TÂNIA JUSSARA SILVA SANTANA

NOVOS MODELOS DE CURVAS DE CRESCIMENTO PARA BOVINOS DE CORTE

LAVRAS – MG

2013

TÂNIA JUSSARA SILVA SANTANA

NOVOS MODELOS DE CURVAS DE CRESCIMENTO PARA BOVINOS DE CORTE

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

Orientador

Dr. João Domingos Scalon

Coorientadora

Dra. Thereza Cristina Calmon de Bitencourt

LAVRAS - MG

2013

Ficha Catalográfica Elaborada pela Coordenadoria de Produtos e Serviços da Biblioteca Universitária da UFLA

Santana, Tânia Jussara Silva.
Novos modelos de curvas de crescimento para bovinos de corte / Tânia Jussara Silva Santana. – Lavras : UFLA, 2013.
70 p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2013.
Orientador: João Domingos Scalon.
Bibliografia.

1. Regressão não linear. 2. Produção animal. 3. Raça Nelore. 4. Modelos segmentados. 5. Modelos platô de resposta. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 519.536

TÂNIA JUSSARA SILVA SANTANA

NOVOS MODELOS DE CURVAS DE CRESCIMENTO PARA BOVINOS DE CORTE

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 14 de junho de 2013.

Dr. Rogério M. C. Pinto	UFU
Dr. José Airton Rodrigues Nunes	UFLA
Dr. Daniel Furtado Ferreira	UFLA
Dr. Joel Augusto Muniz	UFLA

Dr. João Domingos Scalon
Orientador

LAVRAS - MG

2013

A minha mãe (*in memoriam*), um ser humano forte e de extrema beleza, cujo projeto de vida se resumiu em acreditar e trabalhar para que os seus filhos fossem essencialmente seres humanos e felizes;

Ao meu pai (*in memoriam*), à amiga Ellis Dantas, aos meus irmãos e sobrinhos que sempre acreditaram e foram de fundamental importância nessa minha jornada.

Dedico

AGRADECIMENTOS

À Jesus que tem iluminado o meu caminho e fortalecido o meu ser, em todos os momentos da minha vida;

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), seus funcionários e professores pelo acolhimento, competência, seriedade e responsabilidade;

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) pelo apoio e incentivo;

Ao Programa Nacional de Cooperação Acadêmica (PROCAD/CAPES) por ter contribuído financeiramente possibilitando a realização deste trabalho;

Ao professor Dr. João Domingos Scalon, um ser humano fantástico e detentor de um saber inquestionável, pela orientação deste trabalho, pelo companheirismo e pela sua amizade;

Às professoras Dras; Taciana Villela Savian, Thereza Cristina Bittencourt e Tânia Maria Araújo pela coorientação e prestimosidade;

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas (DEX/UFLA), em especial a Paulo Bola, Thelma Saffadi, Joel Augusto Muniz, Augusto Ramalho, Renato Lima, Daniel Ferreira, Lucas Monteiro, Júlio Bueno Filho e Mário Vivanco, pelos ensinamentos, respeito, dedicação e amizade;

Aos colegas e amigos professores da coordenação de Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia, em especial à professora Maria Helena Marinho e o professor Lurimar Batista por terem acreditado, pelo incentivo e amizade;

Aos colegas e amigos: Azly, Cleide, Norma, Edmeire, Jaime, Jailson, Luís Vasquez, Nelson, Marcinho, Regilson, Walter, Otaviano (*in memoriam*), Gláucia, Iábita e Edcarlos pelas horas de estudo e amizade;

As amigas; Ângela Mirante e Isabel Leite, por terem estado comigo em todos os momentos de angústia, tristezas e alegrias durante o tempo em que vivemos na bela Lavras,

Ao amigo Julian Quezada, pelas importantes colaborações em momentos difíceis da construção deste trabalho;

À Associação Nacional de Criadores Pesquisadores (ANCP) e a Associação Brasileira dos Criadores de Zebu (ABCZ) pela concessão dos dados analisados neste estudo;

À Lindinalva, Rosemeire, Paulo, Francisco, Djalma, Ellis, Martha e Ivana, pela compreensão, incentivo, confiança e carinho. Não seria possível trilhar esse caminho sem o apoio de vocês;

A todos que de alguma forma contribuíram para que fosse possível a realização deste sonho.

Obrigada.

Tânia Jussara Silva Santana

RESUMO GERAL

O uso de modelos matemáticos para o estudo da curva de crescimento de bovinos é uma prática que pode auxiliar na escolha do melhor método de exploração e, consequentemente, contribuir para aumentar o lucro do produtor. Os modelos matemáticos mais utilizados são as funções não lineares que possibilitam sintetizar a curva de crescimento em um pequeno conjunto de parâmetros que realçam características relevantes do crescimento dos animais. Dentre os modelos não lineares mais utilizados para esse fim, estão os modelos de Richards, Gompertz, Von Bertalanffy, logístico e segmentado, do tipo spline e do tipo platô de resposta. Novos modelos estão sendo propostos em razão, principalmente, da demanda de produtores que desejam uma melhor caracterização das curvas de crescimento em razão da forte competitividade do mercado do bovino de corte. Assim, o objetivo com as pesquisas realizadas para esta tese é propor um novo modelo não linear e um modelo Von Bertalanffy com resposta em platô. Os novos modelos são ajustados em dados de crescimento de bovinos de corte da raça nelore e comparados com os modelos não lineares e modelos de platô de resposta clássicos, citados na literatura. Os resultados mostram que os novos modelos são adequados para relacionar peso e idade de bovinos de corte da raça nelore por meio de parâmetros que são interpretáveis biologicamente.

Palavras-chave: Regressão não linear. Modelos segmentados. Produção animal. Raça Nelore.

GENERAL ABSTRACT

The use of mathematical models to study the growth curves of cattle is a practice which may assist in choosing the best method of exploitation and, therefore, contribute to increase the producer's profit. The most widely used mathematical models are the nonlinear functions which enable us to synthesize the growth curve in a small set of parameters that enhance relevant features of animal growth. Among the nonlinear models most commonly used for this purpose, we find those from are Richards, Gompertz, von Bertalanffy, logistic and segmented, of the spline type and of response plateau. New models are being proposed mainly due to the demand from producers who desire a better characterization of the growth curves because of the strong competitiveness of beef cattle market. Thus, the objective of this dissertation is to propose a new nonlinear model and a Von Bertalanffy model with response plateau. The new models are adjusted to growth data of beef cattle of the Nelore breed and compared to the classic nonlinear and response plateau models, cited in literature. The results show that the new models are suitable to relate weight and age of beef cattle of the Nelore breed by means of parameters which are biologically interpretable.

Keywords: Nonlinear regression. Segmented models. Animal production. Nelore breed.

LISTA DE FIGURAS

PRIMEIRA PARTE

SEGUNDA PARTE-ARTIGOS
ARTIGO 1

ARTIGO 2

LISTA DE TABELAS

SEGUNDA PARTE – ARTIGOS

ARTIGO 1

ARTIGO 2

SUMÁRIO

PRIMEIRA PARTE

1 INTRODUÇÃO

O estudo do crescimento de animais é extremamente importante para a determinação de técnicas adequadas de manejo, bem como para o melhoramento genético, uma vez que possibilita a identificação de indivíduos que crescem com maior eficiência, garantindo, na maioria das vezes, o sucesso da atividade. A tendência geral do crescimento para a maioria das espécies de animais de interesse econômico é uma curva sigmoide, isto é, uma curva na forma de S estendido, denominada curva de crescimento e esta representa o desenvolvimento do animal em todas as fases de sua vida.

Alguns modelos têm-se mostrado adequados para descrever essas curvas, especialmente, os modelos de regressão não linear, pois estes apresentam parâmetros que podem ser interpretados biologicamente. Estes parâmetros descrevem, principalmente, o peso (ou altura) à maturidade que representam peso (ou altura) na idade adulta e a velocidade de crescimento (ou taxa de maturidade) uma medida que indica a precocidade do animal.

Diferentes modelos não lineares são apresentados na literatura para descrever curvas de crescimento animal e cada um apresenta suas vantagens e desvantagens sob os pontos de vistas estatísticos e biológicos, a exemplo dos valores relativos às suas taxas de convergência, modelos mais parcimoniosos, permitindo sintetizar grande número de informações podendo apresentar melhor interpretação dos parâmetros sob o ponto de vista biológico, entre outros. Desses modelos, os mais utilizados, são: Richards, Brody, Logístico, Gompertz e Von Bertalanffy.

Em muitos desses estudos de crescimento de animais, há alguma situação que é necessário usar uma função dada por leis diferentes no sentido de tentar captar alterações significativas ao longo do processo. Tais modelos são denominados modelos segmentados. Entre os modelos segmentados tem-se o modelo platô de resposta caracterizado por dois segmentos: o primeiro determinado por uma curva crescente até um determinado ponto P e a partir desse ponto o modelo assume esse valor P, constante, denominado platô, referindo à estabilização da resposta. O modelo platô de resposta é uma técnica de análise estatística que pode descrever níveis ótimos, máximos e mínimos de estudos de crescimento e decrescimento, respectivamente.

Apesar de a literatura apresentar vários exemplos de sucesso de uso de modelos não lineares e de modelos segmentados para descrever curvas crescimento de animais, o mercado do bovino de corte, cada vez mais competitivo, está sempre exigindo novos modelos que possibilitem uma melhor caracterização do crescimento desses animais.

Tendo em vista o que foi apresentado anteriormente, objetivou-se com as pesquisas realizadas, propor e ajustar, dois novos modelos (não linear e não linear com resposta em platô) que possam descrever curvas de crescimento de bovinos da raça nelore cujos parâmetros possam apresentar interpretações biológicas e compará-los estatisticamente com os modelos clássicos não lineares e platôs de resposta, respectivamente.

O texto está organizado em duas partes. Na primeira parte apresenta-se uma revisão geral sobre o gado Nelore e uma revisão bibliográfica de estudos de curvas de crescimento de bovinos e modelos de regressão não linear. Entende-se que esta revisão é de fundamental importância para a sustentação dos artigos apresentados na segunda parte desta tese.

A segunda parte é composta por dois artigos que tratam da descrição de curvas de crescimento de bovinos da raça nelore por meio de modelos não lineares e modelos platô de resposta. No primeiro artigo propõe-se um novo modelo não linear para descrever curvas de crescimento de bovinos de corte da raça nelore. No segundo artigo ajustam-se modelos com resposta em platô e propõem-se um novo modelo platô de resposta do tipo Von Bertalanffy em dados de crescimento de bovinos da raça nelore do estado de Minas Gerais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O gado Nelore

O berço da raça é o lugar comumente conhecido por Ongole, ou Nelore como é conhecido no Brasil. Do distrito de Ongole da antiga Província de Madras, hoje chamado Chennai, situado na costa oriental da Índia, foram embarcados os primeiros animais para o Brasil. O primeiro registro de entrada do Nelore no Brasil aconteceu em 1868, em Salvador, Bahia. Passados dez anos, o suíço Manoel Lemgruber, criador de zebus do Rio de Janeiro, depois de conhecer o Nelore no Jardim Zoológico de Hamburgo, na Alemanha, encomendou um casal. Em 1907, Joaquim Carlos Travassos, engajado na introdução dos zebuínos no Brasil, fez uma previsão histórica, ao observar a chegada de um lote de animais da Índia:

> O importador conseguiu, desta vez, adquirir também alguns reprodutores da notável raça Nelore ou Ongole, que mais tarde, quando tivermos uma seleção inteligente, desenvolvidas todas suas boas qualidades, poderá ser considerada a melhor raça para os países tropicais (TRAVASSOS, 1907 citado por SANTIAGO, 1972, p. 31).

A raça Nelore foi melhorada geneticamente no Brasil e está voltada para a produção de carne, embora na sua origem tenha sido utilizada para exploração leiteira. Sua carne tem como principais características o sabor e o baixo teor de gordura de marmoreio (gordura intramuscular), o que favorece a tendência mundial crescente, por parte dos consumidores, em dar preferência por carnes magras (BITTENCOURT, 2001).

Aproximadamente 82% dos zebuínos existentes no Brasil apresentam predominância da raça Nelore, donde se deduz ser esta raça a principal responsável pela constituição genética da grande parte das cabeças do rebanho brasileiro (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CRIADORES DE ZEBU - ABCZ, 2011).

Com relação a animais puros, os arquivos do departamento técnico da Associação Brasileira de Criadores de Zebu (ABCZ) registram a existência de cerca de 8,0 milhões de animais, considerando o período de 1939 a 2010. Segundo a ABCZ (2011), em 2010 receberam registro genealógico provisório cerca de 360 mil animais, indicando ser este o número aproximado de animais puros de origem da raça Nelore, nascidos no período de um ano. Além dos rebanhos que participam do controle de genealogia da ABCZ, existe um grande número de animais que pertencem a rebanhos formados exclusivamente por animais da raça Nelore, mas que não participam do controle oficial da associação, os chamados rebanhos cara limpa.

A predominância da raça Nelore no Brasil se deve principalmente a sua grande adaptabilidade ao ambiente tropical e adequação ao sistema de criação extensivo. A expansão da raça se deu principalmente a partir da década de 70, do século XX, época também em que novas fronteiras pecuárias foram abertas, notadamente na região Centro Oeste do país, onde o sistema de criação extensivo e o grande tamanho das propriedades eram, e ainda são característicos. No período inicial de expansão da raça, os animais foram selecionados apenas com base em critérios raciais. Posteriormente, além dos aspectos raciais, houve a preocupação com o ganho de peso dos animais, passando a (ABCZ), a realizar o controle do desenvolvimento ponderal, onde eram realizadas pesagens periódicas nas fazendas, para o acompanhamento dos animais. Contudo, apenas no final da década de 80 e principalmente na década de 90, do século XX, é que a busca por critérios mais objetivos de seleção levaram a formação de grupos interessados em utilizar a melhor tecnologia disponível na seleção dos indivíduos para reprodução. Surgiram então, diversos Programas de Melhoramento, nomeadamente, Universidade de São Paulo (USP) - Ribeirão Preto, Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) /ABCZ, entre outros, que, além de fazer o controle do desempenho produtivo e reprodutivo dos rebanhos, realizavam avaliações genéticas periódicas (BITTENCOURT, 2001).

