apresentam variáveis binárias  $\{0,1\}$ , onde sua solução apresenta instruções para o processo de tomada de decisão, desativando ou ativando as alternativas (opções) (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

Os modelos de PL e PLI apresentam muita semelhança em sua constituição, mas isso não indica que a resolução e facilidade de se encontrar solução dos mesmos sejam parecidas (MENEGUZZI, 2011). Um problema de

PL, quando transformado em PLI, agrega uma grande complexidade em virtude do aumento do número de combinações possíveis, tornando o problema insolúvel em tempo polinomial (*NP-hard*), em alguns casos. Problemas *NP-hard* (*non-polynomial hard*) consistem de uma classe de complexidade de problemas que exigem a aplicação de algoritmos não determinísticos e aproximativos, sendo o tempo de processamento desconhecido, podendo demandar até milhões ou bilhões de anos para sua resolução, mesmo utilizando-se os melhores equipamentos disponíveis atualmente (GOMIDE, 2009).

Buscando contornar esse problema e diminuir o tempo de resolução dos problemas de PLI, algumas pessoas utilizam o modelo de PL e arredondam o resultado final. Além da possibilidade de violação de restrições, utilizar uma solução arredondada pode não significar escolher a melhor opção possível caso o modelo de PLI fosse solucionado (CAIXETA FILHO, 2001).

Para evitar que isso ocorra, pode-se pensar na aplicação de algoritmos aproximativos, que são algoritmos que buscam soluções aproximadas em problemas de pesquisa operacional, quando existe a dificuldade de resolução dos mesmos, em razão da complexidade do problema e, conseqüentemente, do tempo polinomial despendido para resolvê-lo (TOSCANI; SZWARCFITER, 1986).

Apesar de garantir a solução ótima, os métodos exatos de resolução (*Branch-and-bound*, programação dinâmica, entre outros) requerem um tempo de processamento elevado, que aumenta à medida que a complexidade e dimensão (instância) do problema aumentam (COOK et al., 1998). Já os métodos aproximativos possuem como característica principal o aumento da eficiência do processo, em detrimento da exploração de todas as alternativas possíveis. Soluções de boa qualidade em um curto período de tempo (baixo esforço computacional) podem ser encontradas, então, por meio do emprego desses tipos de algoritmos, tanto em problemas de grandes dimensões quanto em

problemas de soluções inviáveis por métodos exatos busca (CORDENONSI; SANTOS, 2001).

### **3.2 Teoria dos grafos**

A Teoria dos Grafos tem seu início datado no século XVIII, mas por causa da complexidade dos problemas teve seu desenvolvimento estagnado por algum tempo, até que, na segunda metade do século XX, foi impulsionada novamente com o surgimento e evolução dos computadores (BOAVENTURA NETTO; JURKIEWICZ, 2009).

A Teoria dos Grafos tem sua origem ligada ao problema das pontes de Königsberg, cidade localizada no território da Prússia até 1945, atual Kaliningrado, território russo entre a Polónia e a Lituânia, à beira do Mar Báltico. A cidade é cortada pelo rio Pregel (rio Prególia) onde existem duas ilhas, que formavam um complexo que se ligava à cidade por sete pontes.

A disposição das pontes constitui-se de: uma ponte ligando a primeira ilha e segunda ilha; quatro pontes ligando a primeira ilha às duas margens do rio (duas pontes para cada margem); e duas pontes ligando a segunda ilha às duas margens do rio (uma ponte para cada margem). A representação do complexo pode ser visualizada na Figura 1.

De acordo com Cardoso (2005), alguns habitantes da cidade de Königsberg andavam chateados pelo fato de gostarem de passear pelas pontes da cidade, mas não conseguirem estabelecer um trajeto em que atravessassem cada ponte somente uma vez. Além disso, os habitantes da cidade pretendiam realizar um desfile passando apenas uma vez sobre cada ponte. O problema então ficou conhecido como o “As Sete Pontes de Königsberg” e foi elucidado pelo matemático suíço Leonhard Euler (OLIVEIRA, 2014).

Euler foi a primeira pessoa a resolver o problema e, com isso, esse tipo de trilha, tour e grafo ficou conhecido como euleriano, criando-se, então, uma teoria aplicada a problemas dessa natureza (CARMO NICOLETTI et al., 2007). Um caminho é dito euleriano, quando cada aresta é visitada somente uma vez em um grafo. Já, um circuito euleriano, acontece quando um caminho euleriano tem seu ponto inicial e final no mesmo vértice. Um grafo é euleriano quando possui um circuito euleriano (BIGGS et al., 1986).

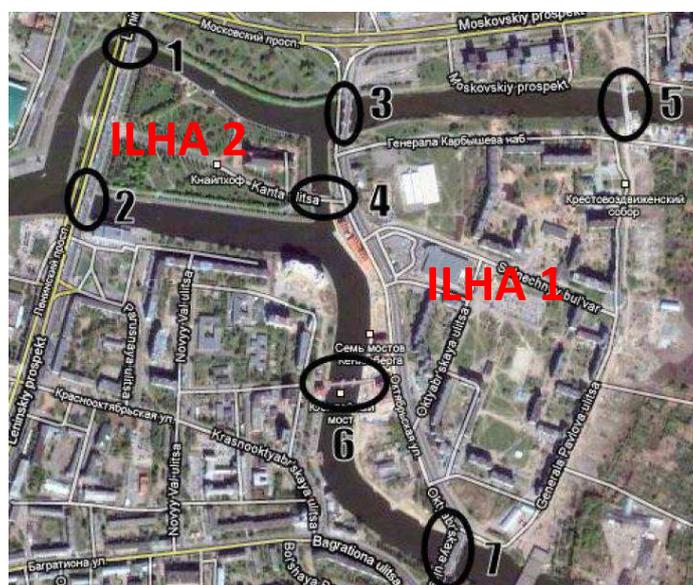


Figura 1 Complexo contendo as duas ilhas e as sete pontes na cidade de Königsberg

Fonte: adaptado de Maia (2005).

O problema das pontes pôde ser transformado em um grafo, como um diagrama, ligando as sete pontes nas quatro porções de terra (Figura 2). Euler associou um vértice para cada porção de terra e ligou os vértices sempre nos lugares de ocorrência das pontes (NASU, 2002). Segundo Sampaio (2002), as

distâncias envolvidas no problema não são importantes, sendo a disposição das ligações e das porções de terra o foco do trabalho.

Euler então trabalhou na hipótese de partir de qualquer ponto (A, B, C ou D) e retornar ao ponto inicial, percorrendo todas as pontes somente uma vez (MORO, 2014). Com base nessa premissa, constatou-se que era impossível encontrar uma solução para o problema, já que o grafo não continha a trilha euleriana, pois os quatro vértices do grafo possuíam grau ímpar. No entanto, Euler provou apenas parcialmente esse teorema, que foi ratificado mais de 100 anos depois pelo alemão Hierholzer (BOAVENTURA NETTO; JURKIEWIXZ, 2009).

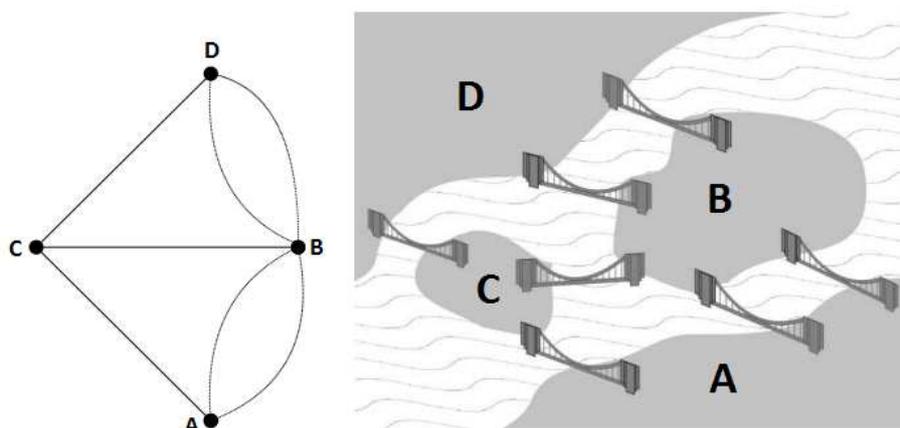


Figura 2 Grafo do problema das pontes de Königsberg

Fonte: adaptado de Cardoso (2005).

Em 1847, surgiu o problema de Kirchhoff, com a análise do comportamento de árvores matemáticas investigando-se circuitos elétricos. Já em 1852, surgiu o problema de Guthrie (Problema das Quatro Cores), no qual se pretendia determinar o número mínimo de cores necessárias, para colorir um mapa de países (reais ou não), de forma que fronteiras em comum possuíssem

cores diferentes Posteriormente, o problema de Cayley, em 1857, com a aplicação de técnicas para determinar o número de diferentes isômeros de hidrocarbonetos (COELHO, 2013) (SOUSA, 2001).

A Teoria dos Grafos é um ramo da matemática que estuda objetos combinatórios e as relações existentes entre si, empregando, para isso, estruturas denominadas grafos. Dentro da teoria são permitidas diversas aplicações de métodos de análises, por meio das relações presentes em suas unidades (vértices) e suas ligações (arestas) (BOVO, 2004).

Os grafos são definidos como um conjunto de objetos (nós ou vértices) conectados entre si por linhas (arestas), em que cada aresta é um par de vértices. Os grafos podem ser orientados, não orientados ou mistos. Nos grafos orientados existe uma ordem entre os vértices de uma aresta que deve ser respeitada. Essa ordem é representada por uma seta. Nos grafos não orientados não existe essa imposição. Já os grafos mistos mesclam os dois casos (GUIMARÃES, 2014).

Os problemas sobre grafos despertam muito interesse já que envolvem situações práticas da vida real e situações intelectuais (FEOFILOFF et al., 2011). Após seu surgimento, a teoria foi aplicada a circuitos elétricos e diagramas moleculares. Atualmente, ela é aplicada nos mais diversos campos como economia, biologia, transporte e matemática (DA COSTA, 2011).

### **3.3 Problemas de roteamento**

No cenário atual, palavras como racionalização, estoque zero, *just in time*, entre outras, ratificam o excesso de competitividade e a exigência de qualidade na busca pela eficiência nos processos, dentre eles, citam-se as áreas de serviços e transportes. A dificuldade de planejamento e controle das operações está relacionada principalmente, à distribuição espacial das variáveis a

serem atendidas, sendo o roteamento uma ferramenta poderosa capaz de organizar o processo (BARBOSA, 2013).

O roteamento, também chamado de roteirização, é um processo que consiste na determinação de um caminho ou de um conjunto de caminhos que deverão ser seguidos pelo objeto de estudo (pessoa, produto, veículo), passando por pontos pré-determinados dispersos geograficamente (LEAL JUNIOR et al., 2012). O problema do roteamento consiste inicialmente de um problema espacial em que algumas condicionantes, como fatores climáticos, por exemplo, não são abordados na geração das rotas (CHOPRA; MEINDL, 2003).

O roteamento objetiva a minimização do custo (recurso, tempo) de uma dada tarefa, definindo uma rota a ser seguida e elimina falhas que possam causar imprevistos no processo (NARUO, 2003). Miura (2003) considera o sistema de roteamento como uma rede capaz de atender pontos de demanda, localizados em arcos ou vértices da própria rede, de forma que as decisões tomadas afetam a todo o sistema, sendo mais intensas com o aumento da complexidade da rede.

Em uma visão mais restrita, entende-se por roteirização o processo de otimização da programação operacional de itinerários, no qual se busca matematicamente, a melhor rota para minimizar a distância, o tempo ou o custo (BARBOSA, 2013). Assim, a escolha pela utilização de modelos de roteamento adequados, para cada situação, aumenta a eficiência na alocação de recursos, agregando valor à gestão da cadeia (FIGUEIREDO, et al., 2007).

