



ADRIANA MATHEUS DA COSTA SORATO

**AJUSTE DE MODELO NÃO LINEAR AO
CRESCIMENTO DE DUAS CULTIVARES DE
FEIJOEIRO EM DIFERENTES DENSIDADES
DE SEMEADURA**

LAVRAS-MG

2012

ADRIANA MATHEUS DA COSTA SORATO

**AJUSTE DE MODELO NÃO LINEAR AO CRESCIMENTO DE DUAS
CULTIVARES DE FEIJOEIRO EM DIFERENTES DENSIDADES DE
SEMEADURA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de Mestre.

Orientador

Dr. Augusto Ramalho de Moraes

LAVRAS-MG

2012

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca da UFLA**

Sorato, Adriana Matheus da Costa.

Ajuste de modelo não linear ao crescimento de duas cultivares de feijoeiro em diferentes densidades de semeadura / Adriana Matheus da Costa Sorato. – Lavras : UFLA, 2012.

84 p. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2012.

Orientador: Augusto Ramalho de Moraes.

Bibliografia.

1. Curva de crescimento. 2. Modelo de regressão. 3. Mínimos quadrados. 4. Análise de crescimento. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.536

ADRIANA MATHEUS DA COSTA SORATO

**AJUSTE DE MODELO NÃO LINEAR AO CRESCIMENTO DE DUAS
CULTIVARES DE FEJJOEIRO EM DIFERENTES DENSIDADES DE
SEMEADURA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária para a obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 29 de fevereiro de 2012.

Dr. Antonio Policarpo Souza Carneiro UFV

Dr. Messias José Bastos de Andrade UFLA

Dr^a. Neiva Maria Batista Vieira IF-Sul de Minas

Dr. Augusto Ramalho de Moraes

Orientador

LAVRAS-MG

2012

Aos meus pais, Dioraci e Ângela, que me mostraram o poder da dedicação.

A minha irmã, Patricia, pelas risadas nas horas inesperadas.

Em especial, ao meu marido, Pedro, pelo amor e apoio em todos os momentos.

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus, por me conceder sabedoria e discernimento para que eu conseguisse alcançar mais essa conquista.

Ao professor Dr. Augusto Ramalho de Moraes, pela atenção, incentivo e orientação no decorrer desse curso.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas (DEX), pelos conhecimentos adquiridos que colaboraram para meu crescimento pessoal.

À Universidade Federal de Lavras (UFLA) e ao Departamento de Ciências Exatas (DEX), pela oportunidade de realizar o mestrado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudos.

A Josi, secretária do Departamento de Ciências Exatas (DEX), pela atenção e disposição em ajudar sempre com um grande sorriso no rosto.

Aos amigos, sempre dispostos a compartilhar os momentos bons e ruins dessa caminhada. Em especial, Thalita, Thais, Vania e Suzana. Sempre serei grata.

Ao meu marido, pelo amor dedicado, pelas palavras de conforto e pelo imenso apoio, que me conduziram a uma jornada tranquila.

Aos meus sogros, cunhados e cunhadas, pelo apoio e pela dedicação, sempre acreditando em minha vitória.

A minha irmã e meus sobrinhos, simplesmente por trazer alegria a minha vida.

Aos meus pais, pelo amor incondicional, apoio e dedicação, que me levaram a concluir mais essa etapa da vida.

Muito obrigada a todos!

RESUMO

A análise de crescimento permite avaliar o desenvolvimento vegetal através de algum processo fisiológico do mesmo. A descrição do crescimento de uma planta por meio do acúmulo de biomassa ao longo do tempo é importante ferramenta informativa para auxílio no manejo adequado e detecção de fatores que afetam o desenvolvimento da planta, como práticas culturais, inclusive a densidade populacional. O objetivo desse trabalho foi descrever o acúmulo de matéria seca ao longo da etapa de crescimento por meio de ajuste do modelo não-linear logístico aos dados de duas cultivares de feijoeiro em diferentes densidades de semeadura. Foram utilizados dados do peso de matéria seca das diferentes partes da planta (haste, folhas, vagens e grãos), provenientes de experimento instalado no delineamento em blocos casualizados, com três repetições, sendo que os tratamentos foram dispostos em esquema fatorial $2 \times 5 \times 8$, envolvendo duas cultivares de feijoeiro, (Ouro Vermelho e Bolinha), cinco densidades de semeadura (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas ha^{-1}), e oito épocas de avaliação (13 aos 83 dias após a emergência do feijoeiro, a cada 10 dias). Analisaram-se os pesos acumulados de haste, haste + folhas, haste + folhas + vagens e haste + folhas + vagens + grãos. O modelo logístico mostrou-se adequado para descrever o crescimento do feijoeiro, possibilitando estimar o peso assintótico máximo de matéria seca, época de ocorrência de maior acúmulo e diferenciação dos tratamentos. A densidade de semeadura mais apropriada foi a de 215 mil plantas ha^{-1} , apresentando-se de modo semelhante à de 355 mil plantas ha^{-1} , em que o peso assintótico foi atingido aos 73 dias após a emergência.

Palavras chave: Curva de crescimento. Modelo de regressão. Mínimos quadrados.

ABSTRACT

Growth analysis allows the assessment of plant development through a physiological process of the same. The description of plant growth through the accumulation of biomass over time is important informational tool to aid in the proper management and detection of factors that affect plant development, such as cultural practices, including population density. The objective of this study was to describe the dry matter accumulation over the growth phase by adjusting the non-linear logistic model to the data of two bean cultivars in different sowing densities. Data of dry weight of plant parts (stem, leaves, pods and grains), from an experiment set up in randomized block design with three replications, the treatments were arranged in a factorial 2x5x8, involving two bean cultivars (Ouro Vermelho and Bolinha), five population densities (75, 145, 215, 285 and 355 thousand plants ha⁻¹) and eight evaluation times (13 to 83 days after emergence of bean, every 10 days). We analyzed the accumulated weight of stem, stem + leaves, stem + leaves + pods and stem + leaves + pods + grains. The logistic model was adequate to describe the growth of the bean, the estimation of the maximum asymptotic weight of dry matter, time of occurrence of a greater accumulation and differentiation of the treatments. The most appropriate population density was 215 thousand plants ha⁻¹, presenting a similar manner to that of 355 thousand plants ha⁻¹, where the asymptotic weight was reached at 73 days after emergence.

Keywords: Growth curve. The regression model. Least squares.

SUMÁRIO

| | | |
|-----|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 09 |
| 2 | REFERENCIAL TEÓRICO..... | 11 |
| 2.1 | A cultura do feijoeiro..... | 11 |
| 2.2 | Análise de crescimento..... | 14 |
| 2.3 | Modelos de regressão não-linear..... | 18 |
| 2.4 | Método de estimação por mínimos quadrados ordinários | 21 |
| 2.5 | Método de Gauss-Newton..... | 23 |
| 2.6 | Curva de crescimento: modelo não-linear logístico..... | 24 |
| 3 | MATERIAL E MÉTODOS..... | 28 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO..... | 34 |
| 4.1 | Análise de variância..... | 34 |
| 4.2 | Ajuste do modelo logístico..... | 37 |
| 5 | CONCLUSÕES..... | 75 |
| | REFERÊNCIAS..... | 76 |

1 INTRODUÇÃO

A análise de crescimento pode ser utilizada para estudar tanto o desenvolvimento de espécies vegetais quanto animais, contribuindo para melhor conhecimento dos fenômenos envolvidos nesse processo. Este tipo de análise pode ser de grande valor na avaliação das diferenças entre cultivares e também das características que definem a capacidade produtiva das plantas.

Apesar de ser uma cultura de amplo estudo e popularmente conhecida no Brasil, o feijoeiro apresenta produtividade que é ainda considerada baixa, e várias causas são apontadas como responsáveis por essa situação. Entre elas se destacam particularmente a população de plantas empregada, a época de colheita e a cultivar utilizada para semeadura.

O conhecimento de como ocorre o crescimento do feijoeiro é de grande importância, podendo contribuir para um manejo adequado da lavoura e a detecção de possíveis problemas no desenvolvimento da cultura. Assim, o aperfeiçoamento de metodologias que possibilitem um estudo de forma prática e eficiente do crescimento das plantas constitui importante ferramenta de pesquisa.

Entre as metodologias disponíveis, a análise de curva de crescimento apresenta grande destaque, a qual envolve o ajuste de modelos de regressão e serve ao propósito de estimar as causas do crescimento, inferindo sobre as contribuições dos diversos processos presentes no desenvolvimento vegetal. Dentre os vários tipos de modelos aplicáveis para esse fim, destacam-se os modelos de regressão não-lineares, os quais podem contribuir ou, até mesmo, facilitar a interpretação dos processos envolvidos no crescimento das plantas, já que seus parâmetros possibilitam interpretações práticas mais eficientes.

Entre os diversos modelos de crescimento não-lineares, destaca-se o modelo logístico que, em primeiro lugar, foi utilizado para descrever o crescimento de populações, e posteriormente utilizado para descrever o

crescimento animal e vegetal. O modelo logístico fornece informações úteis, fundamentadas nas estimativas de seus parâmetros, contribuindo com a interpretação biológica, tal como na determinação do peso assintótico.

Desse modo, o presente trabalho foi realizado com o objetivo de analisar o crescimento de duas cultivares de feijoeiro em diferentes densidades de semeadura por meio de ajuste do modelo não-linear logístico aos dados de acúmulo de matéria seca em função das épocas de avaliação, ao longo do ciclo da cultura. E também estimar a taxa de crescimento relativa instantânea e a taxa de crescimento da cultura, referentes a esse modelo, habilitando assim, uma interpretação ampla aos dados e em decorrência disto, a adição de conclusões mais específicas quanto às duas cultivares analisadas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A cultura do feijoeiro

O feijoeiro comum (*Phaseolus vulgaris L.*) é importante componente presente na dieta alimentar do brasileiro por ser, reconhecidamente, excelente fonte de proteínas, além de possuir carboidratos, vitaminas, minerais, fibras e compostos fenólicos com ação oxidante que podem reduzir a incidência de doenças cardiovasculares, alguns tipos de câncer, Mal de Alzheimer e Parkinson (Butterfield et al., 2002). Além desse papel relevante na alimentação, o feijão é um dos produtos agrícolas de maior importância no contexto econômico-social, devido principalmente a mão de obra empregada durante o ciclo da cultura. Por isso, a cultura do feijoeiro desperta destaque no cenário nacional.

O Brasil é o maior país produtor e consumidor do grão. Estima-se que no ano agrícola de 2011 a área total de plantio do feijoeiro alcançou 4,8 milhões de hectares e a produção nacional do grão chegou a 3,2 milhões de toneladas, o que representa uma diminuição de 19,8 % na produtividade com relação à temporada anterior, que apresentou um rendimento médio de 1119 kg.ha⁻¹. O feijoeiro é cultivado em praticamente todos os estados brasileiros, sendo o estado de Minas Gerais o segundo maior produtor no centro-sul do país. Predomina nesse estado o cultivo do feijão Cores, entretanto, na região Central e na Zona da Mata é bastante expressivo o cultivo do feijão Ouro Vermelho, e na região Sul o cultivo do feijão Amarelo, conhecido como “Bolinha” tem ganhado destaque (CONAB, 2011).

A cultivar mais consumida nacionalmente pertence ao grupo carioca, que em algumas regiões representa mais de 90 % do volume de comércio. Entretanto, cultivares alternativas, como a Ouro Vermelho e a Bolinha citados

acima, vêm ganhando espaço no mercado, já que essas duas cultivares têm um preço expressivamente maior que as cultivares do grupo carioca. Assim, essas cultivares alternativas de feijão, podem representar para o produtor uma forma de agregar valor ao produto final, comercializar um produto diferenciado e explorar novos nichos de mercado, apenas com a escolha de uma nova cultivar para semeadura (ALVES et al., 2009).

Apesar do cultivo do feijoeiro ser realizado em praticamente todos os estados e da grande variedade de cultivares, a produtividade do grão no país é considerada baixa, e várias causas são apontadas como responsáveis por essa situação. Dentre os fatores de ordem técnica, o emprego racional de fertilizantes, o uso de adequadas densidades de semeadura e épocas adequadas de colheita, aliados a cultivares de elevado potencial genético, apresentam-se como alternativas viáveis para amenizar o problema (TEIXEIRA et al., 2000).

O feijoeiro é considerado uma planta exigente em nutrientes em decorrência do sistema radicular superficial e do ciclo curto, sendo que sua cultura possui efeitos compensatórios quanto aos seus componentes de rendimento (CARVALHO et al., 2001).

A densidade populacional é fator condicionante na produtividade do feijoeiro, sendo que, geralmente, a baixa densidade é uma das principais causas de baixo rendimento nas lavouras. A densidade de semeadura também está diretamente relacionada com a fertilidade do solo, pois em condições de baixa fertilidade as plantas crescem pouco, sendo necessário utilizar maior quantidade de plantas na semeadura. E em solos férteis, ao contrário, deve-se optar por menor quantidade de plantas na semeadura, devido à grande magnitude de área foliar, que aumenta a capacidade de compensação do feijoeiro, entretanto, a densidade de semeadura não deve ser demasiadamente alta, por causa da pressão de competição intraespecífica por água e nutrientes, o que pode levar à morte da planta (KRANZ, 1989).

Para a maioria das cultivares de feijoeiro, densidades populacionais um pouco acima de 200 mil plantas por hectare são consideradas ideais. Particularmente, para as cultivares Ouro Vermelho e Bolinha, densidades em torno de 240 mil plantas por hectare proporcionam produtividade máxima de grãos (Alves et al, 2009). Nas regiões Sul e Centro-Oeste de Minas Gerais, o feijão é produzido em lavouras de sequeiro, nas safras das águas e da seca, quando geralmente as condições adversas na implementação da cultura determinam grande redução na germinação, reduzindo as populações alcançadas no campo (DUTRA et al., 2001).

Outro fator de grande importância relacionado à qualidade dos grãos do feijoeiro é a determinação da época adequada de colheita, a qual é considerada a atividade mais arriscada da cultura e que demanda maior quantidade mão de obra e recursos por parte do agricultor. A perda da qualidade do grão manifesta-se, dentre outros aspectos, por meio do aumento no grau de dureza do feijão, com conseqüentes acréscimos no tempo necessário para cozimento, além de mudanças no sabor e escurecimento do tegumento em algumas cultivares (RIOS et al., 2002).

Deve-se efetuar a colheita quando as plantas atingirem a maturidade fisiológica. Essa maturidade fisiológica coincide com o momento em que cessa a transferência de matéria seca da planta para as sementes, nessa ocasião, o potencial fisiológico é elevado, senão máximo (Botelho et al., 2010). No início da maturação fisiológica, que sob condições normais ocorre em torno dos 70-80 dias, e varia em função da cultivar utilizada, as sementes atingem o seu máximo conteúdo de matéria seca dentro da vagem. A maturação se completa com a perda da umidade e máximo acúmulo de matéria seca da semente. Nesse ponto, ocorre o amarelecimento e queda das folhas, além da mudança na coloração das vagens e, no final desse processo de maturação, as plantas apresentam, em sua maioria, as raízes deterioradas, as hastes e as vagens secas.

Se a colheita do feijoeiro é realizada antecipadamente, há redução na produtividade e maior dificuldade para a trilha do produto, devido à umidade presente na vagem. Se a colheita é realizada tardiamente, há uma redução na qualidade das sementes, já que o vigor da semente diminui à medida que se prolonga seu tempo de permanência no campo, e também pode ocorrer a perda de sementes, provocada pela deiscência natural das vagens ou pela quebra de grãos na trilha. A maioria das cultivares de feijoeiro apresenta ciclo cultural de 90 a 100 dias (ANDRADE et al., 2001).

2.2 Análise de crescimento

O termo análise de crescimento, no contexto vegetal, refere-se a um conjunto útil de métodos quantitativos que descrevem e interpretam a *performance* de todo o sistema vegetal, seja ele cultivado em condições naturais, semi-naturais ou controladas. O crescimento, ainda nesse contexto, representa um aumento irreversível de algum atributo físico do vegetal, especialmente do material protoplasmático (Hunt, 1978). A partir de dados de crescimento, as causas desse crescimento podem ser estimadas e a análise de crescimento serve a esse propósito, isto é, avaliar o desenvolvimento vegetal e inferir sobre a contribuição de diferentes processos fisiológicos no desenvolvimento vegetal (BENINCASA, 2003).

