



**MARCELO LINON BATISTA**

**ENTROPIA DE SHANNON APLICADA À PRECIPITAÇÃO PLUVIAL**

**LAVRAS - MG  
2018**

**MARCELO LINON BATISTA**

**ENTROPIA DE SHANNON APLICADA À PRECIPITAÇÃO PLUVIAL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos em Sistemas Agrícolas para obtenção do título de Doutor.

**Orientador**  
**Gilberto Coelho**

**LAVRAS – MG**  
**2018**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca  
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Batista, Marcelo Linon.

Entropia de Shannon aplicada à precipitação pluvial / Marcelo  
Linon Batista. - 2018.

51 p.

Orientador(a): Gilberto Coelho.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Lavras, 2018.  
Bibliografia.

1. Entropia de Shannon. 2. variabilidade pluvial. 3. rede  
pluviométrica. I. Coelho, Gilberto. . II. Título.

**MARCELO LINON BATISTA**

**ENTROPIA DE SHANNON APLICADA À PRECIPITAÇÃO PLUVIAL  
SHANNON'S ENTROPY APPLIED TO RAINFALL PRECIPITATION**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos em Sistemas Agrícolas para obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 06 de março de 2018.

Dr. Carlos Rogério de Mello UFLA.  
Dr. José Alves Junqueira Junior IF Sudeste-MG.  
Dr. Marcelo Silva de Oliveira UFLA.  
Dr. Marcelo Ribeiro Viola. UFLA

Prof. Dr. Gilberto Coelho  
Orientador

**LAVRAS  
2018**

## RESUMO

A teoria da entropia da informação desenvolvida por Claude Elwood Shannon, na década de 1940, foi marco importante para ciência da computação e sistemas de comunicações. Suas ideias foram ampliadas e aplicadas para outros campos das ciências, inclusive ciências ambientais e recursos hídricos. Pretendeu-se, neste trabalho, demonstrar parte da teoria da entropia da informação aplicada aos recursos hídricos em três capítulos: a primeiro capítulo demonstra-se os conceitos gerais da entropia marginal, entropia conjunta, entropia condicional, entropia mútua, princípio da entropia máxima, na sequência apresenta-se as principais aplicações em hidrologia: análise de variabilidade, hidrologia estatística, modelagem de fenômenos hidrológicos, avaliação de redes de monitoramento hidrológicos. O segundo capítulo foi utilizar o conceito da entropia marginal para investigar o comportamento espacial da precipitação total anual entre o período de 1990-2015 do estado de Minas Gerais. Foi possível identificar um gradiente crescente de variabilidade da precipitação no sentido sul-norte de Minas Gerais. Foi delineado 4 áreas homogêneas com características próprias a partir dos valores da entropia de distribuição e volume precipitado anual. O terceiro capítulo avaliou a qualidade da informação de 3 redes de estações pluviométricas de 3 UPGRH no estado de Minas Gerais. Constatou-se que as unidades de planejamento de gestão de recursos hídricos analisadas apresentaram regiões com déficit e regiões com excesso de estações indicando, segundo esta metodologia a necessidade de realocação das estações.

**Palavras chaves:** Entropia de Shannon, precipitação, variabilidade, rede de monitoramento de rainfall.

## ABSTRACT

The theory of information entropy developed by Claude Elwood Shannon in the 1940s was an important milestone in computer science and communications systems. His ideas have been broadened and applied to other fields of science, including environmental science and water resources. The purpose of this paper is to demonstrate part of the entropy theory of information applied to water resources in three chapters: the first chapter demonstrates the general concepts of marginal entropy, joint entropy, conditional entropy, mutual entropy, maximal entropy principle, the main applications in hydrology are analyzed: variability analysis, statistical hydrology, modeling of hydrological phenomena, evaluation of hydrological monitoring networks. The second chapter was to use the concept of marginal entropy to investigate the spatial behavior of total annual precipitation between the period 1990-2015 of the state of Minas Gerais. It was possible to identify an increasing gradient of precipitation variability in the south-north direction of Minas Gerais. It was delineated 4 homogeneous areas with their own characteristics from the values of distribution entropy and annual precipitated volume. The third chapter evaluated the quality of the information from three networks of rainfall stations of 3 UPGRH in the state of Minas Gerais. It was verified that the water resources planning units analyzed presented regions with deficits and regions with excess stations indicating, according to this methodology, the need for reallocation of the stations.

**Keywords:** Shannon's entropy, precipitation, variability, monitoring network rainfall.

## SUMÁRIO

<b>PRIMEIRA PARTE .....</b>	<b>6</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>6</b>
<b>2. REFERENCIAL TEORICO .....</b>	<b>7</b>
2.1. PRECIPITAÇÃO .....	7
2.1.2 MONITORAMENTO PLUVIAL EM MINAS GERAIS.....	8
2.2 INTERPOLAÇÃO ESPACIAL: KRIGAGEM .....	9
2.3 ENTROPIA MARGINAL .....	10
2.3.1 ENTROPIA CONJUNTA .....	11
2.3.3 ENTROPIA CONDICIONAL.....	11
2.3.4. ENTROPIA MÚTUA OU TRANSINFORMAÇÃO. ....	12
2.3.5 PRINCÍPIO DA MÁXIMA ENTROPIA (PME).....	13
2.4. ENTROPIA DE SHANNON APLICADO AOS RECURSOS HÍDRICOS. ....	15
<b>SEGUNDA PARTE-ARTIGOS.....</b>	<b>20</b>
<b>ARTIGO 1- ENTROPIA DA INFORMAÇÃO DE SHANNON: APLICAÇÃO AO ESTUDO DA VARIBILIDADE ESPACIAL DA PRECIPITAÇÃO ANUAL PARA O ESTADO DE MINAS GERAIS.....</b>	<b>20</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>20</b>
<b>2. DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>22</b>
<b>3. CONCLUSÃO.....</b>	<b>31</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>32</b>
<b>ARTIGO 2 REPRESENTATIVIDADE ESPACIAL DAS ESTAÇÕES PLUVIOMETRICAS ATRAVÉS DO USO DA ENTROPIA MÚTUA. ....</b>	<b>34</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>34</b>
<b>2. DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>36</b>
<b>3. CONCLUSÃO.....</b>	<b>46</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>47</b>

## PRIMEIRA PARTE

### 1. INTRODUÇÃO

Os fenômenos hidrológicos são fundamentais para o estudo do meio ambiente e para o gerenciamento eficiente dos recursos hídricos. Os processos envolvidos são complexos e altamente variáveis no tempo e no espaço. As informações básicas podem ser obtidas por meio estações de monitoramento, por satélites, radar ou medidas diretas em campo. Entre os métodos utilizados para caracterizar as variáveis hidrológicas, a entropia da informação de Shannon vem se destacando, pois, além de fornecer resultados interessantes, possui uma ampla variedade de aplicações hidrológicas tais como: análise de variabilidade (KAWACHI et al., 2001; MISHRA; ÖZGER; SINGH, 2009; ZHANG; et al., 2015; CHENG et al., 2017), hidrologia estatística, (PAPALEXIOU; KOUTSOYIANNIS, 2012; HAO; SINGH, 2015; CHEN et al., 2017), modelagem de fenômenos hidrológicos (CHEN et al., 2017; LEACH et al., 2015; MARTIN; POLETO., 2016), avaliação de redes de monitoramento hidrológico (MISHRA; COULIBALY, 2010; SINGH, 2013; MISHRA; COULIBALY 2014; BOROUMAND et al., 2017; XU et al., 2018).

Considerando o amplo espectro de aplicação da entropia da informação de Shannon em Recursos Hídricos, este trabalho teve como objetivo duas aplicações: Análise do padrão variabilidade da precipitação anual para o estado de Minas Gerais, utilizando a entropia de distribuição (*Apportionment Entropy*), como resultado foi possível identificar um gradiente crescente de variabilidade da precipitação no sentido sul-norte de Minas Gerais. Foi delimitado 4 áreas homogêneas com características próprias a partir dos valores da entropia de distribuição e volume precipitado anual. O segundo trabalho teve como objetivo avaliar a qualidade da rede de estações pluviométricas de 3 redes de estações pluviométricas de 3 Unidades de Planejamento de Gestão de Recursos no estado de Minas Gerais. Constatou-se que as unidades de planejamento de gestão de recursos hídricos analisadas apresentaram regiões com déficit e regiões com excesso de estações indicando, segundo esta metodologia a necessidade de realocação das estações.



## 2. REFERENCIAL TEORICO

### 2.1. PRECIPITAÇÃO

Considera-se que a precipitação seja o desprendimento de partículas de água líquida presente da atmosfera em direção a superfície terrestre ocorrendo devido as condições termodinâmicas apropriadas da atmosfera. A precipitação é o principal componente de entrada de água no ciclo hidrológico. Além do vapor de água (umidade atmosférica) outros fenômenos são necessários para sua formação: mecanismo de resfriamento de ar, presença de núcleos higroscópicos. Os principais tipos de precipitações são Ciclônicas, Orográficas e Convectivas. As chuvas ciclônicas estão associadas a movimentos de ar de regiões de alta pressão para regiões de baixa pressão atmosféricas, ocorrem devido a interação de massas de ar quentes e frias, as chuvas convectivas ocorrem devido ascensão abrupta de massa de ar quente que ao atingir regiões de altas altitudes resfria-se ocorrendo a precipitação, e as chuvas orográficas são oriundas da ascensão de massas de ar quentes úmidas que avançam sobre unidades do relevo característicos tais como serras ou montanhas. Devido esta ascensão a massa de ar resfria-se ocorrendo a precipitação. (VIOLA, 2013; VIANELLO; ALVES, 2013).

#### 2.1.1 PRECIPITAÇÃO NO ESTADO DE MINAS GERAIS

O estado de Minas Gerais tem uma população estimada em 20.997.560 habitantes e área de 586.521,235 km<sup>2</sup>, o estado é de grande relevância econômica, com destaque na agricultura, que corresponde à parcela significativa do Produto Interno Bruto (PIB) do estado, (IBGE, 2016). Em função da relevância da agricultura e do abastecimento, a gestão do uso da água torna-se um pivô político estratégico. Portanto, a caracterização da precipitação no estado tonar-se fator relevante.

A distribuição espacial da precipitação total anual para o estado é notadamente irregular observando um gradiente crescente de quantidade de chuva precipitada no sentido sudeste nordeste (SILVA; REBOITA, 2013., 2014; VIOLA et al., 2010). Frentes frias e sistemas convectivos e a orografia são fatores presentes que contribuem para a formação de chuva. A estação chuvosa é predominantemente no verão enquanto a estação seca é preponderantemente no inverno (SILVA; REBOITA, 2013; VIOLA et al., 2010).

A precipitação concentra-se preponderantemente nos meses de outubro a março e apresenta distribuição espacial bastante irregular, ocorrendo regiões com valores pluviométricos abaixo de 900 mm ao nordeste, e acima de 1200 mm ao sudeste. São diversos fatores que explicam a irregularidade da precipitação anual para a região, tais como: continentalidade, os sistemas atmosféricos frontais e convectivos, topografia e a presença da Zona de Convergência

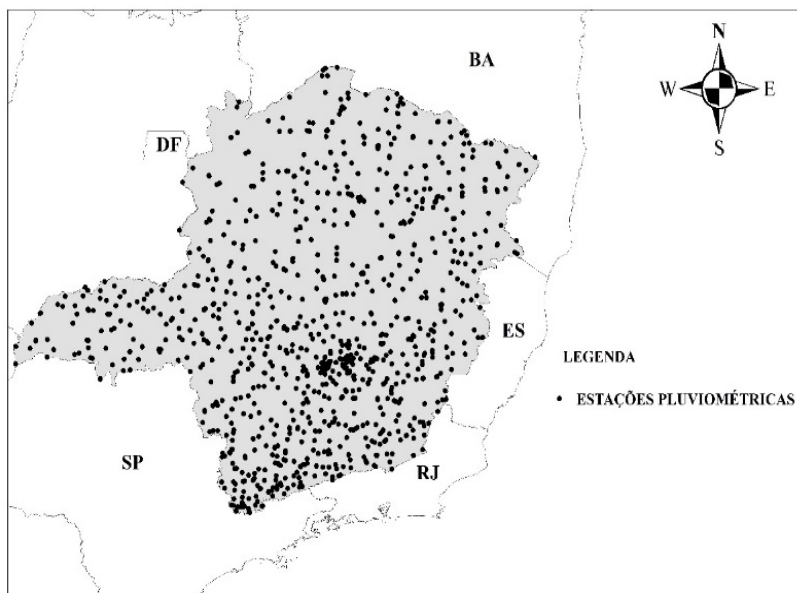
do Atlântico Sul (ZCAS) na porção sudoeste e sudeste do estado (VIOLA et al., 2010, MELLO; VIOLA,2012; REBOITA et al., 2015).

### 2.1.2 MONITORAMENTO PLUVIAL EM MINAS GERAIS

Os primeiros registros de chuvas oficiais do estado, segundo Agência Nacional de Águas (2009), datam 1855 efetuado pela Mineração Morro Velho, em Nova Lima, Minas Gerais, porém a rede pluviométrica do estado foi constituída posteriormente, de maneira crescente a partir do século XX, de forma descentralizada e difusa, uma vez que várias entidades públicas e privadas participaram da sua elaboração de maneira independente e por períodos de tempos diferentes. Porém, a partir de 2000, a Agência Nacional de Águas centralizou os dados da rede de monitoramento hidrológico e disponibilizou os dados via internet (ANA ,2009).

Os dados disponibilizados pelo do Inventário da Estações Pluviométricas (ANA, 2009), verifica-se que o estado de Minas Gerais possui cadastrado no sistema 1305 estações de registros de chuvas, deste conjunto 726 estações estão em operação até a presente data. A extensão média da série de dados 32 anos. A figura 1 apresenta a disposição espacial das estações cadastrada na ANA. Apesar de um número razoável distribuídas pelo estado apenas 890 encontra-se em operação até a presente com extensão de série de dados distintos segundo Inventário da Estações Pluviométricas (ANA, 2009).

**FIGURA 1** Estações pluviométrica em Minas Gerais.



Fonte: Do autor (2018).

## 2.2 INTERPOLAÇÃO ESPACIAL: KRIGAGEM

Para caracterizar espacialmente uma variável hidrológica utiliza-se a interpolação espacial, que entre os métodos de existentes destaca-se a krigagem. A krigagem é um processo de interpolação espacial geoestatístico, não tendencioso e de variância mínima, obtido a partir de semivariogramas empíricos e teóricos, capazes de detectar a estrutura da variabilidade espacial da variável de interesse (TOBIN et al., 2011; TEXEIRA e SCALON, 2013; BORGES et al., 2016; GUPTA et al 2017, BATISTA et al.2018).

