



LAÍS MESQUITA SILVA

**Modelagem não linear do crescimento e acúmulo de
macronutrientes no feijoeiro cv. Jalo**

LAVRAS - MG

2014

LAÍS MESQUITA SILVA

**MODELAGEM NÃO LINEAR DO CRESCIMENTO E ACÚMULO DE
MACRONUTRIENTES NO FEIJOEIRO CV. JALO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador
Dr. Augusto Ramalho de Moraes

LAVRAS - MG
2014

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Coordenadoria de Produtos e
Serviços da Biblioteca Universitária da UFLA**

Silva, Laís Mesquita.

Modelagem não linear do crescimento e acúmulo
de macronutrientes no feijoeiro cv. Jalo/ Laís Mesquita Silva. – Lavras
: UFLA, 2014.

117p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Lavras, 2014.

Orientador: Augusto Ramalho de Moraes.

Bibliografia.

1. *Phaseolus vulgaris* L. 2. Análise de variância. 3. Modelo não
linear. 4. Curva de Crescimento. I.Universidade Federal de Lavras.
II. Título

CDD – 519.536

LAÍS MESQUITA SILVA

**MODELAGEM NÃO LINEAR DO CRESCIMENTO E
ACÚMULO DE MACRONUTRIENTES NO FEIJOEIRO
CV. JALO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 28 de julho de 2014.

Prof. Dr. Joel Augusto Muniz - UFLA

Prof. Dr. Agostinho Roberto de Abreu

Dra. Dâmiany Pádua Oliveira - UFLA

Prof. Dr. Messias José Bastos de Andrade - UFLA

Augusto Ramalho de Moraes

Orientador

LAVRAS - MG

2014

*À minha família, pelo amor, apoio, união, compreensão e força dedicados a todos
os momentos de minha vida.*

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida, por sua presença constante e força diária diante dos desafios da vida.

Aos meus pais, Paulo Afonso da Silva (in memoriam) e Maria Constança Costa Pinto Mesquita, pelo apoio, companheirismo, confiança e força como elementos essenciais para a realização deste sonho.

Ao professor Augusto Ramalho de Moraes, pela orientação e principalmente compreensão para a concretização deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária da UFLA, pelos ensinamentos transmitidos em cada disciplina.

Ao CNPq, pela concessão de bolsa de estudos.

*"Nenhum mal te sucederá, nem praga alguma chegará à tua tenda.
Porque aos seus anjos dará ordem a teu respeito, para te guardarem em todos os
teus caminhos."*

Salmo 91:10-11 - Bíblia Sagrada

RESUMO

Ao se quantificar um crescimento, seja ele animal ou vegetal, depara-se com o problema de encontrar uma equação que expresse o crescimento do ser vivo ao longo de um determinado espaço de tempo, de forma a permitir avaliar o desenvolvimento por meio de algum processo fisiológico. O objetivo deste trabalho é comparar os modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, através de um experimento na Universidade Federal de Lavras, com a cultivar Jalo, no qual foi empregado o delineamento em blocos casualizados, com três repetições, sendo os tratamentos dispostos em esquema fatorial 5×7 , envolvendo cinco populações de plantas (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas por ha^{-1}) e sete períodos (13, 23, 33, 43, 53, 63 e 73 dias após a emergência) de avaliação. Foram avaliados o peso da matéria seca e o crescimento do acúmulo de macronutrientes nas hastes, folhas, vagens e nos grãos. Pode-se observar que a interação entre os fatores População e Período foi não significativa (valor $p > 0,05$), o que implica que os efeitos principais dos fatores deveriam ser estudados isoladamente. Entretanto, realizou-se o desdobramento do efeito do Período dentro de cada População, com o objetivo de estudar o comportamento da matéria seca e do acúmulo de macronutrientes para cada combinação Período/População. Com este procedimento, por meio do critério de Akaike, o modelo de Verhulst foi o que apresentou melhor ajuste aos dados.

Palavras-chave: *Phaseolus vulgaris* L., análise de variância, modelo não linear, curva de crescimento.

ABSTRACT

During growth quantification, either animal or plant, it is common to come across an equation that describes the living being growth over time, and which allows assessing the development by means of a physiological process. The purpose of this study was to compare nonlinear models of Gompertz and Verhulst. The experiment was performed in the Federal University of Lavras, for the cultivar Jalo, using Completely Randomized Design with three replications, in 5 x 7 factorial scheme, involving five plant densities (75, 145, 215, 285 and 355 thousands of plants per hectare), and seven assessing periods (13, 23, 33, 43, 53, 63 and 73 days after emergency). We assessed the dry weight and the increasing of macronutrients accumulation in stems, leaves, pods and grains. We found that the interaction between population and assessment period was not statistically significant ($p > 0.05$), which makes us infer that the main effects of factors should be studied separately. However, we unfolded the period effect within each population, aiming to analyse the pattern of dry weight and the accumulation of macronutrients for each pair period/population. Therefore, by using the Akaike criterion, the Verhulst model was found to show the best adjustment to the data.

Key-words: *Phaseolus vulgaris* L., Analysis of Variance, Nonlinear model, Growth curve.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	Feijão	13
2.2	Modelos Lineares	16
2.3	Modelos Não Lineares	18
2.3.1	Modelo de Gompertz	20
2.3.2	Modelo de Verhulst	21
2.3.3	Outros modelos não lineares	22
2.4	Método de estimação dos parâmetros na regressão não linear .	23
2.4.1	Método iterativo de Gauss-Newton	24
2.4.2	Coeficiente de determinação	25
2.4.3	Coeficiente de determinação ajustado	26
2.4.4	CrITÉrio de informação de Akaike	26
3	MATERIAIS E MÉTODOS	27
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	31
4.1	Nitrogênio	31
4.2	Fósforo	42
4.3	Potássio	51
4.4	Cálcio	63
4.5	Magnésio	74
4.6	Enxofre	85

4.7	Matéria Seca	95
5	CONCLUSÃO	107
	REFERÊNCIAS	108
	ANEXOS	113

1 INTRODUÇÃO

O feijoeiro-comum (*Phaseolus vulgaris* L.) é uma das principais culturas agrícolas no Brasil e no mundo, sendo que o país se destaca como maior produtor mundial do grão. O feijão é um alimento referencial na dieta nutricional por proporcionar segurança alimentar às classes mais carentes da população, provendo proteínas, ferro e carboidratos como nutrientes. Mesmo possuindo características de cultura de subsistência, em pequenas propriedades e agricultura familiar, também vem aumentando a participação empresarial na produção nacional de feijão com o emprego de sistemas de produção com tecnologias mais eficientes, como cultivares melhoradas, irrigação e sementes de qualidade, entre outros.

Devido ao ciclo curto do feijoeiro, a modelagem de seu crescimento é importante para a alocação de práticas agrícolas mais eficientes, auxiliando na inferência sobre os processos fisiológicos, como na determinação de melhor época para adubação, entre outros (BENINCASA, 2003).

No decorrer da expansão do vegetal, assim como nos diversos períodos de desenvolvimento, é de essencial significância saber sobre os efeitos dos diversos tratamentos sobre as plantas no transcorrer do experimento. Por meio do estudo quantitativo do crescimento vegetal, pode-se estimar o efeito dos diferentes tratamentos, já que este tipo de estudo consiste na obtenção de medidas sequenciais do acúmulo de matéria orgânica no desenrolar das fases do vegetal (LUCCHESI, 1984). Dessa maneira, diferentes técnicas podem ser utilizadas para avaliar o experimento e na análise de crescimento faz-se o uso tanto dos modelos lineares quanto dos não lineares. Mas, os modelos não lineares têm sido muito aplicados principalmente por apresentarem parâmetros com interpretação biológica e permitirem aplicações práticas de suas características.

A descrição do crescimento por meio do acúmulo de biomassa ao longo do tempo é fundamental para o manejo adequado e detecção de fatores que afetam o desenvolvimento da planta. Na cultura do feijoeiro pouca ênfase tem sido dada na modelagem do acúmulo de nutrientes. Desse modo, o objetivo desse trabalho é modelar o crescimento em peso de matéria seca e em acúmulo de macronutrientes da cultivar de feijoeiro Jalo, por meio do ajuste de dois modelos não lineares, de Gompertz e Verhulst.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Feijão

O feijão (*Phaseolus vulgaris* L.) é uma das principais culturas produzidas no Brasil e no mundo. Possui propriedades técnicas e agronômicas que evidenciam um tipo de exploração agrícola tanto para pequenos como para grandes produtores. Há uma significativa infraestrutura de produção e fornecimento de insumos e máquinas para produção e colheita.

Na safra de 2012/2013 estimou-se a produção nacional em 2,83 milhões de toneladas, ocupando uma área de 3,09 milhões de hectares e com produtividade média de 914 kg.ha^{-1} . E entre os principais grupos estão o feijão carioca, o preto, o caupi ou feijão de corda e o rajado (COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO - CONAB, 2013)..

Alimento fonte de proteína vegetal, vitaminas do complexo B e sais minerais, ferro, cálcio e fósforo, o feijão é essencial por proporcionar segurança alimentar e nutricional e por atuar como suporte na dieta populacional. A ingestão do feijão varia de acordo com a região, o ambiente de moradia e poder econômico do consumidor. O consumo per capita do grão evidencia um aumento de 11,37%, pois em 2010 foi aproximadamente 17,06 Kg/habitante/ano (BARBOSA; GONZAGA, 2012) e em 2013, a média foi de 19 kg/habitante/ano (BRASIL, 2013).

O ciclo cultural do feijão é consideravelmente curto, variando em torno de 90 dias. No Brasil existem três safras. A primeira é caracterizada pelo alto índice de chuvas e conhecida como safra das águas e ocorre na região Centro-Sul de agosto a dezembro e, no Nordeste, de outubro a fevereiro. A segunda safra é chamada de safra da seca, pois ocorre no período com menor índice de chuva e

acontece de dezembro a março. A última safra se refere ao feijão irrigado, com a concentração de plantio, na região Centro-Sul, de abril a junho (BRASIL, 2013).

Sobre o crescimento da vagem, a temperatura e as chuvas exercem grande importância, uma vez que altas temperaturas influenciam prejudicialmente o florescimento e a frutificação do feijoeiro. As baixas temperaturas são capazes de provocar carência de flores e, assim, levar a um decréscimo de rendimento. Já nas regiões aptas para o cultivo, o florescimento acontece à medida que a temperatura do ar apresenta valores em torno de 21°C . O excesso ou déficit de água nos diferentes estágios da cultura afetam o rendimento em qualquer fase do ciclo, reduzindo a produtividade. Quanto à aplicação de água, faz-se necessário em intervalos de 5 a 10 dias, de acordo com a capacidade de armazenamento de água no solo, do estágio da cultura e da evapotranspiração (BARBOSA; GONZAGA, 2012).

Deve-se ter cuidado especial quanto à escolha da área e do solo, pois o feijoeiro é uma planta com raiz delicada e o maior volume de raízes está concentrado nos primeiros 20 cm de profundidade, sendo indicados solos com boa aeração, de textura areno-argilosa, rico de matéria orgânica e elementos nutritivos (BRASIL, 2013). Outro fato que afeta na escolha do solo é o tipo de cultura sendo este, estabelecido por semeadura convencional, direta ou por cultivo mínimo (BARBOSA; GONZAGA, 2012).

O feijoeiro é uma leguminosa hospedeira de várias doenças que variam de acordo com o ano, a época, o local e o tipo de cultivar utilizada, onde os seus procedentes são fungos, bactérias, vírus e nematoides. Barbosa e Gonzaga (2012) apresentam as principais doenças e seus agentes causadores. As principais doenças causadas por fungos na parte aérea, por exemplo, são Antracnose, Ferrugem e Mancha-angular e seus agentes causadores são *Colletotrichum lindemuthianum*,

Uromyces appendiculatus, *Pseudocercospora griseola*, respectivamente.

Como o feijoeiro é uma cultura de ciclo curto e pouco competitiva, com poucas raízes profundas, capaz de ser semeado em épocas distintas e plantado como agricultura de subsistência associada a outras culturas, possui peculiaridades que podem influenciar os resultados. Assim, analisar a taxa de absorção e a acumulação final dos nutrientes possibilita identificar as quantidades de nutrientes absorvidos e a absorção relativa, para utilização em considerável variação de populações, adubações e hábitos de crescimento de acordo com os dias após a emergência (ALBUQUERQUE, 2012). Estudar o efeito dos macronutrientes no crescimento, produção e composição mineral em partes distintas da planta é necessário também para adquirir dados confiáveis para comparação e verificação do estado nutricional, por meio da análise química do tecido (DANTAS; BERGAMIM FILHO; MALAVOLTA, 1979).

Os elementos químicos carbono (C), oxigênio (O), hidrogênio (H), nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca), magnésio (Mg) e enxofre (S) são denominados macronutrientes. São retirados tanto do ar e da água quanto do solo e são necessários em altas concentrações tanto pelo feijoeiro como para qualquer outra cultura. Cada elemento tem grande importância no desenvolvimento da planta e nos cultivos comerciais e o suprimento dos nutrientes P, K, Ca, Mg e S é proporcionado pelo uso de fertilizantes e corretivos no solo (RESENDE et al., 2005).

O Nitrogênio faz parte da composição das proteínas e é um dos elementos exigidos em maior quantidade pelas plantas. Sua deficiência acarreta diversos sintomas como o amarelamento (clorose), diminuição das folhas, baixo índice de proteína na semente e partes vegetativas, plantas raquíticas e angulosas, entre outros. A aplicação do Fósforo é feita em quantidades consideravelmente altas, é

essencial na formação e crescimento da raiz, sendo fundamental para o desenvolvimento das sementes e produção das plantas. O Potássio age de forma efetiva na ativação enzimática, fotossíntese, uso eficiente da água, formação de amido e síntese de proteínas, formação de amido e qualidade do produto final. O Cálcio é imprescindível em todas as culturas e tem papel decisivo no desempenho do processo de produção. Outro nutriente substancial nos sistemas enzimáticos é o Magnésio, que atua na fotossíntese e respiração. O Enxofre é importante e necessário na formação de aminoácidos e proteínas, para a fotossíntese e resistência ao frio (NUTRI-FATOS, 1996).

2.2 Modelos Lineares

Um pesquisador, ao planejar e realizar um experimento, busca estimar o efeito dos tratamentos baseando-se no material investigado. Em se tratando de situações onde o pesquisador depara-se com variáveis quantitativas e as relaciona com funções matemáticas denominadas de modelos lineares, é preciso encontrar uma analogia que descreva o comportamento de uma variável dependente em função de uma variável independente (FERNANDES, 2012).

De acordo com Rencher e Shaalje (2008), um modelo de regressão linear simples com n observações pode ser escrito como:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad (1)$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$.

Um meio de simplificar este modelo é mostrar que existe apenas um x para prever a resposta y e que o modelo seja linear em β_0 e β_1 . Logo,

$$E[y_i] = \beta_0 + \beta_1 x_i.$$

Para completar o modelo, podem ser feitas algumas pressuposições adicionais e suas seguintes provas:

- (i) $E[\varepsilon] = 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$, ou, equivalentemente, $E[y_i] = \beta_0 + \beta_1 x_i$;
- (ii) $var[\varepsilon_i] = \sigma^2$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$, ou, equivalentemente, $var[y_i] = \sigma^2$;
- (iii) $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ para todo $i \neq j$ ou, equivalentemente, $cov(y_i, y_j) = 0$.

Segue de (i) que, $E[\varepsilon] = 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$.

Então,

$$E[y_i] = E[\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i] \implies E[y_i] = E[\beta_0 + \beta_1 x_i] + E[\varepsilon_i].$$

Logo,

$$E[y_i] = \beta_0 + \beta_1 x_i.$$

Ou seja, y_i depende somente de x_i e que toda variação em y_i é aleatória.

Para (ii) temos que a $var[\varepsilon_i] = \sigma^2$. Assim,

$$var[y_i] = E[\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i]^2 - [E(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i)]^2 \implies var[y_i] = E[y_i^2] - E[y_i]^2$$

Portanto,

$$E[\varepsilon_i^2] - [E(\varepsilon_i)]^2 = \sigma^2.$$

Desta maneira, essa suposição mostra que a variância de ε_i ou de y_i não

depende dos valores de x_i e é conhecida como homocedasticidade ou homogeneidade de variâncias.

E para (iii), sejam $cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j]$ e $cov[y_i, y_j]$.

Então,

$$cov[y_i, y_j] = E[y_i \cdot y_j] - E[y_i]E[y_j]$$

o que implica

$$cov[y_i, y_j] = E[\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j] - E[\varepsilon_i]E[\varepsilon_j] = cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0.$$

Portanto, os ε' s ou os y' s são não correlacionados entre si.

2.3 Modelos Não Lineares

De acordo com Draper e Smith (1998), modelos não lineares são usados para descrever o comportamento do crescimento da dinâmica de nutrientes do solo ou de seres vivos, perda de água (secagem), degradação de forrageiras e velocidade de infiltração, entre outros processos que são analisados à medida que o tempo varia e que sejam necessários, de acordo com a área e problema específico, proporcionando estudos para cada situação e variável analisada, dentre outros.

Estes modelos são aplicados em vários campos de estudo e pesquisas com a Biologia, e estão relacionados com o desenvolvimento de vários organismos, a exemplo de plantas e animais. Em outros campos como química, engenharia e economia, os modelos não lineares também possuem aplicações. São considerados como mecanicistas e surgem como solução para fazer suposições por meio do tipo de crescimento e podem ser preditas equações para determinar o modelo de crescimento, ou pode ser empírico e escrito como algum polinômio apropriado.

Um modelo de regressão é considerado como não linear se pelo menos um de seus parâmetros aparece na forma não linear. Desta maneira, observe a equação de regressão não linear seguinte:

$$y_i = f(x_i, \beta) + e_i, \quad (2)$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$ e em que y_i representa cada variável resposta analisada, x_i e β representam o vetor de parâmetros a serem estimados, e_i representa a componente aleatória não observável independentemente distribuída com média zero e variância σ^2 e $f(x_i, \theta)$ é o modelo adotado, ou seja, o vetor de funções não lineares em β . A forma matricial pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_1, \beta) \\ f(x_2, \beta) \\ \vdots \\ f(x_n, \beta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}.$$

Observe que um modelo é não linear se empregar as derivadas parciais relativas a cada parâmetro e verifica-se por intermédio dos resultados se o parâmetro adotado como variável na derivação parcial encontra-se presente. Por exemplo, vamos considerar o modelo de Malthus, assim

$$f(x_i, \beta) = N_0 e^{rx}, \beta = (N_0, r)$$

Desta maneira,

$$\frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial N_0} = e^{rx} \quad e \quad \frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial r} = N_0 x e^{rx}.$$

Assim, tanto os modelos lineares quanto os não lineares que são deter-

minísticos podem ser reescritos como modelos estatísticos se adicionado o termo aleatório.

Dos vários modelos existentes, serão apresentados quatro modelos não lineares, ressaltando sua definição, propriedades e aplicação.

2.3.1 Modelo de Gompertz

Gompertz desenvolveu os principais estudos sobre mortalidade do século *XIX*. Em reconhecimento a muitos de seus estudos, no ano de 1819, tornou-se membro da Sociedade Real de Londres. Em 1825, no estudo *On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies*, apresentou uma lei que descrevia o crescimento geométrico da taxa de mortalidade. Este estudo apresentou um avanço em relação aos estudos de Thomas Malthus, voltado ao cálculo de anuidades e seguros contra morte. Com intenção de descrever o crescimento de tumores sólidos, Gompertz desenvolveu uma equação que pode ser usada para descrever o crescimento de uma população (DOMINGUES, 2011).

A equação de Gompertz (BOYCE; PRIMA, 1994) usada para descrever o crescimento de uma população vegetal é dada por:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = r\beta \ln \frac{\alpha}{\beta} \\ Y(0) = \beta_0 \end{cases} \quad (3)$$

em que, $Y(t)$ é o peso de matéria seca no tempo t ; α é o peso assintótico máximo que a planta pode atingir; r é a taxa de crescimento intrínseca da população ($r > 0$); β_0 é o peso de matéria seca no tempo $t = 0$.

Portanto, a resolução do problema de valor inicial (P.V.I.), conforme apre-

sentado em (2), fornece a solução como função do tempo que descreve a produção de matéria seca no instante t , dada por:

$$Y(t) = \alpha e^{(-e^{(\beta - rt)})}. \quad (4)$$

2.3.2 Modelo de Verhulst

Proposto pelo sociólogo belga Pierre François Verhulst, o modelo de Verhulst contínuo é uma modificação do modelo de Malthus e prevê que à medida que o tempo cresce, a população tende a um valor limite, ou seja, prediz fatores inibidores no crescimento da população. Este modelo foi usado e teve maior impacto no século XX para projetar a demografia americana pelos pesquisadores americanos R. Pearl e L. Reed (BASSANEZZI, 2002).

O modelo clássico de Verhulst (BASSANEZZI, 2002) é representado por:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = r\beta \ln(1 - \frac{\alpha}{\beta}) \\ Y(0) = \beta_0 \end{cases} \quad (5)$$

Assim, a resolução do problema de valor inicial (P.V.I.) apresentado em (4), fornece a solução como função do tempo que descreve a produção de matéria seca no instante t , dada por:

$$Y(t) = \frac{\alpha}{1 - (1 - \frac{\alpha}{\beta_0})e^{-rt}}. \quad (6)$$

2.3.3 Outros modelos não lineares

O biólogo austríaco K. Ludwing Von Bertalanffy expôs o primeiro modelo ao tentar descrever o crescimento animal com base nos processos metabólicos, por meio da análise do aumento do peso de peixes. A formulação do modelo é descrita como:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \alpha p^{2/3} - \beta y \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (7)$$

no qual, $y = y(t)$ é a massa do peixe em função do tempo t , y_0 é a massa inicial, α é a constante de anabolismo (representando a taxa de síntese de massa por superfície do animal) e β é a constante de catabolismo (que representa a taxa de diminuição da massa por unidade de massa) e o termo $y^{2/3}$ é proveniente de uma relação alométrica do peso com a área corporal a ser estimada.