O roteamento, quando efetuado de forma condizente, proporciona maior confiabilidade, velocidade e flexibilidade nas operações, refletindo em eficiência e pontualidade nas tarefas executadas (GOIS, 2005). Atualmente, os sistemas são capazes de englobar vários tipos de restrições e condicionantes, aproximando o mundo teórico do mundo real, que aliados a avanços computacionais, permitem a geração de resultados mais detalhados (gráficos, tabelas, roteiros), influenciando diretamente no processo de tomada de decisão.

O uso de modelos de roteamento, quando aplicados, pode tornar-se útil no planejamento dos seguintes fatores: a) planejamento da distribuição; b) cálculo das distâncias com o objetivo de minimizar o somatório da distância a ser percorrida; c) informações sobre o número, o tempo e o local de paradas nos trajetos; d) rotas com horário determinado; e) roteiros montados com base na capacidade operacional do serviço em estudo.

De acordo com Usberti et al. (2007), os problemas de roteamento se dividem em roteamento em nós e roteamento em arcos (ARP), destacando-se nos ARP's os seguintes problemas: a) Problema do Carteiro Chinês (CPP); b) Problema do Carteiro Rural (RPP), no qual apenas algumas arestas do grafo são requeridas e não todas; e c) Problema do Carteiro Alíseo (WPP), no qual o custo de deslocamento de um vértice  $i$  pra um  $j$  é diferente do custo de  $j$  para  $i$ . A Figura 3 esquematiza a divisão desses problemas.

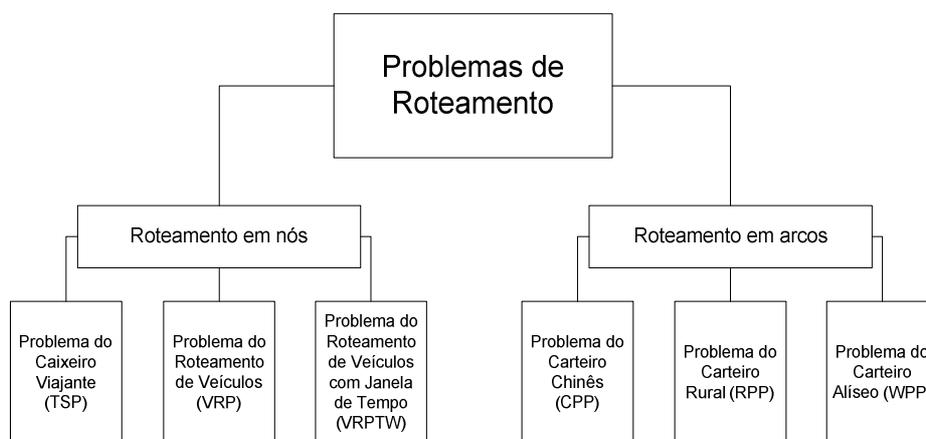


Figura 3 Estrutura dos principais problemas de roteamento encontrados na literatura

Fonte: adaptado de Usberti et al. (2007).

Os modelos de roteamento em arcos objetivam o cumprimento do caminho mínimo, dentro de um grafo, baseado nas restrições em vigor, para cada problema. Assim, a maioria dos problemas práticos não pode ser modelada como um problema de roteamento em arcos puro, pois será dependente da malha viária e das peculiaridades operacionais envolvidas em cada situação. Para esse tipo de situação prática devem ser feitas alterações no grafo, caracterizando-o como direcionado, não direcionado ou misto (EISELT et al., 1995).

Para Campelo Júnior (2010), problemas clássicos de roteamento como o Caixeiro Viajante, o Carteiro Chinês, entre outros, estão embasados apenas no caráter espacial, sendo o aspecto temporal deixado de lado.

O Problema do Carteiro Chinês (CPP) consiste em um problema de roteamento em arcos, proposto em 1962, pelo matemático chinês Mei-Ku Kuan (NASU 2002). De acordo com Kwan (1962) e Gribkovskaia et al.(2007), o problema pode ser descrito como um carteiro que deseja realizar sua rota e retornar ao posto de correio, buscando minimizar a distância total percorrida. O que difere o CPP do problema das sete pontes de Königsberg é que o CPP permite ao carteiro passar por um caminho já visitado anteriormente e, ao final do percurso, o carteiro deve voltar ao ponto de partida.

Caso o grafo seja euleriano, a solução do problema será um circuito euleriano, mas caso o carteiro tenha que percorrer uma aresta mais de uma vez, o grafo será não euleriano. Sendo assim, para Goldberg e Luna (2000), o CPP não se apresenta como um circuito euleriano já que nele existe a possibilidade de repetição das arestas, quando necessário.

O CPP é aplicado em grafos não direcionados (ruas de mão dupla), em grafos direcionados (ruas de mão única) e grafos mistos. Grafos mistos contêm arcos e arestas (arcos não direcionados) e deve ser totalmente conexo para que haja solução (KONOWALENKO, 2012). O CPP pode ser dividido nas seguintes categorias, conforme Golbarg e Luna (2005):

- Problema do Carteiro Chinês para grafos não orientados.
- Problema do Carteiro Chinês para grafos orientados.
- Problema do Carteiro Chinês para grafos mistos.
- Problema do Carteiro Chinês Capacitado.

O Problema do Carteiro Chinês é um dos modelos de roteamento que possui solução em tempo polinomial (MORO, 2014), quando se trata de grafos orientados ou não orientados. Já para grafos mistos ou para o problema capacitado podem não existir soluções em tempo polinomial (USBERTI et al., 2007).

### **3.3.1 Aplicações dos modelos de roteamento**

Atualmente cresce a demanda pela utilização de modelos de roteamento no Brasil, visando ao aumento da eficiência de processos em detrimento de custos, estimulado por fatores como: o aumento das exigências dos clientes com relação a horários, datas e prazos; o constante aumento da frota de veículos e consequente agravamento dos problemas de trânsito; e o aumento da competitividade do mercado, impulsionando cada vez mais o interesse e aplicação dos modelos de roteamento (CUNHA, 2000).

Assim, torna-se necessário o planejamento de todo processo que envolve um modelo de roteamento. De acordo com Banhara (2009), o processo de planejamento se divide em etapas, sendo as principais etapas o estabelecimento, a avaliação e a seleção de metas e planos alternativos. O processo de planejamento se divide em três níveis hierárquicos: o estratégico, o tático e o operacional, diferenciando-se apenas pelo escopo e pelas atividades específicas de cada um. O planejamento estratégico caracteriza-se pela tomada de decisão, no que diz respeito aos objetivos e estratégias de longo prazo. Os objetivos referem-se aos resultados finais, enquanto as estratégias referem-se às ações e

destinação dos recursos para que os objetivos sejam atingidos. O planejamento tático constitui-se de uma extensão do planejamento estratégico, no qual os objetivos e os planos descritos no planejamento estratégico se tornam mais específicos. Já o planejamento operacional está embasado nos resultados atingidos pelo planejamento tático e tem como objetivo identificar os processos específicos requeridos aos subníveis da organização, no qual serão elaborados planos de curto prazo focados em atividades de rotina.

Brejon e Belfiore (2006) atentam sobre a necessidade do entendimento profundo do problema e da adequação correta de uma situação real, em um modelo de roteirização, já que alguns problemas exigem soluções específicas. A modelagem e a análise do problema tornam-se, então, essenciais para a obtenção de uma solução adequada.

Os problemas envolvendo o roteamento, como o CPP e suas variações, possuem um vasto leque de aplicações, tanto em serviços públicos como em serviços privados, na entrega ou na coleta de bens e em outras áreas. Bodin e Kursh (1978) destacam algumas aplicações dos modelos de roteamento:

- Serviços de coleta de lixo.
- Serviços de limpeza de ruas.
- Serviços dos correios.
- Serviços de leituristas (água, gás, energia, etc).
- Serviços de transporte escolar.
- Remoção de neve de vias públicas.
- Pulverização das ruas com substâncias que evitam que a camada de gelo se forme.
- Serviços de distribuição de mercadorias em larga escala (transporte).
- Inspeção de redes elétricas, telefônicas, gasodutos e oleodutos.

Braga et al. (2008) discorrem sobre a eficiência da utilização do SIG no roteamento da coleta de lixo, mesmo com a complexidade envolvida em razão das especificidades de cada área. Brasileiro e Lacerda (2008) analisaram a aplicação de um sistema de informação geográfica (SIG) como ferramenta de tomada de decisão em um problema, envolvendo a coleta de lixo domiciliar na cidade de Ilha Solteira/SP, objetivando minimizar a distância total percorrida pelos veículos de coleta. Utilizando o software TransCAD® - Transportation Planning Software, que permite a roteirização em arcos, obteve-se uma redução de 41% na distância total percorrida, pelos veículos de coleta, além de uma redução de 68% no tempo de percurso, quando comparados com os realizados atualmente, definido empiricamente pelo próprio motorista do veículo. Lima et al. (2012), também, trabalhando com o software TransCAD®, no roteamento de caminhões de lixo, na cidade de Itajubá/MG, conseguiram bons resultados para diferentes cenários testados, concluindo que é possível reduzir custos com o planejamento adequado das operações.

Detofeno e Steiner (2010) trabalharam com o roteamento da coleta de resíduos urbanos na cidade de Joinville/SC. Para isso, separaram uma região da cidade e usaram o algoritmo das p-medias de Teitz e Bart (TEITZ e BART, 1968), para determinar cinco regiões (medianas), testando os métodos da distância euclidiana e da menor distância como forma de subdivisão da região. Após essa divisão, foi aplicado o algoritmo do Carteiro Chinês visando à minimização da distância total percorrida em cada subregião. Como resultado, pôde-se observar uma redução de aproximadamente 8,6% no percurso total diário gasto pelas equipes de coleta na região da cidade.

Smiderle (2011) realizou as mesmas duas etapas descritas anteriormente, trabalhando com 2.932 ligações de água em uma região da cidade de Pato Branco/PR, pretendendo subdividir a área em outras 12 subregiões (medianas), uma para cada leitorista, subregiões as quais seriam, então, aplicados o modelo

do CPP. A resposta foi a redução de 7,52% da rota total, diminuindo em 7.950 metros o circuito total a ser percorrido pelos leituristas dentro da área de estudo.

Já, Sherafat (2013) desenvolveu um sistema que denominou de Sistema Construtor de Circuitos (SCC), capaz de minimizar a distância percorrida em grafos mistos, respeitando restrições envolvendo a orientação das arestas. O sistema foi aplicado à coleta de lixo doméstico, no bairro de Assis Chateaubriand, na cidade de Aracaju/SE. O bairro foi escolhido por apresentar várias situações diferentes no mesmo local, testando então a robustez do sistema. As características enumeradas pelo autor que podem ser encontradas no bairro são: grafo misto (ruas de mão única e mão dupla); ruas sem coleta de lixo; ruas sem saída; ruas de coleta dupla (avenidas que necessitam de coleta em ambos os sentidos); presença de manobras e conversões indesejáveis (contramão e marcha ré). Além disso, penalidades foram aplicadas na função objetivo a fim de evitar essas manobras, conversões e roteiros indesejáveis. A resposta do SCC ao problema foi uma redução de aproximadamente 15% na distância total percorrida, além de diminuir as incidências de manobra indesejáveis, como a marcha ré, em 90,9%.

Jacinto, Rosa e Banos (2012), trabalharam o roteamento da frota de veículos coletores de lixo no Problema do Carteiro Chinês capacitado com múltiplas viagens, visando aproveitar o tempo em que o caminhão e a equipe ficavam ociosos entre o término da primeira viagem e o fim do horário do turno, para a cidade de Cariacica/ES. Os autores criaram uma heurística que reaproveitasse esse tempo tido como perdido. Assim, por meio da geração de vários roteiros, em um turno de trabalho, o modelo foi capaz de produzir um ganho aproximado de 26,1 viagens a mais por semana por caminhão, além de um aumento de 9,65% da capacidade em quilos da frota.