O processo inicial da estimação por krigagem é a análise exploratória de dados (AED), esta consiste em verificar o comportamento da variável, identificar possíveis pontos atípicos (outliers) e tendência espacial (possíveis influências entre a variável de estudo e variáveis geográficas como longitude e latitude), (BATISTA et al.2018). Posteriormente a AED estima-se o semivariograma empírico com objetivo de a estrutura da variabilidade espacial dos dados (GOOVAERTS, 2000; TEIXEIRA; SCALON, 2014; BORGES et al., 2016). O modelo clássico para estimação do semivariograma experimental é equação de Matheron (1962) descrita por Gupta et al 2017 como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^N [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (1)$$

onde  $N(h)$  é o número de pares de pontos dos valores medidos  $Z(x_i)$  e  $Z(x_i+h)$  e  $h$  é um vetor que representa a distância entre os pontos, portanto, depende de uma direção e magnitude, (VIEIRA et al., 2011). Ao plotar os pares de pontos  $(\gamma(h), h)$  obtém-se o semivariograma experimental. Existem modelos teóricos aplicáveis ao semivariograma experimental tais como: gaussiano, exponencial, esférico. Esses modelos possuem parâmetros específicos (alcance, contribuição, efeito pepita e o patamar) que os caracterizam. Após ajustado o modelo teórico aplica-se a krigagem. Para o caso da krigagem ordinária utiliza-se a continuidade espacial entre amostra vizinhas para estimar valores em qualquer posição dentro do campo, sem tendência e com variância mínima. O estimador da krigagem ordinária segundo Yamamoto e Landim (2013) pode ser calculado por:

$$Z_{ko}^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2)$$

Em que  $Z_{ko}^*$  é o valor da variável a ser estimada na localidade  $x_0$  não amostrado,  $Z(x_i)$  é o valor da variável nas coordenadas  $\hat{x}_i$  e  $\lambda_i$ 's são os pesos ótimos não enviesados. O sistema de equações da krigagem ordinária pode ser calculado na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 0 & \gamma(x_1 - x_2) & \dots & \gamma(x_i - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & 0 & \dots & \vdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_2) \\ \gamma(x_1 - x_2) \\ \vdots \\ \gamma(x_1 - x_2) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Para encontrar-se os pesos  $\lambda$ , utiliza-se o método de resolução de sistemas de equações lineares, em que:

$$[\lambda] = [A]^{-1} \cdot [C] \quad (4)$$

Ao encontrar a matriz de pesos  $\lambda$  é possível fazer estimação dos valores de  $Z_{ko}^*$ .

Os resultados da qualidade da estimação, pode ser verificado pela técnica de validação, a partir do erro quadrático médio, pela inclinação da reta entre os pontos observados e estimado pela krigagem conforme descrito por Batista et al. 2018.

### 2.3 ENTROPIA MARGINAL

Shannon 1948 com o objetivo de estudar a perda de dados em processos de comunicações, propôs o conceito de entropia. Segundo o autor a entropia pode ser definida pela medida de incerteza de uma variável aleatória X. Matematicamente esse conceito é apresentado pela equação I a partir da função densidade de probabilidade  $f(x)$  definida no intervalo  $[a,b]$ :

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \log_n f(x) dx \quad (5)$$

A entropia só depende do valor da probabilidade da variável aleatória X e não do valor do valor de X. A unidade da entropia é função do valor da base do logaritmo, “bits” para  $n=2$  e “nats” para  $n=e$ . A equação 5 pode ser reescrita de forma discreta pela equação 6

$$H(x) = -p(x_i) \sum_{i=1}^k \log_n p(x_i) \quad (6)$$

Onde  $H(x)$  é o valor entropia, também chamado de entropia marginal,  $p(x_n)$  é o valor da probabilidade da variável aleatória X. Singh, 2013 relata que equação (II) descreve a incerteza de um resultado, ou medida de informação obtida pelo experimento que reduz a incerteza. Quando um valor probabilidade de evento é 1, o valor da entropia é zero, porém quando as probabilidades

de X são equiprováveis o valor atinge seu valor entropia é máximo (MISHRA; ÖZGER; SINGH, 2009). Para sua forma discreta o valor máximo pode ser calculado pela equação (7):

$$H(x)_{\text{máximo}} = \log_n K \quad (7)$$

Sendo K é número de classes considerado na equação (II). Portanto os valores possíveis para  $H(X)$  são:  $0 \leq H(x) \leq \log_n K$ . Quando a entropia é mínima o sistema é completamente conhecido, porém a entropia é máxima o valor da incerteza do sistema também é máximo (KOUTSOYIANNIS, 2014).

### 2.3.1 ENTROPIA CONJUNTA

As equações 5 e 6 descrevem o cálculo da entropia para uma única variável aleatória, porém em alguns processos podem ocorrer simultaneamente em mais de uma variável, neste caso é possível calcular a entropia conjunta do processo. Para duas variáveis aleatórias discretas X, Y, considere que X os valores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  com probabilidade  $P=\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  e Y assumi os valores com probabilidade  $K=\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_m\}$  a entropia conjunta de X e Y, descrita por Xu et al 2015 e Boroumand et al 2017, pode ser calculada em sua discreta por:

$$H(X, Y) = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j) \quad (8)$$

Onde  $p(x_i, y_j)$  é a probabilidade conjunta de x e y. Singh 2013 relata que a entropia conjunta expressa a quantidade de incerteza a contida na união dos eventos que representam X e Y, e depende da distribuição de probabilidade conjunta de X e Y. Se X e Y são estocasticamente independentes então  $p(x_i, y_j) = p(x_i) \cdot p(y_j)$  então a entropia conjunta resultará:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y) \quad (9)$$

Observe que para as variáveis aleatórias independentes a entropia conjunta resultante é soma das entropias isoladas.

### 2.3.3 ENTROPIA CONDICIONAL

Considerando que a probabilidade condicional de  $P(A|B)$  corresponde a probabilidade do evento A, condicionada ao evento B. A ideia pode ser aplicada para a entropia, Boroumand et al 2017 definem como entropia condicional:

$$H(X|Y) = H(X, Y) - H(Y) \quad (10.a)$$

Analogamente também pode ser considerado:

$$H(Y|X) = H(Y, X) - H(X) \quad (10.b)$$

A equação 10 refere-se à quantidade da incerteza remanescente em X quando Y é conhecido, com maior conhecimento de Y a incerteza de X será reduzida.

#### 2.3.4. ENTROPIA MÚTUA OU TRANSINFORMAÇÃO.

A partir da entropia conjunta  $H(X, Y)$  e das entropias marginais  $H(X)$  e  $H(Y)$ , pode-se verificar qual é o conteúdo de informação em X presente em Y, através da equação (11).

$$T(X, Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (11)$$

Considerando a equação (10a) a entropia mútua pode ser reescrita da forma:

$$T(X, Y) = H(X) - (H(X, Y) - H(Y))$$

$$T(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = \quad (12)$$

Uma que  $T(Y, X) = H(Y) + H(X) - H(X, Y)$  é fácil verifica-se que  $T(X, Y) = T(Y, X)$ . Utilizando as definições descritas nas equações 6 e 8 a equação 12 pode ser reescrita de forma:

$$T(X, Y) = - \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L p(x_k, y_l) \cdot \log_2 \frac{p(x_k, y_l)}{p(x_k) \cdot p(y_l)} \quad (13)$$

A entropia mútua ou transinformação pode ser entendida ser entendida como a quantidade de informação contida em X que também está contida em Y (MISHRA e COULIBALY 2014; BOROUMAND et al 2017).

Os valores de  $p(x_k, y_l)$  necessários para obtenção do valor entropia mútua pode-se obtidos pela tabela de contingências com suas respectivas frequências, conforme o exemplo genérico a seguir:

Tabela 1- Tabela de contingência das frequências absolutas para o caso bivariado

Y \ X						Total
	$[classe\ 1]_Y$	$[classe\ 2]_Y$	$[classe\ 3]_Y$	$[classe\ \dots]_Y$	$[classe\ L]_Y$	
$[classe\ 1]_X$	$f(x_1, y_1)$	$f_{12}$	$f_{13}$	...	$f_{1l}$	$\Sigma f_{1.}$
$[classe\ 2]_X$	$f(x_2, y_1)$	$f_{22}$	$f_{23}$	...	$f_{2l}$	$\Sigma f_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$f_{3l}$	$\Sigma f_{3.}$
$[classe\ K]_X$	$f_{k1}$	$f_{k2}$	$f_{k3}$	...	$f_{kl}$	$\Sigma f_{k.}$
<b>Total</b>	$\Sigma f_{.1}$	$\Sigma f_{.2}$	$\Sigma f_{.3}$	...	$\Sigma f_{.l}$	

Fonte: Do autor (2018).

Após os cálculos das frequências absolutas, os valores  $p(x_k)$ ,  $p(y_l)$  e  $p(x_k, y_l)$  podem ser mensurados pela divisão das frequências de cada célula pela frequência total. A entropia conjunta, condicional e mutua podem ser ampliadas para caso multivariado e ainda para caso contínuo univariado e contínuo multivariado, para maiores detalhes verificar Singh 2013.

### 2.3.5 PRINCÍPIO DA MÁXIMA ENTROPIA (PME)

Aprimorando as ideias propostas por Shannon, Jaynes em 1957 propôs o conceito de PME. Esse conceito é útil para determinar qual a distribuição de probabilidade mais adequada para representar uma variável aleatória, a partir das informações conhecidas. Segundo o autor para inferir qual é a melhor função de distribuição de probabilidades com base no PME, um conjunto de restrições deve ser especificado. A forma geral para uma variável aleatória contínua é apresentada pelas equações (14) e (15).

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_i(x) f(x) dx = C_i \quad i = 1, 2, 3 \dots m \quad (15)$$

Onde  $f(x)$  é função de densidade de probabilidades da variável aleatória  $X$  e  $g_i(x)$  é a  $i$ -ésimo função de  $X$ , especificadas de acordo com as propriedades de interesse,  $C_i$  é  $i$ -ésima restrição considerada da função  $g_i(x)$  e  $m$  é o número de restrições. Segundo Papalexiou e Koutsoyiannis (2012) as restrições expressam o nível de conhecimento sobre uma variável aleatória e deve

resumir todas as informações disponíveis a partir das observações ou considerações teóricas. As restrições comumente utilizadas na maximização da entropia são a média e a variância. Uma vez atendidas as restrições das equações IV e V e aplicando o método dos multiplicadores de Lagrange com objetivo de maximizar a equação I (considerando a base do logaritmo igual ao número euler), a função Lagrangeana resultante é apresentado pela equação 16.

$$L = - \int_a^b \ln f(x) dx - (\lambda_0 - 1) \cdot \left[ \int_a^b (f(x) dx - 1) \right] - \sum_{i=1}^m \lambda_i \left[ \int_a^b g(x) f(x) dx - C_i \right] \quad (16)$$

onde  $\lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_m]$  são os multiplicadores de Lagrange, Diferenciando L em relação f e igualando o resultado igual a zero, obtemos a função de máxima entropia da função densidade de probabilidade (equação 17):

$\frac{\partial L}{\partial x} = 0$  resolvendo a equação 16 resulta em:

$$-[1 + \ln f(x)] - (\lambda_0 - 1) - \sum_{i=1}^m \lambda_i g(x_i) = 0$$

reescrevendo a equação:

$$f(x) = e^{[-\lambda_0 - \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x)]} = \frac{e^{[-\sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x)]}}{e^{[-\lambda_0]}} \quad (17)$$

Substituindo a equação VII nas equações IV obtém-se o  $\lambda_0$ :

$$e^{\lambda_0} = \int_a^b e^{\sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x)} dx \quad i = 1, 2, 3 \dots \dots m \quad (18)$$

De acordo com Hao e Singh (2015) em certos casos de configuração univariada a equação 17I possui solução analítica, e pode obtida em função das restrições. Entretanto, no geral não há solução analítica para multiplicadores de Lagrange, portanto uma solução numérica é utilizada. A teoria da PME possui diversas aplicações em recursos hídricos que serão discutidas na próxima sessão.



## 2.4. ENTROPIA DE SHANNON APLICADO AOS RECURSOS HÍDRICOS

Várias são as aplicações da teoria de Shannon aplicado aos recursos hídricos, porém, basicamente agrupa-se em dois grupos: aplicações que necessitam a utilização de distribuições de probabilidade ou estimativas dos parâmetros, neste grupo as informações que precisam ser especificadas sob forma de restrições e posteriormente aplica-se o Princípio da Máxima Entropia ou Princípio da Mínima Entropia Cruzada estas aplicações são utilizadas para modelagem de fenômenos hidrológicos, hidrologia estatística.

Papalexiou e Koutsoyiannis (2012) aplicando os conceitos do PME para modelagem probabilística de chuvas em diversas áreas do mundo. Os autores utilizaram 11.519 registros diários aplicando a Gamma Generalizada de três parâmetros e a Beta Generalizada de quatro parâmetros. Segundo os autores as distribuições descreveram respectivamente 97,6 e 87,7% dos registros diários.

Moramarco et al. (2013) utilizaram um novo método para determinar a descarga líquida de canal linear em Taiwan, o método baseia-se PME relacionando a distribuição da velocidade profundidade do fluxo de uma sessão transversal de canal. A modelagem apresentou resultados promissores.

Martin e Poletto, (2016) utilizaram o PME para determinar a concentração de sedimentos em calhas com diversas concentrações e granulometrias. Os autores encontraram resultados satisfatórios para concentrações acima 10g/L com  $R^2$  superiores a 0,88.

Song, Song e Kang, (2017) estimaram os parâmetros da distribuição de probabilidade Gamma Exponencial 4 parâmetros, os autores utilizaram o PME, utilizaram 6 conjuntos de dados de precipitação anual da bacia do rio Weihe na China. O método PME foi comparado com método dos momentos e o método da máxima verossimilhança. Os autores verificaram que o método da PME apresentou bons resultados.

A segunda categoria aplicação está relacionada aplicação da entropia marginal para caracterização da variabilidade de fenômenos hidrológicos e avaliação e otimização de redes de monitoramento, agrupamento de bacias

Kawachi, Maruyama e Singh (2001) utilizaram a entropia da informação para delinear regiões homogêneas de precipitação no Japão, a partir de 1107 estações pluviométricas, os autores sugeriram que o deliamento encontrado pelos mapas gerados podem ser uma ferramenta eficaz para o gerenciamento dos recursos hídricos do país.

Mishra, Özger e Singh (2009) aplicaram o conceito da entropia para investigar a variabilidade da precipitação no estado do Texas, E.U.A. A entropia marginal foi utilizada para dados mensais, sazonais e anuais. Os autores constaram um gradiente crescente de variabilidade de precipitação de leste para oeste.

Mishra e Coulibaly (2010) avaliaram a rede hidrométrica das bacias hidrográficas do Canadá considerando um período de registro de 20 anos, utilizando a metodologia descrita, para obtenção dos valores estimados os autores utilizaram regressão linear múltipla. Os autores verificaram que quase todas bacias apresentaram regiões com déficit de estações, com exceção da bacia hidrográfica de Nelson que apresentou uma rede de monitoramento aceitável.

Hasan e Dunn (2011) utilizaram o conceito de entropia marginal para verificar o padrão da variabilidade pluviométrica na Austrália. Os autores observaram maior variabilidade nas estações ao norte do país e ao sul menor variabilidade na distribuição de chuvas ao longo do ano e verificaram para quase todas as estações de precipitação, os anos El Niño têm um risco maior de ter uma distribuição de precipitação mediana e o que não foi observado para anos de La Niña.