A análise de crescimento é uma ferramenta para melhor conhecimento da planta como entidade biológica e que permite manejar, racionalmente, as espécies cultivadas para expressão do seu potencial de produção. Em comunidades vegetais, a análise de crescimento é um dos primeiros passos na análise de produção primária, caracterizando-se como o elo entre o simples registro de rendimento das culturas e a avaliação deste por meio de métodos fisiológicos, podendo ser utilizada para conhecer a adaptação ecológica das

plantas a novos ambientes, a competição entre espécies distintas, os efeitos de sistemas de manejo e a capacidade produtiva de diferentes genótipos (KVET et al., 1971).

Como referência inicial na análise de produção das espécies vegetais, a análise de crescimento requer informações que podem ser obtidas sem a necessidade de equipamentos sofisticados, o que caracteriza uma grande vantagem em relação a outros tipos de análise. Essas informações podem ser tanto a quantidade de material contido na planta e em suas partes (caule, folhas, sementes, raízes e fruto), quanto o tamanho do aparelho fotossintetizante (área foliar) obtidos em intervalos de tempo regulares durante o desenvolvimento fenológico da planta (PEREIRA E MACHADO, 1987).

Assim, a análise de crescimento descreve as condições morfofisiológicas da planta em diferentes intervalos de tempo entre duas amostragens sucessivas, permitindo acompanhar a dinâmica da produtividade, avaliada por meio de índices fisiológicos e bioquímicos. É um método a ser utilizado na investigação dos fenômenos ecológicos sobre o crescimento, como a adaptabilidade das espécies em ecossistemas diversos, efeitos de competição, diferenças genotípicas da capacidade produtiva e influência das práticas agronômicas sobre o crescimento (MAGALHÃES, 1986).

Esse tipo de análise fundamenta-se no fato de que, em média, 90,00% da matéria seca acumulada pelas plantas ao longo de seu crescimento, resultam da atividade fotossintética e o restante resulta da absorção de nutrientes do solo (BENINCASA, 2003).

De modo geral, em uma curva hipotética do crescimento vegetal existe um período inicial em que o crescimento é lento, seguido de uma fase de rápido aumento de tamanho e, após atingir um tamanho definitivo, a planta inicia uma fase de senescência, que se reflete na paralisação de produção de matéria orgânica, levando finalmente a um decréscimo nessa produção (Magalhães,

1986). Basicamente, as informações utilizadas para medir o crescimento vegetal são a área foliar ou o acúmulo de matéria seca da planta, entretanto, a determinação da massa de matéria seca ou de suas partes (caule, folhas e outros) é mais apropriada para análise de crescimento (TAIZ E ZEIGER, 2004).

Para realizar uma análise de crescimento de maneira eficiente, vários tipos de modelos estatísticos podem ser usados, de acordo com suas características, com o intuito de facilitar a interpretação dos processos envolvidos no sistema de produção vegetal. Povh e Ono (2008) realizaram uma análise de crescimento de plantas de *Sálvia officinalis* em função de diferentes reguladores vegetais, através do ajuste de uma função exponencial quadrática. Andrade et al. (2009) estudaram o crescimento e a produtividade de grãos dos cultivares de feijoeiro “Ouro Negro” e “BRS MG Talismã”, utilizando modelos de regressão linear, e concluíram que o crescimento vegetativo de ambas as cultivares são semelhantes.

Lemos et al. (2004), avaliaram o comportamento de vinte e nove genótipos de feijão do grupo carioca utilizando ajuste de uma regressão linear de segundo grau visando determinar o tempo necessário para que a máxima hidratação dos grãos ocorra.

Martins et al. (2003) descreveram o crescimento dos frutos de cirigueleira (*Spondias purpúrea* L.), por meio de um modelo de regressão linear de segundo grau, durante a fase de crescimento e maturação, visando obter subsídios na determinação dos índices de maturação e estabelecimento da fisiologia do fruto e do estágio de maturação adequado para sua colheita e armazenamento. Barreiro et al. (2006) fizeram uso da equação exponencial quadrática para avaliar os índices fisiológicos da análise de crescimento de plantas de manjericão (*Ocimum basilicum* L.) tratadas com diferentes reguladores vegetais preparados em solução aquosa.

Na área animal, entretanto, alguns autores preferem trabalhar com modelos não lineares ao invés de modelos lineares. A razão disso deve-se ao fato do modelo não linear permitir: a) resumir em três ou quatro parâmetros, as características de crescimento da população, por causa da interpretabilidade biológica dos mesmos; b) avaliar o perfil de respostas de tratamentos ao longo do tempo; c) estudar as interações de respostas das subpopulações ou tratamentos no decorrer do tempo e d) identificar em uma população os elementos de maior peso (FREITAS, 2005).

Martins Filho et al. (2008) utilizaram a metodologia bayesiana para estimar os parâmetros do modelo não-linear logístico ajustado a dados longitudinais de altura de duas cultivares de feijoeiro, (“Neguinho” e “Carioca”). Nesse estudo, a metodologia bayesiana permitiu comparar as curvas de crescimento sem fazer uso da teoria assintótica, e os resultados mostraram que o cultivar “Carioca” apresentou maior altura.

Alvarez e Castro (1999) analisaram o comportamento do crescimento da cana crua e da cana queimada, avaliados no primeiro e segundo ano de rebrota, por meio de curvas adaptadas. Nesse estudo a altura das plantas apresentou curvas de crescimento com formato sigmoidal. Esses mesmos autores ajustaram, o modelo de crescimento de Gompertz aos dados de matéria seca da folha e colmo, ao índice de área foliar e acúmulo de graus-dias para cana-de-açúcar, em função de dias após a colheita.

Pereira et al. (2000) estudaram o comportamento da bananeira (*Musa* spp.) cultivar “Prata Anã” em seu primeiro ciclo de produção sob diferentes espaçamentos e ao verificar um padrão sigmoidal quanto a altura das plantas, promoveu o ajuste do crescimento utilizando o modelo logístico, e concluiu, que, para o primeiro ciclo de produção o espaçamento mais apropriado foi o de **3,0m x 2,0m**. Gava et al. (2001) avaliaram o crescimento da parte aérea da cana-de-açúcar através da função Logística, por meio da qual foram obtidas duas

equações que descreveram a variação, em relação ao tempo, da massa seca da parte aérea da soqueira de cana-de-açúcar.

Benassi et al. (2007) ao avaliarem a biometria de frutos de coqueiro da variedade Anão-Verde (*Cocos nucifera* L.), em diferentes estágios de desenvolvimento, ajustaram aos dados do diâmetro externo longitudinal e a massa de albúmen sólido o modelo logístico e também, ajustaram aos dados do diâmetro externo transversal e da massa do fruto o modelo logístico combinado com uma exponencial quadrática. Jesus, Martins e Barbosa (2008) estudaram o desenvolvimento de frutos de logan (*Dimocarpus logan lour*) através do ajuste dos dados do diâmetro externo longitudinal e transversal por meio da composição de uma função logística combinada com uma exponencial quadrática. Castro Neto e Reinhardt (2003), ao analisarem o crescimento de frutos de manga cultivar Haden, concluíram que esse crescimento dá-se sob a forma de uma curva sigmoidal.

2.3 Modelos de regressão não-lineares

Em regressão, os modelos são classificados basicamente como: lineares, ou seja, aqueles em que suas derivadas parciais com relação aos parâmetros do modelo não dependem dos mesmos; intrinsecamente lineares, ou seja, aqueles que podem se tornar lineares por meio de alguma transformação; e por fim, os não-lineares, ou seja, aqueles em que pelo menos uma de suas derivadas parciais, com relação aos parâmetros, dependa de algum parâmetro do modelo.

Os modelos lineares têm aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento, sendo amplamente utilizados para representar fenômenos biológicos, como o crescimento de organismos em sua fase inicial. No entanto, esses fenômenos, quando estudados durante um tempo maior de desenvolvimento do organismo, não são bem representados por uma função

linear (Regazzi, 2003). Os modelos de regressão não-linear, por sua vez, tem-se mostrado adequados para descrever esse desenvolvimento, principalmente porque apresentam parâmetros que podem ser interpretados biologicamente (MAZZINI et al., 2005).

A explicação do crescimento biológico por meio de modelos não lineares contribui bastante para o desenvolvimento e teste de teorias a respeito de algum fenômeno de interesse do pesquisador. Em termos práticos, as principais contribuições do uso desses modelos referem-se a: identificação das principais variáveis associadas ao fenômeno, avaliação de mudanças decorrentes de alterações provocadas no processo estocástico e análise de tendências, o que permite o estabelecimento de projeções passadas e futuras, e fornecimento de subsídios para proceder a uma análise econômica e tomada de decisão *a priori*.

Os modelos não-lineares, tais como logístico, Von Bertalanffy, Richards (Freitas, 2005), e Gompertz (Winson, 1932), são utilizados para descrever vários processos biológicos por meio da curva de crescimento dada pela equação do modelo. Esses modelos definem curvas sigmóides, nas quais a curva de crescimento se expande lentamente no início do desenvolvimento, passa por um ponto de inflexão e atinge um máximo em uma assíntota superior. É vastamente aceito que, sob fornecimento estável de recursos, um organismo cresce segundo uma curva sigmóide.

O modelo não-linear de Gompertz, embora muito conhecido, não é tão utilizado como o modelo logístico. Em primeiro lugar, a função logística foi indicada para o estudo do crescimento de populações humanas, mas também são amplamente utilizadas para descrever o crescimento animal e vegetal (VIEIRA E MISCHAN, 1976).

Bergamasco et al. (2001) compararam os modelos não lineares Logístico, Brody e Gompertz na descrição do crescimento de fêmeas da raça Holandesa, desde o nascimento até atingir os dois anos de idade, todos os

modelos apresentaram bom ajuste aos dados, no entanto, o modelo de Gompertz foi o mais indicado. Guedes et al. (2005), por meio da metodologia bayesiana, ajustaram o modelo logístico aos dados de peso-idade, para estudar o crescimento de cordeiros da raça Santa Inês. Mendes et al. (2008), compararam modelos logísticos difásicos ponderados aplicados ao estudo de curvas de crescimento de fêmeas da raça Hereford.

Freitas (2005) ajustou, dentre outros, os modelos não-lineares Logístico e Gompertz aos dados de peso-idade de oito espécies de animais (camarão-d'água-doce, rã-pimenta, coelho, frango, ovino, caprino, suíno e bovino), com o objetivo de encontrar um modelo mais adequado para cada espécie animal. Nesse estudo, o modelo Logístico foi considerado mais versátil para ajustar os dados de crescimento das espécies estudadas.

Bueno et al. (2000), utilizaram o modelo não-linear de von Bertalanffy para descrever o crescimento de machos e fêmeas de camarão (*Aegla platensis*) no período de julho/97 a setembro/98, e concluíram que o modelo adotado foi eficiente para descrever o crescimento, e que as fêmeas apresentaram um comprimento médio maior que o dos machos.

Carlesso et al. (2007) compararam cinco modelos não-lineares exponenciais e variações desses, com o objetivo de determinar qual o melhor para descrever a secagem por convecção em camada fina de sementes de maracujá-amarelo. O modelo exponencial duplo com quatro parâmetros descreveu melhor as curvas de secagem.

Iossi et al. (2007) estudaram a maturação das sementes e dos frutos de tamareira-anã (*Phoenix roebelenii*) por meio do ajuste do modelo logístico, com o objetivo de determinar o ponto de maturidade fisiológica e a época adequada de colheita. Fayad et al. (2001) analisaram o crescimento e a produção do tomateiro das cultivares Santa Clara e híbrida EF-50, sob condições de campo e ambiente protegido, através do modelo não-linear logístico.

Com relação aos parâmetros, do ponto de vista da inferência estatística clássica, para os modelos de regressão linear, os estimadores de mínimos quadrados ordinários apresentam propriedades ótimas, isto é, são estimadores não viesados, normalmente distribuídos e ainda possuem variância mínima dentre qualquer outro conjunto de estimadores. Essas propriedades são consideradas como as melhores que uma classe de estimadores pode apresentar (SEARLE, 1971).

No entanto, quando se trata de modelos não lineares, as propriedades mencionadas acima somente são válidas assintoticamente, isto é, quando a amostra apresenta um tamanho suficientemente grande. Em pequenas amostras, geralmente, essas propriedades não são satisfeitas. Isso ocorre porque as estimativas dos parâmetros desses modelos não lineares são obtidas por meio de métodos iterativos.

Um método iterativo consiste, de modo geral, em uma aproximação inicial, diga-se x_0 , também designada valor inicial e, em um processo de obter sucessivamente novos valores, diga-se x_{n+1} , a partir do valor anterior, diga-se x_n . Dessa forma, é obtida uma sucessão de iterações que convergem para a solução desejada com base em uma condição de convergência pré-estabelecida.

2.4 Método de estimação por mínimos quadrados ordinários

O método dos mínimos quadrados ordinários é utilizado na estimação dos parâmetros em modelos não lineares da mesma maneira que é utilizado nos modelos lineares (Gallant, 1987). Considere um modelo de regressão não-linear dado por:

$$Y_i = f(X_i, \theta) + \varepsilon_i$$

em que Y_i é o valor da i -ésima observação, θ é o conjunto de parâmetros do modelo, $f(X_i, \theta)$ tem forma funcional conhecida, n é o número de observações, X_i é um vetor k dimensional, ε_i é o erro associado ao i -ésimo termo, com $i = 1, \dots, n$.

Assumindo que os erros são independentes e identicamente distribuídos segundo uma normal com média zero e variância comum σ^2 , a equação do modelo não-linear, dada acima, pode ser reescrita na forma matricial com a finalidade de facilitar os cálculos:

$$Y = f(\theta) + \varepsilon$$

em que:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, f(\theta) = \begin{bmatrix} f(X_1, \theta) \\ \vdots \\ f(X_n, \theta) \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

A estimativa para o vetor de parâmetros θ , denotada por $\hat{\theta}$, é o vetor que minimiza a soma de quadrados dos resíduos. Em forma matricial, a soma de quadrados dos resíduos é dada por:

$$S(\theta) = [Y - f(\theta)]^T [Y - f(\theta)]$$

Derivando $S(\theta)$ em relação a cada componente do vetor θ (ou seja, em relação a cada parâmetro presente no modelo), e igualando cada equação resultante a zero, obtém-se um sistema, denominado de sistema de equações normais (SEN) não-linear. A partir do SEN não-linear não é possível encontrar uma solução explícita para os parâmetros, sendo para esse fim necessário o uso de algum método iterativo. Entre os métodos iterativos tem-se o método de

Gauss-Newton, o método do gradiente e o método de Marquardt, que são os mais conhecidos e utilizados.

2.5 Método de Gauss-Newton

O método iterativo de Gauss-Newton, também conhecido como método da linearização, usa uma expansão da série de Taylor até primeira ordem da função $f(\theta)$, em torno de θ^0 , o qual é um vetor de estimativas iniciais, para aproximar o modelo não linear de um linear e então aplicar o método de mínimos quadrados ordinários para estimar os parâmetros. A idéia geral é feita considerando o modelo não-linear na forma matricial:

$$Y = f(\theta) + \varepsilon$$

A expansão da série de Taylor em torno de θ^0 é dada por:

$$f(\theta) = f(\theta^0) + F(\theta^0)(\theta - \theta^0) + E(\theta)$$

Em que $F(\theta^0)$ é a matriz X de derivadas parciais do modelo em relação aos parâmetros e,

$$\lim_{\theta \rightarrow \theta^0} \frac{E(\theta)}{(\theta - \theta^0)} = 0$$

Considere a expansão da série de Taylor até o termo de primeira ordem da função $f(\theta)$ em torno do ponto θ^0 :

$$f(\theta) = f(\theta^0) + F(\theta^0)(\theta - \theta^0)$$

Agora aplicando o método de mínimos quadrados ordinários, o SEN não-linear abaixo,

$$X'f(\theta) = X'Y$$

pode ser reescrito como:

$$X'[f(\theta^0) + X(\theta - \theta^0)] = X'Y$$

Efetando os cálculos necessários encontra-se:

$$\theta - \theta^0 = (X'X)^- \varepsilon$$

em que $(X'X)^-$ é uma inversa generalizada.

Assim, a fórmula iterativa do método de Gauss-Newton é dada por:

$$\theta^1 = \theta^0 + (X'X)^- X' \varepsilon$$

Esse processo é repetido colocando θ^1 no lugar de θ^0 , até que algum critério de convergência seja aceito.

2.6 Curva de crescimento: modelo não-linear logístico

O estudo de curvas de crescimento é bem atraente, já que os modelos não lineares se apresentam de maneira flexível, principalmente pelo fato de considerar algumas características inerentes a dados de pesagem, tais como: a) as pesagens são irregulares no tempo, ou seja, o intervalo de duas medidas consecutivas não é constante; b) possuem estrutura incompleta; c) as avaliações adjacentes são mais estreitamente correlacionadas que as demais; d) a resposta dos elementos em função do tempo tem variância crescente (FREITAS, 2005).