Bassanezi (2002) apresenta o modelo de Von Bertalanffy para o crescimento em peso de corvinas como:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = \alpha Y^r - \beta Y \\ Y(0) = Y_0 \end{cases} \quad (8)$$

onde, são considerados os mesmos parâmetros para o estudo do crescimento em peso de perus e o termo r é proveniente de uma relação alométrica do peso com a área corporal a ser estimada, $0 < r < 1$. É importante observar que, de acordo com a espécie de animal e sua área corporal conhecida, o parâmetro alométrico r possui um valor próprio.

Daí, resulta no Problema de Valor Inicial (P.V.I.) como a solução em função do tempo que descreve o peso de perus no instante t , dada por:

$$Y(t) = \alpha(1 - \beta e^{-r t})^3. \quad (9)$$

O modelo apresentado por Brody (1945) para estimar o crescimento de animais domésticos é representado por:

$$Y(t) = \alpha(1 - \beta e^{-rt}) \quad (10)$$

onde, $Y(t)$ é o peso do animal a uma determinada idade t , α é o valor assintótico de $Y(t)$ (peso médio à maturidade), β é a constante de integração relacionada com os pesos iniciais (grau de maturidade do animal no nascimento), K é a taxa de variação da função exponencial (velocidade com que o animal se aproxima do tamanho adulto e r é o parâmetro que representa a forma da curva (LOAIZA-ECHEVERRI, 2013).

2.4 Método de estimação dos parâmetros na regressão não linear

Pereira et al. (2014) assumem que o método dos mínimos quadrados (MMQ) é um processo bastante aplicado na estimação dos parâmetros em modelos de regressão linear e não linear, porém, existem outros métodos que podem ser adotados, como o método dos momentos e da máxima verossimilhança.

Admitindo que a função esperança é contínua e possibilita a derivação de primeira e segunda ordens com relação aos parâmetros, a partir da equação 2 pode-se descrever a equação da soma de quadrados dos erros (SQ), que é dada por:

$$SQ = \sum_{n=1}^n [y_i - f(x_i, \beta)]^2.$$

Desta maneira, para se obter a soma de quadrados mínima, deriva-se a

equação da soma de quadrados de acordo com cada parâmetro e, em seguida, iguala-se a zero, obtendo-se um sistema de equações normais não lineares. Então, faz-se necessário o uso de métodos iterativos que auxiliam nos resultados, o método de Gauss-Newton ou método da linearização, o método Steepest-Descent ou método do gradiente e o método de Marquardt (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002).

2.4.1 Método iterativo de Gauss-Newton

Gallant (1987) expressa, por meio de uma propagação da série de Taylor, o método iterativo de Gauss-Newton, tal que é um dos algoritmos utilizados para obter as estimativas dos mínimos quadrados não lineares.

Considere-se $\beta^0 = [\beta_1^0, \beta_2^0, \dots, \beta_p^0]$ como conjunto de valores iniciais dos parâmetros em que p é o número de parâmetros do modelo e então, a partir dos valores iniciais e propagando em série de Taylor, tem-se que:

$$f(\beta) = f(\beta^0) + \frac{\partial f(\beta)^0}{\partial \beta}(\beta - \beta^0)$$

em que $\frac{\partial f(\beta)^0}{\partial \beta}$ é a matriz de derivadas parciais em relação a cada parâmetro β . Uma das maneiras de simplificar é substituir $\frac{\partial f(\beta)^0}{\partial \beta}$ por $F(\beta^0)$ e, reescrito matricialmente como:

$$\mathbf{Y} = f(\beta) = e,$$

$$\mathbf{Y} = f(\beta^0) + \frac{\partial f(\beta)^0}{\partial \beta}(\beta - \beta^0) + e,$$

$$\mathbf{Y} = f(\beta^0) + F(\beta^0)(\beta - \beta^0) + e.$$

A aproximação da soma de quadrados é

$$SQR = \|\mathbf{Y} - f(\beta^0) - F(\beta^0)(\beta - \beta^0)\|^2.$$

O valor que minimiza a soma de quadrados, β^* , pode ser encontrado usando-se a expressão

$$\beta^* = [F'(\beta^0)F(\beta^0)]^{-1}F'(\beta^0)[\mathbf{Y} - f(\beta^0)].$$

É importante enfatizar que uma das características deste método é que se a função esperança é linear o processo converge em uma única iteração e ao terminar este processo, faz-se necessário um novo ciclo se o critério de convergência não for admitido pelo pesquisador. O novo valor de β para o passo seguinte será $\beta^1 = \beta^0 + \beta^*$, e assim sucessivamente até que o critério seja satisfeito.

2.4.2 Coeficiente de determinação

O coeficiente de determinação (R^2) admite uma variação de valores entre zero e um, observa-se que, quanto mais próximo de 1 é considerável o melhor modelo e pode ser calculado por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT}$$

em que, SQR é a soma de quadrados dos resíduos e, SQT a soma de quadrados total.

2.4.3 Coeficiente de determinação ajustado

O coeficiente de determinação ajustado (R_a^2) pode ser calculado por:

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{(1-R^2).(n-i)}{n-p} \right]$$

sendo, R^2 o coeficiente de determinação; n é o número de observações; p o número de parâmetros do modelo e, i está relacionado com o intercepto da curva, assumindo valor 1 quando houver intercepto e 0 quando não houver (TERRA; MUNIZ; SAVIAN, 2010). Apresenta a mesma característica de R^2 para a escolha do melhor modelo.

2.4.4 Critério de informação de Akaike

O critério de informação de Akaike (AIC) pode ser calculado através da seguinte estatística:

$$AIC(p) = n.\ln \left(\frac{SQR}{n} \right) + 2p$$

em que, SQR é soma de quadrados dos resíduos; $\ln(.)$ é o operador logaritmo na base e ; n é número de observações e, p o número de parâmetros. O modelo que apresentar menor valor para o AIC é considerado o melhor (AKAIKE, 1974).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes de um experimento realizado na área experimental do Departamento de Agricultura (DAG) da Universidade Federal de Lavras (UFLA), com a cultivar de feijão Jalo. O delineamento foi em blocos casualizados, com três repetições, com os tratamentos dispostos em esquema fatorial 5x7, envolvendo cinco densidades de semeadura (75, 145, 215, 285 e 355 mil plantas ha^{-1}) e sete épocas de avaliação (13, 23, 33, 43, 53, 63, e 73 dias após a emergência - DAE) das plantas.

O município de Lavras está situado na região sul de Minas Gerais, à altitude de 918 metros e nas coordenadas de 21°14' de latitude S e 45°00' de longitude W, sendo o clima caracterizado como temperado chuvoso (mesotérmico) com inverno seco e verão chuvoso (DANTAS; CARVALHO; FERREIRA, 2007).

A parcela experimental foi constituída por quatro linhas de cinco metros de comprimento, com espaçamento de 0,5 metros entre linhas, perfazendo uma área de 10m². Como área útil da parcela foram utilizadas as duas linhas centrais (5m²). A semeadura adotada foi de maneira manual, não houve reparação do solo e o experimento não recebeu irrigação. As coletas foram realizadas a partir do 13º dia após a emergência das plantas, sendo amostradas de maneira aleatória cinco plantas da área útil, as quais foram retiradas por meio de corte a 1,0 cm do nível do solo, separando-se as partes das plantas em haste (H), folha (F), flor e vagem (V) e grãos (G). O material coletado, após ser embalado e etiquetado, foi posteriormente seco em estufa com circulação forçada de ar, com temperaturas variando de 65° a 70°C, até atingir um peso constante. Em seguida, o material foi pesado em balança de precisão, obtendo-se então o peso da matéria seca ao longo do ciclo de cultura. Os valores de cada parcela foram transformados e expressos em acúmulo de

massa seca por hectare ($kg.ha^{-1}$). As amostras de matéria seca foram trituradas e encaminhadas ao Laboratório de Análise Foliar, no Departamento de Ciências do Solo da UFLA, para avaliação dos teores e acúmulo dos macronutrientes, nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca), magnésio (Mg) e enxofre (S), sendo também expressos em acúmulo por hectare ($kg.ha^{-1}$).

Para cada variável mensurada, foram obtidos: o peso de massa seca das hastes (H), a soma da matéria seca das hastes e folhas (HF), a soma da matéria seca da haste mais folha mais flor e vagem (HFV) e o peso total da planta ($H + F + V + Grão = T$).

Os dados foram inicialmente submetidos à análise de variância, de acordo com o modelo linear:

$$y_{ijk} = \mu + \beta_j + \alpha_i + \gamma_k + \alpha\gamma_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

em que,

- μ é a constante associada a todas as observações;
- β_j é o efeito do j-ésimo bloco, $j = 1, 2, 3$;
- α_i é o efeito da i-ésima densidade de semeadura, $i = 75, 145, 215, 285, 355$;
- γ_k é o efeito do k-ésimo época de avaliação, $k = 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73$;
- $\rho\gamma_{ik}$ é o efeito da interação entre os fatores densidade de semeadura e época de avaliação;
- ε_{ijk} é o erro experimental aleatório, independentemente distribuído com média zero e variância σ^2 .

Tanto os dados de acúmulo de massa seca quanto os de macronutrientes das diferentes partes da planta (H, HF, HFV e T) foram submetidos à análise de va-

riância, sendo verificada a suposição de homogeneidade de variâncias pelo teste de Bartlett e a normalidade dos erros pelo teste de Shapiro-Wilk. Como o interesse era estudar o efeito das épocas de avaliação em cada densidade de semeadura, as análises foram realizadas conforme sugestão de Banzatto e Kronka (2006) e Pimentel-Gomes (2009) e para experimentos conduzidos em fatorial, de acordo com o esquema apresentado na Tabela 1.

TABELA 1 Esquema para análise de variância dos dados de matéria seca e do acúmulo de macronutrientes no feijoeiro (cv. Jalo) para estudo das épocas de avaliação dentro de cada densidade de semeadura.

FV	GL
Blocos	2
Densidade de Semeadura	4
Épocas de avaliação	6
Densidade x Época	24
Erro	68
Total	104

Para descrição do crescimento do feijoeiro em massa seca e do acúmulo dos macronutrientes em função da idade da planta, procedeu-se à análise de regressão para estudar o desenvolvimento das plantas em relação às épocas de avaliação (em dias após emergência) em cada densidade de semeadura, utilizando os modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, cujas expressões estão apresentadas na Tabela 2.

TABELA 2 Modelo de Gompertz e Verhulst e suas respectivas equações

Modelo	Equação
Gompertz	$y_t = \alpha e^{(-e^{(\frac{\alpha}{\beta}-rt)})} + \varepsilon$
Verhulst	$y_t = \frac{\alpha}{1-(1-\frac{\alpha}{\beta})e^{-rt}} + \varepsilon$

Em ambos os modelos da Tabela 2, tem-se:

- y_t apresenta o peso ou acúmulo de matéria seca (ha^{-1}) observado na e_Q -ésima época de avaliação;
- α peso assintótico máximo;
- β parâmetro de locação;
- r taxa de crescimento;
- t representa as épocas de avaliação, em dias após a emergência (DAE) das plantas;
- ε representa o erro experimental, com média zero e variância contante.

Para avaliação da qualidade de ajuste e comparação dos modelos de curvas de crescimento foi utilizado o critério de informação Akaike (AIC) e o coeficiente de determinação ajustado (R^2), sendo considerado como modelo mais adequado aquele que apresentar menor estimativa para AIC e maior R_a^2 .

As análises de variância e os ajustes dos modelos foram realizadas com a utilização do software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013), sendo utilizadas as funções `nls` (pacote `qpcR`), `aov` e `anova`.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Procedeu-se o desdobramento da interação densidade X épocas, estudando-se o efeito das épocas (DAE) em cada densidade de semeadura.

Em um primeiro momento, verificou-se que ocorreu efeito significativo dos dias após a emergência (DAE), ou épocas de avaliação, em algumas partes das plantas, haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Diante disso, foram calculadas as estimativas dos parâmetros dos modelos de Gompertz e Verhulst, visando seu ajuste. Foram calculados ainda o critério de informação de Akaike e o coeficiente de determinação ajustado para a comparação e avaliação destes modelos.

4.1 Nitrogênio

O nitrogênio é um importante nutriente, absorvido em maior quantidade por diversas culturas e de grande influência no rendimento dos grãos e demais processos fisiológicos como fotossíntese, respiração, desenvolvimento e atividade das raízes, absorção iônica de outros nutrientes, crescimento e diferenciação celular e genética (GAVA et al., 2010). O acúmulo de nitrogênio nas partes da planta foi afetado pelas densidades de semeaduras e épocas de avaliação. Nas Tabelas 3 e 4 são apresentadas, respectivamente, as análises de variância referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst para os dados relativos ao acúmulo de nitrogênio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Para ambos os modelos, observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% do DAE d. 75 para as variáveis H, HFV e T. Por outro lado, para o DAE d. 215 houve efeito significativo apenas para a variável T e para DAE d. 355 houve efeito significativo para as variáveis H, HF, HFV e T. Dentro das populações 145 e 285 mil plantas

não houve efeito significativo para nenhuma das variáveis respostas.

TABELA 3 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de nitrogênio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	85,5808*	951,0970*	886,0027*	1865,2007*
Densidade	4	69,2146*	1974,8866*	936,1637*	2009,7916*
DAE d. 75	6	20,0041	109,4591	293,7906	719,8613
Regressão	3	38,0151*	146,5350	445,1627*	4273,3010*
Desvio	3	1,9931	72,3832	142,4186	45,8665
DAE d. 145	6	11,1097	74,2228	182,0571	282,8206
Regressão	3	16,2996	62,7869	205,8172	537,2290
Desvio	3	5,9197	85,6588	158,2970	28,4122
DAE d. 215	6	8,2144	58,8588	198,7737	562,3226
Regressão	3	14,1689	28,1121	183,6778	1096,3887*
Desvio	3	2,2599	89,6055	213,8696	28,2567
DAE d. 285	6	5,6316	36,1830	114,7948	332,9151
Regressão	3	9,7131	18,4908	126,0135	662,9770
Desvio	3	1,5500	53,8752	103,5760	2,8572
DAE d. 355	6	59,6606*	273,7102*	886,2423*	2594,6143*
Regressão	3	92,2866*	274,1679*	1058,7930*	4537,2267*
Desvio	3	27,0346	271,2525	713,6917*	652,0027
Erro	68	12,9967	61,4209	136,5035	347,1088
CV (%)		83,84	60,22	66,81	80,74
Média		4,2982	13,0144	17,4889	23,0743

TABELA 4 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de nitrogênio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	85,5808*	951,0970*	886,0027*	1865,2007*
Densidade	4	69,2146*	1974,8866*	936,1637*	2009,7916*
DAE d. 75	6	20,0041	109,4591	293,7906	719,8613
Regressão	3	38,4719*	150,5523	458,5413*	1427,7920*
Desvio	3	1,5363	68,3660	129,0397	11,9305
DAE d. 145	6	11,1097	74,2228	182,0571	282,8206
Regressão	3	16,9316	64,2246	214,4362	542,5327
Desvio	3	5,2877	84,2212	149,6738	23,1085
DAE d. 215	6	8,2144	58,8588	198,7737	562,3226
Regressão	3	14,6634	28,3377	183,6778	1097,1873*
Desvio	3	1,7653	89,3799	213,8696	27,4580
DAE d. 285	6	5,6316	36,1830	114,7948	332,9151
Regressão	3	9,8962	18,5760	229,5896	663,2220
Desvio	3	1,3669	53,7901	129,3722	2,6080
DAE d. 355	6	59,6606*	273,7102*	886,2423*	2594,6143*
Regressão	3	94,6167*	280,3312*	1095,9897*	4610,9000*
Desvio	3	24,7045	267,0893*	676,4947*	578,3277
Erro	68	12,9967	61,4209	136,5035	347,1088
CV (%)		83,84	60,22	66,81	80,74
Média		4,2982	13,0144	17,4889	23,0743

Observa-se que o comportamento do acúmulo de nitrogênio ao longo das épocas (DAE) em cada densidade, por meio dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, mostrou efeitos significativos para a regressão e seus desvios (Tabelas 3 e 4). Para os desvios, é importante verificar que houve efeito significativo para o modelo de Gompertz relacionado a HFV e para o modelo de Verhulst em relação a HF e HFV, ambos na densidade de semeadura 355. Desta maneira, o modelo de regressão não está explicando o acúmulo de nitrogênio em função dos DAE

de modo adequado e assim, com a ajuda de outro modelo pode haver uma melhor explicação. A não significância dos DAE' s ou da regressão verificada em algumas densidades talvez possa ser devida à menor precisão experimental verificada para cada parte da planta.

Como não houve efeito significativo dos DAE em todas as densidades de semeadura, realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares de Gompertz e Verhulst, bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 5, 6, 7 e 8 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de acúmulo de nitrogênio nas diferentes partes da planta.

TABELA 5 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de nitrogênio da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	5,9375	6,0604	0,1804	19,0716	0,9458
	V	5,9697	0,0047	0,1986	17,2495	0,9509
145	G	4,5404	3,7059	0,1434	26,6917	0,7170
	V	4,5677	0,0179	0,1873	25,9015	0,7242
215	G	4,7611	2,3259	0,1122	19,9509	0,8346
	V	4,7126	0,0647	0,1709	18,2221	0,8684
285	G	4,4219	1,7835	0,1035	17,3117	0,8079
	V	4,3779	0,1665	0,1492	16,4318	0,8351
355	G	11,1016	2,4630	0,0972	37,3236	0,7160
	V	10,9065	0,1189	0,1502	36,6927	0,8351

TABELA 6 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de nitrogênio da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	15,5760	1,7664	0,0738	44,2176	0,5574
	V	15,2472	0,5458	0,1104	43,8179	0,5769
145	G	12,7096	1,8276	0,1262	45,3964	0,1633
	V	12,7589	0,6907	0,1557	45,2779	0,1871
215	G	12,3594	1,1893	0,1246	45,7117	-0,1358
	V	12,3773	1,8707	0,1398	45,6940	-0,1300
285	G	12,0391	1,7156	0,1849	42,1505	-0,1136
	V	12,0513	1,2420	0,1989	42,1393	-0,1091
355	G	26,2169	1,6720	0,1123	53,5165	0,2815
	V	26,2351	1,5871	0,1435	53,3569	0,3078

TABELA 7 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de nitrogênio da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	26,0688	2,1012	0,0632	48,9552	0,9266
	V	24,6456	0,3765	0,1066	48,2646	0,7182
145	G	19,0634	1,8324	0,0892	49,6951	0,4142
	V	19,0547	0,6690	0,1255	49,3032	0,4597
215	G	21,0929	1,1695	0,0634	51,8013	0,2396
	V	20,8680	1,9409	0,0889	51,5594	0,2954
285	G	19,2791	1,0278	0,0714	46,7259	0,3532
	V	19,1836	2,5123	0,0926	46,4952	0,3914
355	G	42,6161	1,7342	0,0766	60,2369	0,4558
	V	42,0752	1,5750	0,1127	59,8622	0,4914

TABELA 8 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de nitrogênio total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	T	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	484,7000	1,8550	134,8000	33,3336	0,9845
	V	79,5132	1,1101	0,0614	31,5975	0,9880
145	G	34,4971	1,4098	0,0428	37,6715	0,9287
	V	29,9649	1,3566	0,0809	36,2252	0,9429
215	G	52380,0000	2,2590	4107,0000	37,6331	0,9629
	V	146,7574	3,6231	0,0384	37,4324	0,9932
285	G	2848,0000	1,8540	5223,0000	21,5928	0,9936
	V	111,1000	4,9290	321,4000	20,9538	0,9942
355	G	123,7868	1,5922	0,0332	59,6041	0,8266
	V	90,9437	2,1897	0,0772	58,7648	0,9942

A partir dos resultados das Tabelas 5, 6, 7 e 8, observa-se que as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico indicam que, à medida que aumentou a densidade de semeadura, houve um aumento no acúmulo de nitrogênio e isto é fácil de se ver pelo modelo de Verhulst. Observe no modelo de Gompertz que as estimativas ficaram sobrestimadas, sendo assim, obtiveram maiores pesos assintóticos na variável T em 75, 215 e 285 (Tabela 8).

Temóteo et al. (2010) mencionam que a absorção de nutrientes difere de acordo com cada fase de desenvolvimento da planta, sendo superior com o florescimento, a formação e crescimento dos frutos. Portanto, a curva de acúmulo de nutrientes de diversas culturas, utilizada como parâmetro para recomendação de adubação, é uma boa indicação da necessidade de nutrientes em cada etapa de desenvolvimento da planta. Deste modo, menores valores para o parâmetro r ocorreram nas populações de 75, 145, 215 e 355 mil plantas para o acúmulo de

nitrogênio total (T), indicando que as plantas demoram mais para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio e, é claro, podendo elas atingirem maiores pesos ou produções.

De modo geral, observou-se que as estimativas do critério de informação de Akaike foram menores quanto ao ajuste do modelo de Verhulst, indicando que este modelo apresentou melhor qualidade de ajuste aos dados do feijão cv. Jalo em todas as variáveis (H, HF, HFV e T) e em suas respectivas densidades de semeadura.