Feng, Porporato e Rodriguez-Iturbe (2013) caracterizaram a variabilidade da precipitação nos trópicos, considerando os efeitos tanto da magnitude quanto da concentração da estação chuvosa, Ao determinarem a estabilidade da precipitação em decomposição em suas componentes de magnitude, tempo e duração, encontraram aumentos na variabilidade interanual da sazonalidade em muitas partes do trópico seco, o que implica uma incerteza crescente na intensidade, chegada e duração das chuvas sazonais ao longo do século passado.

Leach et al. (2015) com objetivo de otimizar rede fluviométricas de duas bacias canadenses, os autores utilizaram o modelo *Dual Entropy-Multiobjective Optimization (DEMO)*, os autores verificaram que modelo determinou locais ideais para instalações de novas estações. Os autores concluíram que o DEMO é uma ferramenta eficaz para otimização de redes hidrométricas.

Verificou-se que os locais ideais para as novas estações foram bem capturados pelas funções objetivas. Além disso, as novas estações cobriram uma área mais ampla quando as assinaturas hidrológicas e IHAs foram consideradas, aumentando as funções objetivas.

Boroumand et al. (2017) estimaram o número ótimo de estação de monitoramento da qualidade da água na Baía de São Francisco, EUA, foram analisadas 14 estações de monitoramento da concentração de fosfato e nitrato/nitrito. Os autores verificaram que o número ótimo de estação foram 36 estações.

Xu et al., 2018, utilizaram a krigagem e a entropia combinadas para avaliar a melhor configuração da rede pluviométrica. Os autores verificaram que metodologia é promissora, indicando o uso para outros processos hidrológicos.

## REFERÊNCIAS

- BATISTA, L.M. et al. Estimadores de semivariância: análise de desempenho no mapeamento da precipitação anual para o estado de Minas Gerais. **Revista Scientia Agraria [SA]**, vol.19 n°1,p.64-74,jan 2018.
- BORGES, P.A.; FRANKE, J.; ANUCIAÇÃO, Y.M.T.; WEISS, H.; BERNHOFER, H. Comparison of spatial interpolation methods for the estimation of precipitation distribution in Distrito Federal, Brazil. **Theoretical and applied climatology**, New York, v. 123, n. 1-2, p. 335-348, jan. 2016.
- BRASIL. Agência Nacional de Águas.: Inventário da Estações Pluviométricas hidrológicas (2009). Disponível em: <[http:// www.ana.gov.br](http://www.ana.gov.br)>. Acesso em: 27 jan. 2018.
- BOROUMAND, A.; RAJAEI, T.; MASOUMI, F. Semivariance analysis and transinformation entropy for optimal redesigning of nutrients monitoring network in San Francisco bay. **Marine Pollution Bulletin**, v. 34, p 569-572, out 2017.
- CHEN, Lu; SINGH, Vijay; XIONG, Feng. An Entropy-Based Generalized Gamma Distribution for Flood Frequency Analysis. **Entropy**, [s.l.], v. 19, n. 6, p.1-15, 2 jun. 2017.
- CHENG, L; NIU, J; LIAO, D. Entropy-Based Investigation on the Precipitation Variability over the Hexi Corridor in China. **Entropy**, [s.l.], v. 19, n. 12, p.660-674, 1 dez. 2017.
- FENG, Xue; PORPORATO, Amilcare; RODRIGUEZ-ITURBE, Ignacio. Changes in rainfall seasonality in the tropics. **Nature Climate Change**, [s.l.], v. 3, n. 9, p.811-815, 19 maio 2013.
- GOOVAERTS, P. Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. **Journal of hydrology**, Amsterdam, v. 228, n. 1, p. 113-129, feb. 2000.
- GUPTA, A.; KAMBLE, T.; MACHIWALD. Comparison of ordinary and Bayesian kriging techniques in depicting rainfall variability in arid and semi-arid regions of north-west India. **Environ Earth Sci**. Germany, v.76, n.15 p.512-528, Aug 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12665-017-6814-3>. Acessado em 20 set. 2017.
- HAO, Z.; SINGH, V. Integrating Entropy and Copula Theories for Hydrologic Modeling and Analysis. **Entropy**, V.17,p 2253-2280. Abr 2015.
- HASAN, Md Masud; DUNN, Peter K. Entropy, consistency in rainfall distribution and potential water resource availability in Australia. **Hydrological processes**, [s.l.], v. 25, n. 16, p.2613-2622, 17 mar. 2011.
- IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) 2010. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/ estadosat/perfil.php?lang=&sigla=mg](http://www.ibge.gov.br/estadosat/perfil.php?lang=&sigla=mg)>Acesso em: 13 mar. 2016.
- JAYNES, E.T. Information Theory and Statistical Mechanics. **Physical Review** v.106, n°4., p.620-631.Mai.1957.
- KAWACHI, Toshihiko; MARUYAMA, Takeo; SINGH, Vijay P. Rainfall entropy for delineation of water resources zones in Japan. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 246, n. 1-4, p.36-44, jun. 2001.

KOUTSOYIANNIS, Demetris. Entropy: From Thermodynamics to Hydrology. **Entropy**, [s.l.], v. 16, n. 3, p.1287-1314, 27 fev. 2014. MDPI AG.

LEACH, James M. et al. Hydrometric network design using streamflow signatures and indicators of hydrologic alteration. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 529, p.1350-1359, out. 2015.

MARTINS, P.D.; POLETO, C, Principle of Maximum Entropy in the estimation of suspended sediment concentration, **RBRH. LV.22**, Porte Alegre.2017

MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic geology**, v. 58, n. 8, p. 1246-1266, 1962.

MELLO, C.R.; VIOLA, M. R. Mapeamento de chuvas intensas no estado de Minas Gerais. **Rev. Bras. Ciênc. Solo** [online]. vol.37, n.1, pp.37-44. 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbcs/v37n1/v37n1a04.pdf> Acesso: 4 jan. 2017.

MISRHA, A.K.; COULIBALY.P. Hydrometric network evaluation for Canadian watersheds. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.380, n 3-4, p.420-437, jan 2010.

MISRHA, A.K.; COULIBALY.P. Variability in Canadian Seasonal Streamflow Information and Its Implication for Hydrometric Network Design. **R. Journal of Hydrologic Engineering**, Virginia, USA v.19, n 8, ago.2014.

MISHRA, Ashok K.; ÖZGER, Mehmet; SINGH, Vijay P. An entropy-based investigation into the variability of precipitation. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 370, n. 1-4, p.139-154, maio 2009.

MORAMARCO, Tommaso et al. An entropy-based method for determining the flow depth distribution in natural channels. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 497, p.176-188, ago. 2013.

PAPALEXIOU, Simon Michael; KOUTSOYIANNIS, Demetris. Entropy based derivation of probability distributions: A case study to daily rainfall. **Advances In Water Resources**, [s.l.], v. 45, p.51-57, set. 2012.

REBOITA, M. S.; RODRIGUES, M.; SILVA, L.F.; ALVES, M.A.; Aspectos Climáticos do Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 17, p.206-226. Dez. 2015.

SHANNON, C.E.; A mathematical theory of communication. **Bell Syst. Tech.** v.27, p.625-656, out 1948.

SILVA, E. D.; REBOITA, M. S. Estudo da Precipitação no Estado de Minas Gerais – MG. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 13, p. 120-136, 2013.

SINGH, V.P **Entropy Theory and its Application in Environmental and Water Engineering**. TEXAS, USA, 2013. p.658.

SONG, Songbai; SONG, Xiaoyan; KANG, Yan. Entropy-Based Parameter Estimation for the Four-Parameter Exponential Gamma Distribution. **Entropy**, v. 19, n. 5, p. 189, 2017.

TEIXEIRA, M.; SCALON, J. Utilização de diferentes estimadores de semivariância com modelo teórico exponencial. **Revista da Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, v. 3, n. 3, p. 774-778. 2014

TOBIN, C.; NICOTINA, L.; PARLANGE, M.B.; BERNE, A.; RINALDO, A. Improved interpolation of meteorological forcing for hydrologic applications in a Swiss Alpine region. **Journal of Hydrology**, v. 401, n. 1, p. 77-89, apr.2011.

VIANELLO, L.R.; ALVES, R.A. **METEOROLOGIA BÁSICA E APLICAÇÕES**. 2. Ed. Viçosa: Editora UFV, 2012. cap. 6 p.334-362

VIEIRA, S.R et al. Variabilidade espacial de atributos físicos e químicos relacionados com estado de agregação de dois latossolos cultivados no sistema de semeadura direta. **Bragantia**, Campinas, v.70, n. 1, p.185-195.

VIOLA, M. R. et al. Métodos de interpolação espacial para o mapeamento da precipitação pluvial. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 14, n. 9, p.970-978, set. 2010.

XU, Pengcheng et al. A kriging and entropy-based approach to raingauge network design. **Environmental Research**, [s.l.], v. 161, p.61-75, fev. 2018

YAMAMOTO, J. K.; LANDIM, P. M. B. **Geostatística conceitos e aplicações**. Editora: Oficina de textos, 2013.

ZHANG, Qiang et al. Entropy-based spatiotemporal patterns of precipitation regimes in the Huai River basin, China. **International Journal Of Climatology**, Malden,USA, v. 36, n. 5, p.2335-2344, 22 set. 2015.

## SEGUNDA PARTE-ARTIGOS

### ARTIGO 1- ENTROPIA DA INFORMAÇÃO DE SHANNON: APLICAÇÃO AO ESTUDO DA VARIABILIDADE ESPACIAL DA PRECIPITAÇÃO ANUAL PARA O ESTADO DE MINAS GERAIS

**RESUMO:** A precipitação é um dos componentes mais importantes do ciclo hidrológico. Possui comportamento espacial e temporal altamente variável, o que torna complexo seu estudo. Sua variabilidade é fator importante para um amplo espectro de aplicações, devido a esse fato torna-se crucial utilizar instrumentos capazes de caracterizá-la de modo eficaz. A entropia da informação de Shannon é umas das ferramentas que podem ser aplicadas para investigar o comportamento da variabilidade da precipitação. Para este trabalho verificou-se o comportamento espacial da precipitação total anual entre o período de 1990-2015 do estado de Minas Gerais por meio da entropia da informação de Shannon. Como resultado foi possível identificar uma crescente variabilidade da precipitação no sentido sul-norte de Minas Gerais, ainda foram delineadas 4 áreas homogêneas com características próprias a partir dos valores da entropia de distribuição e volume precipitado anual.

**PALAVRAS-CHAVE:** Entropia de Shannon. Variabilidade. Precipitação.

#### 1. INTRODUÇÃO

A precipitação pode ser entendida como um processo de transferência de massa e energia que constitui um dos componentes mais importante do ciclo hidrológico. O estudo de sua variabilidade temporal e espacial é fator importante para diversas aplicações: projetos hidráulicos, (rural e civil), aplicações ambientais, modelagens hidrológicas, modelos produção de culturas, políticas de gestão de recursos hídricos, climatologia, projetos de hidroelétricas (CHENG et al, 2017).

O estudo das séries temporais de precipitação é de fundamental importância para a caracterização do clima e para o planejamento eficiente dos recursos hídricos. A partir das análises dos dados das estações pluviométricas verifica-se que a distribuição das chuvas no espaço e no tempo tem comportamento altamente variável (BRUNSELL, 2010). Com objetivo de gerir melhor esse recurso é vital considerar o comportamento da variabilidade da distribuição da precipitação. Considerando um mesmo volume precipitado, quanto maior a variabilidade da distribuição temporal da precipitação menor eficiência de suprimento de água para a região,

enquanto quanto menor a variabilidade mais perene é a disponibilidade de água. Portanto é crucial a caracterização das incertezas da distribuição da precipitação no espaço e tempo para subsidiar as políticas públicas de gestão de água. A entropia da informação Shannon é uma alternativa para analisar tais comportamentos.

A entropia da informação vem sendo aplicada em amplo aspecto em recursos hídricos (LEACH et al 2015; CHEN et al, 2017; BOROUMAND et al 2017). Kawachi et al 2001 utilizaram a entropia da informação para delinear regiões homogêneas de precipitação no Japão, a partir de 1107 estações pluviométricas. Os autores sugeriram que o deliamento encontrado pelos mapas gerados podem ser uma ferramenta eficaz para o gerenciamento dos recursos hídricos do país.

Mishra et al 2009, aplicaram o conceito da entropia para investigar a variabilidade da precipitação no estado do Texas, E.U.A. A entropia marginal foi utilizada para dados mensais, sazonais e anuais. Os autores constaram um gradiente crescente de variabilidade de precipitação de leste para oeste.

Zhang et al. 2015 estudaram através da entropia o padrão de chuvas da bacia hidrográfica do rio Huai, China, considerando o número de dias de chuvas, e o volume de precipitação em diferentes escalas (mensal, sazonal e anual). Os autores perceberam um crescimento não uniforme da precipitação anual para região norte da bacia, indicando um aumento na variabilidade da precipitação nesta região.

Cheng et al 2017 investigaram a variabilidade espacial e temporal da precipitação para Hexi Corredor, no noroeste da China. As análises foram feitas em prazos mensais, sazonais e anuais com base em 29 estações meteorológicas para o período de 1961-2015. Regiões com alta variabilidade de precipitação são encontradas na parte ocidental e com baixa variabilidade na parte ocidental, indicando para essas regiões alta probabilidade de ocorrência de secas.

Considerando as pesquisas descritas, este trabalho teve por objetivo verificar o comportamento espacial da distribuição da precipitação do estado de Minas Gerais por meio do mapa entropia de distribuição média ( $AE_{med}$ ), comparando o resultado com o PCI (*Precipitation Concentration Index*) para verificar a concentração da precipitação ao longo do ano. A partir dos valores das variáveis estudadas foi elaborado 4 regiões específicas com intuito de caracterizar áreas homogêneas relacionando a precipitação total anual e a entropia de distribuição. Investigou-se a correlações possíveis entre a entropia de distribuição e a longitude, latitude e altitude. Finalmente foi verificado a ocorrência de tendência nos valores da precipitação total anual e AE por meio do teste Man-Kendall para cada categoria elaborada.

## 2. DESENVOLVIMENTO

### MATERIAL E MÉTODOS

#### CARACTERIZAÇÃO DA REGIÃO

O estado de Minas Gerais tem uma população estimada em 20.997.560 habitantes e área de 586.521,235 km<sup>2</sup> o estado é de grande relevância econômica, com destaque na agricultura, que corresponde à parcela significativa do Produto Interno Bruto (PIB) do estado, (IBGE, 2016). Em função da relevância da agricultura e do abastecimento, a gestão do uso da água torna-se um pivô político estratégico.

A distribuição espacial da precipitação total anual para o estado é notadamente irregular observando um gradiente crescente de quantidade de chuva precipitada no sentido sudeste-nordeste (SILVA; REBOITA et al 2015, VIOLA et al 2010). Frentes frias e sistemas convectivos e a orografia são fatores presentes que contribuem para a formação de chuva. A estação chuvosa é predominantemente no verão enquanto a estação seca é preponderantemente no inverno (SILVA; REBOITA et al 2013, VIOLA et al 2010).