Belfiore e Yoshizaki (2006) trabalharam com a metaheurística *scatter search* (SS) no roteamento de veículos de capacidade heterogênea, janelas de

tempo e entregas fracionadas (um cliente poderia ser abastecido por mais de um veículo). O problema envolvia uma grande empresa brasileira do ramo varejista, que estaria representada por um único centro de distribuição e que deveria atender 519 clientes distribuídos em 12 estados. Como resposta à implementação da metaheurística, houve uma redução de aproximadamente 8% no custo total, demonstrando a melhoria do resultado com a técnica em relação ao método empírico.

Outros trabalhos, envolvendo roteirização, podem ser citados, como observado em Konowalenko et al. (2014) que utilizaram um algoritmo genético, para resolver o problema do CPP, reiterando a validade da técnica como ferramenta para diminuir o tempo de processamento sem distinguir significativamente da solução ótima; Barão et al. (2013) que utilizaram as p-medianas, para alocar 20 contêineres de coleta seletiva de lixo na cidade de Passo Fundo/RS e depois aplicaram o modelo do problema do caixeiro viajante para propor um roteiro à equipe de coleta; Salata Júnior e Yoshizaki (1993) aplicaram o algoritmo sweep no roteamento para distribuição de produtos perecíveis de uma indústria alimentícia de São Paulo/SP. Após implementação do algoritmo, houve uma melhoria significativa na taxa de ocupação dos baús de mercadoria de entrega e a redução de viagens semanais de 22 para 13. Além disso, o sistema mostrou-se tão eficiente que foi incorporado pela empresa.

Bonassa e Da Cunha (2011) implantaram um modelo de roteamento por meio da programação dinâmica em um armazém visando melhorias na separação manual de peças, objetivando diminuir a distância total percorrida por cada separador. Como resultado ficou evidente a supremacia do algoritmo em relação ao método empírico, permitindo melhoras significativas por baixos custos de implantação.

Cunha (2003) sequenciou as visitas diárias de gerentes de bancos à casa de clientes, caracterizando um problema com janelas de tempo. Foram notadas

melhoras no planejamento da atividade, tanto na redução do número de visitas remarcadas (não cumprimento da programação diária) quanto na diminuição dos custos de transporte. Belfiore et al. (2006) discorreram sobre os problemas de estoque e demanda, frisando a importância de se utilizar metaheurísticas como busca tabu, *simulated annealing*, algoritmos genéticos, entre outros, em problemas de grande escala.

Oliveira et al. (2014) utilizaram métodos heurísticos, por meio de softwares de algoritmos genéticos (GATOP 1 e GATOP 2), para resolver o problema do roteamento de pacientes não urgentes, que deveriam ser pegos em casa e levados ao hospital, para depois serem retornados as casas novamente por veículos do governo, obtendo resultados relevantes, principalmente com o GATOP 2 que se mostrou superior ao GATOP 1.

Guabiroba et al. (2014) analisaram a viabilidade econômica da participação de cooperativas populares de coleta de óleo residual de fritura no fornecimento desse óleo para as fábricas de biodiesel. Por meio da utilização do TransCAD® (software de SIG), os autores puderam possibilitar a coleta do óleo reduzindo o custo de coleta de R\$0,68/l para R\$0,45/l, uma redução de aproximadamente 34%. Assim, a cooperativa torna-se capaz de gerar lucro, mesmo com variações no preço pago pelo litro do óleo, tendo sua sobrevivência garantida mesmo em cenários desfavoráveis.

Oliveira e Correia (2014) buscaram a implementação de um centro de distribuição de mercadorias em áreas urbanas (CDU), na cidade de Belo Horizonte/MG, considerando aspectos ambientais e econômicos. Também pela utilização do TransCAD® para a roteirização e das demais etapas de planejamento envolvidas no trabalho, o autor pôde diminuir a frota de veículos em 51,4%, aumentando a produtividade de cada veículo restante em 264%, além de diminuir a emissão de poluentes e consumo de combustível em 37,27%.

## **4 MATERIAL E MÉTODOS**

### **4.1 Descrição do problema abordado**

O clássico problema do roteamento, ou roteirização, é um problema de otimização combinatória no qual uma frota de veículos deve atender um conjunto de consumidores, dispersos geograficamente, por uma rede de caminhos, em que a rota a ser traçada por cada veículo é otimizada por meio da programação de forma a minimizar seu custo (recurso, tempo, distância). Na literatura existem muitos trabalhos relacionados ao tema roteamento, porém quase todos estão ligados ao problema do roteamento de veículos (PRV) e suas diversas variações. Observa-se, ainda, um número reduzido de trabalhos que abordam o tema para outras finalidades, como a proposta neste estudo, o que o torna inovador.

Problemas de minimização de distância/tempo gastos podem ser utilizados para otimizar o deslocamento das equipes, durante a atividade de inventário florestal urbano, possibilitando o aumento da eficiência, lembrando que o modelo empregado é determinístico, no qual fatos probabilísticos não foram abordados. Para isso, vários fatores são levados em consideração, como a quantidade e a distribuição espacial das árvores a serem inventariadas, as ruas e caminhos disponíveis para locomoção das equipes, o número de equipes e o número de membros por equipe, entre outros.

Para este estudo, no lugar dos veículos têm-se as equipes de inventário, e no lugar dos clientes têm-se as ruas, aos quais estão inseridas as árvores a serem inventariadas. Os caminhos a serem seguidos englobarão qualquer rua, calçada, passagem, entre outros, que possibilite o deslocamento das equipes. Assim, o modelo buscou a minimização das distâncias a serem percorridas pelas equipes, de forma a aumentar o rendimento e diminuir o tempo total gasto na

realização do inventário em um lote e, dessa forma, melhorar o planejamento e execução do inventário florestal urbano, já que por meio dele seria possível confeccionar um cronograma de execução das atividades de campo contemplando as rotas otimizadas a serem traçadas por cada equipe, dentro de uma área, deixando de lado a determinação das rotas de forma empírica.

O modelo matemático empregado no estudo teve como referência o modelo base encontrado na literatura para o Problema do Carteiro Chinês, descrito como o desejo de um carteiro em cursar sua rota e retornar ao posto de correio, buscando percorrer a menor rota possível, de forma que todas as ruas sejam percorridas ao menos uma vez, caracterizando um problema de roteamento em arcos. A Figura 4 apresenta o funcionamento do modelo para um grafo simulado, ordenando o caminho a ser percorrido pelo carteiro.

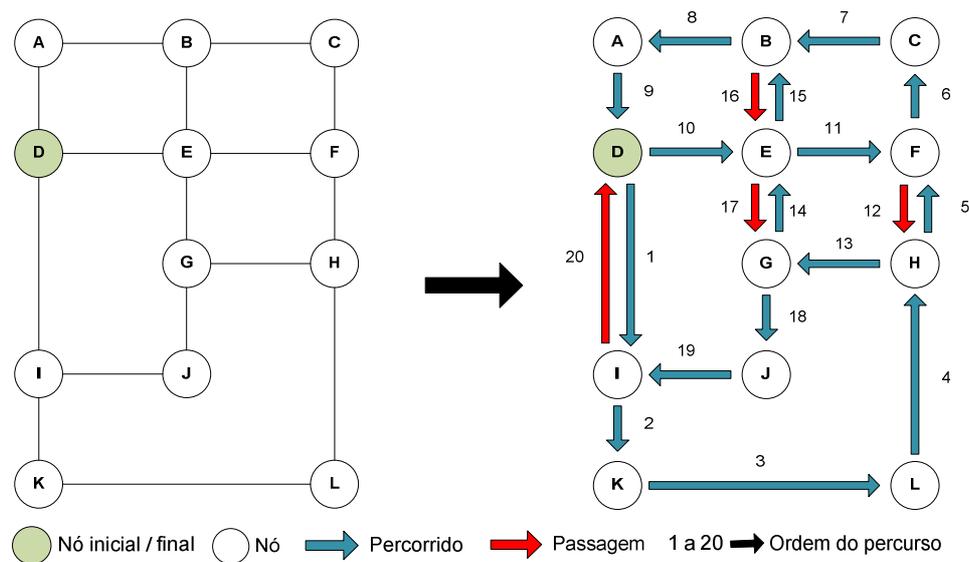


Figura 4 Simulação de rota para um grafo contendo o Problema do Carteiro Chinês

## 4.2 Área de estudo

Para este estudo, foram utilizados dados referentes ao projeto, em andamento, de inventário florestal urbano denominado “Inventário das árvores de Belo Horizonte”, da Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, a Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG) e o Laboratório de Estudos e Projetos em Manejo Florestal (LEMAF/UFLA), o qual tem como objetivo melhorar os mecanismos de monitoramento e controle da arborização viária da cidade pelo desenvolvimento do Sistema de Informação do Inventário das Árvores de Belo Horizonte (SIIA-BH). O mesmo funcionará, quando pronto, como um banco de dados, permitindo aos órgãos envolvidos realizar consultas, emitir relatórios e atualizar com novas informações.

No planejamento do projeto, a cidade de Belo Horizonte foi dividida em subregiões, visando melhorias na logística. As subregiões, por sua vez, foram divididas em lotes. Após a seleção da subregião e do lote para cada equipe, as mesmas se deslocaram ao logradouro pertinente e logo em seguida à primeira árvore do lote. Munidos de um tablet, as equipes de inventário consultaram uma base de dados georreferenciados (ruas, postes, edificações) e iniciaram o processo de coleta dos dados, que contemplaram um questionário contendo 58 atributos técnicos referentes às características da árvore (espécie, tronco, copa, entre outros). Houve, ainda, o registro fotográfico (3-5 fotos da árvore) e o seu georeferenciamento. Ao término do dia, os dados coletados foram enviados via internet para um servidor que continha toda a base de dados do projeto, podendo ser validada e usada na sequência para a emissão de relatórios.

As características levantadas pelo inventário não foram relevantes para este trabalho, mas, sim, o deslocamento das equipes, que foram rastreadas pelo GPS interno que os tablets possuíam. Contudo, o que foi utilizado foram as rotas diárias percorridas pelas equipes, com seus respectivos horários de coleta das

amostras. Com base nessas informações foi possível resgatar o trecho percorrido pelas equipes. Assim, a área de estudo monitorada (Figura 5) compreendeu um conjunto de 4 lotes (conjunto de ruas) vizinhos, na subregião Pampulha, onde o inventário florestal urbano já havia sido realizado.

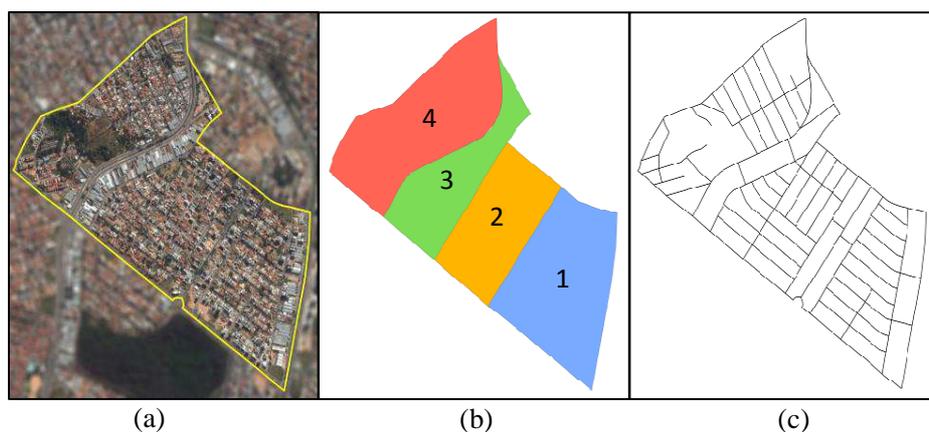


Figura 5 Visão geral da área de estudo na subregião da Pampulha (a) contemplando 4 os lotes (b) e suas respectivas ruas (c)

Um fato importante a se frisar no grafo a ser construído é o direcionamento do arco na presença de canteiros centrais. Assim, o arco (segmento de rua) que representa o logradouro se torna direcionado no sentido crescente dos números do logradouro, já que a referência espacial das árvores coletadas no canteiro central é o número da edificação pertinente, e havendo mais de uma árvore referente à mesma edificação elas devem ser coletadas em sequência, conforme a Figura 6.