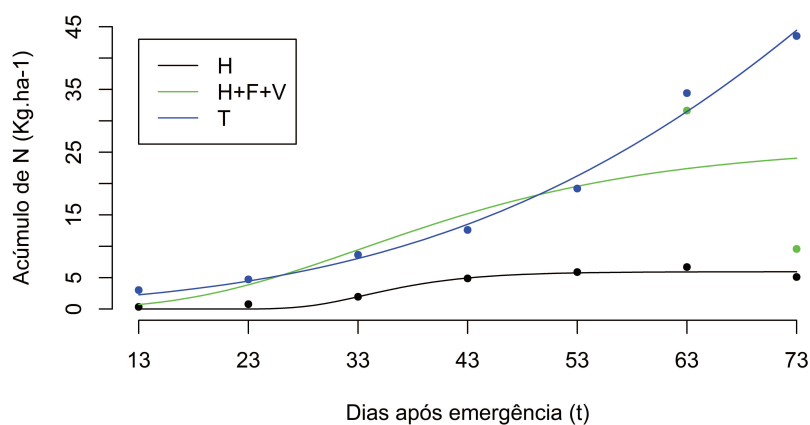


Figura 1 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de nitrogênio na haste (H), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

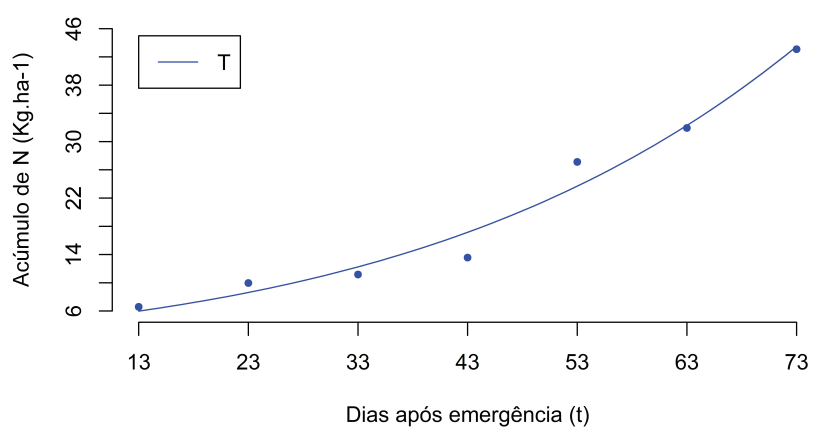


Figura 2 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de nitrogênio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

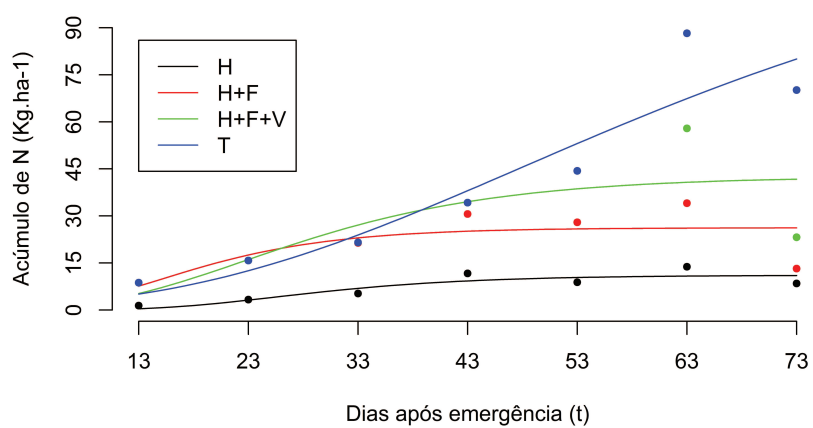


Figura 3 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de nitrogênio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

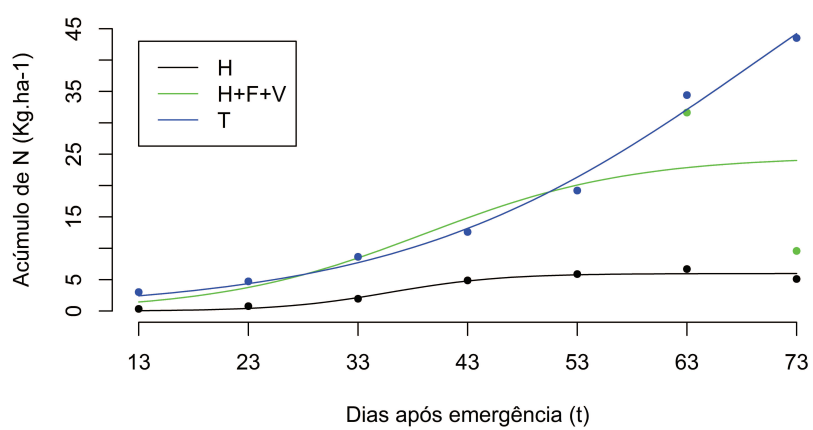


Figura 4 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de nitrogênio na haste (H), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

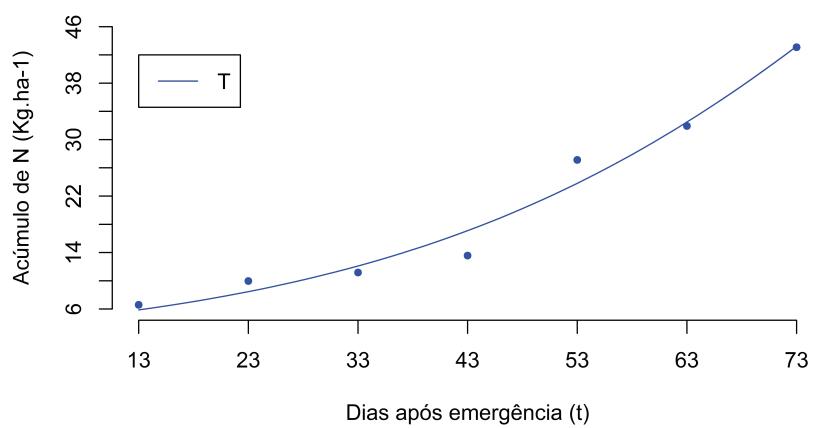


Figura 5 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de nitrogênio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

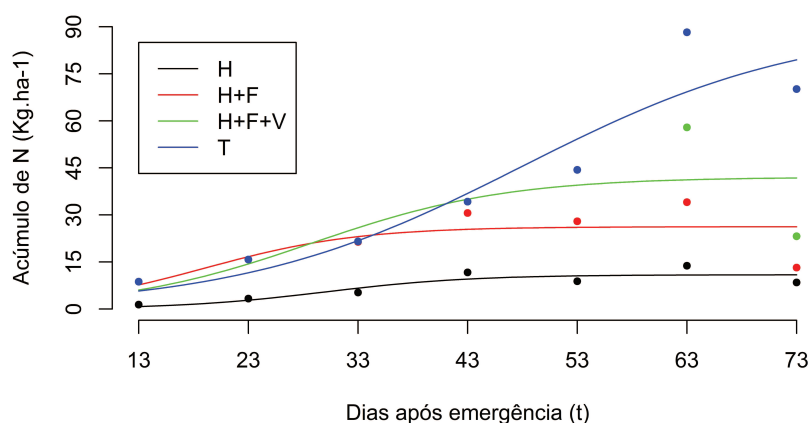


Figura 6 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de nitrogênio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

Por meio das médias do acúmulo de nitrogênio observadas em determinadas partes da planta e em diferentes épocas, obteve-se a curva média de crescimento em função dos dias após a emergência (DAE). Desta maneira, observa-se nas figuras 1 e 4, de acordo com os modelos de Gompertz e Verhulst e suas respectivas estimativas dos parâmetros, que com o passar dos dias houve aumento do acúmulo de nitrogênio em haste (H), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) na densidade 75. Nas figuras 3 e 5 para a densidade 215 observa-se que houve um aumento do acúmulo de nitrogênio apenas para a variável T, enquanto que para a densidade 355 houve um aumento do acúmulo de nitrogênio para todas as variáveis, em ambos os modelos.

Observe, no caso do modelo de Gompertz, que este modelo não é adequado pois, nas condições do presente trabalho, na variável T as estimativas $484,7 \text{ Kg.ha}^{-1}$ na densidade 75, 52380 kg.ha^{-1} na densidade 215 e 2848 kg.ha^{-1} na densidade

de semeadura 285 demonstram um grande acúmulo de nitrogênio e fez com que os modelos estimassem peso máximo assintótico acima dos valores coerentes para a cultura do feijoeiro.

Meira et al. (2005) concluíram que as doses de nitrogênio a serem usadas em cobertura no feijoeiro irrigado cultivado em plantio direto é de 164 kg.ha^{-1} , aplicada nas diferentes épocas após a semeadura, não interferindo nos componentes de produção e na qualidade fisiológica das sementes do feijoeiro e assim, aumenta-se a produtividade de grãos que está correlacionada com o número de vagens por planta.

4.2 Fósforo

Um dos nutrientes limitantes quanto à produtividade e qualidade fisiológica do feijoeiro, afetando o desenvolvimento da semente, é o fósforo (P). Sua capacidade de absorção é significativa, mas inferior à do nitrogênio (N). Quantidades menores de fósforo no solo são danosas para os vegetais, prejudicando o tamanho do grão, quantidade, viabilidade e principalmente no vigor da semente, afetando seu armazenamento e desempenho no campo (ZUCARELI et al., 2011).

Nas Tabelas 9 e 10 são apresentadas, respectivamente, as análises de variância referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst para os dados relativos ao acúmulo de fósforo da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Para ambos os modelos, observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% do DAE d. 75 e DAE d. 355 para as variáveis H, HFV e T, enquanto que para DAE d. 145, DAE d. 215 e DAE d. 285 não houve efeito significativo para nenhuma das variáveis resposta. É importante observar que não houve convergência em ambos os modelos de Gompertz e Verhulst em DAE d. 215 e DAE d. 285 para a variável T e desta maneira não foi possível encontrar as estimativas dos parâmetros relacionadas a estas populações ou densidades.

TABELA 9 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de fósforo da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	0,5193*	1,8197*	6,7043*	15,4840*
Densidade	4	0,5137*	3,7790*	11,0366*	21,2730*
DAE d. 75	6	0,2341*	1,2965*	4,5002*	12,4965*
Regressão	3	0,3804*	1,6629*	6,6896*	24,9012*
Desvio	3	0,0879	0,9300	2,3108	0,0919
DAE d. 145	6	0,0563	0,3755	1,8694	4,0764
Regressão	3	0,0922	0,3960	2,3299	7,7728
Desvio	3	0,0204	0,3550	1,4088	0,3802
DAE d. 215	6	0,0896	0,5562	2,6235	11,2160*
Regressão	3	0,1275	0,3059	2,7839	-
Desvio	3	0,0516	0,8065	2,4632	-
DAE d. 285	6	0,0466	0,3951	1,9765	7,5486
Regressão	3	0,0817	0,2829	2,2955	-
Desvio	3	0,0115	0,5072	1,6575	-
DAE d. 355	6	0,4113*	2,1520	12,9299*	34,0209*
Regressão	3	0,6295*	2,3281*	16,2572*	67,3388*
Desvio	3	0,1933	1,9759*	9,6026*	0,7020
Erro	68	0,0804	0,3695	1,4682	3,4148
CV (%)		78,17	57,58	72,54	78,05
Média		0,3629	1,0556	1,6704	2,3675

TABELA 10 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de fósforo da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	0,5193*	1,8197*	6,7043*	15,4840*
Densidade	4	0,5137*	3,7790*	11,0366*	21,2730*
DAE d. 75	6	0,2341*	1,2965*	4,5002*	12,4965*
Regressão	3	0,3872*	1,7114*	6,9003*	24,9537*
Desvio	3	0,0810	0,8815	2,1001	0,0393
DAE d. 145	6	0,0563	0,3755	1,8694	4,0764
Regressão	3	0,0953	0,4062	2,4494	7,7594
Desvio	3	0,0174	0,3448	1,2893	0,3936
DAE d. 215	6	0,0896	0,5562	2,6235	11,2160*
Regressão	3	0,1314	0,3112	2,9277	-
Desvio	3	0,0477	0,8012	2,3194	-
DAE d. 285	6	0,0466	0,3951	1,9765	7,5486
Regressão	3	0,0828	0,2843	2,3842	-
Desvio	3	0,0103	0,5059	1,5688	-
DAE d. 355	6	0,4113*	2,1520	12,9299*	34,0209*
Regressão	3	0,6476*	2,3806*	16,9515*	67,6005*
Desvio	3	0,1752	1,9234*	8,9082*	0,4403
Erro	68	0,0804	0,3695	1,4682	3,4148
CV (%)		78,17	57,58	72,54	78,05
Média		0,3629	1,0556	1,6704	2,3675

De acordo com o comportamento do acúmulo de fósforo em função das épocas (DAE), em cada densidade, por meio dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, apresentados nas Tabelas 9 e 10, verifica-se que houve efeito significativo à regressão e de seus desvios, em alguns casos. Observe que houve efeito significativo para o desvio por meio do modelo de Gompertz e Verhulst nas partes relacionadas a HF e HFV na densidade de semeadura 355. Portanto, o modelo de regressão não está explicando o acúmulo de fósforo em função dos DAE

de modo adequado e assim, com a ajuda de outro modelo pode haver uma melhor explicação sendo sancionado este problema. A não significância dos DAE' s ou da regressão verificada em algumas densidades talvez possa ser devida a menor precisão experimental verificada para cada parte da planta.

Como não houve efeito significativo dos DAE em todas as densidades de semeadura realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares de Gompertz e Verhulst, bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 11, 12, 13 e 14 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de acúmulo de fósforo nas diferentes partes da planta.

TABELA 11 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de fósforo da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	0,5995	4,6455	0,1302	-2,7801	0,7699
	V	0,5993	0,0006	0,1754	-3,3459	0,7707
145	G	0,3416	3,3512	0,1295	-12,9783	0,8048
	V	0,3421	0,0020	0,1729	-14,1311	0,8154
215	G	0,4439	2,1452	0,0960	-6,5025	0,6320
	V	0,4400	0,0098	0,1386	-7,0560	0,6475
285	G	0,3968	1,4897	0,0747	-17,0043	0,8256
	V	0,3883	0,0228	0,1087	-17,7519	0,8437
355	G	0,9229	2,5165	0,1007	2,7380	0,7128
	V	0,9127	0,0109	0,1488	2,0496	0,8437

TABELA 12 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de fósforo da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	1,4262	2,7781	0,0948	13,7355	0,5501
	V	1,4180	0,0134	0,1349	13,3611	0,5453
145	G	0,8980	2,0533	0,1239	6,99434	0,3318
	V	0,9006	0,0305	0,1614	6,7905	0,3542
215	G	1,0686	1,2246	0,1050	12,7383	-0,0719
	V	1,0699	0,1333	0,1251	12,6922	-0,0568
285	G	1,0530	1,9147	0,1624	9,4917	0,0423
	V	1,0542	0,0684	0,1871	9,4732	0,0457
355	G	2,2320	1,9597	0,1201	19,0110	0,3466
	V	2,2145	0,0851	0,1571	18,8226	0,0457

TABELA 13 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de fósforo da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	2,6767	4,2266	0,1092	20,1068	0,7031
	V	2,6512	0,0025	0,1611	19,4377	0,7158
145	G	1,7533	2,8148	0,1019	16,6428	0,5629
	V	1,7544	0,0127	0,1494	16,0224	0,5893
215	G	2,2432	1,6344	0,0642	20,5541	0,3780
	V	2,1883	0,0747	0,1026	20,1329	0,4436
285	G	2,0793	1,5424	0,0711	17,7810	0,4245
	V	2,0553	0,1023	0,1040	17,3961	0,4756
355	G	4,7032	2,4461	0,0856	30,0780	0,5458
	V	4,6454	0,0525	0,1305	29,5526	0,4756

TABELA 14 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de enxofre total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	T	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	33,0461	2,0880	0,0207	-2,4688	0,9947
	V	8,7384	0,0391	0,0816	-8,4091	0,9977
145	G	6,6476	1,5994	0,0266	7,4738	0,9309
	V	4,1189	0,1102	0,0667	7,7161	0,9261
215	G	-	-	-	-	-
	V	-	-	-	-	-
285	G	-	-	-	-	-
	V	-	-	-	-	-
355	G	28,8209	1,7226	0,0222	11,7678	0,9851
	V	13,0599	0,2162	0,0691	8,5021	0,9261

Com base nos resultados das tabelas 11, 12, 13 e 14, observa-se que as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico indicam que, à medida que se aumentou a população de plantas, houve aumento no acúmulo de fósforo e, isto é fácil de se ver pelo modelo de Verhulst. Observe que para o modelo não linear de Gompertz o peso assintótico indicou que as estimativas ficaram sobrestimadas nas densidades de semeadura 75 e 355.

Procópio et al. (2005) constataram que ao adicionar fósforo em feijão e soja não somente às culturas, ocasiona o incremento no crescimento e na absorção de nutrientes pelas plantas daninhas, espécie desejável como *Cenchrus ciliaris*. Além disso o feijão mostrou valores médios de fósforo três vezes superiores ao observado na soja.

A maneira como os insumos fosfatados são aplicados pode influenciar significativamente, pois os solos tropicais apresentam elevado poder de adsorção, en-

tão sua aplicação é mais vantajosa em solos onde há a precocidade de teores de fósforo disponível (SILVA et al., 2010). Menores valores para o parâmetro r ocorreram nas populações de 75, 145 e 355 mil plantas na parte da planta relacionada ao T, indicando a demora para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio e assim, podendo elas atingirem maiores pesos ou produções.

Observe, ainda que as estimativas do critério de informação Akaike foram menores quanto ao ajuste do modelo de Verhulst, indicando que este modelo apresentou melhor qualidade de ajuste aos dados de feijão cv. Jalo em todas as variáveis e em todas densidades ou populações.

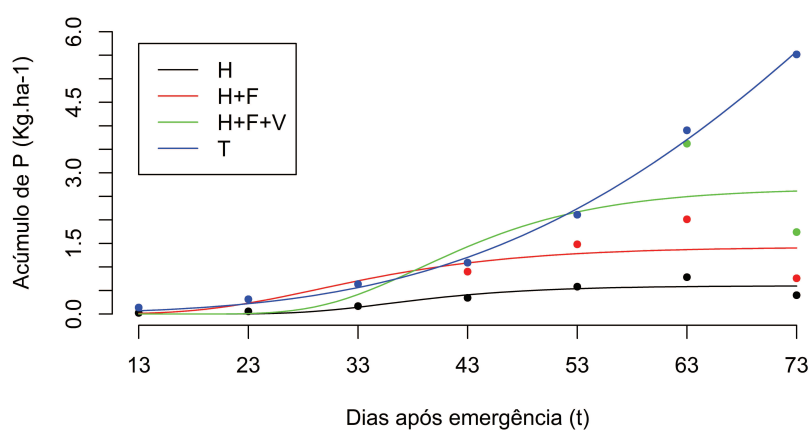


Figura 7 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de fósforo na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

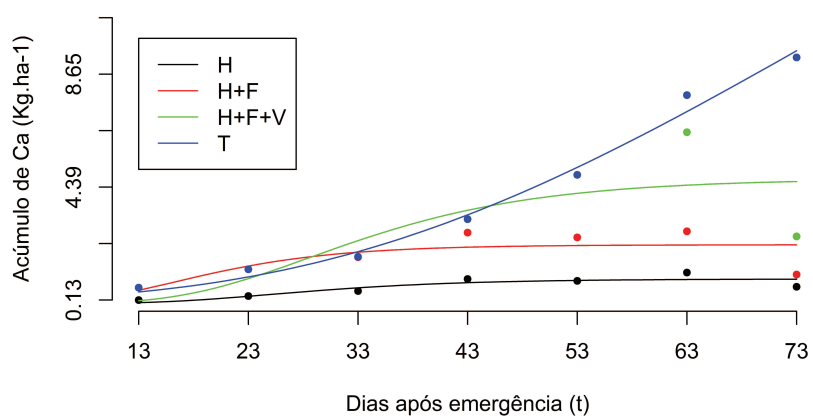


Figura 8 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de fósforo na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

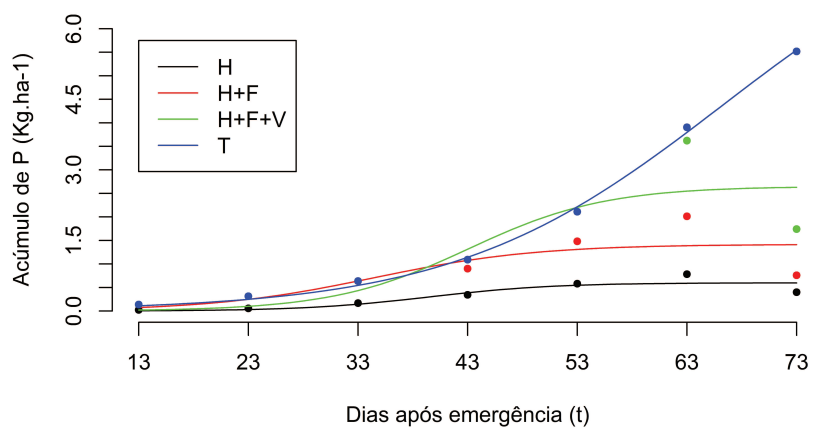


Figura 9 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de fósforo na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

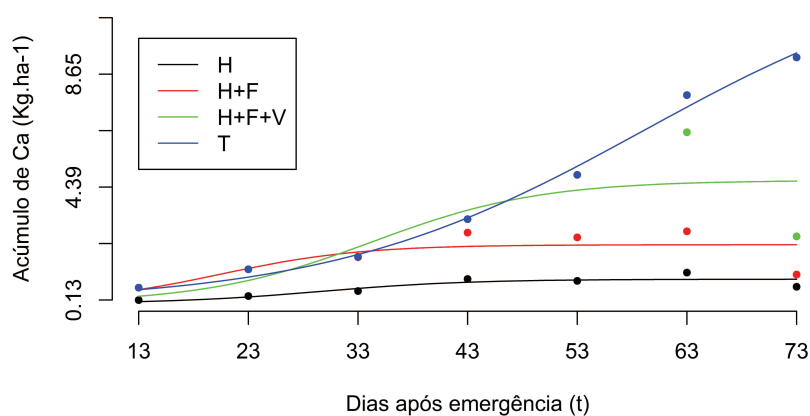


Figura 10 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de fósforo na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

Por meio das médias do acúmulo de fósforo observadas em determinadas partes da planta e em diferentes épocas, obteve-se a curva média de crescimento em função dos dias após a emergência (DAE). Desta maneira, de acordo com os modelos de Gompertz e Verhulst e suas respectivas estimativas dos parâmetros, observou-se nas figuras 7, 8, 9 e 10, que com o passar dos dias, houve aumento do acúmulo de fósforo em haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) nas densidades 75 e 355, em ambos os modelos.