A precipitação concentra-se preponderantemente nos meses de outubro a março e apresenta distribuição espacial bastante irregular, ocorrendo regiões com valores pluviométricos abaixo de 900 mm ao nordeste, e acima de 2000 mm ao sudeste. (SILVA; REBOITA, 2013, VIOLA et al 2010). São diversos fatores que explicam a irregularidade da precipitação anual para a região, tais como: continentalidade, os sistemas atmosféricos frontais e convectivos, topografia e a presença da Zona de Convergência do Atlântico Sul (ZCAS) na faixa leste do estado (VIOLA et al., 2010, MELLO;VIOLA,2013; REBOITA et al., 2015).

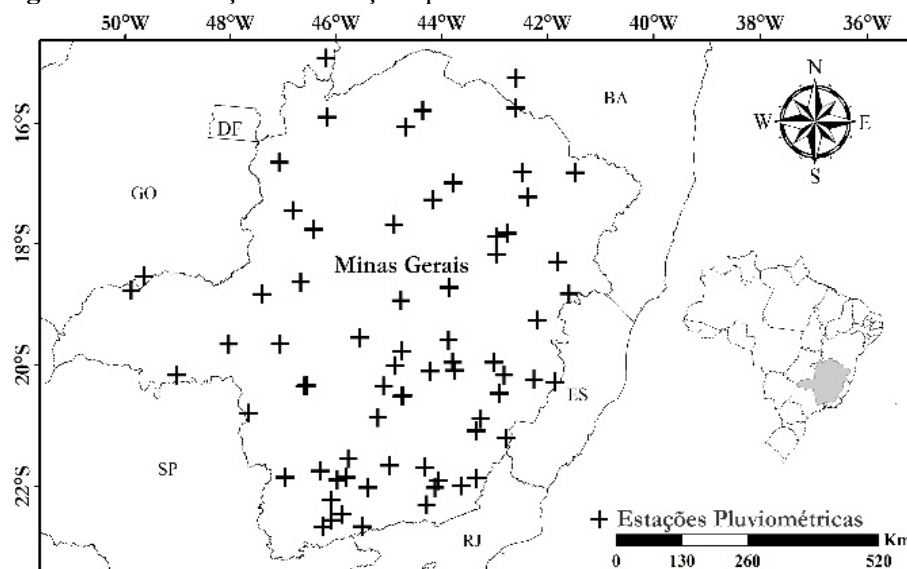
#### BASE DE DADOS

Para este trabalho utilizou-se dados mensais de 112 estações pluviométricas distribuídas pelo o estado de Minas Gerais (Figura 1), oriundas da Agência Nacional de Águas (ANA), o período foi utilizado de 1990-2015. O procedimento para preenchimento de falhas foi o adotado a metodologia conforme Di Luzio et al., (2008). Para geração dos mapas foi utilizado a krigagem ordinária da entropia de distribuição, conforme a metodologia descrita por Gupta et al., 2017. Os valores da entropia de distribuição AE foram calculados para cada ano de observação conforme a equação (II) e posteriormente calculado a média para o período (AE med). Foi investigado a possível existência de correlação entre a entropia de distribuição e as coordenadas geográficas (latitude, longitude e altitude)



O mapa de entropia de distribuição foi comparado com o mapa de precipitação total anual médio. Considerando os valores da entropia de distribuição e os valores da precipitação total anual foram delimitadas 4 zonas com características próprias. Foi verificado a existência nos dados da precipitação anual e no valor de da entropia de distribuição através do teste Man-Kendall.

**Figura 1.** Distribuição das estações pluviométricas no estado de Minas Gerais.



Fonte: Do Autor (2018)

## ENTROPIA DE SHANNON

Shannon (1948) desenvolveu o conceito de entropia da informação definindo como a medida de incerteza ou desordem produzida por um resultado particular de um processo aleatório. Matematicamente a sua forma discreta é apresentada pela equação (I).

$$H(x) = H(p_1, p_2, \dots, p_n) = - \sum_{i=1}^k p(x_i) \cdot \log_2 p(x_i) \quad (I)$$

Sendo  $p(x_i)$  é a probabilidade de ocorrência da variável aleatória  $X$ . Esta probabilidade é baseada na frequência empírica do valor de  $X$ .  $K$  é o intervalo de classe analisado, por exemplo: Para análise precipitação mensal durante o ano,  $K=12$  meses. A unidade da entropia é função do valor da base do logaritmo, quando a base é dois a unidade é em bits, quando é o logaritmo natural é nats, e quando a base dez é dit ou digt, (Singh et al, 2013).

A entropia  $H(x)$  atinge o valor máximo quando todos os estados são equiprováveis, ou seja, quando  $p(x_1) = p(x_2) = \dots = p(x_n)$ . Isto significa que não temos nenhuma indicação de qual estado é mais ou menos provável do que o outro, portanto, máxima incerteza. Esse valor pode ser calculado

pela equação:  $H_{\max} = \log_2(k)$ . Por exemplo, o valor da entropia máxima para precipitação anual (12 meses) é  $H_{\max} = \log_2 12 = 3,585$  bits.  $H(x)$  atinge seu valor mínimo ( $H(x)=0$ ) quando a probabilidade de um certo estado é 1, e todos os outros estados é igual zero, (Misha et al 2009, Zhang et al 2015, Cheng et al ,2017)

Os trabalhos de Kawachi e Maruyama (2001), Mishra, Özger e Singh, (2009) e Zhang et al., (2015) abordam o conceito da entropia de distribuição a (*Apportionment Entropy*). Esta é entropia de Shannon aplicada ao um período anual, ela utilizada para verificar mudança no padrão da distribuição mensal da chuva ao longo do ano. Dado a quantidade de chuva mensal no mês  $i$  ( $m_i$ ) e precipitação total anual para o ano  $j$  ( $PTA_j$ ) a entropia de distribuição (AE) do ano  $\Theta$  pode ser calculada pela equação:

$$AE = - \sum_{i=1}^{12} \frac{m_i}{PTA_{\Theta}} \log_2 \left( \frac{m_i}{PTA_{\Theta}} \right) \quad (2)$$

Onde  $m_i$  é precipitação mensal do ano  $\Theta$  em (mm);

$$PTA = \sum_i^{12} m_i \text{ para ano } \Theta \text{ em (mm)} \quad (3)$$

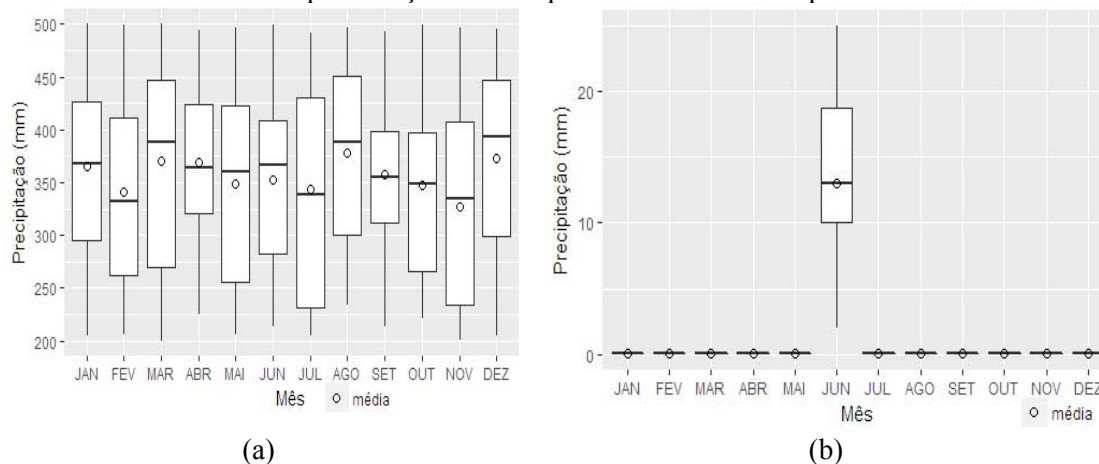
AE= entropia de distribuição (bits);

Quando uma série N anos de dados está disponível pode-se calcular a entropia de distribuição média  $AE_{med}$  do período:

$$AE_{med} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N AE_i \quad (4)$$

Verifica-se que os valores de AE podem admitir estão entre 0 e  $\log_2 12 \cong 3,584$  bits, quando o valor de AE é máximo indica que o volume total precipitado é equitativamente distribuído durante o ano, significando uma maior homogeneidade da distribuição da precipitação anual, (Figura 2a). Situação bem aproximada a supracitada podem ser encontradas em regiões da Papua Nova Guiné (FENG et al., 2013) e em Clarence, Austrália (HASAN et al, 2011), enquanto o AE atinge o valor mínimo quando o volume total precipitado no ano ocorre em um único mês indicando uma maior concentração da distribuição da chuva (Figura 1b). Situação mais aproximada a descrita pode ser encontrada nos desertos de Chade na África, (FENG et al 2013) e Atacama no Chile (HOUSTON, 2006).

**FIGURA-2.** Box-plot hipotético do comportamento da distribuição da precipitação mensal durante o ano em caso de aproximação da entropia máxima e da entropia mínima.



Fonte: Do Autor (2018)

### PCI (*PRECIPITATION CONCENTRATION INDEX*)

O PCI (*Precipitation Concentration Index*) é um índice utilizado para verificar a concentração da precipitação. O PCI foi elaborado por Oliver 1980, e tem o intuito de verificar a distribuição (concentração) do volume de chuva num período. Segundo De Luís et al. 2011, quanto menor o valor do PCI mais uniforme é a precipitação estudada no período e quanto maior o valor mais concentrado é a precipitação. O menor valor teórico possível para o PCI é 8,3 indicando que a precipitação total é distribuída equitativamente durante o ano, quando o valor é igual 100 (máximo teórico) indica que toda precipitação do ano ocorre em único mês. Quando o valor é maior 16,7 indica que a precipitação total está concentrada na metade do período e quando o valor do PCI é maior que 25 indica que valor da precipitação total anual está concentrada em 4 meses, o valor máximo teórico. (OLIVER, 1980; DE LUÍS et al., 2011; SANGÜESA et al., 2018). O cálculo do PCI pode ser obtido pela equação (5):

$$PCI_{\text{anual}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} p_i^2}{(\sum_{i=1}^{12} p_i)^2} \times 100 \quad (5)$$

Sendo  $p_i$  a precipitação mensal no mês  $i$

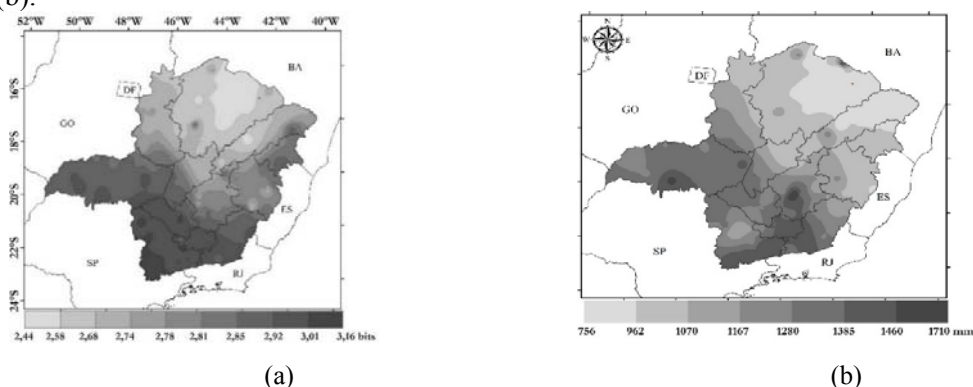
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### COMPORTAMENTO DE ENTROPIA DE DISTRIBUIÇÃO AE PARA MINAS GERAIS

Os valores do AE med para 112 estações em estudo, variaram de 2,44 a 3,16 bits com média global de 2,84 bits, enquanto a precipitação total anual média, foi de 1309 mm. Observa-

se substancialmente uma maior concentração na distribuição mensal da chuva anual (menores valores de AE med) nas regiões nordeste e norte de Minas Gerais, enquanto uma maior homogeneidade da distribuição da precipitação (maiores valores de AE med) estende-se na região do Triângulo Mineiro, Central e porção do sul do estado, conforme verificado no mapa da figura 3(a). A região nordeste constata-se as menores quantidades precipitadas, enquanto o sudeste e sudoeste as maiores, (figura 3b). O padrão espacial de chuvas anuais totais é semelhante aos trabalhos de Viola et al 2010 e Silva e Reboita 2013.

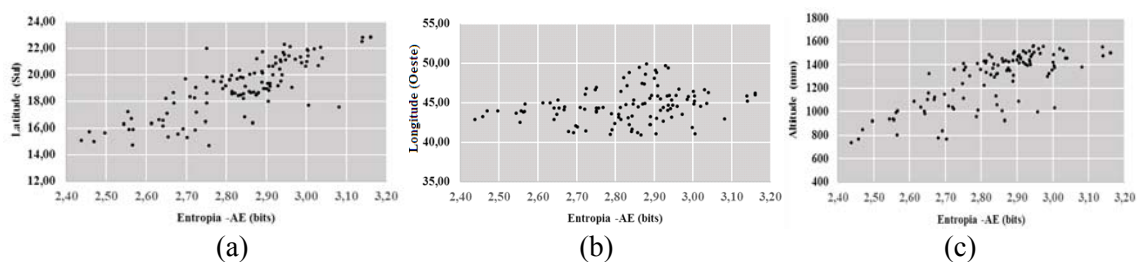
**FIGURA-3.** Gráfico entropia de distribuição AE-bits (a) Gráfico da precipitação total anual (mm) (b).



Fonte: Do Autor (2018)

Considerando o comportamento da AE med perante as coordenadas geográficas das estações pluviométricas, observou-se que o valor da entropia de distribuição é apenas influenciado pela variação da altitude e da latitude, conforme a figura 4. Afim de verificar quantitativamente a dependência entre AE med e coordenadas geográficas foi calculado o valor da correlação de Pearson conforme Gupta et al. 2017, constatou-se que a latitude apresenta um valor igual  $r=0,56$ , Longitude  $r=0,24$  e  $r=0,73$  para altitude.

**FIGURA-4.** Gráfico entropia da distribuição versus coordenadas geográficas. (a) AE med x Latitude (graus decimais) (b) AE med x Longitude (graus decimais) (c) AE med x Altitude (m).



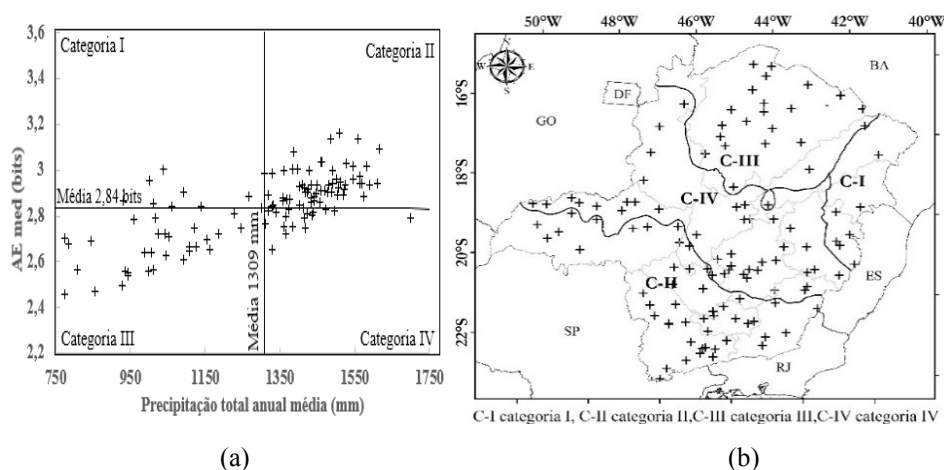
Fonte: Do Autor (2018).