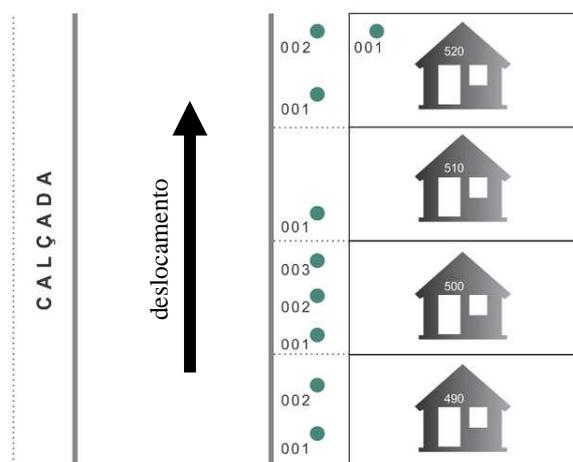


Figura 6 Número de ordem da árvore na rua e sentido de caminhada nas ruas com canteiro central

### 4.3 Agrupamento em lotes na cidade

Em razão da magnitude do problema combinatório e da possibilidade de controle de metas pelas equipes, a estratégia seguida no planejamento da atividade foi dividir a cidade em lotes (conjunto de ruas). No primeiro momento, utilizou-se a divisão das subregiões em lotes conforme o projeto do inventário florestal urbano. Porém, a dúvida que surgiu é se este agrupamento foi o mais apropriado.

Considerando a hipótese anterior, foram testados 3 métodos para a formação desses lotes, sendo *K-mean* e Ward, tendo como base a análise de agrupamentos (*cluster*), definida pela análise multivariada, e o terceiro método, empregando o modelo clássico de PLI, sendo o problema das *p*-medianas. Os três métodos buscam minimizar o somatório das distâncias euclidianas entre os

grupos formados. Os níveis de corte, bem como o número de medianas foram estabelecidos para formar 4 lotes.

O método *K-mean* é um método de quantização vetorial, baseado em particionar  $n$  observações em  $k$  clusters, de forma que cada observação pertença ao cluster com a média mais próximo. É muito utilizado nas análises de agrupamento de mineração de dados. Agrupamento hierárquico de Ward é um método baseado na análise de variância, fundamentado na formação de grupos de dados visando à minimização da variação entre os elementos de cada grupo e o valor médio do grupo, buscando a homogeneidade.

O método da  $p$ -mediana é um método clássico da otimização e consiste de um localizador de  $p$  facilidades (medianas), dentro de uma rede, objetivando minimizar o deslocamento de cada nó de demanda até a sua mediana mais próxima. Trata-se de um problema combinatório e que exige grande esforço computacional dependendo da dimensão do problema. O modelo foi formulado no software LINGO 9.0, sendo processado em um computador processador Intel® core i5 3210 MHz e 4 Gb de RAM.

#### **4.4 Modelo matemático**

O modelo matemático para o problema do roteamento em estudo foi formulado, considerando o uso de variáveis de decisão inteira, via programação linear inteira. A estrutura básica do modelo do CPP é a mesma encontrada na literatura, alterando-se algumas restrições em virtude do tipo de trabalho executado no inventário florestal urbano.

O objetivo foi resolver o problema do deslocamento das equipes para realização do inventário, visando minimizar a distância total percorrida pelas equipes no lote a ser executado, conseqüentemente, melhorando a eficiência operacional e aumentando o rendimento.

Dessa forma, têm-se: (1) a função objetivo do modelo empregada para minimizar o somatório do custo de deslocamento (CD) real e linear em metros, entre o vértice  $i$  e o adjacente  $j$ ; (2) restrição que garante a passagem das equipes de inventário em todas as ruas uma única vez, independente do sentido de caminamento, realizando a medição das árvores; (3) restrição que garante o fluxo de deslocamento entre os vértices presentes no grafo, sendo os vértices representados pelas esquinas das ruas; (4) restrição que garante a união de grafos desconexos dentro de um lote, aplicada somente a alguns casos (cenários); (5) variáveis de decisão do modelo de programação linear inteira, sendo  $x_{ij}$  e  $y_{ij}$  binárias, representando o deslocamento da equipe entre os vértices adjacentes  $i$  e  $j$ . A diferença conceitual entre as variáveis de decisão é que a primeira ( $x$ ) torna-se obrigatória a sua ativação, ou seja, representa a execução da atividade (censo). A segunda ( $y$ ), somente será ativada para garantir a continuidade do fluxo, mesmo deslocando em ruas já visitadas.

Função Objetivo:

$$\min z = \sum_{i=1}^I \sum_{j \in i}^J CD_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^J \sum_{j \in i}^I CD_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$x_{ij} + x_{ji} = 1 \quad ; j \in i; \forall_i; \forall_j \quad (2)$$

$$x_{ij} - x_{ji} + y_{ij} - y_{ji} = 0 \quad ; j \in i; \forall_i; \forall_j \quad (3)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad ; j \in i; \forall_i; \forall_j \quad (4)$$

$$x_{ij} = \{0,1\}, y_{ij} = \{0,1\} \quad (5)$$

O modelo matemático de PLI foi formulado no solver LINGO 9.0, utilizando o algoritmo *branch-and-bound*, sendo processado em um computador processador Intel® core i5 3210 MHz e 4 Gb de RAM.

#### 4.5 *Simulated annealing*

A metaheurística *simulated annealing* (SA) foi utilizada no estudo visando à resolução do problema abordado, já que o mesmo é considerado de difícil resolução e pode demandar elevado tempo computacional.

A estrutura do problema abordado pode ser simplificada, cujo subproblema formado é obter uma ligação entre os vértices (esquinas) que apresentam um número ímpar de vértices adjacentes e, com isso, torná-los pares. Essa lógica permite que se tenha um grafo contendo um fluxo contínuo entre seus vértices, ou seja, ao se deslocar de um dado vértice  $i$  para um adjacente  $j$ , torna-se possível passar por ele novamente e continuar o deslocamento, conforme ilustra a Figura 7.

Assim, a programação baseou-se em encontrar os menores caminhos entre os vértices com ligações ímpares, tornando-os pares e garantindo o fluxo contínuo no grafo. Essa condição, somada à necessidade de passar em todos os arcos (ruas), de preferência uma única vez, faz com que se tenha o roteamento com custo mínimo (6), onde  $f(x)$  é a função a ser minimizada;  $k$  = constante que representa o somatório das distâncias entre vértices  $i$  e  $j$ , representando o deslocamento por todas as ruas de um lote, uma única vez.

$$f(x) = \sum_{i=1}^I \sum_{j \subset i}^J CD_{ij} y_{ij} + k \quad ; \quad \sum_{j=1}^J j \subset i = 2n - 1 \text{ e } \forall_i \quad (6)$$

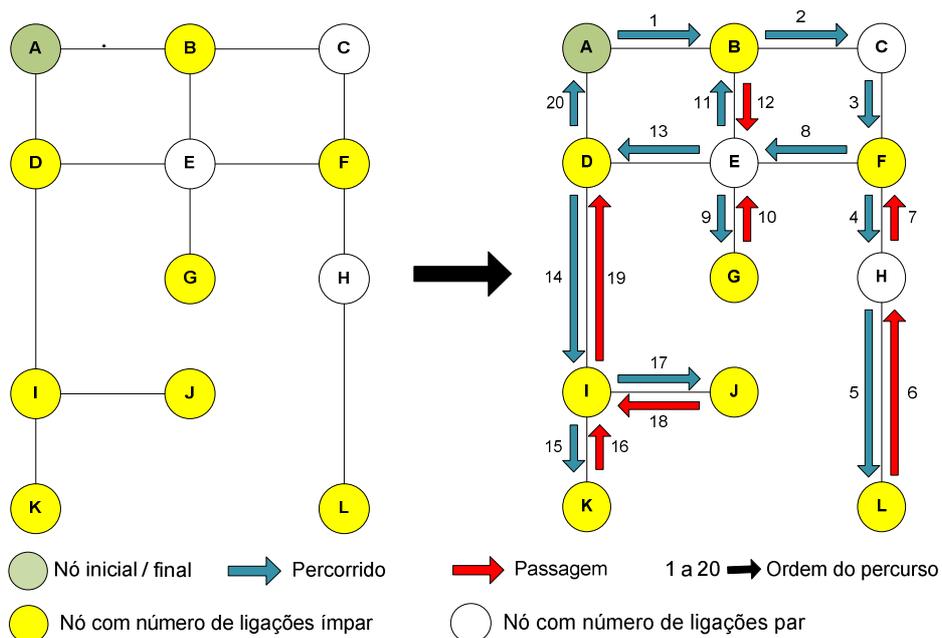


Figura 7 Exemplo de funcionamento do programa para garantir o fluxo entre vértices com número par e ímpar de ligações

Na programação do método aproximativo de resolução, foram adotadas duas etapas, sendo a primeira responsável obter as distâncias mínimas (rotas) entre todos os vértices  $i$  e  $j$  ímpares ( $2n-1$ ), empregando-se o algoritmo de Floyd-Warshall.

O algoritmo de Floyd-Warshall objetiva encontrar o menor caminho entre todos os pares de nós de uma rede por meio de matrizes e o algoritmo encontra apenas os valores dos caminhos e as sequências de arestas percorridas.

O funcionamento do algoritmo consiste na execução de  $n$  iterações correspondentes ao número de vértices da rede. Para cada iteração há uma matriz  $n \times n$  correspondente, cujos valores vão sendo modificados seguindo-se uma equação de recorrência. Trabalham-se, então, com  $k$  matrizes  $n \times n$ . Assim, o algoritmo consegue verificar a cada nova matriz (iteração) se o caminho já determinado de  $i$  para  $j$  pode ser reduzido caso haja a inclusão de um nó  $k$  intermediário.

Na segunda etapa, utilizou-se a metaheurística *simulated annealing*, considerando apenas os vértices ímpares (subproblema), já que os mesmos impedem a garantia do fluxo entre vértices adjacentes. Logo, buscou-se uni-los dois a dois, de forma a minimizar o custo de deslocamento entre as combinações formadas e, ainda, garantir a continuidade do fluxo no grafo. Nessa etapa, adotaram-se os seguintes parâmetros iniciais, sendo a função de redução de temperatura  $T = \alpha T_{i-1}$ , temperatura inicial = 3.000, número de iterações = 30.000, nível de troca = 10%, para 100 repetições, conforme testes preliminares que indicaram ser a melhor combinação.

A seguir, é exemplificada a lógica empregada para simular as trocas entre vértices ímpares, resgatando as rotas e custos ótimos entre os mesmos, quando ativados. Nesse exemplo foi utilizada uma base de dados contendo 10 ligações entre vértices ímpares e uma vizinhança de troca de 20% (Figura 8). A solução inicial é gerada de forma aleatória, pareando dois a dois os vértices ímpares presentes no grafo. A solução então é avaliada pela função  $f(x)$ . Posteriormente, uma solução candidata ( $x'$ ) é gerada, derivada da primeira, onde trocam-se alguns vértices ímpares entre si, formando novos pares. Nesse caso, a nova solução é avaliada  $f(x')$ , seguindo então o processo da metaheurística SA. Se aceita ou não a solução candidata, a temperatura é reduzida e se inicia uma nova iteração até a sua convergência. A metaheurística SA foi programada

segundo Kirkpatrick et al. (1983), sendo implementada na linguagem VB6 Microsoft, assim como o algoritmo de Floyd.