4.3 Potássio

O potássio (K) é um nutriente importante e tem ação no metabolismo vegetal, exercendo grande papel na fotossíntese. É necessário como qualquer outro e está em posição intermediária de disponibilidade no solo entre o nitrogênio (N) e o fósforo (P). Sua escassez afeta intensamente o desenvolvimento vegetal, pois o crescimento passa a ser lento, reduz os primórdios ao aprimoramento das raízes, caules fracos e flexíveis, aumento de ataque a doenças e formação defeituosa de sementes e frutos (GUARESCHI et al., 2009).

Nas Tabelas 15 e 16 são apresentadas, respectivamente, as análises de variância referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst para os dados relativos ao acúmulo de potássio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Para ambos os modelos, observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% do DAE d. 75 e DAE d. 355 para as variáveis H, HF, HFV e T. Por outro lado, para DAE d. 145 houve efeito significativo apenas para a variável T. Para DAE d. 215 não houve convergência para ambos os modelos de Gompertz e Verhulst apenas em relação à variável HF e, desta maneira, não foi possível encontrar as estimativas dos parâmetros relacionadas, porém houve efeito significativo para as variáveis HFV e T. No modelo de Gompertz houve efeito significativo em DAE d. 285 para as variáveis HFV e T, e para o modelo de Verhulst em DAE d. 285 houve efeito significativo apenas para a variável T.

TABELA 15 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de potássio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	61,7678*	153,5983*	314,3830*	462,6604*
Densidade	4	54,7284*	217,2030*	414,6293*	702,3599*
DAE d. 75	6	20,3583*	54,9179*	167,1389*	338,9507*
Regressão	3	76,3319*	173,2683*	605,8900*	1326,5240*
Desvio	3	5,1013	46,4032	62,6654	29,2787
DAE d. 145	6	5,1116	23,0011	69,5965	145,0470
Regressão	3	18,4797	54,9066	236,28288	568,3073*
Desvio	3	1,9665	37,0979	42,1032	11,8806
DAE d. 215	6	7,6314	26,5579	88,7698	264,6433*
Regressão	3	9,3980	-	282,2276*	1017,9533*
Desvio	3	0,8251	-	72,8517	40,6196
DAE d. 285	6	4,5098	15,0131	48,0702	175,9807
Regressão	3	17,5482	19,5523	181,1759*	683,7730*
Desvio	3	0,4908	10,4740	11,1047	20,1497
DAE d. 355	6	48,4104	111,9367*	395,7902	1065,7446*
Regressão	3	168,2970*	332,1770*	1313,9417*	3709,9800*
Desvio	3	25,3447*	115,5697*	269,2191*	552,9970*
Erro	68	8,6523	22,2236	56,7253	111,0416
CV		86,38	59,95	66,49	73,40
Média		3,4052	7,8637	11,3274	14,3558

TABELA 16 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de potássio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	61,7678*	153,5983*	314,3830*	462,6604*
Densidade	4	54,7284*	217,2030*	414,6293*	702,3599*
DAE d. 75	6	20,3583*	54,9179*	167,1389*	338,9507*
Regressão	3	38,8409*	88,4126*	309,4783*	668,6050*
Desvio	3	1,8757	21,4231	24,7995	9,2964
DAE d. 145	6	5,1116	23,0011	69,5965	145,0470
Regressão	3	10,2231	27,8798	120,6572	286,1941
Desvio	3	9,3980	18,1224	18,5358	3,8999
DAE d. 215	6	7,6314	26,5579	88,7698	264,6433*
Regressão	3	13,8051	-	177,5396*	511,6817*
Desvio	3	1,4577	-	143,3008	17,6000
DAE d. 285	6	4,5098	15,0131	48,0702	175,9807
Regressão	3	8,6781	58,6583	90,1345	341,9007*
Desvio	3	0,3414	31,4206	6,0058	10,0607
DAE d. 355	6	48,4104	111,9367*	395,7902	1065,7446*
Regressão	3	84,3020*	166,8380*	665,8693*	1881,4983*
Desvio	3	12,5189	57,0353	125,7112	249,9908
Erro	68	8,6523	22,2236	56,7253	111,0416
CV		86,38	59,95	66,49	73,40
Média		3,4052	7,8637	11,3274	14,3558

Ao estudar o comportamento do acúmulo de potássio em função das épocas (DAE) em cada densidade, por meio dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst apresentados nas Tabelas 15 e 16, houve efeito significativo para regressão em alguns casos. Para o modelo de Gompertz, observe que houve efeito significativo para o desvio nas partes relacionadas a H, HF, HFV e T na densidade de semeadura 355; deste modo, o modelo de regressão não está explicando o acúmulo de fósforo em função dos DAE de modo adequado e assim, com a ajuda de

outro modelo pode haver melhor explicação. A não significância dos DAE' s ou da regressão verificada em algumas densidades talvez possa ser devida à menor precisão experimental verificada em todos os casos.

Como não houve efeito significativo dos DAE em todas as densidades de semeadura, realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares de Gompertz e Verhulst, bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 17, 18, 19 e 20 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de acúmulo de potássio nas diferentes partes da planta.

TABELA 17 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de potássio da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	6,2108	4,0110	0,1022	20,7983	0,9203
	V	6,0254	0,0048	0,1644	18,6466	0,9390
145	G	3,2277	3,3084	0,1224	14,1256	0,8831
	V	3,2094	0,0157	0,1717	12,8983	0,8921
215	G	4,3267	2,1100	0,0852	17,1725	0,8593
	V	4,2442	0,1051	0,1233	16,8818	0,8541
285	G	3,8971	1,5292	0,0711	4,4100	0,9578
	V	3,7409	0,2044	0,1080	6,7200	0,9379
355	G	11,5248	1,7621	0,0566	32,0197	0,8063
	V	10,8065	0,3502	0,0917	31,9344	0,9379

TABELA 18 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de potássio da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	10,4768	2,3728	0,0818	36,2533	0,7179
	V	10,2864	0,1423	0,1232	35,6951	0,9458
145	G	6,9030	2,5250	0,1450	34,6867	0,4294
	V	6,9019	0,1093	0,1968	34,5238	0,4285
215	G	-	-	-	-	-
	V	-	-	-	-	-
285	G	7,4694	6,2657	0,4802	30,6861	0,4768
	V	7,4706	0,0046	0,5244	30,6857	0,4768
355	G	17,1877	2,0389	0,1142	42,6409	0,6233
	V	17,0747	0,5470	0,1560	42,5498	0,6152

TABELA 19 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de potássio da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	21,0552	2,5213	0,0627	38,3564	0,8793
	V	19,0597	0,0972	0,1176	36,7195	0,9033
145	G	12,8289	2,0886	0,0803	35,5726	0,7958
	V	12,5712	0,2543	0,1225	34,6817	0,8177
215	G	16,3062	1,4211	0,0566	39,4107	0,7043
	V	15,6735	0,9142	0,0870	38,9773	0,7265
285	G	13,9429	1,2150	0,0631	26,2433	0,9111
	V	13,6609	1,3793	0,0859	26,7929	0,9922
355	G	32,6692	1,6906	0,0600	48,5604	0,7580
	V	31,1687	1,1198	0,0955	48,0817	0,9011

TABELA 20 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de potássio total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	T	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	58,2393	2,0788	0,0330	33,0298	0,9699
	V	33,9557	0,1859	0,0928	29,8511	0,9810
145	G	25,1236	1,6707	0,0415	26,7161	0,9705
	V	20,8082	0,5242	0,0838	23,7704	0,9806
215	G	96,5378	1,5255	0,0179	35,3215	0,9440
	V	39,6467	1,2483	0,0582	34,3209	0,9528
285	G	83,5300	1,7670	0,0069	30,4141	0,9568
	V	69,4718	2,5896	0,0364	30,4042	0,9568
355	G	79,0043	1,6632	0,0336	53,5992	0,8168
	V	57,4279	1,1537	0,0789	52,8937	0,8398

Pode-se observar, a partir dos resultados das tabelas 17, 18, 19 e 20, que as estimativas do parâmetro relativas ao peso assintótico indicam que, à medida que aumenta a população de plantas, há um aumento no acúmulo de potássio e, isto é fácil de se ver pelo modelo de Verhulst.

Menores valores para o parâmetro r ocorreram nas populações de 215 e 285 mil plantas, indicando que as plantas demoraram mais para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio das plantas e, é claro, podendo elas atingirem maiores pesos ou produções.

De modo geral, observou-se que as estimativas do critério de informação Akaike foram menores no ajuste do modelo de Verhulst, indicando que este modelo apresentou melhor qualidade de ajuste aos dados de feijão cv. Jalo, exceto na densidade de semeadura 285 nas variáveis H e HFV.

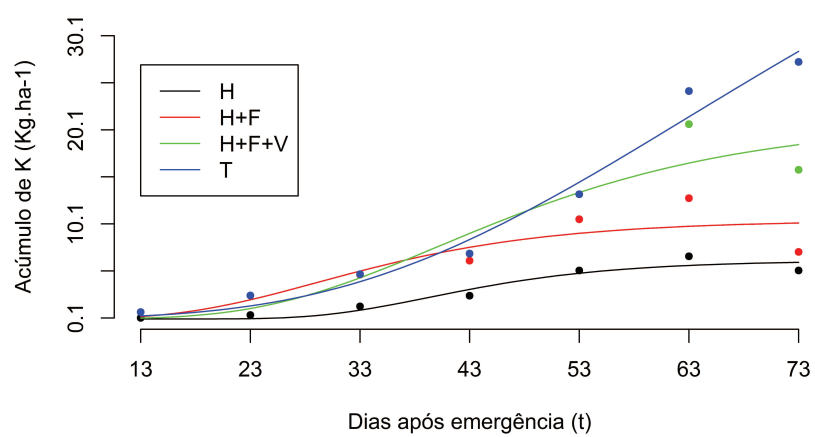


Figura 11 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

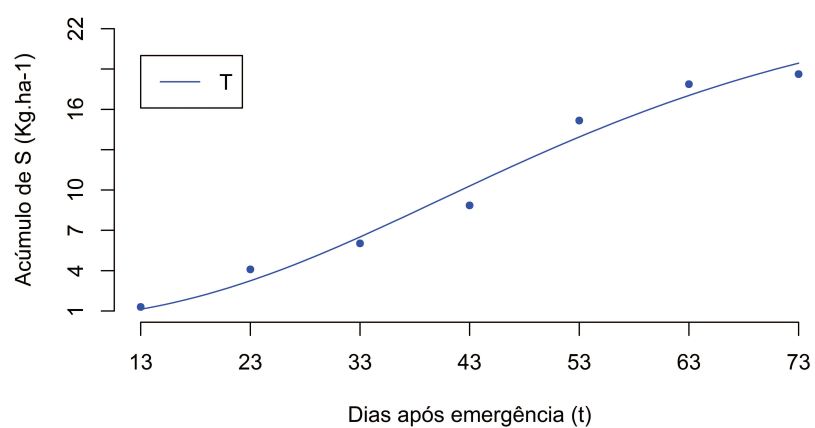


Figura 12 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de potássio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 145.

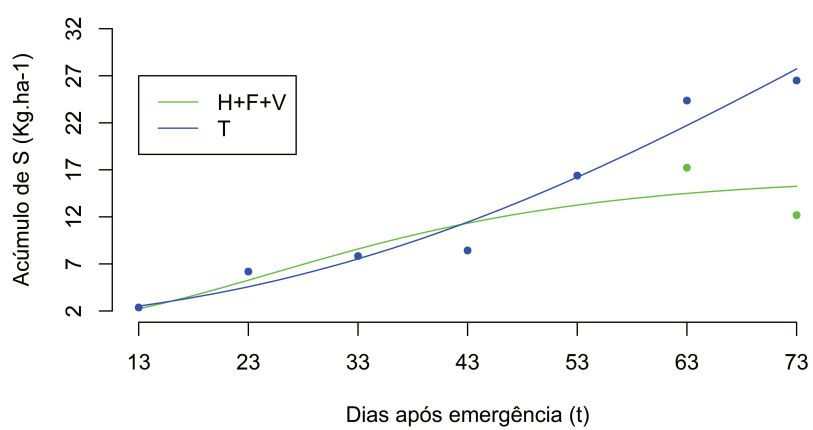


Figura 13 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

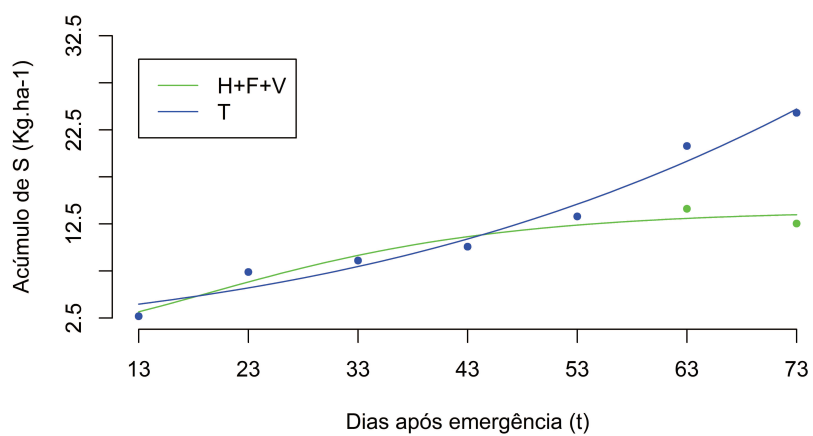


Figura 14 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 285.

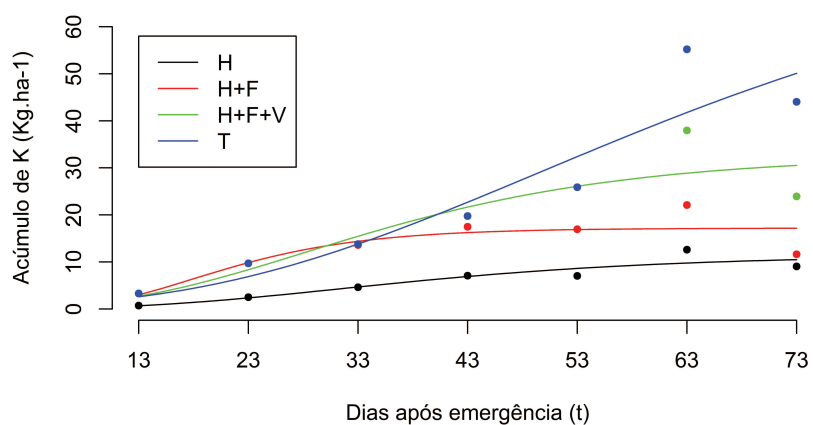


Figura 15 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

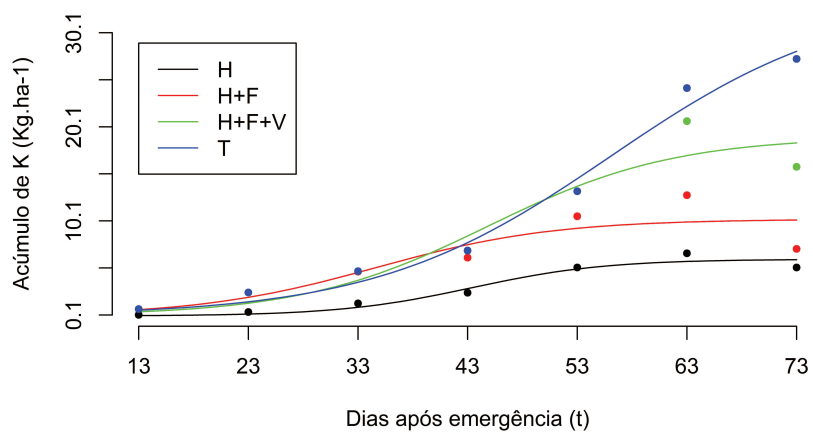


Figura 16 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

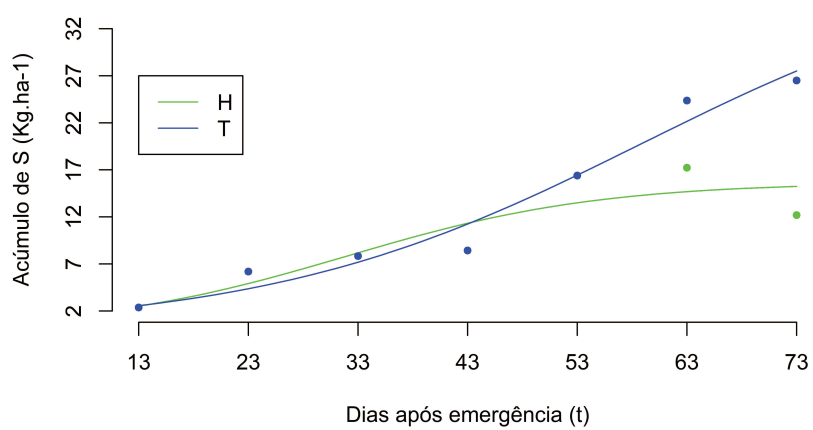


Figura 17 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

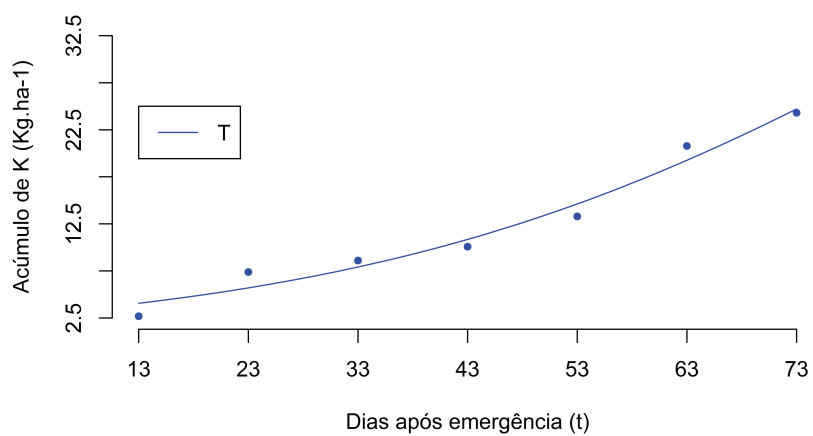


Figura 18 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de potássio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 285.

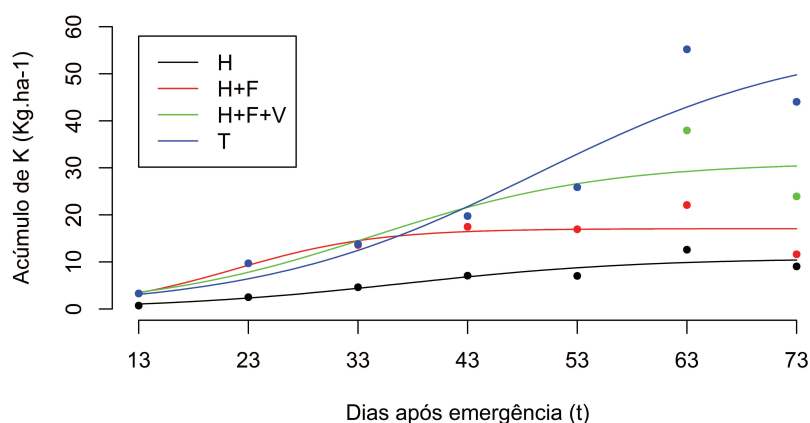


Figura 19 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de potássio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

Por meio das médias do acúmulo de potássio observados em determinadas partes da planta e em diferentes épocas de semeadura, obteve-se a curva média de crescimento em função dos dias após a emergência (DAE). Portanto, de acordo com os modelos de Gompertz e Verhulst e suas respectivas estimativas dos parâmetros, observa-se nas 11, 15, 16 e 19 que com o passar dos dias houve aumento no acúmulo de potássio em haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) nas densidades 75 e 355 em ambos os modelos. Na figura 12, referente ao modelo de Gompertz, observa-se acúmulo de potássio com o passar dos dias apenas na variável T. Nas figuras 13 e 17, referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst, respectivamente, observa-se acúmulo de potássio com o passar dos dias nas variáveis HFV e T na densidade 215. Na densidade 285, figura 14, pode ser observado acúmulo de potássio com o passar dos dias para as variáveis HFV e T apenas para o modelo de Gompertz, enquanto que para o modelo de Verhulst isto

acontece somente com a variável T na figura 18.

A quantidade de potássio (K) requerida pelo feijoeiro é bastante elevada e a absorção completa ao nutriente aplicado varia de 40 a 50 dias após a emergência devido a pouca frequência a resposta aos fertilizantes (LIMA et al., 2001).

Em Oliveira et al. (2007) os altos valores de adubação (K_2O) são explicados pelo baixo índice de potássio no solo e em seus estudos, a quantidade máxima de produção de vagens se correlacionou a 181 mg.dm^{-1} de K, deste modo, a probabilidade de sucesso de resposta do feijão-vagem após a empregabilidade de potássio será minimizada se o teor de K for 176 mg.dm^{-3} a quantidade disponível.

4.4 Cálcio

Responsável pela manutenção da integridade da membrana e da parede celular, os íons de cálcio estão relacionados com a preservação e a qualidade dos vegetais, processados e frescos (BUREN, 1980).

Nas Tabelas 21 e 22 são apresentadas, respectivamente, as análises de variância referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst para os dados relativos ao acúmulo de cálcio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Para ambos os modelos, observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% do DAE d. 75 e DAE d. 355 para as variáveis H, HF, HFV e T. Por outro lado, para DAE d. 145 e DAE d. 285 houve efeito significativo apenas para a variável T, enquanto que para DAE d. 215 não houve efeito significativo para nenhuma das variáveis.