2.2 Modelos utilizados na descrição de curvas de crescimento

Em estatística, avaliar uma possível relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes é um procedimento comum que pode ser realizado por meio de modelos de regressão.

Em uma análise de regressão de um conjunto de dados, antes de qualquer procedimento, é importante que se plote os pares de dados em um diagrama de dispersão, pois isso dará ao pesquisador, a ideia a respeito do tipo de relação existente entre as variáveis, da variação associada a elas e da possível presença de pontos atípicos.

Draper e Smith (1998) classificam os modelos de regressão como: modelos lineares (que são lineares em relação aos parâmetros), modelos linearizáveis (que se tornam lineares por meio de uma transformação) e modelos não lineares (que pelo menos uma das derivadas parciais depende de algum parâmetro do modelo).

2.2.1 Modelos de regressão não linear

Segundo Mazucheli e Achcar (2002), um modelo de regressão não linear é considerado intrinsecamente linear se ele puder ser reduzido a um modelo linear por meio de uma reparametrização apropriada. Pode-se ainda usar o termo intrinsecamente linear para referir-se a modelos que podem ser linearizados por meio de alguma transformação, por exemplo, a logarítmica, com o propósito de facilitar a obtenção das estimativas iniciais dos parâmetros, para, na prática, um posterior ajuste dos modelos não lineares.

Bates e Watts (1988), Draper e Smith (1998) e Souza (1998) definem um modelo de regressão não linear na forma vetorial dado pela equação $y_n = f(x_n, \theta) + \varepsilon_n, n = 1, \ldots, N$, em que N é o número de observações; $f(x_n, \theta)$ tem forma funcional conhecida, x_n é um vetor k dimensional formado por observações de variáveis exógenas, θ é um vetor de parâmetros p dimensional e ε_n é um erro experimental não observável diretamente.

As funções de regressão não lineares têm servido, e continuarão a servir, para descrever variáveis físicas e sistemas biológicos, e além do mais, em tais modelos os parâmetros tem interpretações práticas (GRAYBILL; IYER, 2004).

Gottschall (1999) afirma que o crescimento dos animais tem uma forte relação com a quantidade e a qualidade da carne. Assim, torna-se de fundamental importância o conhecimento do processo de ganho de massa corporal do animal, pois esse conhecimento possibilita que se faça um controle da produção de carne, otimizando os lucros dessa atividade. Este ganho pode ser influenciado pela alimentação, por condições climáticas, pelo estado sanitário e pelas características genéticas associadas aos animais.

Uma forma prática e eficiente de se analisar o crescimento do animal é por meio do estudo de suas curvas de crescimento, as quais descrevem uma relação funcional entre peso e idade (SILVA et al., 2001).

Segundo Freitas (2007), entre os modelos não lineares citados na literatura, os mais utilizados na descrição de curvas de crescimento animal são: Brody definido pela equação $y_i = A(1 - be^{-kt}) + \varepsilon_i$; Von Bertalanffy dado por $y_i = A(1 - be^{-kt})^3 + \varepsilon_i$; Logístico dado pela equação $y_i = A/(1 - be^{-kt}) + \varepsilon_i$; Gompertz dado pela equação $y_i = Ae^{-be^{-kt}} + \varepsilon_i$ e Richards dado por $y_i = A(1 - be^{-kt})^m + \varepsilon_i$.

Em todas as equações não lineares apresentadas anteriormente, a variável t representa a idade do animal, A representa o peso assintótico quando t tende para mais infinito (este parâmetro é interpretado como peso à idade adulta); b é uma constante de integração relacionada ao peso inicial do animal ou peso ao nascer (t = 0) e sem interpretação biológica bem definida, k é interpretado como taxa de maturação, que deve ser entendida como a mudança de peso em relação ao peso à maturidade, ou seja, como indicador da velocidade com que o animal se aproxima do seu tamanho adulto e pode ser obtido pela razão entre a taxa de crescimento máxima $\frac{\partial y}{\partial t}$ (máxima) e o tamanho adulto A.

O modelo Von Bertalanffy, cuja representação gráfica está apresentada na Figura 2 apresenta as seguintes propriedades estatísticas: $y = A$ é uma assíntota horizontal à direita; é uma função estritamente crescente; assume valores apenas no intervalo $]0, A[$ e apresenta concavidade sempre para baixo.

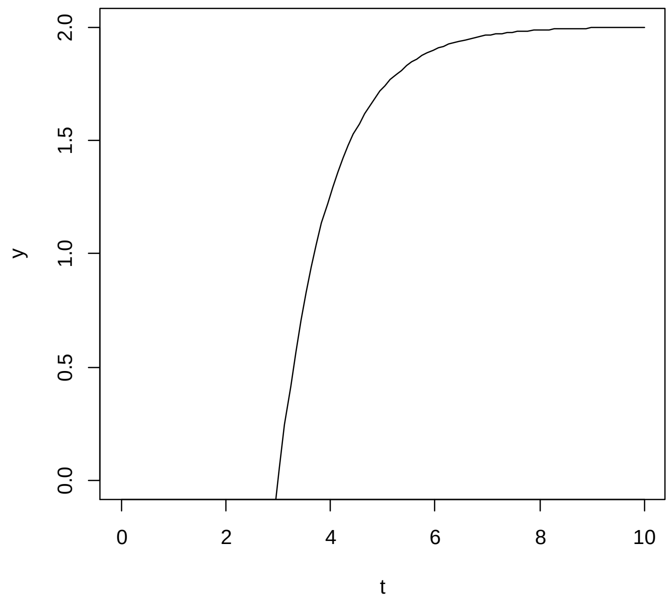


Figura 1   Representação gráfica da curva Von Bertalanffy

O modelo Gompertz, cujo gráfico está representado na Figura 3, é uma curva sigmoide, porém, assimétrica em relação ao ponto de inflexão. Algumas propriedades estatísticas do modelo Gompertz são: é uma função estritamente crescente que somente assume valores no intervalo $]0, A[$; y = A é uma assíntota horizontal à direita (peso adulto, tamanho adulto, assíntota superior); $y = 0$ é uma assíntota horizontal à esquerda; no ponto de inflexão y atinge menos da metade da assíntota superior, isto é, atinge um valor menor que a metade do valor de A (assíntota horizontal); apresenta mudança de concavidade no ponto de inflexão e qualquer potência positiva de uma função Gompertz continua sendo um modelo Gompertz.

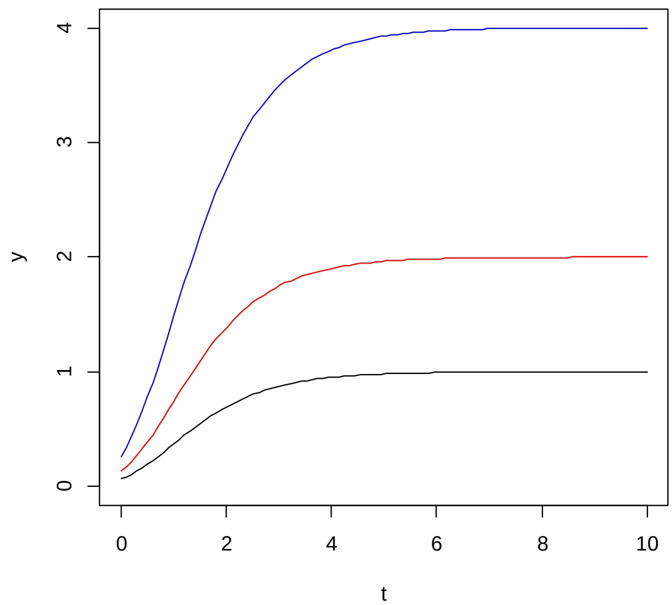


Figura 2 Modelo Gompertz: representação gráfica para diferentes valores de A (A = 1, em preto A = 2, em vermelho e A = 4, em azul)

O modelo Logístico, representado graficamente na Figura 4, é uma curva sigmoide e simétrica em relação ao ponto de inflexão. No entanto, é possível que essa simetria não exista para determinadas populações. Algumas propriedades estatísticas do modelo Logístico são: é uma função estritamente crescente que somente assume valores no intervalo $]0, A[$; $y = A$ é uma assíntota horizontal à direita (peso adulto, tamanho adulto, assíntota superior); $y = 0$ é uma assíntota horizontal à esquerda; no ponto de inflexão y atinge metade da assíntota superior, isto é, atinge um valor igual à metade do valor de A (assíntota horizontal); apresenta mudança de concavidade no ponto de inflexão e, é neste ponto que o crescimento atinge a sua velocidade máxima.

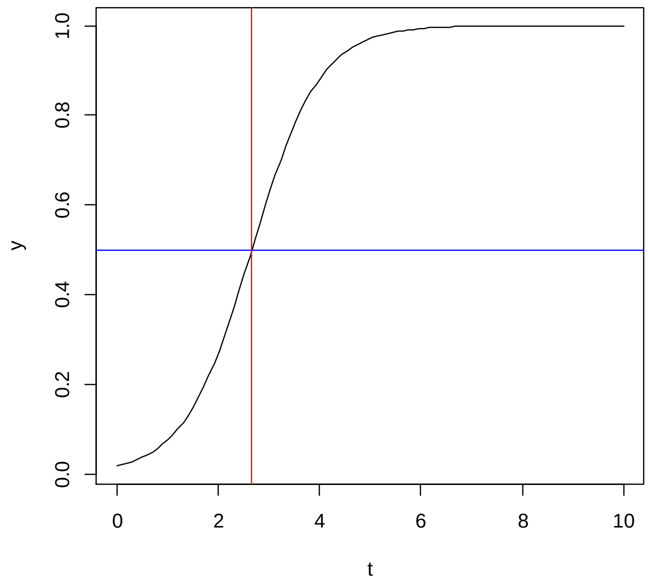


Figura 3 Representação gráfica do modelo logístico e seu ponto de inflexão (interseção entre as linhas azul e vermelha)

2.2.2 Modelos platô de resposta

A regressão segmentada é uma importante ferramenta estatística em estudos de curva de crescimento. Segundo Tholon e Queiroz (2009), podem-se utilizar polinômios segmentados para descrever as mudanças de tendência da curva de crescimento animal. Tholon et al. (2012) ainda afirmam que modelos de regressão segmentada têm se mostrado importantes em ajustes de dados de crescimento, por possuírem parâmetros de fácil interpretação prática. Por exemplo, os modelos segmentados com platô de resposta podem determinar a idade ótima e o respectivo peso máximo do animal, o que os tornam vantajosos na representação de curvas de crescimento animal.

Um modelo de platô de resposta é um modelo segmentado caracterizado pela presença de duas fases. Na sua primeira fase, anterior ao platô, o modelo descreve o processo biológico por meio de uma reta, parábola, exponencial, etc.

Na sua segunda fase, o modelo assume um valor constante igual a P, isto é, o modelo estabiliza-se.

2.2.2.1 Modelo platô de resposta linear

Braga (1983) foi o primeiro a apresentar a técnica de platô de resposta linear (PRL) no Brasil em um ensaio sobre fertilidade do solo. Esse trabalho foi o suporte para todos os demais estudos envolvendo PRL no Brasil e base para emprego desta técnica no programa Sistema de Análises Estatísticas e Genéticas (SAEG), desenvolvido na Universidade Federal de Viçosa-MG.

Segundo Santana et al. (2012), os modelos platôs de resposta mostraram-se adequados para o estudo de dados de crescimento de bovinos da raça nelore. Os modelos platô de resposta quadrático e o modelo não linear exponencial com resposta e platô, são recomendados para tal estudo por possuírem uma característica de utilização prática, uma vez que indica a idade máxima estimada do animal por meio do ponto inicial do platô.

O modelo PRL possui um segmento de reta crescente ou decrescente, antes do ponto de junção (x_0) com o platô, isto é inicialmente tem-se uma resposta linear, abruptamente, o crescimento ou decrescimento se estabiliza tornando-se uma reta paralela ao eixo das abscissas, representado na Figura 5. O modelo (PRL) é dado por:

$$y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i; & x_i \leq x_0 \quad (1) \\ P = \varepsilon_i; & x_i > x_0 \quad (2) \end{cases}$$

em que x_0 é a abscissa do ponto de junção da equação (1) com o platô P expresso na equação (2), y_i é a resposta referente à abscissa x_i.

