



VITÓRIA CRISTINA MENDES DA SILVA

**AJUSTE DE MODELOS DE CINÉTICA NA DESCRIÇÃO DA
MINERALIZAÇÃO DO NITROGÊNIO DE RESÍDUOS DA
PUPUNHEIRA**

LAVRAS – MG

2026

VITÓRIA CRISTINA MENDES DA SILVA

**AJUSTE DE MODELOS DE CINÉTICA NA DESCRIÇÃO DA MINERALIZAÇÃO DO
NITROGÊNIO DE RESÍDUOS DA PUPUNHEIRA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de Mestre.

Prof. DSc. Joel Augusto Muniz
Orientador

Prof. DSc. Edilson Marcelino Silva
Coorientador

**LAVRAS – MG
2026**

**Ficha Catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração
de Ficha Catalográfica da Biblioteca Universitária da UFLA, com
dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Silva, Vitória Cristina Mendes da .

Ajuste de modelos de cinética na descrição da mineralização do nitrogênio de
resíduos da pupunheira / Vitória Cristina Mendes da Silva. - 2026.
70 p. : il.

Orientador: Joel Augusto Muniz

Coorientador: Edilson Marcelino Silva

Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade Federal de Lavras, 2026.
Bibliografia.

1. Decomposição. 2. Nutrientes. 3. Meia-vida. 4. Modelos não lineares. 5.
Michaelis- Menten. I. Muniz, Joel Augusto. II. Silva, Edilson Marcelino. III.
Universidade Federal de Lavras. IV. Título.

VITÓRIA CRISTINA MENDES DA SILVA

**AJUSTE DE MODELOS DE CINÉTICA NA DESCRIÇÃO DA MINERALIZAÇÃO DO
NITROGÊNIO DE RESÍDUOS DA PUPUNHEIRA**

**FITTING KINETIC MODELS TO DESCRIBE NITROGEN MINERALIZATION
FROM PEACH PALM RESIDUES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 09 de fevereiro de 2026.

Profa. DSc. Mariana Resende UFLA

Prof. DSc. Felipe Augusto Fernandes UFTM

Documento assinado digitalmente
 **JOEL AUGUSTO MUNIZ**
Data: 11/05/2026 15:12:00-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. DSc. Joel Augusto Muniz
Orientador

Prof. DSc. Edilson Marcelino Silva
Co-Orientador

**LAVRAS – MG
2026**

*Este trabalho é totalmente dedicado à minha família, que foi abrigo e força em cada passo
desta jornada.*

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela força e serenidade durante todo percurso, sem Ele não seria possível a realização desse sonho.

Aos meus pais, Kelle e Fabiano, e ao meu irmão Adalberto, por sempre me incentivarem, e me acolherem com amor em cada etapa dessa trajetória.

Ao meu namorado, João Vitor, pelo companheirismo e apoio em todos os momentos.

Ao meu orientador, professor Joel, pelo incentivo, orientação, compreensão nos momentos desafiadores e ensinamentos acadêmicos que guardarei para sempre.

Ao meu coorientador, professor Edilson, por toda ajuda fornecida durante todo processo, pelas grandes contribuições neste trabalho e ensinamentos que jamais serão esquecidos.

Aos amigos da pós-graduação, em especial Marcela, Davi, João Vitor, Yasmin, Gean, Viviane, Louiziane, Gabriel e Sarah, que tornaram a caminhada mais leve.

Aos colegas do Núcleo de Estudos em Regressão Não Linear Aplicada (NLIN), pela troca de conhecimentos e discussões enriquecedoras.

Ao Programa de Pós Graduação do departamento de Estatística, pelas oportunidades de aprendizado, as quais possibilitaram minha evolução acadêmica e contribuíram para minha formação.

À UFLA, Universidade Federal de Lavras, a qual tenho imenso carinho e orgulho de fazer parte por tantos anos.

Por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para que este trabalho se concretizasse.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

A pupunheira (*Bactris gasipaes Kunth*) é uma palmeira tropical utilizada tanto na produção de palmito quanto de frutos comestíveis, seu cultivo gera grande quantidade de resíduos orgânicos que, se manejados adequadamente contribuem significativamente para o fornecimento de matéria orgânica e nutrientes ao solo. O processo de mineralização desses resíduos orgânicos é um processo fundamental para a liberação gradual de nutrientes no solo, sobretudo o nitrogênio, que tem impacto direto na fertilidade e produtividade agrícola. Objetivou-se ajustar e selecionar modelos cinéticos não lineares para descrever a mineralização do nitrogênio nos resíduos da pupunheira aplicados ao solo sob duas formas de manejo, incorporados e dispostos superficialmente, em condições de campo e laboratório. Os dados analisados foram obtidos de Pereira *et al.* (2015) e correspondem aos resultados de um experimento com resíduos da pupunheira em condições de campo e laboratório. Os modelos utilizados são de Stanford & Smith, Michaelis-Menten, Cabrera e Broadbent & Nakashima. Foram verificados os pressupostos de normalidade, homocedasticidade e independência pelos respectivos testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson. Os modelos foram ajustados pelo método de mínimos quadrados utilizando o algoritmo de Gauss-Newton por meio do software estatístico R. A qualidade do ajuste foi avaliada com base nos valores do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), desvio padrão residual (DPR) e do critério de informação de Akaike (AIC). Os resultados indicaram que, em campo, os modelos de Cabrera (manejo incorporado) e Michaelis-Menten (manejo superficial) apresentaram os melhores ajustes. Em laboratório, os modelos de Stanford & Smith e Michaelis-Menten mostraram-se mais adequados. O modelo de Broadbent & Nakashima teve desempenho inferior nas condições testadas. Conclui-se que a seleção do modelo mais adequado depende do manejo do resíduo e das condições ambientais, fornecendo uma ferramenta para prever a liberação de N e subsidiar o manejo sustentável dos resíduos da pupunheira.

Palavras-chave: Decomposição; Nutrientes; Meia-vida; Modelos não lineares; Michaelis-Menten.

ABSTRACT

The peach palm (*Bactris gasipaes* Kunth) is a tropical palm used for both heart of palm production and edible fruits. Its cultivation generates a large amount of organic residues which, when properly managed, significantly contribute to the supply of organic matter and nutrients to the soil. The mineralization process of these organic residues is fundamental for the gradual release of nutrients into the soil, especially nitrogen, which has a direct impact on soil fertility and agricultural productivity. The objective of this study was to fit and select nonlinear kinetic models to describe nitrogen mineralization in peach palm residues applied to the soil under two management systems: incorporated and surface-applied, under both field and laboratory conditions. The analyzed data were obtained from Pereira *et al.* (2015) and correspond to the results of an experiment with peach palm residues under field and laboratory conditions. The models used were Stanford & Smith, Michaelis–Menten, Cabrera, and Broadbent & Nakashima. The assumptions of normality, homoscedasticity, and independence were verified using the Shapiro–Wilk, Breusch–Pagan, and Durbin–Watson tests, respectively. The models were fitted using the least squares method with the Gauss–Newton algorithm through the R statistical software. Model performance was evaluated based on adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}), residual standard deviation (RSD), and Akaike Information Criterion (AIC). The results indicated that, under field conditions, the Cabrera model (incorporated management) and the Michaelis–Menten model (surface management) provided the best fits. Under laboratory conditions, the Stanford & Smith and Michaelis–Menten models showed better performance. The Broadbent & Nakashima model showed inferior performance under the tested conditions. It is concluded that the selection of the most appropriate model depends on residue management and environmental conditions, providing a useful tool to predict nitrogen release and support the sustainable management of peach palm residues.

Keywords: Decomposition; Nutrients; Half-life; Nonlinear models; Michaelis-Menten.

INDICADORES DE IMPACTO

O presente estudo traz importantes contribuições científicas, metodológicas, agronômicas e sociais sobre o processo de mineralização do nitrogênio em resíduos da pupunheira no solo ao longo do tempo. Cientificamente, fornece estimativas dos parâmetros dos modelos não lineares com adequada qualidade de ajuste, evidenciada pelos valores do coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), critério de informação de Akaike (AIC) e desvio padrão residual (DPR), além de intervalos de confiança que variaram entre os tratamentos, sendo que, em parte dos casos, apresentaram menor amplitude, indicando maior precisão das estimativas. Do ponto de vista metodológico, o trabalho demonstra a aplicabilidade de diferentes modelos cinéticos na descrição da mineralização do nitrogênio, podendo subsidiar futuras investigações relacionadas à dinâmica de transformação de nutrientes no solo. Sob a perspectiva agronômica, os resultados contribuem para a compreensão do comportamento da mineralização do nitrogênio proveniente de resíduos orgânicos, fornecendo subsídios técnicos que podem auxiliar na definição de estratégias de manejo mais eficientes. Além disso, os achados apresentam potencial impacto social ao favorecer o desenvolvimento de práticas de adubação mais sustentáveis, especialmente no contexto do aproveitamento de resíduos orgânicos na agricultura, o que pode beneficiar sistemas produtivos de menor escala.

IMPACT INDICATORS

The present study provides important scientific, methodological, agronomic, and social contributions regarding the process of nitrogen mineralization from peach palm residues in soil over time. Scientifically, it provides parameter estimates for nonlinear models with adequate goodness of fit, as evidenced by the values of the adjusted coefficient of determination (R_{adj}^2), Akaike information criterion (AIC), and residual standard deviation (RSD), in addition to confidence intervals that varied among treatments, which, in some cases, showed smaller amplitudes, indicating greater precision of the estimates. From a methodological perspective, the study demonstrates the applicability of different kinetic models in describing nitrogen mineralization, supporting future investigations related to nutrient transformation dynamics in soil. From an agronomic standpoint, the results contribute to understanding the behavior of nitrogen mineralization from organic residues, providing technical support that may assist in defining more efficient management strategies. Furthermore, the findings present potential social impact by promoting the development of more sustainable fertilization practices, especially in the context of using organic residues in agriculture, which may benefit smaller-scale production systems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ciclo do Nitrogênio	17
Figura 2.2 – Pupunha e Palmito Pupunha	21
Figura 2.3 – Elementos da Pupunheira (<i>Bactris gasipaes Kunth</i>)	22
Figura 4.1 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira incorporado ao solo sob condições de campo em função do tempo de decomposição.	50
Figura 4.2 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira disposto superficialmente ao solo sob condições de campo em função do tempo de decomposição.	51
Figura 4.3 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira incorporado ao solo sob condições de laboratório em função do tempo de decomposição.	55
Figura 4.4 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira disposto superficialmente ao solo sob condições de laboratório em função do tempo de decomposição.	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Durbin-Watson (DW) e Breusch-Pagan (BP) para os modelos ajustados no experimento de campo.	45
Tabela 4.2 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Durbin-Watson (DW) e Breusch-Pagan (BP) para os modelos ajustados no experimento de laboratório. . . .	46
Tabela 4.3 – Avaliadores de qualidade de ajuste: Coeficiente de Determinação Ajustado, Desvio Padrão Residual e Critério de Informação de Akaike (R_{aj}^2 , DPR e AIC) dos modelos ajustados no experimento de campo.	47
Tabela 4.4 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de campo e resíduo incorporado com AR(1) para o modelo de Broadbent e Nakashima e tempo de meia-vida ($t_{\frac{1}{2}}$).	48
Tabela 4.5 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de campo e resíduo disposto superficialmente com tempo de meia-vida ($t_{\frac{1}{2}}$).	49
Tabela 4.6 – Avaliadores de qualidade de ajuste: Coeficiente de Determinação Ajustado, Desvio Padrão Residual e Critério de Informação de Akaike (R_{aj}^2 , DPR e AIC) dos modelos ajustados no experimento de laboratório.	52
Tabela 4.7 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de laboratório e resíduo incorporado com AR(1) para o modelo de Broadbent e Nakashima e tempo de meia-vida ($t_{\frac{1}{2}}$).	53
Tabela 4.8 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de laboratório e resíduo superficial com AR(1) para todos os modelos e tempo de meia-vida ($t_{\frac{1}{2}}$).	54

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	Importância do Nitrogênio na Agricultura	16
2.1.1	Ciclo do Nitrogênio no Solo	17
2.2	Mineralização do Nitrogênio no Solo	19
2.3	Pupunheira (<i>Bactris gasipaes Kunth</i>)	20
2.3.1	Resíduos da Pupunheira	21
2.4	Modelos de Regressão	22
2.4.1	Modelo de Stanford e Smith	24
2.4.2	Modelo de Cabrera	26
2.4.3	Modelo de Michaelis-Menten	28
2.4.4	Modelo de Broadbent e Nakashima	30
2.5	Estimação dos Parâmetros em Modelos não Lineares	32
2.5.1	Método dos Mínimos Quadrados	32
2.5.2	Métodos Iterativos	35
2.5.3	Análise de Resíduos	36
2.6	Avaliadores de qualidade do ajuste e critérios de seleção de modelo	37
2.6.1	Coeficiente de Determinação Ajustado (R_{aj}^2)	37
2.6.2	Desvio Padrão Residual (DPR)	38
2.6.3	Crítério de Informação de Akaike (AIC)	38
3	MATERIAL E MÉTODOS	40
3.1	Material	40
3.2	Métodos	41
3.2.1	Modelos Ajustados	41
3.2.2	Método Iterativo	42
3.2.3	Análise de Resíduos dos Modelos	42
3.2.4	Intervalos de Confiança	42
3.2.5	Comparação dos Modelos	43
3.2.6	Recursos Computacionais	43
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	44
4.1	Análise de Resíduos	44

4.2	Experimento de Campo	46
4.3	Experimento de Laboratório	51
4.4	Comparação Campo e Laboratório	56
5	CONCLUSÕES	57
	REFERÊNCIAS	59
	ANEXOS	65

1 INTRODUÇÃO

A matéria orgânica do solo (MOS) constitui um dos principais indicadores da qualidade do solo, por englobar carbono orgânico, biomassa microbiana, resíduos de plantas e animais, além de substâncias húmicas formadas ao longo do processo de decomposição (Primo; Menezes; Silva, 2011; Rosset *et al.*, 2016). Além de atuar diretamente na melhoria das propriedades físicas, químicas e biológicas do solo, a MOS representa a maior reserva de nutrientes essenciais ao desenvolvimento das plantas, entre eles o nitrogênio (N), cuja dinâmica no solo depende fortemente da atividade microbiana (Batista *et al.*, 2018).

Como as plantas absorvem o nitrogênio predominantemente na forma inorgânica, principalmente como nitrato (NO_3^-) e amônio (NH_4^+), a conversão das formas orgânicas para inorgânicas é fundamental para a nutrição vegetal. Esse processo, denominado mineralização, decorre de uma série de reações mediadas por microrganismos, que transformam compostos orgânicos em formas assimiláveis, ao mesmo tempo em que parte do N é perdida por volatilização, lixiviação ou desnitrificação (Boeira; Ligo; Dynia, 2002; Gilmour; Skinner, 1999; Martinez; Marotta; Mangas, 2021).

Compreender a dinâmica da mineralização do N é especialmente relevante para sistemas agrícolas sustentáveis, que buscam reduzir o uso de fertilizantes minerais e valorizar resíduos orgânicos. No cultivo da pupunheira (*Bactris gasipaes Kunth*), amplamente cultivada para produção de frutos e palmito, gera-se grande quantidade de resíduos ricos em carbono e nitrogênio que frequentemente são descartados sem aproveitamento adequado. A utilização desses materiais representa uma alternativa promissora para o aumento da MOS, estímulo à atividade microbiana e liberação gradual de nutrientes (Oliveira *et al.*, 2020).

Nesse contexto, o comportamento da decomposição e a taxa de mineralização dependem diretamente do manejo adotado. Os resíduos incorporados tendem a se decompor mais rapidamente devido ao maior contato com a biomassa microbiana, enquanto resíduos deixados na superfície apresentam dinâmica mais lenta e variável devido às condições ambientais (Pegado *et al.*, 2008). Assim, avaliar a mineralização do N em diferentes manejos de resíduos da pupunheira é fundamental para subsidiar estratégias de adubação, manejo da MOS e recomendações técnicas voltadas ao uso sustentável desses materiais.