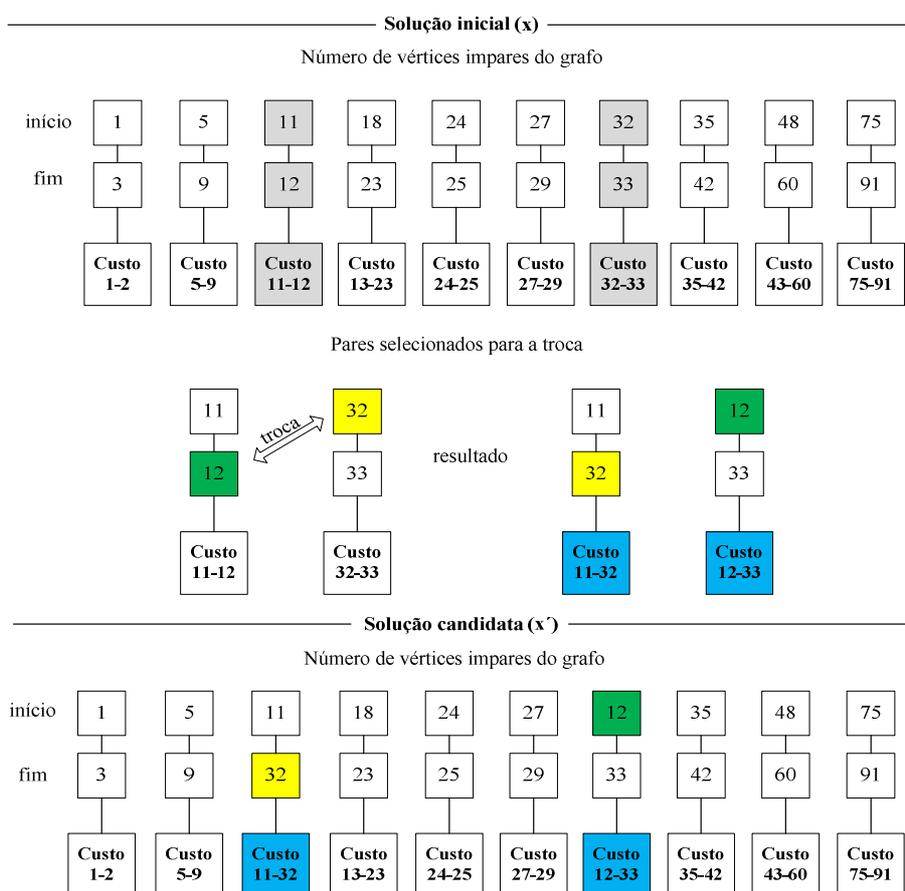
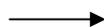


Figura 8 Exemplo de funcionamento das trocas estabelecidas entre os vértices ímpares do grafo na geração de uma nova solução candidata

#### 4.6 Cenários teste e análise dos resultados

Utilizando a PLI foram definidas as rotas a serem seguidas para cada lote de forma otimizada, atendendo aos critérios técnicos estabelecidos. O modelo é determinístico e foi rodado para cada lote, de forma a gerar uma rota



para execução das atividades para cada equipe/lote, partindo-se da premissa de que um lote foi feito somente por uma equipe. O modelo permite que a execução da atividade se inicie em qualquer vértice do mapa, sendo o ponto inicial também o final da rota.

Visando confrontar o método planejado, por meio da saída do modelo de roteamento, e o trabalho de campo executado de forma empírica, foram utilizados dados referentes a um lote (lote 1), situado na subregião Pampulha. A Figura 9 apresenta a distribuição dos vértices na área, bem como as ruas (arcos) em que as medições foram realizadas.

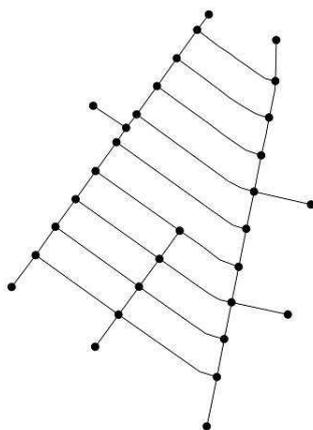


Figura 9 Grafo do lote 1 localizado na subregião Pampulha e utilizado na comparação entre o modelo de roteamento e o trabalho executado em campo de forma empírica

Pensando-se na redução do tempo de processamento em cenários complexos e que envolvam muitas variáveis de decisão, foi proposta a implantação da metaheurística *simulated annealing* como ferramenta de resolução. A comparação entre o método exato (PLI) e o aproximativo (SA) também foi realizada para o lote 1, como um teste em menor instância. A comparação com o método exato também foi realizada nos demais lotes da

divisão empírica (2, 3 e 4). Visando entender o comportamento da SA com o aumento da complexidade do problema, os lotes foram agrupados em combinações de 2 e 3 para aplicação da SA. Posteriormente, a SA também foi testada para área total (Figura 10).

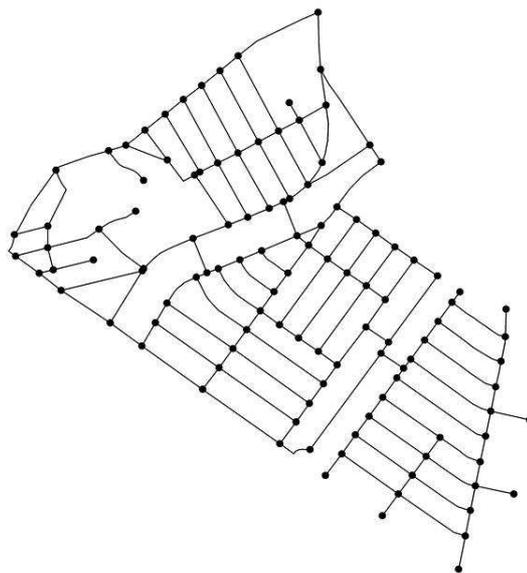


Figura 10 Grafo da área total envolvendo os 4 lotes e 115 vértices, utilizados na comparação em um problema de maior instância

Para comparar qual método poderia produzir uma melhor resposta no agrupamento das ruas e consequente divisão dos lotes, foi empregado o modelo de PLI para todas as saídas geradas, sendo então rodados 4 modelos para cada método de agrupamento e calculado o somatório das funções. A Tabela 1 apresenta um resumo de todos os cenários comparativos testados no estudo. O termo agrupamento classificou as saídas dos métodos de agrupamento, sendo os números 1, 2, 3 e 4 referentes às cores azul, laranja, verde e vermelho, respectivamente.

Tabela 1 Resumo dos cenários testados no estudo para efeito comparativo entre os métodos de agrupamento

Cenários comparativos	Método	Área de estudo	Equações de PLI utilizadas no roteamento
1	Executado x PLI	Lote 1	1, 2, 3, 5
2	SA x PLI	Lote 1	1, 2, 3, 5
3	SA x PLI	Lote 2	1, 2, 3, 5
4	SA x PLI	Lote 3	1, 2, 3, 5
5	SA x PLI	Lote 4	1, 2, 3, 5
6	SA x PLI	Lotes 1 e 2	1, 2, 3, 5
7	SA x PLI	Lotes 3 e 4	1, 2, 3, 5
8	SA x PLI	Lotes 1, 2 e 3	1, 2, 3, 5
9	SA x PLI	Área total	1, 2, 3, 5
10	PLI	Agrupamento 1 (empírico)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 1 (K-mean)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 1 (Ward)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 1 (p-mediana)	1, 2, 3, 5
11	PLI	Agrupamento 2 (empírico)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 2 (K-mean)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 2 (Ward)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 2 (p-mediana)	1, 2, 3, 4, 5
12	PLI	Agrupamento 3 (empírico)	1, 2, 3, 4, 5
	PLI	Agrupamento 3 (K-mean)	1, 2, 3, 4, 5
	PLI	Agrupamento 3 (Ward)	1, 2, 3, 4, 5
	PLI	Agrupamento 3 (p-mediana)	1, 2, 3, 5
13	PLI	Agrupamento 4 (empírico)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 4 (K-mean)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 4 (p-mediana)	1, 2, 3, 5
	PLI	Agrupamento 4 (p-mediana)	1, 2, 3, 5

Já, para projeção e simulação dos dados, para verificar o impacto da implantação do modelo de PLI, foram incorporadas as variáveis número de componentes em uma equipe e de lotes presentes no projeto. Além disso, alguns parâmetros reais foram mensurados e outros simulados e integrados aos

cálculos, sendo: a) horas efetivas de trabalho diárias: 5 h; b) velocidade média de caminhada: 5 km/h = 1,39 m/s; c) tempo médio de coleta dos dados de uma árvore = 5 min; e d) salário médio de um técnico = R\$2.000,00/mês.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 Agrupamentos em lotes

O processamento dos dados para os 3 métodos de agrupamento gerou os resultados que podem ser visualizados na Figura 11. Foram gerados 4 lotes para cada método, assim como realizado no método empírico, sendo a divisão real utilizada e executada em campo.

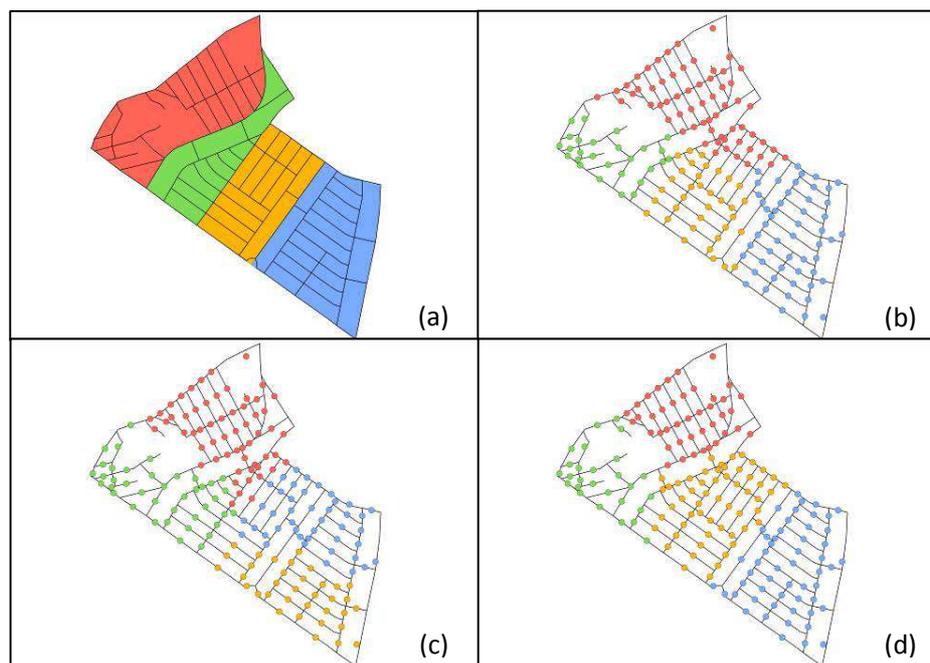


Figura 11 Representação dos lotes gerados por cada método de agrupamento, sendo: (a) empírico; (b) *K-mean*; (c) Ward; e (d) p-mediana

As saídas geradas pelos métodos *K-mean*, Ward e p-mediana apresentaram discrepâncias entre si e em relação ao método empírico. A Tabela 2 apresenta valores obtidos para cada agrupamento, bem como a comparação entre os três métodos testados com a área total e o método empírico.