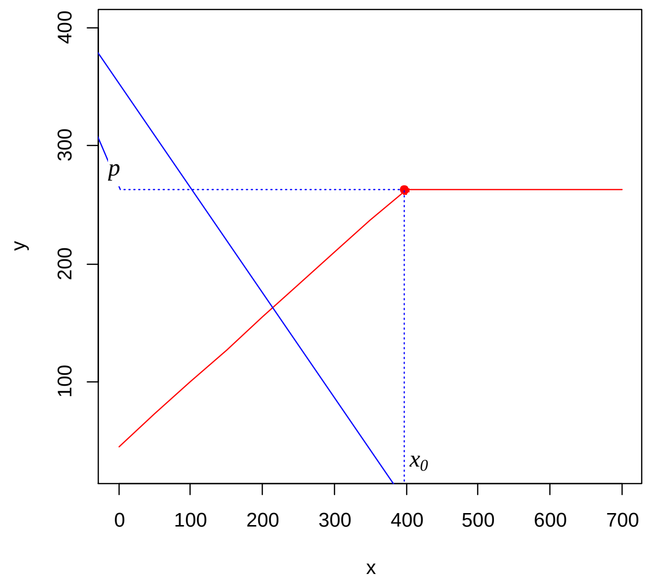


Figura 4 Modelo platô de resposta linear crescente

Para a estimação dos parâmetros do modelo PRL, o mesmo deve ser uma função contínua e diferenciável em $x = x_0$ e para termos continuidade em x_0, deve-se fazer $\beta_0 + \beta_1 x_0 = P$, ou seja, $x_0 = (P - \beta_0)/\beta_1$ e este valor representará o valor de x que indicará o valor máximo da resposta, a partir do qual a resposta se estabiliza (platô), sendo β_0 e β_1 parâmetros do modelo a serem estimados (FERREIRA 2009).

2.2.2.2 Modelo polinomial quadrático com resposta em platô

O modelo platô de resposta quadrático (PRQ) está definido da seguinte forma: para valores de $x \le x_0$, é explicado por um modelo quadrático (parábola) e para valores de $x > x_0$, a equação explicativa é constante e é representada por uma reta paralela a abscissa conforme pode ser visto na Figura 6.

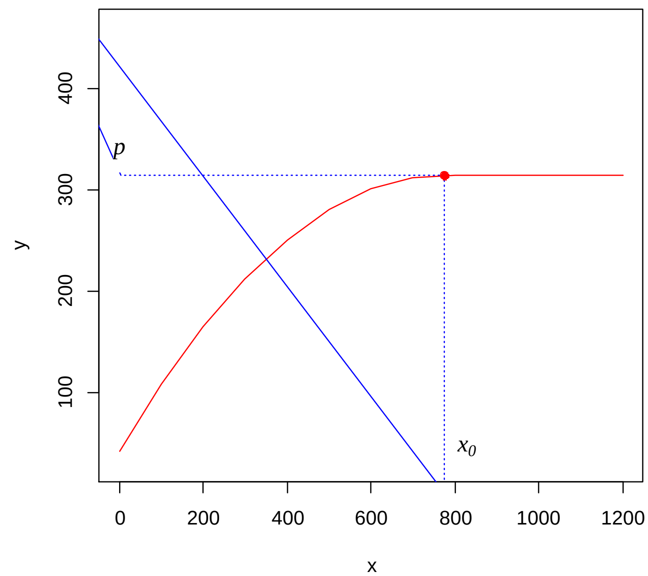


Figura 5   Modelo polinomial quadrático com resposta com platô

O ponto x_0 é desconhecido e deve ser estimado com os demais parâmetros do modelo. Este ponto representa a junção do segmento quadrático equação (3) com o segmento de platô equação (4). Em x_0 a curva deve ser contínua e suavizada. O modelo é dado por

$$y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \varepsilon_i; & x \leq x_0 \quad (3) \\ P = \varepsilon_i; & x_i > x_0 \quad (4) \end{cases}$$

O Modelo platô de resposta quadrático deve ser contínuo $\forall x_i \geq 0$ e a sua primeira derivada é dada por $\frac{\partial y_i}{\partial x_i} = \beta_1 + 2\beta_2 x_i$. Ao fazer $x = x_0$ e $\beta_1 + 2\beta_2 x_i = 0$, se obtém $x_0 = \frac{-\beta_1}{2\beta_2}$, valor de x que vai indicar o valor máximo da resposta, a partir do qual a resposta se estabiliza (platô). Substituindo este valor na equação quadrática obteremos o valor máximo do modelo, que corresponde ao importante valor procurado de $P = \beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4\beta_2}$ (platô).

2.2.2.3 Modelo não linear exponencial com resposta em platô

O modelo não linear exponencial com resposta em platô (MNLE) foi proposto por Rezende et al. (2007) para explicar a exigência de zinco em frango de corte. Neste modelo tem-se que, para valores de $x_{\text{i}} < x_0$, tem-se um modelo não linear exponencial; para $x_{\text{i}} \geq x_0$, tem-se uma reta horizontal, referindo à estabilização da resposta (platô) conforme pode ser visto na Figura 7.

O modelo não linear exponencial é dado por:

$$y_i = \begin{cases} a\ .exp\left(b\ .\ x_i\text{-}c\ .\ x_i^2\right) + \varepsilon_i; \quad x_i < x_0 & (5) \\ P + \varepsilon_i; \quad x_i \geq x_0 & (6) \end{cases}$$

em que x_0 é o ponto de junção da equação (5) com o platô P, expresso na equação (6) e Y_i é o peso médio dos animais referente à idade $x_{i.}$ Então para valores de $x \leq x_0$, o modelo que descreve a resposta Y_i é uma função não linear exponencial e para valores de $x > x_0$, tem-se uma reta horizontal referindo à estabilização da resposta (platô). Para a estimação dos parâmetros do modelo, este deve ser contínuo e diferenciável em $x = x_0$. Para determinarmos o valor de x_0, deve-se encontrar a primeira derivada $\frac{\partial y}{\partial x} = a\left(b\text{-}2cx\right)\exp\left(bx\text{-}cx^2\right)$. Fazendo $x = x_0$ e igualando este resultado a zero tem-se $x_0 = \frac{b}{2c}$ valor que vai representar a idade máxima estimada do animal, a partir da qual a resposta se estabiliza (platô). Se substituirmos x por x_0 na equação inicial tem-se o platô $P = a\ \exp\left(\frac{b^2}{4c}\right)$, sendo *a*, *b* e *c* parâmetros do modelo a serem estimados.

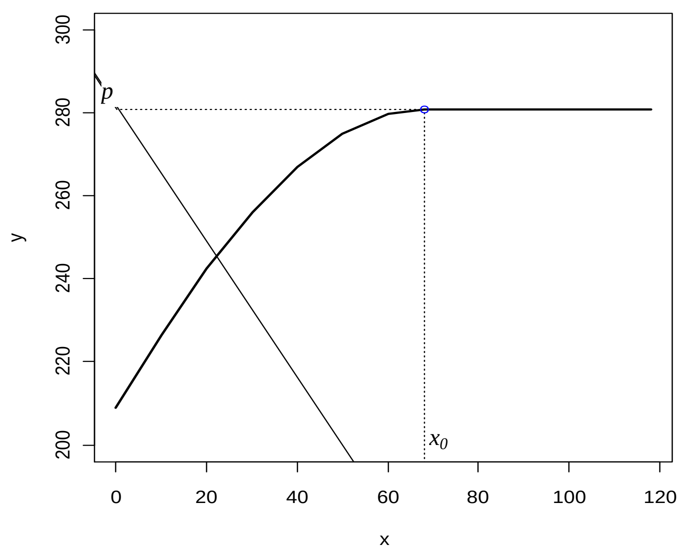


Figura 6 Modelo não linear exponencial com resposta com platô

2.2.3 Métodos de estimação dos parâmetros dos modelos utilizados na descrição de curvas de crescimento

A soma de quadrados do resíduo para o modelo não linear, $y_n = f(x_n, \theta) + \varepsilon_n$, descrito por Draper e Smith (1998), é definida por

$$S(\theta) = \sum_{n=1}^{N} \{y_n - f(x_n, \theta)\}^2. \quad (7)$$

Note que, desde que y_n e x_n sejam observações fixas, a soma dos quadrados é uma função de θ. A estimativa de mínimos quadrados $\hat{\theta}$ de θ é o valor que minimiza $S(\theta)$. Para encontrar o estimador de mínimos quadrados $\hat{\theta}$ precisa-se diferenciar a equação (7) com relação à θ. Isso gera p equações normais, que precisam ser resolvidas para $\hat{\theta}$. As equações normais podem ser tomadas na forma:

$$\sum_{n=1}^{N}\{y_n - f(x_n, \theta)\}^2 \left[\frac{\partial f(x_n, \theta)}{\partial \theta_i}\right]_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \qquad (8)$$

para $i = 1,2,...i$, em que a quantidade denotada pelos colchetes são as derivadas de $f\ (x_n, \theta)$ com os respectivos $\theta_i^{'}s$ com todos os $\theta^{'}s$ substituídos pelos correspondentes $\hat{\theta}^{'}s$.

Gallant (1987) afirma que o método dos mínimos quadrados é utilizado na estimação dos parâmetros em modelos não lineares da mesma maneira que em modelos lineares. Porém, para o sistema de equações normais não lineares, uma solução explícita não existe, então, esta solução deve ser obtida por meio de processos iterativos. Souza (1998) reforça esta ideia da seguinte forma: o processo de estimação de um parâmetro de um modelo não linear pode ser obtido pela minimização da soma de quadrado dos erros, obtendo-se um sistema de equações normais não lineares, o qual não apresenta uma solução explícita para a estimativa do parâmetro, que é obtida por processos iterativos.

Vários métodos iterativos são propostos na literatura para obtenção das estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros de um modelo de regressão não linear. Os mais utilizados são o método de *Gauss-Newton* ou *método da linearização*, o método *Steepest-Descent* ou método *gradiente* e o método de *Marquardt* (BATES; WATTS, 1988).

Entre estes processos iterativos, destaca-se o método de Gauss-Newton, cujo emprego é amplamente utilizado em estudos de curvas de crescimento. Adotando a notação matricial, tem-se que $y = f(x, \theta) + \varepsilon$, em que

$$y \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

O vetor do modelo é dado por:

$$f(x, \theta) \begin{bmatrix} f_1(x, \theta) \\ f_2(x, \theta) \\ \vdots \\ f_n(x, \theta) \end{bmatrix}$$

O vetor de resíduos $\varepsilon \sim N\left(0, \mathrm{I}\sigma^2\right)$ é dado por:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

sendo θ um vetor de valores iniciais para os parâmetros a serem estimados.

A soma dos quadrados dos resíduos ou dos erros aleatórios (*SQE*) deverá ser minimizada por θ e, portanto, a função de mínimos quadrados para o modelo $f(x, \theta)$ é dada por $SQE(\theta) = \sum_{n=1}^{N} [y_n - f(x_n, \theta)]^2$ a qual pode ser representada matricialmente por $SQE(\theta) = [y - f(\theta)]' [y - f(\theta)]$.

Segundo Souza (1998), em modelos não lineares não se pode fazer afirmações gerais sobre as propriedades dos estimadores de quadrados mínimos, tais como não tendenciosidade e variância mínima, exceto para grandes amostras, os chamados resultados assintóticos. Para uma melhor compreensão do processo de obtenção destes estimadores, utilizou-se a seguinte notação de diferenciação matricial:

$f(\theta)$ é uma função vetor coluna n x 1 de um argumento p dimensional θ e denotada por:

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \\ \vdots \\ f_n(\theta) \end{bmatrix}$$

$F(\theta)$ é a matriz Jacobiana de $f(\theta)$:

$$F(\theta) = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta'} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_p} \\ \frac{\partial f_2(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2(\theta)}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(\theta)}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_n(\theta)}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(\theta)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}$$

Dessa forma, o estimador de mínimos quadrados, $\hat{\theta}$, satisfaz a equação $\frac{\partial SQE(\theta)}{\partial \theta} = 0$ com $\theta = \hat{\theta}$ a qual representa a minimização de interesse.

Sendo, $\frac{\partial \, \mathrm{SQE}(\theta)}{\partial \theta'} = \frac{\partial}{\partial \theta'} [y - f(\theta)]' = -2\,[y - f(\theta)]' F(\theta)$, tem-se $F'(\hat{\theta})[y - f(\hat{\theta})] = 0$. Portanto, o sistema de equações normais (*SEN*) é dado por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_1} & \frac{\partial f_2(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_1} \cdots & \frac{\partial f_n(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_1} \\ \frac{\partial f_1(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_2} & \frac{\partial f_2(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_2} \cdots & \frac{\partial f_n(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_2} \\ \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_1(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_p} & \frac{\partial f_2(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_p} \cdots & \frac{\partial f_n(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_p} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1(\hat{\theta}) \\ f_2(\hat{\theta}) \\ \vdots \\ f_n(\hat{\theta}) \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como não existe uma forma fechada para a solução do *SEN*, se deve usar processos iterativos para a obtenção da solução do sistema. Um dos métodos iterativos é o Método de Gauss-Newton, que realiza a regressão dos resíduos em relação às primeiras derivadas do modelo não linear em relação aos parâmetros, até que haja a convergência (FERREIRA, 2009). O procedimento para a solução deste sistema por meio de processos iterativos, utilizando o método de Gauss-Newton, dar-se-á da seguinte forma: Considere o modelo não linear $y_i = f(x_i, \theta) + \varepsilon_i$, e $\hat{\theta}_0$ um valor tal que $F'(\hat{\theta}_0)\left[y - f(\hat{\theta}_0)\right] \approx 0$. Aproximando $f(\hat{\theta})$ pelo ponto $\hat{\theta}_0$ por uma expansão em séries de Taylor de primeira ordem, tem-se:

$$f(\hat{\theta}) \approx f(\hat{\theta}_0) + F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0) \tag{9}$$

$$F'(\hat{\theta})\left[y - f(\hat{\theta})\right] \approx 0 \tag{10}$$

Aplicando (9) em (10), se obtém:

$$F'(\hat{\theta})y - F'(\hat{\theta})f(\hat{\theta}_0) - F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0) \approx 0 \tag{11}$$

então,

$$F'(\hat{\theta})\left[y - f(\hat{\theta}_0)\right] - F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0) \approx 0 \qquad (12)$$

desta expressão decorre:

$$F'(\hat{\theta})\left[y - f(\hat{\theta}_0)\right] \approx F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0) \qquad (13)$$

Multiplicando-se toda a expressão por $\left[F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)\right]^{-1}$, obtém-se a seguinte expressão:

$$\left[F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)\right]^{-1}.F'(\hat{\theta})\left(y - f(\hat{\theta}_0)\right) \approx \left[F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)\right]^{-1}F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)(\hat{\theta} - \hat{\theta}_0) \qquad (14)$$

daí tem-se:

$\left[F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)\right]^{-1}.F'(\hat{\theta})\left(y - f(\hat{\theta}_0)\right) \approx (\hat{\theta} - \hat{\theta}_0)$. E desta isolando, que se deseja obter, decorre que:

$\hat{\theta} \approx \hat{\theta}_0 + \left[F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_0)\right]^{-1}.F'(\hat{\theta})\left(y - f(\hat{\theta}_0)\right)$. Mas se fizermos $\hat{\theta} = \hat{\theta}_{k+1}$ e $\hat{\theta} = \hat{\theta}_k$ teremos a k-ésima iteração dada por:

$$\hat{\theta}_{k+1} \approx \hat{\theta}_k + \left[F'(\hat{\theta})F(\hat{\theta}_k)\right]^{-1}.F'(\hat{\theta})\left(y - f(\hat{\theta}_k)\right) \qquad (15)$$

A expressão (15) representa o processo iterativo de Gauss-Newton. Esta expressão é usada para a estimação dos parâmetros dos modelos não lineares e deve ser aplicada reiteradas vezes até que a convergência seja atingida, ou seja, até que $\hat{\theta}_{k+1}$ seja suficientemente próximo de $\hat{\theta}_k$.