Modelos de regressão não lineares têm sido amplamente empregados para descrever a decomposição da matéria orgânica e a liberação de nutrientes ao longo do tempo, pois apresen-

tam bons ajustes, tem a vantagem de fornecer interpretação biológica dos parâmetros e capacidade de estimar atributos importantes como taxa de mineralização e nitrogênio potencialmente mineralizável (Silva; Fernandes; Muniz, 2014). Além disso, permitem comparar diferentes tipos de manejo e de resíduos orgânicos.

Apesar do amplo uso de modelos de regressão não lineares para descrever a decomposição da matéria orgânica e a liberação de nutrientes ao longo do tempo, ainda são escassos estudos que avaliem comparativamente a capacidade de diferentes modelos cinéticos em descrever a mineralização do nitrogênio em resíduos de pupunheira sob distintas formas de manejo. Essa lacuna limita a compreensão sobre qual abordagem modela de forma mais adequada a dinâmica de liberação de nitrogênio em condições específicas de aplicação dos resíduos. Nesse contexto, a utilização dos modelos de Stanford e Smith, Cabrera, Michaelis-Menten e Broadbent e Nakashima justifica-se por sua relevância na literatura e por representarem diferentes estruturas capazes de descrever processos de mineralização com distintas interpretações biológicas e cinéticas.

O objetivo deste trabalho foi descrever o processo de mineralização de nitrogênio dos resíduos provenientes da pupunheira incorporados e dispostos superficialmente ao solo sob condições de campo e laboratório, utilizando modelos de regressão não lineares propostos por Stanford e Smith, Cabrera, Michaelis-Menten e Broadbent e Nakashima. Especificamente, buscou-se modelar a curva de mineralização, compreender a dinâmica de liberação do nitrogênio no solo, avaliar as propriedades matemáticas dos modelos, estimar o tempo de meia-vida e identificar aquele modelo que melhor representa os dados experimentais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção é apresentada uma revisão de literatura sobre o nitrogênio, a pupunheira, o processo de mineralização, os modelos de regressão, estimação dos parâmetros, e avaliadores de qualidade de ajuste desses modelos.

2.1 Importância do Nitrogênio na Agricultura

O nitrogênio está presente nos solos nas formas orgânicas e inorgânicas. A fração orgânica que é passível de mineralização está associada aos compostos que compõem a matéria orgânica do solo, sendo grande parte desse nitrogênio encontrado principalmente na porção proteica dessa matéria. Já o nitrogênio inorgânico aparece no solo sob diversas formas químicas, representando as formas minerais mais comuns desse elemento no meio terrestre. Entre essas formas destacam-se o amônio (NH_4^+), o nitrito (NO_2^-) e nitrato (NO_3^-) (Bini; Lopez; Cardoso, 2016).

Segundo Silva *et al.* (2024), o N é um dos nutrientes mais essenciais para o crescimento e desenvolvimento das plantas, sendo componente fundamental de proteínas, ácidos nucleicos, clorofila e diversas enzimas envolvidas em processos metabólicos. Em sistemas agrícolas, o N está entre os nutrientes que mais limitam a produtividade, especialmente em solos tropicais altamente desgastados, onde a matéria orgânica apresenta rápida decomposição e baixa capacidade de retenção.

Existe uma ampla variedade de materiais que podem ser utilizados na agricultura com a finalidade de disponibilizar nitrogênio às plantas. Esses materiais podem ter origem mineral, como os fertilizantes industriais, ou origem orgânica, provenientes de resíduos vegetais ou animais. O uso de fertilizantes orgânicos contribui de forma significativa para melhoria do solo (Lemos *et al.*, 2014).

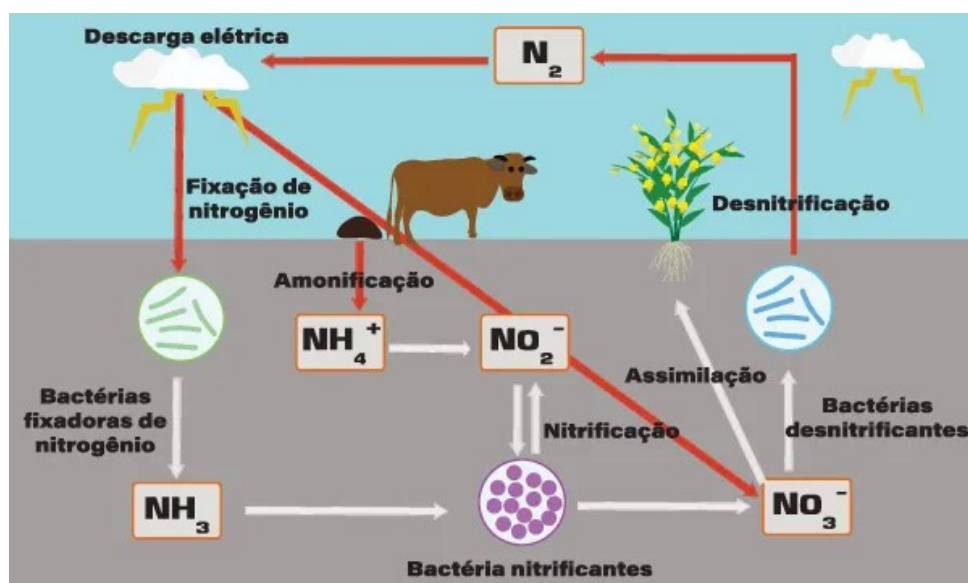
De acordo com Garcia, Cardoso & Santos (2013), ao término de cada safra de uma cultura agrícola, a colheita remove do campo a biomassa que contém o nitrogênio acumulado pela cultura, transportando esse nutriente para fora do sistema produtivo. Dessa forma, torna-se necessária a reposição anual de nitrogênio ao solo, pois, sem essa suplementação, ocorreria o esgotamento gradual do nutriente, resultando em redução da fertilidade e queda na produtividade das safras seguintes.

2.1.1 Ciclo do Nitrogênio no Solo

O ciclo do nitrogênio é dividido em várias etapas, sendo abordadas aqui as principais. Segundo Campos & Lima (2008), se destaca como um processo biogeoquímico complexo e dinâmico que ocorre em ecossistemas terrestres, auxiliando na manutenção da fertilidade do solo e produtividade agrícola.

Como evidenciado na Figura 2.1, o ciclo inicia-se com a fixação, processo que permite a entrada do nitrogênio no solo, onde o N_2 atmosférico se converte em formas reduzidas por micro-organismos simbióticos, livres ou associados a raízes de plantas leguminosas. A mineralização ocorre quando a matéria orgânica nitrogenada é degradada por uma grande diversidade de microrganismos, liberando (NH_4^+) , no chamado processo de amonificação. O amônio pode seguir caminhos distintos, sendo um deles, se o solo estiver em boas condições, drenado e aerado, ser transformado em (NO_3^-) no processo de nitrificação, por microrganismos nitrificantes, após ele ser oxidado a (NO_2^-) . O nitrato constitui a principal forma absorvida pelas plantas, mas é suscetível à lixiviação, principalmente em regiões de elevada precipitação ou irrigação. Por fim, na desnitrificação o nitrogênio retorna para atmosfera, ocorre quando há baixa disponibilidade de oxigênio, como em solos saturados por água, o nitrato é reduzido a gases como N_2O e N_2 , resultando em perdas de nitrogênio (Cardoso; Tsai; Neves, 1992; Lazarin, 2015).

Figura 2.1 – Ciclo do Nitrogênio



Fonte: (Lazarin, 2015)

Paralelamente à mineralização, ocorre o processo de imobilização microbiana que, de acordo com Cardoso, Tsai & Neves (1992) é definida como o processo em que microrganismos assimilam o N mineral disponível para sintetizar biomassa, tornando-o temporariamente indisponível às plantas. A predominância de mineralização ou imobilização depende da relação entre a composição do resíduo orgânico e a demanda microbiana por nitrogênio. Resíduos com alta relação C/N (carbono/nitrogênio) tendem a promover imobilização, enquanto materiais mais ricos em nitrogênio favorecem a liberação do nutriente.

A lixiviação é um processo fundamental dentro do ciclo do nitrogênio, caracterizado pelo deslocamento de formas solúveis de N para camadas mais profundas do solo por meio da infiltração da água. Entre essas formas, o nitrato é mais suscetível à perda, devido à sua elevada mobilidade. Como destacado por Silva *et al.* (2018), o uso incorreto de fertilizantes contribui significativamente para o aumento dessas perdas.

As consequências ambientais da lixiviação são expressivas. Quando o nitrato alcança corpos d'água, pode atuar como fertilizante, favorecendo a eutrofização e promovendo a proliferação excessiva de algas e plantas aquáticas. Esse processo compromete a qualidade da água, reduz a disponibilidade de oxigênio dissolvido e pode resultar na mortalidade de peixes, além de afetar a água destinada ao consumo humano (Gadelha *et al.*, 2022).

A volatilização consiste na perda de nitrogênio do solo para a atmosfera, principalmente na forma de amônia. Isso ocorre quando o nitrogênio está presente na forma (NH_4^+), que pode ser convertido em gás sob condições favoráveis, como pH elevado, temperaturas altas e baixa umidade. A volatilização é mais intensa quando resíduos ou fertilizantes nitrogenados permanecem na superfície do solo, sem incorporação, o que reduz a eficiência do uso do nutriente pelas plantas e interfere na dinâmica da mineralização (Silva *et al.*, 2017).

A dinâmica do nitrogênio entre o solo, a água e a atmosfera evidencia a complexidade desse ciclo e mostra como as perdas por lixiviação e volatilização se integram às demais transformações do N, como mineralização, nitrificação e desnitrificação (Garcia; Cardoso; Santos, 2013). Assim, compreender cada etapa e suas interações é essencial para prever o comportamento do nitrogênio no solo e desenvolver estratégias de manejo que minimizem perdas e impactos ambientais, considerando que grande parte dos problemas está associada ao manejo inadequado desse nutriente.

2.2 Mineralização do Nitrogênio no Solo

O entendimento aprofundado sobre os processos pelos quais o nitrogênio é transformado no solo é fundamental tanto para otimizar sua utilização pelas plantas, quanto para aumentar a eficiência da adubação nitrogenada. Isso se deve ao fato de que o nitrogênio é indispensável para o crescimento das plantas e ao rendimento as culturas, constituindo, na maior parte das situações, o nutriente que mais limita o desenvolvimento vegetal (Pereira *et al.*, 2009; Silva; Vale; Guilherme, 1994).

Esse processo é fortemente influenciado pela qualidade do resíduo, especialmente pela relação C/N (carbono/nitrogênio), teor de lignina e presença de compostos recalcitrantes. Além disso, o N disponível para as plantas também depende da quantidade de MOS, da característica dos resíduos vegetais, do manejo adotado, do tipo de solo, da umidade, da aeração e da temperatura do solo (Amado *et al.*, 2001; Kristensen *et al.*, 2003; Sierra e Marbán, 2000; Thomsen *et al.*, 2000; Trinsoutrot *et al.*, 2000, apud Neto *et al.*, 2010).

A MOS contém diferentes frações de nitrogênio orgânico, que se distinguem pela sua velocidade de decomposição e disponibilidade para as plantas. De acordo com Camargo, Gianello & Vidor (1997), o N das frações mais lábeis (facilmente mineralizável), compostas por substâncias simples e de rápida degradação, é liberado nos períodos iniciais do processo de mineralização, e sua estimativa de mineralização pode ser utilizada para ajustar as recomendações de adubação nitrogenada. Por outro lado, tem a fração potencialmente mineralizável, que inclui não apenas essa fração lábil, mas também compostos mais complexos que são decompostos de forma mais lenta ao longo do tempo, representa a fração do N orgânico do solo que pode ser mineralizada ao longo do tempo sob condições favoráveis, sendo fundamental para a nutrição vegetal em períodos mais prolongados. O entendimento dessas frações é importante para a escolha e interpretação dos modelos de mineralização.

Há diversos estudos sobre esse processo, onde demonstram que o comportamento pode variar entre materiais. Oliveira *et al.* (2020) avaliaram o processo de mineralização de nitrogênio e carbono de solos cultivados com eucalipto, utilizando serapilheira e biomassa arbórea, onde o comportamento foi sigmoidal. Lisboa *et al.* (2018) utilizaram resíduos orgânicos distintos como esterco de aves, bovino e resíduo da fabricação de gelatina aplicados ao solo, os quais apresentaram diferentes comportamentos, o primeiro próximo do sigmoidal e o outro uma curva de crescimento exponencial assintótico. Alcântara *et al.* (2007) estudaram a mineralização do

nitrogênio, utilizando lodos de curtume, resultando em uma curva de crescimento exponencial assintótico e, dependendo do tipo de lodo, alguns tiveram um crescimento inicial mais acelerado que outros.

2.3 Pupunheira (*Bactris gasipaes Kunth*)

A pupunheira (*Bactris gasipaes Kunth*), conhecida popularmente como pupunha, é uma palmeira nativa da Amazônia que apresenta ampla diversidade genética em suas populações silvestres e domesticadas, em função dos diferentes estádios de domesticação, locais de cultivo e por atender a diversas preferências humanas relacionadas ao sabor, uso, processamento e coloração (Clement; Santos, 2002).

É cultivada em diferentes regiões do Brasil, originalmente no Sul e Sudeste. A expansão das áreas de cultivo, incluindo o semiárido, foi acompanhada de uma melhoria do nível tecnológico, com a utilização de calagens, adubações e irrigações, o que possibilitou uma exploração mais precoce (Fernandes *et al.*, 2002).

Segundo Spacki *et al.* (2021) o diâmetro dessa planta varia entre 15 e 30 centímetros, e pode atingir até 25 metros de altura. Ela se desenvolve adequadamente em regiões de mata úmida, com índice pluviométrico entre 1500 e 6000 mm, temperatura média anual entre 22 e 28 °C e umidade relativa do ar acima de 80%. Apresenta ampla adaptação a diferentes tipos de solo, sendo introduzida, a partir do fim dos anos 1990, nos estados da Bahia, Espírito Santo, Rio de Janeiro e São Paulo, apresentando um bom desenvolvimento nestes locais (Carmo *et al.*, 2003; Duprat, 2012).

A palmeira tem grande importância econômica e ecológica, podendo ser cultivada para produção de frutos e, principalmente, para a produção de palmito, sendo o Brasil o maior produtor e consumidor mundial deste produto (Rodrigues *et al.*, 2025). O país também se destacou como maior exportador mundial por muitos anos, porém esse protagonismo foi reduzido devido à queda na qualidade do palmito, consequência direta da prática extrativista. Diante desse cenário, o cultivo em monocultura da pupunheira surge como uma alternativa viável para revitalizar a cadeia produtiva do palmito. Essa forma de produção tem potencial para fortalecer o setor, suprir o mercado interno e externo e assegurar um palmito de melhor qualidade, obtido de maneira sustentável (Vargas *et al.*, 2025).

Seus frutos são o principal produto na região norte do país, apresentando-se como drupas com mesocarpo carnoso, ou seja, são carnosos com apenas um caroço, sendo o mesocarpo a parte comestível. A farinha obtida é empregada na fabricação de pães, bolos e em rações para animais, tendo várias possibilidades de uso (Pires *et al.*, 2019; Yokomizo; Neto, 2003).

O palmito extraído da pupunheira também se destaca por ser considerado um produto de alto valor agregado. Segundo Yokomizo & Neto (2003), é considerado produto mais nobre, é muito apreciado por sua textura tenra, baixa fibrosidade, sabor suave e agradável, além de possuir baixo teor calórico.