TABELA 21 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de cálcio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	31,7881*	210,9539*	261,7656*	282,4402*
Densidade	4	26,8886*	249,1302*	340,2839*	423,3417*
DAE d. 75	6	11,1575	115,5294*	164,8966*	197,2736*
Regressão	3	20,4754*	170,1279*	261,0667*	316,4100*
Desvio	3	1,8397	60,9310	68,7266	78,1373
DAE d. 145	6	4,6269	90,1120	119,2639	145,1342
Regressão	3	8,8945	124,5700	178,8675	221,2366
Desvio	3	0,3592	55,6540	59,6602	69,0318
DAE d. 215	6	6,1285	68,0160	100,5180	130,4043
Regressão	3	11,4434	79,9631	136,0197	182,6713
Desvio	3	0,8135	56,0690	65,0163	78,1373
DAE d. 285	6	5,7996	47,0952	90,8536	131,5908
Regressão	3	10,0155	63,6816	132,3346	188,5114
Desvio	3	1,5838	30,5087	49,3726	74,6702
DAE d. 355	6	36,4090*	294,1246*	455,4861*	667,0143*
Regressão	3	53,3238*	368,7570*	617,4310*	866,4036*
Desvio	3	19,4942	219,4919*	293,5412*	465,6250*
Erro	68	7,4180	50,2321	69,0082	84,0352
CV (%)		103,56	76,83	77,62	79,28
Média		2,6299	9,2250	10,7023	11,5634

TABELA 22 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de cálcio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	31,7881*	210,9539*	261,7656*	282,4402*
Densidade	4	26,8886*	249,1302*	340,2839*	423,3417*
DAE d. 75	6	11,1575	115,5294*	164,8966*	197,2736*
Regressão	3	20,6082*	174,1613*	267,3701*	324,4033*
Desvio	3	1,7069	56,8975	62,4230	70,1439
DAE d. 145	6	4,6269	90,1120	119,2639	145,1342
Regressão	3	8,8509	128,9477	185,2233	228,4363*
Desvio	3	0,4028	51,2762	53,3044	60,8321
DAE d. 215	6	6,1285	68,0160	100,5180	130,4043
Regressão	3	11,2588	82,4363	140,8135	193,4747
Desvio	3	0,3327	53,5958	60,2225	67,3340
DAE d. 285	6	5,7996	47,0952	90,8536	131,5908
Regressão	3	9,9254	64,2511	134,8044	263,1816*
Desvio	3	1,6739	29,9392	46,9029	192,4371
DAE d. 355	6	36,4090*	294,1246*	455,4861*	667,0143*
Regressão	3	53,1703*	373,2777*	628,5570*	883,9733*
Desvio	3	19,6477	214,9712*	282,4151*	448,0550*
Erro	68	7,4180	50,2321	69,0082	84,0352
CV (%)		103,56	76,83	77,62	79,28
Média		2,6299	9,2250	10,7023	11,5634

Observe que o comportamento do acúmulo de cálcio ao longo das épocas (DAE), em cada densidade, por meio dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, mostrou efeito significativo para regressão e seus desvios (Tabelas 3 e 4). Para os desvios, é importante verificar que houve efeito significativo para o modelo de Gompertz e Verhulst, ambos relacionados a HF, HFV e T na densidade de semeadura 355. Desta maneira, o modelo de regressão não está explicando o acúmulo de cálcio em função dos DAE de modo adequado e, assim, com a

ajuda de outro modelo, pode haver uma melhor explicação. A não significância dos $DAE's$ ou da regressão, verificada em algumas densidades, talvez possa ser devido à menor precisão experimental verificada para cada parte da planta.

Como não houve efeito significativo dos DAE em todas as densidades de semeadura, realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares de Gompertz e Verhulst, bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 23, 24, 25 e 26 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de acúmulo de nitrogênio nas diferentes partes da planta.

TABELA 23 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de cálcio da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	7,3901	2,0972	0,0407	18,5108	0,8783
	V	5,5704	0,0451	0,0920	17,9864	0,8864
145	G	3,4127	2,0898	0,0680	7,0772	0,9415
	V	3,2115	0,0609	0,1109	7,8783	0,9291
215	G	4,1207	1,7499	0,0596	12,7985	0,8935
	V	3,8438	0,1384	0,0954	14,2304	0,8576
285	G	8,2395	1,2664	0,0219	17,4626	0,7812
	V	6,4707	0,4004	0,0444	17,8498	0,7618
355	G	10,5633	1,5699	0,0420	35,0346	0,5856
	V	9,4270	0,3770	0,0732	35,0895	0,7618

TABELA 24 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de cálcio da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	14,3759	2,8120	0,0778	43,0120	0,6551
	V	13,8980	0,0770	0,1248	42,5325	0,6658
145	G	12,0068	3,2736	0,1172	42,3778	0,6247
	V	12,0119	0,0489	0,1690	41,8044	0,6410
215	G	10,8598	2,1440	0,0919	42,4298	0,4468
	V	10,8302	0,2495	0,1297	42,1141	0,4614
285	G	10,4352	1,8792	0,0975	38,1699	0,5295
	V	10,3962	0,4316	0,1301	38,0380	0,5259
355	G	22,5777	2,1255	0,0882	51,9830	0,4687
	V	22,2880	0,5234	0,1271	51,8373	0,5254

TABELA 25 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de cálcio da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	17,9611	3,0101	0,0769	43,8547	0,7329
	V	17,1353	0,0580	0,1284	43,1813	0,7491
145	G	14,0628	3,5788	0,1185	42,8644	0,7075
	V	14,0133	0,0341	0,1743	42,0759	0,7257
215	G	13,6527	2,2860	0,0845	43,4662	0,5859
	V	13,5088	0,2066	0,1266	42,9301	0,6096
285	G	14,3330	1,8077	0,0746	41,5395	0,6173
	V	14,0859	0,4901	0,1097	41,1803	0,6342
355	G	28,6002	2,1981	0,0796	54,0179	0,5546
	V	28,0011	0,5069	0,1202	53,7474	0,6342

TABELA 26 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de cálcio total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	T	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	20,1868	3,0587	0,0745	44,7530	0,7478
	V	19,0063	0,0451	0,1294	43,9976	0,7682
145	G	15,5543	3,6560	0,1147	43,8857	0,7252
	V	15,4529	0,0402	0,1651	43,1147	0,7345
215	G	20,1869	3,0586	0,0745	44,7530	0,7478
	V	15,6322	0,2059	0,1201	43,7114	0,6684
285	G	17,3144	1,7509	0,0628	44,4353	0,6022
	V	16,6706	0,5344	0,0993	44,0573	0,6247
355	G	34,4862	2,1416	0,0692	57,2474	0,5171
	V	33,2837	0,5719	0,1096	56,9782	0,6247

A partir dos resultados das tabelas 23, 24, 25 e 26, observa-se que as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico indicam que, à medida que se aumentou a população de plantas, houve um aumento no acúmulo de cálcio e, isto é fácil de se ver pelo modelo de Verhulst. Menores valores para o parâmetro r indicam que as plantas demoram mais para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio das plantas e, é claro, podendo elas atingirem maiores pesos ou produções.

De modo geral, observou-se que a maioria das estimativas do critério de informação Akaike foram menores quanto ao ajuste do modelo de Verhulst, indicando que este modelo apresentou melhor qualidade de ajuste aos dados de feijão cv. Jalo em todas as variáveis e em suas respectivas densidades de semeadura. Porém, para o modelo de Gompertz, observa-se que as estimativas do critério de informação de Akaike foram menores nas densidades de semeadura 145, 215,

285 e 355 da H, a densidade de semeadura 75 da parte da planta relacionada a HF e a densidade de semeadura 215 para HFV.

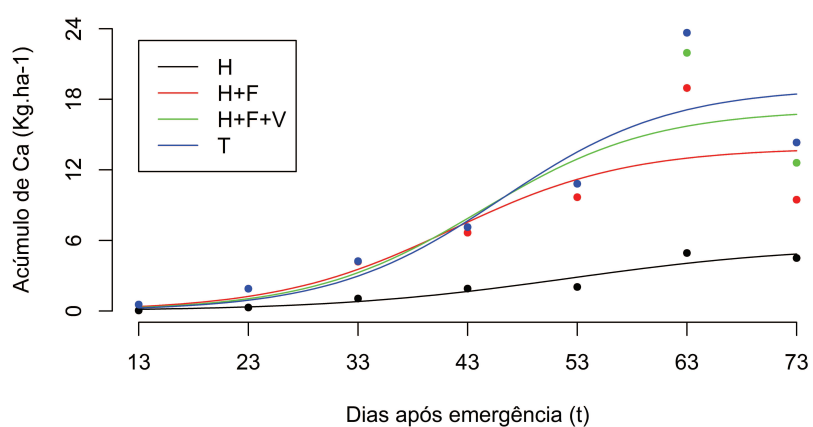


Figura 20 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de cálcio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

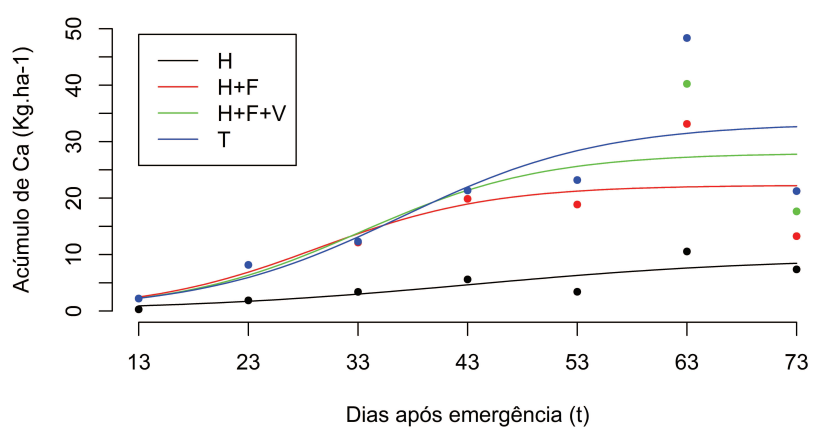


Figura 21 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de cálcio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

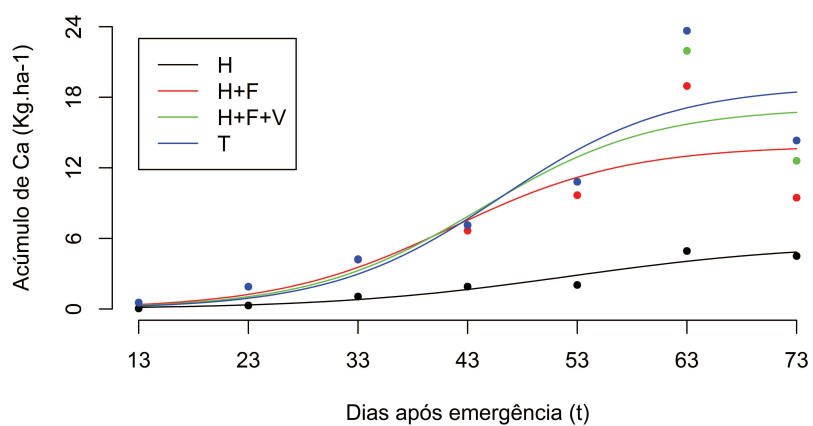


Figura 22 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de cálcio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

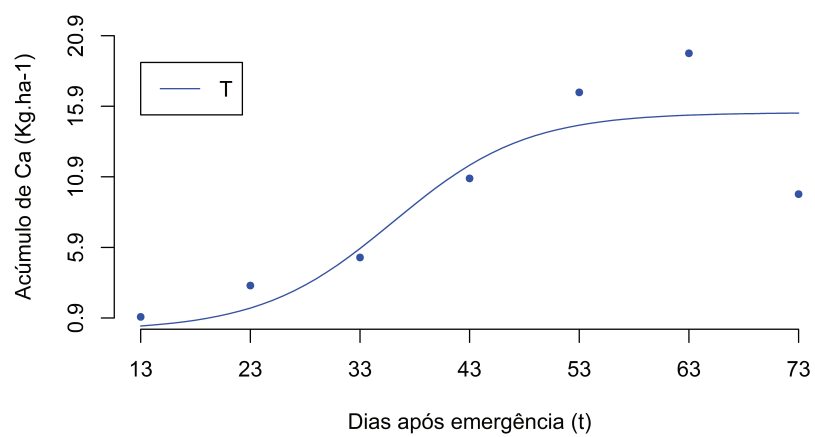


Figura 23 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de cálcio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 145.

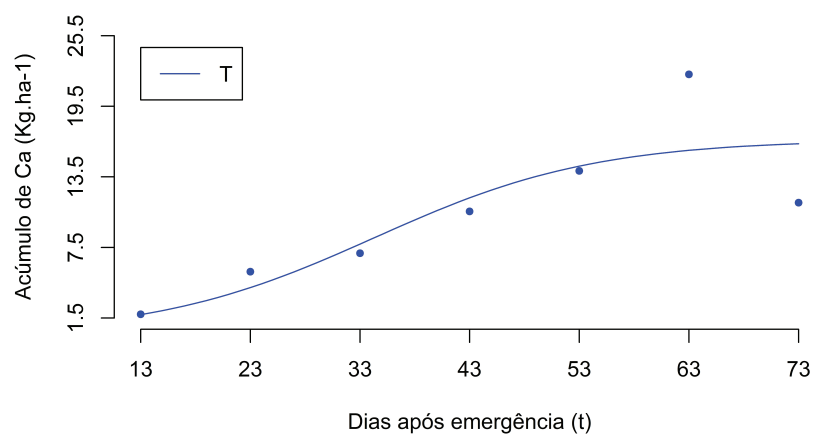


Figura 24 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de cálcio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 285.

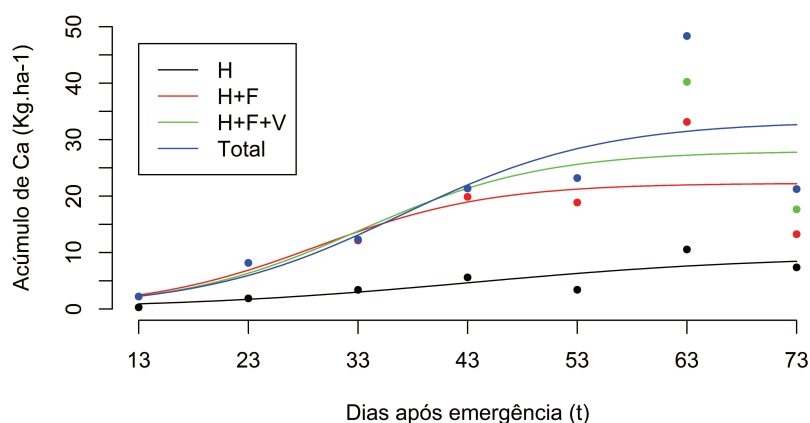


Figura 25 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de cálcio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

Por meio das médias do acúmulo de cálcio observadas em determinadas partes da planta e em diferentes épocas, obteve-se a curva média de crescimento em função dos dias após a emergência (DAE). Portanto, observa-se, conforme os modelos de Gompertz e Verhulst e suas respectivas estimativas dos parâmetros, nas figuras 20, 21, 22 e 25, que com o passar dos dias houve aumento do acúmulo de cálcio nas variáveis haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) na densidade 75 e 355 em ambos os modelos. Quanto ao modelo de Verhulst, pode-se observar nas figuras 23 e 24 nas densidades 145 e 285 que com o decorrer dos dias houve aumento do acúmulo de cálcio apenas na variável T.

O cálcio atua decisivamente no número de flores e vagens vingadas no feijoeiro, e mais de 50% da quantidade aplicada foram absorvidos pelas folhas, até duas horas após a aplicação, quando a fonte foi o cloreto de cálcio (MALAVOLTA; VITTI; OLIVEIRA, 1997; ROSOLEM; BOARETTO; NAKAGAWA, 1990).

A aplicação de cálcio via foliar não afetou os componentes da produção nem na produtividade do feijoeiro, porém interferiu na qualidade fisiológica das sementes, aumentando seu vigor (SILVA et al., 2006).

4.5 Magnésio

A falta de magnésio afeta no crescimento da planta pois muitas vezes a nutrição deste elemento é negligenciada. O seu papel principal é visível na formação de raízes, clorofila e na fotossíntese (CAKMAK; YAZICI, 2010).

Nas Tabelas 27 e 28 são apresentadas, respectivamente, as análises de variância referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst para os dados relativos ao acúmulo de magnésio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Para ambos os modelos, observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% do DAE d. 75 e DAE d. 355 para as variáveis H, HF, HFV e T. Por outro lado, para DAE d. 215 houve efeito significativo apenas para a variável T. Para DAE d. 285 houve efeito significativo quanto ao modelo de Gompertz apenas para a variável T.

TABELA 27 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de magnésio da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	2,1697*	9,1069*	13,9122*	36,6256*
Densidade	4	1,7623*	11,1190*	18,8162*	115,3040*
DAE d. 75	6	1,1060*	3,1571	6,7845	11,3726*
Regressão	3	2,0885*	5,0543*	11,9027*	21,3644*
Desvio	3	0,1235	1,2599	1,6662	1,3808
DAE d. 145	6	0,2567	1,3084	2,8982	4,8660
Regressão	3	0,4922	1,8415	4,7128	8,9524
Desvio	3	0,0213	0,7754	1,0837	0,7797
DAE d. 215	6	0,4921	1,9491	4,1369	8,2568
Regressão	3	0,9689	2,4063	6,5554	15,5579*
Desvio	3	0,0153	1,4919	1,7185	0,9558
DAE d. 285	6	0,5415	1,2981	3,4900	8,0108
Regressão	3	1,0340	2,0055	6,0956	14,5956*
Desvio	3	0,0490	0,5906	0,8843	1,4260
DAE d. 355	6	2,1154*	6,4815*	16,3237*	35,4727*
Regressão	3	3,7714*	9,6249*	25,7071*	57,6132*
Desvio	3	0,4594*	3,3381	6,9403	13,3322*
Erro	68	0,4651	1,5897	2,8790	4,5551
CV (%)		97,03	72,25	74,63	77,94
Média		0,7029	1,7451	2,2736	2,7382

TABELA 28 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de fósforo da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	2,1697*	9,1069*	13,9122*	36,6256*
Densidade	4	1,7623*	11,1190*	18,8162*	115,3040*
DAE d. 75	6	1,1060*	3,1571	6,7845	11,3726*
Regressão	3	2,1201*	5,1695*	12,1540*	21,6833*
Desvio	3	0,0918	1,1447	1,4149	1,0619
DAE d. 145	6	0,2567	1,3084	2,8982	4,8660
Regressão	3	0,4994	1,8919	5,7964	9,1495
Desvio	3	0,0141	0,7249	4,8742	0,5826
DAE d. 215	6	0,4921	1,9491	4,1369	8,2568
Regressão	3	0,9668	2,4492	6,7402	15,8011*
Desvio	3	0,0175	1,4489	1,5336	0,7126
DAE d. 285	6	0,5415	1,2981	3,4900	8,0108
Regressão	3	1,0297	1,9849	6,1392	14,7041
Desvio	3	0,0533	0,6112	0,8407	1,3175
DAE d. 355	6	2,1154*	6,4815*	16,3237*	35,4727*
Regressão	3	3,7709*	9,6268*	26,0926*	58,5759*
Desvio	3	0,4599	3,3362	6,5548	12,3695
Erro	68	0,4651	1,5897	2,8790	4,5551
CV (%)		97,03	72,25	74,63	77,94
Média		0,7029	1,7451	2,2736	2,7382

O comportamento do acúmulo de magnésio em função das épocas (DAE), em cada densidade, por meio dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, mostrou-se significativo para regressão e seus desvios em alguns casos (Tabelas 3 e 4). Para os desvios, é importante verificar que houve efeito significativo para o modelo de Gompertz relacionado a H e T na densidade de semeadura 355. Desta maneira, o modelo de regressão não está explicando o acúmulo de magnésio em função dos DAE de modo adequado e, assim, com a ajuda de outro modelo pode

haver uma melhor explicação. A não significância dos DAE' s ou da regressão verificada em algumas densidades talvez possa ser devido à menor precisão experimental verificada para cada parte da planta.

Como não houve efeito significativo dos DAE em todas as densidades de semeadura, realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares de Gompertz e Verhulst, bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 29, 30, 31 e 32 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de acúmulo de magnésio nas diferentes partes da planta.