De acordo com Richards (1959), o estudo de curvas de crescimento teve início com o modelo de Bertalanffy para estudos metabólicos, que mais tarde foi re-parametrizado, já que o modelo inicial proposto proporcionava resultados

irreais aos parâmetros. O modelo não-linear logístico foi derivado dessa reparametrização, assim como os modelos de Brody, Von Bertalanffy, Gompertz e Richards.

Considerando dados referentes a pesagem, uma das parametrizações do modelo não-linear Logístico é dada por Lopes et al. (2011) como:

$$y_t = \frac{a}{1 + b e^{-kt}}$$

em que:

y_t é o peso no tempo t ;

a é o parâmetro correspondente ao peso assintótico;

b é um parâmetro de locação, que não possui interpretação biológica;

k é a taxa de crescimento, ou índice de maturidade;

t é o tempo.

Para efetuar uma análise de crescimento eficiente, por meio da curva de crescimento do modelo logístico, é interessante estudar os componentes do modelo de maneira individual, assim como as taxas de crescimento relacionadas ao modelo.

O parâmetro a é o peso assintótico ou peso limite, ou seja, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a}{1 + b e^{-kt}} = a$, e quando o elemento ou indivíduo analisado não atinge a fase adulta, a reflete uma estimativa do peso com base nas últimas pesagens efetuadas. O parâmetro b , apesar de não possuir interpretação biológica, é uma importante constante para modelar a curva sigmoideal desde o “nascimento” ($t = 0$) até a fase adulta ($t = \infty$), isto é,

$\lim_{t \rightarrow 0} y_t = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a}{1 + be^{-kt}} = \frac{a}{1+b}$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a}{1 + be^{-kt}} = a$, assim a constante b resulta em: $\frac{a}{b+1} \leq y_t \leq a$. O parâmetro k , conhecido como taxa de crescimento, ou índice de maturidade, é o tempo necessário para atingir a maturidade fisiológica.

As principais taxas de crescimento relacionadas ao modelo não-linear logístico são: a) taxa de crescimento relativa instantânea (Hunt, 1978); b) taxa de crescimento absoluta instantânea (Portes e Castro Junior, 1991); c) ponto de inflexão (Florentino et al., 2010); d) taxa de maturidade absoluta e e) taxa de crescimento no intervalo t_i e t_j com $i \leq j$ (FREITAS, 2005).

A taxa de crescimento absoluta instantânea (TCI ou TCC) que Portes e Castro Junior (1991) nomeiam como taxa de crescimento da cultura ao se trabalhar com dados de crescimento vegetal, estima o acréscimo no peso para cada unidade de tempo t . Considerando o modelo logístico é estimada por:

$$TCC = \frac{\partial y_t}{\partial t} = \frac{abke^{-kt}}{(1 + be^{-kt})^2}$$

A taxa de crescimento relativa instantânea (TCR), de acordo com Hunt (1978), é a razão entre a taxa de crescimento absoluta instantânea e o peso do elemento no tempo t , isto é, $y_t^{-1} \times (\partial y_t / \partial t)$, assim para o modelo logístico:

$$TCR = y_t^{-1} \times \left(\frac{\partial y_t}{\partial t} \right) = \frac{bke^{-kt}}{1 + be^{-kt}}$$

O ponto de inflexão (PI) que Florentino et al. (2010) explicitam para uma função sigmóide, é aquele no qual ocorre a taxa máxima de variação da

função utilizada. Até o ponto de inflexão, o gráfico da função sigmoidal apresenta concavidade para cima, isto é, os valores da segunda derivada são positivos; já no ponto de inflexão a função apresenta segunda derivada nula, e após o ponto de inflexão, a função apresenta concavidade para baixo, ou seja, a segunda derivada é negativa. As coordenadas do ponto de inflexão do modelo logístico são: $(\frac{1}{k} \times \ln(b), \frac{a}{2})$.

A taxa de maturidade absoluta (TMA) é a razão da taxa de crescimento absoluta instantânea em relação ao peso assintótico (Freitas, 2005). Para o modelo Logístico tem-se:

$$TMA = \frac{(\partial y_t / \partial t)}{a} = \frac{b k e^{-k t}}{(1 + b e^{-k t})^2}$$

A taxa de crescimento no intervalo (t_i, t_j) com $i < j$, determina o ganho de peso entre duas avaliações quaisquer i e j . De acordo com Freitas (2005), há dois tipos de taxa de crescimento intervalar; a primeira é a taxa de crescimento média (TCM) dada por:

$$TCM = \frac{1}{t_j - t_i} \int_{t_i}^{t_j} \frac{\partial y_t}{\partial t} dt$$

e, a taxa de maturidade absoluta média (TMAM) dada por:

$$TMAM = \frac{1}{a(t_j - t_i)} \int_{t_i}^{t_j} \frac{\partial y_t}{\partial t} dt$$

3 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados nesse trabalho são provenientes de um experimento realizado no campo experimental do Departamento de Agricultura (DAG), Setor de Grandes Culturas da Universidade Federal de Lavras (UFLA).

A cidade de Lavras está situada na região Sul de Minas Gerais, a 918 metros de altitude, nas coordenadas 21°14' de latitude S e 45°00' de longitude W. O clima de Lavras é classificado temperado chuvoso (mesotérmico) com inverno seco e verão chuvoso, subtropical (DANTAS et al., 2007).

O experimento foi conduzido na safra primavera-verão 2006/2007, em sistema de plantio direto, com semeadura realizada no dia 21 de novembro de 2006. O preparo do solo constou de uma aração e duas gradagens (VIEIRA, 2009).

A precipitação pluvial total, durante o período de avaliação, foi de 1.143,2mm, com registro de temperatura máxima de 32,8°C e mínima de 11,8°C, em que a média diária foi de 22,2°C. A umidade relativa do ar apresentou média de 80,6%. A variação diária dos dados meteorológicos cedida pela Estação Climatológica de Lavras-MG é apresentada na Figura 1 (ALBUQUERQUE, 2010).

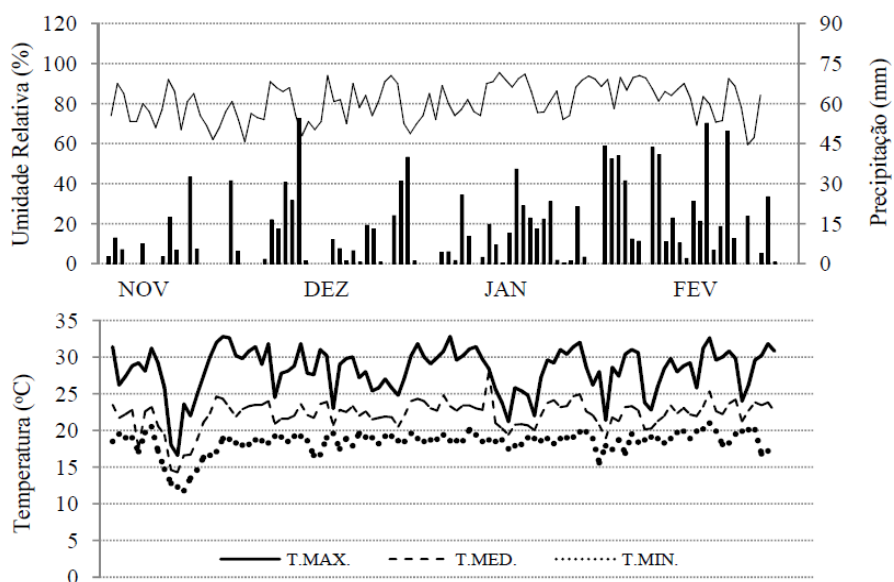


Figura 1 Variação diária das temperaturas máxima, média e mínima, umidades relativa do ar e precipitação pluvial em Lavras, de novembro de 2006 a fevereiro de 2007. Fonte: Estação Climatológica de Lavras, situada no *campus* da UFLA

O experimento foi instalado no delineamento em blocos casualizados, com três repetições, sendo que os tratamentos foram dispostos em esquema fatorial $2 \times 5 \times 8$, envolvendo duas cultivares de feijão, (Ouro Vermelho e Bolinha), de cinco densidades de semeadura, (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas por hectare), e de oito épocas de avaliação, dos (13 aos 83 dias após a emergência DAE) do feijoeiro, medidas de 10 em 10 dias.

A cultivar Ouro vermelho, de feijoeiro comum (*Phaseolus vulgaris* L.) foi obtida do cruzamento entre as linhagens Vermelhinho e NA 9022180, realizado pela Universidade Federal de Viçosa - UFV. Pertence ao grupo comercial vermelho, apresenta grão vermelho e brilhante, com hábito tipo II/III,

crescimento indeterminado, porte ereto com guias longas e ciclo de 80 a 90 dias, possui flor branca, vagem rosa avermelhada, vagem seca de cor marrom - arroxeadas e peso de 100 grãos de 24 a 26g (PAULA JUNIOR et al., 2010).

A cultivar Bolinha apresenta grãos amarelos e arredondados, com hábito de crescimento tipo II, porte ereto, com cerca de 32 a 33 g por 100 grãos e ciclo médio (ALVES et al., 2009).

A parcela experimental foi constituída por quatro linhas de cinco metros, espaçadas entre si por meio metro. Como área útil foram utilizadas as duas linhas centrais da parcela. A semeadura foi realizada manualmente, considerando a densidade de semeadura ideal para alcançar as densidades desejadas. Todas as parcelas receberam adubação idêntica de acordo com a interpretação da análise de solo e, os tratos culturais foram os normalmente utilizados na cultura dessa região. O experimento não recebeu irrigação.

Em cada época de avaliação, cinco plantas eram amostradas por meio de corte a um centímetro do solo, separando-se as partes das plantas, sendo o material posteriormente separado e seco em estufa com circulação forçada de ar a 65-70°C até peso constante. O material coletado foi pesado em balança de precisão, determinando-se o peso de matéria seca das partes da planta, transformando em acúmulo de matéria seca por hectare.

As variáveis mensuradas foram: o peso de matéria seca das hastes, a soma do peso de matéria seca das hastes e das folhas, a soma do peso de matéria seca das hastes, da folhas e das vagens e a soma de matéria seca das hastes, das folhas, das vagens e dos grãos. As variáveis, acima citadas, foram avaliadas em oito épocas, dada em dias após a emergência.

Os dados foram inicialmente submetidos à análise de variância, sendo as pressuposições avaliadas por meio de testes estatísticos adequados. Para testar a aditividade do modelo, foi utilizado o teste de aditividade de Tukey (Freitas, 1986); para testar a homogeneidade de variâncias dos resíduos foi utilizado o

teste F-máximo de Hartley (Banzatto & Kronka, 1995); para testar a normalidade dos resíduos foi utilizado o teste de Smirnov-Kolmogorov (Lilliefors, 1967), já que a amostra é considerada grande e, por fim, para testar a independência dos resíduos, foi utilizado o teste de Durbin-Watson (TILMAN, 1975).

Como o intuito é compreender o efeito das épocas de avaliação e densidades de semeadura nas duas cultivares analisadas, em relação a cada variável, e ainda modelar o crescimento da planta por meio do acúmulo de matéria seca, após avaliar a análise de variância, procedeu-se a uma análise de regressão para estudar o desenvolvimento das plantas em relação às épocas de avaliação (em dias após emergência) e em alguns casos, em relação às densidades de semeadura (em plantas .ha⁻¹), conforme necessário.

O modelo não-linear utilizado na análise de regressão para descrever o crescimento do feijoeiro e suas componentes foi o modelo logístico, dado por:

$$y_{t_i} = \frac{a}{(1 + b e^{-k t_i})} + s_i$$

em que:

y_{t_i} : expressa o peso de matéria seca obtido no tempo t_i ;

a : é um parâmetro assintótico que corresponde ao período de senescência da planta ou de alguma componente da mesma;

b : é um parâmetro de locação, sem interpretação biológica;

k : é a taxa de crescimento;

t : refere-se ao tempo em dias após a emergência ou as densidades de semeadura;

ε_i : representa o erro experimental, com média zero e variância σ^2 .

O ajuste do modelo logístico foi empregado para realizar os desdobramentos das interações duplas ou triplas que apresentaram teste F significativo na análise de variância anteriormente calculada, sendo que o processo de ajuste foi realizado para cada uma das variáveis analisadas.

Para o ajuste do modelo logístico, foram utilizadas rotinas específicas desenvolvidas para uso no programa computacional SAS (SAS[®], 2010), através do procedimento MODEL, o qual utiliza o método de Gauss-Newton como processo iterativo para obter as estimativas dos parâmetros do modelo. Esse programa também foi utilizado para realizar o teste de aditividade de Tukey acerca do modelo empregado na análise de variância. Após determinar os parâmetros das interações significativas de cada variável, os mesmos foram apresentados e discutidos conforme a sua interpretação biológica.

Para testar a normalidade dos resíduos, foi utilizado o teste de Shapiro - Wilk (Jarque e Bera, 1980). O teste foi aplicado nos resíduos do modelo não-linear logístico conforme descrito por (Esteves, 2009), o qual fez uso do software livre R (R Development Core Team, 2010) por meio de comandos que basicamente extraem esses resíduos, criando o que pode ser chamado de um conjunto de dados com esses resíduos e, em seguida, aplicando o teste de Shapiro-Wilk nesse conjunto.

Com base no modelo empregado, fez-se o cálculo da taxa de crescimento relativa (TCR), da taxa de crescimento da cultura (TCC) e do ponto de inflexão (PI). As duas taxas são discutidas graficamente com o intuito de enriquecer a discussão acerca do modelo e, o uso do PI teve como objetivo, acrescentar informação à TCC. A visualização gráfica, assim como a discussão

proveniente dessas taxas são propostas no texto, de acordo com o interesse prático, a fim de explicitar maior conhecimento acerca da variável estudada em determinado desdobramento.

Com o intuito de verificar a qualidade do ajuste do modelo logístico aos dados em cada desdobramento efetuado, fez-se uso do coeficiente de determinação ajustado, dado por:

$$R_{a,j}^2 = 1 - \left[\frac{(n-1)(1-R^2)}{(n-p)} \right]$$

em que: R^2 é o coeficiente de determinação não ajustado, n é o número de observações e p é o número de parâmetros do modelo. Tem-se que quanto maior for o coeficiente de determinação ajustado, melhor é a qualidade do ajuste do modelo.

Para complementar o coeficiente de determinação ajustado, foi aplicado também, o teste de seqüências, ou “run test” que permite testar de forma simples e robusta se os dados diferem da curva ajustada, isto é, permite verificar se o modelo utilizado para modelar os dados é adequado para esse fim.

Os gráficos dos ajustes e das taxas de crescimento, a análise de variância, assim como os demais testes estatísticos usados para verificar as pressuposições da análise de variância foram feitos utilizando procedimentos específicos desenvolvidos no software livre R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2010).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Análise de variância

O experimento apresentou uma precisão experimental muito baixa, pois de acordo com Ribeiro et al. (2004), em experimentos de avaliação de cultivares de feijoeiro, coeficientes de variação acima de 35,50% indicam precisão experimental muito baixa, ao passo que coeficientes situados entre 14,00% e 26,50% representam boa precisão experimental.

Como pode ser visto na Tabela 1 e na Tabela 2, os coeficientes de variação das variáveis analisadas estão em torno de 44,00%, com maior coeficiente de variação apresentado pela variável haste.

Um resumo da análise da variância contendo os quadrados médios, juntamente com a significância do teste F, com os respectivos graus de liberdade para cada fonte de variação, é apresentado na Tabela 1 para o peso de matéria seca do componente haste do feijoeiro.

Na Tabela 2, tem-se o resumo da análise de variância, juntamente com os quadrados médios e a significância do teste F, e os respectivos graus de liberdade para cada fonte de variação, para a soma de peso de matéria seca entre os componentes do feijoeiro (haste e folha; haste, folha e vagem; haste, folha, vagem e grão).