## REGIONALIZAÇÃO

Com objetivo de agrupar as estações pluviométricas em 4 categorias distintas, o gráfico da figura 5a foi dividido em quatro partes, delineadas a partir de duas linhas divisórias que se cruzam e passam pelos valores médios de AE e da precipitação total anual média. Comparando-se a figura 5a e 5b, verifica-se que as estações pluviométricas de mesma categoria estão agrupadas formando aglomerados distintos e, portanto, possibilitando utilizar a entropia de distribuição para agrupar regiões específicas em termos de quantidade precipitada e distribuição da precipitação durante o ano. Cada categoria representa uma região possui características intrínsecas, a saber:

**CATEGORIA I:** chuva abaixo da média e distribuída ao longo do ano: O volume disponível de recursos precipitação para estas áreas é limitado, porém a distribuição anual das chuvas é mais distribuída ao longo do período. Estão alocadas nesta categoria as estações pluviométricas com valores de AE médio maior ou igual a 2,84 bits e índice de precipitação média menor 1309 mm. Os valores interanuais da precipitação total variaram entre 503 a 1732 mm com média 1093 mm, enquanto os valores da entropia de distribuição variaram de 2,16 a 3,24 com média 2,90 bits (Tabela 1). O ano de 1998 apresentou o menor valor de  $AE_{1998}=2,16$  bits e menor precipitação (503 mm) enquanto o ano de 1992 apresentou o maior valor de  $AE_{1992} = 3,24$  bits com precipitação total anual de 1732 mm. As estações pluviométricas da categoria I estão inseridas nas mesorregiões do Vale do Mucuri, região norte do Vale do Rio Doce, parte sul do Jequitinhonha. Segundo os trabalhos de Mizuni et al 2005 e Silva e Reboita 2013. As regiões compreendidas por esta categoria indicam ocorrências de 155 a 170 dias de chuvas, correspondendo 42% a 46% dias do ano. O principal sistema atmosférico atuante é o Anticiclone Subtropical do Atlântico Sul (REBOITA et al., 2015).

FIGURA-5. Classificação das regiões considerando os valores médios da entropia de distribuição (AE med) e o valor da precipitação total anual para o estado de Minas Gerais.



Fonte: Do Autor (2018).

TABELA-1 Estatística descritiva da precipitação total anual e da entropia de distribuição para categoria I.

CATEGORIA I				
	Precipitação total anual (mm)	Entropia de distribuição (bits)	Ano de ocorrência (entropia)	Ano de ocorrência (precipitação)
Mínimo	503	2,16	1998	1998
Média	1093	2,90	-	-
Máximo	1732	3,24	1992	1992

Fonte: Do Autor (2018).

CATEGORIA II: chuvas acima da média e bem distribuída ao longo do ano: A categoria II é representada por estações que apresentaram valores de precipitação total anual média acima de 1309 mm e valores de entropia de distribuição média acima de 2,84 bits.

A partir da análise da tabela 2 foi verificado que o ano de 2009 registrou o menor valor de AE, sendo este igual 2,62 bits. O maior valor da precipitação encontrado foi 1900 mm para ano de 1995, que apresentou um valor de entropia de distribuição de 3,15 bits, enquanto a precipitação mínima ocorreu em 2005 com valor de AE igual a 3,15 bits. As estações pluviométricas pertencentes a categoria II está alocada nas seguintes mesorregiões: Sul/Sudoeste, Oeste de Minas, parte Sul da Zona da Mata e parte sul do Triângulo Mineiro. Climatologicamente para estas regiões ocorrem um número elevado de frentes frias ao longo de ano e presença da Zona de Convergência do Atlântico Sul que contribui para formação de chuvas da região (Mizunni et al 2005; REBOITA et al., 2015). Segundo o Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento 30 da Embrapa (2010) e Mizunni et al 2005 o ciclo de chuva para estas regiões podem alcançar em média 210 dias de chuvas correspondendo 58% dias de chuva no ano.

Em termos de gerenciamento de recursos hídricos é a melhor situação pois, possuem os maiores índices pluviométricos e a distribuição da precipitação mensal durante ano mais homogêneas do estado, garantindo a maior suprimento de água no ano.

TABELA-2 Estatística descritiva da precipitação total anual e da entropia de distribuição para categoria II

CATEGORIA II				
	Precipitação total anual (mm)	Entropia de distribuição (bits)	Ano de ocorrência (entropia)	Ano de ocorrência (precipitação)
Mínimo	746	2,62	2009	2005
Média	1456	3,16	-	-
Máximo	1900	3,32	1990	1995

Fonte: Do Autor (2018).

CATEGORIA III: Estações incluídas na categoria III possuem chuva abaixo da média e distribuição irregular ao longo do ano A região das estações pluviométricas pertencentes a

categoria III são aquelas com valores índices pluviométricos abaixo de 1309 mm e valores de entropia de distribuição média menores 2,84 bits. Os maiores valores da precipitação total anual e da entropia de distribuição são respectivamente 1349 mm e 2,94 bits enquanto, os menores valores são 333 mm e 1,92 bits. A tabela 3 demonstra que a média para categoria é 854 mm para precipitação e o valor de 2,46 bits para AE. O ano de 2007 foi que apresentou o menor valor entropia de distribuição, enquanto a precipitação foi de 900 mm. O ano de 1992 foi o de maior valor da precipitação, enquanto o valor da entropia foi de 2,33 bits.

TABELA-3 Estatística descritiva da precipitação total anual e da entropia de distribuição para categoria III.

CATEGORIA III				
	Precipitação total anual (mm)	Entropia de distribuição (bits)	Ano de ocorrência (entropia)	Ano de ocorrência (precipitação)
Mínimo	333	1,92	2007	1993
Média	854	2,46		-
Máximo	1349	2,94	2009	1992

Fonte: Do Autor (2018).

A categoria III enquadra-se como a pior situação entre as categorias em termos de gestão de recursos, pois além de baixos índices pluviométricos registrados, a distribuição de chuvas é a mais concentrada durante o ano, aumentando a possibilidade de ocorrência de chuvas erosivas. O ciclo chuvoso segundo o Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento 30 da Embrapa (2010) e Mizunni et al 2005 é de apenas 100 a 155 dias de chuva, correspondendo 27% a 42% de dias chuvas ao ano. As estações pluviométricas estão localizadas nas mesorregiões Norte de Minas, Jequitinhonha e uma pequena porção do norte da mesorregião do Oeste de Minas. Climatologicamente o sistema atmosférico mais atuante para regime pluviométrico da região é o Anticiclone Subtropical do Atlântico Sul (REBOITA et al., 2015).

CATEGORIA IV: Pertencem a categoria IV as regiões cujas as estações pluviométricas resultaram os valores da precipitação total anual maior que 1309 mm e a entropia de distribuição menor que 2,84 bits. Os valores médios para a categoria foram 1372 mm e 2,76 bits, (Tabela 4). Considerando a análise interanual destaca-se o ano de 1990 que foi caracterizado como ano de maior valor de AE, (3,11 bits) resultando uma precipitação total anual de 867 mm, enquanto o ano de 2002 apresentou a maior precipitação de 1956 mm com valor de entropia de distribuição de 2,78 bits. A categoria abrange as mesorregiões do Noroeste de Minas, Central Mineira, Região Metropolitana de Belo Horizonte, norte do Triângulo Mineiro. O período de chuvas alcança 180 dias, portanto 49% de dias com chuva ao ano segundo o Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento 30 da Embrapa (2010). Climatologicamente a atuação mais significativa da Zona de Convergência do Atlântico Sul, entretanto outros fenômenos tais como Frentes Frias e Anticiclone Subtropical

do Atlântico Sul influenciando a formação da precipitação (REBOITA et al., 2013; REBOITA et al., 2015).

TABELA-4 Estatística descritiva da precipitação total anual e da entropia de distribuição para categoria IV

	CATEGORIA IV			
	Precipitação total anual (mm)	Entropia de distribuição (bits)	Ano de ocorrência (entropia)	Ano de ocorrência (precipitação)
Mínimo	936	2,35	2011	1990
Média	1372	2,76	-	-
Máximo	1956	3,11	1990	1992

Fonte: Do Autor (2018)

#### ÍNDICE DE CONCENTRAÇÃO DA PRECIPITAÇÃO (PCI) x ENTROPIA DA DISTRIBUIÇÃO (AE).

Com objetivo de verificar a concentração da precipitação foi calculado o PCI médio para cada categoria e verificou-se que a categoria II apresentou o menor PCI (15,6) indicando que a categoria possui melhor distribuição ao longo do ano, enquanto a categoria III apresentou o maior valor (19,8) indicado chuvas mais concentradas a categorias I e IV apresentaram o valores 16,8 e 17,8 respectivamente. A Tabela 5 compara os valores da entropia de distribuição média e o PCI médio, as duas metodologias apresentaram chuvas mais concentradas para categorias III e IV e chuvas mais distribuídas para categorias I e II.

TABELA 5- Comparação entre Entropia de distribuição média e PCI média por categoria

Categoria	Entropia de distribuição média (bits)	PCI médio
I	2,90	16,3
II	3,16	15,6
III	2,46	19,9
IV	2,76	17,6

Fonte: Do Autor (2018)

A região mais confortável em termos de gerenciamento de uso da água é a compreendida pelas estações pluviométricas pertencentes da categoria II, uma vez que além de possuir os maiores volumes precipitado, sua distribuição de chuvas ao longo do ano é mais uniforme, facilitando a gestão deste recurso. A região pertencente a categoria III caracteriza-se pode ser enquadrada na pior situação em termos de gerenciamento do uso da água pois além dos baixos volumes precipitados que podem ser insuficientes para atender a demanda local, sua distribuição de chuvas é concentrada, possibilitando um risco maior chuvas mais erosivas. Para estas áreas as



políticas públicas devem ser direcionadas principalmente a práticas mais intensas de conservação de solo e água, incentivo maior do aproveitamento urbano de águas pluviais. As regiões compreendidas pela categoria I apesar de possuírem distribuição de chuvas menos concentradas que a categoria III com isso, risco menor de chuvas erosivas, possuem baixos índices pluviométricos, o que pode também podem comprometer demanda. As recomendações são as mesmas para categoria III. A região pertencente a categoria IV é considerada como moderada, pois apesar de estar inserida em regiões com totais anuais pluviométricos mais altos que a média a distribuição das chuvas é mais concentrada, aumento da possibilidade de eventos erosivos.

Os resultados do teste Man-Kendall ao nível de significância 5% para todas as categorias não apresentaram tendência nos valores de AE med e da precipitação total anual para o período analisado, uma vez que segundo a metodologia utilizada por Salviano et al 2016 a série não apresentou valores  $|Z_{mk}| > 1,96$ , conforme apresentando na tabela 6.

Tabela 6- Estatística de Man-Kendall para precipitação total anual e a entropia de distribuição  $\alpha= 5\%$ .

Categorias	Estatística de Man-Kendall (Zmk)	Estatística de Man-Kendall (Zmk)
	Precipitação total anual	Entropia de distribuição
I	0,01039	-0,23898
II	0	0,21300
III	0,28054	0,65460
IV	-0,07273	0,17792

Fonte: Do Autor (2018)

### 3. CONCLUSÃO

Foi possível avaliar o comportamento da distribuição das chuvas utilizando entropia de distribuição para o período estudado, o mapa de entropia de distribuição média revelou que para o norte de Minas Gerais a distribuição das chuvas é mais concentrada em relação as outras áreas do estado. A entropia de distribuição média da precipitação quando comparado com o PCI demonstra que a AE é ferramenta que apresenta resultados similares ao PCI em termos de concentração de chuva.

. A configuração espacial da AE é semelhante ao da precipitação total anual. Foi possível estabelecer 4 regiões com características próprias, a partir do valor da entropia de distribuição média e da precipitação total anual média. Não foi observado correlação significativa e nem a ocorrência de tendência nos dados pelo teste Man-Kendall entre AE e a precipitação total anual considerando as categorias isoladas. Em relação as coordenadas geográficas das estações pluviométricas verificaram-se correlação positiva significativa apenas para altitude e para latitude.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Agência Nacional de Águas. **HidroWeb**: Sistema de informações hidrológicas. Disponível em: <<http://hidroweb.ana.gov.br/HidroWeb>>. Acesso em: 27 abr. 2013.
- BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Boletim de Pesquisa e desenvolvimento 30**: Índices pluviométricos em Minas Gerais. Brasília, DF, dez. 2010. Disponível em:< <http://www.bdpa.cnptia.embrapa.br/>>. Acesso em: 15 maio 2016
- BRUNSELL, N.A. A multiscale information theory approach to assess spatial–temporal variability of daily precipitation. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 385, n.2, p.165-172, feb. 2010.
- CHENG, L; NIU, J; LIAO, D. Entropy-Based Investigation on the Precipitation Variability over the Hexi Corridor in China. **Entropy**, [s.l.], v. 19, n. 12, p.660-674, 1 dez. 2017.
- DE LUÍS, et al. Precipitation concentration changes in Spain 1946-2005. **Natural Hazards and Earth System Sciences**.v.11, p.1259-1265.,Mar-2011.
- DI LUZIO, M.; DALY, J.G.; EISCHEID, C.; ARNOLD J. K. Constructing retrospective gridded daily precipitation and temperature datasets for the conterminous united states. **Am. Meteorol. Soc.**, v.47, p.475–497. Apr. 2008.
- ESRI 2012. ArcGIS Desktop: Release 10.1 Redlands, CA: Environmental Systems Research Institute.
- FENG, Xue; PORPORATO, Amilcare; RODRIGUEZ-ITURBE, Ignacio. Changes in rainfall seasonality in the tropics. **Nature Climate Change**, [s.l.], v. 3, n. 9, p.811-815, 19 maio 2013.
- GUPTA, Ankit; KAMBLE, Trupti; MACHIWAL, Deepesh. Comparison of ordinary and Bayesian kriging techniques in depicting rainfall variability in arid and semi-arid regions of north-west India. **Environmental Earth Sciences**, Germany,v. 76, n. 15, p.512-528, 27 jul. 2017.
- HASAN, Md Masud; DUNN, Peter K. Entropy, consistency in rainfall distribution and potential water resource availability in Australia. **Hydrological processes**, [s.l.], v. 25, n. 16, p.2613-2622, 17 mar. 2011
- HOUSTON, John. Variability of precipitation in the Atacama Desert: its causes and hydrological impact. **International Journal Of Climatology**, [s.l.], v. 26, n. 15, p.2181-2198, 2006.
- IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/estadosat/perfil.php?lang=&sigla=mg>>Acesso em: 13 mar. 2016.
- KAWACHI, Toshihiko; MARUYAMA, Takeo; SINGH, Vijay P. Rainfall entropy for delineation of water resources zones in Japan. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 246, n. 1-4, p.36-44, jun. 2001.
- MELLO, C.R.; VIOLA, M. R. *Mapeamento de chuvas intensas no estado de Minas Gerais*. **Rev. Bras. Ciênc. Solo** [online]. vol.37, n.1, pp.37-44. 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbcs/v37n1/v37n1a04.pdf> Acesso: 4 jan. 2017.