TABELA 29 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de magnésio da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	2,04357	2,8222	0,0553	-0,3973	0,9250
	V	1,6246	0,0022	0,1250	-2,4696	0,9445
145	G	0,7807	2,5644	0,0754	-12,7111	0,9460
	V	0,7396	0,0055	0,1262	-15,5743	0,96620
215	G	1,1944	1,8789	0,0598	-15,0008	0,9767
	V	1,1081	0,0279	0,0999	-14,0923	0,9718
285	G	5,3179	1,4241	0,0147	-6,8643	0,9289
	V	2,6268	0,1168	0,0418	-6,2727	0,9208
355	G	3,3191	1,5103	0,0342	8,7996	0,8227
	V	2,6732	0,1009	0,0683	8,8066	0,9208

TABELA 30 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de magnésio da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	2,5560	2,4768	0,0723	15,8613	0,7385
	V	2,4485	0,0216	0,1185	15,1898	0,7545
145	G	1,6083	2,3565	0,1026	12,4631	0,6083
	V	1,6062	0,0278	0,1442	11,9919	0,6228
215	G	2,0395	1,9042	0,0985	17,0440	0,4561
	V	2,0387	0,0806	0,1310	16,8394	0,4638
285	G	2,0508	1,9880	0,1272	10,5572	0,6507
	V	2,0419	0,0889	0,1626	10,7981	0,6185
355	G	3,9319	2,0459	0,1062	22,6815	0,6156
	V	3,9166	0,1346	0,1408	22,6775	0,6185

TABELA 31 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de magnésio da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	4,0814	2,7469	0,0669	17,8177	0,8434
	V	3,7473	0,0151	0,1205	16,6731	0,8627
145	G	2,4121	2,7149	0,0931	14,8062	0,7737
	V	2,3790	0,0167	0,1438	13,6774	0,8020
215	G	3,1428	1,9072	0,0724	18,0340	0,7216
	V	3,0671	0,0762	0,1128	17,2372	0,7547
285	G	3,3523	1,4243	0,0619	13,3832	0,8120
	V	3,2560	0,2091	0,0908	13,0295	0,8212
355	G	6,1449	1,8756	0,0722	27,8052	0,6967
	V	5,9924	0,1749	0,1095	27,4052	0,7108

TABELA 32 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de magnésio total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFVG	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	7,1066	2,4475	0,0476	16,5025	0,9195
	V	5,4342	0,0169	0,1103	14,6642	0,9381
145	G	3,5205	2,3701	0,0669	12,5018	0,8986
	V	3,2825	0,0279	0,1176	10,4621	0,9220
215	G	5,8290	1,6954	0,0427	13,9270	0,9201
	V	4,8662	0,1072	0,0875	11,8716	0,9418
285	G	7,0526	1,3346	0,0312	16,7277	0,8691
	V	5,5197	0,2796	0,0650	16,1739	0,8812
355	G	10,5419	1,7402	0,0467	32,3751	0,7345
	V	9,2791	0,2151	0,0882	31,8504	0,8812

A partir dos resultados das Tabelas 29, 30, 31 e 32, observa-se que as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico indicam que, à medida que se aumentou a densidade de semeadura, houve um aumento no acúmulo de magnésio e, isto é fácil de se ver pelo modelo de Verhulst.

Menores valores para o parâmetro r indicam que as plantas demoram mais para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio das plantas e, é claro, podendo elas atingirem maiores pesos ou produções.

De modo geral, observou-se que a maioria das estimativas do critério de informação Akaike foram menores quanto ao ajuste do modelo de Verhulst, indicando que este modelo apresentou melhor qualidade de ajuste aos dados de feijão cv. Jalo em todas as variáveis e em suas respectivas densidades de semeadura. Porém, para o modelo de Gompertz, observou-se que as estimativas do critério de informação de Akaike foram menores nas densidades de semeadura 215, 285 e

355 para a H e a densidade de semeadura 285 para a parte da planta relacionada a HF.

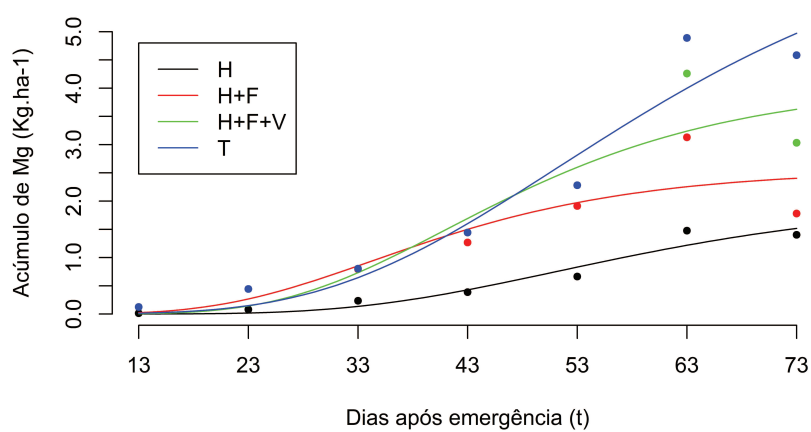


Figura 26 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de magnésio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

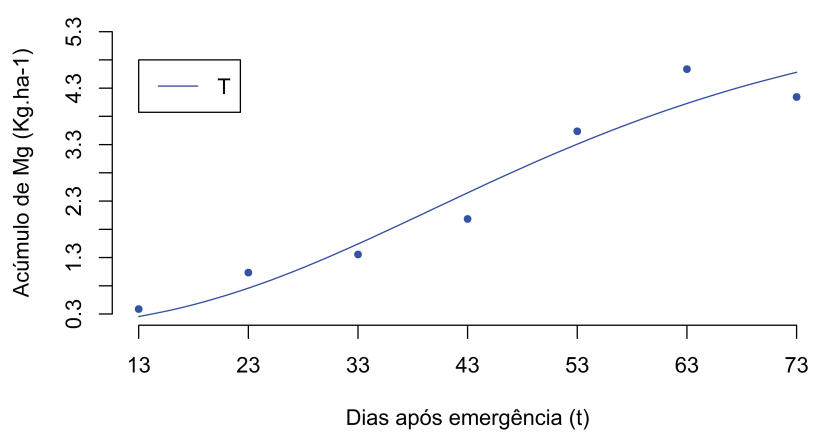


Figura 27 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de magnésio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

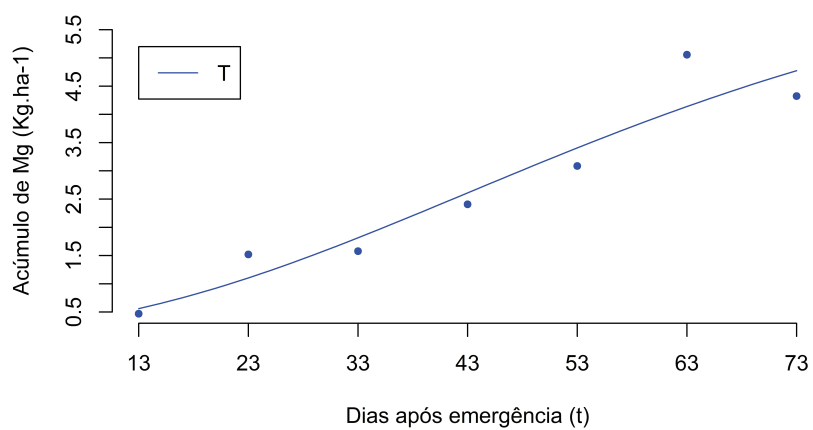


Figura 28 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de magnésio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 285.

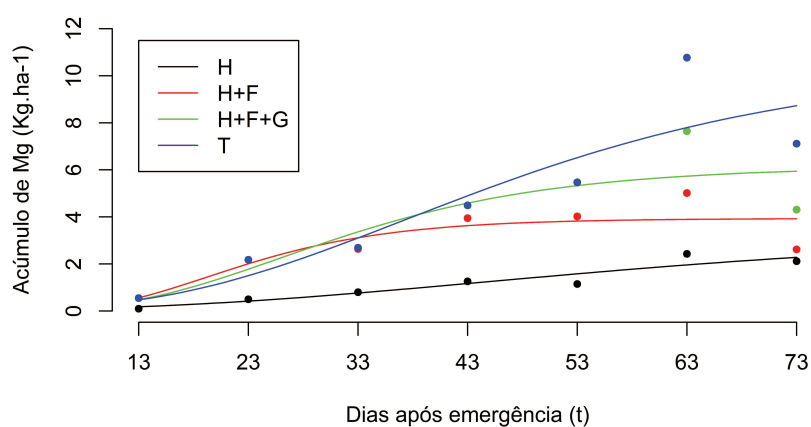


Figura 29 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de magnésio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

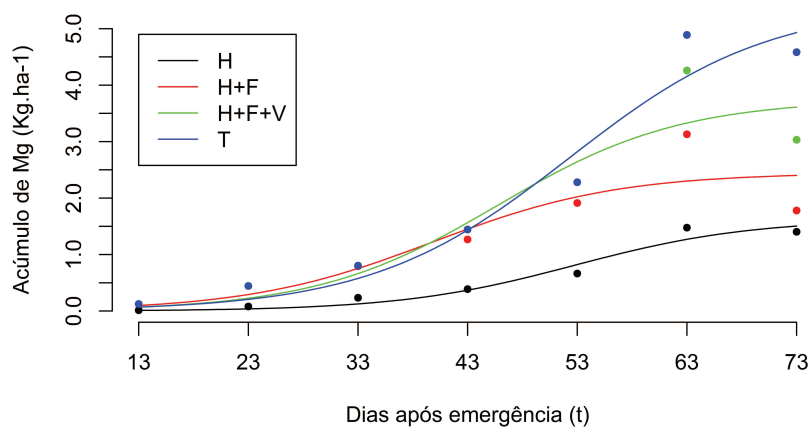


Figura 30 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de magnésio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

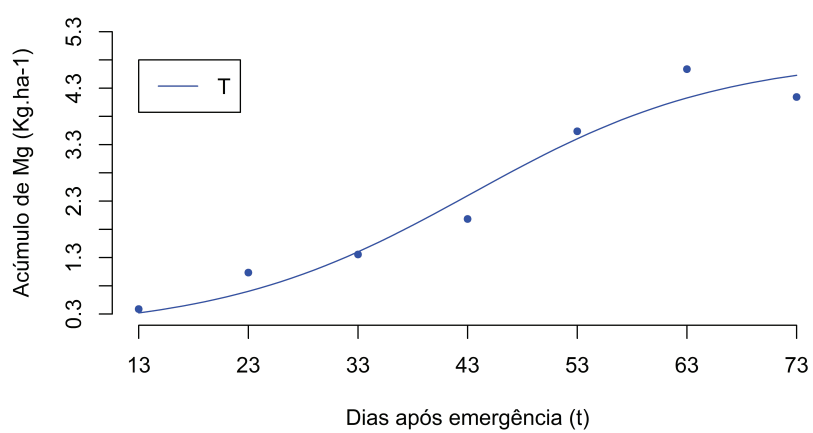


Figura 31 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de magnésio total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

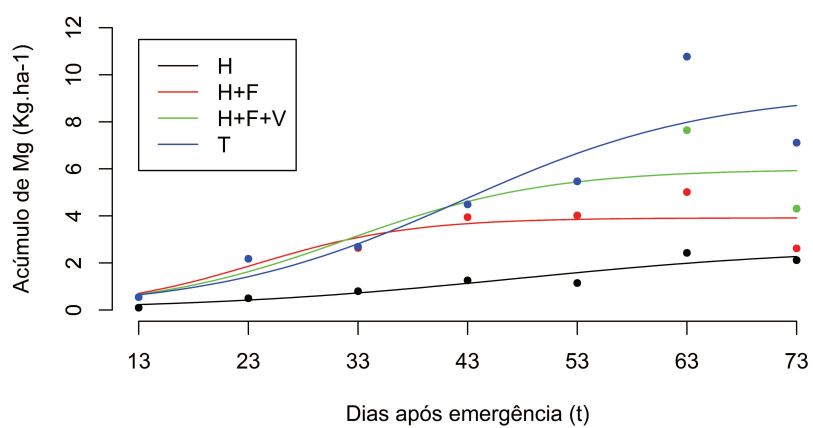


Figura 32 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de magnésio na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

Por meio das médias do acúmulo de magnésio observadas em determina-

das partes da planta e em diferentes épocas, obteve-se a curva média de crescimento em função dos dias após a emergência (DAE). Portanto, observa-se, conforme os modelos de Gompertz e Verhulst e suas respectivas estimativas dos parâmetros, nas figuras 26, 29, 30 e 32, que com o passar dos dias houve aumento do acúmulo de magnésio nas variáveis haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) na densidade 75 e 355 em ambos os modelos. Nota-se que para a densidade 215 nas figuras 27 e 31 ocorre aumento do acúmulo de cálcio com o passar dos dias apenas para a variável T, tanto no modelo de Gompertz quanto no modelo de Verhulst, enquanto na densidade 285 na figura 28 pode ser observado. À medida que transcorreram os dias houve aumento no acúmulo de magnésio somente para apenas para a variável T no modelo de Gompertz.

Dantas, Bergamim Filho e Malavolta (1979) avaliaram que as plantas de feijão macassar (*Vigna sinensis* (L.) Endl.), cultivadas em solução nutritiva com omissão de magnésio, começaram a apresentar sinais de deficiência desse nutriente a partir do 40º dia de instalação do ensaio e o número total de folhas, a área das folhas mais novas, o volume das raízes e o crescimento do caule estavam reduzidos. Mesmo com o florescimento das plantas, não houve formação de frutos.

Com base na avaliação dos parâmetros estudados, pode-se sugerir que, para o *Phaseolus vulgaris* L. cv Carioca e nas condições do experimento, o nível de 2,4 ppm de magnésio foi suficiente para manter o desenvolvimento adequado dos feijoeiros (BOARO et al., 1996).

4.6 Enxofre

O fornecimento de enxofre (S) pode afetar significativamente a qualidade fisiológica das sementes devido ao estado nutricional das plantas e com o feijoeiro, não é diferente, pois trata-se de uma leguminosa que apresenta altos teores de proteínas, exigindo quantidades elevadas de enxofre relacionadas aos processos enzimáticos e reações de oxirredução (CÉSAR et al., 2008).

Nas Tabelas 33 e 34 são apresentadas, respectivamente, as análises de variância referentes aos modelos de Gompertz e Verhulst para os dados relativos ao acúmulo de enxofre da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T), desta maneira observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% para algumas variáveis e suas respectivas densidades de semeadura. Pode ser observado, quanto ao modelo de Gompertz, que houve efeito significativo em DAE d. 75 para as variáveis HFV e T, DAE d. 215 para a variável H e em DAE d. 355 para as variáveis H, HF, HFV e T. Quanto ao modelo de Verhulst, houve efeito significativo em DAE d. 75 para as variáveis H, HFV e T, DAE d. 215 somente para a variável T e DAE d. 355 para as variáveis H, HF e HFV. Observa-se que em DAE d. 285 não houve convergência para ambos os modelos, de Gompertz e Verhulst, apenas para a variável HF e, desta maneira, não foi possível encontrar as estimativas dos parâmetros relacionadas a esta população.

TABELA 33 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de enxofre da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	0,7189*	4,5096*	5,0773*	6,8457*
Densidade	4	0,8255*	4,5242*	6,6682*	9,1438*
DAE d. 75	6	0,2622*	0,8851	1,4906	3,0340
Regressão	3	0,5186	1,7199	2,9726*	5,9319*
Desvio	3	0,0058	0,0503	0,0086	0,1361
DAE d. 145	6	0,1130	0,4978	0,8235	1,0808
Regressão	3	0,2077	0,7430	1,3507	2,0667
Desvio	3	0,0183	0,2526	0,2964	0,0950
DAE d. 215	6	0,6128*	1,0124	1,5338	2,2839
Regressão	3	0,8625*	1,0844	1,9202	4,1909
Desvio	3	0,3630	0,9404	1,1474	0,3769
DAE d. 285	6	0,1441	0,6973	0,7756	1,0205
Regressão	3	0,2740	-	1,2201	1,8401
Desvio	3	0,0143	-	0,3312	0,2008
DAE d. 355	6	0,7253*	1,9156*	3,7899*	7,3179
Regressão	3	1,3872*	3,3249*	6,6878*	13,6831*
Desvio	3	0,0633	0,5062	0,8920	0,9527
Erro	68	0,1907	0,7150	1,0117	1,5406
CV (%)		91,78	66,67	67,53	72,88
Média		0,4758	1,2682	1,4896	1,7031

TABELA 34 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do acúmulo de enxofre da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	0,7189*	4,5096*	5,0773*	6,8457*
Densidade	4	0,8255*	4,5242*	6,6682*	9,1438*
DAE d. 75	6	0,2622*	0,8851	1,4906	3,0340
Regressão	3	0,5157*	1,7114	2,9673*	5,9236*
Desvio	3	0,0008	0,8815	0,0139	0,1443
DAE d. 145	6	0,1130	0,4978	0,8235	1,0808
Regressão	3	0,2097	0,4062	1,3922	2,0880
Desvio	3	0,0163	0,3448	0,2548	0,0737
DAE d. 215	6	0,6128*	1,0124	1,5338	2,2839
Regressão	3	1,2255*	0,3112	1,9264	4,1853*
Desvio	3	0,8915*	0,8012	1,1411	0,3825
DAE d. 285	6	0,1441	0,6973	0,7756	1,0205
Regressão	3	0,2711	-	1,2242	1,8370
Desvio	3	0,0172	-	0,3271	0,2039
DAE d. 355	6	0,7253*	1,9156*	3,7899*	7,3179
Regressão	3	1,3711*	2,3806*	6,7004*	13,6014
Desvio	3	0,0794	1,9234	0,8794	1,0344
Erro	68	0,1907	0,7150	1,0117	1,5406
CV (%)		91,78	66,67	67,53	72,88
Média		0,4758	1,2682	1,4896	1,7031

Observe que o comportamento do acúmulo de enxofre no decorrer das épocas (DAE) em cada densidade por meio dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst mostrou-se significativo à regressão para o caso em que as épocas também foram significativas (Tabelas 33 e 34). Como os desvios de regressão foram não significativos, é importante destacar que o modelo de regressão está explicando adequadamente o acúmulo de enxofre em função dos DAE de modo apropriado. A não significância dos DAE' s ou da regressão verificada em algu-

mas densidades talvez possa ser devido à menor precisão experimental verificada para cada parte da planta.

Como não houve efeito significativo dos DAE em todas as densidades de semeadura realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares, de Gompertz e Verhulst, bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 35, 36, 37 e 38 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de acúmulo de enxofre nas diferentes partes da planta.

TABELA 35 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de enxofre da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	1,3370	1,8900	0,0346	-21,8202	0,9830
	V	0,9787	0,0154	0,0758	-19,0026	0,9730
145	G	0,4772	3,3565	0,1163	-13,7662	0,9026
	V	0,4646	0,0010	0,1899	-14,5553	0,9078
215	G	1,1599	2,3963	0,0606	7,1518	0,6240
	V	1,0654	0,0066	0,1132	6,5688	0,6583
285	G	0,8242	1,2442	0,0384	-15,5087	0,9232
	V	0,7305	0,0559	0,0651	-14,1878	0,9018
355	G	2,1314	1,3181	0,0311	-5,0769	0,9306
	V	1,8094	0,1140	0,0562	-3,4881	0,9018

TABELA 36 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de enxofre da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	1,6827	1,6827	0,0545	-6,6882	0,9577
	V	1,5254	0,0496	0,0953	-5,6950	0,9486
145	G	1,1514	2,3372	0,1302	4,6128	0,6646
	V	1,1517	0,0198	0,1833	3,9091	0,6997
215	G	1,4993	1,8472	0,1133	13,8138	0,3133
	V	1,4855	0,0601	0,1572	13,7824	0,3102
285	G	-	-	-	-	-
	V	-	-	-	-	-
355	G	2,5283	2,0927	0,1252	9,4784	0,8080
	V	2,5119	0,0701	0,1741	9,1784	0,3102

TABELA 37 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de enxofre da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	2,3012	1,7591	0,0488	-19,0173	0,9957
	V	2,0245	0,0541	0,0887	-15,6792	0,9927
145	G	1,4397	2,4163	0,1157	5,7306	0,7761
	V	1,4345	0,0221	0,1648	4,6726	0,7988
215	G	1,8801	1,6125	0,0837	15,2060	0,4490
	V	1,8583	0,1095	0,1136	15,1679	0,4357
285	G	1,6557	3,3561	0,2362	6,5075	0,6828
	V	1,6578	0,0132	0,2924	6,4211	0,6880
355	G	3,3733	1,7122	0,0843	13,4435	0,8266
	V	3,3101	0,1499	0,1207	13,3440	0,8231

TABELA 38 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de enxofre total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	T	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	572,1000	2,127	6379,0000	0,2812	0,9650
	V	29,9160	0,1745	0,0403	0,6952	0,9618
145	G	1,7739	1,8710	0,0793	-2,2317	0,9390
	V	1,7127	0,0449	0,1267	-4,0106	0,9520
215	G	3,9287	1,1296	0,0293	7,4135	0,8741
	V	3,2681	0,2777	0,0545	7,5164	0,8709
285	G	1,9394	2,3590	0,1522	3,0062	0,8518
	V	1,9255	0,0357	0,2152	3,1137	0,8480
355	G	6,9843	1,1610	0,0296	13,9044	0,8988
	V	5,8810	0,4840	0,0541	14,4805	0,8480

A partir dos resultados das tabelas 35, 36, 37 e 38, observa-se que as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico indicam que, à medida que se aumentou a população de plantas, houve um aumento no acúmulo de nitrogênio.

Menores valores para o parâmetro r indicam que as plantas demoraram mais para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio e, é claro, podendo elas atingirem maiores pesos ou produções.

Observou-se que as estimativas do critério de informação Akaike foram menores quanto ao ajuste do modelo de Gompertz nas partes da planta: H nas densidades de semeadura 75, 285 e 355; HF e HFV na densidade de semeadura 75; HFVG nas densidades de semeadura 75, 215, 285 e 355 e aos demais para o modelo de Verhulst, ou seja, ambos os modelos, de acordo com cada parte da planta e densidade de semeadura, apresentaram respectiva qualidade superior de ajuste aos dados de feijão cv. Jalo.