Tabela 1 Resumo da análise de variância com fontes de variação (FV), números de graus de liberdade (GL), valores do quadrado médio com respectivo nível de significância do peso de matéria seca ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$), assim como o coeficiente de variação para a variável haste.

| FV | Parte da Planta | |
|-----------------------|-----------------|-------------|
| | GL | Haste |
| Blocos | 2 | 125808,40* |
| Cultivar (C) | 1 | 1049237,12* |
| Densidade (D) | 4 | 1701276,17* |
| Época (E) | 7 | 991295,37* |
| C*D | 4 | 361482,40* |
| C*E | 7 | 223418,40* |
| D*E | 28 | 57863,94* |
| C*D*E | 28 | 37985,01* |
| Resíduo | 158 | 24398,63 |
| Coef. Variação | - | 45,54% |

(*) significativo ao nível de 5% pelo teste F

Tabela 2 Resumo da análise de variância com fontes de variação (FV), números de graus de liberdade (GL), valores do quadrado médio com respectivo nível de significância do peso de matéria seca das diferentes partes da planta ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$), assim como o coeficiente de variação, (H é o peso de matéria seca da haste, F o peso de matéria seca da folha, V o peso de matéria seca da vagem e G o peso de matéria seca do grão).

| FV | Parte da Planta | | | |
|-----------------------|-----------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | GL | H+F | H+F+V | H+F+V+G |
| Blocos | 2 | 733978,84* | 1484652,71* | 2009779,93* |
| Cultivar (C) | 1 | 4473432,76* | 6010778,10* | 9050737,61* |
| Densidade (D) | 4 | 3954383,13* | 7595374,93* | 10650327,47* |
| Época(E) | 7 | 3709481,29* | 10771475,18* | 21981304,39* |
| C*D | 4 | 1311779,47* | 2395012,58* | 3138982,84* |
| C*E | 7 | 581017,47* | 1212289,68* | 2190555,00* |
| D*E | 28 | 126365,42 ^{NS} | 337740,33* | 598251,96* |
| C*D*E | 28 | 98734,07 ^{NS} | 196123,10 ^{NS} | 319656,62 ^{NS} |
| Resíduo | 158 | 84171,25 | 172897,55 | 261440,73 |
| Coef. Variação | - | 41,52% | 43,09% | 43,56% |

(NS) não significativo ao nível de 5% pelo teste F

(*) significativo ao nível de 5% pelo teste F

Os pressupostos da análise de variância foram atendidos para todas as variáveis analisadas. Isto implica, segundo Banzatto e Kronka (1995), que a análise de variância efetuada sobre esses dados é válida, bem como as conclusões retiradas da mesma. Pela significância do teste F, na Tabela 1, observou-se que houve efeitos significativos para todas as fontes de variação.

A interação época x cultivar x densidade significativa para a variável haste significa que os fatores estão interagindo ou são dependentes uns dos outros, com isso, há certa dificuldade em explicitar claramente a interação tripla.

Essa interação pode ser considerada de três formas: para estudar o comportamento das cultivares em cada combinação de níveis de densidade e época, para estudar o comportamento das densidades em cada nível de cultivar e época e, por fim, para estudar o comportamento das épocas em cada nível de cultivar e densidade. No presente caso, essa última é a opção mais adequada.

Na Tabela 2, pela significância do teste F, não houve efeito significativo da interação tripla época x cultivar x densidade para nenhuma das variáveis analisadas, o que vem a facilitar a interpretabilidade na análise.

Já as interações duplas época x cultivar, época x densidade e densidade x cultivar, foram significativas para as variáveis: haste + folha, haste + folha + vagem, haste + folha + grão + vagem, exceto a interação época x densidade na variável haste + folha. Nesta variável, a interação época x densidade não significativa implica que as diferentes densidades de semeadura se comportam de maneira semelhante com relação às épocas de avaliação.

Com a finalidade de estudar as interações significativas, para avaliar como os fatores presentes nas interações interagem entre si, assim como avaliar o desenvolvimento do feijoeiro, procedeu-se ao desdobramento das mesmas por meio da análise de regressão com ajuste do modelo não-linear logístico.

4.2 Ajuste do modelo logístico

Como há quatro variáveis a serem analisadas quanto a cada interação significativa, ao proceder com os desdobramentos das mesmas por meio de análise de regressão utilizando o modelo não-linear logístico, uma quantidade grande de gráficos é gerada, dificultando a interpretação dos resultados. Assim,

uma junção conveniente desses gráficos faz-se necessária, e a mesma foi realizada de modo a facilitar a interpretabilidade do experimento sem perder nenhuma informação acerca da análise de regressão não-linear.

A junção gráfica foi realizada seguindo a ordem das variáveis apresentadas análise de variância, isto é, em primeiro lugar, fez-se o desdobramento da interação tripla para a variável haste e, a seguir, a junção gráfica das interações significativas das variáveis soma do peso de matéria seca da haste e da folha; da haste, da folha e da vagem; da haste, da folha, da vagem e do grão.

Na variável haste, o desdobramento de interesse é aquele em que é possível estudar o comportamento das cultivares em cada nível de época e em cada nível de densidade. O ajuste da curva Logística para esse desdobramento está representado nas Figuras de 2 a 6, respectivamente, para as densidades de 75 a 355 mil plantas.ha⁻¹, conjuntamente para a cultivar Ouro Vermelho e Bolinha.

O teste de Shapiro-Wilk foi não significativo para cada modelo ajustado, o que implica que os erros do modelo não-linear logístico, para os desdobramentos efetuados na variável haste, são normais.

O ajuste do modelo é bom para a cultivar Ouro Vermelho nas densidades 75 (Figura 2), 145 (Figura 3) e 215 (Figura 4) mil plantas por hectare, em que apresentou coeficientes de determinação ajustados com valores em torno de 90,50%; para as densidades 285 (Figura 5) e 355 (Figura 6) mil plantas por hectare, o ajuste foi razoavelmente bom, tendo apresentado coeficientes de determinação ajustado em torno de 85,00%.

Já para a cultivar Bolinha, o ajuste é razoavelmente bom nas densidades 75 (Figura 2), 145 (Figura 3) e 215 (Figura 4) mil plantas por hectare, apresentando coeficientes de determinação ajustado em torno de 80,00%; apresentando melhora na qualidade nas densidades 285 (Figura 5) e 355 (Figura

6) mil plantas por hectare, com coeficiente de determinação ajustado em torno de 85,00%. O teste da sequência foi significativo em todos os modelos ajustados, indicando que o modelo descreve bem o comportamento dos dados.

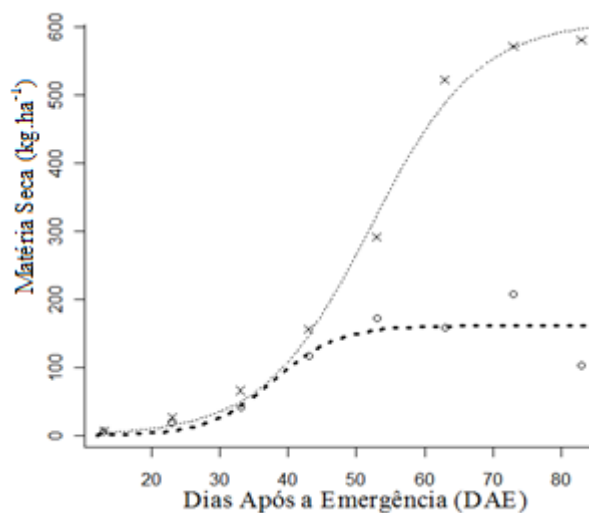


Figura 2 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha⁻¹) da variável haste, nas cultivares Ouro Vermelho (x) e Bolinha (o) e ajuste da curva logística da interação época x cultivar x densidade para as cultivares Ouro Vermelho (---) e Bolinha (---) na densidade 75 mil plantas.ha⁻¹, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE)

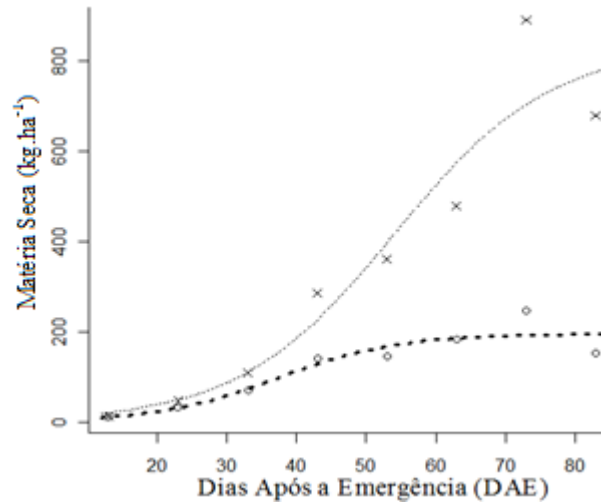


Figura 3 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha^{-1}) da variável haste, nas cultivares Ouro Vermelho (\times) e Bolinha (\circ) e ajuste da curva logística da interação época \times cultivar \times densidade para as cultivares Ouro Vermelho (---) e Bolinha (---) e na densidade $145 \text{ mil plantas.ha}^{-1}$, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE)

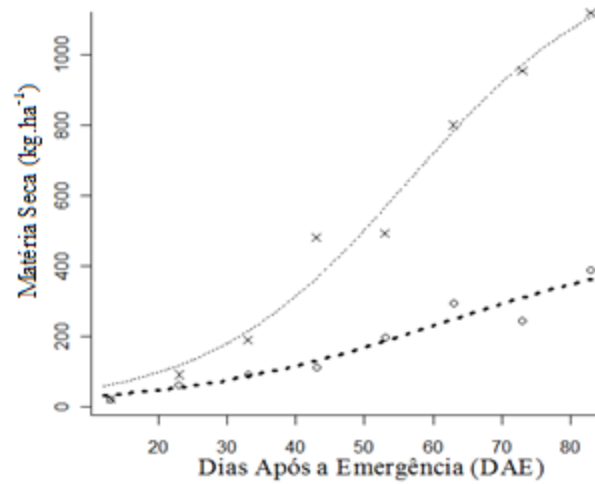


Figura 4 Representação gráfica do peso médio de matéria seca ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$) da variável haste, nas cultivares Ouro Vermelho (\times) e Bolinha (\circ) e ajuste da curva logística da interação época \times cultivar \times densidade para as cultivares Ouro Vermelho (---) e Bolinha (---) e na densidade 215 mil plantas. ha^{-1} , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE)

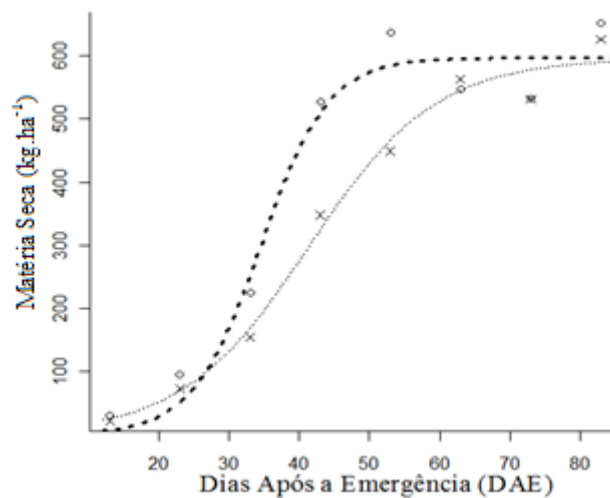


Figura 5 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha^{-1}) da variável haste, nas cultivares Ouro Vermelho (\times) e Bolinha (\circ) e ajuste da curva logística da interação época \times cultivar \times densidade para as cultivares Ouro Vermelho (---) e Bolinha (---) e na densidade $285 \text{ mil plantas.ha}^{-1}$, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE)

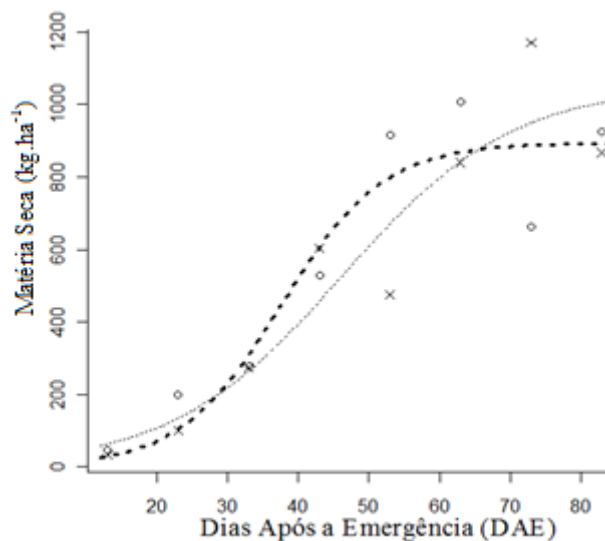


Figura 6 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha⁻¹) da variável haste, nas cultivares Ouro Vermelho (×) e Bolinha (○) e ajuste da curva logística da interação época x cultivar x densidade para as cultivares Ouro Vermelho (---) e Bolinha (---) e na densidade 355 mil plantas.ha⁻¹, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE)

Note que para a cultivar Ouro Vermelho, os melhores ajustes são alcançados nas densidades 215 (Figura 4) e 355 (Figura 6) mil plantas por hectare, sem grandes diferenças de valores quanto ao peso final de matéria seca.

Já para a cultivar Bolinha, as densidades de semeadura 285 (Figura 5) e 355 (Figura 6) mil plantas por hectare demonstram maior produtividade, também sem expressar diferença de valores para a produção de matéria seca.

Este resultado condiz com Albuquerque (2010), que ao ajustar o acúmulo de matéria seca das cultivares Bolinha e Ouro Vermelho, por meio de um modelo polinomial, aferiu que ao se tratar da variável haste, a população de 75 mil plantas por hectare difere das demais, que são maiores e possuem

comportamento semelhante para a cultivar Bolinha, e para a cultivar Ouro Vermelho as populações de 285 e 355 mil plantas por hectare são as de maior produtividade, não diferindo entre si.

Observe as densidades 215 e 355 mil plantas.ha⁻¹ nas Figuras 4 e 6, respectivamente, com relação a cultivar Bolinha, e na densidade 285 mil plantas.ha⁻¹ na Figura 5, para ambas as cultivares, e note que em relação aos pontos médios há um decréscimo na produção de matéria seca da haste do feijoeiro na avaliação dos 73 DAE, e logo após há um aumento nessa produção de matéria seca aos 83 DAE.

Uma possível explicação para esse fato é a alta precipitação pluvial ocorrida no período de avaliação decorrente. Outra explicação plausível é dada por Rosolem (1987), que afirma que em alguns cultivares de feijoeiro é comum observar esse comportamento, que normalmente ocorre em torno dos 65 DAE, como pode ser visto na Figura 7.

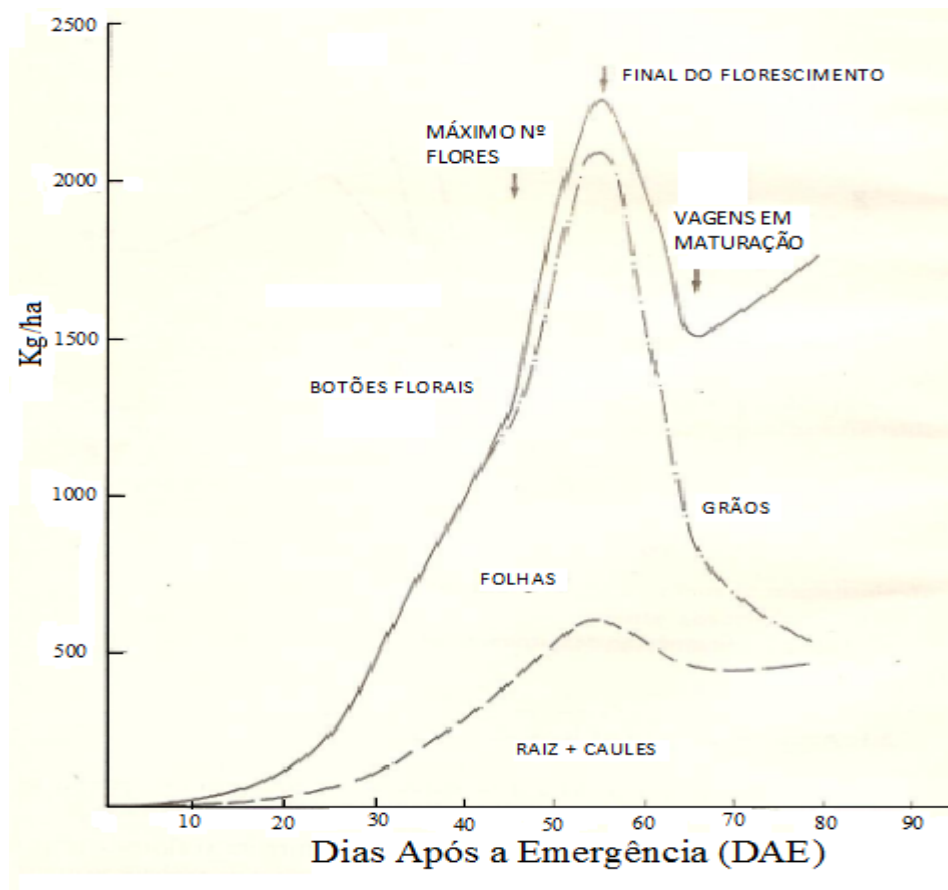


Figura 7 Acumulação de matéria seca pelo feijoeiro. Fonte: Rosolem (1987)

A produção de matéria seca da variável haste é maior na cultivar Ouro Vermelho que na cultivar Bolinha nas densidades 75 (Figura 2), 145 (Figura 3) e 215 (Figura 4) mil plantas por hectare, e nas densidades 285 (Figura 5) e 355 (Figura 6) mil plantas por hectare essa produção é semelhante para ambas as cultivares.