O cultivo ecologicamente correto da pupunheira tem se mostrado uma alternativa eficiente para reduzir a pressão sobre o palmito nativo (*Euterpes edulis L.*), extraído e industrializado de forma clandestina e ilegal, o que acaba comprometendo a conservação de espécies nativas (Almeida; Yara; Almeida, 2005; Spacki *et al.*, 2021). Tal alternativa representa um avanço importante para preservação e, ainda oferece um produto economicamente viável, que pode ser comercializado legalmente, ampliando as oportunidades de negócios para os pequenos produtores.

Figura 2.2 – Pupunha e Palmito Pupunha



Fonte: (Giacon, 2019)

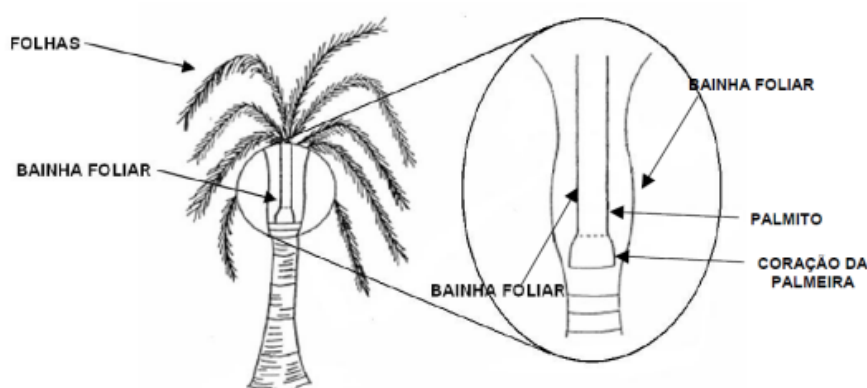
2.3.1 Resíduos da Pupunheira

O produto principal da pupunha é o miolo do palmito, que está envolto por cascas chamadas bainhas, as quais não são utilizadas industrialmente, sendo assim consideradas resíduos agroindustriais e representam 50 a 66% do peso bruto de palmito extraído da lavoura (Freitas, 2011; Fritz *et al.*, 2018).

Além disso, o volume de resíduo gerado após a extração do palmito é cerca de 80 a 90% do seu peso bruto, sendo que uma haste pesa em média 4 kg, ou seja, gera aproximadamente 3,5 kg de resíduo. Esses resíduos permanecem depositados no próprio local de colheita e grande parte desse material é fibroso e apresenta uma degradação lenta, tornando-se um passivo ambiental (Ferreira; Toneli; Antonio, 2025; Pupo, 2012; Spacki *et al.*, 2021).

Esses resíduos são lignocelulósicos, ou seja, compostos por celulose, hemicelulose e lignina que, de acordo com Tonini *et al.* (2007) apresentam uma relação C/N em torno de 64:1, considerada alta e resultando numa degradação lenta, tendo em vista que os microrganismos não conseguem decompor o carbono rapidamente por ficarem sem N suficiente e precisarem capturá-lo no solo.

Figura 2.3 – Elementos da Pupunheira (*Bactris gasipaes* Kunth)



Fonte: Adaptado de (Freitas, 2011; Tonini *et al.*, 2007)

O aproveitamento agrícola desses resíduos é alternativa econômica e ambientalmente viável, quando as doses de aplicação estiverem adequadas para atendimento das necessidades das culturas, sem que haja disponibilização acima da sua capacidade em absorver nutrientes (Paula *et al.*, 2013). Parte dos nutrientes das plantas encontra-se nos resíduos vegetais, exercendo função estrutural ou como substância de reserva (Torres; Pereira, 2008).

2.4 Modelos de Regressão

Avaliar a possível relação entre uma variável dependente com uma ou mais variáveis independentes é uma das tarefas centrais nas análises estatísticas. Para esse fim, utilizam-se diversos modelos de regressão, tradicionalmente classificados em duas categorias: lineares e

não lineares (Mazucheli; Achcar, 2002). Além dessas classes, Draper & Smith (1998) destacam ainda a existência dos modelos denominados linearizáveis em relação aos seus parâmetros.

A partir dessa classificação, torna-se importante destacar as principais características que distinguem esses tipos de modelos, especialmente no que se refere à forma funcional e à dependência dos parâmetros.

- Modelos lineares: as derivadas parciais em relação a qualquer parâmetro não dependem de nenhum parâmetro do modelo;
- Modelos não lineares: pelo menos uma das derivadas parciais em relação a qualquer parâmetro depende de algum parâmetro do modelo, não existindo transformação para torná-los lineares.
- Modelos linearizáveis: são não lineares em sua forma inicial, mas podem se tornar lineares a partir de alguma transformação.

Embora existam ferramentas estatísticas consolidadas para o diagnóstico de modelos lineares, a avaliação de modelos não lineares demanda uma análise mais cuidadosa da estrutura do modelo e da interpretação dos parâmetros, especialmente no que se refere à coerência do modelo com o processo biológico representado (Mazucheli; Achcar, 2002).

A dinâmica da mineralização de compostos orgânicos provenientes de resíduos orgânicos, como os da pupunheira, geralmente apresenta um comportamento temporal tipicamente curvilíneo: um aumento rápido inicial, seguido de desaceleração e tendência à estabilização. Esse comportamento é consistente com processos de decomposição microbiana, disponibilização gradual de substratos e mudanças na atividade enzimática ao longo do período de incubação (Kreling *et al.*, 2022). Tais características dificultam a descrição do processo por meio de modelos lineares, uma vez que a taxa de mineralização não se mantém constante ao longo do tempo.

Dessa maneira, modelos não lineares têm desempenhado um papel fundamental para representar tais processos, como constatado em outros estudos de mineralização do nitrogênio (Alcântara *et al.*, 2007; Pereira *et al.*, 2009); mineralização do carbono (Silva; Fernandes; Muniz, 2014; Vilela *et al.*, 2022); liberação de potássio (Zeviani *et al.*, 2012), entre outros. Dentre esses modelos, estão os apresentados a seguir.

2.4.1 Modelo de Stanford e Smith

O modelo mais usado para descrever o processo de mineralização é o proposto por Stanford & Smith (1972). Os autores propuseram um modelo de cinética de primeira ordem, considerando somente um compartimento de N mineralizável, estimado em experimentos de incubação aeróbia de longa duração, que ocorre em função do tempo, em determinada taxa (Camargo *et al.*, 1999; Silva *et al.*, 2008).

A equação desse modelo é a seguinte:

$$N_t = N_0 \left(1 - e^{-kt}\right) + \varepsilon_t$$

em que, N_t é a porcentagem de nitrogênio mineralizado até o tempo t (em dias), N_0 o nitrogênio potencialmente mineralizável, k a taxa de mineralização e ε_t o erro aleatório.

Para apresentar as características do modelo vamos obter a primeira e segunda derivada. A primeira derivada da função $N_t = N_0(1 - e^{-kt})$ em relação ao tempo é:

$$\begin{aligned}\frac{dN_t}{dt} &= N_0 \cdot \frac{d}{dt}(1 - e^{-kt}) \\ \frac{dN_t}{dt} &= N_0 \cdot (0 - (-ke^{-kt})) \\ \frac{dN_t}{dt} &= kN_0e^{-kt}\end{aligned}$$

Já a segunda derivada em relação ao tempo é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{d^2N_t}{dt^2} &= \frac{d}{dt}(kN_0e^{-kt}) \\ \frac{d^2N_t}{dt^2} &= kN_0 \cdot \frac{d}{dt}(e^{-kt}) \\ \frac{d^2N_t}{dt^2} &= -k^2N_0e^{-kt}\end{aligned}$$

As derivadas indicam a taxa de variação da quantidade N_t ao longo do tempo e sua aceleração, respectivamente.

A linha horizontal $y = h$ é uma assíntota horizontal da função $f(x)$, se o limite $\lim_{t \rightarrow \infty} f(x) = h$ existir. Logo,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_0(1 - e^{-kt})$$

para $t \rightarrow \infty$, $e^{-kt} \rightarrow 0$, então temos que $\lim_{t \rightarrow \infty} N_0(1 - e^{-kt}) = N_0$. Portanto, a assintota horizontal desse modelo é o nitrogênio potencialmente mineralizável.

O ponto crítico corresponde aos valores do domínio nos quais a primeira derivada da função se anula, podendo indicar a ocorrência de máximos ou mínimos locais. Então, igualando a primeira derivada a zero,

$$kN_0e^{-kt} = 0$$

conclui-se que, como os parâmetros N_0 e k são sempre maiores que zero dentro do contexto de mineralização, e a exponencial nunca se anula, o modelo de Stanford e Smith não tem ponto crítico.

O ponto de inflexão é definido como o ponto em que ocorre mudança na concavidade da função, sendo determinado a partir da análise da segunda derivada. Para identificá-lo, iguala-se a segunda derivada da função a zero e verifica-se a mudança de sinal.

Então, igualando a segunda derivada a zero,

$$-k^2N_0e^{-kt} = 0$$

como os parâmetros são sempre positivos e a função exponencial nunca se anula, a equação acima não tem solução. Portanto, o modelo não apresenta ponto de inflexão.

Além disso, como a segunda derivada é sempre negativa, indica concavidade voltada para baixo. Logo, a curva do modelo de Stanford e Smith permanece côncava para baixo em todo o seu domínio, crescendo rapidamente no início e desacelerando continuamente à medida que se aproxima de N_0 .

De acordo com Angelucci & Godoi (2009), para uma determinada reação química, a meia-vida de um reagente é definida como o tempo necessário para que sua concentração seja reduzida à metade de seu valor inicial. Por analogia, no contexto da mineralização do nitrogênio no solo, a meia-vida corresponde ao tempo necessário para que 50% do nitrogênio potencialmente (ou facilmente) mineralizável seja transformado em formas inorgânicas disponíveis às plantas. Portanto, quando $N_t = \frac{N_0}{2}$,

$$\frac{N_0}{2} = N_0(1 - e^{-kt_{1/2}})$$

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-kt_{1/2}}$$

$$e^{-kt_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

Aplicando logaritmo natural em ambos lados:

$$-kt_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

Logo, o tempo de meia-vida do modelo de Stanford e Smith é

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$

2.4.2 Modelo de Cabrera

O modelo proposto por Cabrera (1993), apresenta bons ajustes em processos que apresentam duas fases de mineralização, sendo elas facilmente mineralizável e mineralização constante (Vilela *et al.*, 2022).

A equação desse modelo é dada por:

$$N_t = N_1(1 - e^{-k_1t}) + k_0 * t + \varepsilon_t$$

em que, N_t é a porcentagem de nitrogênio mineralizado até o tempo t (em dias), N_1 o nitrogênio facilmente mineralizável, k_0 e k_1 são taxas de mineralização e ε_t o erro aleatório.

A primeira derivada da função $N_t = N_1(1 - e^{-k_1t}) + k_0 * t$ em relação ao tempo é:

$$\frac{dN_t}{dt} = N_1 \cdot \frac{d}{dt} (1 - e^{-k_1t}) + \frac{d}{dt} (k_0t)$$

$$\frac{dN_t}{dt} = N_1 \cdot (0 + k_1 e^{-k_1t}) + k_0$$

$$\frac{dN_t}{dt} = N_1 k_1 e^{-k_1t} + k_0$$

Já a segunda derivada em relação ao tempo é dada por:

$$\frac{d^2 N_t}{dt^2} = N_1 k_1 \cdot \frac{d}{dt} (e^{-k_1 t})$$

$$\frac{d^2 N_t}{dt^2} = N_1 k_1 \cdot (-k_1 e^{-k_1 t})$$

$$\frac{d^2 N_t}{dt^2} = -N_1 k_1^2 e^{-k_1 t}$$

É possível notar que a primeira parte desse modelo é o modelo de Stanford e Smith, caso o parâmetro k_0 assumisse valor zero. Logo, essa parte tem assíntota horizontal,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_1 (1 - e^{-k_1 t}) = N_1$$

Porém, a segunda parte cresce indefinidamente,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_0 t = +\infty$$

Dessa maneira, o modelo de Cabrera não tem assíntota horizontal, já que o limite com t tendendo ao infinito é infinito

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [N_1 (1 - e^{-k_1 t}) + k_0 t] = N_1 + \infty = +\infty$$

Igualando a primeira derivada a zero,

$$N_1 k_1 e^{-k_1 t} + k_0 = 0$$

conclui-se que, como os parâmetros são maiores que zero, o desenvolvimento dessa equação resultaria em $e^{-k_1 t} = \frac{-k_0}{N_1 k_1}$, mas exponencial nunca assume valor negativo, logo não tem ponto crítico.

Igualando a segunda derivada a zero,

$$-N_1 k_1^2 e^{-k_1 t} = 0$$

como $N_1 > 0$, $k_1 > 0$ e a função exponencial $e^{-k_1 t}$ é sempre positiva para qualquer t , a expressão acima nunca se anula. Dessa forma, o modelo não apresenta ponto de inflexão.

Além disso, observa-se que a segunda derivada é sempre negativa, pois consiste no produto de termos positivos multiplicados por um sinal negativo, como ocorreu no modelo de Stanford e Smith. Assim, a concavidade do modelo é necessariamente voltada para baixo em todo o domínio.

Como não tem assíntota horizontal, não é possível calcular o tempo de meia-vida nesse caso, pois a curva cresce indefinidamente, sem tender a um valor limite. Por outro lado, o modelo de Cabrera reparametrizado, proposto por Zeviani *et al.* (2012), apresenta uma formulação que permite a estimativa direta do tempo de meia-vida do nitrogênio facilmente mineralizável. Segundo Mischan & Pinho (2014), são denominados reparametrizações, modelos cujos parâmetros podem ser expressos mutuamente em função uns dos outros. Apesar de resultarem nos mesmos valores ajustados, diferentes parametrizações podem apresentar variações relevantes nas propriedades dos estimadores. Dessa maneira, no presente trabalho será utilizado o modelo reparametrizado, sendo ele:

$$N_t = N_1 \left(1 - e^{\frac{-\ln(2) \cdot t}{v}} \right) + k_0 * t + \varepsilon_t$$

em que, o parâmetro v é o tempo de meia-vida do nitrogênio facilmente mineralizável, pois

$$N_1 \left(1 - e^{\frac{-\ln(2) \cdot v}{v}} \right) = N_1 (1 - e^{-\ln(2)}) = N_1 \left(1 - \frac{1}{e^{\ln(2)}} \right) = N_1 \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{N_1}{2}$$

Portanto, ao substituir t por v resulta em $\frac{N_1}{2}$, que é o tempo de meia-vida do nitrogênio facilmente mineralizável.

2.4.3 Modelo de Michaelis-Menten

O modelo proposto por Michaelis & Menten (1913) não apresenta duas fases, como o modelo de Cabrera. Tem a vantagem de possuir apenas dois parâmetros com interpretação direta, sendo um deles relacionado ao tempo de meia-vida. (Zeviani *et al.*, 2012).

A equação desse modelo é dada por:

$$N_t = \frac{N_0 \cdot t}{v + t} + \varepsilon_t$$

em que, N_t é a porcentagem de nitrogênio mineralizado até o tempo t (em dias), N_0 o nitrogênio potencialmente mineralizável, v o tempo de meia-vida do nitrogênio potencialmente mineralizável e ε_t o erro aleatório.