Um dos problemas frequentemente encontrados em tais estudos diz respeito a não convergência do algoritmo, a qual impossibilita a obtenção das estimativas dos parâmetros e, consequentemente, a identificação de indivíduos com maior eficiência de crescimento. De acordo com McManus et al. (2010), a ausência de convergência é um problema típico de estudos de curvas de crescimento. Vale à pena ressaltar que eventos como perdas de observações podem gerar problemas de convergência. Outra questão que se pode destacar é a presença de oscilações na trajetória esperada da curva, caracterizadas muitas vezes por uma perda de peso abrupta dos animais decorrente da influência de efeitos ambientais como falta de nutrientes e/ou presença de enfermidades.

Souza (1998) destaca que o sucesso na convergência de um algoritmo para um método iterativo no processo de estimação não linear está diretamente associado ao uso de uma função resposta apropriado e a valores iniciais adequados ao procedimento numérico. Gallant (1987) afirma que o sucesso em termos de convergência para a estimativa de mínimos quadrados ($\hat{\theta}$) não é garantido por qualquer método. A experiência indica que a falha no processo de convergência, se as derivadas estiverem corretas, depende da distância do valor inicial em relação à resposta correta, e do grau de parametrização da função resposta relativamente ao conjunto de dados utilizado. Quando a convergência não ocorre, deve-se tentar encontrar valores iniciais melhores (mais próximos de $\hat{\theta}$) ou utilizar uma função resposta mais parcimoniosa (com menos parâmetros).

Bates e Watts (1988) afirmam que se deve verificar os dados que estão sendo analisados, isto é, o pesquisador deve sempre se certificar se os valores numéricos da resposta e variáveis preditoras foram introduzidas de forma correta no programa com o qual se está trabalhando. Uma boa alternativa é plotar a resposta versus a variável preditora, ou seja, obter o diagrama de dispersão dos dados e observar o comportamento das variáveis envolvidas.

Alguns programas estatísticos realizam o ajuste de modelos não lineares em dados de crescimento. Entre os programas mais utilizados está o R (R

DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012). O programa estatístico R disponibiliza a função nls que é apropriada para o ajuste dos modelos não lineares por meio do processo iterativo, cujo algoritmo padrão é o de Gauss–Newton. O default da função nls considera como critério de interrupção a tolerância mínima de 10^{-5}, no entanto, se esse critério não for atingido, o algoritmo interrompe ao fim de um número fixo de iterações, que no default corresponde a 50 iterações.

2.3 Métodos para seleção de modelos

Uma vez obtidas às estimativas dos parâmetros dos modelos não lineares e dos modelos platô de resposta, segue-se com a avaliação da qualidade de ajuste dos modelos, para que seja possível indicar aquele que melhor representa o comportamento dos dados de crescimento analisados.

Dentre os avaliadores da qualidade dos ajustes dos modelos encontrados na literatura, a maioria dos trabalhos envolvendo estudo de curvas de crescimento, utiliza, principalmente, o Quadrado Médio do Erro (*QME*), o coeficiente de determinação (R^2) e o critério de informação de Akaike (*AIC*) descritos em detalhes em Bates e Watts (1988) e utilizados nos trabalhos de Lopes et al. (2011), Malhado et al. (2009), Muniz et al. (2009) e Silva et al. (2011).

O *QME* expressa a variância residual proveniente do ajuste do modelo considerado, e ao se comparar vários modelos, quanto menor o seu valor mais adequado é o modelo em avaliação. O *QME*, expresso por Souza (1998), é dado por $QME = \frac{SQE\,(\hat{\theta})}{n-p}$, em que $SQE\,(\hat{\theta})$ é a soma de quadrados do erro da estimativa de mínimos quadrados$(\hat{\theta})$, sabendo que θ, representa o vetor de parâmetros do modelo, n é o número de observações e p o número de parâmetros do modelo considerado.

De forma geral, o R^2 expressa a proporção da variação total observada nos dados amostrais que foi explicada pelo modelo de regressão adotado. Isto é, quanto mais próximo da unidade for o valor do coeficiente de determinação, sugere-se que o modelo ajustado é uma boa representação dos dados em análise. O R^2 é obtido por: $R^2 = 1 - \frac{SQE(\hat{\theta})}{SQT}$, em que SQT é a soma de quadrados total corrigida pela média, isto é,

$$SQT = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2$$

O critério de informação de Akaike (AIC) é dado por $AIC = -2\log L(\hat{\theta}) + 2(p)$, em que p é o número de parâmetros do modelo a serem estimados e $L(\hat{\theta})$ é o valor máximo da função de verossimilhança do modelo no ponto $\hat{\theta}$. Quanto menor o valor de AIC, melhor o modelo ajustado.

Alguns autores, a exemplo de Malhado et al. (2009) e Silva et al. (2011), que trabalham com estudo de curvas de crescimento também utilizam a porcentagem de convergência (%C), geralmente utilizado quando se tem ajustes individuais, ou seja, quando o interesse está em ajustar uma curva para dados de cada animal, e assim é possível observar qual modelo apresenta maior facilidade de convergência.

O ajuste de modelos para representar curvas de crescimento de bovinos de corte é muito importante para o pecuarista uma vez que pode fornecer informações úteis para estabelecer estratégias de manejo e, consequentemente, contribuir para a tomada de decisão. Entretanto, no Brasil, existem poucos estudos sobre curvas de crescimento com pesos de todo o ciclo de vida dos zebuínos, desde o nascimento até a maturidade e, portanto, não existe uma descrição global do crescimento e não foi estabelecido o que possa ser considerado como padrão médio de crescimento para zebuínos (OLIVEIRA; LÔBO; PEREIRA, 2000).

Esses estudos mostram que apesar de muitos modelos serem adequados para representar curvas de crescimentos de bovinos, podem existir algumas divergências entre eles. Silva et al. (2004) afirmam que o modelo de Gompertz é o mais indicado, sob o ponto de vista prático, para descrever o crescimento de bovinos da raça Nelore pois apresenta bom ajuste e maior porcentagem de convergência. Por outro lado, Santoro et al. (2005) consideraram o modelo Logístico duplo como o mais adequado para as raças Guzerá, Nelore e Nelore Mocho pela facilidade computacional. Esses autores, entretanto, afirmam que os modelos de Richards e Brody foram superiores quanto à interpretação biológica de seus parâmetros. Para Garnero et al. (2005), os modelos Von Bertalanffy, Brody, Gompertz e Logístico foram apropriados para estabelecer padrões médios de crescimento de fêmeas da raça Nelore. Entretanto,considerando os aspectos de facilidade computacional e precisão de ajuste aos dados observados, os melhores resultados foram proporcionados pelo modelo Brody.

Acredita-se que ainda são necessários mais estudos sobre curvas de crescimento de zebuínos e que isso abre espaço para novas formas de modelagem dessas curvas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DOS CRIADORES DE ZEBU. Disponível em: <http://www.abcz.org.br>. Acesso em: 10 dez. 2011.

BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: Wiley, 1988. 334 p. (Wiley Series in Probability e Mathematical Statistics).

BITTENCOURT, T. C. C. de. **Estimativa de ponderadores econômicos para características de interesse econômico em gado de corte**. 2001. 59 p. Tese (Doutorado em Genética) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

BRAGA, J. M. **Avaliação da fertilidade do solo:** ensaios de campo. Viçosa, MG: UFV, 1983. 101 p.

CHARNET, R. et al. **Análise de modelos de regressão linear com aplicações**. 2. ed. São Paulo: UNICAMP, 2008. 355 p.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Apllied regression analysis**. 3rd ed. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

FERREIRA, D. F. **Recursos computacionais utilizando o R**. Lavras: UFLA, 2009. Disponível em: <http://www.dex.ufla.br/danielff/RRC0.pdf>. Acesso em: 10 maio 2013.

FREITAS, A. R. **Curvas de crescimento na produção animal**. São Carlos: EMBRAPA Pecuária Sudeste, 2007. 30 p. (Documentos, 68).

GALLANT, A. R. **Nonlinear estatistical models**. New York: Wiley, 1987. 146 p. (Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics).

GARNERO, A. del V. et al. Parâmetros genéticos da taxa de maturação e do peso assintótico de fêmeas da raça Nelore. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 57, n. 5, p. 652-662, 2005.

GOTTSCHALL, C. S. Impacto nutricional na produção de carne-curva de crescimento. In: LOBATO, J. F. P.; BARCELLOS, J. O. J.; KESSLER, A. M. (Ed.). **Produção de bovinos de corte**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1999. p. 169-192.

GRAYBILL, F.; IYER, H. **Regression analysis**. Michigan: Duxbury, 2004. 701 p.

LOPES, F. B. et al. Ajustes de curvas de crescimento em bovinos nelore da região norte do Brasil. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Belo Horizonte, v. 12, n. 3, p. 607-617, 2011.

MALHADO, C. H. M. et al. Modelos não lineares utilizados para descrever o crescimento de bovinos da raça Nelore no estado da Bahia: 1., efeito ambiental. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, Belo Horizonte, v. 10, n. 4, p. 821-829, out./dez. 2009.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações importantes em regressão não linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MCMANUS, C. et al. Curvas de crescimento não lineares para peso e altura em quatro grupos genéticos de cavalos. **Ciência Animal Brasileira**, Goiânia, v. 11, n. 1, p. 1-4, jan./mar. 2010.

MUNIZ, J. A. et al. Análise da curva de crescimento difásica por meio da função não linear de Gompertz. **Ciência Animal Brasileira**, Goiânia, v. 10, n. 2, p. 454-461, 2009.

OLIVEIRA, H. N. de; LÔBO, R. B.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 35, n. 9, p. 1843-1851, set. 2000.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R:** a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <http://www.r-project.org>. Acesso em: 10 dez. 2012.

REZENDE, D. M. L. C. et al. Ajuste de modelos de platô de resposta para a exigência de zinco em frangos de corte. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 2, p. 468-478, mar./abr. 2007.

SANTANA, T. J. S. et al. Ajuste de modelos platô de resposta em dados de crescimento de bovinos da raça nelore do estado de São Paulo. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 57., 2012, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: RBRAS, 2012. p. 108.

SANTIAGO, A. A. **O gado nelore**. São Paulo: Secretaria da Agricultura, 1972. 556 p.

SANTORO, K. R. et al. Estimativas de parâmetros de curvas de crescimento de bovinos zebu, criados no estado de Pernambuco. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, MG, v. 34, n. 6, p. 2262-2279, 2005.

SILVA, F. F. et al. Influência de fatores genéticos e ambientais sobre as estimativas dos parâmetros das funções de crescimento em gado Nelore. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 25, n. 5, p. 1195-1205, set./out. 2001.

SILVA, F. L. et al. Curvas de crescimento em vacas de corte de diferentes tipos biológicos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 46, n. 3, p. 262-271, mar. 2011.

SILVA, N. A. M. da et al. Curvas de crescimento e influência de fatores não-genéticos sobre as taxas de crescimento de bovinos da raça Nelore. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 28, n. 3, p. 647-654, maio/jun. 2004.

SOUZA, G. da S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. Brasília: EMBRAPA, 1998. 405 p.

THOLON, P. et al. Utilização de funções lineares e não lineares para ajuste do crescimento de bovinos Santa Gertrudes, criados a pasto. **ARS Veterinária**, Jaboticabal, v. 28, n. 4, p. 234-239, 2012.

THOLON, P.; QUEIROZ, S. A. de. Modelos matemáticos utilizados para descrever curvas de crescimento em aves aplicados ao melhoramento animal. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 7, p. 2261-2269, jul. 2009.