Isso mostra que, em baixas densidades, a cultivar Ouro Vermelho apresenta um desenvolvimento maior da haste do feijoeiro, possivelmente por

causa do seu tipo de crescimento e, em densidades maiores, a haste das duas cultivares de feijoeiro é semelhante, que é explicitado pela capacidade de compensação do feijoeiro.

As estimativas dos parâmetros do modelo logístico dessa interação são apresentadas na Tabela 3 para as duas cultivares.

Tabela 3 Estimativas dos parâmetros (a, b, k) do modelo logístico ajustado ao peso de matéria seca da variável haste quanto ao desdobramento de época x densidade x cultivar.

| Densidade | Cultivar | | | | | |
|------------|---------------|--------|--------|---------|---------|--------|
| | Ouro Vermelho | | | Bolinha | | |
| | a | b | k | a | b | k |
| 75 | 608,56 | 742,52 | 0,1272 | 161,34 | 2725,98 | 0,2092 |
| 145 | 834,51 | 121,34 | 0,0887 | 195,52 | 71,43 | 0,1144 |
| 215 | 1287,32 | 47,60 | 0,0683 | 472,15 | 26,34 | 0,0536 |
| 285 | 595,95 | 96,19 | 0,1104 | 597,06 | 1284,78 | 0,2076 |
| 355 | 1054,28 | 45,16 | 0,0825 | 894,29 | 178,85 | 0,1379 |

O maior peso assintótico ocorreu na densidade 215 mil plantas.ha⁻¹, com valor de 1287,3221 kg.ha⁻¹ para a cultivar Ouro Vermelho; já para a cultivar Bolinha, o maior peso assintótico ocorreu na densidade 355 mil plantas por hectare, com valor de 894,29 kg/ha.

Note que a diferença entre os dois pesos assintóticos é bastante expressiva, no valor de 393,03 kg.ha⁻¹, o que implica que a cultivar Ouro Vermelho apresenta maior acúmulo de matéria seca da haste que a cultivar

Bolinha, esse fato é explicado pela maior ramificação da cultivar Ouro Vermelho, devido ao seu hábito de crescimento.

Ao analisar a taxa de crescimento (parâmetro k), nota-se que seu maior valor está na densidade 75 mil plantas.ha⁻¹, para ambas as cultivares de feijoeiro, isto é, em baixas densidades de semeadura, as hastes do feijoeiro desempenham um crescimento mais acelerado que em altas densidades.

Com relação a cada densidade, ambas as cultivares exibem taxas de crescimento relativa instantânea (TCR) com comportamento semelhante, bem como as taxas de crescimento da cultura (TCC).

Como seria dispendioso discutir todas as curvas geradas por essas taxas, logo mostrar-se-ão somente as taxas para as densidades que obtiveram maior peso assintótico, tanto para a cultivar Bolinha quanto para a cultivar Ouro Vermelho.

Para a cultivar Ouro Vermelho, a TCR indica que o peso assintótico é atingido após os 73 DAE, com crescimento acelerado no início do desenvolvimento da haste, e a TCC indica que o maior incremento de peso ocorre entre 53 DAE e 63 DAE, com alguma variação entre as densidade, sendo que a máxima variação é obtida em 55 DAE.

Sant'Ana e Silveira (2008) afirmam que o crescimento é mais rápido entre a idade de 38 a 45 DAE, porque é nessa fase que as necessidades hídricas e nutricionais da planta aumentam, já que por volta dos 15 DAE a taxa de absorção de água e nutrientes é muito pequena para ativar os processos fisiológicos do crescimento, que exigem atividade metabólica acelerada.

A Figura 8 mostra essas taxas para a cultivar Ouro Vermelho na densidade 215 mil plantas por hectare.

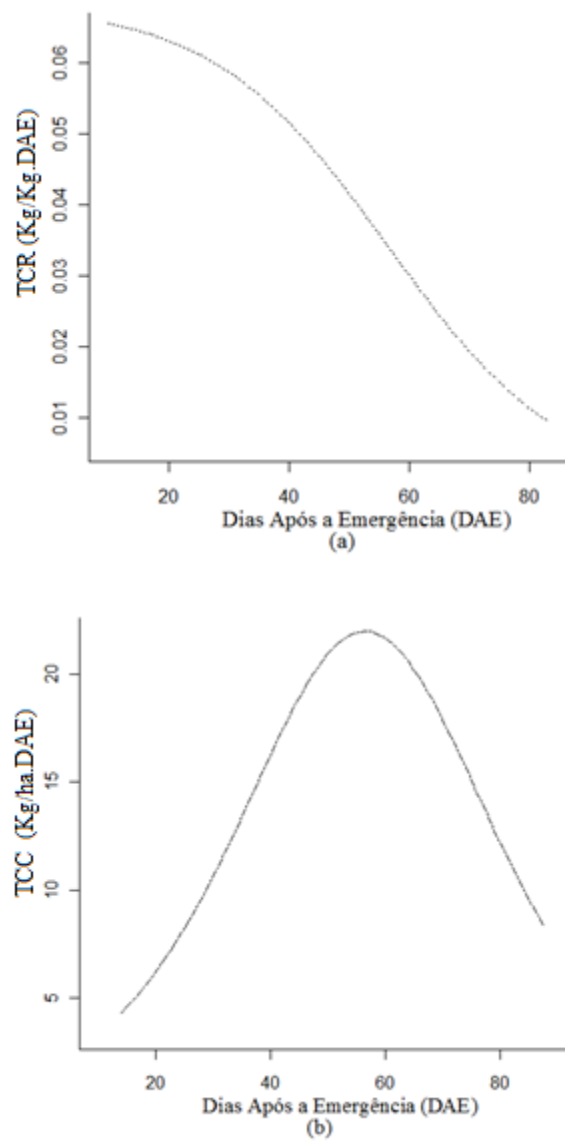


Figura 8 Taxa de crescimento relativa instantânea (a) e taxa de crescimento da cultura (b) para a cultivar Ouro Vermelho na densidade 215 mil plantas.ha⁻¹, para a variável haste

Para a cultivar Bolinha, a TCR varia de uma densidade para outra, sendo que nas densidades 215 e 285 mil plantas.ha⁻¹ o peso assintótico é atingido após os 73 DAE.

A TCC indica maior incremento de peso entre 33 e 43 DAE na densidade 215 mil plantas.ha⁻¹; e entre os 53 e 63 DAE na densidade de 285 mil plantas.ha⁻¹, com máxima variação de 31 DAE e 61 DAE, respectivamente.

Para as outras densidades o peso assintótico é atingido após os 53 DAE, com variação máxima em torno de 35 DAE.

A Figura 9 apresenta as taxas de crescimento para a cultivar Bolinha na densidade 355 mil plantas por hectare, na qual atingiu maior peso assintótico de matéria seca.

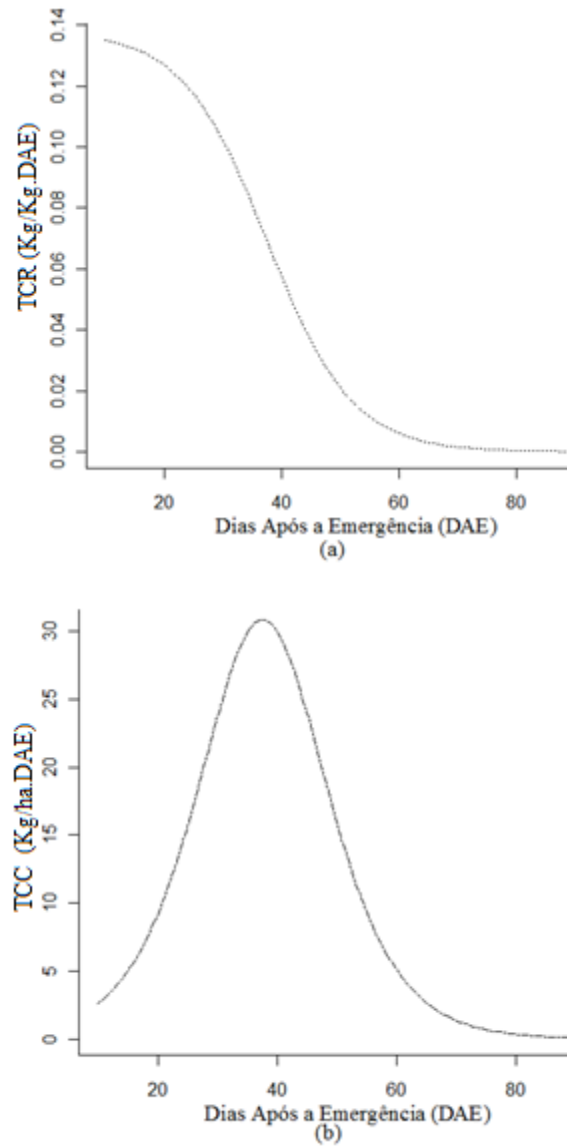


Figura 9 Taxa de crescimento relativa instantânea (a) e taxa de crescimento da cultura (b) para a cultivar Bolinha na densidade 355 mil plantas.ha⁻¹, para a variável haste

Ao analisar a TCR para a cultivar Bolinha, vê-se que ela indica que o peso assintótico na densidade 355 mil plantas por hectare é atingido após os 53 DAE, aparentando ser um cultivar de ciclo mais curto do que a cultivar Ouro Vermelho, e a TCC indica maior incremento de matéria seca entre 33 e 43 DAE, com máxima variação aos 37 DAE.

No feijoeiro, o decréscimo em TCC, como ocorre na Figura 8 e mais acentuadamente na Figura 9, pode ser atribuído a inúmeros mecanismos de resposta ao crescimento, direta ou indiretamente, como, por exemplo, uma menor/maior quantidade de água à disposição das plantas, e diminuição na captação e fixação da energia luminosa por unidade de superfície de terreno, além da menor absorção de nutrientes (BERGAMASHI et al., 1988).

Já a TCR diminui da primeira para a última avaliação, devido ao acúmulo contínuo de massa de matéria seca no decorrer das épocas de avaliação e também pela diminuição da capacidade da planta em produzir material novo (SANT'ANA E SILVEIRA, 2008).

Nas três variáveis restantes procedeu-se a junção gráfica quanto ao desdobramento das interações significativas, com a finalidade de facilitar a interpretação dos resultados, sem perda de informação relevante e, ainda, observar o acréscimo gerado pelas partes da planta entre uma curva e outra.

O primeiro desdobramento realizado por meio da curva logística foi o da interação época x cultivar, para estudar o comportamento das épocas de avaliação em relação a cada cultivar. O ajuste do modelo logístico é apresentado na Figura 10 para a cultivar Ouro Vermelho, e na Figura 11, para a cultivar Bolinha.

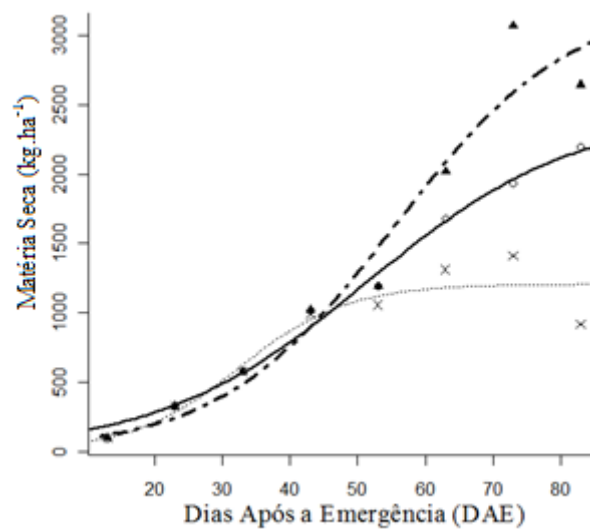


Figura 10 Representação gráfica do peso de matéria seca das variáveis: haste e folha (×); haste, folha e vagem (o); e haste, folha, vagem e grão (▲) e ajuste da curva logística da interação época x cultivar das variáveis: haste e folha (.....); haste, folha e vagem (——); e haste, folha, vagem e grão (- - - - -), na cultivar Ouro Vermelho em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

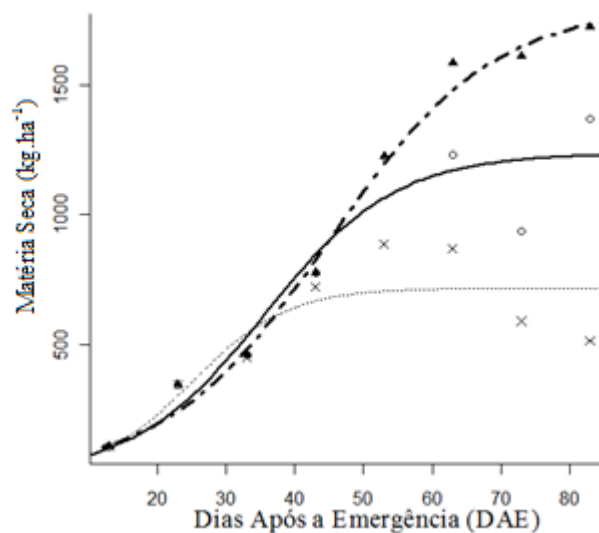


Figura 11 Representação gráfica do peso de matéria seca das variáveis: haste e folha (\times); haste, folha e vagem (\circ); e haste, folha, vagem e grão (\blacktriangle) e ajuste da curva logística da interação época x cultivar das variáveis: haste e folha (-----); haste, folha e vagem (————); e haste, folha, vagem e grão (-----), na cultivar e Bolinha, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

A qualidade de ajuste para a variável haste + folha foi baixo para ambas as cultivares, pois o coeficiente de determinação ajustado está em torno de 55,00%; entretanto, o teste da sequencia foi significativo ao nível de 5% para ambas indicando, de modo robusto, que o modelo é adequado para descrever o crescimento dessa variável.

Vê-se que em relação aos pontos médios observados na Figura 10 e na Figura 11, há um decréscimo no peso médio de matéria seca em ambas as cultivares quanto à variável haste + folha. Essa ação de diminuição de matéria seca é considerada natural, pois há um decréscimo de matéria por parte da folha, já que a folha transloca foto assimilador e nutrientes móveis para a vagem e o

grão do feijoeiro assim que esses componentes surgem na planta, de modo que nas últimas épocas de avaliação o peso médio de matéria seca presente na folha é mínimo.

Outro fator que contribui para a diminuição da matéria seca da folha é o fato descrito por Albuquerque (2010), que recorda sobre o processo de desfolha do feijoeiro, que se inicia após a formação do grão no feijoeiro.

Para a variável haste + folha + vagem, a qualidade de ajuste é alta para a cultivar Ouro Vermelho (Figura 10), com coeficiente de determinação ajustado de 87,96%; com teste da sequência significativo a 5%.

Entretanto, não apresenta ajuste baixo para a cultivar Bolinha (Figura 11), que mostrou coeficiente de determinação ajustado de 58,34%, mas, com teste da sequência significativo a 5%, o que indica, com certa robustez, que o modelo empregado serve ao propósito de descrever o comportamento dos dados de matéria seca da variável em questão.

Note que no início do desenvolvimento, tanto os pontos médios de produção de matéria seca, quanto às curvas ajustadas se sobrepõem, isso ocorre porque na fase inicial só tem-se o peso de matéria seca da haste mais a folha.

Essa sobreposição deixa de existir após os 33 DAE, quando surge no feijoeiro a componente vagem. A partir dos 43 dias, após a emergência, as curvas ajustadas se distanciam um pouco mais uma das outras, sendo que a distância entre a curva da variável haste e folha, e da curva da variável haste, folha e vagem representa a contribuição de matéria seca dada pela vagem do feijoeiro, e a distância entre a curva ajustada da variável haste, folha e vagem da curva da variável haste, folha, vagem e grão, representa a contribuição de matéria seca por parte do grão.