A primeira derivada é:

$$\begin{aligned}\frac{dN_t}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{N_0 t}{(v + t)} \right) \\ \frac{dN_t}{dt} &= \frac{(v + t)N_0 - N_0 t(1)}{(v + t)^2} \\ \frac{dN_t}{dt} &= \frac{N_0 v}{(v + t)^2}\end{aligned}$$

A segunda derivada:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 N_t}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{N_0 v}{(v + t)^2} \right) \\ \frac{d^2 N_t}{dt^2} &= \frac{d}{dt} (N_0 v \cdot (v + t)^{-2}) \\ \frac{d^2 N_t}{dt^2} &= N_0 v \cdot (-2)(v + t)^{-3} \\ \frac{d^2 N_t}{dt^2} &= \frac{-2N_0 v}{(v + t)^3}\end{aligned}$$

Fazendo o limite para encontrar a assíntota horizontal, temos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{N_0 t}{v + t} \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N_0}{1 + v/t}$$

como $t \rightarrow \infty$, a razão entre uma constante e uma quantidade que cresce indefinidamente tende a zero. Dessa forma, a assíntota do modelo Michaelis-Menten é o nitrogênio potencialmente mineralizável (N_0).

Igualando a primeira derivada a zero,

$$\frac{N_0 v}{(v + t)^2} = 0$$

conclui-se que, como os parâmetros são diferentes de zero, o numerador não se anula, portanto não tem ponto crítico.

Igualando a segunda derivada a zero,

$$\frac{-2N_0v}{(v+t)^3} = 0$$

como $N_0 > 0$, $v > 0$ e o termo $(v+t)^3$ é sempre positivo e diferente de zero para qualquer t , o numerador permanece negativo enquanto o denominador permanece positivo. Assim, a segunda derivada nunca se anula e, portanto, o modelo não apresenta ponto de inflexão.

Além disso, como o numerador é negativo e o denominador é sempre positivo, a segunda derivada permanece negativa para todo t . Isso implica que a concavidade da função é constantemente voltada para baixo, indicando que o acúmulo de nitrogênio cresce rapidamente no início, mas sua taxa de crescimento diminui com o tempo à medida que a função se aproxima do seu valor assintótico, no caso N_0 .

O tempo de meia-vida é um parâmetro do modelo, como no de Cabrera reparametrizado. Substituindo t por v , temos que

$$\frac{N_0v}{v+v} = \frac{N_0v}{2v} = \frac{N_0}{2}$$

Portanto, quando $t = v$, é encontrado o tempo de meia-vida do nitrogênio potencialmente mineralizável.

2.4.4 Modelo de Broadbent e Nakashima

Por fim, o modelo proposto por Broadbent & Nakashima (1968) é um modelo potencial, diferente dos outros apresentados anteriormente e menos explorado na literatura. Ele possui uma simplicidade formal, mas permite certa flexibilidade para ajustar diferentes padrões de liberação do nitrogênio ao longo do tempo. Segundo Barros *et al.* (2005), nesse modelo o nitrogênio potencialmente mineralizável é considerado o valor da concentração de nitrogênio mineralizado para o tempo de incubação máximo. Sua equação é a seguinte:

$$N_t = A * t^b + \epsilon_t$$

em que, N_t é a porcentagem de nitrogênio mineralizado até o tempo t (em dias), A a constante de mineralização, b o expoente de ajuste do modelo e ε_t o erro aleatório.

Fazendo a primeira derivada:

$$\begin{aligned}\frac{dN_t}{dt} &= \frac{d}{dt}(At^b) \\ \frac{dN_t}{dt} &= Abt^{b-1}\end{aligned}$$

A segunda derivada:

$$\begin{aligned}\frac{d^2N_t}{dt^2} &= \frac{d}{dt}(Abt^{b-1}) \\ \frac{d^2N_t}{dt^2} &= Ab(b-1)t^{b-2}\end{aligned}$$

Fazendo o limite para encontrar a assíntota horizontal, temos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (At^b) = +\infty$$

é um modelo que não possui assíntota horizontal, o acúmulo continua indefinidamente, por conta do parâmetro b ser sempre maior que zero, visto que o processo de mineralização é cumulativo, pode se estabilizar, mas não diminuir, o que aconteceria se $b < 0$.

Igualando a primeira derivada a zero, temos

$$Abt^{b-1} = 0$$

conclui-se que, como os parâmetros são diferentes de zero, só teria ponto crítico se t fosse zero mas, violaria novamente a interpretação física do modelo, logo não há ponto crítico.

Igualando a segunda derivada a zero,

$$Ab(b-1)t^{b-2} = 0$$

observa-se que, para $A > 0$ e $t > 0$, o sinal da segunda derivada depende do parâmetro b . Quando $b > 1$, a segunda derivada é positiva para todo $t > 0$, caracterizando concavidade voltada para cima. Para $0 < b < 1$, a segunda derivada é negativa, indicando concavidade voltada para baixo.

No caso particular $b = 1$, a segunda derivada é nula para todo $t > 0$, resultando em uma função linear, sem concavidade.

Dessa forma, em nenhum dos casos ocorre mudança de concavidade, o que pode ser confirmado pela análise gráfica do modelo para diferentes valores de b . Portanto, conclui-se que o modelo de Broadbent e Nakashima não apresenta ponto de inflexão.

Como o modelo de Broadbent e Nakashima não tem assíntota horizontal, não é possível obter o tempo de meia-vida.

2.5 Estimação dos Parâmetros em Modelos não Lineares

Nesta seção serão abordados os métodos de estimação de parâmetros em modelos não lineares, análise de resíduos e critérios de seleção de modelos.

2.5.1 Método dos Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados, é amplamente utilizado para estimar parâmetros em modelos não lineares. Sua lógica consiste em escolher os valores dos parâmetros que minimizam a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os valores estimados pelo modelo (Hoffmann; Vieira, 1998). Em outras palavras, procura-se encontrar os parâmetros que tornam a discrepância entre aquilo que o modelo prevê e aquilo que foi observado o menor possível.

A estimação pode ser realizada por meio dos mínimos quadrados ordinários, ponderados ou generalizados, cada qual apropriado para diferentes configurações dos resíduos dos modelos, dependendo diretamente da estrutura de variâncias e covariâncias dos resíduos.

Como evidenciado por Draper & Smith (1998), quando os resíduos apresentam distribuição normal, independência e variância constante ($\varepsilon \sim N(0, I\sigma^2)$) onde I é a matriz identidade, implicando erros independentes e com variância constante σ^2 , utiliza-se o procedimento de mínimos quadrados ordinários, que assume uma estrutura de erros homocedástica e independente.

Quando há evidências de heterogeneidade de variâncias, o método dos mínimos quadrados ponderados torna-se mais adequado, conforme destaca Droubi, Florencio *et al.* (2025). Nessa abordagem, atribuem-se pesos diferenciados às observações, considerando suas variabilidades, de forma a corrigir a heterocedasticidade e melhorar a eficiência das estimativas.

Conforme Hoffmann & Vieira (1998), o método dos mínimos quadrados generalizados é indicado quando os erros apresentam simultaneamente correlação residual e variância não constante. Nesses casos, incorpora-se a estrutura de variâncias e covariâncias dos erros ao processo de estimação, permitindo ajustar modelos que violam tanto a independência quanto a homocedasticidade. Contudo, caso a única violação detectada seja a heterocedasticidade, esse método pode ser utilizado com uma matriz estritamente diagonal, atuando de forma equivalente aos mínimos quadrados ponderados. Nessa situação, apenas a estrutura de variância é ajustada, não incorporando componentes de correlação e garantindo estimativas mais eficientes mesmo na ausência de autocorrelação dos resíduos.

Suponha um modelo da forma:

$$Y_i = f(X_i, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i,$$

em que Y_i é o valor observado da variável resposta no i -ésimo instante ou unidade experimental, $f(X_i, \boldsymbol{\beta})$ é o valor estimado pelo modelo não linear, função dos valores conhecidos X_i e dos parâmetros desconhecidos $\boldsymbol{\beta}$, X_i é o vetor de valores das variáveis explicativas associados ao i -ésimo ponto, $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de parâmetros do modelo a serem estimados e, por fim, ε_i erro aleatório.

O erro (ε_i) para cada observação é a diferença do valor observado (Y_i) e o valor estimado pelo modelo ($f(X_i, \boldsymbol{\beta})$), ou seja:

$$\varepsilon_i = Y_i - f(X_i, \boldsymbol{\beta}),$$

e a soma dos quadrados dos erros é dada por:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i, \boldsymbol{\beta})]^2.$$

Para simplificar, escrevemos o modelo e os erros em forma de vetores/matrizes:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} f(X_1, \boldsymbol{\beta}) \\ f(X_2, \boldsymbol{\beta}) \\ \vdots \\ f(X_n, \boldsymbol{\beta}) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \mathbf{Y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})$$

A soma dos quadrados dos erros pode, então, ser expressa como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\top \boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})]^\top [\mathbf{Y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta})]$$

Para minimizar $\boldsymbol{\varepsilon}^\top \boldsymbol{\varepsilon}$, tomamos sua derivada em relação ao vetor de parâmetros $\boldsymbol{\beta}$ e igualamos a zero:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^\top \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{Y}^\top \frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \boldsymbol{\beta}} + \frac{\partial \mathbf{F}^\top(\hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \cdot \mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) + \mathbf{F}^\top(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \cdot \frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

Seja

$$\frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{J},$$

onde $\mathbf{J}$ representa a matriz Jacobiana do modelo, e observando que a segunda e a terceira parcelas são iguais, temos:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^\top \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\mathbf{Y}^\top \mathbf{J} + 2\mathbf{F}^\top(\hat{\boldsymbol{\beta}})\mathbf{J} = 0$$

Portanto, a equação normal para os mínimos quadrados em modelos não lineares é:

$$\mathbf{J}^\top \mathbf{F}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \mathbf{J}^\top \mathbf{Y}$$

Como o modelo é não linear, esse sistema deve ser resolvido iterativamente por métodos como Gauss-Newton, que será apresentado a seguir, já que não é possível obter uma solução analítica direta, como no caso linear.

2.5.2 Métodos Iterativos

A resolução de problemas de estimação de parâmetros em modelos não lineares exige, de modo geral, o uso de métodos iterativos. Diferentemente dos modelos lineares, nos quais é possível obter soluções analíticas exatas a partir de expressões matriciais, os modelos não lineares apresentam sistemas de equações que não admitem solução fechada. Nesses casos, métodos numéricos são empregados para aproximar as soluções por meio de sucessivas atualizações das estimativas dos parâmetros até que um critério de convergência seja alcançado (Souza, 2015).

Existem diversos métodos, como o método de Gauss-Newton, de Newton-Raphson, de Levenberg-Marquardt, entre outros (Mazucheli; Achcar, 2002). A escolha do método depende do comportamento do modelo, sensibilidade aos parâmetros e da estabilidade da estimação. Neste estudo, o método de Gauss-Newton será abordado em detalhe devido à sua ampla aplicação em modelos de mineralização e por ser o algoritmo padrão em muitos softwares estatísticos.

Método de Gauss-Newton

O método de Gauss-Newton é um algoritmo iterativo amplamente utilizado para a estimação de parâmetros em modelos não lineares ajustados via mínimos quadrados. Embora seja um dos métodos mais empregados, não é o único, e tampouco é restrito a modelos como os utilizados no presente estudo. Sua eficácia é maior em situações nas quais o modelo pode ser bem aproximado por uma linearização local e, por se basear nisso, esse método pode exigir mais iterações para convergir do que métodos de segunda ordem, como o de Newton. Contudo, os cálculos em cada iteração são mais simples, o que o torna computacionalmente eficiente. Ele permite uma convergência relativamente rápida quando bons valores iniciais são fornecidos sendo comumente implementado em softwares computacionais como, por exemplo, o software estatístico R, para obtenção das estimativas (Silva *et al.*, 2019).

Apesar de geralmente exigir um número maior de iterações, os cálculos realizados em cada iteração do método de Gauss-Newton são mais simples quando comparados aos exigidos por outros métodos iterativos, como por exemplo, o método de Newton, também muito utilizado em problemas de regressão (Vascon; Bazão, 2021).

Ao considerar um modelo não linear, o objetivo é estimar $\boldsymbol{\beta}$ minimizando a soma dos quadrados dos resíduos:

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i, \boldsymbol{\beta})]^2$$

Como essa função pode ser difícil de minimizar diretamente por causa da não linearidade, o método de Gauss-Newton utiliza uma aproximação linear do modelo em torno de uma estimativa inicial $\boldsymbol{\beta}^{(k)}$. Essa aproximação é feita usando uma expansão da série de Taylor até o termo de primeira ordem:

$$f(X_i, \boldsymbol{\beta}) \approx f(X_i, \boldsymbol{\beta}^{(k)}) + \sum_{j=1}^p \left. \frac{\partial f(X_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j} \right|_{\boldsymbol{\beta}^{(k)}} (\beta_j - \beta_j^{(k)})$$

Com essa aproximação, transformamos o problema em um modelo linear nos parâmetros β_j , que pode ser resolvido usando os métodos da regressão linear. A atualização dos parâmetros é feita por:

$$\boldsymbol{\beta}^{(k+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(k)} + (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{r}$$

onde:

- $\mathbf{J}$ é a matriz Jacobiana, contendo as derivadas parciais da função f em relação aos parâmetros, avaliadas em $\boldsymbol{\beta}^{(k)}$;
- $\mathbf{r} = \mathbf{y} - f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^{(k)})$ é o vetor de resíduos com base na estimativa atual.

Esse processo é repetido até que as estimativas dos parâmetros mudem pouco entre as iterações, ou seja, até que:

$$\|\boldsymbol{\beta}^{(k+1)} - \boldsymbol{\beta}^{(k)}\| < \delta$$

com δ sendo um valor pequeno previamente definido como critério de parada.

2.5.3 Análise de Resíduos

Os resíduos representam a discrepância entre os valores observados e aqueles estimados pelo modelo e, a análise de resíduos se destaca como uma etapa fundamental para verificar a adequação do modelo, identificar se algum pressuposto foi violado (normalidade, homoc-

dasticidade e independência dos resíduos) e detectar pontos influentes. Caso algum desses pressupostos seja violado, o que compromete a validade das inferências estatísticas, torna-se necessário revisar a estimação dos parâmetros, levando em consideração as informações fornecidas pelo comportamento do vetor de resíduos (Pereira *et al.*, 2014).

Para verificar os pressupostos, utiliza-se os testes estatísticos de Shapiro-Wilk (Shapiro; Wilk, 1965) onde a hipótese nula assume que os resíduos seguem distribuição normal, Breusch-Pagan (Breusch; Pagan, 1979) onde a hipótese nula assume que os resíduos possuem variância constante e Durbin-Watson (Durbin; Watson, 1950) onde a hipótese nula assume que os resíduos não estão autocorrelacionados.

Com a violação dos pressupostos é fundamental fazer ajustes, transformações ou reespecificações. Os resíduos não seguindo distribuição normal, recomenda-se transformar os dados, ou optar pela escolha de outro modelo (Silva *et al.*, 2020). A variância não constante, torna-se necessário ponderações, transformações da variável resposta usando, por exemplo, transformação logarítmica como evidenciou Silva & Santana (2014) ou adoção de modelos com estruturas de variâncias específicas. Quando a independência não é atendida, é preciso considerar estruturas de correlação temporal, como modelos autorregressivos (AR, ARMA, ARIMA) (Silveira *et al.*, 2018).

2.6 Avaliadores de qualidade do ajuste e critérios de seleção de modelo

Ao obter as estimativas dos parâmetros dos modelos, critérios são utilizados para selecionar aqueles que têm os melhores ajustes, ou seja, para indicar o modelo que melhor descreve o fenômeno em estudo.

2.6.1 Coeficiente de Determinação Ajustado (R_{aj}^2)

O coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), indica a proporção da variação dos dados que é explicada pelo modelo, ajustando o valor do R^2 original para o número de variáveis explicativas e o tamanho da amostra. Varia entre 0 e 1, quanto maior o valor, melhor é o ajuste. É dado por:

$$R_{aj}^2 = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - 1)}{n - k - 1}$$

onde,

n é o número de observações;

k é o número de variáveis independentes;

R^2 é o coeficiente de determinação, dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQRes}{SQTotal}$$

sendo,

$SQRes = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ a soma de quadrados dos resíduos;

$SQTotal = \sum (y_i - \bar{y})^2$ a soma de quadrados total.