MINUZZI, Rosandro B.; SEDIYAMA, Gilberto C.; RIBEIRO, Aristides and COSTA, José M. N. da **El Niño: ocorrência e duração dos veranicos do Estado de Minas Gerais**. *Rev. bras. eng. agríc. ambient.* [online]. 2005, vol.9, n.3, pp.364-371. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1415-43662005000300011&script=sci\\_abstract&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1415-43662005000300011&script=sci_abstract&tlng=pt). Acessado em setembro 2017.

MISHRA, Ashok K.; ÖZGER, Mehmet; SINGH, Vijay P. An entropy-based investigation into the variability of precipitation. **Journal Of Hydrology**, [s.l.], v. 370, n. 1-4, p.139-154, maio 2009.

OLIVER, J.E. Monthly precipitation distribution: a comparative index. **The Professional Geographer**, Indiana, v.32, n.3, p.300-309, Aug.1980.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <http://www.R-project.org>. Acesso em: 19 jun. 2013.

REBOITA, M. S.; RODRIGUES, M.; SILVA, L.F.; ALVES, M.A.; Aspectos Climáticos do Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 17, p.206-226. Dez. 2015.

SALVIANO, Marcos Figueiredo; GROppo, Juliano Daniel; PELLEGRINO, Giampaolo Queiroz. Análise de Tendências em Dados de Precipitação e Temperatura no Brasil. **Revista Brasileira de Meteorologia**, [s.l.], v. 31, n. 1, p.64-73, mar. 2016.

SANGUESA, C. et al. Spatial and Temporal Analysis of Rainfall Concentration Using the Gini Index and PCI. **WATER**, Switzerland v.10 n°112. P2-18., Jan 2018.

SHANNON, C.E.; A mathematical theory of communication. **Bell Syst. Tech.** v.27, p.625-656, out 1948.

SILVA, E. D.; REBOITA, M. S. Estudo da Precipitação no Estado de Minas Gerais – MG. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 13, p. 120-136, 2013.

SINGH, V.P **Entropy Theory and its Application in Environmental and Water Engineering**. TEXAS, USA, 2013. p.658.

VIOLA, M. R. et al. Métodos de interpolação espacial para o mapeamento da precipitação pluvial. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 14, n. 9, p.970-978, set. 2010

ZHANG, Qiang et al. Entropy-based spatiotemporal patterns of precipitation regimes in the Huai River basin, China. **International Journal of Climatology**, Malden, USA, v. 36, n. 5, p.2335-2344, 22 set. 2015.

## **Artigo 2 REPRESENTATIVIDADE ESPACIAL DAS ESTAÇÕES PLUVIOMÉTRICAS ATRAVÉS DO USO DA ENTROPIA MÚTUA.**

**RESUMO:** A qualidade das informações obtidas pelas redes de monitoramento das variáveis hidrológicas em determinada região é de extrema importância para diversas aplicações ambientais e para gestão correta dos recursos naturais da região. É fundamental que a rede seja representativa o suficiente para aplicação desejada, porém os custos de implementação, operação e manutenção são fatores econômicos limitantes para adição de novos postos, portanto avaliação da qualidade da rede monitoramento é necessária para otimização dos recursos. Sendo assim, a ferramenta entropia mútua foi utilizada neste trabalho com intuito verificar a qualidade da informação de 3 redes de estações pluviométricas de 3 unidades de planejamento e gestão de recursos hídricos (UPGRH) no estado de Minas Gerais. Constatou-se que as unidades de planejamento de gestão de recursos hídricos analisadas apresentaram regiões com déficit e regiões com excesso de estações indicando, segundo esta metodologia a necessidade de realocação das estações.

**PALAVRAS-CHAVE:** rede pluviométrica, entropia mútua e bacia hidrográfica.

**ABSTRACT:** The quality of the information obtained by the monitoring networks of the hydrological variables in each region is of extreme importance for several environmental applications and for the correct management of the natural resources of the region. It is fundamental that the network is representative enough for the desired application, but the costs of implementation, operation and maintenance is a limiting economic factor for the addition of new stations to the network, so evaluation of network quality monitoring is necessary for resource optimization. The theory of mutual entropy was used in this study to verify the information quality of three networks of rainfall stations in three hydrographic basins in the state of Minas Gerais. It was verified that the water resources planning units (hydrographic basins) analyzed presented regions with deficits and regions with excess stations indicating, according to this methodology, the need for reallocation of the stations.

**KEYWORDS:** network station rain, entropy mutual and basin.

### **1. INTRODUÇÃO**

A representatividade das variáveis hidrológicas tais como: precipitação, vazão, evaporação, qualidade de água é de grande importância para aplicações hidrológicas. Os dados dos postos (estações) de observação, sejam eles convencionam, automáticos ou remotos, devem ser representativos no tempo e no espaço para região. Para isso o critério utilizado para almejar a representatividade pode ser estabelecido em função do objetivo do estudo. Por exemplo, informações hidrológicas a longo prazo, não requerem a mesma resolução temporal que as informações hidrológicas para fins de aplicação hidrologia urbana. Outro fator a considerar é o tamanho da bacia hidrográfica: escala a nível de bacia demanda um nível de acurácia maior, uma vez que gestão de uso da água nesses locais depende fortemente das informações hidrológicas detalhadas da bacia, portanto, um maior número de postos observação pode ser demandado

(DENT,2012). Qualquer que seja a aplicação, o número de postos de observações deve ser suficiente para a aplicação desejada, que em teoria quanto maior o número de postos observações maior é a representatividade da variável a ser estudada, porém os custos de implementação, operação e manutenção é fator limite o que pode inviabilizar economicamente a aplicação correta dos dados. Uma alternativa é realizar uma avaliação da qualidade das redes de observações hidrológicas, identificando regiões onde existe déficit ou excesso de estações, possibilitando, portanto, a otimização mais eficiente dos recursos disponíveis.

A literatura científica dispõe de algumas metodologias para avaliação de redes hidrológicas, Hurtado et al. (2017) classificam-nas como: métodos geoestatísticos (NOWAK et al., 2009; SHAFIEI et al., 2014), de correlação cruzada (VIVEKANANDAN e JAGATP, 2012), de entropia mútua (BOROUMAND et al., 2017), uso de componentes fisiográficos (WMO, 2008; SAMUEL et al., 2013) e uso de fractais (CAPECCHI et al., 2012).

Considerando os métodos de avaliação citados destaca-se o método da entropia mútua, tem como vantagem a considerar cada relação não linear entre as estações e detectar as possíveis redundâncias de informações entre as estações (HURTADO et al., 2017).

Singh (2013) demonstrou várias aplicações possíveis da teoria da entropia da informação em hidrologia destacando-se a avaliação de redes de monitoramento hidrológico através da entropia mútua. Segundo o autor a entropia mútua pode ser entendida como a redução da incerteza de uma variável aleatória X, na presença de outra variável aleatória Y ou seja, quantidade de informação contida em X que também está contida em Y. O valor da entropia mútua é zero quando as variáveis são independentes e quanto maior o valor da entropia mútua maior é redundância de informação (MISHRA e COULIBALY, 2010; SINGH, 2013; MISHRA e COULIBALY, 2014; BOROUMAND et al., 2017; Xu et al., 2018)

Mishra e Coulibaly (2010) avaliaram a rede hidrométrica das bacias hidrográficas do Canadá considerando um período de registro de 20 anos, utilizando a metodologia descrita, para obtenção dos valores estimados os autores utilizaram regressão linear múltipla. Os autores verificaram que quase todas bacias apresentaram regiões com déficit de estações, com exceção da bacia hidrográfica de Nelson que apresentou uma rede de monitoramento aceitável.

Boroumand et al. (2017) estimaram o número ótimo de estação de monitoramento da qualidade da água na Baía de São Francisco, EUA, foram analisadas 14 estações de monitoramento da concentração de fosfato e nitrato/nitrito. Os autores verificaram que o número ótimo de estação foram 36 estações.

Xu et al., (2018), utilizaram a krigagem e a entropia combinadas para avaliar a melhor configuração da rede pluviométrica. Os autores verificaram que metodologia é promissora, indicando o uso para outros processos hidrológicos.

Considerando estas assertivas, este trabalho tem o propósito de avaliar a rede de estações pluviométricas de 3 UPGRH situadas no estado de Minas Gerais utilizando a metodologia da entropia mútua bivariada, conforme os trabalhos de Mishra e Coulibaly 2010 e Boroumand et al 2017. Os valores da precipitação das estações foram estimados por krigagem ordinária conforme os trabalhos de Voss et al., 2016 e Gupta et al., 2017. O período de precipitação analisado foi de 2000 a 2015. Os resultados obtidos foram comparados com a recomendação de densidade mínima de estações pluviométricas proposta pela WMO 2008.

## 2. DESENVOLVIMENTO

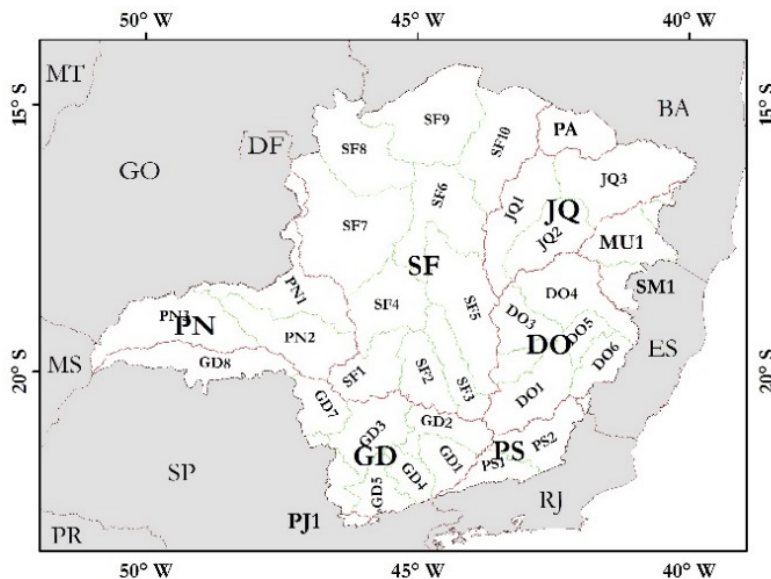
### MATERIAL E MÉTODOS

#### CARACTERIZAÇÃO DA REGIÃO

O Estado de Minas Gerais está situado na região sudeste do Brasil, possuindo uma área de 586.519,727 km<sup>2</sup>, (IBGE, 2010). O uso dos recursos hídricos a nível estadual em Minas Gerais, é estabelecido pela lei 13.199/99 que dispõe sobre o Plano Estadual de Recursos Hídricos, esta lei define as diretrizes e procedimentos para uso da água no estado, para isso propõe a divisão hidrográfica com objetivo de promover o gerenciamento descentralizado e compartilhado dos recursos hídricos (MINAS GERAIS, 1999). Para isso são definidas as Unidades de Planejamento de Gestão de Recursos Hídricos (UPGRH). As UPGRH's são unidades territoriais delimitadas dentro de uma bacia hidrográfica ou grupo de bacias ou sub-bacia contíguas com características políticas, físicos, sociais e naturais análogos que garantem características próprias (IGAM, 2012). O estado possui 36 UPGRHs inseridas em 7 principais bacias hidrográficas conforme observado no mapa da figura 1.

**FIGURA 1.** UPGRH do estado de Minas Gerais e as Unidades de Planejamento e Gestão de Recursos Hídricos





Fonte: Do autor (2018)

Para o presente estudo foram utilizadas as seguintes Unidades de Planejamento de Gestão de Recursos Hídricos: UPGRH-GD1 (Rio Grande), UPGRH-PN3 (Rio Paranaíba) e UPGRH-SF10 (Rio São Francisco). A localização espacial das estações pluviométricas está apresentada na figura 2.

A unidade de planejamento de gestão de recursos hídricos GD2-Rio das Mortes possui área total de 10.540 km<sup>2</sup>, localizada na região do sul de Minas Gerais, está contida na Bacia Hidrográfica do Rio Grande, limitando-se com UPGRH-GD1-Alto Rio Grande ao Sul; a sudeste com a Bacia Hidrográfica Paraíba do Sul; a sudoeste com Bacia Hidrográfica do Rio Verde; a nordeste UPGRH-GD3-Reservatório de Furnas e a norte com Bacia Hidrográfica do Rio São Francisco. Estão inseridos nesta unidade de planejamento 42 municípios, destacando os municípios de Barbacena, Campo Belo, Lavras, São João Del Rei, Alfenas, Varginha, Três Pontas.

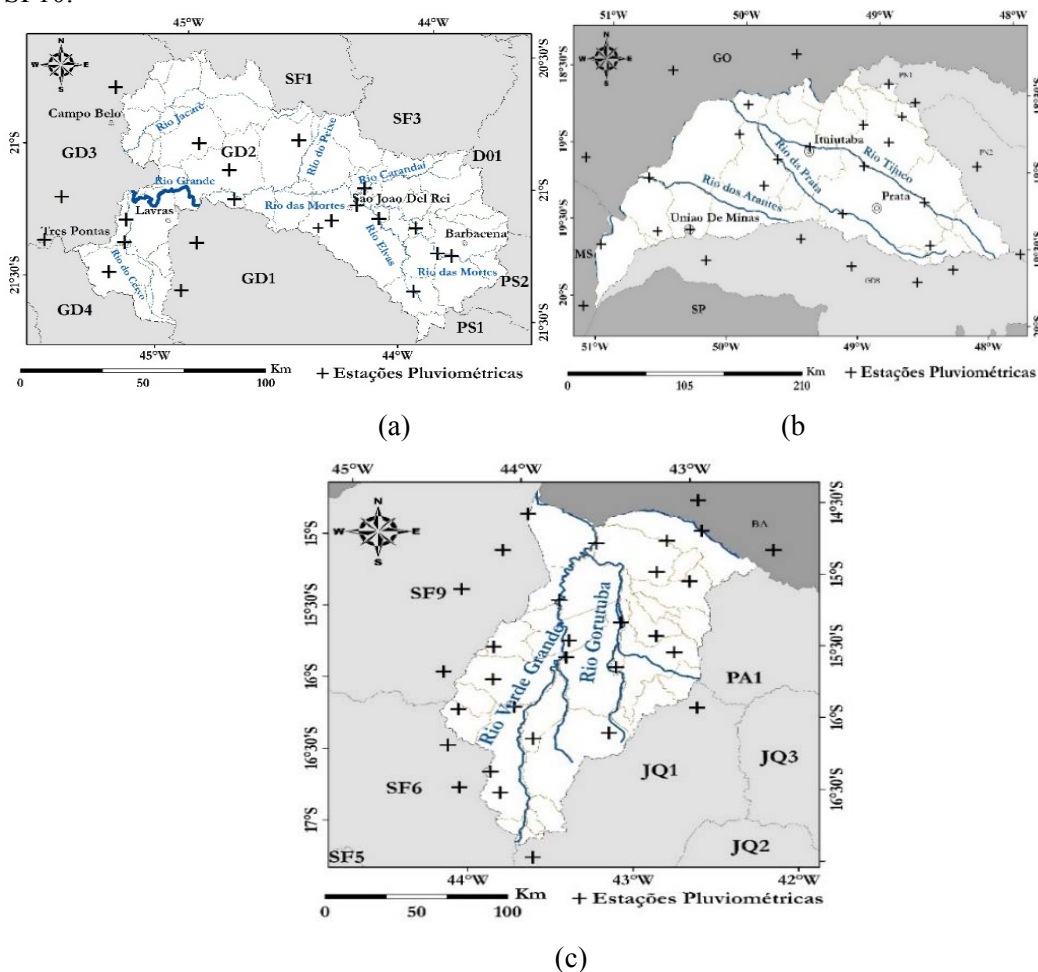
Os principais cursos d'água são: o Rio das Mortes, Rio Jacaré, Rio Elvas, Rio Grande, Rio Cervo, Rio do Peixe e o Rio Carandaí. O relevo caracterizado por vertentes côncavo-convexas com variação de altitude de 1200 m a 780m de altitude (IGAM, 2014). Com tipologia climatológica segundo a classificação de Köppen-Cwa, com invernos secos e verões úmidos, a precipitação média anual é de 1400mm (SÁ JUNIOR et al. 2009).