Há um decréscimo no peso médio de matéria seca para a variável haste + folha e também para a variável haste + folha + vagem + grão depois dos 73 dias após a emergência na cultivar Ouro Vermelho (Figura 10).

Na cultivar Bolinha (Figura 11) há um decréscimo no peso médio de matéria seca na variável haste + folha após os 63 dias após a emergência, enquanto que nas outras duas variáveis ocorre um decréscimo no peso médio de matéria seca, após os 63 DAE, seguido de um aumento nesse peso médio de matéria seca, após os 73 DAE. Uma das explicações para este aumento pode ser a alta precipitação pluvial ocorrida nesse período, alterando a fisiologia da planta.

Após os 63 DAE, há um rápido aumento de crescimento seguido do alcance do valor assintótico, esse aumento pode ser explicado pelo surgimento do componente grão no feijoeiro, cujo crescimento ocorre de maneira linear, aumentando à medida que o tempo passa; Rosolem (1987) afirma que os grãos acumulam matéria orgânica até o final do ciclo da cultura. Para as duas cultivares, a produção de matéria seca do grão aumentou até a última época de avaliação. O peso de matéria seca das três variáveis é maior na cultivar Ouro Vermelho.

As estimativas dos parâmetros do modelo logístico ajustado ao peso de matéria seca, para a interação época x cultivar com relação às três variáveis analisadas é apresentada na Tabela 7.

Tabela 7 Estimativas dos parâmetros do modelo logístico (a, b, k) ajustado ao peso de matéria seca das variáveis: haste e folha (HF); haste, folha e vagem (HFV); e haste, folha, vagem e grão (HFVG) quanto ao desdobramento de época em cada nível de cultivar.

| Variáveis | Cultivar | | | | | |
|----------------|---------------|-------|--------|---------|-------|--------|
| | Ouro Vermelho | | | Bolinha | | |
| | a | b | k | a | b | K |
| H+F | 1206,97 | 58,78 | 0,1256 | 718,86 | 37,59 | 0,1447 |
| H+F+V | 2452,30 | 28,04 | 0,0647 | 1235,97 | 42,59 | 0,1054 |
| H+F+V+G | 3267,87 | 72,28 | 0,0770 | 1803,28 | 43,73 | 0,0850 |

Vê-se que, através das estimativas dos parâmetros do modelo Logístico, que a cultivar Ouro Vermelho apresenta maior peso assintótico que a cultivar Bolinha, quanto às três variáveis analisadas.

A contribuição de matéria seca por parte da vagem ao feijoeiro, segundo o ajuste logístico, é de 1245,32 kg.ha⁻¹ para a cultivar Ouro Vermelho e de 517,10 kg.ha⁻¹ para a cultivar Bolinha, ou seja, a componente vagem possui maior teor de matéria seca na cultivar Ouro Vermelho.

O grão contribui ao desenvolvimento do feijoeiro com 815,57 kg.ha⁻¹ de matéria seca quanto a cultivar Ouro Vermelho, e contribui com 567,31 kg/ha quanto a cultivar Bolinha. A diferença da contribuição de matéria seca por parte do grão assume o valor de 248,26 kg.ha⁻¹, sendo que a cultivar Ouro Vermelho possui maior quantidade de matéria seca proveniente do componente grão.

Com relação ao parâmetro k (taxa de crescimento), nota-se que a cultivar Bolinha tem um crescimento um pouco mais acelerado que a cultivar Ouro Vermelho, e ao observar a Figura 11 percebe-se que a cultivar Bolinha atinge o peso assintótico por volta dos 53 DAE e ao observar a Figura 10, nota-se que a cultivar Ouro Vermelho atinge o peso assintótico após os 73 DAE, ou

seja, a cultivar Bolinha possui um ciclo mais curto, como é visto em (ALBUQUERQUE, 2010).

Ao proceder ao desdobramento da interação época x densidade, com intuito de estudar as épocas de avaliação em cada densidade de semeadura, o modelo logístico não apresentou ajuste aos dados para a variável haste + folha, o que pode ser explicado pelo comportamento acerca dos dados utilizados nessa interação dado que esse comportamento ocorre de maneira exponencial, o que implica que em todas as densidades, à medida que o tempo decorre, o peso de matéria seca do feijoeiro aumenta. A junção gráfica, nesse caso, será feita com as outras duas variáveis.

O ajuste do modelo logístico aos dados de peso de matéria seca é representado nas Figuras 12 a 16, nas densidades de 75 a 355 mil plantas.ha⁻¹, respectivamente.

A qualidade de ajuste para ambas as variáveis: haste + folha + vagem e haste + folha + vagem + grão, em todas as densidades de semeadura é ruim, pois apresentam coeficiente de determinação ajustado em torno de 60,00 %; entretanto, o teste da sequência foi significativo ao nível de 5,00%, que indica, com certo grau de robustez, que o modelo empregado descreve bem os dados.

Pelo teste de Shapiro Wilk, os erros referentes ao modelo empregado nesse desdobramento seguem uma distribuição normal de probabilidade.

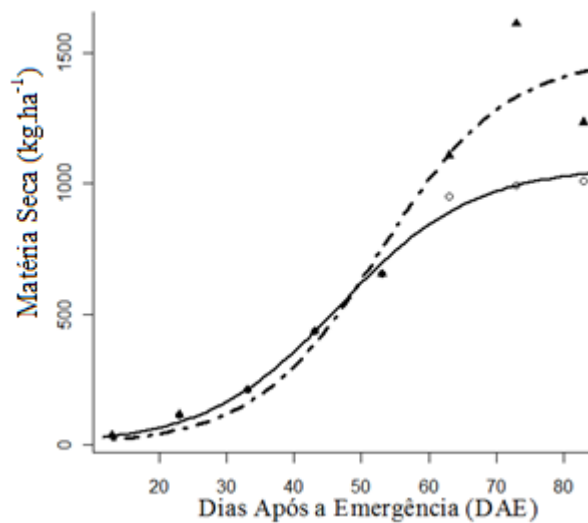


Figura 12 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha^{-1}) variáveis: haste, folha e vagem (\circ) e haste, folha, vagem e grão (\blacktriangle) e ajuste da curva logística para a interação época x densidade das variáveis: haste, folha e vagem (—) e variável haste, folha, vagem e grão (- - - - -), na densidade 75 mil plantas. ha^{-1} , em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

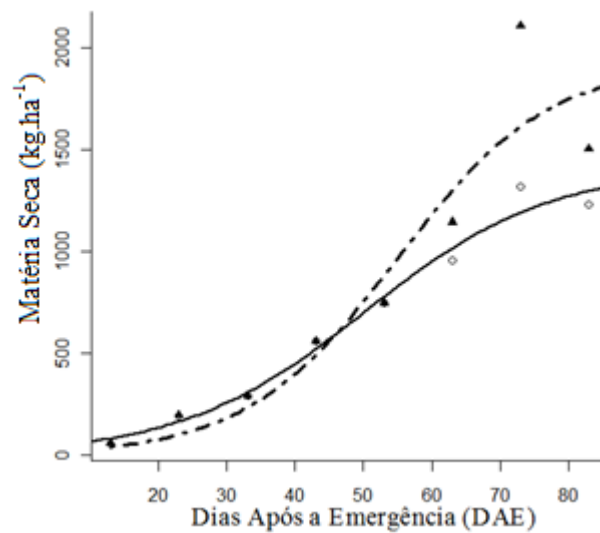


Figura 13 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha^{-1}) das variáveis: haste, folha e vagem (\circ) e haste, folha, vagem e grão (\blacktriangle) e ajuste da curva logística da interação época x densidade das variáveis: haste, folha e vagem (—) e haste, folha, vagem e grão (- - - - -), na densidade 145 mil plantas por hectare, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

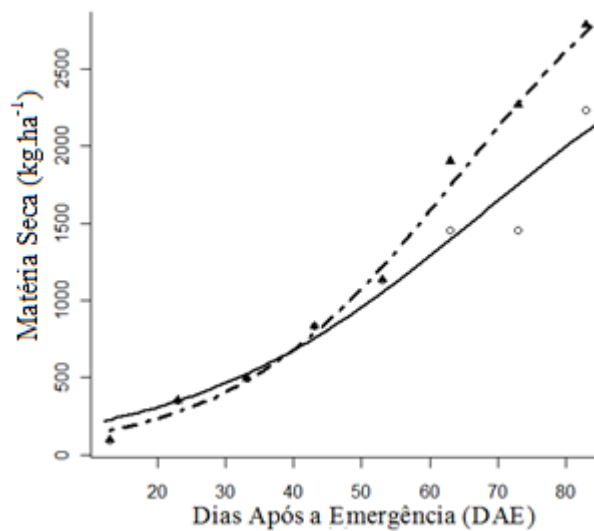


Figura 14 Representação gráfica do peso médio de matéria seca ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$) das variáveis: haste, folha e vagem (○) e haste, folha, vagem e grão (▲) e ajuste da curva logística da interação época x densidade das variáveis: haste, folha e vagem (—) e haste, folha, vagem e grão (-.-.-.-.-), na densidade 215 mil plantas por hectare, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

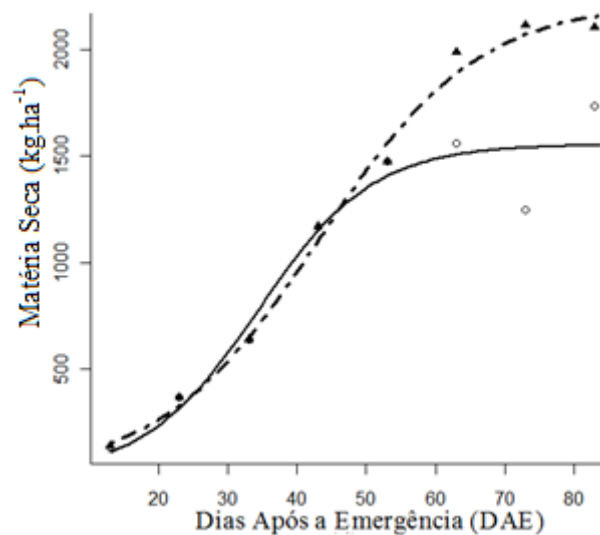


Figura 15 Representação gráfica do peso médio de matéria seca ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$) das variáveis: haste, folha e vagem (\circ) e haste, folha, vagem e grão (\blacktriangle) e ajuste da curva logística da interação época x densidade das variáveis: haste, folha e vagem (—) e haste, folha, vagem e grão (- - - - -), na densidade 285 mil plantas por hectare, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

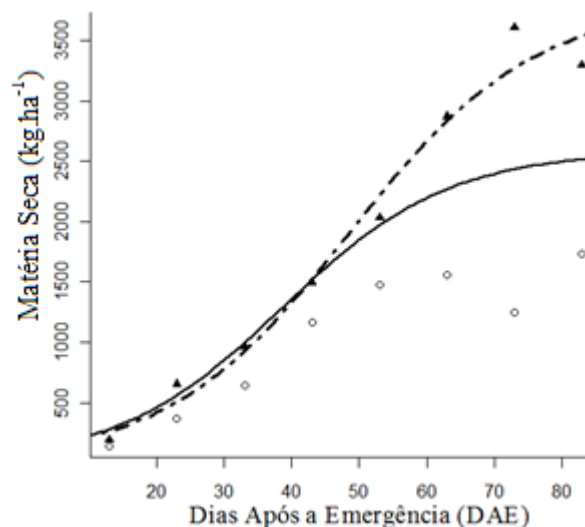


Figura 16 Representação gráfica do peso médio de matéria seca ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$) das variáveis: haste, folha e vagem (\circ) e haste, folha, vagem e grão (\blacktriangle) e ajuste da curva logística da interação época x densidade das variáveis: haste, folha e vagem (—) e haste, folha, vagem e grão (---), na densidade 355 mil plantas por hectare, em função das épocas de avaliação, em dias após a emergência

Para as duas variáveis (haste + folha + vagem e haste + folha + vagem + grão), o peso de matéria seca é maior para as densidades maiores, isto é, o menor peso de matéria seca é a da sementeira em densidade de 75 mil plantas. ha^{-1} (Figura 12) e o maior peso de matéria seca é o da sementeira em densidade de 355 mil plantas. ha^{-1} (Figura 16).

Resultados semelhantes a esse são encontrados em Albuquerque (2010), que utilizou regressão linear para descrever o crescimento de feijoeiro, com as mesmas cultivares utilizadas no presente estudo.

Observe que a produção média de matéria seca é bem parecida nas densidades 75 (Figura 12) e 145 (Figura 13) mil plantas. ha^{-1} , com valor de peso

em torno de 1100,0 kg/ha, e nas densidades 215 (Figura 14) e 355 (Figura 16) mil plantas.ha⁻¹, com valor para o peso em torno de 2800,0 kg/ha. O peso médio de matéria seca, como pode ser visto nas representações gráficas acima, em geral, decresce depois dos 63 DAE para a variável haste + folha + vagem e depois dos 73 DAE para a variável haste + folha + vagem + grão.

Nesse ponto, cabe a mesma explicação dada no desdobramento da interação anterior acerca da distância entre as duas curvas ajustadas, veja que, a maior contribuição de peso de matéria seca da componente grão ao feijoeiro dá-se na densidade 355 mil plantas.ha⁻¹ (Figura 16).

As estimativas dos parâmetros do modelo logístico para a interação época x densidade da variável haste + folha + vagem e da variável haste + folha + vagem + grão são apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 Estimativas dos parâmetros do modelo logístico ajustado ao peso de matéria seca das variáveis: haste, folha e vagem; e haste, folha, vagem e grão quanto ao desdobramento de época x densidade.

| Densidades | Variáveis | | | | | |
|------------|-----------|--------|--------|---------|--------|--------|
| | H+F+V | | | H+F+V+G | | |
| | a | b | k | a | b | k |
| 75 | 1061,79 | 111,95 | 0,1011 | 1483,25 | 283,62 | 0,1080 |
| 145 | 1413,29 | 40,93 | 0,0738 | 1928,61 | 140,03 | 0,0900 |
| 215 | 3123,42 | 22,81 | 0,0462 | 3631,16 | 47,66 | 0,0610 |
| 285 | 1553,61 | 63,33 | 0,1207 | 2223,81 | 42,85 | 0,0880 |
| 355 | 2582,05 | 23,50 | 0,0816 | 3819,69 | 35,22 | 0,0730 |

Nota-se que para a variável haste + folha + vagem o maior peso assintótico deu-se na densidade 215 mil plantas.ha⁻¹, com valor do peso de matéria seca de 3123,42 kg/ha, e para a variável haste + folha + vagem + grão o maior peso assintótico deu-se na densidade 355 mil plantas.ha⁻¹, com valor do peso de matéria seca de 3819,69 kg/ha.

Seria dispendioso e monótono discutir a taxa de crescimento relativa instantânea (TCR) e a taxa de crescimento da cultura (TCC) para todas as densidades de semeadura, gerando uma grande quantidade de gráficos, assim discutir-se-ão apenas as taxas relacionadas à densidade de semeadura que apresentou maior peso assintótico para as variáveis analisadas.

A taxa de crescimento relativa instantânea e a taxa de crescimento da cultura para a variável haste + folha + vagem, para a densidade de 215 mil plantas por hectare é apresentada na Figura 17.

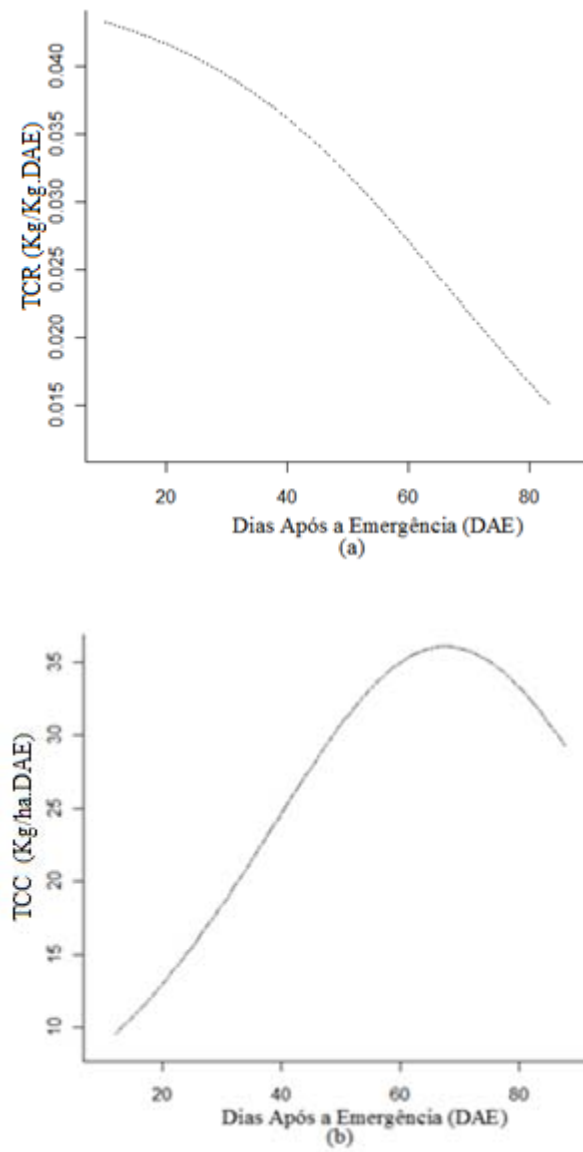


Figura 17 Taxa de crescimento relativa instantânea (a) e taxa de crescimento da cultura (b) para a densidade 215 mil plantas.ha⁻¹ para a variável haste + folha + vagem

Nota-se que nessa densidade de semeadura, de acordo com a TCC a variável em questão atinge seu peso assintótico em torno dos 63 DAE, apresentando maior variação aos 67 DAE.