SEGUNDA PARTE – ARTIGOS

ARTIGO 1 Um novo modelo não linear para descrever curvas de crescimento de bovinos

Artigo redigido conforme as normas da Revista *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia* (*ABMVZ*), a qual o artigo foi submetido

UM NOVO MODELO NÃO LINEAR PARA DESCREVER CURVAS DE CRESCIMENTO DE BOVINOS

A NEW NONLINEAR MODEL FOR DESCRIBING GROWTH CURVES OF CATTLE

Tânia Jussara Silva Santana-UFLA/IFBA.tanjussara@gmail.com*
João Domingos Scalon-DEX/UFLA
Taciana Villela Savian-ESALQ/USP
Thereza Cristina Calmon de Bittencourt-EMV/UFBA

RESUMO: O objetivo com este trabalho foi propor um novo modelo não linear para descrever curvas de crescimento de bovinos. Este modelo foi ajustado em dados de peso de bovinos da raça nelore do estado de São Paulo coletados em seis tempos, entre 1 e 550 dias pela Associação Nacional de Criadores e Pesquisadores (ANCP). O novo modelo foi comparado aos modelos clássicos de Gompertz, Von Bertalanffy e Logístico. Para a avaliação da qualidade dos modelos ajustados foram utilizadas as seguintes medidas: quadrado médio do erro, coeficiente de determinação e critério de informação de Akaike. Os resultados mostraram que o novo modelo é competitivo com os modelos clássicos para descrever as curvas de crescimento dos bovinos, por apresentar convergência, boa qualidade de ajuste e parâmetros com explicação biológica.

Palavras-chave: nelore, bovino de corte, melhoramento genético.

ABSTRACT: The objective of this work was to propose a new nonlinear model to describe cattle growth curves. This model was adapted for the weight data of cattle of the Nelore breed from the state of São Paulo, collected in six times, between 1 and 550 days, by the Associação Nacional de Criadores e Pesquisadores (ANCP). The new model was compared to the classical models of Gompertz, Von Bertalanffy and Logistic. To assess the quality of the adapted models we used the following measurements: mean squared error, coefficient of determination and Akaike information criterion. The results showed that the new model is competitive with the classical models to describe the growth curves of the cattle by presenting convergence, good adjustment quality and parameters with biological explanation.

Keywords: Nelore, beef cattle, breeding.

INTRODUÇÃO

O crescimento é uma das formas de avaliação mais importante na produção animal, pois influi decisivamente sobre as demais funções exploradas pelo homem nas espécies domésticas. É um fenômeno biológico complexo que envolve as interações entre fatores hormonais, nutricionais, genéticos e de metabolismo, sendo definido como o aumento do tamanho, decorrente de mudanças na capacidade funcional de vários órgãos e tecidos do animal que ocorrem desde a concepção até a maturidade (Bianchini *et al.*, 2008).

Modelos matemáticos, em geral, podem ser usados para simplificar e descrever as alterações de peso e tamanho dos animais à medida que crescem. Assim, na análise de dados de crescimento, a utilização de funções matemáticas não lineares, desenvolvidas empiricamente para relacionar peso e idade, têm-se mostrado adequadas para descrever a curva de crescimento, uma vez que essas funções sintetizam um grande número de medidas em apenas alguns parâmetros com significado biológico, facilitando, dessa forma, a interpretação e o entendimento do fenômeno (Mazzini *et al.*, 2003).

Para que um modelo não linear possa ser usado para descrever curvas de crescimento, ele deve: (a) conter parâmetros cujas interpretações sejam relevantes sob o ponto de vista biológico, (b) apresentar ajustes com pequenos desvios e (c) proporcionar altas taxas de convergência, uma vez que modelos não lineares requerem métodos iterativos de estimação (Fitzhugh Junior, 1976).

A grande vantagem dos modelos não lineares é que eles contêm parâmetros com importantes interpretações sob o ponto de vista zootécnico tais como: (a) peso assintótico que deve ser interpretado como peso à idade adulta; (b) taxa de maturação que deve ser entendida como a mudança de peso em relação ao peso à maturidade, ou seja, como indicador da velocidade com que o animal se aproxima do seu tamanho adulto e (c) parâmetro de inflexão que se refere ao ponto em que o animal passa de uma fase de crescimento acelerada para uma fase de crescimento inibitória. Esses modelos podem conter ainda uma constante matemática, ou constante de integração, relacionada ao peso inicial do animal e outros parâmetros sem interpretação biológica bem definida (Battes e Watts, 1988; Freitas, 2007).

O interesse pelas curvas de crescimento de bovinos de corte, por meio da utilização dos modelos não lineares, tem sido crescente nos últimos anos no Brasil. Mazzini *et al.* (2003) mostram que modelos não lineares são adequados para o estudo de dados de crescimento de bovinos da raça Hereford. Silva *et al.* (2004) afirmam que os modelos não lineares descreveram bem o crescimento dos bovinos, principalmente, sob o ponto de vista prático. Malhado *et al.* (2009) e Silva *et al.* (2011) demonstram que os modelos não lineares são recomendados para descreverem adequadamente o crescimento de bovinos de corte. Os trabalhos citados anteriormente usam modelos não lineares clássicos para descrever as curvas de crescimento animal tais como Brody, Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards.

Apesar da comprovada utilidade dos modelos não lineares clássicos para descrever curvas de crescimento de bovinos, sempre existe a possibilidade de que um novo modelo possa apresentar melhor desempenho em termos de convergência e interpretações biológicas dos parâmetros. O estudo de curvas de crescimento de bovinos que é indispensável para o melhoramento genético, uma vez que pode indicar os indivíduos que crescem com maior eficiência e isso pode garantir, na maioria das vezes, o sucesso da atividade que é a comercialização da carne. A exigência de um mercado extremamente competitivo, como é o da pecuária bovina de corte, por um produto final de qualidade, o que também depende da determinação de técnicas adequadas de manejo por meio do estudo de curvas de crescimento de bovinos, foram questões que nos motivaram a estudar, pesquisar e investigar métodos que pudessem possibilitar alguma vantagem e/ou contribuição, mesmo que pequena para esse importante segmento da economia brasileira. Assim, com o presente trabalho objetiva-se apresentar um novo modelo não linear para descrever curvas de crescimento de bovinos de corte, que seja relevante para o melhoramento genético, ajustá-lo em dados de bovinos da raça Nelore e compará-lo com os modelos tradicionais de Von Bertalanffy, Logístico e Gompertz.

MATERIAL E MÉTODOS

Foi utilizada uma base de dados de crescimento de bovinos referente a animais participantes do Programa de Melhoramento Genético da Raça Nelore (PMGRN), da Associação Nacional de Criadores e Pesquisadores - ANCP

(2013), localizada em Ribeirão Preto, estado de São Paulo, cujas informações colhidas nas fazendas são enviadas para o Setor Técnico administrativo do PMGRN, onde passam por rigorosa consistência antes de serem incorporados à base geral de dados.

A base de dados apresentou informações de 7121 animais, de ambos os sexos, criados a pasto em rebanhos localizados no estado de São Paulo, nascidos entre os anos de 2001 e 2007 com maior frequência de nascimentos nos meses da primavera e verão, sendo desmamados, aproximadamente, aos 210 dias de idade. As variáveis estudadas foram os pesos médios (em kg) dos animais obtidos ao nascer e aos 120, 210, 365, 450 e 550 dias.

Os modelos clássicos utilizados neste trabalho foram:

I- Gompertz, definido por $y_i = Ae^{-be^{-kt}} + \varepsilon_i$,

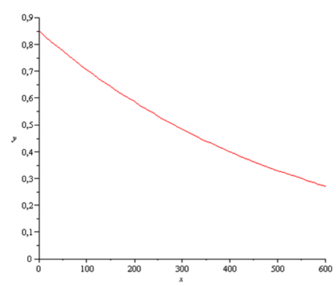
II- Von Bertallanfy, dado pela equação $y_i = A(1-be^{-kt})^3 + \varepsilon_i$ e

III- Logístico, definido pela equação $y_i = A/(1+be^{-kt}) + \varepsilon_i$.

Estes modelos apresentam uma variável dependente representada pelo peso médio (y_i), uma variável independente representada pela idade (t), o erro aleatório ($\varepsilon_i \sim \mathrm{N}(0, \mathrm{I}\sigma^2)$, o parâmetro ($A$) que representa o peso assintótico, ou seja, o peso do animal na idade adulta; o parâmetro b que é uma constante de integração sem interpretação biológica e o parâmetro k que é interpretado como taxa de maturidade que deve ser entendida como a mudança de peso em relação ao peso à maturidade, ou seja, como indicador da velocidade com que o animal se aproxima do seu tamanho adulto (Battes e Watts, 1988; Freitas, 2007).

Para a obtenção do novo modelo proposto no presente artigo, idealizou-se uma equação matemática que pudesse expressar de forma clara o peso dos bovinos (y_i) em função da sua idade (t) que atendesse as seguintes características: (a) $\lim\limits_{t\to\infty} \mathrm{y_i} = A$, em que *A* referisse ao peso assintótico do animal, ou seja, o peso na idade adulta, parâmetro sob o ponto de vista biológico, fundamental para se entender o processo de crescimento. (b) Precisava-se também que esse modelo tivesse outro parâmetro de extrema relevância biológica que expressasse a velocidade com que o animal cresce, isto é, a taxa de maturidade (*k*), que, segundo Freitas, é a razão entre a taxa de crescimento máxima e o tamanho adulto, ou seja, $\left(k = \frac{(\max)dy/dt}{\mathrm{A}}\right)$.

Idealizado o modelo, passou-se a obter o modelo a partir de uma função exponencial e utilizar o cálculo diferencial como instrumento para atingir o objetivo traçado, isto é, se obter um modelo em que o $\lim\limits_{t\to\infty} \mathrm{y_i} = A$ e $\left(k = \frac{(\max)dy/dt}{\mathrm{A}}\right)$ Assim, pensou-se em uma função do tipo $y = -w^t + p$, em que t, é a idade do animal: w, a base da equação exponencial ($0 < w < 1$) que para $t \geq 0$ garante uma curva assintótica à direita e *p*, uma constante que estaria ligada ao peso inicial do animal. Observou-se que esta é a função não traria os resultados desejados, pois não teríamos boas interpretações para os parâmetros *p* e *A*. Então se pensou em uma função $y = A.f(t)$ tal que $\lim\limits_{t\to\infty} f(t) = 1$. Daí pensou-se em uma $f(t) = 1 - g(t)$ e isto implicaria em uma $g(t)$ do tipo e^{-kt}, pois, para que $\lim\limits_{t\to\infty} \mathrm{A.[1\text{-}g(}t)] = A$ se $\lim\limits_{t\to\infty} g(t) = 0$. Mas surgiria um problema com o peso ao nascer, uma vez que $\lim\limits_{t\to 0} g(t) = 1$ então $\lim\limits_{t\to 0} \mathrm{A.[1\text{-}g(}t)] = 0$. Pensou-se e deslocar a função em alguma constante b, para tentar resolver o problema. Então, para conter o expoente, sentiu-se a necessidade de elevá-lo a um expoente negativo, optou-se por -2, talvez pudesse ser -1 ou um outro valor negativo, mas 0 valor escolhido satisfez. Após as operações realizadas no expoente envolvendo os parâmetros b e k, Obteve-se a seguinte função: $y = A\left(1 - e^{-\left\{kt + [k(t+b)]^{-2}\right\}}\right)$, que até então garantiria apenas a existência de A, como peso assintótico. Investigou-se b e k e chegou-se a conclusão que b não possui uma interpretação biológica definida, no entanto, para $\left(k = \frac{(\max) dy/dt}{\mathrm{A}}\right)$, concluiu-se que, para o modelo, k representa a taxa de maturidade, como demonstrado a seguir. O modelo proposto: $y_i = A\left(1 - e^{-\left\{kt + [k(t+b)]^{-2}\right\}}\right) + \varepsilon_i$ e a sua derivada ou taxa de crescimento é dada por: $\frac{\partial y}{\partial t} = -A\left(-k + \frac{2}{k^2(t+b)^3}\right).e^{-kt - \frac{1}{k^2(t+b)^2}}$ e graficamente representada pela seguinte curva no intervalo de interesse, isto é, para $t \in [0;600]$, tem-se:



Observa-se que a taxa de crescimento máximo é o valor em que t=0, logo, numericamente tem-se $k = \frac{0{,}8502723666}{479{,}5} \cong 0{,}002$, valor que corresponde ao estimado encontrado para este parâmetro no modelo proposto.

O modelo construído é não linear com três parâmetros e definido pela equação $y_i = A\left(1 - e^{-\left\{kt + [k(t+b)]^{-2}\right\}}\right) + \varepsilon_i$ em que os parâmetros k, representa a taxa de maturidade, A, o peso assintótico dos animais, $\varepsilon_i \sim \mathrm{N}(0, \mathrm{I}\sigma^2)$, representa o erro aleatório do modelo e b, não possui interpretação biológica definida.

As estimativas dos parâmetros dos modelos não lineares foram obtidas por meio do método de mínimos quadrados, usando o método iterativo de Gauss-Newton, em que os valores iniciais dos parâmetros foram obtidos utilizando tanto a observação do diagrama de dispersão dos dados como a linearização condicional descrita em Bates e Watts (1988).