Tabela 2 Soluções apresentadas pelo modelo de PLI após o agrupamento em lotes

Métricas	Agrupamentos					
	Área total	Empírico	K-mean	Ward	P-mediana	
Valor da função objetivo (m)	25.117,14*	25.636,86*	26.713,11*	26.890,20*	26.545,48*	
Área total	DA	-	519,72	1.595,97	1.773,06	1.428,34
	DR	-	2,07	6,35	7,06	5,69
Empírico	DA	-519,72	-	1.076,25	1.253,34	908,62
	DR	-2,03	-	4,2	4,89	3,54

Onde: DA = diferença absoluta (m); DR = diferença relativa (%); \* = somatórios dos valores das funções objetivos dos 4 lotes formados por método de agrupamento.

A análise dos dados reflete o que os mapas demonstram. Primeiro, comparando-se a área total, sem divisão de lotes, com o melhor método de agrupamento (empírico), pôde-se observar que quanto menos subdivisões a área possuir, mais eficiente será a aplicação do modelo de PLI, impactando de forma positiva na distância total percorrida, que foi reduzida em 519,72 metros, representando uma variação de 2,07% em relação à área sem divisões. O maior problema se encontra no tempo computacional gasto pelo modelo matemático para a sua obtenção. A Tabela 3 apresenta os resultados dos processamentos dos cenários envolvidos na comparação.

Partindo-se para a comparação entre os métodos de agrupamento, pôde-se observar que o método empírico foi superior aos demais, sendo a menor diferença de 908,62 metros para a p-mediana e a maior de 1.253,34 metros para

o método de Ward, empregando a análise multivariada. Isso representou variações de 3,54% e 4,89%, respectivamente, em relação ao método empírico. Agrupamentos por meio do método da p-mediana possuem bons resultados, como encontrado em Barão et al. (2013), Gomide (2013), Smiderle (2011), Detofeno e Steiner (2010), Lorena (2003) e Rosário et al. (2001). Já o método *K-mean* apresentou um comportamento intermediário entre os dois citados anteriormente.

Tabela 3 Número de variáveis de decisão, iterações e tempo de processamento para as saídas dos cenários 10, 11, 12 e 13

Método de agrupamento	Métrica	Agrupamento			
		1	2	3	4
Empírico	Variáveis de decisão	185	148	144	183
	Iterações	254	1.176.958	432	145
	Tempo (s)	0	62	0	0
K-mean	Variáveis de decisão	200	144	96	242
	Iterações	992	196	43	360
	Tempo (s)	0	1	1	0
Ward	Variáveis de decisão	166	134	148	228
	Iterações	645	118	190	204
	Tempo (s)	1	1	0	0
P-mediana	Variáveis de decisão	212	232	108	167
	Iterações	341.465	694.246	111	177
	Tempo (s)	27	11	1	0

A superioridade da divisão empírica, no presente estudo, em relação aos métodos de agrupamento, está no fato do método empírico não gerar um número elevado de ruas sem saída. As ruas sem saídas são partes extremas do grafo e vizinhas aos demais, que, pela forma como é montado o modelo matemático, ou seja, excluindo os arcos vizinhos pertencentes a grafos adjacentes, o mesmo fica impedido de avançar e, com isso, impedem uma redução maior do custo final. No esquema abaixo (Figura 12), a situação descrita está evidenciada. As ruas

vermelhas representam roteiros não contemplados no resultado do agrupamento, pois são pertencentes a lotes vizinhos, gerando diversas “ruas sem saída”.

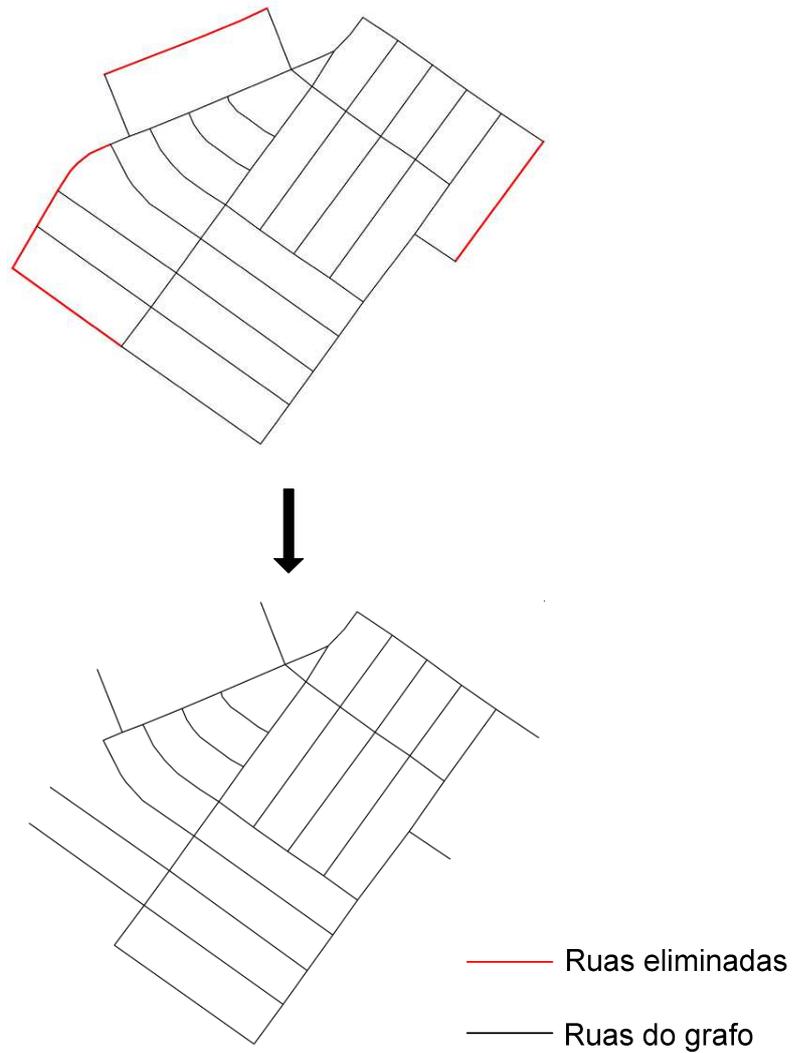


Figura 12 Exemplo de agrupamento que gerou um grafo com várias ruas sem saída

## 5.2 Modelo PLI x Executado

O processamento do modelo de PLI para o lote 1 demandou menos de 1 segundo, sendo o modelo composto por 175 variáveis de decisão e 74 restrições, o que gerou 254 iterações. A Figura 13 apresenta a saída do modelo, contemplando os sentidos das passagens nos arcos.

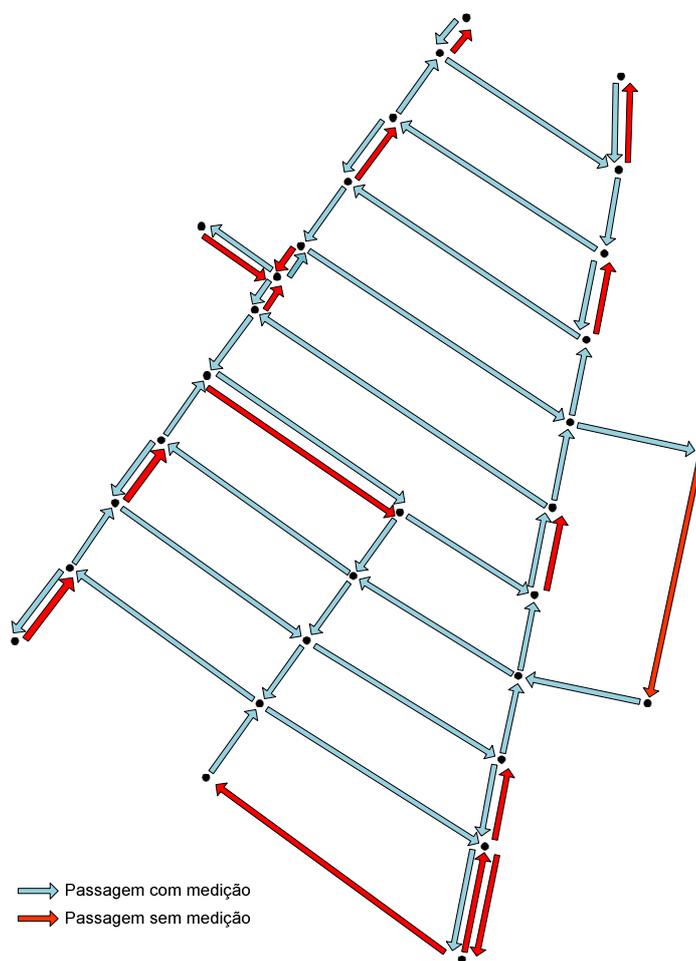


Figura 13 Roteamento definido pelo modelo de PLI para o lote 1

Resgatada a rota executada em campo para o cenário 1, pôde-se obter um deslocamento total de 7.111,13 metros, sendo realizados 62 movimentos para se varrer toda a área e 21 desses movimentos foram deslocamentos sem medição (cerca de 1.898,20 metros), ou seja, deslocamentos que impactam na função objetivo do modelo aumentando a distância total percorrida. Além disso, o ponto inicial e o ponto final nesse cenário real não são os mesmos, o que teoricamente diminui o acionamento do número de variáveis de decisão, onde somente a passagem sem medição é realizada e, por isso, a diferença entre o ótimo pode ser ainda maior.

Aplicando-se o modelo de PLI desenvolvido, pôde-se obter um deslocamento total de 6.658,52 metros, para um cenário de 57 movimentos, sendo realizados apenas 16 movimentos onde a equipe se desloca sem medição (cerca de 1.445,59 metros). Houve, então, uma redução absoluta de 452,61 metros, representando uma variação de 6,36% entre o executado e o planejado, com a vantagem ainda de se retornar ao ponto inicial.

Resultados similares podem ser encontrados em Detofeno e Steiner (2010) que trabalharam com o roteamento da coleta de resíduos urbanos com uma redução de aproximadamente 8,6% no percurso total diário gasto pelas equipes de coleta. Já, Brasileiro e Lacerda (2008) obtiveram uma redução de 41% na distância total percorrida pelos veículos de coleta de lixo domiciliar, além de uma redução de 68% no tempo de percurso. Lima et al. (2012), também, trabalhando com o roteamento de caminhões de lixo, conseguiram bons resultados testando diferentes cenários de coleta. Outros trabalhos podem ainda ser citados como referência já que puderam obter respostas positivas com a implementação do sistema de roteamento, como os encontrados em Guabiroba et al. (2014), Oliveira e Correia (2014), Sherafat (2013), Jacinto, Rosa e Banos (2014) e Belfiore e Yoshizaki (2006).

A diferença encontrada no presente estudo, em comparação com os demais trabalhos, pode ser atribuída ao fato do lote teste ser uma figura geométrica regular e de pequena dimensão. Porém, nem sempre será possível estruturar dessa forma em cidades com baixo planejamento urbano.

### 5.3 Modelo PLI x *simulated annealing*

Considerando uma instância menor (cenário 2), utilizou-se o lote 1 (31 vértices, sendo 26 com número de ligações ímpares), para testar a eficiência da metaheurística. Após o processamento do modelo de PLI (cenário 3) e da SA (cenário 4) para a área, os valores das funções foram os mesmos para os dois métodos, atingindo 6.856,13 metros. O tempo de processamento também foi o mesmo, sendo de 1 segundo. Porém, a manipulação da base de dados para utilização da SA foi mais simples do que a do modelo de PLI, impondo uma vantagem à utilização da SA em pequenas áreas. Os cenários 3, 4 e 5 também apresentaram resultados similares ao cenário 2, conforme a Tabela 4.