Durante o desenvolvimento fenológico da cultura a TCR apresentou um declínio sistemático no acumulo de matéria seca. Segundo Sant'Ana e Silveira (2008), essa diminuição contínua na TCR, pode ser explicada pela elevação da atividade respiratória e pelo auto-sombreamento, cuja importância aumenta com o passar do tempo.

Além disso, na fase final do ciclo da cultura, o crescimento se torna negativo em função da morte da folha e degradação da vagem (URCHEI et al., 2000).

A taxa de crescimento relativa instantânea e a taxa de crescimento da cultura para a variável haste + folha + vagem + grão, quanto à densidade 355 mil plantas.ha⁻¹ são apresentadas na Figura 18.

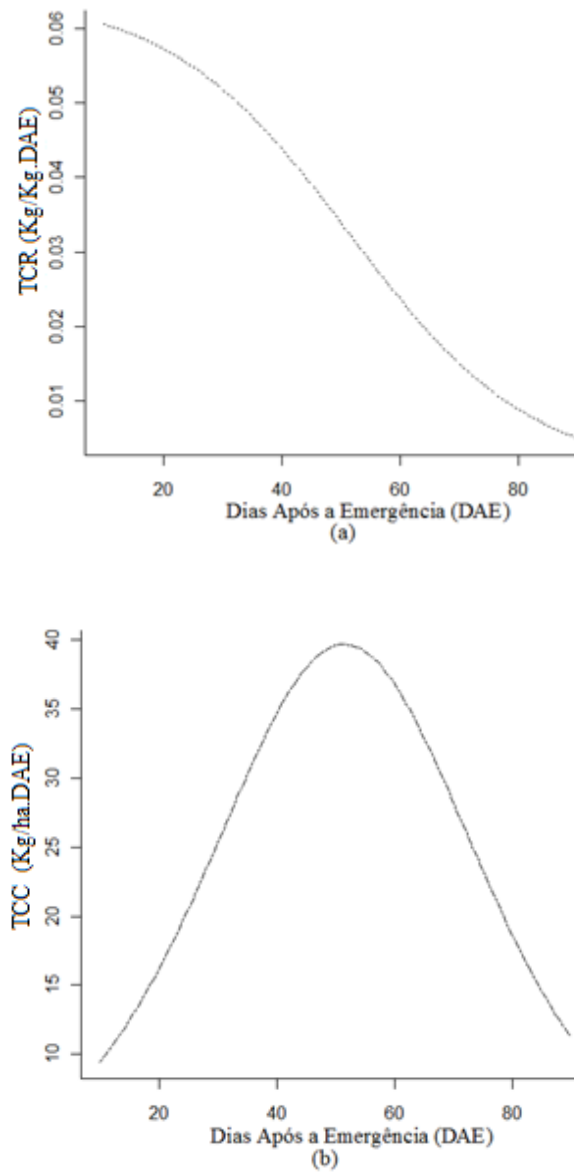


Figura 18 Taxa de crescimento relativa instantânea (a) e taxa de crescimento da cultura (b) para a densidade 355 mil plantas.ha⁻¹ na variável haste + folha + vagem + grão

Nota-se que nessa densidade de semeadura, de acordo com a TCR o peso assintótico é atingido depois dos 73 DAE, no caso dessa variável, a TCR também decresce da primeira para a última época de avaliação. De acordo com a TCC, a maior variação dá-se entre 43 e 53 DAE, com máxima variação aos 51 DAE. Após esse valor há um decréscimo dessa taxa.

Isso ocorre porque, sendo a TCC o somatório das taxas de crescimento dos diversos componentes da planta, ou seja, da variação da matéria seca com o tempo, essa taxa representa a capacidade de produção de fitomassa da cultura, ou seja, sua produtividade primária (BENINCASA, 2003).

Ao proceder ao desdobramento da interação densidade x cultivar, para estudar o comportamento de densidade em cada cultivar, verificou-se que na variável haste + folha + vagem + grão o peso de matéria seca em função da densidade de semeadura ocorre de maneira linear, de modo que o modelo logístico não se ajusta aos dados.

Nesse caso ocorre que, quanto maior é a densidade de semeadura, maior é a produção de matéria seca dessa variável. A junção gráfica nesse caso foi realizada com as outras duas variáveis (haste + folha e haste + folha + vagem).

O ajuste do modelo logístico é retratado na Figura 19, para a cultivar Ouro Vermelho e na Figura 20, para a cultivar Bolinha, conjuntamente para as variáveis, haste + folha; e haste + folha + vagem.

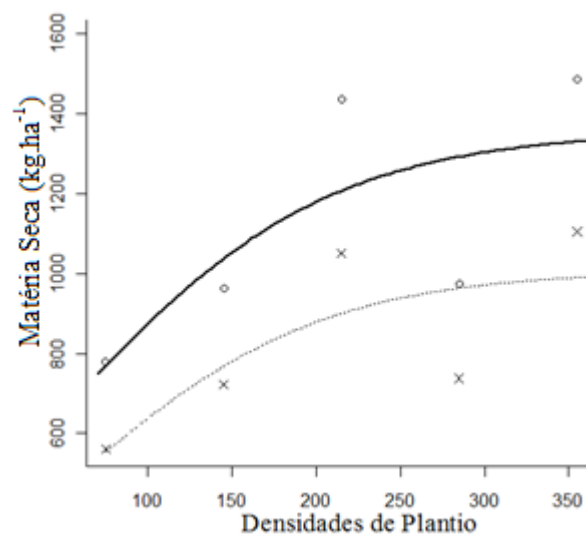


Figura 19 Representação gráfica do peso médio de matéria seca (kg.ha^{-1}) das variáveis: haste e folha (\times); e haste, folha e vagem (\circ) e ajuste da curva logística da interação densidade \times cultivar das variáveis: haste e folha (-----); e haste, folha e vagem (—————), na cultivar Ouro Vermelho, em função das densidades de semeadura

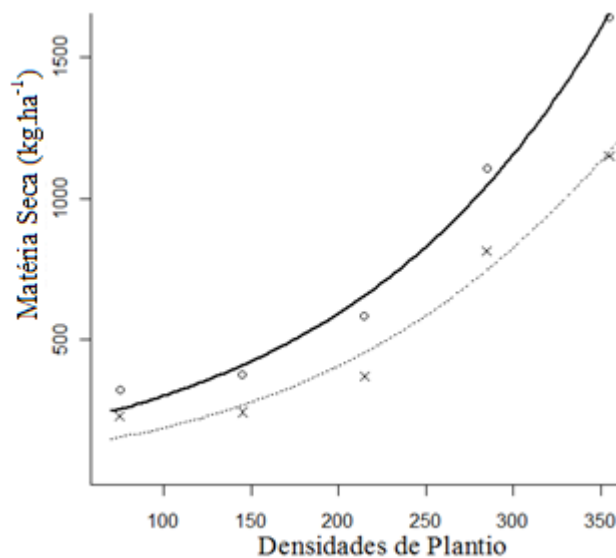


Figura 20 Representação gráfica do peso médio de matéria seca ($\text{kg}\cdot\text{ha}^{-1}$) das variáveis: haste e folha (\times); e haste, folha e vagem (\circ) e ajuste da curva logística da interação densidade \times cultivar das variáveis: haste e folha (-----); e haste, folha e vagem (—————), na cultivar Bolinha, em função das densidades de semeadura

A qualidade do ajuste da curva logística é razoavelmente boa para a cultivar Bolinha (Figura 20), com coeficiente de determinação ajustado em torno de 75,00 %, com teste da sequência significativo ao nível de 5,00%, e é muito ruim para a cultivar Ouro Vermelho (Figura 19), com coeficiente de determinação ajustado em torno de 30,00 %, e ainda, teste da sequência não significativo a 5,00%.

Isto que indica que o modelo Logístico não é adequado para descrever essa interação, o que fica claro pelo comportamento dos dados, que aumentam até os 63 DAE, depois apresentam um decréscimo abrupto aos 73 DAE, e voltam a aumentar na última época de avaliação. Nota-se na Figura 20 com

relação a ambas as variáveis, quando aplicadas em maiores densidades de semeadura, maior é a produção de matéria seca.

Pelo teste de Shapiro Wilk, os erros do modelo Logístico ajustado a essa interação, são normalmente distribuídos.

As estimativas do modelo logístico ajustado aos dados de matéria seca para o desdobramento de densidade x cultivar das variáveis haste + folha e haste + folha + vagem, são apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9 Estimativas dos parâmetros (a, b, k) do modelo logístico ajustado ao peso de matéria seca das variáveis: haste e folha; e haste, folha e vagem quanto ao desdobramento de densidade x cultivar.

| Variáveis | Cultivar | | | | | |
|--------------|----------|------|--------|----------|--------|--------|
| | Vermelho | | | Bolinha | | |
| | a | B | k | a | b | k |
| H+F | 1007,74 | 2,28 | 0,0137 | 4095,48 | 47,48 | 0,0083 |
| H+F+V | 1356,45 | 2,03 | 0,0130 | 28130,68 | 183,54 | 0,0069 |

Nota-se que a cultivar Bolinha apresentou maior peso assintótico para ambas as variáveis, entretanto esses valores devem ser desconsiderados, já que são obtidos em densidades superiores as que foram avaliadas neste trabalho. Observa-se que a taxa de crescimento (parâmetro k) na cultivar Bolinha, é menor que a do cultivar Ouro Vermelho, o que implica que o mesmo tem um crescimento lento.

Ao realizar um apanhado geral do que foi discutido até o presente momento vê-se que a cultivar Ouro Vermelho apresentou maior acúmulo de matéria seca que a cultivar Bolinha. O acúmulo final de matéria seca nas

componentes do feijoeiro para a cultivar Ouro Vermelho deu-se de modo semelhante ao apresentado por Busilani (1994), com o cultivar Goiano Precoce. E esse acúmulo de matéria seca apresentou-se de modo diferente das cultivares Carioca, Bico de Ouro, Rico 23 e Rosinha, que apresentaram superioridade na produção.

Quanto a densidade de semeadura, a que se destacou foi a de 285 mil plantas por hectare, sendo um resultado semelhante ao apresentado por Alves et al. (2009), que afirmam que para essa cultivar, densidades em torno de 240 mil plantas por hectare podem ser utilizadas sem prejuízo na produtividade.

A análise de crescimento vegetal pode ser realizada de diferentes maneiras por meio de regressão linear ou não-linear. Das diversas diferenças existentes entre essas duas classes de modelos, a principal está relacionada com suas formulações. No caso linear, a partir de um conjunto de dados, busca-se o modelo que melhor descreve a relação entre as variáveis inerentes ao fenômeno de interesse (MAZUCHELI e ACHCAR, 2002).

O conjunto de modelos lineares é bem flexível, dado que muitos modelos podem ser formulados (Draper e Smith, 1998). Já no caso da classe dos modelos não-lineares, as formulações dos mesmos são baseadas em considerações teóricas intrínsecas ao fenômeno de interesse que se pretende modelar (MAZUCHELI e ACHCAR, 2002).

Embora as funções lineares simples, múltiplas e polinomiais sejam as mais conhecidas para estudar a dinâmica do crescimento, a maioria dos fenômenos reais, é melhor representada por expressões não-lineares.

Além disso, o significado biológico dos parâmetros de um modelo linear é de difícil interpretação, principalmente quando se trata de polinômios de graus elevados (Calbo et al. 1989a). Já os modelos não-lineares apresentam parâmetros com interpretabilidade biológica, o que, por ventura, auxilia o pesquisador na tomada de decisões.

Ao analisar o desenvolvimento de um vegetal, o uso de modelos lineares ou não-lineares, com o intuito de expressar o crescimento e ainda, seus parâmetros derivados (taxa de crescimento da cultura, taxa de crescimento relativa e outros) pode fornecer subsídios para uma melhor compreensão dos diferentes processos fisiológicos envolvidos na morfogenese da planta (CALBO et al., 1989b).

As taxas relacionadas ao desenvolvimento morfofisiológico da planta estão relacionados com o modelo empregado para descrever os dados relativos ao crescimento. Segundo Calbo et al., (1989b) os modelos polinomiais de terceiro grau podem apresentar estimativas de taxa de crescimento relativa absurdas.

O uso de modelos lineares para descrever o crescimento do feijoeiro ainda é amplo, como pode ser visto em Santos e Fageria (2008), que ajustam as curvas de crescimento da matéria seca total da parte aérea por meio de modelos lineares. Zobot et al. (2004), também fizeram uso de modelo linear para estudar o crescimento do feijoeiro, através das taxas relacionadas a esse crescimento, com o objetivo de observar variações decorrentes das características fisiológicas no feijoeiro comum.

O mesmo foi realizado por Nóbrega et al. (2001), que fizeram o estudo de crescimento por meio de um modelo polinomial de grau três, e ainda acrescentaram em seu estudo que as curvas do acúmulo de matéria seca apresentavam um comportamento sigmoidal.

Contudo, o uso de modelos não-lineares apresenta grande expansão de uso, principalmente por oferecer uma vasta classe de vantagens para a análise de crescimento, já apresentada. O ajuste não-linear é utilizado por Stone e Pereira (1994), que fazem uso da função exponencial quadrática para modelar o desenvolvimento de matéria seca do cultivar de feijão EMGOPA 201-Ouro.

Sant'Ana e Silveira (2008) fizeram uso da equação exponencial quadrática para descrever o acúmulo de matéria seca no desenvolvimento do feijoeiro, afirmando que esse acúmulo apresenta um comportamento sigmóide. Queiroba et al. (2003), ao analisar o crescimento do feijão-vagem, utilizam modelos lineares e não-lineares, e revelaram que os ajustes dos modelos não-lineares mostraram-se superiores.

5 CONCLUSÕES

O modelo Logístico descreve bem o comportamento do peso de matéria seca das variáveis: haste, haste + folha + vagem e haste + folha + vagem + grão, distinguindo a cultivar Ouro Vermelho com maior peso assintótico que a cultivar Bolinha, e as densidades de semeadura com maior peso assintótico que as demais foram a de 215 e 355 mil plantas.ha⁻¹.

Na cultivar Ouro Vermelho o peso assintótico máximo foi atingido aos 73 DAE, e na cultivar Bolinha aos 63 DAE, confirmando um ciclo mais tardio da primeira.

Segundo a interpretabilidade do modelo logístico, a contribuição da componente vagem do feijoeiro foi maior para a cultivar Ouro Vermelho, com peso assintótico de 1245 kg.ha⁻¹, assim como a contribuição da componente grão, com peso assintótico de 815 kg.ha⁻¹.

Para a variável haste + folha o modelo Logístico apresenta qualidade de ajuste mediano, sendo o ajuste desse modelo razoavelmente adequado para descrever o comportamento dessa variável, visto que no decorrer do tempo há decréscimo na matéria seca da folha.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A. Acúmulo de matéria seca e macronutrientes em diferentes órgãos de cultivares de feijoeiro em função de população de plantas e ambientes de cultivo. 2006. 278f. **Tese** (Doutorado em Agronomia/Fitotecnia) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.

ALVAREZ, I.A.; CASTRO, P.R.C. Crescimento da parte aérea de cana crua e queimada. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v. 56, n.4, p. 1069-1079, out./dez. 1999.

ALVES, A.F.; ANDRADE, M.J.B.; RODRIGUES, J.R.M., VIEIRA, N.M.B. Densidades populacionais para cultivares alternativos de feijoeiro do norte de Minas Gerais. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.33, n.6, p.1495-1502, nov./dez. 2009.