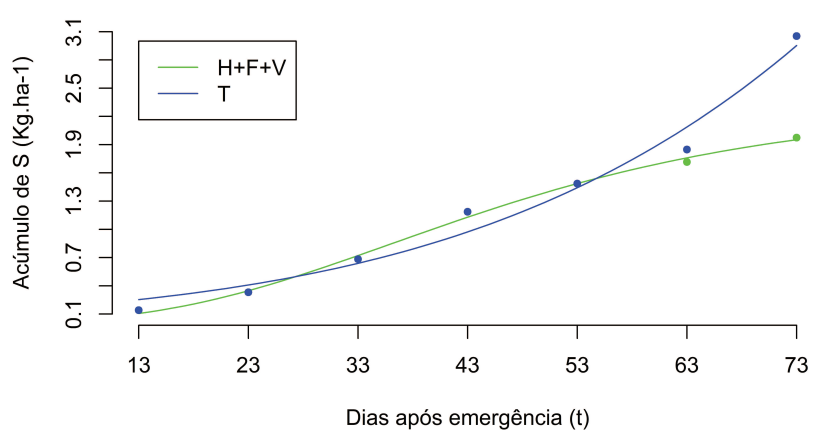


Figura 33 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de enxofre na haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

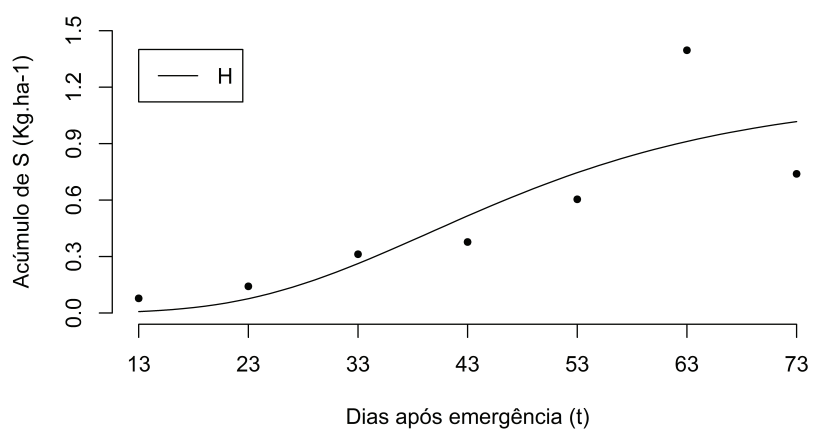


Figura 34 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de enxofre na haste (H) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

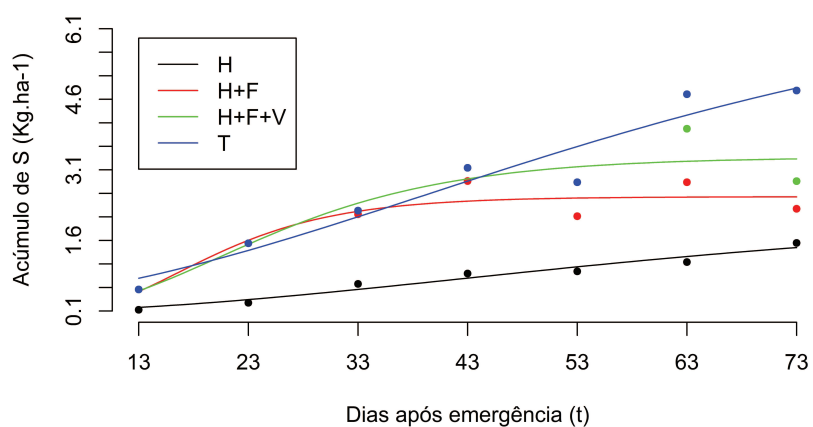


Figura 35 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de enxofre na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

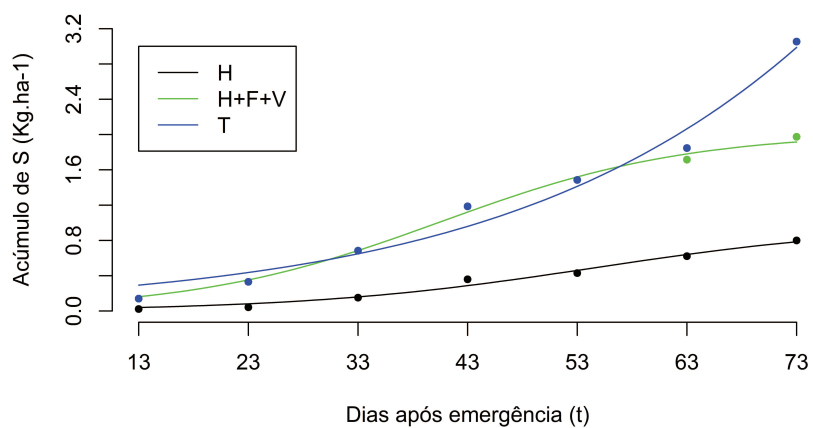


Figura 36 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de enxofre na haste (H), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

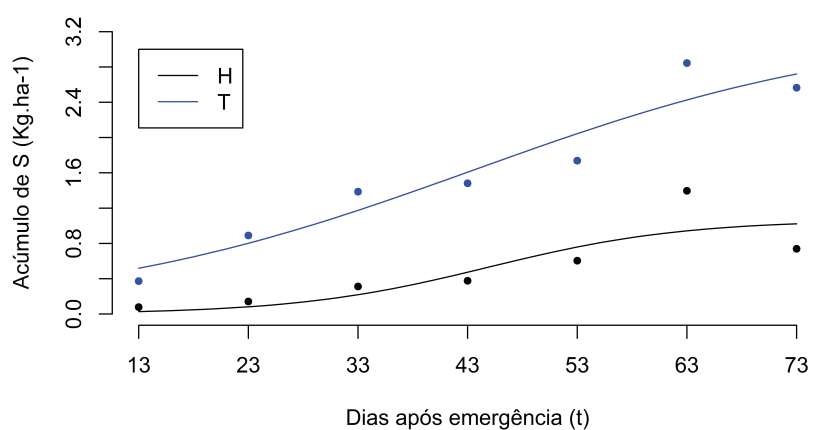


Figura 37 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de enxofre na haste (H) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

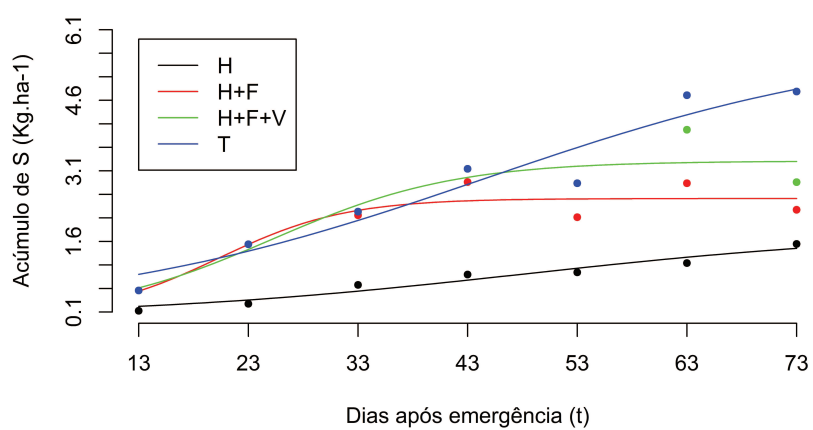


Figura 38 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de enxofre na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

Por meio das médias do acúmulo de enxofre observadas em determinadas

partes da planta e em diferentes épocas de semeadura, obteve-se a curva média de crescimento em função dos dias após a emergência (DAE). Portanto, observa-se nas figuras 33, 34 e 35, de acordo com o modelo de Gompertz e suas respectivas estimativas dos parâmetros, que houve aumento do acúmulo de enxofre com o passar dos dias na densidade 75 para as variáveis haste+folha+vagem (HFV) e total (T); na densidade 215 apenas na variável haste (H) e na densidade 355 em todas as variáveis, haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Já no modelo de Verhulst, observou-se nas figuras 36, 37 e 38 que, com o transcorrer dos dias ocorreu aumento do acúmulo de enxofre na densidade 75 nas variáveis HFV e T, na densidade 215 somente para a variável T e na densidade 355 isto ocorre para as variáveis H, HF e HFV.

Rosolem e Marubayashi (1994) sugerem a aplicação de 20 kg.ha^{-1} de S, quando o seu teor no solo for inferior a $2,0 \text{ mg.kg}^{-1}$. Ambrosano et al. (1996) recomendam a aplicação de 30 kg.ha^{-1} de S em culturas de feijão com metas de produtividade superiores a 2000 kg.ha^{-1} .

O comportamento do acúmulo de enxofre ilustrado na variável total (T) sugere que houve grande acúmulo nas últimas avaliações, o que fez com que os modelos estimassem peso máximo assintótico acima dos valores coerentes para a cultura do feijoeiro; no caso do modelo de Gompertz com estimativa da ordem de $572,100 \text{ kg.ha}^{-1}$ na densidade 355. Desta maneira pode-se considerar que o modelo de Gompertz não é adequado para as situações do presente trabalho.

4.7 Matéria Seca

A massa de matéria seca acumulada nas partes da planta foi afetada pelas densidades de semeadura e épocas de avaliação. Com a finalidade de avaliar o comportamento do acúmulo da massa seca em relação as épocas de avaliação, em dias após emergência (DAE), procedeu-se o desdobramento da interação densidades X épocas, estudando-se o efeito das épocas (DAE) em cada densidade (Tabelas 39 e 40). Na Tabela 39 está representada a análise de variância referente aos dados de acúmulo de matéria seca da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T). Observa-se que houve efeito significativo ao nível de 5% do DAE d. 75 e DAE d. 355 para as variáveis H, H+F, H+F+V, T e para o DAE d. 215 e DAE d. 285 houve efeito significativo apenas para a variável T, enquanto que, para o DAE d. 145 não houve efeito significativo para nenhuma das variáveis.

TABELA 39 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do peso de matéria seca da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Gompertz.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	341130,50*	850227,64*	1423459,01*	2080275,58*
Densidade	4	253099,64*	929793,64*	1545270,48*	2658882,18*
DAE d. 75	6	126361,57*	308225,64*	731284,31*	1600331,30*
Regressão	3	249435,57*	557444,00*	1382335,00*	3166567,67*
Desvio	3	3287,57	59007,33	80233,67	33735,60
DAE d. 145	6	37206,10	110561,25	273944,91	617484,72
Regressão	3	72873,40	175282,73	482151,00	1219236,67
Desvio	3	1538,80	45839,77	65738,97	15684,11
DAE d. 215	6	52888,16	110215,39	331885,03	1159645,50*
Regressão	3	104331,37	162750,27	586746,00	2291996,00*
Desvio	3	1444,94	57680,50	77023,93	27142,83
DAE d. 285	6	44249,76	63826,88	215245,65	829640,36
Regressão	3	85113,30	112919,23	405518,33	1695191,67*
Desvio	3	3386,22	14734,51	24972,86	70651,10
DAE d. 355	6	310018,21*	542096,48*	1522767,34*	4387769,57*
Regressão	3	570174,00*	910430,67*	2629963,33*	7873530,00*
Desvio	3	49862,37	173762,37	415571,33	900134,00
Erro	68	56476,58	126945,56	254964,23	488201,21
CV (%)		94,70	65,70	70,42	76,24
Média		250,94	547,32	717,02	916,43

Estudando o comportamento da massa seca em função ao longo das épocas (DAE) em cada densidade por meio do modelo não linear de Gompertz, verificou-se efeito significativo da regressão para os casos em que as épocas também foram significativas (Tabela 39); nestes casos os desvios de regressão foram não significativos. Isto indica que o modelo de regressão está explicando o acúmulo de massa seca em função dos DAE de modo adequado.

Do mesmo modo, resultados semelhantes foram observados quando foi utilizado o modelo não linear de Verhulst, conforme pode-se verificar na Tabela 40. A não significância dos DAE' s ou da regressão verificada em algumas densidades talvez possa ser devido à menor precisão experimental verificada para cada parte da planta.

TABELA 40 Resumo da análise variância com fontes de variação (FV), número de graus de liberdade (GL), quadrados médios com respectivo nível de significância do peso de matéria seca da haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo, com ajuste pelo modelo de Verhulst.

FV	GL	Partes da planta			
		H	HF	HFV	T
Blocos	2	341130,49*	850227,64*	1423459,01*	2080275,58*
Densidade	4	253099,64*	929793,64*	1545270,48*	2658882,18*
DAE d. 75	6	126361,57*	308225,64*	731284,31*	1600331,30*
Regressão	3	251331,33*	566840,67*	1403245,33*	3178256,33*
Desvio	3	1391,81	49610,60	59323,3	22046,93
DAE d. 145	6	37206,10	110561,25	273944,91	617484,72
Regressão	3	73697,80	178230,93	493652,33	1226064,00
Desvio	3	714,41	42891,57	54237,47	8856,93
DAE d. 215	6	52888,16	110215,39	331885,03	1159645,50*
Regressão	3	104478,63	162675,67	594641,67	2294599,67*
Desvio	3	1297,68	57755,10	69128,27	24539,42
DAE d. 285	6	44249,76	63826,88	215245,65	829640,35
Regressão	3	84634,87	112491,53	405136,67	1697247,00*
Desvio	3	3864,63	15162,23	25354,63	68595,73
DAE d. 355	6	310018,21*	542096,48*	1522767,34*	4387769,57*
Regressão	3	572727,33*	911269,67*	2660066,67*	7955834,00*
Desvio	3	47308,97	172923,43	385468,00	817830,00
Erro	68	56476,59	126945,56	254964,23	488201,21
CV (%)		94,70	65,70	70,42	76,24
Média		250,94	547,32	717,02	916,43

Mesmo não havendo efeito significativo dos DAE em todas as densida-

des, realizou-se a avaliação dos modelos de regressão não lineares de Gompertz e Verhulst bem como a estimação dos parâmetros. Nas Tabelas 41, 42, 43 e 44 são apresentadas as estimativas dos parâmetros obtidas pelo ajuste dos modelos não lineares de Gompertz e Verhulst, aos dados de massa seca acumulada nas diferentes partes da planta.

TABELA 41 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de matéria seca da haste (H) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	H	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	570,1659	3,2083	0,0726	70,9291	0,9825
	V	516,3644	0,9897	0,1304	64,9123	0,9921
145	G	299,9533	2,4971	0,0776	65,6151	0,9730
	V	284,7073	2,3919	0,1297	60,2440	0,9867
215	G	456,6810	1,5862	0,0446	65,1746	0,9730
	V	398,9019	14,1124	0,0819	64,4221	0,9813
285	G	1117,0000	1,2770	0,0166	71,1361	0,9400
	V	710,2725	43,2060	0,0399	72,0611	0,9295
355	G	1197,0000	1,6610	0,0383	89,9629	0,8819
	V	972,4046	25,9166	0,0774	89,5950	0,9295

TABELA 42 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de matéria seca da haste+folha (HF) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HF	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	904,0067	2,1323	0,0608	91,1417	0,8707
	V	838,7558	11,2588	0,1062	89,9275	0,8889
145	G	538,2919	1,9969	0,1010	89,3741	0,7102
	V	536,6110	17,4541	0,1378	88,9088	0,7230
215	G	598,5366	1,5856	0,0988	90,9825	0,7108
	V	596,8000	43,2447	0,1246	90,9915	0,5964
285	G	549,5329	2,5145	0,1849	81,4294	0,8252
	V	547,4130	11,5290	0,2410	81,6297	0,8182
355	G	1283,0000	1,5450	0,0766	98,7019	0,7601
	V	1261,0000	77,1900	0,1064	98,6680	0,8182

TABELA 43 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de matéria seca da haste+folha+vagem (HFV) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	HFV	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	1624,0000	2,2540	0,0502	93,2927	0,9267
	V	1350,0000	8,8430	0,1048	91,1791	0,9453
145	G	839,0347	1,9658	0,0736	91,8979	0,8397
	V	814,3314	17,8366	0,1167	90,5517	0,8683
215	G	1088,0000	1,3550	0,0503	93,0069	0,8397
	V	1020,0000	61,3500	0,0818	92,2498	0,8528
285	G	968,9745	1,0979	0,0517	85,1226	0,9117
	V	932,1909	100,761	0,0749	85,2288	0,9094
355	G	2202,0000	1,5380	0,0509	104,8056	0,8036
	V	2039,0000	0,8623	0,0856	104,2793	0,9094

TABELA 44 Estimativas para os parâmetros, valor do critério de informação de Akaike (AIC) e coeficiente de determinação para os modelos de Gompertz e de Verhulst no ajuste do acúmulo de matéria seca total (T) do feijoeiro cv. Jalo, para cada densidade de semeadura.

Densidade	T	Parâmetros			AIC	R^2_a
		α	β	r		
75	G	9410,0000	2,0020	0,0214	87,2279	0,9848
	V	2916,0000	17,1300	0,0807	84,2503	0,9901
145	G	1894,0000	1,6000	0,0350	81,86659	0,9816
	V	1445,0000	39,4400	0,0764	77,8665	0,9896
215	G	73110,0000	1,8980	0,0082	85,7058	0,9817
	V	4428,0000	101,0000	0,0047	85,0000	0,9844
285	G	184600,0000	1,9880	0,0060	92,4023	0,9406
	V	4533,0000	127,1000	0,0413	92,1957	0,9432
355	G	7096,0000	1,6190	0,0259	110,2159	0,8534
	V	4118,0000	8,5820	0,0715	109,5446	0,9432

A partir dos resultados das Tabelas 41, 42, 43 e 44, observa-se que as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico indicam que, à medida que aumentou a densidade de semeadura, houve um aumento no acúmulo de matéria seca, exceto para a densidade 75, isto é fácil de se ver pelo modelo de Verhulst. Já para o modelo de Gompertz, por este parâmetro não foi possível fazer esta inferência, pois suas estimativas ficaram sobrestimadas em algumas situações, principalmente para a matéria seca total (Tabela 44). Para a massa seca total (T), maiores pesos assintóticos foram estimados nas populações de 215 e 285 mil plantas. Estes resultados estão de acordo com Alves et al. (2009), que verificaram que densidades de semeadura de 240 mil plantas garantem boa produtividade.

Menores valores para o parâmetro r ocorreram nas populações de 215 e 285 mil plantas, indicando que as plantas demoram mais para atingir a maturação, ocorrendo desenvolvimento mais tardio das plantas e, é claro, podendo elas atin-

girem maiores pesos ou produções. Por outro lado, para a matéria seca total (T) maiores estimativas da taxa de maturidade (r) ocorreram na densidade 75, 145 e 355, o que permite sugerir que essas densidades apresentaram maior precocidade que as densidades 215 e 285. Observando a taxa de maturidade (r) da matéria seca da HFV, observa-se que maior precocidade ocorre nas densidades 75 e 145 e menor na densidade 285. Este mesmo comportamento ocorreu para a matéria seca da H; e no caso da HF ocorreu na densidade 285.

Conhecimentos como densidades de semeadura de feijoeiro que acarretam maior precocidade a respeito do crescimento são importantes para avaliar o sistema de plantio mais eficiente (VIEIRA et al., 2008).

De modo geral, observou-se que as estimativas do critério de informação Akaike foram menores quando se procedeu o ajuste pelo modelo de Verhulst, indicando que este modelo apresentou melhor qualidade de ajuste aos dados de massa seca do feijoeiro cv. Jalo, exceto na população 285 (Tabelas 41, 42 e 43) e na população 215 (Tabela 42) nas quais as estimativas do critério de Akaike foram menores quando se ajustou o modelo de Gompertz.

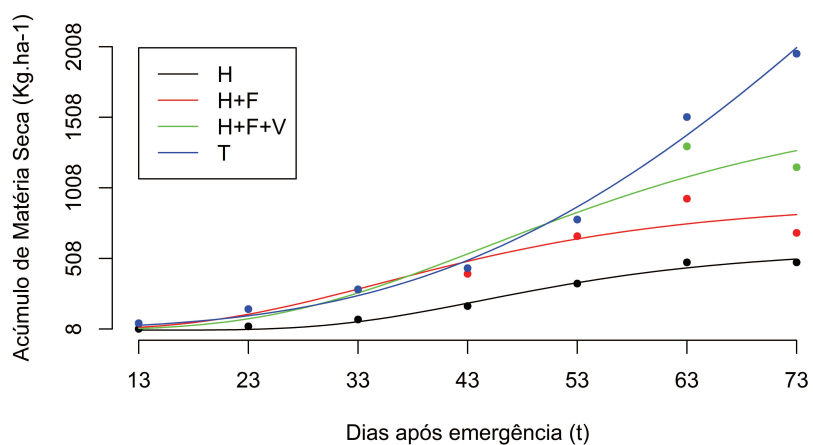


Figura 39 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

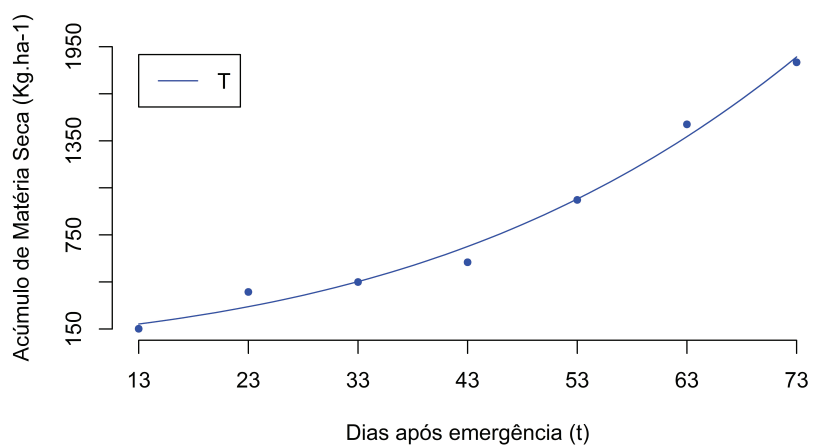


Figura 40 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca no total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

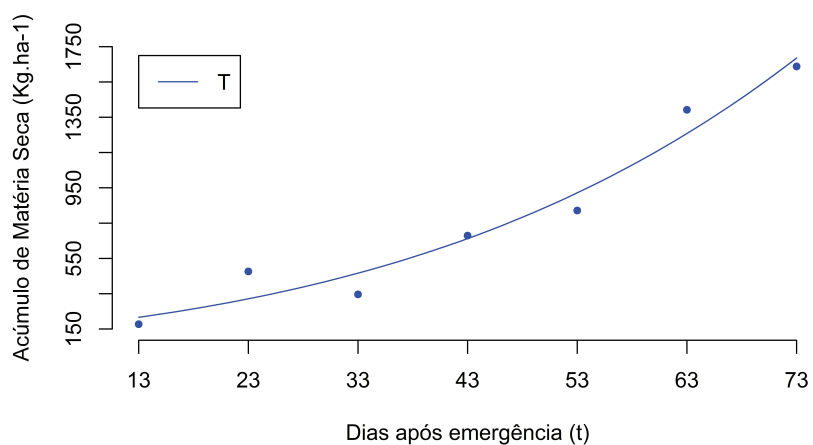


Figura 41 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca no total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 285.