Para a avaliação da qualidade do ajuste dos modelos foram utilizados o quadrado médio do erro, o coeficiente de determinação e o critério de informação de Akaike. O quadrado médio do erro (*QME*) é obtido por $QME = \frac{SQE(\hat{\theta})}{n-p}$, em que $SQE(\hat{\theta})$ é a soma de quadrados do erro, *n* é o número de observações e p é o número de parâmetros do modelo e $(\hat{\theta})$ é o vetor das estimativas dos parâmetros dos modelos. O *QME* expressa a variância residual proveniente do ajuste do modelo considerado e ao comparar vários modelos, quanto menor o seu valor mais adequado é o modelo. O coeficiente de determinação (R^2) é dado por $R^2 = 1 - \frac{SQE(\hat{\theta})}{SQT}$ em que SQT é a soma de quadrados total corrigida pela média, isto é, $SQT = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$. O R^2 expressa a proporção da variação total observada nos dados amostrais que foi explicada pelo modelo ajustado. Assim, quanto mais próximo da unidade estiver o R^2, melhor o ajuste do modelo. O critério de informação de Akaike (AIC) é dado por $AIC = -2\log L(\hat{\theta}) + 2(p)$, em que p é o número de parâmetros do modelo a serem estimados e L$(\hat{\theta})$ é o valor máximo da função de verossimilhança do modelo no ponto$(\hat{\theta})$. Quanto menor o valor de AIC, melhor o modelo ajustado (Battes e Watts, 1988).

Todos os cálculos foram realizados utilizando funções disponíveis e/ou construídas utilizando o *software* R (R Development Core Team, 2012).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas Figuras de 1 a 4 a seguir, podem ser visualizados os modelos ajustados (linha contínua) aos dados de peso médio (pontos) de bovinos machos e fêmeas da raça nelore do estado de São Paulo. A partir de uma inspeção visual dessas figuras pode-se observar que o modelo logístico e de Gompertz foram aqueles que propiciaram os piores ajustes, enquanto o modelo proposto e o modelo de Von Bertalanffy foram aqueles que apresentaram os melhores ajustes.

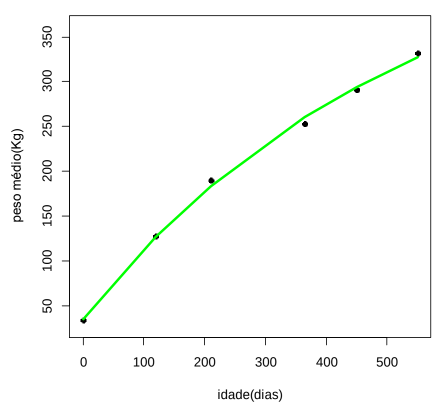


Figura 1**. Modelo proposto**

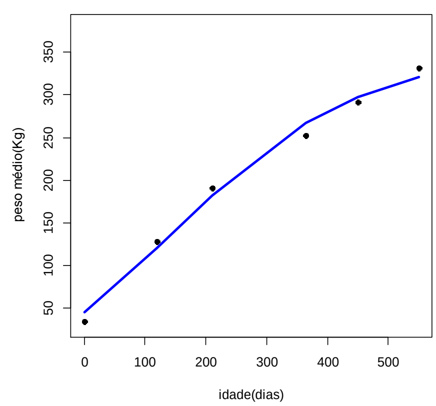
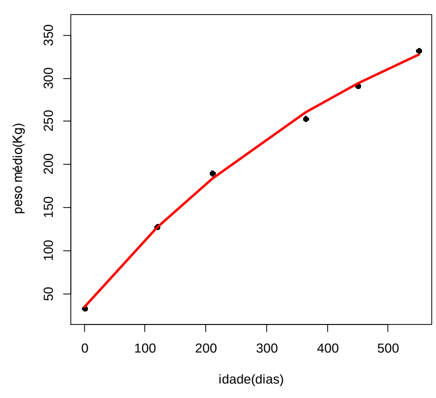


Figura 2**. Modelo Gompertz**



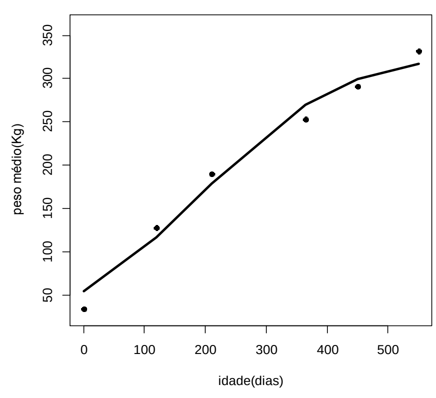


Figura 3. **Modelo Von Bertalanffy**

Figura 4**. Modelo Logístico**

Todos os modelos convergiram, no entanto os modelos Von Bertalanffy e o proposto convergiram mais rapidamente, isto é, o modelo proposto utilizou 5 iterações para convergir, mesmo número que necessitou o modelo Von Bertalanffy. Enquanto o modelo Gompertz utilizou 6 iterações e o logístico convergiu na oitava iteração.

Na Tabela 1 são apresentadas as estimativas dos parâmetros *A* e *k* dos modelos ajustados e os valores do Quadrado Médio do Erro *(QME)*, do coeficiente de determinação *(R^2)* e do critério de informação de Akaike *(AIC).*

Analisando os valores do R^2 apresentados na Tabela 1 pode-se observar que os modelos estudados e o proposto tiveram valres muito próximos, não evidenciando aquele modelo de melhor juste. Contudo, os modelos proposto e de Von Bertalanffy apresentaram um *QME* com valores bem mais reduzidos e menores valores para o *AIC*, o que favorece a indicação de melhores ajustes para estes modelos.

Os modelos de Gompertz e logístico obtiveram ajustes menos adequados para os dados analizados, permitindo assim a sugestão de que, de acordo com os critérios de adequabilidade de ajuste utilizados, especiamente o quadrado médio do erro e o critério de informação de Akaike, o modelo de Von Bertalanffy foi ligeiramente superior ao modelo proposto para descrever a curva do crescimento dos bovinos de corte da raça nelore, seguido pelos modelos de Gompertz e logístico.

Tabela 1. Valores estimados dos parâmetros *A e k* juntamente com as medidas de adequabilidade de ajuste: quadrado médio do erro *(QME)*, coeficiente de determinação *(R^2)* e critério de informação de Akaike *(AIC)* para o modelo proposto, Gompertz, Von Bertalanffy e Logístico ajustados em dados de crescimento de bovinos machos e fêmeas da raça nelore do estado de São Paulo.

Modelos	*A*	*k*	*QME*	R^2	*AIC*
Modelo proposto	479,5	0,002	48,49	0,998	27,13
Gompertz	358,3	0,005	203,66	0,990	35,74
Von Bertalanffy	485,4	0,002	47,54	0,998	27,01
Logístico	332,9	0,008	426,78	0,979	40,18

A= peso assintótico; *k* = taxa de maturidade.

O parâmetro *A*, conforme definido anteriormente, representa a estimativa do peso assintótico, que pode ser interpretado como peso adulto do bovino ou peso médio à maturidade do animal. Comparando as estimativas do parâmetro *A* nos dois modelos que apresentaram os melhores ajustes, observa-se que o maior valor estimado foi o do modelo de Von Bertalanffy (485,4), seguido pelo modelo proposto (479,5). Silva *et al*. (2004), Malhado *et al*. (2009), Lopes *et al*. (2011) e Silva *et al*. (2011) ajustaram modelos clássicos não lineares em curvas de crescimento de bovinos da raça nelore e também obtiveram valores de *A* muito próximos dos valores obtidos neste artigo.

O parâmetro *k* representa a taxa de maturidade do animal e indica a velocidade de crescimento para atingir o peso a maturidade ou o peso assintótico. Observou-se que quanto maior o valor de *k*, maior a velocidade de crescimento do animal, então esses animais apresentam maturidade precoce, pois desenvolvem mais rapidamente em relação aos animais com valores mais baixos de *k* e peso inicial semelhante. Estes achados encontram sustentação em autores como Sarmento *et al*. (2006) que observam que, em geral, existe uma relação inversa entre *A* e *k*, ou seja, animais com maiores taxas de crescimento têm menor probabilidade de alcançar maiores pesos na maturação, comparados com aqueles que crescem mais devagar no início da vida. Assim, pode-se concluir que, animais que alcançam a maturação com um peso maior, provavelmente terão a menor taxa de crescimento.

Neste artigo, tanto o modelo proposto como o modelo de von Bertalanffy apresentaram o mesmo resultado para o valor estimado do parâmetro *k.* Isto é, a velocidade relativa com que os animais crescem, para estes modelos, foi igual a 0,002 kg/dia. Esses resultados são praticamente iguais aos obtidos por Santoro *et al*. (2005) que usaram o modelo de Brody em ajustes de curvas de crescimento em bovinos nelore da região norte do Brasil e Lopes *et al*. (2011) que utilizaram os modelos de von Bertalanffy e Brody em estimativas de parâmetros de curvas de crescimento de bovinos zebu, criados a pasto no estado de Pernambuco.

CONCLUSÕES:

O modelo não linear proposto neste artigo mostrou-se adequado para descrever curvas de crescimento de bovinos machos e fêmeas da raça nelore do estado de São Paulo. Este modelo foi ligeiramente inferior ao modelo de Von Bertalanffy e superior aos modelos de Gompertz e Logístico.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE CRIADORES E PESQUISADORES. Disponível em: <http://www.ancp.org.br>. Acesso em: 10 fev. 2013.

BATES, D.M.; WATTS, D.G. *Nonlinear regression analysis and its applications*. New York: Wiley, 1988. 334p.

BIANCHINI, W.; SILVEIRA, A.C.; ARRIGONI, M. de B. *et al*. Crescimento e características de carcaça de bovinos superprecoces Nelore, Simental e mestiços. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim*., v.9, n.3, p.554-564, 2008.

BROWN, J.E.; FITZHUGH JUNIOR, H.A.; CARTWRIGHT, T.C. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. *J. Anim. Sci.*, v.42, n.4, p.810-818, Apr. 1976.

FITZHUGH JUNIOR, H.A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *J. Anim. Sci.*, v.42, n.4, p.1036-1051, 1976.

FREITAS, A.R. *Curvas de crescimento na produção animal*. São Carlos: Embrapa Pecuária Sudeste, 2007. (Documentos, 68).

GARNERO, A. D. V. *et al*. Parâmetros genéticos da taxa de maturação e do peso assintótico de fêmeas da raça Nelore. *Arq. Bras. Med. Vet. Zoot.*, v.57, n.5, p.652-662, 2005.

LOPES, F.B.; SILVA, M.C.; MARQUES, E.G. *et al*. Ajustes de curvas de crescimento em bovinos nelore da região norte do Brasil. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, v.12, n.3, p.607-617, 2011.

MALHADO, C.H.M.; RAMOS, A.A.; CARNEIRO, P.L. *et al*. Modelos não lineares utilizados para descrever o crescimento de bovinos da raça Nelore no estado da Bahia: 1: efeito ambiental. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, v.10, n.4, p.821-829, out./dez. 2009.

MAZZINI, A.R. de A.; MUNIZ, J.A.; AQUINO, L.H. de *et al*. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. *Ciênc. Agrotec.*, v.27, p.1105-1112, 2003.

OLIVEIRA, H.N. de; LÔBO, R.B.; PEREIRA, C.S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. *Pesq. Agropec. Bras.*, v.35, n.9, p.1843-1851, set. 2000.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. *R:* a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012.

SANTORO, K. R. *et al.* Estimativas de parâmetros de curvas de crescimento de bovinos zebu, criados no estado de Pernambuco. *Rev. Bras. Zootec.*, v.34, n.6, p.2262-2279, 2005.

SARMENTO, J.L.R.; REZAZZI, A.J.; SOUZA, W.H. *et al*. Estudo da curva de crescimento de ovinos Santa Inês. *Rev. Bras. Zootec.*, v.35, n.2, p.435-442, 2006.

SILVA, F. de L.; ALENCAR, M.M. de; FREITAS, A.R. de *et al*. Curvas de crescimento em vacas de corte de diferentes tipos biológicos. *Pesq. Agropec. Bras*., v.46, n.3, p.262-271, mar. 2011.

SILVA, N.A.M. da; AQUINO, L.H. de; SILVA, F.F. *et al*. Curvas de crescimento e influência de fatores não-genéticos sobre as taxas de crescimento de bovinos da raça Nelore. *Ciênc. Agrotec.*, v.28, n.3, p.647-654, 2004.

SILVA, N.A.M. da; MUNIZ, J.A.; SILVA, F.F. e *et al.* Aplicação do método Baysiano na estimação de curva de crescimento em animais da raça Nelore. *Rev. Ceres*, v.54, p.192-199, mar./abr. 2007.

SILVA, N.A.M. da; AQUINO, L.H. de; SILVA, F.F. e *et al.* Estudo de parâmetros de crescimento de bezerros Nelore por meio de um modelo e regressão linear: uma abordagem Baysiana. *Ciênc. Anim. Bras.*, v.7, n.1, p.57-65, jan./mar. 2006.

SOUTELLO, R.V.G. de; FERNANDES, J.O.M.; BRAZ, M.A. *et al*. Idade ao abate de bovinos em frigorífico no município de Andradina, SP. *Ciênc. Agr. Saúde FEA*, v.3, p.11-18, jan./jun. 2003.

ARTIGO 2 Modelo Von Bertalanffy com resposta em platô para descrever curvas de crescimento de bovinos de corte

Artigo redigido conforme as normas da *Revista Brasileira de Biometria*

MODELO VON BERTALANFFY COM RESPOSTA EM PLATÔ PARA DESCREVER CURVAS DE CRESCIMENTO DE BOVINOS DE CORTE

A VON BERTALANFFY MODEL WITH RESPONSE PLATEAU TO DESCRIBE GROWTH CURVES OF BEEF CATTLE.