2.6.2 Desvio Padrão Residual (DPR)

O desvio padrão residual (DPR) indica o quanto, em média, as previsões do modelo se desviam dos valores reais. Quanto menor, melhor o ajuste do modelo aos dados. É dado por:

$$DPR = \sqrt{\frac{SQRes}{n - p}}$$

onde,

$SQRes = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ que é a soma de quadrados dos resíduos;

n é o número de observações;

p é o número de parâmetros do modelo.

2.6.3 Critério de Informação de Akaike (AIC)

O critério de informação de Akaike (AIC), considera o ajuste do modelo e a penalização pelo número de parâmetros utilizados, evitando-se modelos com excesso de parâmetros. Quanto menor, melhor ajuste. É dado por:

$$AIC = -2\ln L(\hat{\beta}) + 2p$$

onde,

p é o número de parâmetros do modelo;

$\ln L(\hat{\beta})$ é o valor do logaritmo natural do máximo da função de verossimilhança, considerando as estimativas dos parâmetros.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Esta seção descreve os dados utilizados e os procedimentos metodológicos adotados para o ajuste dos modelos.

3.1 Material

Os dados analisados nesta pesquisa foram extraídos de Pereira *et al.* (2015), que conduziram os experimentos em condições de campo e laboratório. O estudo de campo foi realizado em um Cambissolo Háplico Tb distrófico latossólico localizado na Área Experimental de Tratamento de Resíduos Urbanos (Viçosa–MG), enquanto os ensaios laboratoriais ocorreram no Laboratório de Solos e Resíduos Sólidos do Departamento de Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Viçosa. As avaliações se estenderam por aproximadamente quatro meses, entre outubro de 2012 e fevereiro de 2013. O resíduo utilizado, proveniente do cultivo da pupunheira, foi coletado em uma propriedade rural no município de Descoberto–MG.

No estudo original, foi adotado o delineamento experimental em blocos casualizados, com parcelas subdivididas no tempo, envolvendo quatro repetições e três condições de manejo: resíduo incorporado ao solo, resíduo aplicado superficialmente e uma área-controle sem adição de material orgânico. Neste estudo serão consideradas as duas condições de manejo destacadas inicialmente, por ter encontrado somente esses dados.

No experimento de campo, vasos plásticos perfurados foram enterrados ao nível da superfície do solo e preenchidos com o próprio solo da área. O resíduo foi aplicado conforme os tratamentos, e amostras do material contido nos vasos foram coletadas em intervalos semanais no primeiro mês e quinzenais posteriormente. Nessas amostras foram determinadas as concentrações de nitrogênio total e de nitrogênio inorgânico nas formas amoniacal (NH_4^+) e nítrica (NO_3^-).

No laboratório, o processo de mineralização foi acompanhado em colunas de percolação confeccionadas em tubos de PVC (4 cm de diâmetro por 30 cm de altura), contendo uma mistura de solo e areia esterilizada. O resíduo também foi aplicado superficialmente e incorporado a essa mistura. A quantificação do nitrogênio mineralizado foi realizada por meio de lixiviação com solução de $CaCl_2$ 0,02 mol L^{-1} aplicadas em duas etapas. O efluente coletado em cada extração permitiu calcular o N mineralizado e determinar as formas inorgânicas de N por co-

lorimetria. As extrações foram realizadas semanalmente durante o primeiro mês, totalizando quatro coletas. Nos meses subsequentes, passaram a ocorrer quinzenalmente, resultando em mais seis extrações. Assim, ao final do período experimental, foram realizadas dez extrações no total. Para mais informações sobre o experimento é viável consultar o artigo de Pereira *et al.* (2015), onde são abordados todos os detalhes.

3.2 Métodos

Inicialmente, foram ajustados modelos não lineares candidatos para descrever a mineralização do nitrogênio. Posteriormente, avaliou-se a adequação dos modelos por meio da análise de resíduos e verificação dos pressupostos estatísticos, sendo realizados ajustes adicionais quando necessário.

3.2.1 Modelos Ajustados

Para descrever e analisar a curva de mineralização do nitrogênio dos resíduos da pupunheira, os modelos utilizados são: Stanford e Smith (3.1), Cabrera reparametrizado (3.2), Michaelis-Menten (3.3) e Broadbent e Nakashima (3.4).

$$N_t = N_0 \left(1 - e^{-kt}\right) + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

$$N_t = N_1 \left(1 - e^{\frac{-\ln(2) \cdot t}{v}}\right) + k_0 * t + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

$$N_t = \frac{N_0 * t}{v + t} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

$$N_t = A * t^b + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

3.2.2 Método Iterativo

A estimação dos parâmetros dos modelos foi feita com base no método dos mínimos quadrados, utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, em que os valores iniciais para os parâmetros foram obtidos através da análise gráfica do comportamento dos dados.

3.2.3 Análise de Resíduos dos Modelos

Para análise dos resíduos, ou seja, para verificar ao nível de 5% de significância os pressupostos de normalidade, homocedasticidade e independência, foram utilizados os respectivos testes de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson. Como complemento, foram analisados gráficos dos resíduos e de autocorrelação parcial, denominado pela sigla em inglês PACF (Partial Autocorrelation Function).

Na violação do pressuposto de independência residual, os ajustes foram refeitos incluindo o termo autorregressivo de primeira ordem (AR1). Na violação do pressuposto de homocedasticidade, empregaram-se duas abordagens: (i) o método dos mínimos quadrados ponderados, utilizando pesos da forma $w_i = 1/\hat{y}_i^\alpha$, onde $\hat{y}_i$ representa o valor ajustado pelo modelo inicial e α é o parâmetro que descreve o padrão de crescimento da variância; e (ii) o método dos mínimos quadrados generalizados, por meio do argumento *weights* da função `gnls`, testando-se diferentes estruturas de variância. As estruturas consideradas foram especificadas com base nas funções do pacote `nlme`, sendo utilizadas `varExp()`, que define a variância como $\sigma^2(v) = \exp(2\theta v)$ e `varPower()`, definida por $\sigma^2(v) = |v|^{2\theta}$, em que v é uma covariável e θ é um parâmetro a ser estimado. A seleção do modelo foi realizada com base no AIC, adotando-se aquele com menor valor. Para a violação do pressuposto de normalidade dos resíduos, optou-se pela escolha do modelo que não apresentou essa violação.

3.2.4 Intervalos de Confiança

Para cada modelo foram obtidas as estimativas dos parâmetros e seus respectivos intervalos de 95% de confiança (LI - Limite Inferior e LS - Limite Superior). A expressão é a seguinte:

$$IC_{95\%}(\theta) = \hat{\theta} \pm t_{0.975, (n-p)} \cdot EP(\hat{\theta}),$$

em que $\hat{\theta}$ é a estimativa do parâmetro, $EP(\hat{\theta})$ o erro padrão da estimativa, $t_{0.975, (n-p)}$ é o valor crítico da distribuição t-Student com $(n - p)$ graus de liberdade, sendo n o número de observações e p o número de parâmetros do modelo. O erro padrão de cada estimativa foi obtido a partir da matriz de variâncias e covariâncias dos parâmetros resultante do ajuste não linear.

3.2.5 Comparação dos Modelos

Os modelos foram avaliados com base na qualidade do ajuste, baseando-se no critério de informação de Akaike (AIC), coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2) e desvio padrão residual (DPR). O AIC é muito útil na análise de modelos não lineares, como os utilizados em estudos de mineralização de nitrogênio, pois considera simultaneamente a precisão do ajuste e os riscos de superparametrização. Dessa forma, esse critério auxiliou na escolha do modelo que melhor representa o processo estudado.

3.2.6 Recursos Computacionais

Todas análises foram realizadas no software estatístico R versão 4.5.1 (R Core Team, 2025), de acesso livre. Dentre os pacotes utilizados estão o nlme, car, lmtest e qpcR.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na presente seção, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir do ajuste dos modelos propostos por Cabrera, Michaelis-Menten, Stanford e Smith e Broadbent e Nakashima ao descrever a mineralização do nitrogênio em resíduos da pupunheira ao longo do tempo de decomposição.

4.1 Análise de Resíduos

Inicialmente, foram ajustados os modelos para cada base de dado, totalizando quatro bases, sendo elas experimento de campo com duas condições de manejo (incorporado e superficial), e experimento laboratorial com as mesmas condições de manejo. Posteriormente, deu início a análise de resíduos utilizando os testes Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan para verificar se houve violação de algum pressuposto. Esses testes são frequentemente usados na literatura para avaliar as pressuposições residuais, como no estudo de Paula *et al.* (2019) para descrever a mineralização de carbono em solos tratados com pasta de porco e no estudo de Silva *et al.* (2023) para descrever o dióxido de carbono evoluído de leguminosas no solo.

Os resultados da Tabela 4.1 mostram que, para o resíduo incorporado ao solo, o modelo de Broadbent e Nakashima apresentou violação do pressuposto de independência residual pelo teste de Durbin-Watson ($p < 0,05$), ou seja, os resíduos são autocorrelacionados. Com isso, o ajuste foi refeito, e para modelar a dependência residual, os parâmetros foram estimados pelo método dos mínimos quadrados generalizados com inclusão do termo autorregressivo AR(1). Essa correção é comumente utilizada, como foi feito em Pereira, Muniz & Silva (2005), Paula *et al.* (2019) e Silveira *et al.* (2018).

No tipo de manejo resíduo superficial, o único modelo que não apresentou violação de pressupostos foi o de Cabrera. Os demais apresentaram variância não constante pelo teste de Breusch-Pagan ($p < 0,05$). Assim, foi feito um novo ajuste utilizando o método dos mínimos quadrados ponderados utilizando pesos da forma $w_i = 1/\hat{y}_i^\alpha$ nos modelos de Michaelis-Menten e Broadbent e Nakashima. Fernandes *et al.* (2023) também utilizaram esse método ao usarem modelos não lineares para descrever a curva de crescimento do fruto pessegueiro. No modelo de Stanford e Smith, foi adotado o método dos mínimos quadrados generalizado com estrutura de variância. Além disso, no modelo de Broadbent e Nakashima também houve autocorrelação

Tabela 4.1 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Durbin-Watson (DW) e Breusch-Pagan (BP) para os modelos ajustados no experimento de campo.

Manejo	Modelos	SW	DW	BP
Resíduo Incorporado	Cabrera	0,2134	0,8451	0,3295
	Michaelis–Menten	0,1605	0,6292	0,3742
	Stanford e Smith	0,6923	0,2175	0,4679
	Broadbent e Nakashima	0,9240	0,0171	0,0729
Resíduo Superficial	Cabrera	0,6329	0,1659	0,0534
	Michaelis–Menten	0,5204	0,1650	0,0163
	Stanford e Smith	0,5370	0,3160	0,0224
	Broadbent e Nakashima	0,7517	0,0187	0,0087

Fonte: Da autora (2026).

dos resíduos, porém ao fazer o gráfico de autocorrelação parcial para verifica-la, a mesma não foi constatada, optando por reajustar usando somente a ponderação.

Na Tabela 4.2 no tipo de manejo resíduo incorporado, nota-se que os resíduos não são normalmente distribuídos nos modelos de Cabrera e Michaelis-Menten, pois o teste de Shapiro-Wilk foi significativo ($p < 0,05$), rejeitando a hipótese nula. Com isso, optou-se por trabalhar com outros modelos que não apresentaram essa violação, como ocorreu no estudo de Silva *et al.* (2020). Já o modelo de Broadbent e Nakashima novamente apresentou autocorrelação, sendo incluído o termo autorregressivo de primeira ordem AR(1). A violação do pressuposto de independência nesse modelo também foi constatada por Pereira, Muniz & Silva (2005), em estudos de mineralização do nitrogênio.

No resíduo superficial todos modelos violaram o pressuposto de independência dos resíduos pelo teste de Durbin-Watson ($p < 0,05$) sendo incluído o AR(1). Os demais pressupostos foram validados.

Tabela 4.2 – Valor-p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Durbin-Watson (DW) e Breusch-Pagan (BP) para os modelos ajustados no experimento de laboratório.

Manejo	Modelos	SW	DW	BP
Resíduo Incorporado	Cabrera	0,0073	0,0622	0,2192
	Michaelis–Menten	0,0039	0,0705	0,1664
	Stanford e Smith	0,3886	0,1329	0,1843
	Broadbent e Nakashima	0,0560	0,0026	0,1690
Resíduo Superficial	Cabrera	0,9427	0,0018	0,1116
	Michaelis–Menten	0,5650	0,0145	0,1515
	Stanford e Smith	0,0549	0,0170	0,8979
	Broadbent e Nakashima	0,8591	0,0004	0,0656

Fonte: Da autora (2026).

4.2 Experimento de Campo

Qualidade do Ajuste e Estimação dos Parâmetros

Na Tabela 4.3 é possível identificar uma grande diferença na qualidade do ajuste dos modelos entre os tipos de manejos. No resíduo incorporado observou-se desempenho superior, apresentando maiores valores de R_{aj}^2 e menores valores de DPR e AIC. Dentre eles, o modelo de Cabrera se destacou como melhor, sugerindo que, nessa condição, a dinâmica de mineralização do nitrogênio pode ser melhor representada por dois compartimentos. Os modelos de Michaelis-Menten e Stanford e Smith também demonstraram resultados satisfatórios, mas com AIC maior.

Por outro lado, o manejo de resíduo superficial obteve menores valores de R_{aj}^2 e, DPR e AIC maiores, evidenciando uma queda na qualidade. Esse comportamento reflete uma maior variabilidade na dinâmica de decomposição quando o resíduo está colocado superficialmente no solo, tendo em vista que, a ausência de contato direto com o solo tende a aumentar a heterogeneidade do espaço, favorecer perdas por lixiviação ou volatilização e reduzir a atividade microbiana, todos fatores que tornam o processo mais difícil de modelar (Paula *et al.*, 2013). Nessa condição o modelo de Michaelis-Menten foi considerado melhor, obtendo menor valor de AIC.

Tabela 4.3 – Avaliadores de qualidade de ajuste: Coeficiente de Determinação Ajustado, Desvio Padrão Residual e Critério de Informação de Akaike (R_{aj}^2 , DPR e AIC) dos modelos ajustados no experimento de campo.

Manejo	Modelos	R_{aj}^2	DPR	AIC
Resíduo Incorporado	Cabrera	0,9737	0,1932	-0,0645
	Michaelis–Menten	0,9617	0,2200	1,8667
	Stanford e Smith	0,9596	0,2565	4,9390
	Broadbent e Nakashima	0,8433	0,5131	18,8849
Resíduo Superficial	Cabrera	0,8228	11,0686	34,1383
	Michaelis–Menten	0,8006	34,4368	22,5980
	Stanford e Smith	0,8419	14,2401	25,3831
	Broadbent e Nakashima	0,7273	45,2846	27,0638

Fonte: Da autora (2026).

Nas tabelas 4.4 e 4.5, estão as estimativas dos parâmetros dos modelos e seus respectivos intervalos de confiança de 95%. De acordo com a Tabela 4.4, manejo resíduo incorporado, os valores do parâmetro N_0 (nitrogênio potencialmente mineralizável) foram próximos entre os modelos de Michaelis-Menten e Stanford e Smith, além de apresentarem intervalos com menor amplitude. Com isso, fica evidente que existe maior estabilidade dos processos biogeoquímicos e maior previsibilidade da mineralização, reflexo do maior contato do solo com resíduo e da atividade microbiana mais homogênea.

Tabela 4.4 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de campo e resíduo incorporado com AR(1) para o modelo de Broadbent e Nakashima e tempo de meia-vida ($t_{\frac{1}{2}}$).