A UPGRH-PN3-Afluentes Mineiros do Baixo Paranaíba possui área de 27.024 km<sup>2</sup>, localizada na região do Triângulo Mineiro, participa da Bacia Hidrográfica do Rio Paranaíba, limita-se ao Sul com UPGRH-GD8 ao nordeste com PN1 e PN2 ao noroeste com o estado de Goiás e a oeste com o Mato Grosso do Sul. Esta unidade de planejamento incorpora 21

municípios, destacando os municípios de Ituiutaba e Prata como centros urbanos (IGAM,2017). Climatologicamente a região se enquadra na tipologia Aw na classificação de Köppen, caracterizado por apresentar estação chuvosa no verão e seca no inverno, com temperatura média no mês mais frio é superior a 18 C°. A precipitação média para região é de 1500 mm (SÁ JUNIOR et al., 2009). Os principais cursos hídricos da região são Rio da Prata, Rio dos Arantes, Rio São Domingos, Rio Tijuco.

A bacia do Rio Verde Grande está localizada na região do norte de Minas Gerais, possui área de drenagem 27.003 km<sup>2</sup>, limita-se com o estado da Bahia ao norte, com as UPGRH-PA e UPGRH-JQ1 ao leste, ao sudoeste com SF6 e ao oeste a SF9. Estão inseridos na unidade 27 municípios. Os principais cursos d'água que compõe a unidade são: Rio Verde, Rio Gorutuba. O clima dominante da região segundo a classificação de Köppen é o Aw. A precipitação média anual de 1100 mm (IGAM,2015). A figura 2 apresenta o mapa da localização das UPGRH-GD2, PN3 e SF10 e das estações pluviométricas utilizadas neste trabalho.

FIGURA 2. Unidades de Planejamento e Gestão de Recursos Hídricos (a) GD2 (b) PN3 (c) SF10.



Fonte: Do Autor (2018).



## ENTROPIA MARGINAL E ENTROPIA MÚTUA.

Shannon em 1948, define como entropia a medida de incerteza ou desordem produzida por um resultado particular de um processo aleatório. Considere uma variável aleatória  $X$ , que assume os resultados  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  os valores possíveis de  $X$  com distribuição de probabilidade  $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ . A entropia pode ser obtida em sua forma discreta pela equação (1).

$$H(x) = - \sum_{i=1}^K p(x_k) \cdot \log_2 p(x_k) \quad (1)$$

Onde  $K$  é o intervalo de classes utilizado,  $x_k$  é o resultado corresponde a classe  $K$  e  $p(x_k)$  é a probabilidade de  $x_k$ . A probabilidade pode ser obtida através da frequência empírica de  $x_k$ . A entropia  $H(X)$  é também denominada entropia marginal de  $X$  (MISHRA e COULIBALY, 2014; SINGH, 2013; XU et al., 2015; BOROUMAND et al., 2017).

Segundo Singh (2013), pode-se ainda analisar a entropia resultante da associação conjunta de várias variáveis aleatórias. A entropia conjunta pode ser definida matematicamente para caso bivariado através da equação (2):

$$H(X, Y) = - \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L p(x_k, y_l) \cdot \log_2 p(x_k, y_l) \quad (2)$$

Onde  $L$  é o número de classes da variável aleatória  $Y$  e  $K$  é o intervalo de classes utilizado,  $x_k$   $p(x_k, y_l)$  é probabilidade conjunta associado a  $x_k$  e  $y_l$ .

A partir da entropia conjunta  $H(X, Y)$  e das entropias marginais  $H(X)$  e  $H(Y)$ , pode-se verificar qual é o conteúdo de informação em  $X$  presente em  $Y$ , através da equação (3).

$$T(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (3)$$

Utilizando as equações (I) e (II) para as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  a equação III pode ser reescrita (eq. 4):

$$T(X, Y) = - \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L p(x_k, y_l) \cdot \log_2 \frac{p(x_k, y_l)}{p(x_k) \cdot p(y_l)} \quad (4)$$

Onde  $T(X, Y)$  é entropia mútua ou transinformação. Esta pode ser entendida como a quantidade de informação contida em  $X$  que também está contida em  $Y$  (MISHRA e COULIBALY, 2014; BOROUMAND et al., 2017). Observa-se  $T(X, Y) = 0$  quando  $X$  e  $Y$  são independentes e  $T(X, Y) = T(Y, X)$ . Para demonstrações das propriedades citadas verificar Singh, 2013.

É possível através do uso da entropia mútua avaliar a qualidade da rede de monitoramento de variáveis hidrológicas classificando regiões com déficits de estações e regiões em excesso. Empregando uma abordagem bivariada é possível utilizar a entropia mútua da forma  $T(X_i, \widehat{X}_i)$  onde  $X_i$  é o valor observado na estação  $i$  e  $\widehat{X}_i$  é o valor estimado de  $X$  a partir das outras estações.

#### KRIGAGEM ORDINÁRIA

A krigagem ordinária pode ser entendida como processo de interpolação espacial não tendencioso e de variância mínima, baseado na correlação espacial das variáveis em estudo. A estimação é obtida através de utilização semivariogramas experimentais e teóricos que detectam a estrutura espacial das variáveis. (TOBIN et al., 2011; TEXEIRA e SCALON, 2013; BORGES et al., 2016; VOSS et al., 2016). A krigagem ordinária inicia-se a partir da análise exploratória de dados com intuito de verificar possíveis pontos atípicos (*outliers*) e tendência espacial (possível influências entre a variável de estudo e variáveis geográficas como longitude e latitude). Após esta fase inicia-se a elaboração da nuvem de pontos do semivariograma experimental. Este pode ser estimado pela equação descrita por Matheron, 1962 (equação 5)

$$\gamma(d) = \frac{1}{2 \cdot N(d)} \sum_{i=1}^N [Z(x_i) - Z(x_i + d)]^2 \quad (5)$$

Onde  $N(d)$  é o número de pares de pontos dos valores medidos, separados por uma distância  $d$ ,  $Z(x_i)$  e  $Z(x_i + d)$  são os valores amostrados nos pontos  $x_i$  e  $x_i + d$ , respectivamente. Baseado no semivariograma experimental ajusta-se os parâmetros (efeito pepita, patamar, alcance) do semivariograma teórico. Para detalhes das técnicas de ajustes de modelos teóricos e os modelos de semivariogramas verificar Carvalho et al., 2009 e Voss et al., 2016. Para este trabalho foi utilizado o modelo esférico conforme equação (6).

$$\gamma(d) = C_0 + C_1 \cdot \left\{ \frac{1.5 \cdot d}{a} - 0,5 \left( \frac{d}{a} \right)^3 \right\} \quad (6)$$

Onde  $C_0$ ,  $d$  e  $a$  são respectivamente o efeito pepita, distância entre os valores amostrados e  $a$  é o alcance, a soma  $C_0 + C_1$  é o patamar (VOSS et al., 2016). A estimação dos dados é feita pela

equação 7:

$$\hat{X} = \sum_{i=0}^n w_i \cdot X_i \quad (7)$$

Onde  $w_i$  é o peso associado a valor da variável,  $X_i$  é o valor da variável observada e  $\hat{X}$  é o valor a ser estimado. Os valores de  $w_i$  podem ser calculados a partir da equação 8:

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \dots & \gamma(x_2 - x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \dots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \gamma(x_2 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Onde  $\mu$  é o multiplicador de Lagrange,  $\gamma()$  é o valor da semivariância teórica a partir das nuvens de pontos da semivariograma experimental (equação 5 e 6). A qualidade do ajuste pode ser calculada pelo erro médio quadrático (EMQ) e pelo coeficiente de correlação de Pearson ( $\rho$ ) conforme descrito em Gupta et al., 2017.

## BASE DE DADOS

Para este trabalho foram utilizados os dados das estações pluviométricas disponíveis no Sistema de Informações Hidrológicas (HidroWEB) da Agência Nacional de Águas (ANA). Foram utilizadas ao todo 76 estações pluviométricas, as estações estão distribuídas de acordo com a tabela 1 e figura 2. Considerou-se as precipitações mensais de período de 2000 a 2015. Foram apenas consideradas estações com no máximo 20% de falhas e as mesmas foram preenchidas pelo método do inverso do quadrado da distância descrito em Di Luzio et al., 2008.

TABELA 1. Número de estações pluviométricas nas Unidades de Planejamento de Gestão de Recursos de Recursos Hídricos

UPGRH	Número de estações pluviométricas
GD2	20
PN3	27
SF10	29

Fonte: Do Autor (2018).

Para avaliação da rede pluviométrica das UPGRH's foram utilizados dois critérios: a utilização da entropia mútua conforme a metodologia utilizada por Mishra e Coulibaly, 2010 e Boroumand et al., 2017. O resultado foi comparado com a recomendação proposta pela OMM,

2008.

A Organização Mundial de Meteorologia-OMM estabelece como proposta de rede pluviométrica mínima um critério baseado em unidades fisiográficas da região de acordo com a tabela 2 (WMO, 2008).

Tabela 2- Densidade mínima de estações pluviométricas conforme as recomendações OMM,2008.

Unidade Fisiográfica	Área em km <sup>2</sup> coberta por cada estação
Litoral	900
Montanha	250
Planícies/Planalto	575
Montanhoso/ondulado	575
Pequenas Ilhas	25
Polar/Árida	10.000

Fonte: Do Autor (2018).

A partir do critério estabelecido pela OMM, 2008, foi considerado como unidade fisiográfica para as UPGRH's estudadas a do tipo Montanhoso/ondulado uma vez que as mesmas possuem várias unidades de serras presentes conforme descrito em Sá Junior et al., 2009.

Considerando o critério da entropia mútua foram calculados os valores de  $T(X_i, \widehat{X}_i)$  de cada estação para UPGRH utilizando a equação 3, o número de classes (K e L) foi calculado pela equação IX utilizada BOROUMAND et al., 2017:

$$NCL = 1 + 1,33 * \ln(n) \quad (9)$$

Onde NCL é número de classes e n = número de observações, portanto o valor calculado para classes K e L foi igual a 8. Uma vez que a variável  $X_i$  é o valor da precipitação mensal para período de n= 180 meses (2000-2015) e  $\widehat{X}_i$  é o valor estimado de  $X_i$  obtida pela krigagem ordinária das outras estações pertencentes a UPGRH correspondente. Ao final obteve-se duas séries de dados com mesmo intervalo:  $X_i$  é a série original de dados observados e  $\widehat{X}_i$  a série com dados estimados a partir das outras estações. Portanto para cada estação foi obtido um valor de  $T(X_i, \widehat{X}_i)$ . Após o cômputo dos valores da entropia mútua foram gerados mapas de cada UPGRH pelo método da krigagem, utilizando a classificação proposta Mishra e Coulibaly, 2010; conforme pode ser visualizado na tabela 3.

Para verificar a qualidade do ajuste da krigagem realizadas foi utilizada validação cruzada considerando o erro médio quadrático (EMQ) e do coeficiente de correlação de Pearson

entre os valores observados e os estimados.

TABELA 3.-Classificação proposta por Mishra e Coulibaly, 2010.

$T(X_i, \hat{X}_i)$	Classificação
Menor que 0,2	Alto déficit de estações
0,2-0,4	Nº deficiente de estações
0,4-0,6	Admissível
0,6-0,8	Nº ótimo de estações
Acima de 0,8	Nº excessivo de estações

Fonte: Do Autor (2018).

O estudo da variável foi realizado utilizando o software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2015), utilizando os pacotes: geoR (JUNIOR; DIGGLE, 2001) para a realização da krigagem ordinária, e o entropy (HAUSSER; STRIMMER, 2014) para cálculo da entropia mútua. Os mapas foram gerados com o programa ArcMap(R) (Environmental Systems Research Institute, 2010).

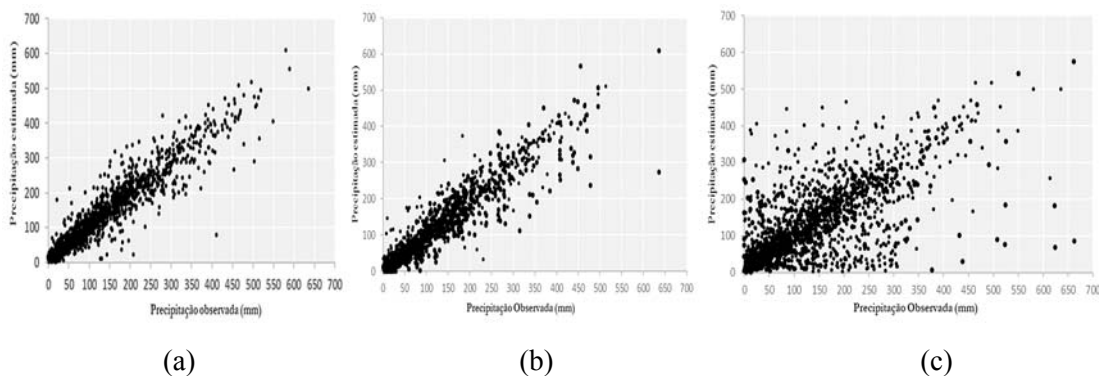
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### INTERPOLAÇÃO ESPACIAL (KRIGAGEM ORDINÁRIA)

A partir dos gráficos da figura 3 constata-se que processo de estimação da série de precipitação mensal foi satisfatório para todas as bacias analisadas, pois além de apresentar um bom ajuste visual apresentaram de EQM e ( $\rho$ ) satisfatórios, isto é, próximo de 0 e 1 respectivamente.

Ao compararmos os UPGRH's verifica-se que a qualidade da krigagem ordinária para unidade SF10 foi inferior as outras, pois o gráfico de dispersão da SF10 além de apresentar uma maior dispersão visual dos dados em relação aos outros gráficos apresentou um menor ( $\rho$ )=0,72.