Tânia Jussara Silva Santana-UFLA/IFBA. tanjussara@gmail.com*
João Domingos Scalon-DEX/UFLA
Thereza Cristina Calmon de Bittencourt-EMV/UFBA
Azly Santos Amorim de Santana-UFLA/IFBA

RESUMO: Modelos segmentados podem ser utilizados no estudo da curva de crescimento de animais sempre que existir alguma situação em que seja necessário usar uma função dada por leis diferentes para tentar captar alterações significativas ao longo do processo de crescimento. A primeira parte do modelo é dada por uma função linear, ou não linear, até um determinado valor da curva que é o platô de resposta e, a partir desse o valor, assume uma constante. As funções mais utilizadas para a primeira parte do modelo são: linear, polinomial quadrática e exponencial. Neste trabalho propomos a equação de Von Bertalanffy para a primeira parte do modelo para descrever curvas de crescimento de bovinos de corte. Este modelo foi ajustado em dados de peso de vacas da raça nelore do estado de Minas Gerais coletados em oito tempos, entre 1 e 600 dias, pela Associação Brasileira de Criadores de Zebu (ABCZ). O modelo proposto foi comparado estatisticamente com os modelos mais citados na literatura. Os resultados mostraram que o modelo proposto foi superior aos outros modelos para o estudo das curvas de crescimento das vacas da raça

Nelore não somente pela boa qualidade de ajuste e parâmetros com explicação biológica, mas também por indicar a idade máxima para o abate do animal.

Palavras-chave: modelos segmentados, regressão não linear, produção animal, melhoramento genético.

ABSTRACT: Segmented models can be used to study the growth curve of animals whenever there is a situation where you need to use a function given by different laws to try to capture significant changes during the growth process. The first part of the model is given by a linear, or non-linear, up to a given value which is the curve plateau response and, from that value, it assumes a constant. The most commonly used functions for the first part of the model are: linear, quadratic polynomial and exponential. In this work we propose the Von Bertalanffy equation for the first part of the model to describe growth curves of beef cattle. This model was fit for weight data of Nelore cows of the state of Minas Gerais, collected eight times, between 1 and 600 days, by the Brazilian Association of Zebu Breeders (ABCZ). The proposed model was compared, statistically, to the models most cited in the literature. The results showed that the proposed model is superior to the other models for the study of growth curves of Nellore cows not only by the good quality of fit and parameters with biological explanation but also because it indicates the maximum age for the slaughter of the animal.

Keywords: segmented models, nonlinear regression, animal production, breeding.

INTRODUÇÃO

O estudo do crescimento de animais é extremamente importante para a determinação de técnicas adequadas de manejo bem como para o melhoramento genético, uma vez que possibilita a identificação de indivíduos que crescem com maior eficiência, garantindo na maioria das vezes o sucesso da atividade. A tendência geral do crescimento para a maioria das espécies de animais de interesse econômico é uma curva na forma de S estendido, denominada curva de crescimento e esta representa o desenvolvimento do animal em todas as fases de sua vida.

Em muitos desses estudos de crescimento pode ocorrer situações que é necessário usar uma função dada por leis diferentes no sentido de tentar captar alterações significativas ao longo do processo. Tais modelos são denominados modelos segmentados (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002).

O modelo segmentado é uma ferramenta importante para modelar fenômenos que admitem mudança de comportamento funcional, isto é, o ponto que determina esta mudança na variável resposta, deve ser de algum interesse para o pesquisador, uma vez que representa uma alteração no padrão dos dados. Em estudos de crescimento de bovinos, esse ponto pode representar a idade em que o animal atinge a maturidade, pois, entende-se que neste momento ocorreu alguma mudança no comportamento do crescimento do animal.

Entre os modelos de regressão segmentada, destacam-se os modelos splines definidos por dois ou mais polinômios, um para cada intervalo de idade do animal, em que os pontos que unem esses segmentos são chamados nós (THOLON et al., 2012). Outro modelo do tipo segmentado que tem se destacado é o platô de resposta, o qual está definido por apenas dois segmentos: o primeiro determinado por uma curva crescente ou decrescente, que descreve o fenômeno biológico até um determinado ponto P e a partir desse ponto o modelo assume esse valor *P*, constante, denominado platô, referindo à estabilização da resposta. O modelo platô de resposta é uma técnica de análise estatística que pode descrever níveis ótimos, máximos e mínimos de estudos de crescimento e decrescimento, respectivamente (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002).

Pesquisadores têm utilizado, com sucesso, modelos segmentados em estudo de curvas crescimento de bovinos nos últimos anos. Scalez et al. (2011) mostram que polinômio B-spline quadrático com quatro intervalos se ajusta adequadamente à trajetória média de crescimento de tourinhos nelore. Tholon et al. (2012) afirmam que o uso de funções splines (segmentadas) são uma alternativa viável ao ajuste da curva de crescimento de bovinos santa Gertrudes.
Santana et al. (2012a) concluíram que o modelo polinomial quadrático e o modelo não linear exponencial, ambos com resposta em platô, mostraram-se adequados para o estudo de dados de crescimento de bovinos da raça nelore.

Os modelos segmentados com resposta em platô utilizados no estudo de curvas de crescimento, tais como o linear, polinomial quadrático e exponencial, mais citados na literatura, não representam todas as possibilidades dessa classe de modelos. Sempre existe a possibilidade de que um novo modelo possa apresentar um melhor desempenho em termos de convergência e interpretações biológicas dos parâmetros. Assim, com o presente artigo propõe-se um modelo segmentado com resposta em platô, em que o primeiro segmento do modelo é dado pela função não linear de Von Bertalanffy. O modelo proposto e os modelos segmentados com resposta em platô, mais citados na literatura, foram ajustados em dados de crescimento de vacas da raça nelore, comparados e avaliados quanto à descrição de curvas de crescimento de bovinos de corte.

MATERIAL E MÉTODOS

Foi utilizada uma base de dados de crescimento de bovinos da raça nelore, de um conjunto de dados dos arquivos pertencentes à Associação Brasileira de Criadores de Zebu (ABCZ), situada em Uberaba, Minas Gerais. A base de dados apresentou informações sobre o peso de 63 animais, do sexo feminino, criados a pasto em rebanhos localizados no estado de Minas Gerais, nascidos entre os anos de 2006 e 2010. As variáveis analisadas foram os pesos médios (em kg) dos animais medidos em cada idade, ao nascer e aos 60, 150, 240, 330, 420, 510 e 600 dias.

Os modelos platô de resposta avaliados no presente artigo foram:

I- O modelo platô de resposta linear ou Linear Response Plateau (LRP), definido por:

$$y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon_i ; x \leq x_0 & (01) \\ P + \varepsilon_i ; x_i > x_0 & (02) \end{cases}$$

em que x_0 é a abscissa do ponto de junção da equação (01) com o platô *p* expresso na equação (02) e representa a idade ótima do animal, *p* (platô), representa o peso máximo do animal, y_i é a resposta (peso médio em kg), referente à idade em dias x_i, β_0 é o intercepto que representa o peso ao nascer e β_1 representa a inclinação ou a taxa de ganho de peso diário do animal.

Para a estimação dos parâmetros do modelo LRP, o mesmo deve ser uma função contínua e diferenciável em $x = x_0$ e para ter continuidade em x_0, deve-se fazer $\beta_0 + \beta_1 x_0 = p$, ou seja, $x_0 = (p - \beta_0)/\beta_1$ e este valor representará a idade em que o animal atinge seu peso médio máximo, a partir do qual a resposta se estabiliza (platô), sendo β_0 e β_1 parâmetros do modelo a serem estimados e $\varepsilon_i \sim \mathrm{N}(0, \mathrm{I}\sigma^2)$, o erro aleatório do modelo. Neste caso temos um modelo com três parâmetros β_0, β_1 e p .

II- O modelo polinomial quadrático com resposta em platô (MPQ) utilizado neste estudo é definido por:

$$y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^{\ 2} + \varepsilon_i ; x \leq x_0 & (03) \\ P + \varepsilon_i ; x_i > x_0 & (04) \end{cases}$$

em que x_0 é a abscissa do ponto de junção da equação (03) com o platô p expresso na equação (04) e representa a idade ótima do animal, p (platô) representa o peso máximo do animal, y_i é a resposta (peso médio em kg) referente à idade x_i em dias. β_0, β_1 e β_2 são os parâmetros do modelo a serem estimados e $\varepsilon_i \sim \mathrm{N}(0, \mathrm{I}\sigma^2)$, o erro aleatório do modelo.

Pode-se observar neste modelo que para valores de $x \leq x_0$, o fenômeno biológico é explicado por um modelo quadrático (parábola) e para valores de $x > x_0$, a equação explicativa é uma constante. O ponto x_0 é desconhecido e deve ser estimado com os demais parâmetros do modelo.

O modelo MPQ deve ser contínuo $\forall x \geq 0$, e a sua primeira derivada é dada por $\frac{\partial y_i}{\partial x_i} = \beta_1 + 2\beta_2 x_i$. Se fizermos $x = x_0$ e $\beta_1 + 2\beta_2 x_i = 0$, obteremos $x_0 = -\frac{\beta_1}{2\beta_2}$, valor que vai representar a idade em que o animal atinge seu peso médio máximo, a partir do qual a resposta se estabiliza (platô). Substituindo este valor na equação quadrática obteremos o valor máximo do modelo, que corresponde ao importante valor procurado de $P = \beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4\beta_2}$ (platô).

O modelo não linear exponencial com resposta em platô (MNLE) foi proposto por Rezende et al. (2007) para estudar a exigência de zinco em frango de corte. Neste modelo tem-se que para valores de $x < x_0$ um modelo não linear exponencial que explica o fenômeno biológico e, para $x \geq x_0$, tem-se uma constante *P*, denominada platô, estabelecendo, a partir deste, a invariabilidade da resposta.

O modelo não linear exponencial com resposta em platô trabalhado neste artigo é dado por:

$$y_i = \begin{cases} a.\exp(b.x_i - c.x_i^2) + \varepsilon_i ; x_i < x_0 & (05) \\ P + \varepsilon_i ; x_i \geq x_0 & (06) \end{cases}$$

em que x_0 é o ponto de junção da equação (05) com o platô *p*, expresso na equação (06) representa o peso máximo do animal, Y_i é o peso médio dos animais em kg referente à idade x_i (em dias). Então, para valores de $x_i \leq x_0$, o modelo que descreve a resposta Y_i é uma função não linear exponencial e para valores de $x_i > x_0$ tem-se uma constante referindo-se à estabilização da resposta (platô).

Para a estimação dos parâmetros do modelo, este deve ser contínuo e diferenciável em $x_i = x_0$. Para determinarmos o valor de x_0, que representa a idade ótima do animal, deve-se encontrar a primeira derivada $\frac{\partial y}{\partial x} = a(b - 2cx_i)\exp(bx - cx_i^2)$. Fazendo $x_i = x_0$ e igualando este resultado a zero teremos $x_0 = \frac{b}{2c}$ valor que vai representar a idade máxima do animal, a partir da qual a resposta se estabiliza (platô). Se for substituído x_i por x_0 na equação inicial, tem-se o platô $P = a\ \exp\left(\frac{b^2}{4c}\right)$, sendo *a*, *b* e *c* os parâmetros do modelo a serem estimados e $\varepsilon_i \sim \mathrm{N}(0, \mathrm{I}\sigma^2)$, o erro aleatório do modelo.

O modelo proposto no presente artigo é o modelo de Von Bertalanfy com resposta em platô definido por:

$$y = \begin{cases} A\{1 - \exp[-k(x_i - b)]\} + \varepsilon_i, x_i \leq x_0 & \textbf{(07)} \\ p + \varepsilon_i, \qquad\qquad x_i > x_0 & \textbf{(08)} \end{cases}$$

em que x_0 é o ponto de junção da equação (07) com o platô *p*, expresso na equação (08) e representa a idade máxima do animal, *p* é o ponto inicial do platô, representa o peso médio ótimo do animal e y_i é o peso médio dos animais em kg, referente à idade x_i em dias. O modelo é contínuo em $x_i = x_0$ e para valores de $x_i \leq x_0$, o modelo que descreve o fenômeno biológico, ou seja, a resposta y_i, é o modelo de Von Bertalanffy e para valores de $x_i > x_0$, tem-se uma constante *p* (platô), referindo a estabilização da resposta. Para garantir a continuidade em $x_i = x_0$, deve-se igualar as equação (07) e (08), isto é, deve-se fazer $A\{1 - \exp[-k(x_i - b)]\}$ = *p*, então fazendo $x_i = x_0$, tem-se $x_0 = \dfrac{kb - \log\left(1 - \frac{p}{A}\right)}{k}$ e este valor representará a idade máxima do animal, na qual o animal atinge seu peso médio ótimo e a partir desta a resposta se estabiliza (platô). Sendo A, k e b, parâmetros do modelo a serem estimados.

A taxa de maturidade ou velocidade com que o animal atinge a idade adulta é expressa por *k*. Os parâmetros *A* e *b*, não possuem interpretação biológica para o modelo proposto.

As estimativas dos parâmetros dos modelos platô de resposta descritos neste trabalho foram obtidas por meio do método de mínimos quadrados, usando o método iterativo de Gauss-Newton, em que os valores iniciais dos parâmetros foram obtidos utilizando tanto a observação do diagrama de dispersão dos dados como a linearização condicional descrita em Bates e Watts (1988).