ANDRADE, M.J.B.; OLIVEIRA, J.A.; ANDRADE, C.A.B.; ANDRADE, W.E.B.; FRAGA, A.C.; KIKUTI, H. Épocas de colheita em cinco cultivares de feijoeiro. II. Efeitos sobre a qualidade da semente. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.25, n.3, p. 683-689, maio/jun. 2001.

ANDRADE, C.A.B.; SCAPIM, C.A.; BRACCINI, A.L. e; MARORELLI, D.T. Produtividade, crescimento e partição de matéria seca em duas cultivares de feijão. **Acta Scientiarum Agronomy**, Maringá, v.31, n.4, p. 683-688, 2009.

BANZATTO, D. A.; KRONKA, S. N. **Experimentação Agrícola**. Jaboticabal: FUNEP, 1995, 247 p.

BARREIRO, A.P.; ZUCARELI, V.; ONO, E.O.; RODRIGUES, J.D. Análise de crescimento de plantas de manjeriço tratadas com reguladores vegetais. **Bragantia**, Campinas, v.65, n.4, p. 563-567, 2006.

BENASSI, A.C.; RUGGIERO, C.; MARTINS, A.B.G.; SILVA, J.A.A. Caracterização biométrica de frutos de coqueiro *Cocos nucifera* L. variedade Anã-Verde, em diferentes estádios de desenvolvimento. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v.29, n.2, p. 302-307, mar./abr. 2007.

BENINCASA, M.M.P. Análise de crescimento de plantas (noções básicas) 2. ed., Jaboticabal, **Funep**, 2003, 41p.

BERGAMASCHI, H.; VIEIRA, H. J.; OMETTO, J.C.; ANGELOCCI, L.R.; LIBARDI, P.L. Deficiência hídrica em feijoeiro I: análise de crescimento e fenologia. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.23, n.7, p. 733-743, jul. 1988.

BERGAMASCO, A.F.; AQUINO, L.H.; MUNIZ, J.A. Ajuste de modelos não lineares a dados de crescimento de fêmeas da raça holandesa. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.25, n.2, p. 235-241, mar./abr. 2001.

BOTELHO, F.J.E.; GUIMARÃES, R.M.; OLIVEIRA, J.A.; EVANGELISTA, J.R.E.; ELOI, T.A.; BALIZA, D.P., Desempenho fisiológico de sementes de feijão colhidas em diferentes períodos do desenvolvimento, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.34, n.4, p.900-907, jul./ago. 2010.

BUENO, A.A.P.; BOND-BUCKUP, G.; BUCKUP, L. Crescimento de *Aegla platensis* Schmitt em ambiente natural (Crustacea, Decapoda, Aeglidae). **Revista Brasileira de Zoologia**, Curitiba, v.17, n.1 p 51-60, mar. 2000.

BULISANI, E. A. **Crescimento e absorção de nutrientes em cinco cultivares de feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.)**. 1994. 150 f. Tese (Doutorado em Fitotecnia) – Escola Superior de Agricultura Luis de Queiroz, Piracicaba, São Paulo, 1994.

BUTTERFIELD, D.; CASTENGNA, A.; POCERNICH, C.B.; DRAKE, J.; SCAPAGNINI, G.; CALABRESE, V. Nutritional approaches to combat oxidative stress in Alzheimer's disease. **The Journal of Nutritional Biochemistry**, v. 13, n.8, p. 444-461, ago. 2002.

CALBO, A. G.; SILVA, W. L. C.; TORRES, A. C. Ajuste de funções não lineares de crescimento. **Revista Brasileira de Fisiologia Vegetal**, Campinas, v.1, n.1, p. 1-7, 1989a.

CALBO, A. G.; SILVA, W. L. C.; TORRES, A. C. Comparação de modelos e estratégias para análise de crescimento. **Revista Brasileira de Fisiologia Vegetal**, Campinas, v.1, n.1 p. 9-18, 1989b.

CARLESSO, V.O.; BERBERT, P.A.; SILVA, R.F.; DETMANN, E. Avaliação de modelos de secagem em camada fina de sementes de maracujá-amarelo. **Revista Brasileira de Sementes**, Brasília, v.29, n. 2, p. 28-37, mar./abr. 2007.

CARVALHO, M.A.C.; ARF, O.; SÁ, M.E.; BUZETTI, S.; SANTOS, N.C.B.; BASSAN, D.A.Z. Produtividade e qualidade de sementes de feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) sob influencia de parcelamentos e fontes de nitrogênio. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 25, n. 3, p. 617-624, 2001.

CASTRO NETO, M.T.; REINHARDT, D.H. Relações entre parâmetros de crescimento do fruto da manga cv. Haden. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 25, n. 1, p. 36-38, abr. 2003.

CONAB – Companhia Nacional de Abastecimento. Acompanhamento da safra brasileira de grãos 2010/2011. 2011. Disponível em:
<<http://www.conab.gov.br/conteudos.php?a=1253&t>> Acesso em: 19 mar. 2012, 14:33:23.

DANTAS, A.A.A.; CARVALHO, L.G.; FERREIRA, E. Classificação e tendências climáticas em Lavras, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 6, p. 1862-1866, nov./dez. 2007.

DRAPER, N.R.; SMITH, H. Applied regression analysis. New York: **John Wiley and Sons**, 1998, 593p.

DUTRA, M.R.; ANDRADE, M.J.B.; JUNQUEIRA, A.D.A.; SILVA, M.V. Comportamento de cultivares e linhagens de feijoeiro do grupo roxo-vermelho em duas épocas de plantio na Região Sul de Minas Gerais, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 25, n. 5, p. 1225-1228, set./out. 2001.

ESTEVES, E. Apresentação do R com um exemplo de análise de regressão não-linear. Instituto Superior de Engenharia da Universidade do Algarve, Faro, 10 p., 2009. Disponível em: <[HTTP://w3.ualg.pt/~eesteves](http://w3.ualg.pt/~eesteves)>. Acesso em: 30 jan. 2012, 16:21:12.

FAYAD, J.A.; FONTES, P.C.R.; CARDOSO, A.A.; FINGER, F.L.; FERREIRA, F.A. Crescimento e produção do tomateiro cultivado sob condições de campo e de ambiente protegido. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v.19, n. 3, p. 232-237, nov. 2001.

FLORENTINO, H.O.; BISCARO, A.F.V.; PASSOS, J.R.S. Funções sigmoidais aplicadas na determinação da atividade metanogênica específica AME. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 1, p. 141-150, 2010.

FREITAS, A.R. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 3, p. 786-795, maio/jun. 2005.

FREITAS, M.A. Teste de não-aditividade para experimentos a dois fatores não replicados: aplicação de um modelo multiplicativo geral. 1986, 88f. **Dissertação** (Mestrado em Estatística) – Universidade de Campinas, Campinas, 1986.

GALLANT, A.R. Nonlinear statistical model. New York: **J. Wiley**, 1987, 610 p.

GAVA, G.J.C.; TRIVELIN, P.C.O.; OLIVEIRA, M.W.; PENATTI, C.P.; Crescimento e acúmulo de nitrogênio em cana-de-açúcar cultivada em solo coberto com palhada. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 36, n.11, p. 1347-1354, nov. 2001.

GUEDES, M.H.P., MUNIZ, J.A.; SILVA, F.F.; AQUINO, L.H. Análise bayesiana da curva de crescimento de cordeiros da raça Santa Inês. **Arquivos Brasileiros de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 57, n.3, p. 415-417, maio/jun. 2005.

HUNT, R. Plant growth analysis. **Studies in Biology n° 96**, Londres: Edward Arnold (Publishers) Ltd. 1978, 67p.

IOSSI, E.; SADER, R.; VITTIMORO, F.; BARBOSA, J.C. Maturação fisiológica de sementes de *Phoenix roebelenii* O'Brien. **Revista Brasileira de Sementes**, Brasília, v. 29, n. 1, p. 147-154, jan./jun. 2007.

JARQUE, C.; BERA, A. Efficient tests for normality, heteroskedasticity, and serial independence of regression residuals. **Economic Letters**, Austrália, v. 6, n. 3, p. 255-259, 1980.

JESUS, N.; MARTINS, A.B.G.; BARBOSA, J.C. Desenvolvimento de frutos de Logan (*Dimocarpus logan* Lour) na região de Jaboticabal, SP. **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v.30, n.1, p.159-164, mar. 2008.

KRANZ, W.M. População de plantas. In: Fundação Instituto Agrônômico do Paraná. **O feijão no Paraná**, 1989 (Circular, 63).

KVET, J.J.; ONDOK, J.P.; NEVAS, J.; JARVIS, P.G. Methods of growth analysis. In: Sestak, Z.; Catsky, J.; Jarvis, P.G. (Ed.) **Plant photosynthetic production: manual of methods**. The Hague: W. Junk, p. 343-391, 1971.

LEMOS, L.B.; OLIVEIRA, R.S.; PALOMINO, E.C.; SILVA, T.R.B. Características agronômicas de genótipos de feijão do grupo comercial Carioca. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 39, n. 4, p. 319-326, abr. 2004.

LILLIEFORS, H.W. On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. **Journal of the American Statistical Association**, Washington, v. 62, n. 318, p. 399-402, jun. 1967.

LOPES, F.B.; SILVA, M.C.; MARQUES, E.G.; FERREIRA, J.L. Ajustes de curvas de crescimento em bovinos Nelore da região norte do Brasil. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Salvador, v. 12, n. 3, p. 607-617, jul./set. 2011.

MAGALHÃES, A.C.N., Análise quantitativa do crescimento. In: FERRI, M.G. **Fisiologia Vegetal**. EDUSP, p.331-350, 1986.

MARTINS, L.P.; SILVA, S.M.; ALVES, R.E.; FILGUEIRAS, H.A.C. Desenvolvimento de frutos de cirigueleira (*Spondias purpúrea* L.) **Revista Brasileira de Fruticultura**, Jaboticabal, v. 25, n. 1, p. 11-14, abr. 2003.

MARTINS FILHO, S.; SILVA, F.F.; CARNEIRO, A.P.S.; MUNIZ, J.A. Abordagem bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n.6, p. 1516-1521, set. 2008.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J.A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MAZZINI, A.R. de A. et al. Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade de resíduos autorregressivos, **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 422-427, mar./abr. 2005.

MENDES, P.N.; MUNIZ, J.A.; SILVA, F.F.; MAZZINI, A.R.A. Modelo logístico difásico no estudo do crescimento de fêmeas da raça Hereford. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 10, n. 2, p. 1984-1990, abr./jun. 2008.

NÓBREGA, J. Q.; RAO, T. V. R.; BELTRÃO, N. E. M.; FIDELES FILHO, J. Análise de crescimento do feijoeiro submetido a quatro níveis de umidade do solo. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 5, n. 3, p. 437-443, jul. 2001.

PAULA JÚNIOR, T. J. ; CARNEIRO, J.E.S.; VIEIRA, R.F.; ABREU, A.F.B.; RAMALHO, M.A.P.; PELOSO, M.J.D.; TEIXEIRA, H. Cultivares de feijão-comum para Minas Gerais. **EPAMIG**, Belo Horizonte, 2010, 21 p.

PEREIRA, A.R.; MACHADO, E.C. Análise quantitativa do crescimento de comunidades vegetais. **Campinas: IAC**, 1987 (Boletim técnico, 114).

PEREIRA, M.C.T.; SALOMÃO, L.C.C.; SILVA, S.O.; SEDIYAMA, C.S.; COUTO, F.A.A., SILVA NETO, S.P. Crescimento e produção de primeiro ciclo da bananeira 'Prata Anã' (AAB) em sete espaçamentos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 7, p. 1377-1387, jul. 2000.

PORTES, T.A.; CASTRO JUNIOR, L.G. Análise de crescimento de plantas: um programa computacional auxiliar. **Revista Brasileira de Fisiologia Vegetal**, Londrina, v. 3, n. 1, p. 53-56, jun. 1991.

POVH, J.A.; ONO, E.O. Crescimento de plantas de *Salvia officinalis* sob ação de reguladores de crescimento vegetal. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 8, p. 2186-2190, nov. 2008.

QUEIROBA, J. L.; ROMANO, E. D. U.; SOUZA, J.R. P.; MIGLIORANZA, E. Estimativa da área foliar do feijão-vagem (*Phaseolus vulgaris* L.) por meio da largura máxima do folíolo central. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 21, n. 1, p. 64-68, mar. 2003.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**, Disponível em <<http://www.R-project.org>>. Acesso em: 19 mar. 2011.

REGAZZI, A.J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. **Revista Ceres**, Viçosa, v. 50, n. 287, p. 9-26, out. 2003.

RIBEIRO, N.D.; CARGNELUTTI FILHO, A.; HOFFMANN JÚNIOR, L.; POSSEBON, S.B. Precisão experimental na avaliação de cultivares de feijão de diferentes hábitos de crescimento. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 34, n. 5, p. 1371-1377, set./out. 2004.

RICHARDS, F.J. A flexible growth function for empirical use. **Journal Experimental Botany**, Oxford, v. 10, n. 2, p. 290-301, jun. 1959.

RIOS, A.O.; ABREU, C.M.P.; CORRÊA, A.D. Efeitos da época de colheita e do tempo de armazenamento no escurecimento do tegumento do feijão (*Phaseolus vulgaris*, L.) **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 26, n. 3, p. 550-558, maio/jun. 2002.

ROSOLEM, C. A. Nutrição e adubação do feijoeiro. **Associação Brasileira para Pesquisa da Potassa e do Fósforo**, Piracicaba, 91 p., 1987 (Boletim Técnico, 8).

SANT'ANA, E.V.P.; SILVEIRA, P.M. Crescimento do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) influenciado por doses de nitrogênio em cobertura. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 38, n. 2, p. 134-140, jun. 2008.

SANTOS, A. B.; FAGERIA, N. K. Características fisiológicas do feijoeiro em várzeas tropicais afetadas por doses e manejo de nitrogênio. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 32, n. 1, p. 23-31, jan./fev. 2008.

SEARLE, S. R. Linear Models. New York: **J. Wiley**, 1971, 532 p.

STATISTICAL ANALYSES SYSTEM INSTITUTE. **The SAS system for windows**, SAS Institute, 9.2, 2010.

STONE, L. F.; PEREIRA, A. L. Sucessão arroz-feijão irrigados por aspersão: efeitos de espaçamentos entre linhas, adubação e cultivar no crescimento, desenvolvimento radicular e consumo d'água do feijoeiro. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 29, n. 6, p. 939-954, jun. 1994.

TAIZ, I.; ZEIGER, E. Crescimento e desenvolvimento. In: Taiz, I.; Zeiger, E. **Fisiologia Vegetal**, 3 ed., Porto Alegre : Artmed, 2004, 719p.

TEIXEIRA, I.R.; ANDRADE, M.J.B.; CARVALHO, J.G.; MORAIS, A.R.; CORRÊA, J.B.D. Resposta do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L. cv. Pérola) a diferentes densidades de semeadura e doses de nitrogênio. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 24, n. 2, p. 399-408, abr./jun. 2000.

TILLMAN, J.A. The power of the Durbin-Watson test. **Econometrica**, v. 43, n. 5/6, p. 959-974, set./nov. 1975.

URCHEI, M. A.; RODRIGUES, J. D.; STONE, L. F. Análise de crescimento de duas cultivares de feijoeiro sob irrigação, em plantio direto e preparo convencional. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 3, p. 497-506, mar. 2000.

VIEIRA, N.M.B. Acúmulo de nutrientes e desempenho agronômico de cultivares de feijoeiro-comum, em diferentes populações e sistemas de cultivo. 2009. 117f. **Tese** (Doutorado em Agronomia/Fitotecnia)-Universidade Federal de Lavras, 2009.

VIEIRA, S.; MISCHAN, M.M. A logística e a Gompertz: duas funções alternativas no estudo de dados de crescimento. **Ciência e Cultura**, São Paulo, v. 28, n.8, p. 950-952, ago. 1976.

ZABOT, L.; DUTRA, L. M. C.; LUCCA FILHO, O. A.; UHRY, D.; STEFANELO, C.; LOSEKAN, M. E.; FARIAS, J. R.; LUDWIG, M. P. Análise de crescimento da cultivar de feijão BR IPAGRO 44 guapo brilhante cultivada na safrinha em quatro densidades de semeadura em Santa Maria – RS. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, Lages, v. 3, n.2, p. 105-115, jul./dez. 2004.

WINSON, C.P. The Gompertz curves as a growth curve. **National Academy of Sciences**, v. 18, n. 1, p.1-8, jan. 1932.