FIGURA 3- Gráfico de dispersão entre a precipitação observada x precipitação estimada por krigagem ordinária. (a) bacia GD2, (b) PN3, (c)SF10.



Fonte: Do autor (2018).

## Avaliação da Distribuição Espacial de Rede de Estações Pluviométricas.

### Critério baseado na entropia mútua.

A avaliação da rede pluviométrica para bacias consideradas foram efetuadas através da obtenção dos valores da transinformação  $T(X_i, \hat{X})$  conforme a equação III. A avaliação da distribuição espacial das estações pluviométricas é feita a partir da classificação proposta por Mishra e Coulibaly, (2010) apresentada na tabela 3.

A tabela 5 apresenta os valores correspondentes em área para a classificação proposta na tabela 3. Ao comparar as UPGRH's verifica-se que a GD2 apresenta a maior área com números insuficientes de estações pluviométricas correspondendo 70,2% da área da bacia hidrográfica considerando a soma das áreas de alto déficit de estações e com número deficiente de estações, enquanto a UPGRH-PN3 possui 76,5% de sua área com número satisfatório de estações pluviométricas (nº admissível de estações e o nº ótimo estações) configurando a melhor situação entre as UPGRH's. A unidade SF10 possui 43,4% de sua área com boa cobertura de estações pluviométricas.

As UPGRH's estudadas apresentaram em média 4,83% de área com número excessivo de estações pluviométricas. Apesar do valor ser relativamente baixo é um recurso financeiro e de pessoal que poderia ser melhor alocado em locais críticos segundo a metodologia utilizada.

TABELA 5-Tabela quantitativa de áreas críticas para UPGRH's.

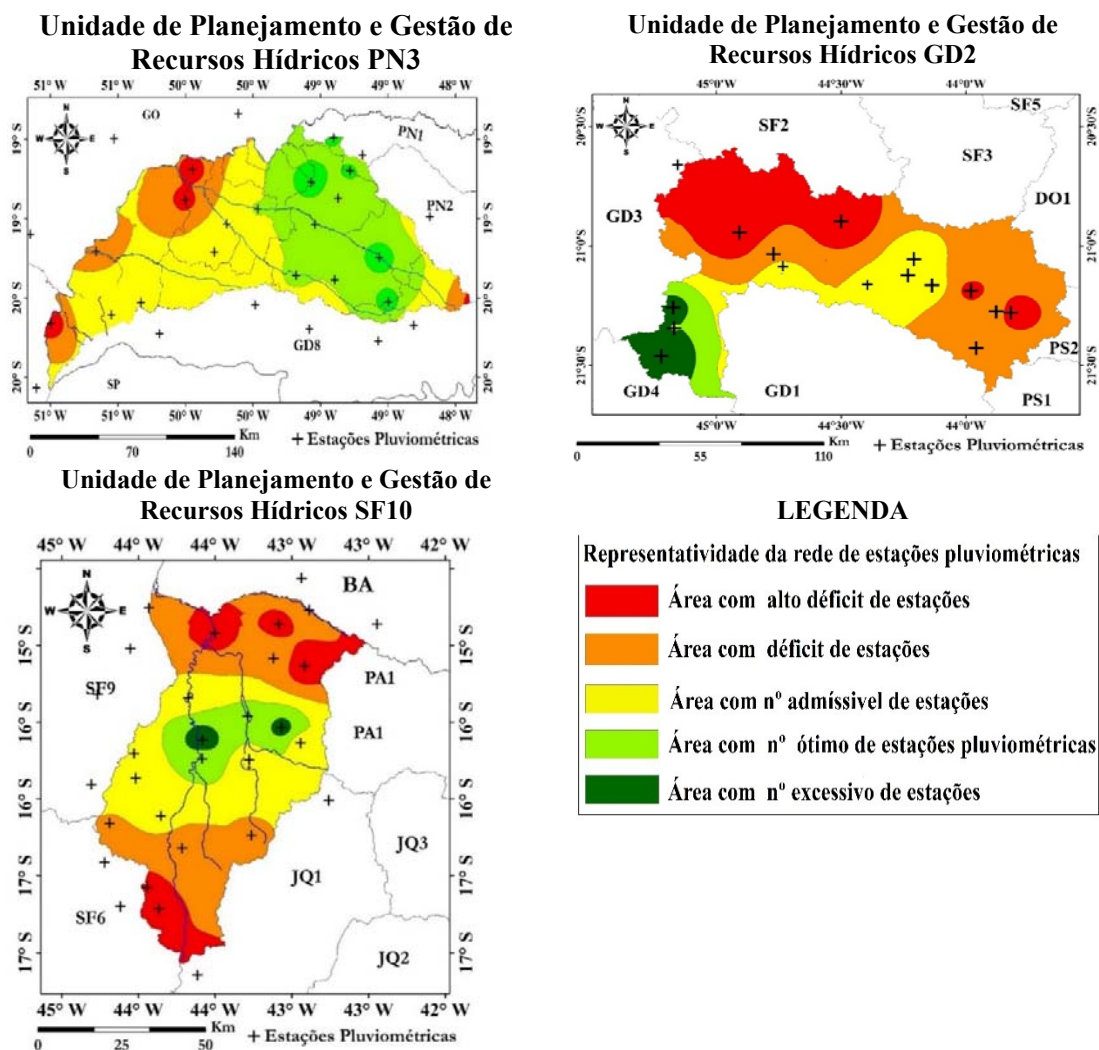
(Área em Km <sup>2</sup> )	<b>GD2</b>	<b>PN3</b>	<b>SF10</b>
Área com alto déficit de estações pluviométricas	3.0344 (28,8%)	778 (2,9%)	6,969 (25,8%)
Área com déficit de estações pluviométricas	4.367 (41,4%)	4,136 (15,4%)	7.389 (27,4%)
Área com número admissível de estações pluviométricas	1.813 (17,2%)	10.595 (39,4%)	6000 (22,2%)
Área com número ótimo de estações pluviométricas	709 (6,7%)	9991 (37,1)	5.737 (21,2%)
Área com número excessivo de estações pluviométricas	618 (5,9%)	1398 (5,2%)	908 (3,4%)
<b>Área total</b>	<b>10.541(100%)</b>	<b>26.898(100%)</b>	<b>27.003(100%)</b>

Fonte: Do Autor (2018)

Observa-se que através dos mapas da figura 5 que todas as UPGRH's consideradas neste trabalho apresentaram os dois extremos: regiões consideradas com alto déficit de estações e

regiões com nº excessivo de estações pluviométricas.

FIGURA 5-Avaliação da rede pluviométrica por transinformação para as UPGRH-GD2-PN3-SF10.



Fonte: Do Autor (2018).

### Critério baseado da Organização Mundial de Meteorologia.

A partir da tabela 6 observa-se que a UPGRH-GD2 é única bacia que está conforme a recomendação, enquanto as outras bacias não atendem ao critério. Ao comparar o critério da WMO e a metodologia baseada na entropia constata-se que a segunda é mais criteriosa pois utiliza-se a informação obtida através entropia mútua baseada na relação da dependência espacial da precipitação e não apenas número de estações pluviométricas fixos em função das unidades fisiográficas. De fato, ao analisarmos a UPGRH-GD2 verifica-se que mesma possui o número de estações conforme o critério mínimo da WMO, 2008, porém ao utilizarmos o critério baseado na transinformação verifica-se a bacia apresenta 70,2% de área com número insuficiente de estações

pluviométricas.

**Tabela 6-** Número mínimo de estações pluviométricas para UPGRH's segundo critério OMM 2008.

	GD2	PN3	SF10
Área total (km <sup>2</sup> )	10.541	26.898	27.003
Número de estações utilizada no estudo	20	29	27
Número de estações recomendadas segundo a OMM 2008	18	47	47

Fonte: Do Autor (2018)

### 3. CONCLUSÃO

O método da entropia mútua demonstrou ser uma ferramenta útil para identificar a relevância relativa entre as estações pluviométricas, bem como caracterizar as áreas críticas de informação. As estações alocadas em áreas com número excessivo de estações podem ser redistribuídas em locais com deficiência de estações, otimizando o emprego de recursos adicionais.



## REFERÊNCIAS

- BORGES, P.A.; FRANKE, J.; ANUCIAÇÃO, Y.M.T.; WEISS, H.; BERNHOFER, H. Comparison of spatial interpolation methods for the estimation of precipitation distribution in Distrito Federal, Brazil. **Theoretical and applied climatology**, New York, v. 123, n. 1-2, p. 335-348, jan. 2016.
- BOROUMAND, A.; RAJAEI, T.; MASOUMI, F. Semivariance analysis and transinformation entropy for optimal redesigning of nutrients monitoring network in San Francisco bay. **Marine Pollution Bulletin**, v. 34, p 569-572, out 2017.
- BRASIL. Agência Nacional de Águas. **HidroWeb**: Sistema de informações hidrológicas. Disponível em: <<http://hidroweb.ana.gov.br/HidroWeb>>. Acesso em: 27 abr. 2013.
- CAPECCHI, V.; CRISCI, A.; MELANI, S.; MORABITO, M.; POLITI, P. Fractal characterization of rain-gauge networks and precipitations: an application in central Italy. **Theor. Appl. Climatol.** v.107, n.3-4, p.541-553. feb.2012.
- CARVALHO, J. R. P. de; VIEIRA, S. R.; GREGO, C. R. Comparação de métodos para ajuste de modelos de semivariograma da precipitação pluvial anual. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 13, n. 4, p. 443-448, jul-ago 2009.
- DENT, J.E. Climate and meteorological information requirements for water management: A review of issues, **WMO 1094**, Geneva, Switzerland, 2012.
- GUPTA, A.; KAMBLE, T.; MACHIWAL, D. Comparison of ordinary and Bayesian kriging techniques in depicting rainfall variability in arid and semi-arid regions of north-west India. **Environ Earth Sci.** Germany, v.76, n.15 p.512-528, Aug 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12665-017-6814-3>. Acessado em 20 set. 2017.
- HAUSSER, J.; STRIMME, K. **entropy: Estimation of Entropy, Mutual Information and Related Quantities**. R package version 1.2.1. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=entropy>. Acesso em 20 set 2017.
- HURTADO, J.C.; ALFONSO, L.; SOLOMATINE, D.P. Rainfall and streamflow sensor network design: a review of applications, classification, and a proposed framework. **R. Hydrol. Earth Syst. Sci.** German, v.21, p. 3071–3091, jun.2017.
- IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) 2010. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/estadosat/perfil.php?lang=&sigla=mg>> Acesso em: 13 mar. 2016.
- IGAM, Instituto Mineiro de Gestão das Águas **Glossário de Termos e Expressões da Gestão de Recursos Hídricos e Meio Ambiente**. 2 ed. Belo Horizonte. Governo do Estado de Minas Gerais, 2012.
- IGAM, Instituto Mineiro de Gestão das Águas. **Plano Diretor de Recursos Hídricos da Bacia do Rio das Mortes: Resumo executivo**. Belo Horizonte. Governo do Estado de Minas Gerais, 2014.
- IGAM, Instituto Mineiro de Gestão das Águas. **Informativo Bacia do São Francisco**. Belo Horizonte. Governo do Estado de Minas Gerais, 2015.

IGAM, Instituto Mineiro de Gestão das Águas. **Plano de Ação de Recursos Hídricos da Unidade de Gestão Hídrica afluentes mineiros do baixo Paranaíba**: Belo Horizonte. Governo do Estado de Minas Gerais, 2017.

JUNIOR, P. J. R.; DIGGLE, P. J. geoR: a package for geostatistical analysis. *R News*, v. 1, n. 2, p. 15-18, 2001.

MATHERON, G. *Principles of geostatistics*. **Economic geology**, v. 58, n. 8, p. 1246-1266, 1962.

MISRHA, A.K.; COULIBALY.P. Hydrometric network evaluation for Canadian watersheds. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.380, n 3-4, p.420-437, jan 2010.

MISRHA, A.K.; COULIBALY.P. Variability in Canadian Seasonal Streamflow Information and Its Implication for Hydrometric Network Design. **R. Journal of Hydrologic Engineering**, Virginia, USA v.19, n 8, ago.2014.

MINAS GERAIS, Lei 13.199, 29 de janeiro de 1999. Dispõe sobre a Política Estadual de Recursos Hídricos e dá outras providências. **Diário do Executivo**, MG, janeiro de 1999. Disponível em: <http://www.siam.mg.gov.br/sla/download.pdf?idNorma=5309>. Acessado: janeiro de 2018.

NOWAK, W.; de BARROS, F.P.J.; RUBIN, Y. Bayesian geostatistical design: Task-driven optimal site investigation when the geostatistical model is uncertain. **R. Water Resour.** Malden, USA, v.46, n.3 p.3535, jun. 2010.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2015. Disponível em: <http://www.R-project.org>. Acesso em: 19 jun. 2017.

SÁ JÚNIOR, A de.; CARVALHO, L.G.de.; da SILVA, F.F.; ALVES, M. de C. *Application of the Köppen classification for climatic zoning in the state of Minas Gerais, Brazil*. **Theoretical and Applied Climatology**, v. 108, n. 1-2, p. 1-7, 2012.

SHANNON, C.E.; A mathematical theory of communication. **Bell Syst. Tech.** v.27, p.625-656, out 1948.

SHAFEI, M.; GHARAMAN, B.; SAGHAFIAN, B.; PANDE, S.; GHARARI, S.; DAVARY, K. *Assessment of rain-gauge networks using a probabilistic GIS based approach*. **Hydrology Research**. v.45 p.551-562.jan 2014.

SAMUEL, J.; COULIBALY, P.; KOLLAT, J. *CRDEMO: Combined regionalization and dual entropy-multiobjective optimization for hydrometric network design*. **R. Water Resour.** Malden, USA, v.49, n. 12, p.8070-8089, dez 2013.

SINGH, V.P **Entropy Theory and its Application in Environmental and Water Engineering**. TEXAS, USA, 2013.

TEIXEIRA, M.; SCALON, J. *Utilização de diferentes estimadores de semivariância com modelo teórico exponencial*. **Revista da Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, v. 3, n. 3, p. 774-778. 2014.

TOBIN, C.; NICOTINA, L.; PARLANGE, M.B.; BERNE, A.; RINALDO, A. *Improved interpolation of meteorological forcing for hydrologic applications in a Swiss Alpine region.* **Journal of Hydrology**, v. 401, n. 1, p. 77-89, apr.2011.

VIVEKANANDAN, N; JAGTAP, R. *Optimization of Hydrometric Network using Spatial Regression Approach.* **Journal of Industrial Engineering and Management Science**, v.2, p 56-61,out 2012.

VOSS, S.; ZIMMERMANN, B.; ZIMMERMANN, A, *Detecting spatial structures in throughfall data: The effect of extent, sample size, sampling design, and variogram estimation method.* **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.540, p.527-537, Sept 2016.

XU, Pengcheng et al. A kriging and entropy-based approach to raingauge network design. **Environmental Research**, [s.l.], v. 161, p.61-75, fev. 2018. Elsevier BV.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.envres.2017.10.038..>

WORD METEOROLOGICAL ORGANIZATION, **Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation, WMO.** Geneva, Switzerland, jun 2008.