Resíduo Incorporado				
Modelo	Parâmetro	LI	Estimativa	LS
Cabrera	N_1	6,5121	7,0132	7,5793
	v	4,5106	5,6050	6,8560
	k_0	0,0009	0,0081	0,0146
Michaelis-Menten	N_0	8,0488	8,3547	8,6774
	v	4,9249	6,2253	7,7210
Stanford e Smith	N_0	7,3831	7,6238	7,8697
	k	0,0884	0,1040	0,1240
	$t_{1/2}$	5,5907	6,6635	7,8403
Broadbent e Nakashima	A	2,1434	3,3913	4,6392
	b	0,0983	0,1892	0,2801
	ϕ_1	-0,2722	0,4380	0,8393

Fonte: Da autora (2026).

Observando o parâmetro N_1 do modelo de Cabrera e N_0 do Stanford e Smith, nota-se que os intervalos de confiança apresentam sobreposição, indicando ausência de evidência de diferença estatisticamente significativa entre essas estimativas. Esse resultado sugere que ambos os modelos estimam quantidades semelhantes de nitrogênio potencialmente mineralizável na escala do experimento. Além disso, a estimativa do parâmetro k_0 no modelo de Cabrera foi próxima de zero, indicando que a fração da matéria orgânica com decomposição muito lenta é pequena. Esse resultado sugere que o resíduo de pupunheira apresenta baixa proporção de compostos mais resistentes à degradação, favorecendo a mineralização do nitrogênio no período avaliado.

No modelo de Cabrera, com base no parâmetro v , o tempo de meia-vida do nitrogênio facilmente mineralizável foi de 5,6 dias. No de Michaelis-Menten, o tempo de meia-vida do nitrogênio potencialmente mineralizável foi de 6,2 dias. Já o modelo de Stanford e Smith apresentou tempo semelhante com o de Michaelis-Menten, sendo em torno de 6,7 dias. Tais resultados indicam uma rápida liberação do nitrogênio associado às frações mais lábeis da ma-

téria orgânica. Nota-se, pelas estimativas, que os modelos tiveram valores próximos para esse tempo, o que pode ser atribuído à sobreposição dos intervalos de confiança apresentados, não havendo evidência de diferença estatisticamente relevante entre eles.

Para o manejo com resíduo superficial (Tabela 4.5), os parâmetros apresentaram intervalos com amplitude maior, indicando menor precisão das estimativas e refletindo um processo de mineralização mais influenciado por fatores ambientais, como variações de temperatura, umidade e perdas de nitrogênio por volatilização. Algo inesperado foi o parâmetro N_0 dos modelos de Michaelis-Menten e Stanford e Smith, ter atingido valores maiores, porém pode decorrer da maior instabilidade do ajuste, como constatado por Paula *et al.* (2013), onde verificaram que as estimativas da fração mineralizada de resíduos nessa condição de manejo estão mais vulneráveis a erros, devido ao longo do monitoramento ter variações na relação entre a quantidade de resíduo e a de solo efetivamente coletadas. Tais resultados reforçam que a mineralização do resíduo superficial segue uma dinâmica mais complexa e menos uniforme ao longo do tempo.

Tabela 4.5 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de campo e resíduo disposto superficialmente com tempo de meia-vida ($t_{1/2}$).

Resíduo Superficial				
Modelo	Parâmetro	LI	Estimativa	LS
Cabrera	N_1	2,6418	10,5096	18,3774
	ν	0,5884	15,5560	30,5237
	k_0	-0,0801	-0.0025	0,0751
Michaelis-Menten	N_0	10,6555	11,6253	12,8855
	ν	7,5540	14,1446	23,4826
Stanford e Smith	N_0	9,7660	10,2229	10,6799
	k	0,0318	0,0455	0,0592
	$t_{1/2}$	10,6447	15,2258	19,8068
Broadbent e Nakashima	A	2,1003	3,5250	5,6319
	b	0,1258	0,2320	0,3483

Fonte: Da autora (2026).

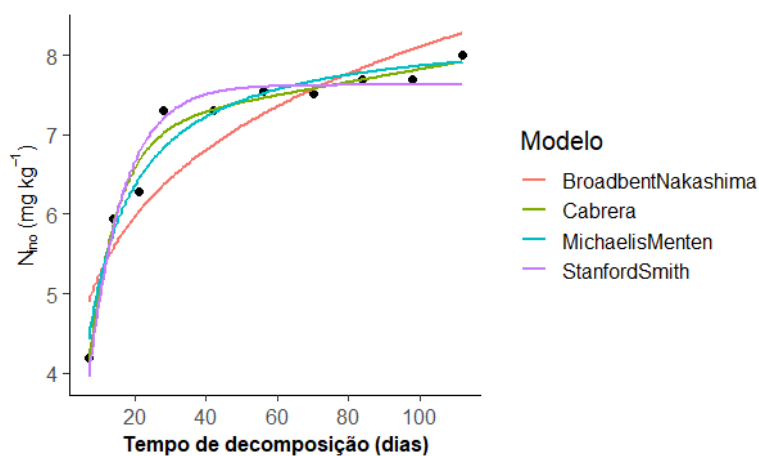
No ajuste do modelo de Cabrera, manejo resíduo superficial, o parâmetro k_0 não foi estatisticamente significativo e seu intervalo de confiança incluiu o zero, indicando que não há

dois compartimentos de nitrogênio mineralizável. Dessa maneira, o modelo foi simplificado removendo esse termo e realizando uma reparametrização que resultou na forma equivalente ao modelo de Stanford e Smith. Assim, o modelo de Cabrera não é válido para esse tipo de manejo. O mesmo ocorreu no estudo de Silva *et al.* (2020), onde compararam modelos não lineares na descrição da mineralização de carbono em solo de serapilheira.

O tempo de meia-vida do nitrogênio potencialmente mineralizável, nesse tipo de manejo, foi em torno de 14,1 e 15,2 dias, indicando um processo mais lento de mineralização quando comparado ao manejo com resíduo incorporado ao solo, no qual a liberação de nitrogênio ocorre de forma mais acelerada. Esse comportamento é consistente com resultados obtidos em experimentos de campo que avaliam a decomposição de resíduos mantidos na superfície do solo, como observado por Gonçalves *et al.* (2019), ao estudarem a decomposição e a ciclagem de nitrogênio da palhada de braquiária em consórcio com cafeeiro no Cerrado, o tempo de meia-vida obtido por eles foi em torno de 86,6 dias. Além disso, pelos intervalos de confiança, não há evidência estatística suficiente para diferenciá-los.

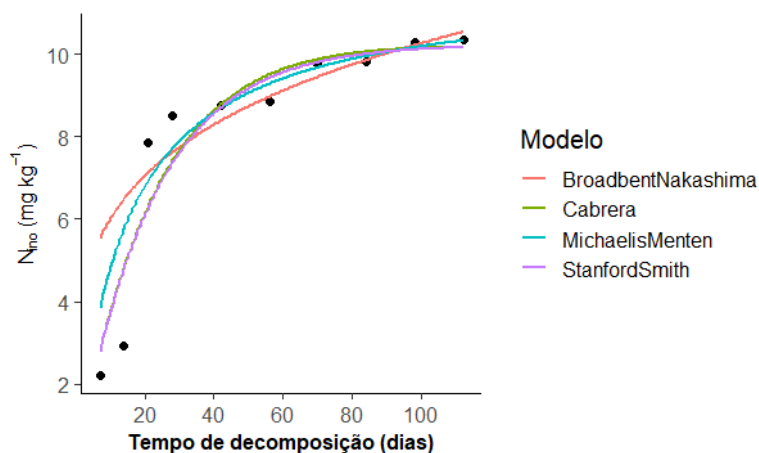
Nas figuras 4.1 e 4.2, é possível observar o comportamento do processo de mineralização do nitrogênio de resíduo da pupunheira ao ajustar os modelos propostos por Broadbent e Nakashima, Cabrera, Michaelis-Menten e Stanford e Smith aos dados em condições de campo, em ambos tipos de manejos (incorporado e colocado na superfície do solo).

Figura 4.1 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira incorporado ao solo sob condições de campo em função do tempo de decomposição.



Fonte: Da autora (2026)

Figura 4.2 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira disposto superficialmente ao solo sob condições de campo em função do tempo de decomposição.



Fonte: Da autora (2026)

4.3 Experimento de Laboratório

Qualidade do Ajuste e Estimação dos Parâmetros

No experimento de laboratório, nota-se que todos os modelos, com exceção o de Broadbent e Nakashima, apresentaram ajustes excelentes, com valores elevados de R_{aj}^2 , baixos DPR e AIC próximos, como observado na Tabela 4.6. Tais resultados refletem a baixa variabilidade de experimentos laboratoriais devido as condições ambientais controladas.

Para o manejo resíduo incorporado, os modelos propostos por Cabrera, Michaelis-Menten e Stanford e Smith apresentaram desempenho semelhante. Entre eles, o modelo de Stanford e Smith se destacou como melhor obtendo menor valor de AIC, além de maior R_{aj}^2 . Logo, em laboratório sob condições controladas, o processo de mineralização do nitrogênio de resíduos da pupunheira se ajusta bem a estrutura cinética exponencial simples.

No manejo com resíduo superficial, os ajustes também foram satisfatórios, com o modelo de Michaelis-Menten apresentando melhor desempenho. Nesse caso, os dados foram melhor descritos por um modelo com um único termo cinético de mineralização. Embora o modelo de Broadbent e Nakashima tenha apresentado boa qualidade, ainda teve um ajuste inferior em relação aos outros.

Tabela 4.6 – Avaliadores de qualidade de ajuste: Coeficiente de Determinação Ajustado, Desvio Padrão Residual e Critério de Informação de Akaike (R_{aj}^2 , DPR e AIC) dos modelos ajustados no experimento de laboratório.

Manejo	Modelos	R_{aj}^2	DPR	AIC
Resíduo Incorporado	Cabrera	0,9769	10,2177	79,2944
	Michaelis–Menten	0,9732	10,8776	79,8815
	Stanford e Smith	0,9782	10,2329	78,6594
	Broadbent e Nakashima	0,9053	23,4921	93,4875
Resíduo Superficial	Cabrera	0,9806	12,8345	84,1773
	Michaelis–Menten	0,9806	13,0927	84,0629
	Stanford e Smith	0,9785	14,3878	85,8920
	Broadbent e Nakashima	0,9435	23,4561	91,6258

Fonte: Da autora (2026).

O modelo proposto por Broadbent e Nakashima, em ambos tipos de experimentos e condições de manejo obteve menor R_{aj}^2 , maior DPR e maior AIC, ou seja, sendo inferior em relação aos outros modelos para descrever esse processo com resíduos da pupunheira. O mesmo foi constatado no estudo de Silva *et al.* (2008), onde utilizaram modelos para estimativa do potencial de mineralização anaeróbica do nitrogênio e Pereira, Muniz & Silva (2005) onde compararam oito modelos não lineares para prever a mineralização do nitrogênio em um oxisol.

Nas Tabelas 4.7 e 4.8, são apresentadas as estimativas dos parâmetros e seus intervalos de confiança, em condições de laboratório. O modelo de Cabrera e de Broadbent e Nakashima, em ambos tipos de manejos apresentaram intervalos mais amplos, oferecendo maior incerteza nas suas estimativas. Além disso, o parâmetro k_0 do modelo de Cabrera incluiu o zero, e deve ser novamente desconsiderado. Fazendo-se a reparametrização, o resultado é a forma equivalente do modelo de Stanford e Smith, tornando o modelo Cabrera inadequado para esses conjuntos de dados.

Tabela 4.7 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de laboratório e resíduo incorporado com AR(1) para o modelo de Broadbent e Nakashima e tempo de meia-vida ($t_{1/2}$).

Resíduo Incorporado				
Modelo	Parâmetro	LI	Estimativa	LS
Cabrera	N_1	161,8643	222,6829	364,5892
	ν	9,6168	15,2679	26,4022
	k_0	-0,8140	0,4086	1,0665
Michaelis-Menten	N_0	307,0731	337,2980	374,5824
	ν	20,9751	27,9210	37,2813
Stanford e Smith	N_0	250,2948	265,2700	282,5121
	k	0,0308	0,0371	0,0446
	$t_{1/2}$	15,5434	18,6630	22,5274
Broadbent e Nakashima	A	3,9218	34,0192	64,1168
	b	0,2469	0,4502	0,6535
	ϕ_1	-0,2875	0,5864	0,9275

Fonte: Da autora (2026).

Estudos de incubação têm demonstrado que o tempo de meia-vida do nitrogênio mineralizado varia conforme o tipo de resíduo orgânico e o solo utilizado (Carneiro *et al.*, 2013). Segundo esses autores, tempos de meia-vida elevados estão associados, em grande parte, à ocorrência de processos de imobilização do nitrogênio durante a incubação, os quais podem retardar a liberação do N mineral. No presente estudo, embora os tempos de meia-vida estimados no experimento de laboratório com resíduo incorporado tenham sido inferiores aos reportados por Carneiro *et al.* (2013), a maior magnitude desses valores em relação ao experimento de campo sugere que mecanismos semelhantes, como a imobilização microbiana, possam contribuir para a redução da taxa de mineralização.

Considerando o resíduo disposto superficialmente (Tabela 4.8), o tempo de meia-vida no modelo de Michaelis-Menten foi em torno de 41,2 dias, e de 25 dias no modelo de Stanford e Smith. A sobreposição parcial dos intervalos de confiança não fornece evidência estatística suficiente para afirmar a existência de diferença significativa entre os modelos.

Tabela 4.8 – Estimativas e intervalos de confiança para os parâmetros dos modelos não lineares ajustados ao experimento de laboratório e resíduo superficial com AR(1) para todos os modelos e tempo de meia-vida ($t_{\frac{1}{2}}$).

Resíduo Superficial				
Modelo	Parâmetro	LI	Estimativa	LS
Cabrera	N_1	92,7067	214,2089	335,7110
	ν	3,3122	14,7116	26,1109
	k_0	-0,0481	1,1470	2,3420
	ϕ_1	-0,3772	0,4124	0,8548
Michaelis-Menten	N_0	386,5847	461,7637	536,9428
	ν	24,3032	41,2293	58,1556
	ϕ_1	-0,3529	0,3949	0,8348
Stanford e Smith	N_0	306,5055	346,0720	385,6384
	k	0,0192	0,0277	0,0362
	$t_{1/2}$	17,3543	24,9956	32,6370
	ϕ_1	-0,3066	0,4016	0,8236
Broadbent e Nakashima	A	4,8737	31,0314	57,1892
	b	0,3264	0,5155	0,7047
	ϕ_1	-0,1133	0,6817	0,9445

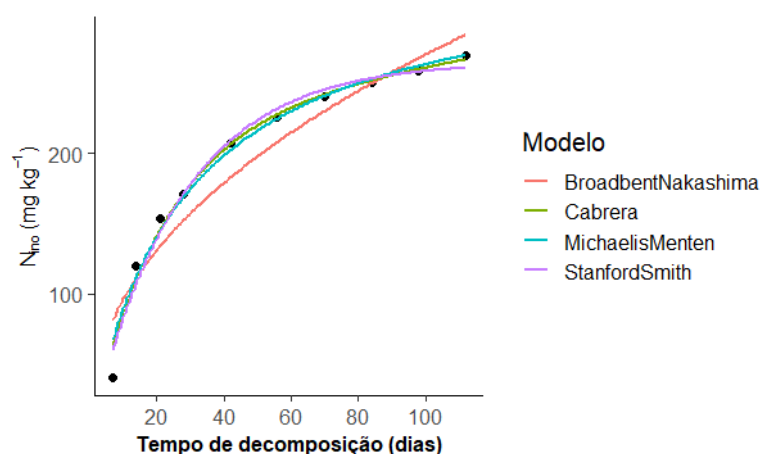
Fonte: Da autora (2026).