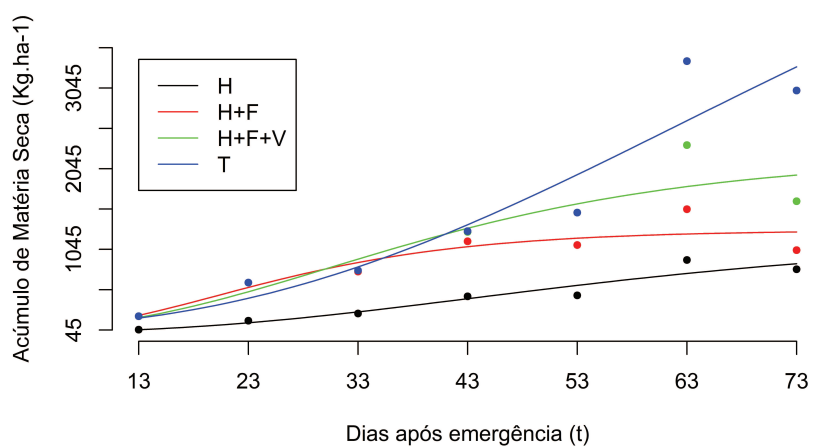


Figura 42 Ajuste do modelo de Gompertz aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 355.

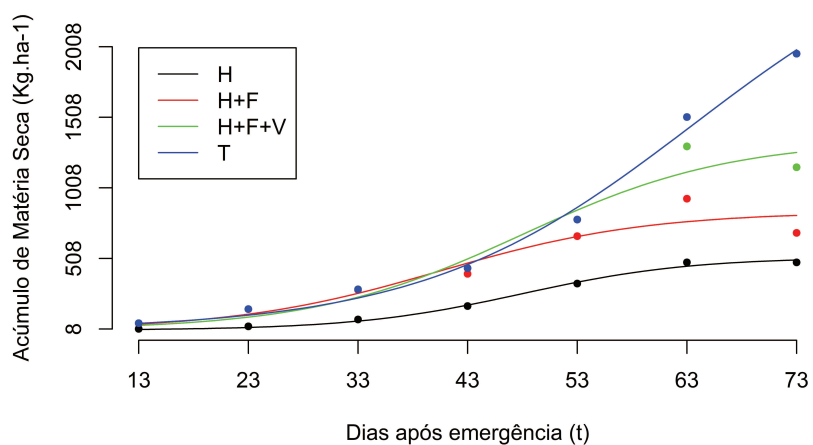


Figura 43 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 75.

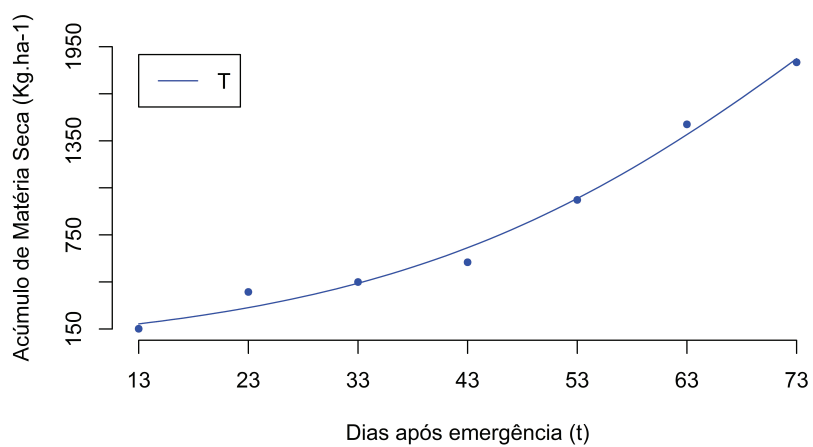


Figura 44 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca no total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 215.

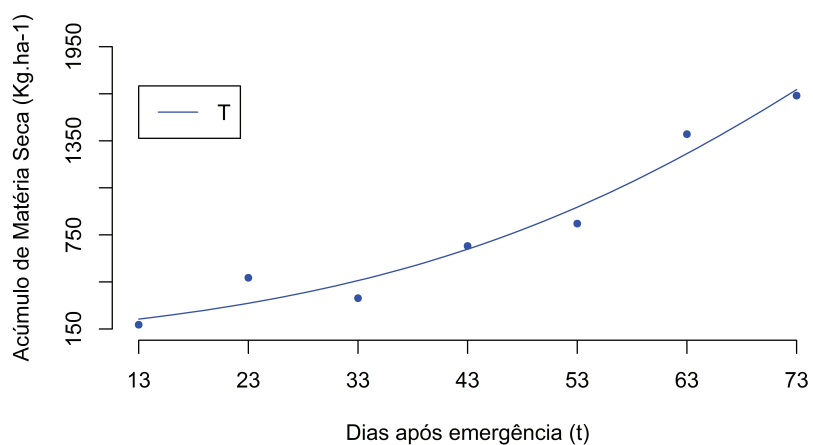


Figura 45 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca no total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade de semeadura 285.

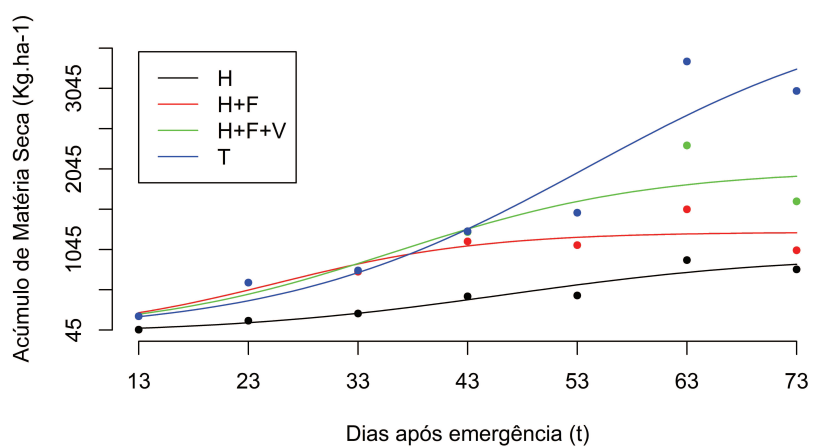


Figura 46 Ajuste do modelo de Verhulst aos dados relativos ao acúmulo de matéria seca na haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T) do feijoeiro cv. Jalo na densidade 355.

O acúmulo de matéria seca na parte aérea (Figuras 39, 42, 43 e 46) foi

distinto entre as densidades. Observa-se com os modelos de Gompertz e Verhulst e suas respectivas estimativas dos parâmetros, que com o passar dos dias houve aumento significativo do acúmulo de matéria seca em todas as partes da planta, haste (H), haste+folha (HF), haste+folha+vagem (HFV) e total (T), tanto na densidade 75 quanto na densidade 355. Para as densidades 215 e 285 observou-se que houve um aumento do acúmulo de matéria seca apenas para o Total, pois as demais partes da planta não foram significativas.

O comportamento do acúmulo de matéria seca ilustrado nas figuras 40, 41, 44 e 45, principalmente para a massa total (T), sugere que houve grande acúmulo de massa nas últimas avaliações, o que fez com que os modelos estimassem peso máximo assintótico acima dos valores coerentes para a cultura do feijoeiro; no caso do modelo de Gompertz, com estimativa da ordem de 7096kg.ha^{-1} na densidade 355 e de 72110kg.ha^{-1} na densidade de 215. Por este fato, pode-se considerar que o modelo de Gompertz não é adequado para nossas situações.

Dados relativos ao crescimento em altura de plantas de duas cultivares de feijoeiro foram avaliadas para Martins Filho et al. (2008), os quais estimam maiores taxas de maturidade para cultivar Carioca em relação à Neguinho, sugerindo que a cultivar Carioca possui um ciclo de cultivo, podendo ser usadas em situações com restrição no tempo de cultivo em sucessão com outras culturas.

Vieira et al. (2008) avaliaram o crescimento em altura de plantas para as cultivares Ouro Negro e Talismã, estimando alturas assintóticas máximas de 100 cm, com incrementos até aos 50 DAE em plantio direto e até 72 DAE no plantio convencional. Ajustaram o modelo logístico, que possibilitou a descrição do crescimento de modo adequado.

5 CONCLUSÃO

Os dois modelos não explicaram os dados de crescimento do feijoeiro de forma adequada.

O modelo não linear de Verhulst apresentou melhor ajuste que o modelo de Gompertz para todas as populações aos dados de matéria seca e acúmulo de macronutrientes de feijão cv. Jalo.

À medida que os dias após a emergência transcorrem nas densidades de plantio 75, 145, 215, 285 e 355, há um aumento do acúmulo de macronutrientes nas diferentes partes da planta (H, HF, HFV e T).

REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Boston, v. 19, n. 6, p. 716-723, 1974.
- ALBUQUERQUE, A. **Acúmulo de matéria seca e macronutrientes em diferentes órgãos de cultivares de feijoeiro em função de populações de plantas e ambientes de cultivo**. Lavras: UFLA, 2012. 278 p.
- ALVES, A. F. et al. Densidades populacionais para cultivares alternativos de feijoeiro do norte de Minas Gerais. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 33, n. 6, p. 1495-1502, nov./dez. 2009.
- AMBROSANO, E. J. et al. Leguminosas e oleaginosas. In: RAIJ, B. van et al. (Ed.). **Recomendações de adubação e calagem para o Estado de São Paulo**. 2. ed. Campinas: Instituto Agrônomo/Fundação IAC, 1996. p. 187-199.
- BANZATTO, D. A.; KRONKA, S. N. **Experimentação agrícola**. Jaboticabal: Funep, 2006. 237 p.
- BARBOSA, A. F.; GONZAGA, A. C. de O. **Informações técnicas para o cultivo do feijoeiro-comum na região central-brasileira: 2012-2014**. Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão, 2012. 247 p.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.
- BENINCASA, M. M. P. **Análise de crescimento de plantas: noções básicas**. 2. ed. Jaboticabal: FUNEP, 2003. 41 p.
- BOARO, C. S. F. et al. Níveis de magnésio em solução nutritiva e o desenvolvimento do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L. cv. Carioca): avaliação dos parâmetros biométricos. **Scientia Agrícola**, Piracicaba, v. 53, n. 2/3, p. 254-260, 1996.
- BOYCE, W. E.; PRIMA, R. C. de. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1994. 606 p.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Feijão**.

Disponível em:

<<http://www.agricultura.gov.br/vegetal/culturas/feijao/saiba-mais>>. Acesso em: 29 jul. 2013.

BRODY, S. **Bioenergetics and growth**. New York: Reinhold, 1945. 1023 p.

BUREN, J. P. van. Calcium binding to snap bean waterinsoluble solids: calcium and sodium concentrations. **Journal of Food Science**, Chicago, v. 45, p. 752-753, 1980.

CAKMAK, I.; YAZICI, A. M. Magnésio: um elemento esquecido na produção agrícola. **Informações Agronômicas**, Piracicaba, n. 132, p. 14-16, dez. 2010.

CÉSAR, M. L. et al. Aplicação de enxofre em cobertura e qualidade fisiológica de sementes de feijão. **Acta Scientiarum Agronomy**, Maringá, v. 30, p. 681-686, 2008. Suplemento.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Levantamento de grãos safra 2012/2013**. Disponível em:

<<http://www.conab.gov.br/conteudos.php?a=1253&t=2>>. Acesso em: 5 ago. 2013.

DANTAS, A. A. A.; CARVALHO, L. G. de; FERREIRA, E. Classificação e tendências climáticas em Lavras, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 31, n. 6, p. 1862-1866, nov./dez. 2007.

DANTAS, J. P.; BERGAMIM FILHO, H.; MALAVOLTA, E. Estudos sobre nutrição mineral do feijão macassar (*Vigna sinenses* (L.) ENDL.) II exigência de macro e micronutrientes. **Anais da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"**, Piracicaba, v. 26, p. 425-433, 1979.

DOMINGUES, J. S. Análise do modelo de Gompertz no crescimento de tumores sólidos e inserção de um fator de tratamento. **Biomatemática**, Campinas, v. 21, p. 103-112, 2011. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/biomat/bio21_art8.pdf>. Acesso em: 25 maio 2012.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3rd ed. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

FERNANDES, T. J. **Curva de crescimento do fruto do cafeeiro em diferentes alinhamentos de plantio utilizando modelos não lineares**. Lavras: UFLA, 2012. 80 p.

GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical e model**. New York: J. Wiley, 1987. 624 p.

GAVA, G. J. de C. et al. Produção de fitomassa e acúmulo de nitrogênio em milho cultivado com diferentes doses de 15N-uréia. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v. 31, n. 4, p. 851-862, out./dez. 2010.

GUARESCHI, R. F. et al. Produtividade de feijão azuki em função de doses de potássio em cobertura. **Global Science and Technology**, Campus Rio Verde, v. 2, n. 2, p. 67-72, 2009.

LIMA, E. do V. et al. Adubação NK no desenvolvimento e na concentração de macronutrientes no florescimento do feijoeiro. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v. 58, n. 1, p. 125-129, 2001.

LOAIZA-ECHEVERRI, A. M. **Utilização de modelos não lineares para descrever o crescimento do perímetro escrotal em ruminantes**. Disponível em: <[http://200:21:104:25/vetzootec/downloads/MVZ5\(2\)1.pdf](http://200:21:104:25/vetzootec/downloads/MVZ5(2)1.pdf)>. Acesso em: 20 ago. 2013.

LUCCHESI, A. A. Utilização prática da análise de crescimento vegetal. **Anais da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"**, Piracicaba, v. 41, p. 181-202, 1984.

MALAVOLTA, E.; VITTI, G. C.; OLIVEIRA, S. A. **Avaliação do estado nutricional de plantas: princípios e aplicações**. Piracicaba: Potafos, 1997. 308 p.

MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 6, p. 1516-1521, set. 2008.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. Algumas considerações em regressão não linear. *Acta Scientiarum*, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002. Disponível em: <<http://www.periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciTechnol/article/view/2551/1574>>. Acesso em: 7 maio 2014.

MEIRA, F. de A. et al. Doses e épocas de aplicação de nitrogênio no feijoeiro irrigado cultivado em plantio direto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 40, n. 4, p. 383-388, abr. 2005.

NUTRI-FATOS. **Informação agrônômica sobre nutrientes para as culturas**. Piracicaba: Potafos, 1996. 12 p. (Arquivo do Agrônomo, 10).

OLIVEIRA, A. P. et al. Rendimento de feijão-vagem em função de doses de K₂O. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 25, n. 1, p. 29-33, 2007.

PEREIRA, A. A. et al. Descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro cultivar Rubi MG 1192 utilizando modelos de regressão. **Coffee Science**, Lavras, v. 9, n. 2, p. 266-274, 2014.

PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de estatística experimental**. 15. ed. Piracicaba: FEALQ, 2009. 451 p.

PROCOPIO, S. de O. et al. Absorção e utilização do fósforo pelas culturas da soja e do feijão e por plantas daninhas. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, MG, v. 29, n. 6, p. 911-921, 2005.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2013. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 10 nov. 2013.

RENCHE, A. C.; SHAALJE, G. B. **Linear models in statistics**. 2nd ed. New Jersey: J. Wiley, 2008. 672 p.

RESENDE, O. et al. Forma, tamanho e contração volumétrica do feijão (*Phaseolus vulgaris* L.) durante a secagem. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, v. 7, n. 1, p. 15-24, 2005.

ROSOLEM, C. A.; BOARETTO, A. E.; NAKAGAWA, J. Adubação foliar do feijoeiro: VIII., fontes e doses de cálcio. **Científica**, São Paulo, v. 18, p. 81-86, 1990.

ROSOLEM, C. A.; MARUBAYASHI, O. M. Seja o doutor do seu feijoeiro. **Informação Agronômica**, Piracicaba, n. 68, p. 1-16, 1994. Encarte.

SILVA, A. J. da et al. Resposta do feijão-caupi à doses e formas de aplicação de fósforo em Latossolo Amarelo do Estado de Roraima. **Acta Amazônica**, Manaus, v. 40, n. 1, p. 31-36, 2010.

SILVA, T. R. B. da et al. Aplicação foliar de boro e cálcio no feijoeiro. **Científica**, Jaboticabal, v. 34, n. 1, p. 46-52, 2006.

TEMÓTEO, A. da S. et al. Crescimento e acúmulo de nitrogênio e potássio pelo melão pele de sapo fertirrigado. **Irriga**, Botucatu, v. 15, n. 3, p. 275-281, jul./set. 2010.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* OŠBRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n. 1, p. 1-7, 2010.

VIEIRA, N. M. B. et al. Altura de planta e acúmulo de matéria seca do feijoeiro cvs. BRS MG Talismã e Ouro Negro em plantio direto e convencional. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 32, n. 6, p. 1687-1693, nov./dez. 2008.

ZUCARELI, C. et al. Fósforo na produtividade e qualidade de sementes de feijão Carioca Precoce cultivado no período das águas. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 42, n. 1, p. 32-38, 2011.

ANEXOS

ROTINAS UTILIZADAS NO SOFTWARE R

```
# Ajuste do modelo de Gompertz para a
matéria seca - análogo para os macronutrientes

ajustela=nls(Var1~K/(exp(exp(N0-r*DAE))),data=total,start=list
(K=x,N0=y,r=z),trace=TRUE)
summary(ajustela)
AIC(ajustela)
R2=1-(sum((residuals(ajustela))^2)/sum(Var1^2))
R2
library(qpcR)

Rsq.ad(ajustela)

AIC(ajustela)
r1<-residuals(ajustela)
SQR=sum(r1^2)
SQR
SQT75<-sum((Var1 - mean(Var1))^2)
SQT75
R2<- (1 - (SQR/ SQT75))
R2
SQDes<- SQR*3
SQDes

SQReg<- ((SQT75*3) - SQDes)
SQReg

a<-SQReg + SQDes
a

R21<- SQReg/(SQT75*3)
R21

#Ajuste do modelo de Verhulst para a
matéria seca - análogo para os macronutrientes

ajustelc=nls(Var1~K/(1-(1-K/N0)*exp(-r*DAE)),
data=total,start=list(K=x,N0=y,r=z),trace=TRUE)
#predict(ajustelc)
summary(ajustelc)
```



```

AIC(ajustelc)
library(qpcR)
R2.aj=Rsq.ad(ajustelc)
R2.aj

AIC(ajustelc)
r11<-residuals(ajustelc)
SQR1=sum(r11^2)
SQR1
SQT751<-sum((Var1 - mean(Var1))^2)
SQT751
R21<- (1 - (SQR1/ SQT751))
R21
SQDes1<- SQR1*3
SQDes1

SQReg1<- ((SQT751*3) - SQDes1)
SQReg1

a1<-SQReg1 + SQDes1
a1

R211<- SQReg1/(SQT751*3)
R211

# Geração das figuras com os dados observados e os
valores estimados pelos modelos Gompertz e Verhulst
para a matéria seca - análogo para os macronutrientes

#####Verhulst
#Haste
x<-c(13,23,33,43,53,63,73)
y<-c(8.533333,26.400000,75.200000,170.266667,
329.600000,480.000000,480.000000)
y <- function(x)y = 516.3644/(1-(1-(516.3644/ 0.9897))*exp(-0.1304*x))
x <- seq(min(x),max(x),by=1)
jpeg(file="msv75.jpeg",width = 8000, height =
5000,quality = 300,res=1200)
plot(x,y(x),type = "l", ylim = c(8,2008),xlab="Dias após emergência",
ylab="Acúmulo de Matéria Seca (Kg.ha-1)",axes=F)
axis(1,at=seq(13,73,by=10))
axis(2,at=seq(8,2008,by=500))
#Haste+Folha
lines(x,838.75577/(1-(1-(838.75577/ 11.25882))*exp(-0.10617*x)),
type = "l", col="red")
#Haste+Folha+Vagem
lines(x,1.350e+03/(1-(1-(1.350e+03/ 8.843e+00))*exp(-1.048e-01*x)),
type = "l", col="green")

```

```

#Total
lines(x,2.916e+03/(1-(1-(2.916e+03/ 1.713e+01))*
exp(-8.069e-02*x)),type = "l", col="blue")
legend(13,2000,c("H", "H+F", "H+F+V", "T"),
col=c("black", "red", "green", "blue"),lty=1:1:1:1)
dev.off()

#####Gompertz
####75
#Haste
x<-c(13,23,33,43,53,63,73)
y<-c(8.533333,26.400000,75.200000,170.266667,
329.600000,480.000000,480.000000)
y <- function(x)y = 570.16592/(exp(exp(3.20831-0.07255*x)))
x <- seq(min(x),max(x),by=1)
jpeg(file="msg75.jpeg",width = 8000, height = 5000,
quality = 300,res=1200)
plot(x,y(x),type = "l", ylim = c(8,2008),xlab="Coleta (DAE)",
ylab="Acúmulo de Matéria Seca (Kg.ha-1)",axes=F)
axis(1,at=seq(13,73,by=10))
axis(2,at=seq(8,2008,by=500))
#Haste+Folha
lines(x,904.00667/(exp(exp(2.13232-0.06084*x))),
type = "l", col= "red")
#Haste+Folha+Vagem
lines(x,1.624e+03/(exp(exp(2.254e+00-5.020e-02*x))),
type = "l", col= "green")
#Total
lines(x,9.410e+03/(exp(exp(2.002e+00-2.144e-02*x))),
type = "l", col= "blue")
legend(13,2000,c("Haste", "Haste+Folha", "Haste+Folha+Vagem", "Total"),
col=c("black", "red", "green", "blue"),lty=1:1:1:1)
dev.off()

```