Para a avaliação da qualidade de ajuste dos modelos foram utilizados o quadrado médio do erro, o coeficiente de determinação e o critério de informação de Akaike (1974). O quadrado médio do erro (*QME*) é obtido por $QME = \frac{SQE(\hat{\theta})}{n-p}$, em que $SQE(\hat{\theta})$ é a soma de quadrados do erro, *n* é o número de observações, p é o número de parâmetros do modelo e $\hat{\theta}$ é o vetor das estimativas dos parâmetros dos modelos. O *QME* expressa a variância residual proveniente do ajuste do modelo considerado e ao comparar vários modelos, quanto menor o seu valor mais adequado é o modelo. O coeficiente de determinação (R^2) é dado por $R^2 = 1 - \frac{SQE\,(\hat{\theta})}{SQT}$ em que *SQT* é a soma de quadrados total corrigida pela média, isto é,

$$SQT = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$

O R^2 expressa a proporção da variação total observada nos dados amostrais que foi explicada pelo modelo ajustado. Assim, quanto mais próximo da unidade for o valor do R^2, melhor o ajuste do modelo. O critério de informação de Akaike (*AIC*) é dado por $AIC = -2\log L(\hat{\theta}) + 2(p)$, em que *p* é o número de parâmetros do modelo a serem estimados e $L(\hat{\theta})$ é o valor máximo da função de verossimilhança do modelo no ponto $\hat{\theta}$. Quanto menor o valor de *AIC*, melhor o modelo ajustado (BATTES; WATTS, 1988).

Todos os cálculos foram realizados utilizando funções disponíveis e/ou construídas utilizando o *software* R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas Figuras de 1 a 5 abaixo, podem ser visualizados os modelos ajustados (linha contínua) aos dados de peso médio (pontos) de bovinos fêmeas da raça nelore do estado de Minas Gerais. A partir de uma inspeção visual dessas figuras pode-se observar que o modelo o modelo proposto apresenta o melhor ajuste.

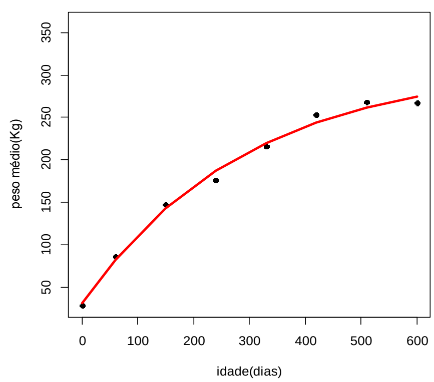


Figura 1. Modelo Von Bertalanffy .

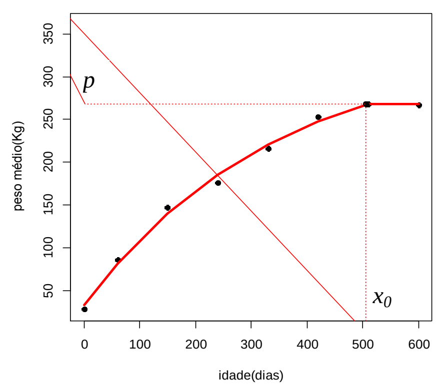


Figura 2. Modelo proposto: Von Bertalanffy com resposta em Platô.

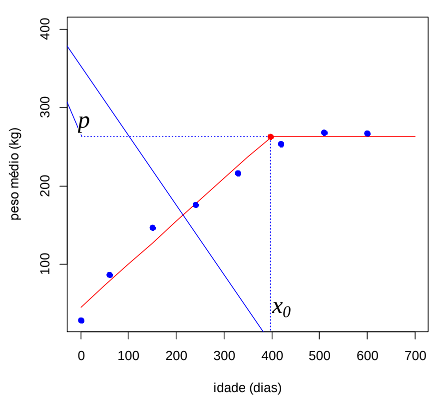


Figura 3. Modelo platô de resposta linear.

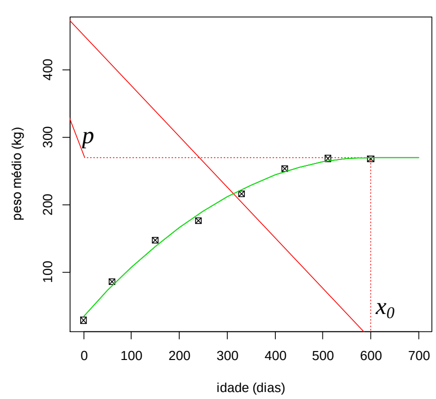


Figura 4. Modelo polinomial quadrático com resposta em Platô.

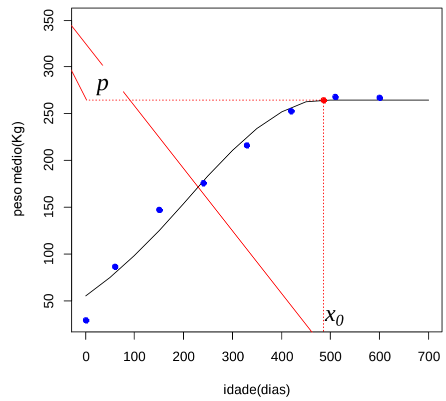


Figura5. Modelo não linear exponencial com resposta em platô.

Todos os modelos convergiram, sendo que o modelo Von Bertalanffy convergiu na terceira iteração e o modelo proposto, ou seja, o Von Bertalanffy com resposta em platô utilizou cinco iterações para convergir. O platô de resposta linear convergiu na segunda iteração, o polinomial quadrático convergiu na terceira iteração e o não linear exponencial, convergiu na oitava iteração.

Na Tabela 1 são apresentadas as equações estimadas que representam os modelos matemáticos ajustados, as estimativas dos parâmetros x_0 e p desses modelos e os valores do Quadrado Médio do Erro (QME), do coeficiente de determinação (R^2) e do critério de informação de Akaike (AIC).

Tabela 1– Equações estimadas para os modelos, coeficientes de determinação (R^2), quadrado médio do erro (*QME*), critério de informação de Akaike (*AIC*), idade ótima dos animais (x_0) e o peso o máximo das vacas (*p*) para os modelos platô de resposta linear, Polinomial quadrático, exponencial e o modelo proposto de Von Bertalanffy ajustados em dados de crescimento de bovinos fêmeas da raça nelore do estado de Minas Gerais.

Modelos		R^2	***QME***	***AIC***	x_0	***p***
Modelo Von Bertalanffy	y= 312,03{1- exp[-0,003(x_i +31,24)]}	0,993	72,04	38.45	-	-
Modelo proposto	$y = 341{,}4\{1 - \exp[-0{,}0028\,(x_i + 36{,}9)]$	0,996	57,78	34,91	505,80	267,92
LRP	y=45,86+0,546x	0,982	194,55	70,58	397,85	263,02
MPQ	y= 35,36 +0,7821 x-0,0065x^2	0,995	67,46	73,05	599,31	269,72
MNLE	y = 55,2exp(0.0065x-6.660e-06x^2)	0,975	270,25	82,38	485,28	264,91

Analisando os valores dos avaliadores dos ajustes, cujos valores, todos estão apresentados na tabela 1,o R^2, para todos os modelos obteve valores muito semelhantes. No entanto os valores do QME e do AIC para o modelo proposto, pode-se observar que indicam os melhores ajustes para descrever a curva do crescimento das vacas de corte da raça nelore, são eles 57,78 e 34,91, respectivamente. Mas, observa-se que os valores dos pesos ótimos estimados (platô) para os modelos com resposta em platô, possuem valores muito próximos, o que não ocorre com as respectivas idades ótimas (x_0). Os resultados encontrados neste artigo, corroboram com os achados por Santana et al. (2012a, 2012b) que utilizaram os modelos polinomial quadrático e o não linear exponencial, ambos com resposta em platô, para descrever curvas de crescimento de gado de corte nelore de dos estados do Paraná e São Paulo, respectivamente.

Esses estudos mostram que apesar de muitos modelos serem adequados para representar curvas de crescimentos de bovinos, entre esses, modelos segmentados com reposta em platô, podem existir algumas divergências entre eles. Acredita-se que ainda são necessários mais estudos sobre curvas de crescimento em zebuinos e que existe espaço para novas formas de modelagem dessas curvas.

Dentre as equaçoes não lineares mais utilizadas para descrever a curva de crescimento em animais de produção, encontra-se o modelo não linear de Von Bertalanffy, pois o mesmo apresenta qualidade elevada de ajuste e estimativas condizentes com a realidade quando comparado a outros modelos (FREITAS, 2007; OLIVEIRA; LÔBO; PEREIRA, 2000). Neste artigo, o modelo proposto, não linear de Von Bertalanfy com resposta em platô comparado com o próprio Von Bertalanffy e com modelos platô de resposta bastante citados na literatura, são eles, o linear, polinomial quadrático e exponencial, demonstrou boa qualidade de ajuste para os dados analisados.

Os resultados mostram que o modelo proposto atende aos principais requisitos para que uma função de crescimento forneça uma boa caracterização de uma relação peso-idade, dentre os quais a interpretação biológica dos parâmetros (confiabilidade), um ajuste com pequenos desvios (precisão) e o grau de dificuldade do ajuste (operacionalidade).

CONCLUSÕES

Assim, os modelos platô de resposta avaliados neste artigo, mostraram-se adequados para o estudo de dados de crescimento de bovinos fêmeas da raça nelore do estado de Minas Gerais por possuírem características de utilização prática, uma vez que indica a idade ótima do animal para o abate, representada por x_0, e o seu respectivo peso máximo *p*. No entanto, para a escolha do modelo, deve-se levar em conta, aquele que se mostra economicamente mais viável.

Tendo como base as interpretações biológicas dos parâmetros e as medidas de qualidade de ajuste, pode-se concluir que o modelo proposto de Von Bertalanffy com resposta em platô, foi superior aos outros modelos para descrever curvas de crescimento de bovinos fêmeas da raça nelore do estado de Minas Gerais, dando indícios que obteve os melhores ajustes para os dados analisados.

REFERÊNCIAS

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transact. Autom. Contr.*, Boston, v.19, n.6, p.716-723, 1974.

BATES, D. M.; WATTS, D. G. *Nonlinear regression analysis and its applications*. New York: Wiley, 1988. 334p. (Wiley Series in Probability e Mathematical Statistics).

BRAGA, J. M. *Avaliação da fertilidade do solo:* ensaios de campo. Viçosa, MG: UFV, 1983. 101p.

FREITAS, A. R. *Curvas de crescimento na produção animal*. São Carlos: EMBRAPA Pecuária Sudeste, 2007. 30p. (Documentos, 68).

GONÇALVES, R. P. et al. Ajuste de modelos de platô de resposta via regressão isotônica. *Ciênc. Rural*, Santa Maria, v.42, n.2, fev. 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-84782012000200026&script=sci_arttext>. Acesso em: 10 mar. 2013.

MALHADO, C. H. M. et al. Modelos não lineares utilizados para descrever o crescimento de bovinos da raça Nelore no estado da Bahia: 1., efeito ambiental. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, Belo Horizonte, v.10, n.4, p.821-829, out./dez. 2009.

OLIVEIRA, H. N. de; LÔBO, R. B.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. *Pesq. Agropec. Bras.*, Brasília, v.35, n.9, p.1843-1851, set. 2000.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. *R:* a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <http://www.r-project.org>. Acesso em: 10 dez. 2012.

REZENDE, D. M. L. C. et al. Ajuste de modelos de platô de resposta para a exigência de zinco em frangos de corte. *Ciênc. Agrotec.*, Lavras, v.31, n.2, p.468-478, mar./abr. 2007.

SANTANA, T. J. S. et al. Ajuste de modelos platô de resposta em dados de crescimento de bovinos da raça nelore do Estado de São Paulo. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 57., 2012, Piracicaba. *Anais*... Piracicaba: RBRAS, 2012a. p.108.

SANTANA, T. J. S. et al. Ajuste de modelos platô de resposta em dados de crescimento de bovinos da raça nelore do Estado do Paraná. *Rev. Estat. UFOP*, Ouro Preto, v.2, p.74, 2012b.

SCALEZ, D. C. B. et al. O desenvolvimento da produção animal e a responsabilidade a novos desafios. In: REUNIÃO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 48., 2011, Viçosa, MG. *Anais*... Viçosa, MG: UFV, 2011. 1 CD-ROM.

SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F. J. *Contemporary statistical models for the plant and soil sciences*. 2nd ed. Boca Raton: CRC, 2002. 738p.

THOLON, P. et al. Utilização de funções lineares e não lineares para ajuste do crescimento de bovinos Santa Gertrudes, criados a pasto. *ARS Veterinária*, Jaboticabal, v.28, n.4, p.234-239, 2012.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal com este trabalho foi propor novos modelos de regressão que pudessem apresentar parâmetros com interpretações biológicas e com bons ajustes em dados de crescimento de bovinos de corte.

O modelo não linear proposto, mostrou-se adequado para o estudo de curvas de crescimento de bovinos por ter obtido valores ótimos para os avaliadores da qualidade desse ajuste. Quando comparados com outros modelos já consagrados na literatura em estudos de crescimento como o de Von Bertalanffy, Gompertz e Logístico este se mostrou bastante competitivo. Obteve resultados muito próximos do Von Bertalanffy, com uma pequena desvantagem, e resultados superiores aos modelos de Gompertz e Logístico.

O modelo não linear de Von Bertalanffy com resposta em platô proposto mostrou-se superior para representar dados de crescimento de bovinos, quando comparado com o modelo não linear de Von Bertalanffy e com outros modelos platô de resposta consagrados na literatura, tanto pela qualidade do ajuste quanto pela interpretação biológica dos parâmetros.

No entanto, é importante que esse estudo seja continuado e aprofundado, principalmente no que se refere a aspectos estatísticos envolvidos, ou seja, é interessante explorar outros métodos de estimação dos parâmetros e o efeito de covariáveis, como sexo, região, entre outros, no estudo de curvas de crescimento de bovinos. Propor se possível, outros modelos não lineares que sejam mais parcimoniosos, isto é, com um número de parâmetros menor e com a mesma importância, que esses parâmetros possuam interpretação biológica, para ajustar em dados de crescimento de bovinos. Estudos longitudinais de perfis de médias que explorem mais profundamente o efeito das covariáveis sexo e região no crescimento também são necessários e estão em desenvolvimento pela autora desta tese.