Tabela 4 Soluções obtidas pelos agrupamentos testados (cenários 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) para comparação entre o método exato e o aproximativo

Métodos	Cenários			
	2	3	4	5
PLI	6.856,13	6.670,00	6.323,06	9.332,83
SA	6.856,13	6.670,00	6.323,06	9.338,00
Desvio (%)	0,00	0,00	0,00	0,06
Métodos	Cenários			
	6	7	8	9
PLI	13.527,64	14.431,26	18.765,80	27.115,20
SA	13.527,64	14.563,00	18.765,80	27.621,00
Desvio (%)	0,00	0,91	0,00	1,87

Abordando problemas mais complexos (cenários 6, 7 e 8), observa-se que a SA obteve resultados muito próximos à PLI. Já para o problema mais complexo (cenário 9), optou-se por utilizar a área envolvendo os 4 lotes, para uma comparação em uma instância maior (115 vértices, sendo 90 deles com número ímpar de ligações). O processamento do modelo de PLI foi interrompido após 24 horas, sendo a melhor solução obtida até o momento de 27.115,20 metros. Buscando minimizar o tempo de processamento em detrimento da exploração de todas as alternativas possíveis, foi aplicada a SA. A melhor resposta teve sua função aproximadamente 1,86% acima do valor da resposta de PLI, porém com um tempo de processamento 43.200 vezes menor.

Notou-se uma baixa diferença entre os tempos de processamento da SA nas diferentes instâncias, assim como observado por Gomide et al. (2013). Os mesmo autores e, ainda, Crowe e Nelson (2005), comentaram sobre o distanciamento da SA em relação à PLI para problemas mais complexos, com resultados similares aos encontrados neste trabalho. Falcão e Borges (2003) também discorrem sobre a aplicação da SA em problemas complexos, afirmando que ela se aplica a instâncias em que a programação linear inteira não será capaz de resolver em tempo computacional compatível.

#### **5.4 Projeção e simulação de dados**

Pensando-se na redução da distância total percorrida no lote real (452,61 m) e transformando-a em tempo de caminhada economizado, pode-se obter o valor de 4,27 minutos. Com base nessa premissa, foi montada a Tabela 5 combinando as variáveis citadas acima, com as variações de rendimento do emprego do modelo de PLI, gerando os valores, em minutos, que seriam economizados em cada combinação. A simulação foi realizada, baseada nos

ganhos encontrados no lote 1 (6,36%), já que nele foi possível se comparar o método executado com o planejado.

Tabela 5 Cenários envolvendo variações no número de membros da equipe (N) e de lotes, obtendo variáveis economizadas pela aplicação do modelo de PLI, desconsiderando o tempo de medição já que o mesmo torna-se constante

Métricas		Lotes					
Variável	N	1	10	50	100	250	500
Minutos	1	5,43	54,31	271,57	543,13	1.357,83	2.715,66
	5	27,16	271,57	1.357,83	2.715,66	6.789,15	13.578,30
	10	54,31	543,13	2.715,66	5.431,32	13.578,30	27.156,60
	15	81,47	814,70	4.073,49	8.146,98	20.367,45	40.734,90
Árvores	1	1,09	10,86	54,31	108,63	271,57	543,13
	5	5,43	54,31	271,57	543,13	1.357,83	2.715,66
	10	10,86	108,63	543,13	1.086,26	2.715,66	5.431,32
	15	16,29	162,94	814,70	1.629,40	4.073,49	8.146,98
Reais	1	1,65	16,46	82,29	164,59	411,46	822,93
	5	8,23	82,29	411,46	822,93	2.057,32	4.114,64
	10	16,46	164,59	822,93	1.645,85	4.114,64	8.229,27
	15	24,69	246,88	1.234,39	2.468,78	6.171,95	12.343,91

A análise da Tabela 5 mostra que ganhos percentuais como o encontrado no estudo, em cenários de grandes dimensões, ou seja, elevado número de pessoas na equipe e alto número de lotes, o modelo apresentou ganhos expressivos, como na combinação 15 pessoas e 500 lotes, resultando em uma economia de 40.734,90 minutos, que equivale a 678,92 horas para a equipe, ou 45,26 horas efetivas de trabalho para cada membro.

Considerando a mesma lógica, converteu-se o tempo ocioso economizado em medição de árvores. Nota-se um ganho de 1,09 árvores/pessoa para um lote, o que gera um ganho de 16,29 árvores para uma equipe de 15 pessoas em um lote. Extrapolando-se o número de lotes para 500, o ganho para

cada pessoa é de 543,13 árvores, e 8.146,98 árvores para uma equipe de 15 pessoas.

Seguindo a linha do raciocínio, baseado no salário médio de um técnico em meio ambiente responsável pela coleta dos dados no inventário, foi calculado o quanto poderia ser economizado no projeto, em unidades monetárias (R\$), levando-se em consideração apenas o salário do técnico isoladamente como o único benefício econômico que a implantação do modelo no projeto poderia trazer. Assim, chegou-se a uma economia de R\$1,65 para uma pessoa em um lote. Já, para uma equipe de 15 pessoas em um lote, pode ser verificada uma economia de R\$24,69. Extrapolando-se o número de lotes para 500, para uma única pessoa se teria uma economia de R\$822,93, enquanto para uma equipe de 15 pessoas essa economia seria de R\$12.343,91, que poderiam ser revertidos na compra de equipamentos para reposição do trabalho.

## 6 CONCLUSÕES

Os métodos de agrupamento testados para divisão das subregiões em lotes gerou resultados próximos ao executado, sendo o empírico melhor, mostrando que a divisão não empírica compromete o resultado final para a área de estudo. Portanto, mesmo sendo necessária para a gestão e controle das informações, a aplicação de muitas divisões prejudicam a execução da atividade.

O problema envolvido pôde ser estudado e compreendido, sendo o modelo desenvolvido capaz de traduzir o problema do roteamento das equipes de inventário florestal urbano, gerando respostas capazes de solucioná-lo, definindo de forma otimizada a sequência de rotas para a sua execução.

A utilização do método aproximado (*simulated annealing*) se mostrou eficaz para problemas em menores instâncias, obtendo a mesma resposta que o método exato. Em problemas mais complexos, a SA também se mostrou uma

alternativa, já que a obtenção de uma solução a 1,87% do ótimo foi atingida em um tempo de processamento 43.200 vezes menor do que a PLI, no cenário mais complexo.

A análise dos resultados obtidos no trabalho credencia a aplicação do modelo de PLI desenvolvido, mostrando potenciais de aplicação e de melhoras consideráveis no planejamento e execução das atividades desenvolvidas no projeto, reduzindo custos e, principalmente, ordenando a atividade. A comparação entre o executado e a PLI apresentou uma redução de 6,36% no deslocamento total da equipe, resultando em uma economia de 452,61 metros.

A simulação e projeção dos dados constataram o impacto da implantação do modelo e PLI na atividade. Foram obtidas melhoras no tempo total de execução e no rendimento de árvores, para cada membro de equipe em um lote, o que acarretou na economia de R\$1,65 pessoa/lote.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, R.; DELGADO, C. **Programação linear inteira**. Porto: Universidade do Porto. Faculdade de Economia, 1997.

ANTIQUUEIRA, L. S. et al. An heuristic model based on localization-designation applied to a rotating parking lot. **Journal of Transport Literature**, São José dos Campos, v. 8, n. 4, p. 82-108, Oct. 2014.

ARAUJO, M. N.; ARAUJO, A. J. de. **Arborização urbana**. Paraná: CREA-PR, 2011. (Série de Cadernos Técnicos).

BANHARA, J. R. **Agendamento otimizado das atividades de colheita da madeira em plantios de eucaliptos sob restrições operacionais, espaciais e de risco climático**. 2009. Dissertação (Mestrado em Recursos Naturais) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Piracicaba. 2009.

BARÃO, F. R. et al. Modelagem matemática para coleta seletiva no município de Passo Fundo – RS. In: LOPES, L. C. A.; RODRIGUES, M. T. A.; STEINER, H. S. (Ed.). **"Meta-heurísticas em pesquisa operacional"** Curitiba: Omnipax, 2013. p. 237-252.

BARBOSA, L. P. **Análise da roteirização em uma empresa de transporte e logística do Distrito Federal**. 2013. 16 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Gestão do Agronegócio) - Universidade de Brasília, Planaltina. 2013.

BATISTA, G.V.; SCARPIN, C. T. Dois modelos matemáticos capazes de solucionar um problema periódico de manutenção através de roteamento em arcos. **Blucher Marine Engineering Proceedings**, v. 1, n. 1, p. 499-509, 2014. Disponível em: <<http://www.proceedings.blucher.com.br/pdf/marineengineeringproceedings/spoIm2014/126498.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2015.

BELFIORE, P. P. et al. Problema de estoque e roteirização: revisão bibliográfica. **Revista Produção**, Belo Horizonte, v. 16, n. 3, p. 442-454, set./dez. 2006.

BELFIORE, P. P.; FÁVERO, L. P. **Pesquisa operacional para cursos de administração, contabilidade e economia**. Elsevier: Rio de Janeiro, 2012.

BELFIORE, P. P.; YOSHIZAKI, H. T. Y. **Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade de São Paulo. Escola Politécnica, São Paulo. Disponível em: <[http://www.teses.usp.br/index.php?option=com\\_jumi&fileid=12&Itemid=77&lang=pt-br&filtro=belfiore](http://www.teses.usp.br/index.php?option=com_jumi&fileid=12&Itemid=77&lang=pt-br&filtro=belfiore)>. Acesso em: 15 jan. 2015

BENEVIDES, P. F. et al. Aplicação e análise de alguns procedimentos de construção de rota para o problema do caixeiro viajante. **Revista Ingeniería Industrial**, Concepción, v. 11, n. 1, p. 17-25, 2014.

BIGGS, N. et al. **Graph theory**. Oxford: Oxford University, 1986. p. 1736-1936.

BOAVENTURA NETTO, P. O.; JURKIEWICZ, S. **Grafos: introdução e prática**. São Paulo: E. Blucher, 2009.

BODIN, L.; KURSH, S. A Computer-assisted system for the routing and scheduling of street sweepers. **Operations Research**, Baltimore, v. 26, n. 4, p. 525-537, Aug. 1978.

BONASSA, A. C.; CUNHA, C. B. da. Sistema de apoio à decisão para a otimização da roteirização da separação manual de peças em armazém utilizando planilhas eletrônicas. **Gestão & Produção**, São Carlos, v. 18, n. 1, p. 105-118, 2011.

BOVO, A. B. **Um método de tradução de fontes de informação em um formato padrão que viabilize a extração de conhecimento por meio de link analysis e teoria dos grafos**. 2004. 50 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

BRAGA, J. O. N. et al. O uso do geoprocessamento no diagnóstico dos roteiros de coleta de lixo da cidade de Manaus. **Engenharia Sanitária Ambiental**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 4, p. 387-394, out./dez. 2008.

BRASILEIRO, L. A.; LACERDA, M. G. Análise do uso de SIG no roteamento dos veículos de coleta de resíduos sólidos domiciliares. **Engenharia Sanitária Ambiental**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 4, p. 356-360, out./dez. 2008.

BREJON, S. R. C.; BELFIORE, P. P. A importância do enfoque sistêmico para problemas de roteirização de veículos. **Revista Pesquisa e Desenvolvimento Engenharia de Produção**, Itajubá, n. 5, p. 64-86, jun. 2006.

CAIXETA FILHO, J. V. **Pesquisa operacional: técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais**. São Paulo: Atlas, 2001. 171 p.

CAMPELO JÚNIOR, J. U. **Proposta de otimização da roteirização dos distritos dos carteiros: um estudo de caso no Centro de Entrega de Encomendas de Fortaleza**. 2010. 99 f. Dissertação (Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

CARDOSO, D. M. **Teoria dos grafos e aplicações**. 2005. 95 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 2005.

CARMO NICOLETTI, M. do et al. Transferring neural network based knowledge into an exemplar-based learner. **Neural Computing e Applications**, v. 16, n. 3, p. 257-265, Fev. 2007.