Analizando o parâmetro N_0 , tanto no modelo de Michaelis-Menten quanto no modelo de Stanford e Smith, não houve sobreposição entre os intervalos de confiança dos dois tipos de manejo. Isso indica diferença significativa na quantidade de nitrogênio potencialmente mineralizável entre o resíduo incorporado (Tabela 4.7) e o aplicado na superfície (Tabela 4.8), que obteve maior N_0 , o mesmo ocorreu no experimento de campo analisado anteriormente. Novamente, fica evidente que cada manejo apresenta dinâmicas distintas de decomposição e contato do material orgânico com o solo, como expressou Paula *et al.* (2013) em seus estudos. Em contrapartida, no modelo de Broadbent e Nakashima não houve diferença estatística entre os tipos de manejos.

Nas figuras 4.3 e 4.4, é possível observar o comportamento do processo de mineralização do nitrogênio de resíduo da pupunheira ao ajustar os modelos propostos por Broadbent

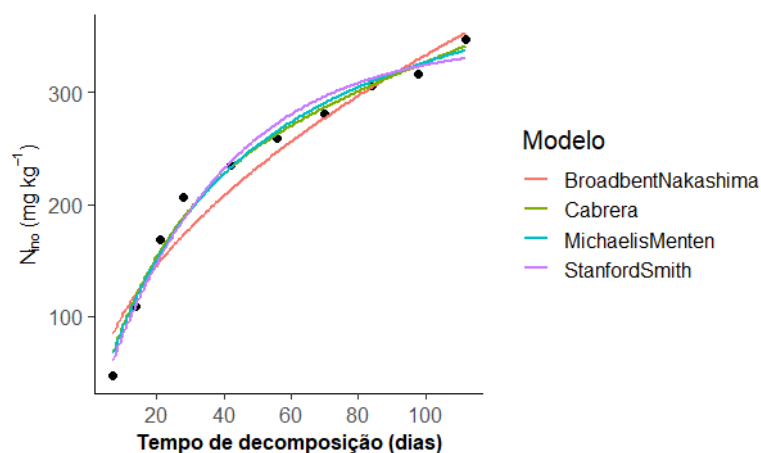
e Nakashima, Cabrera, Michaelis-Menten e Stanford e Smith aos dados em condições de laboratório, em ambos tipos de manejos. Observa-se que, o modelo de Broadbent e Nakashima apresentou ajuste inferior em comparação aos demais modelos avaliados. Esse comportamento é evidenciado tanto visualmente, uma vez que a curva estimada se distancia mais dos pontos observados, quanto quantitativamente, pelos menores valores de R_{aj}^2 analisados anteriormente.

Figura 4.3 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira incorporado ao solo sob condições de laboratório em função do tempo de decomposição.



Fonte: Da autora (2026)

Figura 4.4 – Modelos ajustados aos dados da quantidade de nitrogênio inorgânico disponibilizado do resíduo da pupunheira disposto superficialmente ao solo sob condições de laboratório em função do tempo de decomposição.



Fonte: Da autora (2026)

4.4 Comparação Campo e Laboratório

A mineralização do nitrogênio observada no experimento de laboratório apresentou valores superiores aos obtidos em campo. Essa diferença foi identificada a partir da comparação das estimativas dos parâmetros e dos seus respectivos intervalos de confiança, apresentados nas tabelas 4.4, 4.5, 4.7 e 4.8, nos quais se observa que, de modo geral, as estimativas associadas ao experimento de laboratório são, em grande parte maiores como, por exemplo, para a fração potencialmente mineralizável (N_0), apresentando uma estimativa cerca de 40 vezes maior em condições controladas. Os resultados obtidos nos estudos de Menezes & Salcedo (2007) e Togoro (2016), também apontaram diferenças significativas entre esses ambientes experimentais.

Além disso, nota-se que, no experimento de laboratório e manejo resíduo incorporado, o modelo de Michaelis-Menten apresentou um tempo de meia-vida em torno de 27,9 dias, significativamente maior que no experimento de campo, tendo em vista a maior quantidade de nitrogênio inorgânico acumulado. Já para o modelo de Stanford e Smith, esse tempo foi em torno de 18,7 dias.

Não pode-se afirmar que tais diferenças foram constatadas no modelo de Broadbent e Nakashima, tendo em vista que seus intervalos de confiança no experimento de laboratório apresentaram maior amplitude, evidenciando menor precisão nas estimativas dos seus parâmetros.

Em particular, os parâmetros relacionados à quantidade potencialmente mineralizável e à taxa do processo apresentaram valores mais elevados no ambiente controlado, indicando maior disponibilidade de nitrogênio mineral ao longo do tempo. Esse comportamento pode ser atribuído às condições controladas de temperatura e umidade no laboratório, que favorecem a atividade microbiana e reduzem perdas naturais como lixiviação, volatilização e desnitrificação. No experimento de campo, por sua vez, as limitações ambientais e a remoção contínua do nitrogênio inorgânico tendem a resultar em um processo de mineralização mais lento (Pereira *et al.*, 2015; Ramírez; Matos, 2022).

5 CONCLUSÕES

Quanto ao manejo, o resíduo disposto superficialmente apresentou maiores estimativas de nitrogênio potencialmente mineralizável em comparação ao resíduo incorporado ao solo, sugerindo maior potencial de fornecimento de nitrogênio nesse sistema. Por outro lado, a incorporação do resíduo ao solo promoveu maior estabilidade nas estimativas e melhor desempenho dos modelos, com menor variabilidade dos parâmetros e intervalos de confiança com menor amplitude. Em contraste, no resíduo disposto superficialmente, observou-se maior incerteza nas estimativas.

Em relação ao ambiente experimental, verificou-se maior magnitude de nitrogênio mineralizado em condições de laboratório em comparação ao campo, refletindo a influência das condições controladas na intensificação do processo de mineralização.

No experimento de campo, o modelo de Cabrera apresentou melhor ajuste para o resíduo incorporado, enquanto o modelo de Michaelis-Menten apresentou melhor desempenho para o resíduo superficial. Já no experimento de laboratório, o modelo de Stanford e Smith apresentou melhor ajuste para o resíduo incorporado, enquanto o modelo de Michaelis-Menten se destacou para o resíduo superficial. Esses resultados indicam que diferentes modelos podem descrever de forma mais adequada os dados, dependendo das condições de manejo e ambiente.

As estimativas do tempo de meia-vida indicaram diferenças entre os manejos, sendo, de modo geral, menores no resíduo incorporado, o que sugere maior rapidez na mineralização do nitrogênio nessa condição, além de variações entre os ambientes experimentais.

De modo geral, os modelos não lineares avaliados apresentaram bom desempenho na descrição das curvas de mineralização, com exceção do modelo de Broadbent e Nakashima, que apresentou ajuste inferior em comparação aos demais, conforme indicado pelos avaliadores de qualidade de ajuste. A presença de assíntota horizontal nos modelos de Stanford e Smith e Michaelis-Menten foi consistente com a existência de um limite máximo de mineralização, em concordância com as estimativas de nitrogênio potencialmente mineralizável. A análise das derivadas permitiu identificar a redução gradual da taxa de mineralização ao longo do tempo, sem evidência de ponto de inflexão ou ponto crítico.

Assim, foi possível modelar adequadamente a curva de mineralização do nitrogênio dos resíduos de pupunheira, compreender sua dinâmica de liberação no solo sob diferentes condições de manejo e ambiente, avaliar propriedades matemáticas dos modelos, estimar o

tempo de meia-vida e identificar aqueles que melhor descreveram os dados experimentais. Esses resultados contribuem para a interpretação do processo de mineralização e fornecem subsídios para o manejo do nitrogênio no solo.

REFERÊNCIAS

- ALCÂNTARA, M. A. K. d. *et al.* Mineralização do nitrogênio em solos tratados com lodos de curtume. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 42, p. 547–555, 2007.
- ALMEIDA, C. V. d.; YARA, R.; ALMEIDA, M. d. Fungos endofíticos isolados de ápices caulinares de pupunheira cultivada in vivo e in vitro. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 40, p. 467–470, 2005.
- ANGELUCCI, C. A.; GODOI, G. S. **Cinética Química**. São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, 2009.
- BARROS, F. M. *et al.* Nitrogênio orgânico mineralizável em solo tratado com água residuária da suinocultura. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 9, n. suppl 1, p. 146–149, 2005.
- BATISTA, M. A. *et al.* Princípios de fertilidade do solo, adubação e nutrição mineral. In: FILHO, J. U. T. B. *et al.* (Ed.). **Hortaliças-fruto**. Maringá: EDUEM, 2018. p. 113–162. ISBN 978-65-86383-01-0. Disponível em: <https://doi.org/10.7476/9786586383010.0006>.
- BINI, D.; LOPEZ, M. V.; CARDOSO, E. J. B. N. Metabolismo microbiano. In: CARDOSO, E. J. B. N.; ANDREOTE, F. D. (Ed.). **Microbiologia do Solo**. 2. ed. Piracicaba: ESALQ, 2016. p. 61–80.
- BOEIRA, R. C.; LIGO, M. A. V.; DYNIA, J. F. Mineralização de nitrogênio em solo tropical tratado com lodos de esgoto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 37, p. 1639–1647, 2002.
- BREUSCH, T.; PAGAN, A. Teste simples para heterocedasticidade e coeficiente de variação aleatória econométrica. **Sociedade Econométrica**, v. 47, p. 1287–1294, 1979.
- BROADBENT, F.; NAKASHIMA, T. Plant uptake and residual value of six tagged nitrogen fertilizers. **Soil Science Society of America Journal**, v. 32, n. 3, p. 388–392, 1968.
- CABRERA, M. Modeling the flush of nitrogen mineralization caused by drying and rewetting soils. **Soil Science Society of America Journal**, v. 57, n. 1, p. 63–66, 1993.
- CAMARGO, F. d. O. *et al.* Nitrogênio orgânico do solo. **Fundamentos da matéria orgânica do solo**. Porto Alegre, Genesis, p. 117–137, 1999.
- CAMARGO, F. d. O.; GIANELLO, C.; VIDOR, C. Potencial de mineralização do nitrogênio em solos do rio grande do sul. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 21, p. 575–579, 1997.
- CAMPOS, A. F.; LIMA, E. N. de. Ciclo do nitrogênio: Abordagem em livros didáticos de ciências do ensino fundamental. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 13, n. 1, p. 35–44, 2008.
- CARDOSO, E.; TSAI, S. M.; NEVES, M. C. P. **Microbiologia do solo**. [S.l.]: Sociedade Brasileira de ciência do solo Campinas, 1992.
- CARMO, C. d. S. *et al.* Aspectos culturais e zoneamento da pupunha no estado do rio de janeiro. **Embrapa Solos**, p. 07–38, 2003.

CARNEIRO, W. J. d. O. *et al.* Mineralização de nitrogênio em latossolos adubados com resíduos orgânicos. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 37, p. 715–725, 2013.

CLEMENT, C. R.; SANTOS, L. A. Pupunha no mercado de manaus: preferências de consumidores e suas implicações. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 24, p. 778–779, 2002.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998. v. 326.

DROUBI, L. F. P.; FLORENCIO, L. de A. *et al.* Método dos mínimos quadrados ponderados: vantagens e aplicação na engenharia de avaliações. **Revista Valorem**, Sociedade Brasileira de Engenharia de Avaliações (SOBREA), v. 4, n. 1, p. 33–41, 2025.

DUPRAT, M. **Estudo da produção de *Pleurotus ostreatus* em resíduos de *Bactris gasipaes* (pupunheira)**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Processos) — Universidade da Região de Joinville – UNIVILLE, Joinville, 2012.

DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression: I. **Biometrika**, JSTOR, v. 37, n. 3/4, p. 409–428, 1950.

FERNANDES, A. R. *et al.* Nutrição mineral de mudas de pupunheira sob diferentes níveis de salinidade. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 37, p. 1613–1619, 2002.

FERNANDES, J. G. *et al.* Avaliação de modelos não lineares na descrição da curva de crescimento do fruto de pessegueiro “aurora 1”. **Revista Foco**, v. 16, n. 9, p. 01–19, 2023.

FERREIRA, A. da P.; TONELI, J. T. d. C. L.; ANTONIO, G. C. Potencial do aproveitamento energético dos resíduos do palmito da pupunha (*bactris gasipaes kunth*). **Brazilian Journal of Development**, v. 11, n. 4, p. 01–21, 2025.

FREITAS, S. G. d. **Caracterização nutricional da silagem de coproduto da extração do palmito pupunha**. Dissertação (Magister Scientiae) — Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG, 2011.

FRITZ, O. L. R. *et al.* Efeito de aditivos no valor nutritivo de silagens de resíduo de pupunha (*bactris gasipaes*). **Anais da XVII Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnológica Interdisciplinar (MICTI)**, v. 1, n. 11, 2018.

GADELHA, J. E. F. D. S. *et al.* Consequências da eutrofização em corpos hídricos. **Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro**, v. 3, n. 1, 2022.

GARCIA, G.; CARDOSO, A. A.; SANTOS, O. A. M. d. Da escassez ao estresse do planeta: um século de mudanças no ciclo do nitrogênio. **Química Nova**, v. 36, p. 1468–1476, 2013.

GIACON, G. **Pupunha ou Palmito Pupunha (*Bactris gasipaes*)**. 2019. Acesso em: 10 jun. 2025. Disponível em: <https://ciprest.blogspot.com/2019/04/pupunha-ou-palmito-pupunha-bactris.html>.

GILMOUR, J. T.; SKINNER, V. Predicting plant available nitrogen in land-applied biosolids. **Journal of Environmental Quality**, v. 28, n. 6, p. 1122–1126, 1999.

GONÇALVES, A. D. M. d. A. *et al.* Decomposição e ciclagem de nitrogênio no consórcio entre café e brachiaria no cerrado. **X Simpósio de Pesquisa dos Cafés do Brasil**, 2019.

HOFFMANN, R.; VIEIRA, S. **Análise de Regressão: Uma Introdução à Econometria**. São Paulo: Hucitec, 1998. 379 p.

KRELING, B. E. *et al.* Avaliação da atividade enzimática como uma promissora ferramenta indicadora da qualidade do solo. In: EDITORA CIENTÍFICA DIGITAL. **Open Science Research I**. [S.l.], 2022. v. 1, p. 525–540.

LAZARIN, M. **Ciclo do nitrogênio**. 2015. Acesso em: 15 nov. 2025. Disponível em: <https://www.biologianet.com/ecologia/ciclo-nitrogenio.htm>.

LEMOS, M. S. *et al.* Uso da cama de frango como adubo na agricultura. **Revista Brasileira de Ciências da Amazônia**, v. 3, n. 1, p. 57–68, 2014.

LISBOA, C. C. *et al.* Taxa de mineralização do nitrogênio de resíduos orgânicos. **Revista Cultura Agrônômica**, v. 27, n. 2, p. 341–355, 2018.

MARTINEZ, H. E. P.; MAROTTA, J. J. L.; MANGAS, I. B. **Relações solo-planta: bases para a nutrição e produção vegetal**. Viçosa, MG: Editora UFV, 2021.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não linear. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 24, n. 6, p. 1761–1770, 2002.

MENEZES, R. S.; SALCEDO, I. H. Mineralização de N após incorporação de adubos orgânicos em um neossolo regolítico cultivado com milho. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 11, p. 361–367, 2007.

MICHAELIS, L.; MENTEN, M. L. Die kinetik der invertinwirkung. **Biochem. z**, Berlin, v. 49, n. 333-369, p. 352, 1913.

MISCHAN, M. M.; PINHO, S. d. Modelos não lineares: funções assintóticas de crescimento. **São Paulo: Cultura Acadêmica**, 2014.

NETO, M. S. *et al.* Mineralização e desnitrificação do nitrogênio no solo sob sistema plantio direto. **Bragantia**, v. 69, p. 923–936, 2010.

OLIVEIRA, A. d. *et al.* Efeito de rotações sucessivas de eucalipto na mineralização de nitrogênio e carbono do solo e suprimento de nitrogênio, no sudoeste da bahia, brasil. **Scientia Forestalis**, v. 48, n. 126, p. 1–12, 2020.

PAULA, G. S. d. *et al.* Comparison of nonlinear models for the description of carbon mineralization in soils treated with pig slurry. **Revista Agrogeoambiental**, v. 11, n. 4, p. 82–95, 2019.

PAULA, J. R. d. *et al.* Mineralização do carbono e nitrogênio de resíduos aplicados ao solo em campo. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 37, p. 1729–1741, 2013.

PEGADO, C. M. A. *et al.* Decomposição superficial e subsuperficial de folhas de fava (*phaseolus lunatus* L.) na região do brejo da paraíba, brasil. **Revista Caatinga**, v. 21, n. 1, 2008.

- PEREIRA, A. A. *et al.* Descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro cultivar rubi mg 1192, utilizando modelos de regressão. **Coffee Science**, v. 9, n. 2, p. 266–274, 2014.
- PEREIRA, J. M. *et al.* Comparação entre modelos para predição do nitrogênio mineralizado: uma abordagem bayesiana. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 33, p. 1792–1797, 2009.
- PEREIRA, J. M.; MUNIZ, J. A.; SILVA, C. A. Nonlinear models to predict nitrogen mineralization in an oxisol. **Scientia Agricola**, v. 62, p. 395–400, 2005.
- PEREIRA, M. S. *et al.* Mineralização do resíduo da pupunheira em condições de campo e laboratório. **Engenharia Agrícola**, v. 35, n. 5, p. 918–930, 2015.
- PIRES, M. B. *et al.* Peach palm flour (*Bactris gasipae* kunth): potential application in the food industry. **Food Science and Technology**, v. 39, p. 613–619, 2019.
- PRIMO, D. C.; MENEZES, R. C.; SILVA, T. O. Substâncias húmicas da matéria orgânica do solo: uma revisão de técnicas analíticas e estudos no nordeste brasileiro. **Scientia Plena**, v. 7, n. 5, 2011.
- PUPO, H. F. d. F. **Painéis alternativos produzidos a partir de resíduos termoplásticos e da pupunheira (*Bactris gasipaes* Kunth)**. Dissertação (Mestrado em Energia na Agricultura) — Universidade Estadual Paulista (Unesp), Botucatu/SP, 2012.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2025. Disponível em: <https://www.r-project.org/>.
- RAMÍREZ, V. S.; MATOS, A. T. d. Influência da textura do solo receptor e das condições climáticas e ambientais na taxa e fração de mineralização da matéria orgânica no solo. **Engenharia Sanitária e Ambiental**, v. 27, n. 2, p. 315–323, 2022.
- RODRIGUES, J. C. W. *et al.* Produção de mudas de pupunheira em substratos compostos de resíduos agropecuários. **REVISTA DELOS**, v. 18, n. 66, p. 01–12, 2025.
- ROSSET, J. S. *et al.* Frações químicas e oxidáveis da matéria orgânica do solo sob diferentes sistemas de manejo, em latossolo vermelho. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 51, n. 9, p. 1529–1538, 2016.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, Oxford University Press, v. 52, n. 3-4, p. 591–611, 1965.
- SILVA, C.; VALE, F.; GUILHERME, L. G. Efeito da calagem na mineralização do nitrogênio em solos de minas gerais. **Revista brasileira de ciência do solo**, v. 18, n. 3, p. 471–476, 1994.
- SILVA, D. F. d. *et al.* Volatilização de amônia do solo após doses de ureia com inibidores de urease e nitrificação na cultura do abacaxi. **Revista Ceres**, v. 64, p. 327–335, 2017.
- SILVA, E. F. *et al.* Método de newton e gauss-newton na estimação dos parâmetros de modelo de regressão não linear. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 728–734, 2019.
- SILVA, E. M.; FERNANDES, T. J.; MUNIZ, J. A. Ajuste de modelo de regressão não linear na descrição da mineralização do carbono no solo (pp. 54-58). **Revista da Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto**, v. 3, n. 3, 2014.

- SILVA, E. M. *et al.* Comparação de modelos não lineares na descrição da mineralização de carbono em solo de serapilheira. **Revista Agrogeoambiental**, v. 12, n. 4, p. 158–169, 2020.
- SILVA, E. M. *et al.* Sigmoid models in the description of co₂ evolved from legumes in the soil. **Revista Agrogeoambiental**, v. 15, p. 01–11, 2023.
- SILVA, É. M. d. *et al.* Descrição do crescimento de frutos de amora-preta por modelos de regressão não linear. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 42, n. 2, p. 01–11, 2020.
- SILVA, E. N. d.; SANTANA, A. C. d. Modelos de regressão para estimação do volume de árvores comerciais, em florestas de paragominas. **Revista Ceres**, v. 61, p. 631–636, 2014.
- SILVA, J. *et al.* Ciclagem de nitrogênio em florestas tropicais e plantações de eucalipto no brasil no antropoceno. **Revista virtual de química**, v. 10, p. 1792–1808, 2018.
- SILVA, L. S. d. *et al.* Modelos matemáticos para a estimativa do potencial de mineralização anaeróbia do nitrogênio em solos de várzea do rio grande do sul. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 32, p. 1513–1520, 2008.
- SILVA, M. H. da *et al.* A relação do nitrogênio com o desenvolvimento das plantas e suas formas de disponibilidade. **RECIMA21-Revista Científica Multidisciplinar**, v. 5, n. 1, p. 01–09, 2024.
- SILVEIRA, S. de C. *et al.* Modelos não lineares ajustados à produção acumulada de biogás provenientes de camas sobrepostas de suínos. **Revista Agrogeoambiental**, v. 10, n. 3, 2018.
- SOUZA, E. A. de. **Métodos iterativos para problemas nao lineares**. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia) — Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, 2015.
- SPACKI, K. d. C. *et al.* Pupunha (*bactris gasipaes kunth*): Uma revisão. In: EDITORA CIENTÍFICA DIGITAL. **Agricultura E Agroindústria No Contexto Do Desenvolvimento Rural Sustentável**. [S.l.], 2021.
- STANFORD, G.; SMITH, S. Nitrogen mineralization potentials of soils. **Soil Science Society of America Journal**, v. 36, n. 3, p. 465–472, 1972.
- TOGORO, A. H. **Previsão da mineralização de nitrogênio por métodos de incubação de solo no laboratório e no campo**. Tese (Doutorado em Ciência do Solo) — Universidade Estadual Paulista (Unesp), Jaboticabal/SP, 2016.
- TONINI, R. C. G. *et al.* Utilização de bainha mediana de palmito (*euterpe edulis*) mart. areaceae como substrato de frutificação para o cultivo axênico de *lentinula edodes* (beck.) pegler. **Revista Brasileira de Biociências**, v. 5, n. S2, p. 204–206, 2007.
- TORRES, J. L. R.; PEREIRA, M. G. Dinâmica do potássio nos resíduos vegetais de plantas de cobertura no cerrado. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 32, p. 1609–1618, 2008.
- VARGAS, J. W. B. *et al.* Resgate de perfilhos de pupunheira (*bactris gasipaes kunth*), com diferentes composições de substrato. **Revista DELOS**, v. 18, n. 71, p. 01–18, 2025.

VASCON, G. M.; BAZÃO, V. R. O modelo matemático de von bertalanffy com o método de gauss-newton na estimação de parâmetros. **Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão (ISSN: 2525-4782)**, v. 6, n. 3, 2021.

VILELA, M. d. S. L. *et al.* Comparison of nonlinear models for the description of carbon mineralization in degraded pasture soil and in soils with plant cover. **Revista Agrogeoambiental**, v. 14, n. 1, p. 01–13, 2022.

YOKOMIZO, G. K.-I.; NETO, J. T. d. F. Caracterização fenotípica e genotípica de progênies de pupunheira para palmito. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 38, p. 67–72, 2003.

ZEVIANI, W. M. *et al.* Modelos não lineares para a liberação de potássio de esterco animais em latossolos. **Ciência Rural**, v. 42, p. 1789–1796, 2012.

ANEXOS

ANEXO A – SCRIPT DO R

Rotina em R utilizada para obtenção das estimativas dos parâmetros, testes estatísticos e geração de gráficos.

```
# Pacotes utilizados
library(lmtest)
library(nlme)
library(qpcR)
library(car)
library(ggplot2)
library(dplyr)
library(tidyr)

#####Experimento de Campo - Resíduo Incorporado ao solo#####
# Carregando os dados (Já estão dentro do projeto no R)
dados1 <- read.csv("Campo - residuo incorporado.csv", sep=";", dec=".")
dados1
attach(dados1)
plot(Dias, N_inorg)

##### Modelo Stanford e Smith
mod1 <- nls(N_inorg ~ N0*(1-exp(-k*Dias)), start = c(N0 = 8, k=0.05))
summary(mod1)
confint(mod1)

# Com tempo de meia-vida
mod1.1 <- nls(N_inorg ~ N0*(1-exp(-log(2)/v*Dias)), start = c(N0 = 8, v=20))
summary(mod1.1)
confint(mod1.1)

# Testes de Pressuposições
shapiro.test(residuals(mod1)) #normalidade
MG=attr(mod1$m$fitted(), "gradient")
mlg=lm(N_inorg~-1+MG)
```

```

bptest(mlg) #Homocedasticidade
dwtest(mlg) #Independencia
#Qualidade do Ajuste
Rsq.ad(mod1) #Coeficiente de Determinação Ajustado
AIC(mod1) #Critério de Informação de Akaike (AIC)
summary(mod1)$sigma #Desvio padrão residual
##### Modelo Cabrera
mod2.2 <- nls(N_inorg ~ N1*(1-exp(-log(2)*Dias/v))+k0*Dias, start = c(N1
v = 10,k0 = 0.05))
summary(mod2.2)
confint(mod2.2)
shapiro.test(residuals(mod2.2)) #normalidade
MG=attr(mod2.2$m$fitted(),"gradient")
mlg=lm(N_inorg~-1+MG)
bptest(mlg) #Homocedasticidade
dwtest(mlg) #Independencia
#Qualidade do Ajuste
Rsq.ad(mod2.2)
AIC(mod2.2)
summary(mod2.2)$sigma
##### Modelo Michaelis-Menten
mod3 <- nls(N_inorg ~ (N0 * Dias) / (v + Dias), start = c(N0 = 8, v = 20))
summary(mod3)
confint(mod3)
shapiro.test(residuals(mod3)) #normalidade
MG=attr(mod3$m$fitted(),"gradient")
mlg=lm(N_inorg~-1+MG)
bptest(mlg) #Homocedasticidade
dwtest(mlg) #Independencia
#Qualidade do Ajuste
Rsq.ad(mod3)
AIC(mod3)

```

```

summary(mod3)$sigma
##### Modelo Broadbent e Nakashima
mod4 <- nls(N_inorg ~ A * Dias^b, start = c(A = 8, b = 0.5))
summary(mod4)
confint(mod4)
shapiro.test(residuals(mod4)) #normalidade
MG=attr(mod4$m$fitted(),"gradient")
mlg=lm(N_inorg~-1+MG)
bptest(mlg) #Homocedasticidade
dwtest(mlg) #Independencia
##### Ajuste com AR(1)
modelognls1 <- gnls((N_inorg ~ A * Dias^b),
                    data = dados1,
                    start = coef(mod4),
                    correlation = corAR1())
intervals(modelognls1)
summary(modelognls1)
#Qualidade do Ajuste
Rsq.ad(modelognls1)
AIC(modelognls1)
summary(modelognls1)$sigma
# Extrair resíduos
res1.1 <- residuals(modelognls1)
# Gráfico de PACF dos resíduos
pacf(res1.1, main = "PACF dos resíduos do modelo nls")
##### Visualização gráfica #####
# Suavizando a curva
dias_grid <- data.frame(Dias = seq(min(dados1$Dias), max(dados1$Dias), 1.
out = 200))
# Prevendo valores
curvas <- data.frame(
  Dias = dias_grid$Dias,

```

```

Cabrera = predict(mod2.2, newdata = dias_grid),
MichaelisMenten = predict(mod3, newdata = dias_grid),
StanfordSmith = predict(mod1, newdata = dias_grid),
BroadbentNakashima = predict(modelognls1, newdata = dias_grid)
)
# Convertendo para formato longo
curvas_long <- curvas |>
  pivot_longer(
    cols = -Dias,
    names_to = "Modelo",
    values_to = "Ajuste"
  )
plot_modelos <- function(dados1, curvas_long) {
  ggplot() +
    geom_point(data = dados1, aes(x = Dias, y = N_inorg), size = 2, color =
    geom_line(data = curvas_long,
              aes(x = Dias, y = Ajuste, color = Modelo),
              size = 1) +
    labs(
      x = "Tempo de decomposição (dias)",
      y = expression(N[ino] ~ "(mg kg"-1*)"),
      color = "Modelo"
    ) +
    scale_x_continuous(breaks = seq(0, 120, by = 20)) +
    theme_classic(base_size = 15) +
    theme(
      plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
      axis.title.x = element_text(size = 12, face = "bold"),
      axis.title.y = element_text(size = 12, face = "bold"),
      legend.position = "right"
    )
  }
}

```

```

g1 <- plot_modelos(dados1, curvas_long)
g1

# Nos casos de violação do pressuposto de homocedasticidade:
# Exemplos do experimento de campo, resíduo superficial.
mod_varExp <- gnls((N_inorg ~ N0*(1 - exp(-k*Dias))),
                  data = dados2,
                  start = c(N0 = 11, k = 0.05),
                  weights = varExp())
mod_varPower <- gnls(N_inorg ~ N0*(1 - exp(-k*Dias)),
                    data = dados2,
                    start = c(N0 = 11, k = 0.05),
                    weights = varPower())

#comparando os dois:
AIC(mod_varExp, mod_varPower) #escolhido: varExp
#Diagnostico do gráfico
plot(residuals(mod_varExp, type = "pearson") ~ fitted(mod_varExp))
abline(h = 0, lty = 2, col = "red")
summary(mod_varExp)
intervals(mod_varExp)
Rsq.ad(mod_varExp)
summary(mod_varExp)$sigma
# Usando ponderação:
# Diagnóstico inicial
dados2$fitted_mm0 <- fitted(mod7)
dados2$resid_mm0 <- residuals(mod7)
plot(dados2$fitted_mm0, dados2$resid_mm0^2, pch=16,
     xlab="Valores ajustados (fitted)", ylab="Resíduos2",
     main="Heterocedasticidade - Michaelis-Menten")
# Estimando o expoente da variância (alpha_hat)
fit_var_mm <- lm(log(resid_mm0^2) ~ log(fitted_mm0), data = dados2)
summary(fit_var_mm)

```

```

alpha_mm <- coef(fit_var_mm)[2] # Expoente estimado alpha_mm
# Criando pesos
dados2$w_mm <- 1 / (dados2$fitted_mm0 ^ alpha_mm)
# Ajuste ponderado
mod_mm_w <- nlsLM(N_inorg ~ (N0 * Dias) / (v + Dias),
                  data = dados2,
                  start = as.list(coef(mod7)),
                  weights = dados2$w_mm,
                  lower = c(0, 0))
summary(mod_mm_w)
confint(mod_mm_w)
# Diagnóstico pós-ponderação
resid_pad_mm <- residuals(mod_mm_w) * sqrt(dados2$w_mm)
plot(fitted(mod_mm_w), resid_pad_mm, pch=16,
     xlab="Fitted ponderado", ylab="Resíduo padronizado",
     main="Resíduos padronizados - Michaelis-Menten")
abline(h=0, lty=2)
AIC(mod7, mod_mm_w) # comparando modelos
Rsqa.ad(mod_mm_w)
summary(mod_mm_w)$sigma

# Repete-se o mesmo script para os demais tratamentos (experimento de cam
resíduo disposto superficialmente, experimento de laboratório - resíduo i
e disposto superficialmente).

```