CHOPRA, S.; MEINDL, P. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos: estratégia, planejamento e operação**. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

COELHO, A. M. **Teoria dos Grafos**. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Sudeste de Minas Gerais. 2003. Slides de aula. Disponível em:

<[http://sistemas.riopomba.ifsudestemg.edu.br/dcc/materiais/2004367180\\_Teoria%20dos%20Grafos%20-%20aula1.pdf](http://sistemas.riopomba.ifsudestemg.edu.br/dcc/materiais/2004367180_Teoria%20dos%20Grafos%20-%20aula1.pdf)>. Acesso em: 20 out. 2014.

COLIN, E. C. **Pesquisa operacional**: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora, 2007. 528 p.

COOK, W. J. et al. **Combinatorial optimization**. New York: Wiley-Interscience, 1998. (Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization).

CORDENONSI, A. Z. C.; SANTOS, W. B. Resolução do problema de roteamento de veículos utilizando a heurística de savings. **Revista do Centro de Ciências da Economia e Informática**, Bagé, v. 5, n. 7, p. 7-14, 2001.

COSTA, P. P. da. **Teoria de Grafos e suas aplicações**. 2011. 77 p. Dissertação (Mestrado em Matemática Universitária) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. 2011.

CROWE, K. A.; NELSON, J. D. An evaluation of the simulated annealing algorithm for solving the area-restricted harvestscheduling model against optimal benchmarks. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 35, n. 10, p. 2500-2509, 2005.

CUNHA, C. B. da. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Revista Transportes**, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 51-74, nov. 2000.

CUNHA, C. B. da. Um modelo matemático para o problema de sequenciamento e programação de visitas de gerentes de banco. **Gestão & Produção**, São Carlos, v. 10, n. 2, p. 183-196, ago. 2003.

DETOFENO, T. C.; STEINER, M. T. A. Optimizing routes for the collection of urban solid waste: a case study for the city of Joinville, state of Santa Catarina. **IJIE – Iberoamerican Journal of Industrial Engineering**, Miercoles, v. 2, n. 1, p. 124-136, 2010.

EISELT, H. A. et al. Arc routing problems, part I: The Chinese postman problem. **Operations Research**, Baltimore, v. 43, n. 2, p. 231-242, 1995.

FALCÃO, A. O.; BORGES, J. G. Heurísticas para a integração de níveis estratégico e operacional da gestão florestal em problemas de grande dimensão. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 63, p. 94-102, jun. 2003.

FEOFILOFF, P. et al. **Uma introdução sucinta à teoria dos grafos**. 2011.

Disponível em:

<<http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos/texto/TeoriaDosGrafos.pdf>>.

Acesso em: 20 out. 2014.

FIGUEIREDO, A. S. et al. Diagnóstico para sustentação da escolha de modelo de roteirização em organização de base econômica familiar. **Revista Brasileira de Gestão e Desenvolvimento Regional**, Taubaté, v. 3, n. 3, p. 3-19, set./dez. 2007.

GOIS, B. C. V. **Roteirização**: uma comparação dos métodos de divisão e organização das rotas de coleta dos caminhões compactadores de lixo. 2005. 61 p. Monografia (Tecnologia em Logística) – Faculdade de Tecnologia da Zona Leste, Centro Paula Souza, São Paulo, 2005.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear**: modelos e algoritmos. 2. ed. Elsevier, 2005.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Programação linear e otimização combinatória**: modelos e algoritmos. Rio de Janeiro: Campus, 2000. v. 1, p. 639.

GOMIDE, L. R. Estratificação espacial de compartimentos via metaheurística simulated annealing em unidades de manejo florestal. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2013, Natal, 2013.

GOMIDE, L. R. et al. Comparação entre a meta-heurística simulated annealing e a programação linear inteira no agendamento da colheita florestal com restrições de adjacência. **Ciência Florestal**, v. 23, n. 2, p. 449-460, 2013.

GOMIDE, L. R. **Planejamento florestal espacial**. 2009. 235 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

GRIBKOVSKAIA, I. et al. The bridges of Königsberg - a historical perspective. **Networks**, New York, v. 49, n. 3, p. 199-203, May 2007.

GUABIROBA, R. C. S. et al. Análise de viabilidade econômica da participação de cooperativas populares na cadeia de fornecimento de óleo residual de fritura a

fábricas de biodiesel. **The Journal of Transport Literature**, São José dos Campos, v. 8, n. 4, p. 164-186, 2014.

GUIMARÃES, J. O. **Teoria dos Grafos**. Disponível em: <<http://www.cyan-lang.org/jose/courses/tg/btg.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2014.

HEINEN, M. R.; OSÓRIO, F. S. Algoritmos genéticos aplicados ao problema de roteamento de veículos. **Hifen**, Uruguaiana, v. 30, n. 58, jul. 2008.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 8. ed. Tradução de Ariovaldo Griesi. São Paulo: Mcgraw-hill, 2006.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 9. ed. São Paulo: Mcgraw-Hill, 2013. 1028 p.

IUDÍCIBUS, S. **Análise de balanços** - livro texto. 7. ed. São Paulo: Atlas, 1998. v. 1, 225 p.

JACINTO, J. P.; ROSA, R. de A.; BANOS, R. S. Heurística para solução do problema da coleta de resíduos sólidos domiciliares (RSD) com base no problema do carteiro chinês capacitado com múltiplas viagens (PCCC-MV). **Transportes**, Rio de Janeiro, v. 22, n. 1, p. 44-55, 2014.

KIRKPATRICK, S. et al. Optimization by simulated annealing. **Science: new series**, v. 220, n. 4598, p. 671-680, May 1983.

KONOWALENKO, F. et al. Aplicação de um algoritmo genético para o problema do carteiro chinês em uma situação real de cobertura de arcos. **Revista Ingeniería Industrial**, Lima, v. 11, n. 1, p. 27-36, 2014.

KONOWALENKO, F. **Problema do carteiro chinês não orientado e misto para a otimização de rotas na cidade de Irati/PR**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

KWAN, M. Graphic programming using odd or even points. **Chinese Mathematics**, Providence, v. 1, n. 273-277, p. 110, 1962.

LEAL JUNIOR, I. C. et al. Estudo para implementação de um sistema de roteirização e um novo centro de distribuição para uma empresa de água mineral do sul de Minas Gerais. In: SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO TECNOLÓGICA, 2012, Resende. **Anais eletrônicos...** Resende: AEDB, 2012.

Disponível em: <<http://www.aedb.br/seget/artigos12/35416327.pdf>>. Acesso em: 22 nov. 2014.

LIMA, R. S. et al. Roteirização em arcos com um sistema de informações geográficas para transportes: aplicação em coleta de resíduos sólidos urbanos. **The Journal of Transport Literature**, São José dos Campos, v. 6, n. 2, p. 180-196, 2012.

LORENA, L. A. N. Análise espacial de redes com aplicações em sistemas de informações geográficas. **Revista Produção (on line)**, v. 3, n. 2, 2003. Disponível em: <<http://producaoonline.org.br/rpo/article/view/623>>. Acesso em: 10 dez. 2014.

MAIA, M. **As pontes de Königsberg**. 2005. Disponível em: <<http://cognosco.blogs.sapo.pt/45217.html>> Acesso em: 8 out. 2014.

MAZIOLI, B. C. **Inventário e diagnóstico da arborização urbana de dois bairros da cidade de Cachoeiro do Itapemirim, ES**. 2012. 43 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia em Ciências Florestais e da Madeira) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012.

MENEGUZZI, C. C. **Modelo de roteamento de veículos aplicado ao planejamento do inventário florestal**. 2011. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2011.

MIURA, M. **Resolução de um problema de roteamento de veículos em uma empresa transportadora**. 2003. 80 p. Monografia (Graduação em Engenharia de Produção) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

MONTEVECHI, J. A. B. **Pesquisa operacional**. Itajubá: Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 2000. (Curso de Programação Linear - EPR05).

MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional: curso introdutório**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

MORO, M. F. **O problema do carteiro chinês aplicado na otimização de rotas usadas na coleta de lixo reciclável: um estudo de caso**. Monografia (Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba. 2014.

NARUO, M. K. **O estudo do consórcio entre municípios de pequeno porte para disposição final de resíduos sólidos urbanos utilizando Sistemas de Informação Geográficas**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil - Transportes) – Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2003.

NASU, C. Y. **Algoritmo BSP/CGM para computação de circuitos de Euler em grafos**. 2002. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2002.

OLIVEIRA, H. C. B. de. et al. Adaptação do algoritmo genético no tratamento do problema de roteamento de veículos com janela de tempo. **InfoComp-journal of computer science**, Lavras, v. 3, n. 2, p. 51-58, 2004.

OLIVEIRA, J. A. **O Problema do carteiro chinês**. Disponível em: <<http://pessoais.dps.uminho.pt/zan/CIO/CARTEIRO05.pdf>>. Acesso em: 23 out. 2014.

OLIVEIRA, J. A. et al. Sistema de apoio à decisão para o transporte não urgente de doentes em veículo partilhado. **RISTI-revista ibérica de sistemas e tecnologias de informação**, Coimbra, n. 13, p. 17-33, jun. 2014.

OLIVEIRA, L. K.; CORREIA, V. A. Proposta metodológica para avaliação dos benefícios de um centro de distribuição urbano para mitigação dos problemas de logística urbana. **The Journal of Transport Literature**, São José dos Campos, v. 8, n. 4, p. 109-145, 2014.

PUREZA, V.; FRANÇA, P. M. Uma abordagem adaptativa de busca tabu aplicada ao problema de roteamento de veículos. **Revista dos Transportes Públicos**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 28-47, 2001.

ROSÁRIO, R. R. L. de. et al. Aplicação do problema das p-medianas para determinar a localização de unidades de saúde 24 Horas. In: **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL**, 33., 2001, Campos do Jordão. **Anais...** São Paulo: Unesp, 2001.

SALATA JÚNIOR, F. R.; YOSHIZAKI, H. T. Y. Modelo de apoio à decisão de roteamento na distribuição física de produtos perecíveis. **Revista Produção**, Belo Horizonte, v. 3, n. 1, p. 45-51, jun. 1993.

SAMPAIO, J. C. V. Passeios de Euler e as pontes de Königsberg. In: BIENAL DA SBM, 1., 2002, Belo Horizonte. **Trabalhos...** Belo Horizonte: UFMG, 2002. p. 1-6.

SHERAFAT, H. Sistema construtor de circuitos e sua aplicação na roteirização de coleta de lixo domiciliar. **GEINTEC-Gestão, Inovação e Tecnologias**, São Cristovão, SE, v. 3, n. 5, p. 329-347, 2013.

SILVA, M. L. da; SILVA, R. F. da; LEITE, H. G. Aplicação da programação dinâmica na substituição de povoamentos florestais. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 31, n. 6, p. 65-73, nov./dez. 2007.

SMIDERLE, A. et al. Técnicas da pesquisa operacional aplicadas a um problema de cobertura de arcos. **Tendências em Matemática Aplicada de Computacional**, São Carlos, v. 5, n. 2, p. 347-356, Oct. 2011.

SOUSA, L. O Teorema das Quatro Cores. **Revista Millenium**, Viseu, Portugal, n. 24, p. 125-153, out. 2001. Disponível em:  
<<http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/12.pdf>>. Acesso em: 10 jan. 2015.

STEINER, M. T. A. et al. O problema de roteamento no transporte escolar. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, v. 20, n. 1, p. 83-99, 2000.

TEITZ, M. B.; BART, P. Heuristic methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph. **Operations Research**, Baltimore, v. 16, n. 5, p. 955-961, 1968.

TOSCANI, L. V.; SZWARCFITER, J. L. Algoritmos aproximativos: uma alternativa para problemas NP-Completo. In: CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE INFORMÁTICA, 12., 1986, Montevideo. **Anais...** Montevideo: PANEL/CLEI, 1986. v. 12, p. 155-164.

USBERTI, F. L. et al. Algoritmos para roteamento de leituristas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 30., 2007, Campinas. **Anais...** Campinas: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2007.

WINSTON, W. L. **Operations research: applications and algorithms**. Belmont: Thomson-Broo, 2004.